Høgskulen på Vestlandet

Matematikk 3, emne 4 - Masteroppgave

MGUMA550-OST-2024-VÅR2-FLOWassign

Predefinert informasjon

Startdato: 01-05-2024 09:00 CEST
Sluttdato: 15-05-2024 14:00 CEST
Eksamensform: Masteroppgave - Stord
Termin: 2024 VÅR2
Vurderingsform: Norsk 6-trinns skala (A-F)
Flowkode: 203 MGUMA550 1 OST 2024 VÅR2
Ekstern sensor: Ekstern sensor 1
Intern sensor: Intern sensor 1

Deltaker

Kandidatnr.:	110

Informasjon fra deltaker

Antall ord *:	22619

Egenerklæring *: Ja

Jeg bekrefter at jeg har registrert oppgavetittelen på norsk og engelsk i StudentWeb og vet at denne vil stå på vitnemålet mitt *: Ja

Jeg godkjenner avtalen om publisering av masteroppgaven min *

Ja

Er masteroppgaven skrevet som del av et større forskningsprosjekt ved

Nei

Er masteroppgaven skrevet ved bedrift/virksomhet i næringsliv eller of

Nei

Høgskulen på Vestlandet

MASTEROPPGAVE

En studie om arbeid med problem posing og fremkalling av elevers forståelse av brøk

A study on working with problem posing and how it elicits pupils understanding of fractions

Espen Jacobsen Saltvedt

MGUMA550

Fakultet for lærarutdanning, kultur og idrett (FLKI)/ Institutt for pedagogikk, samfunnsfag og religion/GLU 5-10

Veileder: Tesfa Yigrem Mengestie

15.05.2024

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle

kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, *jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 12-1.*

Sammendrag:

Denne masteroppgaven viser hvordan elever arbeider med problem posing og hvordan aktiviteten problem posing kan bidra til å fremkalle elevenes forståelse av brøk i 8.klasse. Hovedmotivasjonen for studien kom fra den nye læreplanen og en interessant samtale med en tidligere lærer som har forsket på problem posing. Den nye læreplanen krever at elevene nå skal ha en dypere forståelse for emnene i matematikk, og at det fremover skal være mer fokus på å koble matematikk opp mot hverdagen. Med dette i tankene var det ønskelig å undersøke om problem posing kan bidra til å fremkalle elevenes forståelse av brøk. Denne masteren skal prøve å besvare dette med de to følgende forskningsspørsmålene:

«Hvordan kan problem posing bidra til å fremkalle elevenes forståelse av brøk?»

«Hvordan arbeider norske 8.klasse elever med problem posing oppgaver relatert til brøk?»

For å besvare forskningsspørsmålene, ble det samlet inn data fra elever i en 8.klasse. Elevene ble organisert i seks grupper på tre til fire medlemmer, hvor hver gruppe mottok fem problem posing oppgaver. Under arbeidsøkten med oppgavene ble elevene observert, og lydopptak ble utført på to av gruppene. Videre ble tre elever intervjuet i etterkant for å oppnå dypere innsikt i deres opplevelser og erfaringer med problem posing aktiviteten. Alle besvarelsene ble samlet inn og analysert.

Funnene i studien indikerer at problem posing kan bidra til å fremkalle elevenes forståelse av brøk, og gir dem innsikt i deres eget kunnskapsnivå om emnet. Forståelsen av brøk ble fremkalt hos elevene gjennom evnen til å koble regneoperasjoner opp mot hverdagen, hvor elevene ikke visste når brøk ble benyttet i hverdagen. Gjennom problem posing fikk de vist sin kunnskap for seg selv og viser hva elevene trenger å jobbe med. Det ble observert ulike tilnærminger i elevenes arbeid med problem posing-oppgavene. I grupper med trygge rammer og åpen kommunikasjon engasjerte elevene seg i diskusjoner og foreslo løsninger. I grupper hvor elevene følte usikkerhet, var det en tendens til at forstyrrelser tok bort fokus fra oppgaveløsningen.

Abstract:

This master's thesis demonstrates how students engage with problem posing and how the activity of problem posing can help elicit students' understanding of fractions in the 8th grade. The main motivation for the study came from the new curriculum and an insightful conversation with a former teacher who has researched problem posing. The new curriculum requires that students now develop a deeper understanding of mathematical subjects and that there should be a greater emphasis on relating mathematics to everyday life. With this in mind, it was desirable to investigate whether problem posing could help elicit students' understanding of fractions. This thesis aims to address this with the following research questions:

"How can problem posing contribute to eliciting students' understanding of fractions?"

"How do Norwegian 8th grade students work with problem posing tasks related to fractions?"

To answer the research questions, data were collected from students in an 8th grade class. The students were organized into six groups of three to four members each, where each group received five problem posing tasks. During the work session with the tasks, all students were observed, and audio recordings were made of two of the groups. Furthermore, three students were interviewed afterwards to gain deeper insight into their experiences and perceptions of the problem posing activity. All responses were collected and analyzed.

The findings of the study indicate that problem posing can help elicit students' understanding of fractions and provide them with insights into their own level of knowledge on the subject. The understanding of fractions was elicited among the students through the ability to connect calculation operations to everyday life, where students were unaware of when fractions were used daily. Through problem posing, they were able to demonstrate their knowledge to themselves and making it clear what subject they need more understanding of. Different approaches in the students' work with the problem posing tasks were observed. In groups with safe environments and open communication, the students engaged in discussions and proposed solutions. In groups where the students felt uncertain, there was a tendency for distractions to divert focus from solving the tasks.

Forord

Høsten 2017 startet jeg på lærerutdannelsen min ved Høgskulen på Vestlandet, avdeling Stord. Gjennom studieårene mine har jeg lært mye om hva det vil si å være lærer, og hva jeg kan forvente meg når jeg kommer ut i arbeidslivet. Selv om studietiden har vært fin, er jeg nå klar for å starte på et langt yrkesliv som lærer.

Jeg ønsket at masteroppgaven min skulle fungere som en verdifull ressurs i arbeidslivet, derfor var det viktig å finne et emne med klar nytteverdi. Gjennom studietiden var jeg usikker på hva jeg ville skrive om, men etter en samtale med Farzad Radmehr ble jeg introdusert for temaet problem posing. Jeg innså raskt at dette var emnet jeg ville utforske, da jeg så potensiale av å anvende denne aktiviteten i klasserommet. Jeg er dermed nødt til å takke Farzad for å ha introdusert meg til emnet, og takke han for at han diskuterte med meg hva som var mulig å forske på.

Jeg vil takke elever og lærere som har latt meg samle inn data, uten dere hadde dette aldri vært mulig.

Veilederen min Tesfa Yigrem Mengestie fortjener en stor takk for hjelpen. I tider hvor jeg har vært lite motivert, og ikke sett en klar linje til mål, har han alltid vært positiv og alltid vært villig til å diskutere hvordan jeg skal komme meg videre.

Takk til Liv Aina Tverderøy som i en ellers travel hverdag har tatt seg tid til å diskutere studiens struktur og bidratt til å opprettholde en rød tråd.

Til slutt vil jeg takke kjæresten min Camilla Huke som har vært den største støttespilleren. Du har kommet med gode innspill, og etter lange kvelder på skolen har jeg alltid hatt en trygg og positiv person å komme hjem til. Du har også tatt deg tid til å drive med korrekturarbeid med flere anledninger.

Haugesund 15.05.2024

Espen Saltvedt

Innholdsfortegnelse

Figurliste

1. Innledning

I denne studien ønsket jeg å undersøke elevenes forståelse av brøk gjennom å bruke problem posing (PP). I tillegg ville jeg undersøke hvordan elevene arbeidet med PP relatert til brøk. PP brukes i matematikkundervisningen i flere land (Cai & Jiang, 2016), men nevnes ikke i læreplanen i Norge. Temaet har blitt undersøkt flere ganger tidligere (Silver & Cai, 1996; Davison & Pearce 1988), og denne studien er ment som et bidrag til økt kunnskap rundt PP og dens bruk innenfor det matematiske emnet brøk.

1.1 Bakgrunn

I løpet av min lærerutdanning ved Høgskulen på Vestlandet ble jeg introdusert for læreplanen som trådte i kraft høsten 2020. Denne planen var et resultat av at samfunnet vårt stadig er i endring, og at man hele tiden må vurdere hva elevene skal lære. Et av kjerneelementene i læreplanen er utforsking og problemløsning, hvor målet er at elevene skal bli dyktige problemløsere (Utdanningsdirektoratet, 2021). Ifølge Utdanningsforbundet (2020) oppfordrer utforskningsprosessen elever til å søke etter mønstre og sammenhenger, og å bygge forståelse gjennom diskusjon. Problemløsning beskrives som en tilnærming der elever konfronteres med problemer uten klare løsningsmetoder (Utdanningsforbundet, 2020). I erkjennelse av at hverdagen bringer med seg nye utfordringer, understreker Utdanningsdirektoratet betydningen av å anvende kunnskap på en måte som er relevant for både kjente og ukjente situasjoner. «Samfunnet og arbeidslivet endrer seg med ny teknologi, ny kunnskap og nye utfordringer. Vi trenger barn og unge som reflekterer og er kritiske.» (Utdanningsdirektoratet, 2021). Evnen til å anvende kunnskapen i ulike kontekster, kjent som dybdelæring, er en kompetanse Utdanningsdirektoratet (2019) ser på som essensiell.

Ved innføring av en ny læreplan kreves det at lærere må vurdere om undervisningen deres møter de nye kravene. På den måten kan de nye kriteriene føre til at en må endre på undervisningsmetodene sine og ta i bruk nye metoder. En vesentlig forandring som læreplanen anbefaler, er en overgang fra fokus på selve løsningen til å fokusere på veien til løsningen (Utdanningsdirektoratet, 2020). Forskning understøtter dette skiftet ved å framheve viktigheten av å utvikle en undervisning som fremmer kritisk tenkning og refleksjon fremfor ren memorering av regler og algoritmer. Denne type undervisning vil i større grad forberede elevene på å håndtere reelle problemer og utfordringer (Nosrati & Wæge, 2019).

Gjennom studiet mitt ble jeg kjent med Farzad Radmehr, som introduserte meg for emnet PP. PP inviterer elever til å delta aktivt i sin egen læringsprosess ved å designe problemer, og gir læreplanens problemløsningsfokus relevans (Hartmann et al., 2021). Selv om PP ikke er spesifikt nevnt i den norske læreplanen, har PP en plass i andre utdanningssystemer som i Kina og USA. I læreplanen til Kina skal elevene designe, forstå og analysere oppgaver som skal vise at de kan anvende tidligere kunnskap til å løse hverdagsproblemer. I samme studie kommer det frem at USA sin læreplan anbefaler lærere å engasjere elevene i PP (Singer et al., 2015). Ifølge Kilic (2017) skal elevene lage problemer koblet opp mot deres hverdag. Ved å la elevene utforske egne problemer, samt bruke tid til å lage matematiske problemer som fanges av deres oppmerksomhet, vil elevene oppleve matematikken og det matematiske språket som meningsfullt og de vil få et ønske om å mestre faget (Maher, 2009). PP kan på den måten bidra til å vekke elevenes naturlige interesse for matematikk.

I masteroppgaven til Tor Inge Vethe (2015) oppdaget han at PP aktiviteter kan føre til at elevene er mer spørrende og utforskende enn i tradisjonelle matematikktimer. Elevene funderte over egne spørsmål og prøvde gjerne og designe nye og bedre spørsmål til en oppgave. Dette gav elevene mulighet til å utforske sammenhengen mellom regneoperasjoner og oppgaveteksten.

1.2 Forskerens bakgrunn

Denne masteren har en kvalitativ tilnærming, og på bakgrunn av dette deler jeg informasjon om meg selv som forsker for å øke studiens validitet (Creswell & Creswell, 2018). Jeg har tidligere fullført en bachelorgrad i automatiseringsteknikk ved Høgskulen på Vestlandet, noe som viser min interesse for matematikk. For øyeblikket er jeg i mitt siste år av grunnskolelærerutdanningen 5-10, og som en del av denne utdanningen har jeg blant annet skrevet en FOU-oppgave om vurdering av læring innen matematikk.

Jeg har i flere praksiser og gjennom samtaler med kollegaer i skolen, fått innsikt i elevenes møte med brøkundervisning, og deres forståelse og mangel på forståelse av brøk. I tillegg har jeg funnet en god del forskning som bekrefter utfordringene med brøkundervisning og brøkforståelse hos både elever og studenter. Det er blitt vist at det finnes et potensiale i å bruke PP i brøkundervisning (Bondø, 2010). En annen årsak til at jeg valgte å undersøke PP innenfor brøk var en erfaring fra time hvor elevgruppen jeg underviste i hadde god kunnskap med å regne brøk i alle regnearter, men de klarte ikke å forklare når brøk var anvendelig i hverdagen ellers.
Som lærer ønsker jeg at elevene skal få en variert undervisning i matematikk for å fremme forståelse og læringsvilje best mulig. Jeg ønsker også at jeg skal med min undervisning få

muligheten til å få en oversikt over elevenes ferdigheter i matematikk. Dette sammen med samtalen med min professor gjorde at jeg ønsket å vurdere om PP som en undervisningsmetode kan være med å på å bidra til å fremme elevenes forståelse av brøk. Gjennom mine år som elev og student, og hva jeg har hørt fra kolleger rundt meg, er PP et nokså ukjent fenomen i Norge. Det kan dermed, med de andre grunnene nevnt ovenfor, være interessant å se om denne aktiviteten kan bidra til å øke forståelse av brøk hos elevene.

1.3 Formål og forskningsspørsmål

Selv om Norge foreløpig ikke har etablert et spesifikt begrep for PP, antyder den nye læreplanens vektlegging av problemløsning at PP allerede er implisitt til stede i undervisningsprinsippene. Behovet for ytterligere forskning av PP i norsk kontekst kommer av at PP er et kjent begrep internasjonalt. I Kina, for eksempel, brukes PP aktivt som en metode i utformingen av pensum (Cai & Jiang, 2016). Læreplanen i Norge tilpasses kontinuerlig for å møte samfunnets skiftende behov. Med innføringen av den nye læreplanen, legges det spesiell vekt på å utvikle elevers evne til problemløsning. Ved da å integrere PP i undervisningen kan man oppmuntre elever til utforskning og kritisk tenkning, noe som igjen kan øke elevenes engasjement og forståelse for matematikk.

Formålet med denne studien er å undersøke om PP kan benyttes som en aktivitet for å få et innblikk i forståelsen av brøk hos elevene, og om aktiviteten fremkaller forståelse av brøk hos elevene. I tillegg vil jeg analysere hvordan elever på 8.trinn arbeider med PP oppgaver relatert til brøk. Med bakgrunn i dette har jeg formulert to forskningsspørsmål:

> *«Hvordan kan problem posing bidra til å fremkalle elevenes forståelse av brøk?»*
>
> *«Hvordan arbeider norske 8.klasse elever med problem posing oppgaver relatert til brøk?»*

Ved å observere og analysere elevenes arbeidsmetoder, kan studien avdekke hvilke typer PP oppgaver elevene mestrer og hvilken forståelse de faktisk har om brøk. Jeg håper at resultatene fra studien vil kaste lys over PP og dets fortrinn for elever og lærere.

1.4 Studiens oppbygging

Studien består av seks kapitler. I dette første kapitlet forklarer jeg bakgrunnen om hvorfor emnet PP er interessant å forske på. Jeg viser til den nye læreplanen og hvordan PP kan knyttes opp mot denne. I det andre kapittelet presenterer jeg teori som oppleves relevant for studiet. Her viser jeg til forskning innen emnene PP, problemløsning, forståelse og brøk. Deretter viser jeg til tidligere forskning gjort på lærerstudenters og elevers evne til å designe problemer, etterfulgt av forskning på

PP og økt forståelse innen matematikk og brøk. I det tredje kapittelet redegjør jeg for studiens forskningsmetode, detaljer rundt forberedelsene, samt hvordan datainnsamlingen ble utført. Videre belyser jeg bruken av analyseverktøyet, før jeg evaluerer studiens reliabilitet og validitet. Avslutningsvis reflekterer jeg over de etiske valgene jeg har gjort i studien.

I det fjerde kapittelet presenterer jeg funnene fra datainnsamlingen, hvor jeg først undersøker og tolker oppgavene som elevene har designet i lys av analyseverktøyet. Deretter tar jeg for meg en analyse av intervjuene som er gjennomført, for å få en dypere innsikt i studien. I det femte kapittelet diskuterer jeg resultatene presentert i kapittel fire opp mot tidligere teori. I og med at denne masteroppgaven benytter en kvalitativ forskningsmetode, inkluderer jeg også mine refleksjoner og tolkninger. Videre vil jeg drøfte forskningsmetodene som er anvendt, og avslutningsvis belyse studiens begrensninger. I det siste kapittelet gir jeg en oppsummering av de sentrale funnene fra min forskning, og deler konklusjonene jeg har trukket basert på arbeidet. Til slutt presenterer jeg forslag til videre forskning.

2. Teori

I dette kapittelet vil jeg fremlegge den teoretiske rammen for studien, og presentere forskning som er relevant for problemstillingen. Innledningsvis introduseres PP, etterfulgt av en gjennomgang av brøkbegrepet og elevers vansker med brøkregning. Deretter viser jeg til rammeverket som skal brukes til å analysere det innsamlede datamaterialet. Til slutt presenteres tidligere forskning.

2.1 Matematisk problem og problem posing

Definisjonen av et matematisk problem varierer blant forskere (Schoenfeld, 1992). Det finnes flere svar, men ingen entydig definisjon. Derfor er det nødvendig å definere et matematisk problem i denne studien for å tydeliggjøre hvordan begrepet brukes her. En definisjon av et matematisk problem er: «... en oppgave hvor problemløseren ikke vet hvordan han skal komme videre i løsningsprosessen, og ingen kjent løsningsmetode kan brukes.» (Leer, 2009). Baumanns og Rott (2020) har definert et problem innenfor PP som «en hvilken som helst oppgave». Dette gjør de på bakgrunn av at et problem er subjektivt, og for noen elever vil en oppgave være et problem, mens for andre vil det kun være en gjennomgang av noe de visste fra før (Baumanns & Rott, 2020). Studien fokuserer på PP, og det er derfor passende å anvende Baumann og Rotts definisjon av et problem. Dette valget er begrunnet i at elevene oppfordres til selv å identifisere og definere hva de anser som et matematisk problem.

Det finnes flere definisjoner av begrepet PP. Stoyanova og Ellerton (1996) definerer PP på følgende måte: «the process by which, on the basis of mathematical experience, students construct personal interpretations of concrete situations and formulate them as meaningful mathematical problems. » Med andre ord, PP handler om hvordan man anvender sin matematiske kunnskap og erfaring til å tolke og omforme reelle situasjoner til matematiske problemstillinger.

Ifølge Silver (1994) kan PP beskrives som en prosess der man skaper og oppdager nye problemer i matematikken, eller reformulerer eksisterende problemer. Ved å oppmuntre elever til å formulere sine egne matematiske problemer gir man elevene sjansen til å delta aktivt i undervisningen, samtidig som man engasjerer dem direkte i undervisningsprosessen og i deres eget læringsforløp (Hartmann et al., 2021). Evnen til å formulere et problem krever at elevene forstår den matematiske situasjonen, identifiserer nødvendige data og ser sammenhengen mellom disse dataene (Christou et al., 2005). Da det kreves at elevene forstår den matematiske situasjonen, vil jeg gjennom PP ha muligheten til å vurdere elevenes forståelse gjennom deres evner til å designe problemer. Gjennom formuleringen og utformingen av ulike problemer kan læreren få innsikt i hvilken kunnskap elevene besitter innen matematikk (Spangler, 2011). Det er videre verdifullt for læreren å analysere problemene elevene designer, da dette gir mer innsikt enn ved å se på løsningen av vanlige matematikk oppgaver. Dette skyldes at vanlige oppgaver ofte kun krever forståelse av en algoritme for å løses (Spangler, 2011).

2.2 Sammenheng mellom problem posing og problemløsning

I boken «Mathematical problem posing» (Singer et al., 2015) påpeker de at PP har vært en integrert del av pensum i mange år. I kontrast til dette påpekes det også at PP er noe man i nyere tid har begynt å strebe etter (Singer et al., 2015). PP var anerkjent tidlig ettersom Einstein kommenterte: «to raise new questions, new possibilities, to regard old problems from a new angle, requires creative imagination and marks real advance in science» (Einstein & Infeld, 1938). Selv om det å lage problemer var kjent fra 1938 ble det ikke anerkjent innen matematikkundervisning før 1980 (Liljedahl & Cai, 2021).

Problemløsningsstrategier ble tidlig utviklet, og Polya presenterte hvordan man kan løse et problem, gjennom fire faser (2004). Hovedsakelig innebar dette at elevene skulle forstå problemet, utvikle en plan for å løse det, gjennomføre planen og til slutt evaluere den oppnådde løsningen.

I flere år har forskere sett på sammenhengen mellom PP og problemløsning og funnet klare relasjoner mellom dem (Cai, J. et al., 2013; Silver & Cai, 1996). PP har vist seg å øke elevenes forståelse av matematikk, da det å lage eller formulere nye problemer gir dem muligheten til å etablere en forbindelse med de ulike fasene i problemløsning (Davison & Pearce, 1988).

Gjennom PP kan elevene stimulere sin interesse og nysgjerrighet for matematiske emner, samtidig som de øker sin matematiske forståelse (Silver, 1994).

Cai og Hwang antyder at elever benytter seg av problemløsning når de skal designe egne problemer (2002). I design av egne problemer benytter elever seg av problemløsning blant annet ved å sjekke ulike regneoperasjoner før de kommer frem til et passelig problem. Elevene går altså frem og tilbake mellom PP og problemløsning (Cai & Hwang, 2002). Arikan og Ünal påpeker følgende:

«People who cannot understand a problem will not be able to find and use suitable strategies; moreover, they will not be able to explain what they are doing and why (relational understanding) and will ultimately lose the motivation to solve the problem.» (Arıkan & Ünal, 2015, s. 1405).

Man har funnet ut at prosessen av å arbeide med PP bidrar positivt til elevenes evner til problemløsning (Arıkan & Ünal, 2015). Gjennom PP ønsker elevene å lage nye problemer, noe som krever at de bruker kreativitet. Aktiviteten bidrar til at elevene ser logiske sammenhenger mellom operasjonene når de skal lage problemer. I tillegg til dette vil elevenes evner innen problemløsning bli mer effektive, da de lærer seg å vurdere om det finnes et svar til problemet de har designet (Arıkan & Ünal, 2015). PP handler om å forstå hvilke problemer man kan løse med informasjonen en har tilgjengelig (Ezzari, 2018). I tillegg er det blitt observert at PP aktiviteter har positiv påvirkning på elevers holdning til matematisk problem løsning (Silver, 1994).

Til tross for de mange positive egenskapene ved PP, mangler det retningslinjer i den norske læreplanen som tydelig indikerer betydningen av PP. I læreplanen, LK20, nevnes problemløsning flere ganger og problemløsning anerkjennes som et av kjerneelementene i norsk matematikkundervisning. Ettersom problemløsning er så sentralt, anser jeg det som viktig å belyse potensielle effekter av PP.

2.3 Instrumentell og relasjonell forståelse

Skemp (1976, sitert fra Nosrati og Wæge, 2019) har forsket på instrumentell og relasjonell forståelse. Han beskriver instrumentell forståelse ved å vise til et figurativt bilde, forklart under.

I en tenkt situasjon møter man en person på gata. Man spør vedkommende om instrukser for å komme seg til banken. Personen som spør, får klare instrukser på hvordan h*n skal komme seg fra et startpunkt til mål. Når det kommer et valg, har personen fått instrukser om hva som skal gjøres i hver eneste situasjon. «Gå ut døren og ta til venstre til du kommer til en dagligvarebutikk, der skal du ta til høyre opp mot kirken, før du igjen tar til høyre og kommer til banken». Dersom vedkommende bommer på en av disse veibeskrivelsene vil h*n ikke komme seg i mål.

Den relasjonelle forståelsen kan også beskrives ved bruk av et figurativt bilde. Den samme personen ønsker å komme seg til banken, men i denne situasjonen har h*n et kart over byen. Personen kan bruke kartet til å finne flere veier frem til banken, altså målet. Dersom en ikke kommer seg til banken ved første rute, kan man kikke på kartet og vurdere andre veier til mål (Skemp, 1976, sitert fra Nosrati og Wæge, 2019).

Basert på Mellin-Olsens (1975, sitert fra Herheim, 2023) arbeid innenfor instrumentell og relasjonell forståelse, har Herheim (2023), identifisert flere sentrale kjennetegn som skiller de to konseptene. Instrumentell forståelse i matematikk innebærer at elevene memorerer fakta og prosedyrer for å løse spesifikke problemer, uten å fokusere på detaljene i utførelsen av regneoperasjonene eller forståelsen av hvorfor disse operasjonene fungerer. Det omfatter også at elevene betrakter nye ideer som isolerte fakta, uavhengige av deres tidligere kunnskap, og uten forsøk på å finne mønstre eller sammenhenger med det de kan fra før. I tillegg aksepterer elevene forklaringer og informasjon uten å stille spørsmål. De aksepterer det de blir fortalt som fakta eller regler uten å forstå hvorfor det er slik (Herheim, 2023).

Relasjonell forståelse i matematikk omfatter en dypere forståelse for konseptene og prinsippene som ligger til grunn for matematiske ideer (Herheim, 2023). Det innebærer at elevene aktivt leter etter mønstre og underliggende elementer for å kunne beskrive hvordan matematiske operasjoner utføres, og hvorfor de fungerer som de gjør. I denne tilnærmingen kobler elevene det nye konseptet sammen med det de kan fra tidligere, slik at det passer inn i deres eksisterende tankemønster og forståelse av matematikk. Dette gjør at de får en mer helhetlig og sammenhengende forståelse av matematikk. Elevene lærer ikke bare nye ting isolert, men de lærer hvordan den nye kunnskapen passer sammen med det de allerede kan. Videre krever relasjonell forståelse at elevene har evnen til å formulere forklaringer på en fleksibel måte, slik at formuleringene kan tilpasses ulike situasjoner. I tillegg analyserer elevene forklaringene og kunnskapen nøye, for å være sikker på at den er logisk riktig (Herheim, 2023).

Den instrumentelle forståelsen har ofte vært den tradisjonelle i matematikkundervisningen (Herheim, 2023). Den handler om å lære seg et sett med formler og regler, veibeskrivelsen, for å komme frem til løsningen. Elevene oppnår kunnskap som gir dem en mulig vei til en løsning (Nosrati & Wæge, 2019). Relasjonell forståelse derimot er koblet opp mot en undersøkende undervisning og målet er å bygge opp en grunnforståelse hos elevene slik at de ser sammenheng mellom matematiske begreper (Nosrati & Wæge, 2019). Dette gir elevene grunnlag til å vite hvordan de skal løse et gitt problem, samt hvorfor det kan løses på denne måten (Nosrati & Wæge, 2019).

Nosrati og Wæge (2019) spør hvordan man kan fremme relasjonell forståelse. Et av svarene var å gi elevene en mulighet til å streve med matematiske ideer. Å streve med matematiske ideer kan være så enkelt som å gi dem et problem hvor de ikke ser en løsning umiddelbart (Nosrati & Wæge, 2019). I de senere årene har også viktigheten av kommunikasjon og det og kunne fremme sine tanker vært viktig for begrepsforståelsen. Carpenter, Franke og Levi skrev:

> «Students who learn to articulate and justify their own mathematical ideas, reason through their own and others' mathematical explanations, and provide a rationale for their answers develop a deep understanding that is critical to their future success in mathematics and related fields. » (Carpenter et al., 2003, s. 6)

Gjennom bruk av PP øker man elevenes evne til å argumentere og reflektere over matematikken (Cunningham, 2004). For å kunne designe et matematisk problem, er det nødvendig at elevene har en solid forståelse av ulike matematiske begreper, slik at de kan løse problemet basert på tilgjengelig informasjon (Christou et al., 2005). Stoyanova (2003) har vist at elever som arbeider med PP, utvikler en dypere matematisk forståelse ved å fokusere på selve forståelsen, snarere enn ved å bare finne frem til løsningen. Ved å la elevene deretter utforske de problemene de har designet, blir også deres egen matematiske kunnskap tydeliggjort for dem (Xie & Masingila, 2017).

2.4 Brøk

Det andre aspektet som undersøkes i denne studien er brøkregning. Brøk er for mange enklest kjent som et tall delt på et annet tall. Imidlertid er brøk et komplekst begrep med ulike betydninger avhengig av kontekst (Haugen & Morset, 2020). Selv om det ikke eksisterer en enkelt, universell matematisk definisjon av brøk (Neagoy, 2017), har Bondø (2010) analysert begrepet og uthevet tre sentrale definisjoner.

1. «En brøk består av tre elementer, teller, brøkstrek og nevner. Brøkstrek er det samme som deletegn. En brøk er en del av noe.
2. «Vi arbeider oss fram til en god forbindelse mellom begrepene divisjon og brøk. Brøken $\frac{3}{8}$ er svaret på divisjonen 3: 8. Generelt: En brøk $\frac{a}{b}$ er svaret på divisjonsoppgaven a: b»
3. «En brøk er et uttrykk som kan representere en operasjon eller et objekt. Eksempel: Uttrykket $\frac{24}{3}$ kan representere en operasjon, dvs. tjuefire dividert med tre, eller et objekt, nemlig brøken eller det rasjonale tallet tjuefire tredeler»

I følge Neagoy (2017) spiller brøk en betydelig rolle når det kommer til elevers forhold til og følelser rundt matematikk, og hun angir brøk som elevenes første utfordring i faget. Når forståelsen av matematikk uteblir, og det kun dreier seg om å memorere meningsløse fakta, kan det føre til at elevene utvikler en negativ holdning til faget. Dette kan ha påvirkning både videre i matematikktimene, men også i hverdagen. Forståelsen av brøk er essensiell i praktiske situasjoner, som for eksempel å følge matoppskrifter, beregne rabatter, sammenligne priser, konvertere måleenheter, lese kart med målestokk og gjøre økonomiske investeringer (Neagoy, 2017). Det er dermed viktig å finne metoder hvor elevene i større grad kan lære seg brøk, og det er nødvendig med gode metoder for å se hva elevene faktisk forstår av brøk.

2.4.1 Ulike aspekter ved brøk

Ifølge Bondø (2010) har brøk flere betydninger, og vi møter dem i ulike sammenhenger i hverdagen. Brøk kan tolkes og forstås på flere måter avhengig av konteksten, og dette kan betraktes som ulike aspekter (Haugen & Morset, 2020). Disse aspektene er blitt delt inn i fem ulike aspekt av Van de Walle, Karp og Bay-Williams (2015), som presenteres under.

Det første aspektet er brøk som «en del av en hel». Dette er ofte den måten man starter med å lære seg brøk. Elevene lærer at de for eksempel får en del av en pizza som er delt opp i et gitt antall like store deler. Tellerens funksjon er å fortelle hvor mange biter vi har, mens nevnerens funksjon er å fortelle hvor mange biter gjenstanden er delt opp i totalt. Dette er en aspektform som enkelt kan knyttes opp mot praktiske situasjoner i hverdagen.

Den andre aspektet er brøk som «måling». Dette handler om å finne mengden som er oppgitt i brøken. En god kvalitet med brøk er at det finnes uendelig mange brøker mellom flere tall, noe som øker nøyaktigheten i målingen. Når elevene jobber med brøk som måling lærer de å se sammenhengen mellom brøker og størrelsen mellom dem (Lamon, 2005).

Det tredje aspektet er brøk som «divisjon», som referer til når elevene lærer at streken mellom teller og nevner har samme funksjon som et deletegn. Brøken $\frac{a}{b}$ leses som a delt på b. Elevene må ha denne forståelsen, da den er essensiell når de skal konvertere brøker til desimaltall eller se sammenhengen mellom uekte brøk og blandet tall.

Aspekt fire er brøk som «operator». Dette handler om å se brøken som en operatør til et helt tall. Et eksempel kan være at $\frac{2}{4}$ av klassen på 20 elever skal starte på håndball. Da virker $\frac{2}{4}$ som operatør hvor man kan gange brøken med tallet, her 20, og finner ut hvor mange elever som skal starte. Det siste aspektet er «forholdstall». Dette er et aspekt som benyttes for å beskrive et blandingsforhold, for eksempel mellom vann og saft. Blandingsforholdet kan skrives som 3:1 (saft) og man må da vite at man skal ha 3 dl vann til 1 dl saft.

2.4.2 Utfordringer med brøk

Mange barn har store utfordringer med å tilegne seg brøkkunnskap (Siegler & Pyke, 2013). Selv om barn mottar grundig brøkundervisning fra starten av 3. eller 4. klasse, viste en nasjonal studie i USA at 50% av elevene i 8. klasse ikke klarer å korrekt oppføre tre brøker ($\frac{2}{7}, \frac{1}{12}, \frac{5}{9}$) i stigende rekkefølge (Fennell et al., 2014). De så at vanskene fortsatte på ungdomskolen og videregående, hvor en lik studie viste at mindre enn 30% av elever i 1.VGS klarte å oversette 0.29 til den korrekte brøken (Kloosterman, 2010). Andre studier har også vist at vanskeligheter med brøk tidlig i skoleløpet ofte fortsetter i senere år, noe som antyder et langvarig mønster av utfordringer med dette emnet. (Hecht & Vagi, 2010; Mazzocco & Devlin, 2008). Det å ikke mestre brøk vil kunne ha store konsekvenser senere i livet. Det hindrer tilegnelsen av mer avansert matematikk, og utelukker deltakelse i mange yrker (McCloskey, 2007).

Å mestre brøker krever mer enn bare prosedyremessig dyktighet, det krever også en dyp konseptuell forståelse av underliggende prinsipper (Siegler & Pyke, 2013). Konseptuell brøkkunnskap innebærer å ha en forståelse av brøkens natur og hva brøken representerer. Elevene må forstå at brøk utgjør et kontinuerlig tallområde som strekker seg fra negativt uendelig til positivt uendelig. De må forstå at det eksisterer et uendelig antall andre brøker mellom to gitte brøker. Videre må elevene innse at forholdet mellom teller og nevner ikke bare er en isolert tallverdi, men en avgjørende faktor som bestemmer brøkens størrelse. Brøkens størrelse øker med økende teller og avtar med økende nevner. Det er også viktig at elevene kan representere brøker som punkter på en tallinje (Siegler & Pyke, 2013).

Mange studier dokumenterer de varierte utfordringene og misforståelsene elever møter med brøk. I en studie av Stafylidou og Vosniadou (2004), ble det funnet at 37.5% av elever i 5. klasse feilaktig trodde at brøker var to separate uavhengige naturlige tall. Dette førte til den feilaktige oppfatningen blant elevene om at brøkens verdi økte når verdien av enten telleren eller nevneren økte, og at verdien av brøken ble redusert dersom verdien av telleren eller nevneren ble redusert. Biber et al. (2013) konkluderte med at flertallet av femteklassinger hadde misforståelser når de skulle utføre addisjon, subtraksjon og multiplikasjon av brøk. Disse misforståelsene inkluderte at elevene adderte teller og nevner separat, elevene forsøkte å utvide enten bare telleren eller nevneren, og de summerte koeffisienten med både telleren og nevneren. Det ble også observert misforståelser knyttet til multiplikasjon. En feil var at elevene kun multipliserte telleren, og lot nevneren være uendret. Den andre feilen var at elevene multipliserte telleren fra den første brøken med nevneren fra den andre brøken, og nevneren fra den første brøken med telleren fra den andre brøken. Karaagac og Kose (2015) observerte at elever på 7. trinn ikke hadde fullstendig forståelse av konseptet om at mengden representert av en brøk vil variere avhengig av den underliggende helheten. Men andre ord forsto de ikke at når nevneren endres, vil dette også endre verdien eller mengden brøken representerer. Dette indikerte en manglende persepsjon av brøk som del av en hel hos elevene.

I og med at mange elever har vansker med brøk, kan det gjøre at oppgavene de skal utføre i denne masteren er utfordrende. Likevel håper jeg at PP vil kunne få frem deres forståelse, og eventuelt mangel på forståelse innen emnet. Den tidligere forskningen over tydeliggjør viktigheten av å forbedre elevenes kunnskapsnivå i brøk, og PP er en metode som forhåpentligvis vil kunne bidra til å øke elevenes forståelse for dette.

2.5 Problem posing og brøk

Forskning gjort av Clarke, Roche og Mitchell (2008) legger frem viktigheten av å forstå brøkens betydning og ikke fokusere på de fire regneartene, som lærere har for vane å gjøre når de skal lære elevene brøk. PP har vist seg å føre til at elever utvikler kreative tilnærminger og dybdeforståelse i matematikk (Silver, 1994). Når elevene selv må formulere problemer som involverer brøk, må de tenke grundig på konseptene og hvordan de kan brukes i ulike sammenhenger. Dette bedrer deres konseptforståelse (Aksoy & Yazlik 2017). Det er også vist at det å plassere brøk i reelle eller meningsfulle sammenhenger kan hjelpe elever med å forstå og bruke brøk bedre (Kocaoglu, 2010, sitert fra Aksoy & Yazlik, 2017). Dette kan være problem som omhandler deling av matvarer, målinger i hverdagen eller økonomiske situasjoner (Neagoy, 2017). PP gir mulighet for å analysere og identifisere feil i sine egne problem (Toluk-Uçar, 2009). PP vil også kunne gi lærere en bedre forståelse for hvilke feil elevene gjør, og hvilke misforståelser de har når de regner med brøk (Spangler, 2011). På den måten kan de i større grad forbedre undervisningsmateriellet sitt, og legge opp undervisningen slik at en kan adressere feil og misforståelsene på best mulig måte.

En nylig studie (Martinez & Blanco, 2021) viste at elever har utfordringer når de skal lage oppgaver i PP med brøk. En av grunnene til dette er at PP brukes i for liten grad i matematikk undervisningen, og elevene ikke har fått muligheten til å tilegne seg konseptuell forståelse av fundamental matematikk (Silver et al., 1996). Det er sett at når elever arbeider med PP og brøk lager de som regel problemer med del av hel (Martinez & Blanco, 2021). Dette skyldes sannsynlig at det er dette de lærer først i undervisningen, og dermed kan best. Elever bruker også mye sirkulære grafiske presentasjoner, pizza, kaker, sirkulær graf til å forstå og regne brøk (Martinez & Blanco, 2021). Denne studien konkluderer med at PP bør introduseres i matematikkundervisningen for å øke elevers konseptuelle forståelse og dermed øke elevers kompetanse i brøk (Martinez & Blanco, 2021).

Et problem i PP ble tidligere definert som: En hvilken som helst oppgave (Baumanns & Rott, 2020). I denne masteroppgaven justeres fokuset spesifikt mot brøk da elevene skal arbeide med oppgaver som direkte involverer brøkdeler. Definisjonen modifiseres dermed til: En hvilken som helst oppgave som omhandler brøk (bruker brøk e.l.) Det betyr at for at en oppgave skal betraktes som et adekvat problem innenfor rammene av denne masteren, kreves det at elevene integrerer brøkregning i utforming av problemene, eller at problemene konstrueres på en måte som krever anvendelse av brøk for å finne en løsning.

2.6 Teoretiske rammeverk

For å utforske problemstillingen var det nødvendig å bruke klare rammeverk, både når det kom til oppgavelaging og analysering av problemene elevene designet.

2.6.1 Rammeverk fra Christou

Basert på tidligere kategoriseringer har Christou et al. (2005) utviklet et rammeverk for å undersøke de ulike tankeprosessene elevene går gjennom når de designer problemer i PP. De fire tankeprosessene de kom frem til er:

Editing quantitative informasjon som defineres ved at elevene har frie tøyler og skal designe et problem ut fra informasjon eller tekst.

Selecting quantitative informasjon som involverer oppgaver der svaret er gitt. Hensikten med å ha et gitt svar er å begrense alternativene når elevene skal formulere problemet. Dette gjør selecting oppgaver til en mer kompleks oppgave enn editing. Elevene må vurdere den strukturelle sammenhengen og konteksten i den tildelte informasjonen, og designe et problem som er tilpasset svaret.

Comprehending quantitative informasjon handler om oppgaver der elever skal lage problemer fra et matematisk regnestykke. Disse oppgavene krever at elevene forstår kunnskapen bak regneoperasjonen.

Translating quantitative informasjon er oppgaver der elevene skal designe problemer ut fra et bilde, en tabell eller en graf. Denne typen oppgave krever at elevene har forståelse for forskjellige typer representasjoner i matematikk og at de klarer å se de matematiske sammenhengene.

Hartmann et al. (2022) poengterer viktigheten av å benytte seg av disse fire tankeprosessene, da de setter grenser for hva som kan gjøres. I forbindelse med min problemstilling trengte jeg et rammeverk som støtter utforming av oppgaver i PP.

Gjennom Christou et al. (2005) sitt arbeid fant jeg fire distinkte kategorier som lot meg skape varierte oppgaver innenfor klare rammer.

2.6.2 Rammeverk fra Cankoy og Ozders

I løpet av de to siste tiårene har forskere oppdaget flere positive effekter av PP, blant annet forståelsen elevene får for matematikk (Cankoy, 2014). Silver og Cai (1996) utviklet et rammeverk for å analysere problemer formulert av elever i arbeid med PP. Dette rammeverket vurderer problemer basert på matematisk løselighet (mulighet for løsning), lingvistisk klarhet (tydelighet og grammatisk korrekthet i språkbruk) og kompleksitet, (antall regneoperasjoner nødvendig for løsning). På samme måte som Silver og Cai (1996) har Cankoy (2014) valgt å klassifisere problemene elevene designer. Cankoy (2014) bruker matematisk løselighet som Silver og Cai (1996), men han har også benyttet to nye kategorier, rimelighet og matematisk struktur. Om et problem er løselig eller ikke blir definert ved å undersøke om den tilgjengelige informasjonen gir deg nok data til å løse problemet (Cankoy, 2014). Rimeligheten ble introdusert som en ny kvalitetssjekk ettersom løselighet alene ikke nødvendigvis indikerer problemets kvalitet. Ved å undersøke rimeligheten av problemene finner vi ut om elevene designer problemer som er nyttige å forstå i hverdagen (Cankoy, 2014).

Senere designet Cankoy sammen med Ozder (2017) et eget rammeverk for å analysere problemene som ble designet i en PP aktivitet. I dette rammeverket analyserte de hvert problem gjennom fem dimensjoner. Løselig eller ikke løselig, rimelig eller urimelig, matematisk struktur, kontekst (rutineproblemer eller ikke rutine) og språket (forståelig eller ikke forståelig, og om språket følger grammatiske regler eller ikke). Et problem er løselig dersom informasjonen man har fått tildelt gir deg mulighet til å løse problemet, og blir betraktet som uløselig om ikke. Et designet problem regnes som rimelig dersom innholdet i problemet kan knyttes opp mot en hverdagslig situasjon. Den matematiske strukturen blir behandlet ut fra hvor man møter vansker når man skal designe et problem. Ved designutfordringer i begynnelsen anvendes en «start unknown model», mens utfordringer knyttet til en ukjent resultatdel kategoriseres som en «result unknown model» (Cankoy og Ozder, 2017). Et problem klassifiseres som rutinemessig hvis det gjenspeiler typene problemer læreren ofte bruker eller som finnes i lærebøker. Hvis problemet ikke treffer noen av punktene til å defineres som et rutineproblem, kategoriseres det som et ikke rutine problem. Språket blir kategorisert ut fra om teksten i problemet er tydelig, om språket som brukes er forståelig og om det er tydelig hva man skal gjøre. Språket sjekkes også for grammatikk, hvor det undersøkes i tegnsetting og om det er hele setninger.

2.7 Tidligere forskning

Det er per nå begrenset med forskning på PP i Norge, med størstedelen av studiene utført i utlandet. Her har forskere funnet en effekt på økt kunnskap og forståelse innen matematikk, og de har dermed fokusert på å sentralisere problemløsing og PP i matematikken (Xie & Masingila, 2017). Problemløsing har imidlertid et større fokus, og mange studier har sett en sammenheng mellom PP og problemløsning (Cai J. et al., 2013; Silver & Cai, 1996). Silver (2013) mener at vi må fortsette å undersøke sammenhengen mellom PP og problemløsning. Problemløsning har en viktig rolle i den norske undervisningen, og da PP har en tydelig relasjon til problemløsning, kan det være verdt å vurdere om PP bør få mer oppmerksomhet og fokus rettet mot seg.

Mesteparten av tidligere forskning av PP og brøk som var interessant for min studie omhandlet lærerstudenter, og dermed omhandler de tre neste eksemplene i hovedsak denne type forskning.

2.7.1 Lærerstudenters evner til å designe problemer og hvordan de arbeidet med problem posing og problemløsning

I 2017, gjennomførte Xie og Masingila et forskningsprosjekt angående sammenhengen mellom PP og problemløsning. Forsøket ble gjennomført av ti siste års lærerstudenter som deltok i matematikkurs angående problemløsning. Studentene skulle først løse et par oppgaver, deretter skulle de designe nye problemer, og til slutt skulle de løse de problemene de selv hadde designet. Forskerne la til rette for at de skulle løse fem oppgaver, tre semi-strukturerte og to strukturerte.

For å vurdere problemene benyttet de seg av fire kategorier og innen hver kategori fikk problemet gitt poengsum fra 1-3. Den første kategorien de brukte ble kalt «Category of the Posed problem» og skulle vurdere om problemet var matematisk løselig. Den andre kategorien ble kalt «Understanding of Problem Posing (PP) and Problem Posing Strategy (PPS)», og handlet om å undersøke hvilken grad elevene forstod PP og PPS. Den tredje kategorien ble kalt «Creativity of the Posed problem», hvor de undersøkte om problemet lærerne designet var et nytt problem, eller om problemet delte likheter med tidligere problemer de hadde håndtert. Den siste kategorien ble kalt «Complexity of Posed problem», hvor de vurderte kompleksiteten i problemet ved å utforske hvor mange regneoperasjoner som skulle til for å løse det.

Resultatene viste at av 106 lagde problemer var 67% løselige og kun 10% ble definert som ikke matematiske problem. Hele 57% av problemene falt innen kategorien full forståelse, mens 10% av problemene viste til dårlig forståelse av PP og PPS. Forskerne mente at PP og PPS og kategorien det produserte problemet havnet i, hadde en positiv sammenheng. De forklarte denne sammenhengen ved at et det vises forståelse dersom problemet som er blitt laget er løselig, og de så at dersom problemet krevde høy forståelse for å lages, så var problemet som regel løselig.

Studien resulterte i tre hovedtemaer om forholdet mellom PP og problemløsning. For det første hjalp PP studentene med å løse den opprinnelige oppgaven. De oppnådde dette ved å skape flere «enklere» problemer som kollektivt bidro til løsningen av den større oppgaven.

Problemløsning var en integrert del av PP fasen. Studentene fullførte først oppgavene og kom frem til et svar. Deretter brukte de denne innsikten til å designe nye problemer. En student uttrykte det slik: "It makes it easier to come up with a problem if you know what you are trying to find." (Xie & Masingila, 2017, s. 109)

Når elevene vekslet mellom PP og problemløsning, ble deres forståelse for emnet tydeligere. Elevene måtte bruke tidligere kunnskap for å klare å lage et problem.

Forskerne så også at studentene opplevde vansker med å stille spørsmål. Under intervjuene utvekslet studentene ideer effektivt. Men når det kom til å formulere disse ideene som spørsmål til oppgaven, klarte de fleste kun å nedfelle ett enkelt spørsmål. Studentene sa selv at det var enkelt å komme på ideer, men vanskelig å skrive ned et konkret spørsmål. Med dette indikerte forskerne at studentene ikke hadde nok trening i å stille egne spørsmål, og designe egne problem. Studentene i denne studien viste en preferanse for brøkaspektet «del av en hel». Forskerne kom frem til denne konklusjonen ved å observere hvordan studentene delte brøkene for deretter å skape problemer relevant for dagliglivet.

Forskning gjennomført av Crespo (2003) og English (1998) viste at elever kan opparbeide seg en bedre forståelse for PP, dersom de får arbeide med PP i flere situasjoner. Den samme forskingen fant også at elever gjør det bedre i PP oppgaver som har bilde og tekst, kontra oppgaver som kun bruker symboler.

2.7.2 Elevers evne til å lage et problem med brøk

I 2021 ble det forsket på elevers kunnskap angående forskjellige meninger av brøk. Dette ble gjort av forskerne Martinez og Blanco (2021). Forskningen tok for seg 50 europeiske 6. klassinger som akkurat hadde fullført emnet brøk. Forskerne deltok i timer og ba elevene om å designe problemer til noen av de gitte oppgavene. Dette ble gjort ved flere anledninger og påvirket antall problemer som ble designet grunnet tilgjengelighet. Det ble lagd ti forskjellige oppgaver som elevene skulle designe problem til. I hver oppgave hadde forskerne en forventning om hvilke typer problem som skulle designes ut fra informasjon elevene fikk. Etter innsamling kategoriserte de problemene i tre forskjellige kategorier; godt oppfunnet (når problemet gir mening og kan bli løst ved matematisk tilnærming), feil design (når problemet ikke gir mening eller ikke kan gjennomføres) og ikke designet. Ut fra godt oppfunnet kom ble det designet to underkategorier; løst korrekt og ikke løst. Dette ble gjort av forskerne for å sjekke om elevene hadde kunnskapen til å regne ut løsningen.

Resultatene viste at 46,2% av 420 var «godt oppfunnet» og av disse klarte 68,5 % å løse egne problem. 49,2% av problemene var av typen «feil oppfunnet» og de resterende 5,5 % var svar der det ikke hadde blitt designet et problem. Forskerne påpeker at gjennom alle aktivitetene er det en stor andel av elevene som klarer å gjennomføre problemet de selv har designet (Martinez & Blanco, 2021). Dette kan bistå i tanken om at gode problem designere også er gode problem løsere.

Når det gjelder hvilke typer oppgaver som er mest hjelpsomme for elevene, var det to som utmerket seg med en suksessrate på 67% for godt utformede problemer. Disse var den åpne oppgaven som oppfordret til å lage et problem som involverer brøk, og oppgaven som brukte et bilde av en pizza. Elevene støtte på vanskeligheter med den operasjonelle oppgaven som krevde å lage et problem tilsvarende $\frac{3}{4}$ $minus\,\frac{2}{3}$, og også med oppgaven som involverte utforming av et problem relatert til en numerisk linje.

I tillegg til å undersøke hvor gode problemene var har også forskerne undersøkt hvilken type mening brøken har i elevenes problem. De fire kategoriene er brøk som del-hel, del-mengde, divisjon av to tall og måleenhet. Forskningen viser at dersom elevene ikke får noen hint om hvilken kategori de skal designe problemet i, velger 80% å lage problemer som faller under kategorien del-hel eller del-mengde. Bildereferansene som forventer at en bruker del-hel, del-mengde har også vist seg å være behjelpelige da rundt 80% av problemene hadde et godt design.

Konklusjonen av denne forskningen var at rundt 50% av elever i 6.klasse mestrer PP. Elevene har vansker med å forstå brøk og har vansker med selve konseptet. Rundt 70% av elevene som designet et problem klarte å løse dette problemet. Dette støtter flere positive teorier angående effekten PP har på problemløsning (Martinez & Blanco, 2021). Elevene foretrekker brøkproblemer som omhandler del-hel eller del-mengde. De andre typene av brøkproblemer er sjeldent observert, noe som underbygger andre studiers konklusjoner om at undervisning i brøk bør begynne med del-hel eller del-mengde konseptene. Forskerne kommer med to klare forslag. Skoler bør implementere PP i undervisningen, særlig innen brøkopplæring, da dette viser seg å forbedre elevenes matematiske forståelse (Martinez & Blanco, 2021). Martinez og Blanco foreslår følgende:

> "to overcome pupil's difficulties on fractions, this work suggests that it is necessary to introduce more helpful images, graphics, tasks and resources in the pupils' instruction, in order to they get a better understanding of those fraction meanings that present more difficulties (Martinez & Blanco, 2021, s. 10)

Her viser de først til at elever har vansker innenfor brøk. De foreslår at dersom man skal forbedre denne utfordringen, må elevene få flere bilder, grafer og oppgaver der elevene kan være med å bestemme, for eksempel lage et problem. Dette skal kunne bidra til økt forståelse for elevene angående brøk.

2.7.3 Problem posing og økt forståelse av brøk

Toluk-Ucar (2009) undersøkte effekten PP har på forståelsen til lærerstudenter når det gjelder brøk. I denne studien ble 95 studenter delt opp i en vanlig (kontroll) gruppe og en eksperimenterende (eksperimentell) gruppe. Den eksperimenterende gruppen undersøkte meningen med problem innen matematikk, med fokus på forståelse av brøk.

Det var særlig vansker når studentene skulle designe egne problem innen brøk. Kontroll gruppen øvde seg på å planlegge undervisning, og målet var å bli best mulig til å undervise brøk.

Forskerne samlet inn data ved å ha en test før og en test etter en undervisningsperiode på 14 uker. Testen besto av brøkoppgaver, og spørsmål om hvor god kunnskap studentene selv mente de hadde innen brøk. Brøktesten ble designet slik at den først undersøkte hvordan studentene regnet selve brøkoppgavene, før det ble gitt oppgaver som krevde at studenten viste sin forståelse for brøk. Forskerne benyttet seg av en selvtillitstest for å undersøke om PP forandret studentenes syn på det å forstå matematikk.

Resultatet viste at begge gruppene klarte å lære seg alle regneartene for å regne med brøk, etter en 14 ukers periode. Den største forskjellen mellom gruppene var studentenes evne til å beskrive et problem ved hjelp av tekst som passet til brøken. Ved den første testen skrev rundt halvparten av studentene at de ikke har kunnskapen til å knytte multiplikasjon og divisjon av brøk til hverdagen. Studentene har altså vansker med å knytte brøk til hverdagssituasjoner, og har kun fokus på regnemåtene for å komme seg fram til et svar. Innen det å designe et tekstproblem knyttet til multiplikasjon og divisjon, i brøk, gikk den eksperimentelle gruppen opp henholdsvis, 14-84 % og 10-88 % før og etter 14 ukers arbeid. Kontroll gruppen økte fra 16-27% i multiplikasjon og 0-2% i divisjon.

På den første selvtillitstesten svarte 76 av 95 studenter (36 fra den vanlige og 40 fra den eksperimentelle gruppen) at de følte de forstod brøk og at kunnskapen var god nok til å undervise barneskoleelever. Elleve av studentene beskrev at de var usikre (seks fra den vanlige og fem fra den eksperimentelle). En av disse studentene kommenterte at h*n har kunnskap om reglene, men at h*n ikke klarer å forklare dem. På selvtillitstesten etter 14 uker forandret 42 av 76 studentene som mente de forstod brøk svaret sitt (40 av dem var fra den eksperimentelle gruppen) til at de var mer usikre, eller at de ikke forsto brøk like godt. En av studentene skrev «I thought I knew fractions. But in this course, I learned knowing how to calculate is not enough for teaching children» (Toluk-Uçar, 2009, s. 173).

Forskerne konkluderte med at PP positivt påvirker studenters oppfatninger om brøk og deres generelle forståelse av matematikk. Mange av studentene kunne de matematiske prosedyrene for å regne med brøk, men manglet forståelsen for hvorfor utregningen fungerte slik den gjør. Gjennom PP fikk studentene forståelse for hvordan brøk kunne knyttes til hverdagslige situasjoner. PP fikk også vist flere av misforståelsene hos studentene innen brøk, og gjorde det mulig å rette opp disse misforståelsene. Toluk-Ucar (2009) mente at denne studien beviste at PP bidrar til å gi elevene mer forståelse.

3. Metode

Studiens problemstilling handler om å undersøke om PP kan fremkalle elevenes forståelse av brøk, samt undersøke hvordan elevene arbeider med PP. I dette delkapittelet vil jeg gi en grundig beskrivelse for valget av metode for datainnsamlingen, og deretter vil jeg presentere de ulike innsamlingsmetodene som er blitt anvendt for å skaffe data. Jeg vil videre forklare mitt valg av informanter, forklare gjennomføringen av innsamlingen og beskrive verktøyene som benyttes for analysen av datamaterialet. Avslutningsvis vil jeg redegjøre for studiens kvalitet gjennom validitet, reliabilitet og etiske overveielser.

3.1 Vitenskapelig paradigme

For å kunne besvare forskningsspørsmålene på en grundig måte har studien en interpretivistisk tilnærming. Interpretivister ser verden som sosialt konstruert, og gjennom erfaring, skaper en og tolker en realiteten i ens eget sinn, og utvikler subjektive meninger (Creswell & Creswell, 2023). Meningene er formet gjennom interaksjon med andre, og gjennom historiske og kulturelle normer som opererer i individets liv (Creswell & Creswell, 2023).

Den interpretivistiske tilnærmingen til forskning avhenger av kvalitative metoder, som tilfører en dyp forståelse av spesifikke kontekster (Creswell & Creswell, 2023). En ønsker å observere menneskelig atferd, og prosessen i interaksjoner mellom individer, gjennom metoder som kan fange opplevelsen av det som blir undersøkt. Dette kan en gjøre med kasusstudier og videre med forskningsmetoder som analyse av ustrukturerte intervju, observasjoner, tekst og bilder, og lyd og video opptak (Balsvik, 2017). Spørsmålene må være åpne slik at deltakerne kan konstruere en egen mening av situasjonen som undersøkes, oftest gjennom diskusjon eller interaksjon med andre mennesker (Creswell & Creswell, 2023).

Forskerens hensikt er å få en forståelse av eller tolke meningene andre har om verden (Creswell & Creswell, 2023). For å forstå konteksten eller settingen deltakerne befinner seg i er forskeren til stede og samler informasjon personlig (Crotty, 1998). Forskeren tolker sine funn basert på ens egne erfaringer og bakgrunn, og anerkjenner at ens egen bakgrunn former ens oppfatning av situasjonen (Creswell & Creswell, 2023).

I forhold til min problemstilling tillot en interpretivistisk tilnærming meg å undersøke i dybden om hvordan elevene både arbeider og viser forståelse av brøk gjennom PP. Denne tilnærmingen lot meg være fysisk til stede under aktiviteten slik at jeg kunne samle supplerende informasjon om hvordan elevene arbeider og hvordan vi oppfatter at elevene får vist sin forståelse.

3.2 Valg av forskningsmetode /Forskningsdesign

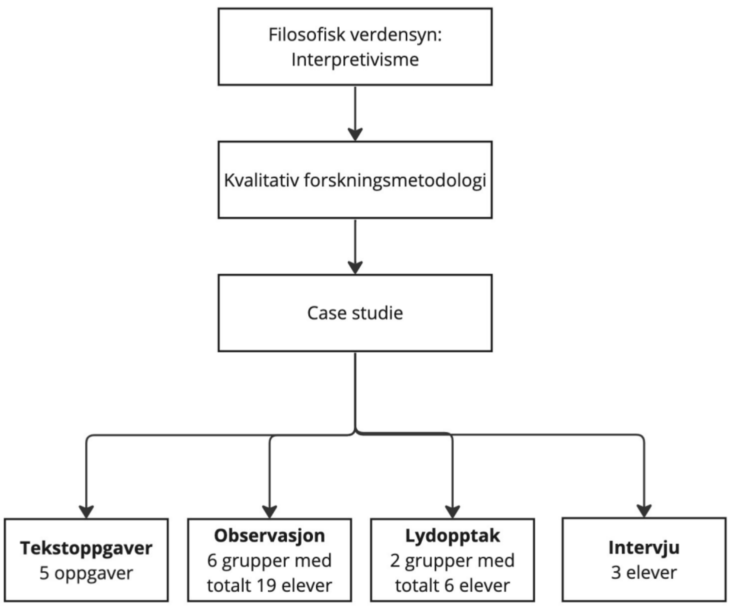
Det finnes tre typer forskningsmetodologier, kvalitativ, kvantitativ og mixed-methods avhengig av hvilket forskningsparadigme en bruker (Creswell & Creswell, 2023). Kvantitativ forskning kjennetegnes ved at de innsamlede dataene er tallfestet, kjent som "harde data" (Larsen, 2017). Spørsmålene som brukes i denne tilnærmingen er forhåndsdefinerte, noe som gir muligheten til å stille de samme spørsmålene til mange ulike personer. Dette gir en større bredde i forskningen. Forskere behøver ikke å personlig besøke deltakerne som deltar i studien, noe som opprettholder anonymiteten til deltakerne og øker sannsynligheten for ærlige svar (Larsen, 2017).

I kontrast til kvantitativ metode, legger den kvalitative tilnærmingen ofte vekt på menneskers erfaringer og deres persepsjoner av et bestemt fenomen (Sønsteby, 2016). Den kvalitative tilnærmingen åpner også døren for å utforske sosiale fenomener (Thagaard, 2018) og metodene som brukes involverer vanligvis ustrukturerte intervjuer og deltakende observasjoner (Grimen, 2007).

Mixed-methods referer til en forskningsmetode som kombinerer både kvantitative og kvalitative datakilder, som beskrevet av Clark og Creswell (2017). Hensikten med å bruke begge forskningsmetodene er å oppnå en mer omfattende og grundig innsikt i forskningsproblemet (Clark & Creswell, 2017)

Jeg har valgt å anvende en kvalitativ forskningsmetodologi for å sikre et solid datagrunnlag, som kan utforske problemstillingene på best mulig måte. Blant de ulike kvalitative forskningsmetodene har jeg besluttet at kasusstudie er den metoden som gir den mest hensiktsmessige tilnærmingen for å utforske mine forskningsspørsmål. Ved å bruke metoden kasusstudie tar en sikte på å oppnå en dypere forståelse av et bestemt emne eller prosess ved å utføre grundig forskning på et spesifikt objekt, enten det er en person, en gruppe eller en hendelse (Creswell, 2014). Kjernen i en kasusstudie er de rammene som omgir den, og forskeren samler informasjon fra ulike kilder over en bestemt tidsperiode (Creswell, 2014). For å få et bredere spekter av perspektiver og muligheten til en dypere analyse av dataene, blir dataene samlet inn ved hjelp av flere forskjellige innsamlingsmetoder (Creswell & Poth, 2018). I forhold til forskningsspørsmålene vil en kasusstudie la meg grundig undersøke prosessen hvor elevene arbeider med PP og brøkoppgaver, og dermed forskning rettet mot mine forskningsspørsmål. Tilnærmingen til en kasusstudie muliggjør flere måter å samle inn data på. Det åpner opp for et dypere og mer bredt innblikk i hvordan elevene arbeider og om forståelsen til elevene fremkalles.

Denne studien undersøkte en bestemt matteklasse på 8. trinn, ved en ungdomsskole på Vestlandet i Norge. Dataene ble samlet inn i løpet av en uke våren 2022. Det ble brukt observasjon, intervju, lydopptak og innsamlede oppgaver. Klassen besto av 19 elever, som ble delt opp i seks grupper. Disse gruppene arbeidet med fem PP oppgaver som var laget på forhånd. For å få en forståelse av elevenes interaksjon og diskusjon med hverandre under aktiviteten ble det brukt lydopptaker hos to av gruppene, i tillegg til at alle gruppene ble observert. Basert på observasjoner, lydopptak og diskusjon i etterkant ble tre elever valgt ut til intervju. De tre elevene ble valgt på bakgrunn av ulike interesser og kunnskapsnivå i matematikk.



Figur 1: Flytskjema av forskningsmetode, forskningsdesign og innsamlingsmetoder

3.3 Observasjon

Ifølge Postholm (2010) kan kvalitative observasjoner benyttes når forskeren har fokuset på handlinger som foregår i sine naturlige kontekster, eksempelvis i et klasserom. Det er en god kvalitativ metode for å samle inn data på en alternativ måte, da man får et objektivt innblikk i det som faktisk skjer i klasserommet (Larsen, 2017; Thagaard, 2013). En observatør vil ha med seg forkunnskaper og informasjon, som vil være med på å påvirke hvordan situasjoner som oppstår, tolkes i etterkant (Larsen, 2017). Dette er naturlig da en leter etter en mening i observasjonene en gjør, og «observasjon handler derfor om at vi finner ut hva som er meningen med de menneskelige handlingene vi observerer» (Løkken & Søbstab, 2013).

I denne masteren ble det benyttet feltobservasjon, hvor en oppsøker mennesker i deres vanlige miljø (Larsen, 2017). Feltobservasjonen ble gjennomført i klasserommet til elevene, og observasjonen ble til en viss grad deltakende. Ved «passiv» deltakende observasjon, er det viktigste å observere hva elevene sier og gjør (Larsen, 2017). Jeg stilte spørsmål underveis, for å få en forståelse for hva elevene tenkte i øyeblikket, samt for å få en klarhet dersom noe var uklart. Dette gav forskeren innblikk i hvordan elevene tenkte når de arbeidet med PP oppgavene, noe som gjorde arbeidet med å tolke resultatene av problemene de hadde laget i etterkant mer forståelig. Jeg benyttet meg av observasjon da jeg mener at det å lytte til samtaler elever har når de arbeider med PP kan bidra til å gi meg en dypere innsikt i deres forståelse og hvordan de arbeider med PP og brøk. Den deltagende observasjonen gav også informasjon som kunne benyttes under informantintervju etterpå samt informasjon om hvilke elever det kunne være interessant å intervjue.

I tillegg til å være passiv deltakende, var observasjonen semistrukturert. En semistrukturert observasjon er en type observasjon hvor en har spesielle temaer en ønsker å observere, men en er fleksibel og noterer ned det som er av interesse (Larsen, 2017). En kvalitativ metode har ofte en problemstilling som kan variere underveis i forskningen, og dermed ble det å ha semistrukturert observasjon vektlagt for å få bredere informasjon. På den måten, var det fremdeles mulig å benytte seg av observasjonene, selv om problemstillingen forandret seg (Larsen, 2017).

3.4 Intervju

Innenfor kvalitativ forskning benyttes det intervju når forskeren søker informantens meninger, erfaringer og følelser (Larsen, 2017). En viktig del av problemstillingen i denne masteren var å undersøke hvordan elevene arbeidet med PP i brøk, og hvilken forståelse elevene viser gjennom PP aktivitet. Intervju er dermed en god metode for å få frem erfaringer og tanker rundt det å designe egne problemer, samt hvordan elevene tenkte da de prøvde å løse dem. Det ble benyttet feltintervju, et intervju der forskeren reiser til skolen. Dette gjør det både lettere for informantene å delta, og intervjuet utføres i trygge rammer (Befring, 2015). For å kunne gå gjennom informasjonen gjentatte ganger i etterkant, ble det benyttet lydopptaker under intervjuet. Det ble også notert ned stikkord.

Det ble videre anvendt en semi-strukturert intervjutype, hvor de fleste spørsmålene var laget på forhånd, men hvor det også var mulig å stille oppfølgingsspørsmål. Denne intervjutypen brukes dersom man ønsker å undersøke mer i dybden, hvor man føler det er nødvendig (Larsen, 2017). For å ha en viss struktur i intervjuene, ble det designet en intervjuguide, se figur 2, med ferdig formulerte spørsmål og mulige oppfølgingsspørsmål. Guiden er fleksibel og ble brukt som et hjelpemiddel for å være sikker på at informantene fikk tilsvarende spørsmål. På denne måten ble det mulig å sammenligne svarene til informantene (Larsen, 2017). Intervjuguiden ble designet før innsamling og gjennomførelse av oppgavesettet, da denne skulle sendes inn til Sikt 1 måned før datainnsamlingen. Etter gjennomført innsamling av oppgavesett og observasjonsark, ble det lagt til spørsmål som ble relevante for undersøkelsen.

For å se på forskningsspørsmålene ble det særlig lagt vekt på elevenes opplevelse av å arbeide med PP, hva var utfordrende, og om de kunne tenke seg og hatt mer av PP i matematikkundervisningen videre.

1. Hvordan trives du i matematikkundervisningen?
    a. Hvorfor?

2. Kjenner du til problem posing / Oppgavedesign?

3. Hvordan opplevde du å arbeide med problem posing?
    a. Hva var det som gjorde at du likte det?
    b. Hva gjorde at du ikke likte det?

4. Har du designet egne problemer i matematikkundervisningen før?
    a. Hvordan opplevde du det?
    b. Hvilke vansker opplevde du, og hva var det som gjorde det vanskelig?
        i. Var det på grunn av tematikken, undervisning, manglende erfaring?
    c. Hvordan tenkte du når du lagde oppgaver?
        i. Hvorfor tenkte du slik?

5. Hva tenker du om å designe problemer til brøk?
    a. Vil det være enklere med andre temaer, hvilke og hvorfor?

6. Var det noen av oppgavene som var vanskelige?
    a. Hva gjorde dem vanskelige, hva gjorde dem enkle?

7. Kunne du tenke deg å jobbe mer med å designe egne problemer i matematikkundervisningen
    a. Hvorfor kan du tenke å jobber mer/mindre med problem posing?
    b. Hvordan ville du arbeidet med problem posing neste gang?

8. Opplevde du mestring?
    a. Hvorfor opplevde du mestring? Hvor opplevde du mestring?

Figur 2: Intervjuguide

3.5 Lydopptak

Lydopptak og transkripsjon er en av hoved metodene for innsamling av data i en kvalitativ forskningsstudie (Tracy, 2019). Lydopptak sikrer reliabilitet og validitet i forskningen, ved at det gir en nøyaktig gjengivelse av deltakernes ord (Seale & Silverman, 1997). Ved hjelp av lydopptakene kan man lytte til samtaler elevene har hatt flere ganger og fange opp elevenes forståelse og hvordan de arbeider med PP og brøk. Det kan være verdifullt og gir dataen dybde. Det har dog også vist at selve lydopptakeren i seg selv kan påvirke de som blir tatt opptak av, og dermed også dataen som samles inn (Nordstrom, 2015).

For å kunne samle inn mer informasjon om hvordan elevene arbeidet med PP oppgavene fikk to, av totalt seks grupper, egen lydopptaker. Målet med å bruke lydopptakere var for å få med seg diskusjonen blant elevene for å kunne fange opp hvordan de snakket om oppgavene, hvordan de løste oppgavene og hva som gjorde at det ble vanskelig. Det kunne ha hjulpet forskningen, dersom flere grupper hadde benyttet seg av lydopptaker, da man gjennom flere lydopptakere hadde fått med flere detaljer.

3.6 Valg av oppgaver

For å kunne undersøke hvordan elever arbeider med PP brøk og i hvilken grad denne type aktivitet kan vise elevenes forståelse av brøk, ble det utviklet forskjellige typer PP oppgaver. Da jeg skulle starte å designe PP oppgaver, manglet jeg kunnskap om hvordan oppgavene skulle utformes, og jeg hadde behov for et tydelig rammeverk til å veilede meg. Christou et al. (2005) har fra tidligere designet fire forskjellige prosesser av PP oppgaver; comprehending, editing, translating og selecting. I deres rammeverk var det tydelig hvordan de ulike oppgavene skulle utformes og det var et tydelig skille mellom oppgavene. Rammeverket fungerte også til dels som et analyseverktøy. Det tilrettela for innsikt i elevenes tilnærming til ulike typer oppgaver relatert til brøkregning, samtidig som det kunne avdekke eventuelle variasjoner i oppgavenes kompleksitet. Dette gjorde det mulig å differensiere mellom elevenes forståelsesnivåer på en mer nyansert måte.

Totalt ble det utviklet fem oppgaver basert på Christou et al. (2005) sitt rammeverk i PP. Det ble i utgangspunktet utformet åtte oppgaver, med to oppgaver knyttet til hver av de fire kategoriene. Ved å ha to oppgaver i hver kategori, ville elevene hatt flere muligheter til å besvare samme type oppgave, som ville ha gitt studien høyere troverdighet og validitet (Larsen, 2017). Imidlertid, etter at oppgaveheftet ble testet av lærerkollegier, ble det konstatert at åtte oppgaver ville resultere i en for stor arbeidsbelastning for elevene. Det ble også konkludert med at elevene ikke ville ha tilstrekkelig med tid til å fullføre alle oppgavene. Oppgavene ble av den grunn kuttet ned til en oppgave per kategori, og det ble lagt til en femte oppgave som baserte seg på brøk og multiplikasjon. Beslutningen om å legge til denne oppgaven ble basert på at elever ofte har vanskeligheter med oppgaver som krever forståelse av multiplikasjon med brøk (Karlsen, 2017).

De fem PP oppgavene er semi-strukturerte, noe som betyr at elevene ble veiledet mot å formulere problemer som lignet på det angitte problemet, eller formulerte problemer som er basert på et gitt bilde (Christou et al., 2005). Oppgavene ble formulert på forskjellige måter slik at elevene i størst mulig grad kunne forstå hvordan de skulle lage et problem som samsvarte med den spesifikke oppgaven. Nedenfor vil hver av de fem oppgavene beskrives.

I oppgave 1 fikk elevene en *comprehending oppgave*. I denne oppgaven skulle elevene designe et problem til et spesifikt regnestykke, hvor løsningen krevde at man benyttet seg av det gitte regnestykket.

Lag en oppgave der regnestykket $\frac{1}{6}+\frac{2}{3}$ *blir brukt for å løse oppgaven.*

Målet med oppgaven var å se om elevene klarte å gjenkjenne regnestykket og designe et problem som passet. Oppgaven hadde ulik nevner for å utfordre elevenes kunnskap om brøk. Addisjon med fellesnevner ville vært en enkel oppgave å koble opp mot for eksempel pizza.

Oppgave 2 kategoriseres som en *editing oppgave*. Elevene ble i denne oppgaven presentert med en oppgavetekst basert på en situasjon som var gjenkjennelig for dem.

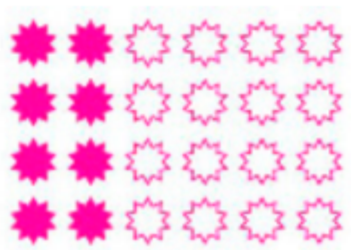
På Sia skole finnes det 100 elever fordelt på tre klassetrinn. Hvert trinn har tre klasser. I 8a er det 5 gutter og 15 jenter. Tre av guttene spiller håndball, mens de to andre driver med trampett. Av jentene spiller fem håndball, fem fotball og fem driver med trampett.

Ut fra informasjonen over, lag to oppgaver til teksten som benytter seg av brøk.

Elevene fikk i oppdrag å lage to oppgaver som benyttet seg av brøk, de hadde ellers frie tøyler. Oppgaven spør etter to oppgaver for å stimulere til, og for å gi elevene mulighet til å vise sin forståelse innenfor brøk. Måten oppgave 2 ble skrevet på gjorde at jeg trodde at flere av elevgruppene ville skrive hvor mange i klassen er gutter eller jenter. For å utfordre forståelsen deres trodde jeg at å gjøre en oppgave b kunne få dem til å designe forskjellige problemer. Oppgaven var viktig for å kunne vise om elevene valgte å gjøre det så enkelt som mulig, og om de valgte å bruke samme type problem i begge oppgavene, eller om de utfordret seg selv og løste oppgaven på en mer komplisert måte.

Oppgave 3 er en *translating oppgave*, hvor elevene fikk utdelt et bilde.

Ut fra dette bilde, design en oppgave der brøk benyttes.



Målet var å undersøke om elevene klarte å koble et gitt bilde opp mot brøk. Videre var målet å se hvordan elevene valgte å designe problemet og hvilke operasjoner de måtte ha kunnskap om, for å komme frem til et problem.

Oppgave 4 kategoriseres også som en *comprehending oppgave*, hvor elevene skulle lage en oppgave basert på et regnestykke de ble presentert for, denne gang med multiplikasjon.

Lag en oppgave relatert til brøk som passer til regnestykket $\frac{1}{2} * \frac{1}{3}$.

Denne oppgaven ble benyttet for å teste elevenes kunnskap til multiplikasjon og brøk, og for å se om elevene klarte å vise sin forståelse innenfor dette temaet ved hjelp av PP.

Multiplikasjon defineres som gjentatt addisjon (Fishbein et al., 1985). Imidlertid innenfor brøk har man ikke mulighet til å benytte gjentatt addisjon, dersom begge oppgavene er brøk og ikke et helt tall. Dette kan være med å på å gjøre oppgaven utfordrende for elevene, da brøk ikke bruker gjentatt addisjon i alle sammenhenger.

Oppgave 5 er en *selecting oppgave*. I denne oppgaven skulle elevene designe en oppgave som ville føre til en spesifikk løsning.

Lag en oppgave som benytter seg av brøk der svaret blir $1\frac{1}{2}$.

Målet med oppgaven var blant annet å undersøke elevenes kunnskap om bruken av blandet brøk. For å få mer variasjon i brøkemnene valgte jeg en oppgave med blandet brøk og en brøk som kan knyttes opp mot hverdagen. Da en og en halv brukes i ulike situasjoner i hverdagen, mente jeg at denne oppgaven ville gi elevene muligheten til å kommunisere rundt oppgaven, og vise forståelse for brøk.

3.7 Valg av informanter

Da jeg skulle velge informanter, var det viktig for meg at informantene hadde vært gjennom brøk i undervisningen. Problemstillingen handler om PP kan gi en forståelse av elevenes kunnskap innenfor brøk, samt undersøke hvordan 8.klasse elever arbeider med PP i brøk. Brøk er dermed en viktig faktor, og var med på å avgrense innsamlingen av data. Ifølge læreplanen starter elever med brøk i 5. klasse, og de avslutter med brøk i 8. klasse (Utdanningsdirektoratet, 2020). Brøkkunnskapen i 8.klasse skal være på et høyere nivå enn i de tidligere årene, og elevenes evner til å arbeide med et nytt tema, PP, ville i mindre grad bli påvirket av manglende kunnskap om brøk. Ut fra denne informasjonen ble det vurdert at informantgruppen burde være elever fra 8. klasse.

Ifølge Larsen (2017) er det vanskelig for forskeren å få informanter til å delta i kvalitativ forskning. På grunnlag av dette ble det sendt ut en e-post til en kontaktlærer som jeg har kjennskap til, og vet underviser matematikk i 8. klasse. Læreren fikk forespørsel om et fysisk møte, for å øke sannsynligheten for deltakelse. I tillegg fikk læreren litt informasjon om masteroppgaven, og hvordan man skulle samle inn informasjon. Elevenes evne til å samarbeide var viktig for datainnsamlingen, da det var ønskelig å undersøke hvordan de arbeidet. På grunnlag av dette fikk læreren en forespørsel om å dele elevene inn i grupper, da h*n hadde mer kunnskap om sine elever.

Informantene ble delt inn i seks grupper, der gruppene varierte fra tre til fire elever for å bedre tilrettelegge for kommunikasjon mellom elevene. På denne måten var det enklere både ved observasjon og på lydopptak å høre hva elevene tenkte når de utførte og diskuterte en oppgave, samt hvor det eventuelt oppsto mangel på forståelse. Det var en ekstra gruppe hvor elevene ikke ønsket å være med i forskningen.

Informantene som ble tatt ut til intervju var elever innad i disse seks elevgruppene, og tre elever ble intervjuet. Målet var å finne ut hva elevene tenkte om det å arbeide med PP og brøk, hvordan de kom frem til problemer, hvordan de løste problemene, egne erfaringer som ble gjort og om de kunne tenke seg mer PP som en del av undervisningen i matematikk. Intervjuet ble dermed brukt for å få en dypere forståelse for elevenes tanker og erfaringer etter å ha jobbet med PP.

Kvalitativ metode gir forskeren muligheten til å velge ut informanter som man mener vil belyse problemstillingen ytterligere (Larsen, 2017). Informantene i denne studien ble valgt på bakgrunn av interessante kommentarer underveis i PP utførelsen, og på bakgrunn av deres design av problem og løsningsmetoder. I klassen var det 19 elever som deltok i forskningsprosjektet. Ut fra disse valgte jeg å ta ut tre elever som ble intervjuet om hvordan de arbeidet med PP oppgavene. Årsaken til å velge tre intervjuobjekter var for å få mer informasjon til studien, samtidig som at det ikke var for mange intervjuer som måtte analyseres. Ved å benytte tre elever fikk jeg også muligheten til å velge forskjellige egenskaper og erfaringer elevene besitter ut fra observasjonen jeg gjorde under oppgave arbeidet.

Den første informanten var Andrea. Hun ble valgt på grunnlag av hennes fokus og engasjement under arbeidet. I gruppen hennes ble pizza nevnt under flere av brøkoppgavene og selv med fokus gjennom oppgavene hadde elevene vansker når de skulle designe problemer.

Den andre informanten var Pia. Det var interessant for meg å intervjue henne da hun var deltakende i en gruppe der samarbeidet var godt. Elevene benyttet seg av hverandres kvaliteter og diskuterte frem og tilbake om hvordan de kunne omformulere problemene. Gruppen hadde også et ønske om å lage utfordrende problemer til resten av klassen. Dette gav gode muligheter til å undersøke kommunikasjon, samt til å få innblikk i elevenes forståelse da gruppen snakket åpent om hva de fikk til og ikke.

Den tredje informanten var Thomas. Gjennom observasjon skilte ikke Thomas seg ut, men var en rolig elev som arbeidet målrettet. I etterkant forklarte han imidlertid at PP var spennende og at man måtte være kreativ når man skulle designe problemer. Dette gjorde ham til en interessant informant da tidligere forskning påpeker av PP bidrar til økt kreativitet og mer dybdelæring.

3.8 Gjennomføring

I disse delkapitlene går jeg gjennom de forskjellige innsamlingsmetodene for å tydeliggjøre hvordan jeg har samlet inn data.

3.8.1 Gjennomføring av intervju

Det ble valgt informanter fra ulike grupper, slik at en fikk informasjon om hvordan de ulike gruppene hadde tenkt, og hvilke erfaringer de hadde gjort seg. Intervjuene ble gjort individuelt, da det kan være vanskeligere for en elev å være ærlig dersom flere medelever lytter.

Intervjuene av de tre informantene ble utført noen dager etter PP aktiviteten, slik at elevene hadde arbeidsøkten friskt i minnet. For å skjerme elevene fra forstyrrelser ble intervjuene gjennomført i et grupperom slik at medelever ikke fikk innsyn og ikke kunne forstyrre dem. Hvert intervju varte rundt 10 minutter og ble gjennomført etter hverandre. To av intervjuene ble tatt opp på lydopptak, hvor det ble notert stikkord, mens det tredje intervjuet ble kun skrevet ned. Dette var fordi den ene informanten ikke hadde samtykket til lydopptak. Notatene til dette intervjuet ble gjennomgått rett etter at intervjuet var gjennomført, for å sikre at dataen var riktig.

3.8.2 Gjennomføring av lydopptak

Før datainnsamlingen var det viktig å teste lydopptakerne og hvordan de ble påvirket av miljøet rundt. Da lydopptakerne ble testet, kom det inn forstyrrende lyder som gjorde at det ble vanskelig å tolke den informasjonen som ble sagt. Det var to lydopptakere tilgjengelig og det ble dermed to grupper som brukte disse, mens de andre gruppene ble observert. For å minimere støy, ble de to gruppene som brukte lydopptaker plassert i egne grupperom. Dette ville ikke frarøve dem følelsen av å være i sitt naturlige miljø, altså klasserommet, da de vanligvis får lov å jobbe i disse rommene. I tillegg var læreren med å bestemme hvilke grupper som skulle ha lydopptak, basert på lærerens kjennskap til elevene. Grimen (2007) påpeker viktigheten av å velge riktig sted for innsamling av data. Elevenes posisjonering ble dermed viktig. De skulle ikke bli forstyrret av andre grupper, samtidig som at de skulle være så tett på de andre gruppene slik at observatøren fikk med seg nyttig informasjon.

Lydopptak gruppe 1 ble satt inn i et grupperom som var i kontakt med klasserommet. Dette gjorde det mulig å observere dem, samtidig som man fikk tydelig lydkvalitet på lydopptaket. Lydopptak gruppe 2 fikk tildelt et grupperom rett utenfor klasserommet, der det var mulig å gå inn og observere. Da begge gruppene benyttet lydopptaker kunne man gjennom lydfilen undersøke hva de snakket om og hvordan de arbeidet med oppgavene. Dermed ble det viktigere for observatøren å holde seg i klasserommet og få inn informasjon fra de resterende gruppene som deltok i forskningen.

Dataen som ble samlet inn har blitt kodet og anonymisert og etter ferdigstilling av dataen har dette blitt makulert og slettet.

3.8.3 Gjennomføring av oppgavene

PP er et ukjent begrep for mange elever. Derfor valgte jeg å repetere definisjonen av PP før elevene skulle i gang med oppgavene. Selv om elevene forsto hva PP er, betydde ikke det at de forsto opplegget de skulle gjennom. Det ble vist en PowerPoint med eksempler på hvordan tidligere elever hadde designet problemer i PP. Dette var en mulighet for å hjelpe dem i gang, og til å vise elevene at det ikke fantes begrensninger når de skulle lage problemer. Det at elevene fikk sett eksempler på hvordan en kan jobbe med PP i forkant, kan ha påvirket utfallet av studien, og gjort at elevene ble begrenset til liknende oppgaver som ble vist.

Før elevene fikk utdelt oppgaveheftet, ble de fortalt at de måtte huske å se gjennom hele heftet før de startet. De ble også fortalt at de burde prøve å løse sine egne problemer, og at de burde prøve å utfordre seg selv med kompliserte problemer. PP og problemløsning henger tett sammen, og det var dermed ønskelig at elevene prøvde å løse problemene de designet. Elevene ble delt inn i de forhåndsbestemte gruppene, og ble plassert på ulike steder i klasserommet. Lydopptak-gruppene ble sendt til sine respektive grupperom og elevene fikk beskjed om å fokusere på oppgavene. Lærere som var i klasserommet snakket med elevene og lyttet til diskusjonene. Lærerne hadde fått instruksjoner om å ikke gi elevene tips, men at de skulle bidra til at elevene fokuserte.

Elevene fikk 60 minutter til å gjennomføre oppgavesettet. Denne tiden ble bestemt etter at lærerkollegier tidligere hadde gjennomgått oppgavene og vi ble enige om at 60 minutter var nok. På denne tiden skulle elevene ha god tid til å klare å løse de fem oppgavene som ble gitt. Elevene ble påmint gjentatte ganger at de burde prøve å lage så kompliserte problemer som mulig.

3.9 Bearbeiding av data

Etter at all dataen var samlet inn satt jeg igjen med tre intervjuer, to lydopptak, seks oppgavehefter og et observasjonsark.

Jeg transkriberte lydopptakene fra to elevgrupper og to av intervjuene. For å transkribere lydopptakene og intervjuene måtte jeg ta noen valg i forhold til hvordan jeg skulle transkribere. Kvale og Brinkmann (2015) påpeker at det ikke finnes en korrekt metode for transkribering, men at det er viktig å presisere tydelig hvordan forskeren har transkribert. Det første jeg fokuserte på var det etiske med lydopptakene. For å få et system valgte jeg først å kode alle elevene slik at anonymiteten deres ble ivaretatt. I denne kodingen fikk elevene nye navn. Gjennom bruk av dekknavn som Andrea og Bjarne istedenfor, «elev A, elev B» opplevde jeg at det ble enklere å lese gjennom transkriberingen, samt holde orden på hvilken elev det var snakk om. Transkriberingen ble skrevet så direkte av lydopptaket som mulig, hvor pauser og «ehh» har blitt omgjort til: «…». For å gi leseren en bedre opplevelse når man leser gjennom, har jeg valgt å skrive på bokmål. Dersom det er informasjon som blir gitt uten en tydelig samtale har jeg valgt å skrive dette ned som en egen setning i transkriberingen. Et eksempel på dette vises i figur 3 under, hvor elevgruppen begynner å tulle og vurderer om de skal skru av lydopptakeren. Dette er informasjon som er viktig da vi ser at gruppen blir påvirket av teknologien de har fått med seg. Klokkeslett blir nevnt til tider, slik at det ble enklere å gjennomgå lydopptakene i etterkant. I tillegg ble det mulig å undersøke hvor lang tid gruppene hadde igjen på de forskjellige oppgavene.

Andrea: … så skal vi lage tekstoppgave liksom?

Chris: Tror det

Bjarne: Hva?

Andrea: Okey, hva skal det være?

Bjarne: …

Andrea: Okey … Kari og Berit skal spise pizza, Berit skal spise pizza.

Chris: Berit er grådig, tar all pizzaen selv.

Det blir tullprat, snakker om å skru av opptakeren, Andrea sier at de ikke skal gjøre det.

Andrea: Okey så, Kari spiser 1/6 av en pizza og Berit spiser 2/3 av en annen pizza, hvor mye pizza spiser de til sammen?

Chris: Ja, den er fin.

Figur 3: Utdrag fra transkribering

Det ble skrevet to transkriberinger, ett på 26 sider og ett på 16 sider. Det tok omtrent fem timer å transkribere hvert av dokumentene.

Intervjuene ble skrevet inn i intervjuguiden. For å best mulig kunne hente informasjon, benyttet jeg meg av lydopptaker på to elever da den tredje eleven ikke ønsket at intervjuet skulle bli tatt opp. Intervjuene gav meg innspill i hvordan de forskjellige gruppene hadde arbeidet, og hvilken forståelse og erfaring de satt igjen med etterpå. Informasjonen ble skrevet ned ved hjelp av tekstbehandlingsprogrammet Word, under og rett etter intervjuet for å ha svarene friskt i minnet. Når jeg bearbeidet intervjuene, var det viktig å kategorisere tankene de tre elevene hadde, både hvordan de hadde arbeidet med oppgavene, erfaringen og hvilken forståelse de viste gjennom intervjuet. Intervjuene med lydopptak ble hørt gjennom flere ganger, og det ble notert ned hva som ble sagt. Jeg valgte og transkribere intervjuene med lydopptak, slik at jeg hadde informasjonen med meg videre i studien.

De seks oppgavearkene ble samlet inn, og problemene elevene designet ble kategorisert. Hvert av problemene ble kategorisert i løselighet, rimelighet, rutine, språk, aspekt av brøk og hvilken forståelse elevene viste gjennom problem designet sitt. Kategoriseringen samt tanker rundt hvorfor problemet endte opp i en kategori, ble skrevet ned i bok for å passe på at jeg hadde lik tilnærming og vurdering av alle problemene. For å effektivisere skrivingen videre har de seks gruppene fått tildelt kodenavn hvor gruppe en er G_1, gruppe to er G_2, gruppe tre er G_3, gruppe fire er G_4, gruppe fem er G_5 og gruppe seks er G_6.

Observasjonsarket ble benyttet som en supplementær informasjonskilde og det var ikke nødvendig å bearbeide arket etter økten. Ved gjennomgang av de andre innsamlingsmetodene, benyttet jeg meg av observasjonsarket for å vurdere om observasjoner jeg hadde gjort meg var relevant og suplementerende for de andre metodene.

3.10 Verktøy for data analyse

PP oppgavene ble analysert basert på seks dimensjoner, hvor fire er fra rammeverket til Cankoy og Ozder (2017), en fra Van de Walle et al. (2015) og den siste er instrumentell og relasjonell forståelse. De fire første dimensjonene er løselighet, rimelighet, kontekst og språk. Når det kommer til løselighet, var jeg interessert i å utforske om problemene elevene designet er løselige eller ikke. Med løselighet mener jeg om informasjonen elevene gir, er nok til å kunne løse oppgaven med matematisk kunnskap. Den andre dimensjonen er rimelighet. Selv om et problem kan være løselig, betyr ikke dette at løsningen av oppgaven kunne blitt brukt i hverdagen. Denne dimensjonen vil gi meg innsikt i hvorvidt elevene klarer å relatere matematikk opp mot situasjoner som de møter i hverdagen sin. Det vil også vise om elevene er i stand til å koble den eksisterende kunnskapen de har i matematikk til praktiske hverdagssammenhenger. Den tredje dimensjonen er kontekst. Denne benyttes for å sjekke om elevene klarer å designe egne problem, eller om de lager såkalte rutineoppgaver som de ser i matteboken og ofte vet fremgangsmåten på. Ved god forståelse vil elevene kunne designe andre problemer, gjerne problemer hvor man må gjøre flere utregninger for å løse problemet. I dimensjon fire undersøker en språket elevene bruker når de designer et problem. Denne dimensjonen benyttes for å se om elevene klarer å ordlegge seg korrekt i forhold til oppgaven, og om de klarer å formulere et godt og fullstendig problem. Hvilket språk elevene bruker og hvilke problem de designer forteller mye om forståelsen de har for emnet.

I tillegg bruker jeg en femte dimensjon basert på Van de Walle et al. (2015), fem brøkaspekt. Disse er del av en hel, brøk som måling, brøk som divisjon, brøk som operator og forholdstall. Ved å vurdere hvilket brøkaspekt elevene bruker for å designe et problem, har jeg muligheten til å undersøke forståelsen elevene har til brøk. Ved god forståelse av brøk, vil elevene klare å benytte seg av flere brøkaspekt. Dersom elevene bruker det samme aspektet, kan dette være en indikasjon på manglende forståelse av brøk.

Disse dimensjonene åpner for en dypere undersøkelse av elevers forståelse av brøk. Dette gir innsikt i hvordan elever anvender brøker i hverdagskontekster og hvilke aspekter de vektlegger i problemformuleringen. Forståelse brukes dermed som den sjette dimensjonen. For å undersøke elevenes forståelse har jeg valgt å benytte meg av teori som påpeker egenskaper rundt instrumentell og relasjonell forståelse. Ut fra dette valgte jeg å vurdere hvordan elevene har designet problemer, samt hvordan de har regnet dem ut. Dette støttes av Christou et al. (2005) som påpeker at for å designe et problem må elevene ha en solid forståelse. Gjennom dette kunne jeg analysere forståelsen deres og elevene fikk se hvilken forståelse og kunnskap de besitter om brøk. Ved å benytte meg av Herheim (2023) sin forsking kunne jeg også tolke om elevene hadde en forståelse av hva de gjorde, eller om de hadde pugget regnereglene og akseptert at slik er det.

Lydopptak og observasjon benyttes som supplementære innsamlingsmetoder for å tilføre mer dybde til analysen av problemene elevene designer. Interpretivisme og kasusstudie vektlegger viktigheten av at forskeren skal være til stede og få med seg hva som skjer i klasserommet. Dette gjøres for å få mest mulig informasjon. Ved å bruke lydopptak fikk jeg muligheten til å gjennomgå samtaler elevene hadde når de designet problemer, flere ganger. Gjennom bruken av observasjon, åpnet det opp for å lytte til samtaler og observere hvordan elevene arbeidet med de forskjellige oppgavene. Begge innsamlingsmetodene tilfører mer dybde til analyseringen av problemene, og gir en bedre forståelse av elevenes tankegang og hvordan de arbeidet med PP oppgavene.

For å samle informasjon fra intervjuene kategoriserte jeg svarene opp mot forskningsspørsmålene mine. Det ble designet en intervjuguide, slik at analyseringen av intervjuene ville ha et likt utgangspunkt. Ved tre intervjuer med samme ramme, er det mulig å sammenligne svarene til de forskjellige informantene opp mot hverandre. For å sikre at elevene svarte tydelig nok, ble det benyttet oppfølgingsspørsmål ved behov.

3.11 Reliabilitet og validitet

I en kvalitativ studie handler validitet om relevansen eller gyldigheten dataene har for problemstillingen (Larsen, 2017). Forskeren sjekker nøyaktigheten av funnene sine ved å bruke visse prosedyrer (Creswell & Creswell, 2018). For å styrke validiteten kan forskeren bruke forskjellige innsamlingsmetoder og perspektiver for å bekrefte de funnene og temaene som oppdages (Creswell & Creswell, 2018). I denne studien ble det samlet data fra oppgaveark, observasjon, intervju og lydopptak, som sammen gav de samme funnene og styrket opp om konklusjonen i studien.

En annen måte å øke validiteten på en i kvalitativ studie er å bruke "member checking". Dette kan en gjøre ved å ha oppfølgingsintervju av deltagerne i studien, hvor de får muligheten til å kommentere på funnene som ble gjort (Creswell & Creswell, 2018). I denne studien ble det utført oppfølgingsintervju og bidrar til god validitet. Intervjueren kan stille oppfølgingsspørsmål dersom man føler at svaret ikke er utdypende nok, eller man merker at intervjuobjektet nevner andre viktige emner som kan tolkes i problemstillingen. En fleksibel prosess i innsamlingen av data kan bidra til å danne et solid grunnlag for å trekke beslutninger (Larsen, 2017). Validiteten kan også økes med å bruke andre forskere eller eksperter til å vurdere og stille spørsmål om studien for å sikre at resultatene og beskrivelsene er forståelige og meningsfulle for andre enn den som utførte studien. I denne studien har jeg fått tett oppfølging av min hovedveileder og min biveileder til å vurdere både beskrivelser, funn og tolkninger. Denne studien vil være farget av meg som forsker og hvordan jeg tolker mine funn. Både forskerens kultur, kjønn, historie og sosioøkonomiske status spiller inn på hvordan forskeren tolker funnene sine (Creswell & Creswell, 2018). Min bakgrunn er forklart detaljert i innledningen av studien.

Kvalitativ reliabilitet indikerer at forskerens tilnærming er konsistent blant ulike forskere og i ulike prosjekter (Creswell & Creswell, 2018). Forskeren må dokumentere prosessen av kasusstudien, dokumentere så mange trinn av prosessen som mulig samt dobbeltsjekke transkripsjoner for å sjekke at de ikke inneholder åpenbare feil eller mangler. En må også passe på at det ikke skjer en endring i definisjonen av problemet underveis (Creswell & Creswell, 2018). I denne studien er det blitt samlet inn data gjennom oppgaveark, observasjoner, lydopptak og intervjuer, og prosessen er blitt nøye dokumentert. Jeg har selv sjekket data for mangler og åpenbare feil, samt fått min veileder til å gå nøye gjennom dette. I følge Creswell og Creswell (2018) er det viktig for en som forsker alene å få andre til å dobbeltsjekke dokumentasjonen av forskningsprosessen.

3.12 Etiske betraktninger

I en kvalitativ tilnærmingsmetode er vi ofte i kontakt med menneskene vi har som informanter. I den grad er det viktig å ta vare på informantene våre og vurdere de etiske handlingene vi gjør. Det viktigste for meg var å ivareta mine informanter. Informantene som deltok er blitt holdt anonyme, og det er ikke mulig å finne ut hvem de er gjennom å lese oppgaven eller lese transkriberingen (Hammersley & Traianou, 2012). For å ivareta anonymiteten til elevene har det blitt dannet pseudonymnavn for å hindre at andre finner ut hvem de er. Før vi satte i gang med forskningen informerte vi informantene om hvilke rettigheter de hadde, og hva forskningen skal brukes til. Informantene fikk utdelt et samtykkeskjema, da alle var under 18 år. Elevenes foreldre fikk informasjon om prosjektet, forskerne og hva forskningen skulle brukes til fra samtykkeskjemaet. Hvor mye informasjon elevene fikk ble også en etisk vurdering, da for mye informasjon kan forandre atferden og elevenes måte å løse oppgavene på. Problemstillingen min fokuserer på om PP kan fremkalle elevenes kunnskap, samt undersøke hvordan 8.klasse elever arbeider med PP. Dersom elevene visste hva jeg søkte etter, kunne dette ha påvirket resultatet. En annen viktig faktor for meg var at elevene skulle føle seg trygge og jeg valgte derfor å besøke klassen for å vise hvem jeg var og hvilke planer jeg hadde på utføringsdagen.

I datainnsamlingen var det behov for å bruke lydopptak. Ved bruk av lydopptak kan man transkribere samtaler elevene hadde seg imellom og vurdere hvilken forståelse elevene hadde under de forskjellige oppgavene. Jeg sendte inn søknad til SIKT (NSD, Norsk senter for Forskningsdata) for tillatelse til å bruke lydopptak med informasjon om prosjektet, utførelse og mål med studien.

4. Resultater

I dette delkapittelet presenterer jeg resultatene mine. Først går jeg gjennom hver av de fem oppgavene som elevene fikk utdelt på oppgaveskjemaet. Jeg vil kategorisere hver oppgave ved hjelp av kategoriseringsverktøyet som ble gjennomgått i metoden. Til slutt vil jeg vise til resultatene fra de tre intervjuene.

4.1 Resultat fra oppgaver

I denne delen presenterer jeg resultatene fra de fem oppgavene elevene har utført. Målet er å vise hvordan elevene har designet problemer ut fra kategoriseringsverktøyet nevnt i 3.10. De seks gruppene med totalt 19 elever er blitt kodet som vist i metoden.

4.1.1 Resultat fra oppgave 1

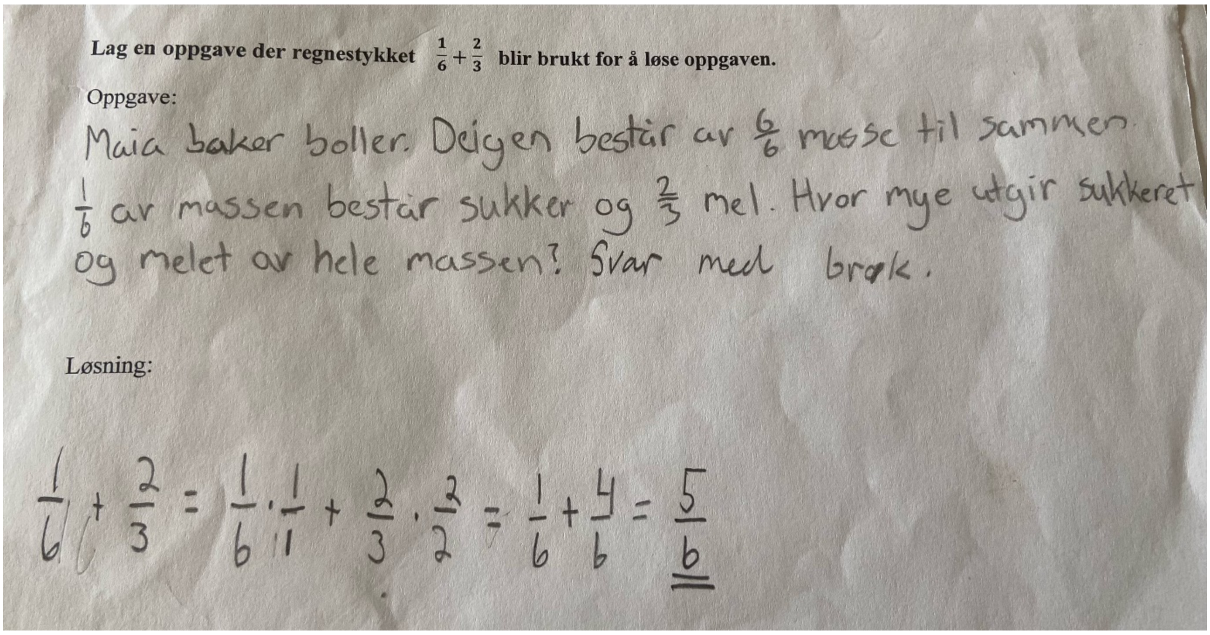
Oppgave 1 er en comprehending oppgave hvor elevene ble bedt om å lage et problem til regnestykket $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$. Denne typen oppgave krever at elevene har innsikt i hvordan en regneoperasjon med addisjon og brøk utføres. Foruten G_5, noterte gruppene et problem som kategoriseres som løselig med informasjonen de oppgir. G_5 designet et problem hvor man utvider brøken, men gjennom problemdesignet rotet de seg bort og utvidelsen av brøkene blir feil i forhold til regnestykket.

Når det gjelder rimelighet har alle gruppene, utenom G_6, designet problemer som kan benyttes i hverdagen, og kan dermed kategoriseres som rimelige. Fellesnevneren for tre av gruppene (G_1, G_2 og G_4) er at brøkstykket de bruker kobles opp mot mat. G_3 valgte en tilnærming hvor man skal spare penger til golfutstyr. Her sparer man en del av den totale summen hver uke, og det blir koblet opp mot en sparingssituasjon i hverdagen. G_5 har en lik tilnærming som G_3, men benytter seg av tusjer istedenfor oppsparing av penger. Den siste gruppen, G_6, designet et problem utelukkende fra regneoperasjonen, og det er dermed ikke mulig å koble problemet opp mot hverdagen. Dette problemet kan dermed ikke kategoriseres som rimelig.

Fem av gruppene har laget eller prøvd å lage et problem som man vil kunne kjenne igjen i klasserom, samt mattebøker. Disse problemene kategoriseres dermed som rutine oppgaver. G_6 derimot har designet et problem som regnes som ikke rutine. Man vil ikke kunne finne en slik oppgave i matteboken, da den kan oppleves som forvirrende.

Tre av gruppene (G_2, G_3 og G_4) har benyttet seg av et tydelig språk som tydelig veileder oss mot utførelsen av oppgaven. Gruppene har også brukt god grammatikk. G_1 stiller spørsmålet om hvor mange pizzastykker man spiser til sammen (ut fra regnestykket: $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$), som er utydelig, da man ikke spiser $\frac{5}{6}$ pizzastykker. Foruten om dette spørsmålet har gruppen et tydelig og godt grammatisk språk. De resterende gruppene har brukt et utydelig språk hvor leseren må gjentatte ganger lese teksten elevene har skrevet for å forstå instruksjonene. Oppgaveteksten til G_6 bruker ikke et språk man normalt benytter seg av i en matematikk oppgave, da den krever høy konsentrasjon for å forstå hva som skal til for å løse den. Måten språket i problemet er bygget opp på er som følgende: «$\frac{1}{1}$ som et regnestykke hvor $\frac{1}{6}$ er et ledd og det andre leddet er det dobbelte av $\frac{1}{6}$, deretter halver nevneren. Hvor mye mangler du for å få en hel?» Grammatikken til G_5 har oppstykkete setninger, som forsterker utydeligheten av oppgaven. Ved å forandre språket i problemet, kunne G_5 hatt et problem som var mulig å løse.

Alle gruppene brukte konseptet med brøk som del av en hel, når de prøvde å lage et problem. Innen forståelse viser to av gruppene (G_3 og G_4) en relasjonell forståelse av brøk med addisjon i en PP aktivitet, gjennom en tydelig utførelse av utregningen i forhold til oppgaveteksten de har skrevet. Problemet er tydelig og elevene fra G_4 viser i bildet under at de forstår hvordan addisjon fungerer med brøk.


Lag en oppgave der regnestykket $\frac{1}{6}+\frac{2}{3}$ blir brukt for å løse oppgaven.

Oppgave:

Maia baker boller. Deigen består av $\frac{6}{6}$ masse til sammen. $\frac{1}{6}$ av massen består sukker og $\frac{2}{3}$ mel. Hvor mye utgir sukkeret og melet av hele massen? Svar med brøk.

Løsning:

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{1} + \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{2} = \frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \underline{\underline{\frac{5}{6}}}$$

Figur 4: G_4 oppgave 1

G_1, G_2, G_5 og G_6 viser en instrumentell forståelse. Elevene på G_1 og G_2 vurderte ikke svaret de skrev ned. G_1 svarer at man spiser $\frac{5}{6}$ pizzastykker, mens G_2 svarer at de bruker $\frac{1}{3}$ til sammen av 2000. G_5 viser en instrumentell forståelse da de ikke designet et problem til oppgaven. I tillegg er ikke oppgaveteksten deres tydelig nok formulert i forhold til brøk. Det er mulig å besvare spørsmålet de stiller uten å bruke brøk i utregningen. G_6 viser også kun instrumentell forståelse for brøk ved å lage et problem som bare fokuserte på å forandre på de brøkene som ble gitt. De viser dermed kun til regneoperasjoner, og ikke noe mer.

4.1.2 Resultat fra oppgave 2

Oppgave 2 er en editing oppgave hvor elevene fikk frie tøyler til å designe et problem ut fra informasjonen de fikk utdelt. Elevene ble oppfordret til å lage to ulike problem for å sikre variasjon blant gruppene. Fem av gruppene (G_1, G_2, G_3, G_4 og G_6) utarbeidet to problemer hver, som begge gav tilstrekkelig med informasjon for å kunne løses. Gjennom observasjon ble det observert at G_5 støtte på utfordringer i samarbeidet, og deres problem ble derfor ikke ferdigstilt. På bakgrunn av dette ble deres problem kategorisert som ikke løselig.

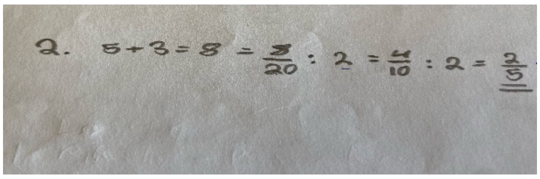
Samtlige problemer som kategoriseres som løselige, kan også kategoriseres som rimelige, da disse problemene generelt handlet om idrettsdeltakelse blant elever og hvor mange gutter og jenter som gikk i klassen.

Problemene fra alle gruppene, bortsett fra G_5, er noe man vil kunne kjenne igjen i en undervisningstime eller i en mattebok, og kategoriseres som rutine. Disse oppgavene er liknende brøkintroduksjonen i 5.klasse, hvor det handler om å forstå hva brøken prøver å fortelle oss.

Alle gruppene benyttet seg av et klart og tydelig språk, unntatt G_5. Hos denne gruppen var det en uklar oppgavetekst som ikke formidlet hva som var nødvendig for å løse problemet. I tillegg var oppgaven ikke skrevet som et spørsmål. De andre gruppene hadde tydelige problemer, hvor man forstod hva oppgaven gikk ut på. Det ble benyttet instrukser som: «Hvor stor del av», Hvor stor brøkdel», «Skriv svaret som brøk». Oppgaveteksten deres var godt strukturert med fullstendige setninger, punktum og spørsmålstegn.

Alle problemene som ble designet til oppgave 2 tok i bruk brøkaspektet «del av hel», og kunne løses ved direkte lesing fra den utdelte oppgaveteksten.

Alle gruppene bortsett fra G_5, designet problemer til denne oppgaven. Språket i teksten viser at elevene er usikre på hvordan man får svaret i brøk, da de benytter seg av ord som: Skriv svaret i brøk. Dersom elevene har relasjonell forståelse for brøk hadde det vært mulig å formulere et spørsmål uten å direkte angi hvordan svaret skal oppgis. Gruppene har lik tilnærming til hvordan oppgaven skal løses, da gruppene bruker samme brøkaspekt i problemene sine. Dette kan indikere at elevene har en instrumentell forståelse, da alle ser den samme løsningen på oppgaven. I bildet under har G_1 besvart spørsmålet: «Hvor stor brøkdel av klassen spiller håndball?». Det fremkommer av bildet at elevene er usikre på hvordan man benytter seg av tegnet: =, og forkorting av brøk. Gruppen har benyttet seg av deling, hvor en gjennom regnestykket deres kan se at de prøver å forkorte brøken. Dette kan indikere at elevene vet hvordan de skal utføre regneoperasjonen, men de har ikke forståelsen for hvorfor.



Figur 5: G_1 løsningsforslag oppgave 2

I de resterende problemene som ble levert inn, benytter ikke gruppene (G_2, G_3, G_4, G_6) seg av regneoperasjoner. I disse problemene skriver de kun svaret. Dette gjør det vanskelig å tolke om elevene har en relasjonell forståelse. Basert på dette tolker jeg i analysen at elevene vet hvordan de skal beregne svaret, noe som viser at de har en instrumentell forståelse.

4.1.3 Resultat fra oppgave 3

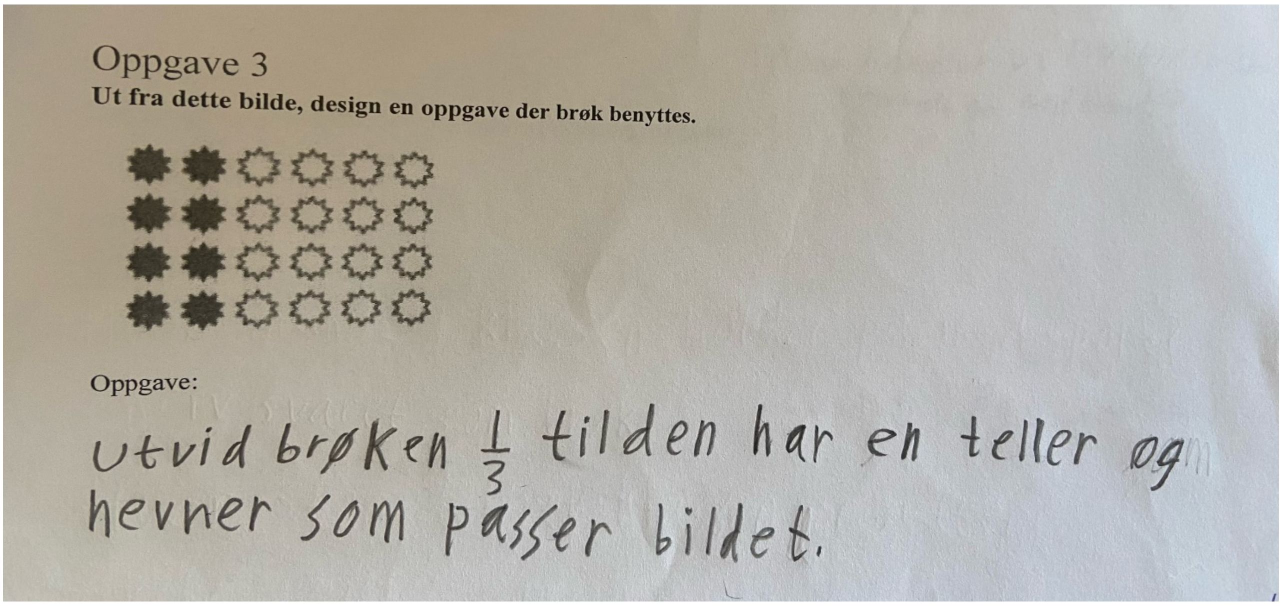
Oppgave 3 er en translating oppgave hvor elevene skulle designe et problem basert på et gitt bilde. For å lage et godt problem til denne oppgaven kreves det forståelse av ulike matematiske representasjoner. Alle gruppene designet løsbare problemer da informasjonen som ble gitt var tilstrekkelig for å løse problemet. Fire grupper (G_2, G_3, G_4 og G_5) valgte å lage problemer som spurte om den fargelagte delen av bildet, representert ved stjerner, mens de to andre gruppene (G_1 og G_6) laget problemer som fokuserte på forkorting eller utvidelse av brøker.

G_4 laget et problem som kan kategoriseres som rimelig, ved å koble bilde til en hverdagslig situasjon hvor man skal dele nonstop. De resterende gruppene presenterte problemer som ikke er relevante for hverdagen, da gruppene kun hentet informasjon direkte fra bildet. Problemene kategoriseres dermed som ikke rimelige.

Alle gruppene utformet problemer som kan kategoriseres som rutine. Det er mulig å finne frem til svaret, uten å måtte gruble for lenge, med andre ord har de løsningen tilgjengelig. Språket i problemene var konsekvent klart, og det var tydelig hva som forventes av oppgaveløseren. Gjennom observasjon noterte jeg at elevene kunne formulere et problem med tekst uten behov for diskusjon. Grammatisk sett var tekstene fra alle gruppene korrekte med hensyn til tegnsetting og flyt.

Fire av gruppene (G_2, G_3, G_4 og G_5) benyttet seg av brøk som «del av hel». G_1 og G_6 derimot benyttet brøkaspektet «forhold», da deres problemer krevde utviding eller forkorting av brøker. Selv om disse to gruppene forsto konseptet med utvidelse og forkorting av brøker, ble det tydelig at de gjorde feil i prosessen. Feilen besto i å bruke divisjonstegnet (:), som et likhetstegn (=).

Når det gjelder forståelse, kan en se på G_6 sin tilnærming til problemdesign. Problemet ble laget ved at de først forkorter brøken, slik at de sitter igjen med $\frac{1}{3}$. Deretter ber de problemløseren om å utvide denne brøken til den passer bildet. Gruppen har en relasjonell forståelse da de benytter seg av forkorting og utviding av brøk til å designe et problem.



Figur 6: G_6 oppgave 3

G_1 og G_6 har prøvd å løse problemet de har designet, men viser at de ikke forstår oppsettet av utviding/forkorting av brøk. Gruppene har brukt et oppsett for henholdsvis deling og multiplikasjon, men svaret de kommer frem til viser at de egentlig har prøvd å henholdsvis forkorte og utvide. G_4 viser en relasjonell forståelse da de visualiserer problemet ved å ringe rundt stjerner i grupper på åtte, slik at vi tydelig kan se at $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$. G_3 viser også en relasjonell forståelse da de ser at stjernene kan deles opp i seks kolonner, hvor to av seks er fargelagt. Dette forklarer de videre at man kan forkorte ned til $\frac{1}{3}$.

De resterende gruppene (G_2, G_3 og G_5) som har designet problemer, benytter seg av problemer hvor man må tolke løsningene som at de har en instrumentell forståelse. Bakgrunnen for dette er at elevene kun har skrevet opp et svar, men viser ingen utregning og heller ingen forklaring på hvordan de har kommet frem til løsningen.

4.1.4 Resultat fra oppgave 4

Oppgave 4 er en comprehending oppgave hvor elevene ble bedt om å lage et problem til regnestykket $\frac{1}{2} * \frac{1}{3}$. Denne type oppgave krever at elevene har innsikt i multiplikasjon og brøkregning. I innsamlingen av oppgave 4 hadde ingen grupper designet et skriftlig problem, som kan knyttes opp mot temaet multiplikasjon og det var derfor vanskelig å analysere problemene fra de innleverte oppgavearkene. Noen av gruppene (G_2, G_4 og G_5) har levert blankt og vil dermed ikke bidra til løselighet, rimelighet, rutine, språk og aspekt.

Imidlertid ble det gjennom observasjon og lydopptak fanget opp at elevene diskuterte mulige problemer som kunne analyseres. G_3 drøftet hvordan regnestykket i oppgave 4 kunne relateres til hverdagslige situasjoner, og Mathias foreslo følgende problem: «I 8a er halvparten jenter og $\frac{1}{3}$ av dem trener. Hvor stor brøkdel av klassen er jenter som trener?» Dette problemet gir tilstrekkelig informasjon til at det kan løses.

G_1 formulerte et problem som involverte addisjon, noe som gjør problemet uløselig med tanke på at oppgaveteksten spesifikt krever multiplikasjon. Elevgruppen erkjente selv i lydopptaket at deres problem ikke stemte overens med oppgaveteksten. G_6 benyttet seg av det gitte regnestykket, men tilføyde kun ett ekstra ledd. De adderer med et tall, og deres problem samsvarer dermed ikke med oppgaveteksten og er uløselig. Fra lydopptakene fremgikk det at G_2 valgte å hoppe over oppgave 4 til fordel for oppgave 5 på grunn av tidspress og oppgavens vanskelighetsgrad. Gruppen diskuterte at det var utfordrende å knytte regnestykket til praktiske situasjoner. De var usikre på når de ville bruke denne typen regnestykker i det virkelige liv.

Som nevnt formulerte G_3 kun et muntlig problem. Dette problemet er relevant og kobles opp mot hverdagen. Dermed kategoriseres problemet som rimelig. G_1 sitt problem kan også regnes som rimelig, til tross for at problemet ikke passer den gitte situasjonen fra oppgaveteksten. Problemet til

G_6 anses som urimelig, da det hverken inneholder en kontekstuell tekst eller et rimelig matematisk scenario.

Med hensyn til kontekst, kan problemene fra G_1, G_3 og G_6 betraktes som rutineproblemer. De viser til oppgavetyper man vanligvis finner i lærebøker.

Språkbruken til G_1 og G_3 er klar, man forstår hva som kreves, og begge gruppene har benyttet seg av korrekt grammatikk og tegnsetting. Problemet G_6 designet benytter seg ikke av tekst og en kan dermed ikke vurdere språket. Til tross for dette er tegnsettingen de bruker korrekt.

G_6 viser en instrumentell forståelse av oppgaven, da de kun velger å sette opp et regnestykke med et ekstra ledd. Dette er dermed et problem som ikke passer oppgaveteksten, og det viser at elevene ikke forstår når multiplikasjon skal benyttes. I utregningen har gruppen gjort feil ved å forkorte (skrevet som deling). De har regnet multiplikasjon hvor de finner en fellesnevner, og de har kommet frem til at svaret på oppgaven skal være en. Ved en relasjonell forståelse ser man at regnestykket ikke nærmer seg en, og man kan forstå at utregningen er feil. G_3 diskuterer et problem muntlig og viser en relasjonell forståelse, da Mathias klarer å koble situasjonen opp mot en hverdagslig situasjon. Selv om gruppen klarer å diskutere seg frem til en løsning, er de ikke sikre nok til at de får den ned på papir.

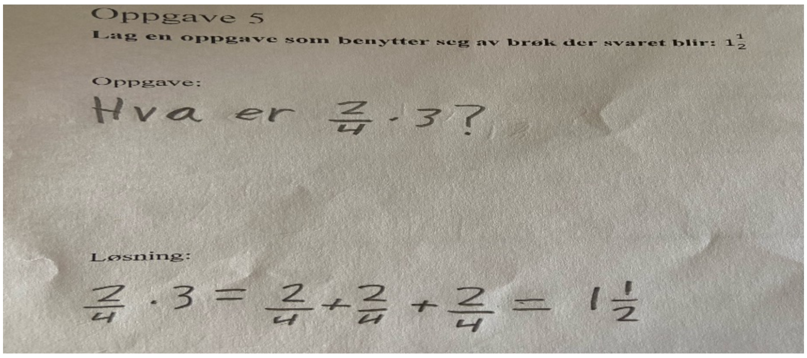
Av de resterende gruppene kan vi se at elevene har vansker med forståelse av når multiplikasjon i brøk blir benyttet i hverdagen. Det ble observert at elevene vet hvordan de skal regne det gitte multiplikasjonsstykket, men vet ikke hvordan de kan lage et problem som passer oppgaven. Dette indikerer en instrumentell forståelse.

4.1.5 Resultat fra oppgave 5

Oppgave 5 er en selecting oppgave hvor elevene skulle designe et problem hvor svaret ble $1\frac{1}{2}$. Elevene måtte i denne oppgaven tilpasse formuleringen av problemet, slik at oppgaveteksten veiledet deg til den gitte løsningen.

G_1 og G_6 har designet problemer som kategoriseres som løselige. G_1 har benyttet seg av addisjon hvor to ledd addert sammen blir $1\frac{1}{2}$. G_6 har benyttet seg av brøk og multiplikasjon. Det ble observert at gruppen diskuterte at $1\frac{1}{2}$ er det samme som en og en halv, altså tre halve deler slått sammen.

Denne kunnskapen benyttet gruppen seg av når de omformulerte $\frac{1}{2}$ til $\frac{2}{4}$ (fikk vite gjennom observasjon) og sa at disse brøkene er de samme. De endte med oppgaveteksten: «Hva er $\frac{2}{4}$* 3?».



Figur 7: G_6 oppgave 5

De resterende gruppene har levert problemer som ikke kan kategoriseres som løselig. Den informasjonen vi får utdelt har mangler, eller er ikke til stede og gjør at det ikke er mulig å løse problemet opp imot oppgaveteksten.

Problemet til G_1 regnes som rimelig og problemet kan kobles opp mot hverdagen. G_6 har et ikke rimelig problem, da oppgaven består av å utføre en regneoppgave og det finnes ikke noen tekst som knytter den opp mot hverdagen. Av de resterende gruppene kan man regne G_3 sitt forsøk på et problem som et rimelig problem. Essensen i problemet er at to gutter skal spise to pizzaer, og spiser opp en og en halv pizza, og det kan dermed knyttes opp mot en hverdagslig situasjon. G_5 sitt forsøk på et problem regnes som ikke rimelig, da problemet kun består av tall som elevene prøver å omgjøre fra blandet tall til uekte brøk. De resterende gruppene (G_2 og G_4) har levert blankt og man har dermed ingen mulighet for å vurdere om problemene deres er rimelige. Gjennom observasjon av gruppene, er det flere av gruppene som ser ut som om de gir opp når de kommer til oppgave 5. Støynivået i klasserommet avtar mot slutten, når jeg ser at de fleste arbeider med denne.

To av gruppene (G_1 og G_6) har designet problemer som man vil gjenkjenne i matematikkbøker. Disse kategoriseres som rutine problemer. G_3 sitt forsøk på problem er også noe man vil kunne gjenkjenne. Når det gjelder G_5 må forsøket regnes som et rutine problem, da løsningen til problemet krever at man går fra blandet tall til uekte brøk. Av de gjenværende gruppene (G_2 og G_4) er det ikke levert et problem og de benyttes dermed ikke i vurderingen av kontekst.

Språket til G_1 er tydelig og man vet hva som skal gjøres. Grammatikken har en skrivefeil, men det er god tegnsetting. Språket i problemet G_6 designet er tydelig, og grammatikken har god tegnsetting. G_3 har prøvd å designe et problem, hvor tydeligheten i språket stoppet muligheten for et løselig problem. I deres problem har de utelatt informasjon angående hvor mye pizza som skal spises. Dermed har problemet deres utydelig språk, som gjør det umulig å løse. Grammatikken deres er tydelig og god, og det er korrekt tegnsetting. G_5 har levert et problem hvor det kun benyttes tall, og kan dermed ikke vurderes. De to resterende gruppene (G_2 og G_4) har ikke levert og vil ikke bli vurdert i språk.

Brøk som del av hel aspekt benyttes av G_1 og dersom G_3 hadde benyttet seg av tydelig tekst, ville også denne vært brøk som del av hel. G_6 sitt problem bruker aspektet forhold, da problemet deres krever at man regner ut: $\frac{2}{4} * 3$. Forsøket til G_5 regnes også som et forhold, da man hos dem skal gå fra blandet tall til uekte brøk. De resterende gruppene (G_2 og G_4) har ikke levert problem og regnes dermed ikke med i aspekt av brøk.

Av forståelse kan man se at G_5 trenger mer øving i blandet tall og uekte brøk for å få en relasjonell forståelse. De viser også manglende instrumentell forståelse, da de gjør feil i utregningen av blandet tall til uekte brøk. G_6 viser relasjonell forståelse gjennom løsningen av problemet sitt. De viser at brøk kan benytte seg av gjentatt addisjon, dersom du har et helt tall som du skal multiplisere brøken med. To av gruppene (G_1 og G_3) kobler problemet opp mot mat og pizza, men viser at de forstår hva det blandede tallet betyr. Selv om G_3 sitt problem mangler informasjon, er det tydelig fra problemet de har prøvd på, at de forstår hva et blandet tall betyr. G_2 og G_4 har levert et blankt ark på oppgave 5 og mener selv at de ikke hadde tid. Det ble derimot observert at gruppene diskuterte oppgaven, men ikke kom frem til et problem. Dersom de hadde hatt forståelse for temaet, ville de også hatt tid til å designe et problem.

4.2 Resultat fra intervju

I disse delkapitlene legger jeg frem de to forskningsspørsmålene og viser resultatene fra intervjuene opp mot disse. Kategoriseringen blir gjort på denne måten for å opprettholde fokus på forskningsspørsmålene.

4.2.1 Hvordan kan problem posing bidra til å fremkalle elevenes forståelse av brøk?

Som nevnt tidligere ble det gjennomført tre intervjuer individuelt.

I intervjuet med Andrea delte hun at hun finner glede i å skape matematiske problemer. Dette gav henne en følelse av å ha en aktiv rolle i undervisningen, og en mulighet til å demonstrere sin forståelse. Hun forklarte at gruppen hennes ofte brukte pizza som et eksempel når de jobbet med brøk, fordi pizzaen er rund, et format de har erfaring med fra tidligere brøkoppgaver i undervisningen. Andrea påpekte at det å kunne utforme et eget problem bidrar til en følelse av mestring og gir et innblikk i hva elevene forstår. I Pias intervju ble det klart at PP aktivitetene krever mer enn bare regneferdigheter, de krever en dypere forståelse av matematiske konsepter. Hun påpekte at oppgave 1 var en standard matematikkoppgave som vanligvis innebærer å regne ut et regnestykke. Hun påpekte også at for å formulere et passende problem trengte en mer tid. Det var avgjørende å forstå det underliggende matematiske konseptet, noe hun fant utfordrende spesielt med brøk, ettersom hun mente addisjon ville vært lettere å arbeide med.

Student: Hvordan var oppgavene dere arbeidet med?
Pia: De var mer frie og jeg føler at jeg lærer mer av det. Det er ikke nok å kunne regne det ut, men jeg må også forstå hvorfor, følte jeg.
Student: Hva mener du?
Pia: Nei vanligvis så regner man jo bare ut oppgaven, for eksempel (peker på oppgave 1) og viser at her regner man jo bare ut regnestykke. Mens når vi jobbet nå brukte vi en god del tid på å lage en oppgave som vi mente passet, følte jeg måtte forstå hva vi holdt på med. Det var ikke nok å kunne formelen.

Figur 8: Utdrag av intervju med Pia

De tre intervjuete elevene gav forskjellige svar på hvilken oppgave som var mest utfordrende. Andreas gruppe fant oppgave 4 vanskelig fordi de klarte å regne oppgaven, men de klarte ikke å knytte beregningen til et konkret problem. Andrea reflekterte over dette og antydet at selv om hun forstår konseptet med multiplikasjon som gjentatt addisjon, fant hun det vanskelig å anvende denne forståelsen. Hun var også usikker på hvordan multiplikasjon av brøk anvendes i hverdagen. Det vises en instrumentell forståelse når gruppen vet hvordan formelen fungerer, men ikke hvordan den anvendes.

Pia opplevde at hennes gruppe hadde ulikt syn på hvilke oppgaver som var mest utfordrende. Pia selv fant oppgave 1 vanskeligst, mens de andre på gruppen syntes oppgave 4 og 5 var mer utfordrende. De fant det spesielt utfordrende å lage et problem til oppgave 5, hvor oppgaveteksten startet med et blandet tall, sammenlignet med oppgaven hvor de måtte håndtere summen av to brøker. Dette viser at å konstruere et matematisk problem kan være en kompleks oppgave som krever en dypere forståelse av matematiske konsepter.

Det er også verdt å merke seg at i lydopptakene uttrykte David fra gruppe 2 vanskeligheter med å lage problemer til brøk, selv om han fant det enkelt å regne dem ut. Han uttrykte «Det er så enkelt å regne ut brøkene, men verre når man faktisk skal lage egen oppgave til det». Denne motsetningen mellom å løse brøker og å skape problemer til dem tyder på at begrepsforståelsen for blandet brøk mangler hos noen av elevene. Dette bekreftes av Pias gruppe som hadde problemer med å forestille seg bruk av multiplikasjon i praktiske situasjoner. Herheim (2023) påpeker at relasjonell forståelse krever at elevene kan formulere forklaringer på forskjellige måter, noe vi ser at elevene her sliter med, da de ikke klarer å forklare problemet.

Thomas på sin side, startet intervjuet med å si at han ikke opplevde noen utfordringer, men innrømmet senere at oppgavene hadde visse vanskelighetsgrader. Gruppen til Thomas hadde utfordringer med oppgave 4 og i intervjue ble han utfordret til å designe et alternativt problem. Han svarte:

> «Ehm nei, jeg tror det måtte bli slik. Denne oppgaven krever jo at man kan regne ut regnestykket, mens en tekst da må jeg jo vite noe om det i hverdagen. Og akkurat nå så klarer jeg ikke å koble det opp mot hverdagen.»

Thomas forklarte at det å formulere problemer er utfordrende og begrunner dette med at elevene ikke har nok erfaring med PP. Det var vanskelig å designe et originalt problem, altså det var vanskelig å komme på problemer som ingen andre designet på samme måte. Thomas opplevde at PP oppgaver gir dem muligheten til å komme med mange forskjellige svaralternativer, og aktiviteten åpner opp for å være kreative. Utførelsen til Thomas sin gruppe hvor de først finner løsningen og deretter kobler det opp mot et problem, viser en forståelse for brøk da de klarer å «leke» rundt med emnet og velger å benytte løsningen som en byggekloss. PP gav Thomas sin gruppe muligheten til å vise hvordan de tenker for å komme frem til en løsning. Gjennom PP aktiviteten viser gruppen hans at multiplikasjon er gjentatt addisjon og viser at de, i denne typen oppgave, har en relasjonell forståelse for at en også kan benytte gjentatt addisjon i brøk.

4.2.2 Hvordan arbeider norske 8.klasse elever med problem posing oppgaver relatert til brøk?

Gjennom semi-strukturerte intervjuer ble det avdekket innsikt i elevenes erfaringer og opplevelser rundt det å arbeide med PP og brøk. Elevene fant PP oppgavene engasjerende og nyskapende.

Andrea, som beskriver seg selv som en gjennomsnittselev, følte at PP gav henne muligheter for mestring. Hun verdsatte at hun kunne bidra i gruppen og at denne arbeidsformen tillot innspill på tvers av ferdighetsnivåer. Undervisningen ble mer variert og tillot elevene å jobbe i eget tempo, i kontrast til den tradisjonelle tavleundervisningen.

Thomas fant glede i PP som en kreativ aktivitet. "Utfordrende på en kjekk måte," sa han. Gjennom intervjuet kom det frem at han liker at det finnes flere måter å komme frem til et svar på. Thomas som trives i matematikkundervisningen, opplevde ikke utfordringer med PP, selv om vedkommende ikke klarte å gjennomføre alle oppgavene. Han motsier seg selv da han i intervjuet forklarte at oppgave 1 var utfordrende. Oppgave 1 følger et gitt regnestykke og opplevdes for Thomas som mer fastlåst. Drevet av muligheten for å utforske ulike løsningsveier, tok gruppen hans en spesifikk tilnærming. De regnet seg frem til et svar og brukte dette til å konstruere et problem. For eksempel ble $\frac{1}{3}$, resultatet fra oppgave 3, brukt som grunnlag for å utvide brøken til å passe et visuelt bilde. Dermed ble det en "byggekloss" i det å designe problemet. Thomas opplevde at gruppen ikke fungerte optimalt, da han var den eneste som bidro og ønsket å designe nye problem.

a. Hva var det som gjorde at du likte det?
   Thomas: Det var en kjekk oppgave, liker matte generelt og opplevde problem posing som noe nytt. Friheten, da jeg har mulighet til å lage hva jeg vil, nesten. Passer med gruppearbeid og alene. Viktig med gruppe der alle prøver å delta.

Figur 9: Thomas poengterer viktigheten av en god gruppe.

Andrea og hennes gruppe manglet en klar strategi for å designe problem, men prøvde seg frem ved å foreslå problemer de kunne ha. Lydopptakene viser at å være tre i en gruppe kan forstyrre fokuset fra problemutformingen. Istedenfor å diskutere problemene som ble foreslått, endte gruppen hennes ofte opp med å miste ideen og snakke videre om andre ting. I kontrast valgte Pias gruppe en mer kollaborativ tilnærming, hvor diskusjon og idemyldring var sentralt. Pia bemerket at PP gav stor grad av frihet, noe som gjorde det enklere å diskutere og komme frem til problemer. Pia følte at gjennom PP måtte hun designe problemer, og dermed ha en forståelse for hva brøken egentlig betyr. Gruppen hennes brukte tid på å formulere problemene, da elevene i gruppen ofte hadde forskjellige tanker om hvilket problem de skulle designe. Pia uttrykte at de ulike oppgavene ble oppfattet som utfordrende på forskjellig vis innad i gruppen.

Samlet sett avslørte intervjuene en sterk interesse for mer PP arbeid, hovedsakelig på grunn av den opplevde friheten og mulighetene for bedre forståelse. Pia følte mestring i PP situasjoner hvor hele gruppen bidro, og hun kunne engasjere seg i diskusjonene. Dette er en erfaring hun sjelden opplever i vanlig undervisning. Thomas, på sin side ønsket å utfordre seg selv videre, enten alene eller med en gruppe som var mer engasjert i oppgavene. Både han og Andrea oppnådde mestring ved å utforme problemer, noe som tyder på en verdifull læringsopplevelse gjennom PP aktiviteten.

5. Diskusjon

I denne delen vil jeg diskutere resultatene jeg har funnet og analysert, og vurdere om disse resultatene viker fra tidligere forskning. Jeg vil også benytte meg av et delkapittel der jeg vil vurdere om metodene jeg har brukt passet til denne masteren. Til slutt vurderer jeg begrensningene i studien.

5.1 Forståelse

Funnene fra PP oppgavene og intervjuene indikerer en relasjon mellom det å forstå matematikk og det å kunne regne matematikk. Gjennom intervjuene kom det frem at elevene opplever at det å regne med brøk som relativt enkelt. Det oppstår derimot vansker når elevene skal designe problemer som passer til en gitt tekst eller regnestykke. En av årsakene til at elevene strever med å designe problemer kan være at de ikke har god nok trening i det, og er usikre på hva som forventes av dem. En annen årsak kan være at elevene sliter med å koble brøkregning til dagliglivet, som en av elevene sa under intervjuet «Jeg ikke har trening i å koble brøk opp mot hverdag». I tillegg kan årsaken være at undervisningen deres er tradisjonsrik matematikk, som indikerer at elevene har en instrumentell tilnærming og dermed kun vet formler (Herheim, 2023). Thomas forklarte i sitt intervju at han ikke har noen problemer med brøk og matematikk, som jeg velger å tolke som at han selv mener han har god forståelse for brøk. Ved å gå gjennom intervjuet og problemene gruppen hans designet, viste det seg at gruppen ikke løste alle oppgavene, og ikke ville gjort noen av oppgavene annerledes om han fikk sjansen. Gjennom PP aktiviteten kan elevene selv innse at de har en instrumentell forståelse av brøk ved å se at de kan formlene, men ikke vet hvorfor formelen fungerer som den gjør. Hvis elevene får arbeide mer med PP og brøk, tror jeg man vil få frem forståelsen hos elevene slik at de selv og læreren vet hvilken kunnskap de besitter, og ikke hvilke formler som er blitt pugget. Dette støttes av Brown og Walter (2005), hvor de la frem at PP kan gi elever en dypere forståelse. Dette støttes også av Xie og Masingila (2017) som så at elever får gjennom PP teste ut problemer de selv har designet, og at de dermed opplever å få innsikt i kunnskapen de besitter.

Når elevene opplever at emner de trodde de forstod faktisk er mer utfordrende enn forventet, kan dette ha en effekt på deres motivasjon. Ved hjelp av funnene i denne masteren ser vi at elevene blir motivert av PP, da Thomas mener at man må være kreativ, samt man møter utfordringer på en morsom måte. I tillegg gir PP aktiviteten elevene muligheter til å koble opp matematikken mot hverdagen og kan gjøre at en elev forstår hvorfor brøk er et viktig emne. Silver (1994) støtter dette og mener PP kan gi elever interesse og forståelse for emnet de utfører PP innen.

I oppgave 4 opplever samtlige av gruppene at dette er en oppgave de ikke ser løsningen på umiddelbart. Her opplever flere av elevene at kunnskapen deres ikke er tilstrekkelig for å designe et problem som passer til oppgaven med multiplikasjon av brøk. Ser vi dette i lys av Christou et al. (2005) viser det seg at elevene i min studie ikke har god nok begrepsforståelse for brøk og multiplikasjon, da de ikke mestrer å designe problem ut fra gitt informasjon. Det var en gruppe som klarte å designe et fungerende problem gjennom kommunikasjon, men gruppen klarte ikke å formulere seg frem til et problem de kunne skrive ned. Elevene prøvde seg på flere forskjellige problem, og måtte sammen diskutere for å komme frem til det beste problemet. I denne prosessen mener jeg at elevene lærer mye, da de blir utfordret og må prøve å forstå hvordan emnet egentlig fungerer. Denne gruppen har kunnskapen, men de klarer ikke å formidle den. Dette faller i tråd med Nosrati og Wæge (2019) som mener at det å gi en oppgave hvor elevene ikke finner løsningen umiddelbart kan bidra til økt relasjonell forståelse. Dette ser man når elevene her prøver å forstå hvordan problemet kan formuleres. Gjennom kommunikasjonen som oppstår er det mulig å fremkalle elevenes forståelse, da de må snakke matematikk. Dette støttes av Carpenter et al. (2003) som fremmer viktigheten av kommunikasjon og det å dele sine tanker.

I datamaterialet vises det flere eksempler på at elevene i klassen har en lik forståelse for hva brøk er. Gjennom det å designe problemer viser det seg at flere av gruppene designer nærmest identiske problem, og løsningen av problemet kan ofte leses direkte fra oppgaveteksten. Tilnærmet lik alle problemer som ble designet har aspektet brøk som del av hel. Jeg tolker dette som at elevene har en instrumentell forståelse for brøk og problemene de designer er tilsvarende de oppgavene man starter med når man lærer seg brøk. Dette er tilsvarende med Van de Walle et al. (2015) sin forskning som sier at brøk aspektet del av hel, er det letteste aspektet og ofte det man starter med når man skal lære seg brøk. I tråd med denne studien er aspektet del av hel også det enkleste å koble opp mot hverdagen (Van de Walle et al., 2015). Studien til Martinez og Blanco (2021) støtter funnene i denne studien, da elevene også her har i hovedsak benyttet seg av aspektet del av hel. For meg indikerer dette at elevene ser i hovedsak på brøk som del av hel, og opplever at de andre aspektene er utfordrende. Ifølge Haugen og Morset (2020) kan brøk ha forskjellig betydning ut fra kontekst, og elevene velger nok det tryggeste aspektet for å designe et problem.

Gjennom PP aktiviteten fremkalles elevenes forståelse for emnet. En oversikt over hva elevene kan, ses gjennom å studere hvilke av oppgavene elevene har designet problemer til. De fleste gruppene klarte å notere ned problem til oppgave 1-3, hvor temaene er addisjon fra regnestykke, tekstoppgave og lag et problem ut fra en gitt oppgave. Elevene opplever at oppgave 4 og 5 er utfordrende, hvor temaene er multiplikasjon og blandet tall. Her er det tydelig temaene i oppgave 4 og 5 er noe som må jobbes mer med. Samtlige av gruppene klarer å designe et problem til oppgave 3 hvor de skal designe et problem til et bilde. Dette samsvarer med forskning gjort av Crespo (2003) og English (1998) som så at det oppleves enklere for elever å designe problem til bilder. Spangler (2011) påpeker at gjennom å analysere problemer elever har designet, kan man få et innblikk i forståelsen deres.

Det er verdt å merke seg at elevene mestrer regnestykket med addisjon, men strever med multiplikasjon. Det er kjent at elever ofte har utfordringer med brøk og multiplikasjon (Toluk-Ucar, 2009). I Toluk-Ucar (2009) sin studie ble det nemlig påvist at voksne lærerstudenter også sliter med å koble brøk og multiplikasjon opp mot hverdagen. I denne studien svarte rundt halvparten av studentene at i arbeid med brøk og multiplikasjon, har de ikke nok kunnskap til å gjennomføre oppgaven. Hvis lærerstudenter skal lære barn om multiplikasjon og brøk er det viktig at de har nok kunnskap om temaet selv. Det at lærerstudenter opplever temaet som vanskelig, kan være en årsak til at elevene ikke mestrer samme tema, da undervisningen innen dette temaet kan være påvirket av manglende kunnskap. Det positive er at lærerstudentene som benyttet seg av PP, så en markant økning i forståelse av multiplikasjon og brøk i hverdagen, mens den normale gruppen opplevde kun en liten økning av forståelsen (Toluk-Ucar, 2009).

Datamaterialet i denne studien tyder også på vansker når elevene skal regne med blandet tall av brøk. Rundt halvparten av gruppene designet et problem til oppgave 5 som omhandlet blandet tall. Noen av gruppene noterte ned at de ikke hadde tid til å gjennomføre, men det ble observert at disse gruppene hadde god tid da de kom til oppgaven, men de klarte ikke å designe et problem. Selv om gruppene kom til oppgave 5, kan det at den var sist av oppgavene føre til noen av gruppene ikke førte opp problemer. Det er mulig at dersom elevene fikk se på denne tidligere, og hadde mer fokus, kunne gruppene ha prestert å designe et problem. Det blandede tallet $1\frac{1}{2}$ er noe elevene opplever i hverdagen, og jeg tror fokus ville ha hjulpet dem. En av gruppene har startet på en oppgavetekst, men har stoppet før problemet ble ferdig. Ut fra oppgaveteksten elevene skrev ned tror jeg denne gruppen kunne ha designet et problem, dersom de hadde hatt mer tid og fokus til å formulere seg på.

I lys av dette mener jeg at hvis elevene skal få frem sin forståelse, må de få tilstrekkelig med tid. Gjennom PP opplever elevene oppgaver hvor de ikke ser svaret umiddelbart og må ta seg tid til å tenke. Forskningen til Nosrati og Wæge (2019) sier at dette en faktor for å fremme relasjonell forståelse. I tillegg får elevene teste utregningen av problemene de selv har designet og får gjennom disse to aktivitetene, designe og regne, tydeliggjort kunnskapen sin for seg selv (Xie og Masingila 2017). Denne informasjonen kom tydelig frem ved analyse av intervju og gjennomgang av observasjoner. Gjennom disse to innsamlingsmetodene kan vi høre at elevene mener at det å regne ut oppgavene oppleves som en enkel sak, men når de skal formulere problemer til teksten vet de ikke hva de skal gjøre. Her opplevde elevene at man må forstå hva man holder på med og kunnskapen bak matematikken. Dette støttes av Toluk-Ucar (2009) hvor en lærerstudent sier at h*n har kunnskap om reglene til brøk, men klarer ikke å forklare dem.

5.2 Hvordan arbeider elevene med problem posing relatert til brøk

I lys av datamaterialet viser det seg at elevene mestrer å arbeide med PP aktiviteter. I gjennomgangen av oppgavene de har produsert, har mesteparten av gruppene klart å produsere et problem i forhold til Baumanns og Rott (2020) sin definisjon. Datamaterialet viser at elevene klarer å designe et problem til comprehending oppgaven, oppgave 1, dersom regnestykke de skal utføre handler om addisjon. I tillegg ser vi i funnene at elevene mestrer addisjon i større grad enn multiplikasjon. Jeg tror dette kan ha en sammenheng med at elevene lærer addisjon tidligere enn multiplikasjon, og får mer øving på dette. Funnet i studien støttes av Toluk-Ucar (2009) og Karlsen (2017) sin forskning. Toluk-Ucar merket at sine studenter opplevde det å koble multiplikasjon opp mot hverdagen som en utfordring. Karlsen har funnet ut at elever ofte blir utfordret dersom de skal gjøre en oppgave som krever forståelse av brøk.

Resultatene fra elevenes arbeid med en editing oppgave, oppgave 2, tilsier at det å få frie tøyler gjør at elevene klarer å notere ned et problem. Elevene designet tilnærmet like problemer hvor oppgavene handlet om idrettsdeltakelse blant elevene i klassen. Denne oppgaven gav også elevene en mulighet til å designe et vanskeligere problem med å legge til en oppgave b. Det ble også her designet tilnærmet like problem som i oppgave a. Flere av problemene var mulige å løse kun ved å lese direkte fra teksten. Dette mener jeg viser at elevene har en felles forståelse for brøk, og at elevene selv ikke vil gjøre problemene vanskeligere enn de behøver, for å være godkjent. Fra en annen vinkel kan man tolke det som at elevene i denne klassen ikke har arbeidet nok med PP og dermed ikke er helt sikre på hvilke regler som gjelder. Dersom elevene hadde hatt flere gjennomganger av hvordan de kan designe problemer i forkant, tror jeg elevene ville ha forandret på problemene sine, og lagt til mer tekst. Ser man på Crespo (2003) og English (1998) sin forskning, viste det seg at dersom man får arbeide med PP i flere situasjoner vil man få en bedre forståelse for det. Ut fra disse innspillene mener jeg at ved bruk av PP flere ganger, vil elevene sitt arbeidsmønster forandre seg og de vil kunne utfordre seg på flere måter.

Dataen fra translating oppgaven, oppgave 3, viste at dette er en oppgave hvor elevene klarte å designe problemer. I samsvar med Martinez og Blanco (2021) sin forskning velger elevene i hovedsak å lage problemer med aspektet del av hel. Imidlertid, i forbindelse med oppgave 3 designet to av gruppene et problem som benyttet brøk aspektet forhold. Det at elevene i min studie kobler bildeoppgaven opp mot andre aspekt, kan tyde på at de opplever denne oppgaven som enklere. Thomas sin gruppe demonstrerer en arbeidsmetode for å designe problemer ved å først regne seg til en forkortet versjon av brøken, for så å utvide denne slik at den passer til det gitte bilde i oppgaven. Dette er i tråd med forskningen til Cai og Hwang (2002) som fremlegger at elever benytter seg av problemløsning når de skal designe problem. Dette vil si at gruppen til Thomas først regner seg frem til løsningen, utfører forkorting, for så å spørre om problemløseren kan gå tilbake til start. Gruppen viser at de forstår begrepet forkorting og utviding, da de ser at problemet kan starte med det visuelle bildet forkortet. Elevene finner en fasit og velger ut fra denne hvordan problemet skal designes. Det er vist i tidligere forskning at lærerstudenter også benytter seg av denne måten å arbeide med brøk på (Xie & Masingila, 2017). Stoyanova (2003) viser i sin forskning at elever som arbeider med PP, utvikler en dypere forståelse da de gjennom PP fokuserer på selve forståelsen av emnet og ikke det å finne frem til løsningen.

Det er utfordrende å tolke hvordan elevene arbeidet med oppgave 4, en comprehending oppgave som omhandler multiplikasjon. Gitt fraværet av skriftlige svar, tolker jeg dette som at elevene, når de står ovenfor utfordringer der løsningen ikke umiddelbart er åpenbar, foretrekker å la være å svare fremfor å risikere å svare feil. Dette kan også tolkes som at flere av gruppene føler en viss usikkerhet i miljøet rundt seg, noe som reflekteres i deres valg om ikke å foreslå skriftlige løsninger. Det som var interessant var at G_3 lyktes i å kommunisere et velfungerende problem, ikke i å formulere det skriftlig. Selv om gruppen ikke ga noe skriftlig svar, tror jeg at de ville ha notert et svar dersom de følte seg trygge i omgivelsene. Olsen og Sandvik-Olsen (2023) har påpekt viktigheten av trygge rammer for å få flere elever i diskusjon og øke læringsutbytte.

Innholdet fra oppgave 5, en selecting oppgave, avslørte at elevene fant det utfordrende å håndtere en oppgave der svaret allerede var gitt som et blandet tall. Elevene uttrykte selv at det opplevdes mer utfordrende å designe et problem til denne oppgaven siden de kun hadde en brøk å arbeide ut fra. Dette demonstrer etter min mening elevenes nåværende forståelse av brøk og understreker behovet for videre arbeid med emnet. At flere grupper ikke klarte å formulere et problem tyder på at elevene kan ha nytte av å fokusere mer på blandete tall. Observasjonene indikerer at det er avgjørende for elevene å utvikle utholdenhet og vedvare i sitt arbeid, slik at de ikke gir opp når de støter på vanskelige oppgaver.

En av gruppene som utformet et godkjent problem betraktet brøken $1\frac{1}{2}$ som en del av en hverdagslig situasjon, noe som forenklet deres design prosess betraktelig. De visualiserte oppgaven som først å spise en hel pizza, og deretter en halv til. En annen gruppe valgte en alternativ tilnærming der de arbeidet ut fra svaret. Thomas forklarte at de forstod at $1\frac{1}{2}$ betyr at man har en hel av noe, og så en halv til. Dette førte til at Thomas innså at hvis tre personer skulle dele dette, måtte hver person få en halv. Ut fra denne kunnskapen og forståelsen for at multiplikasjon og brøk kan fungere som gjentatt addisjon, kom han frem til problemet deres. Thomas designet dermed et problem ved å bruke forståelse han har om brøk. Ved å analysere hvordan elevgruppen arbeidet med PP og brøk, kan man gjennom arbeidsmetodikken deres få et innblikk i forståelsen de har for brøk.

Under arbeidet med PP valgte flere grupper å ikke dokumentere utregningene for problemene sine. Elevene noterte kun løsningene, noe som ikke gir innsyn i deres underliggende kunnskapsnivå. Det virker også som om elevene mister fokus under prosessen, ettersom de gjør mange feil i utregningene, selv om de til slutt når korrekte svar.

Elevene som ble intervjuet avdekket hvordan de arbeidet med PP. Samtlige av de intervjuede elevene opplevde PP aktiviteten som et engasjerende opplegg for matematikk og brøk. Jeg tror elevene likte PP aktiviteten da det er en annerledes metode for undervisning. Andrea nevnte at denne aktivitetsformen åpnet opp for muligheten til at alle på gruppen kunne delta. Hun påpekte dette ved å si at elevene kunne komme med innspill uavhengig av ferdighetsnivå. For meg indikerer dette at Andrea sin gruppe har hatt en god gruppedynamikk, hvor medlemmene var i trygge rammer og følte at de kunne formidle tankene sine. Pia sin erfaring tilsier at også hennes gruppe hadde trygge rammer, da deres metode for å komme frem til problemer, ble gjort gjennom idemyldring. Jeg mener at en idemyldring er en god ressurs for å løse disse problemene, men det krever at elevene på gruppen føler at det de sier blir godt mottatt, uavhengig om det kan være feil. Thomas opplevde på sin side en gruppe hvor elevene på gruppen hans ikke bistod i stor grad, og han følte at han måtte gjennomføre store deler av aktiviteten individuelt. G_5 sin gruppedynamikk gjorde at de mistet fokus på flere av oppgavene. Elevene slet med å samarbeide, samt kommunisere ideene sine og var mer opptatt av hvordan de selv skulle designe problemer. I lys av disse innspillene, mener jeg at det å få til en god gruppedynamikk, samt klare å ha trygge rammer, vil bidra til at en aktivitet som PP kan bidra til at flere deltar i matematikktimen. Det å ha trygge rammer, for å få mer utbytte av læringen støttes opp av Olsen og Sandvik-Olsen (2023). I deres forskning oppdaget de at ved trygge rammer, og godt samspill i gruppen vil elevene gi tilbakemeldinger og snakke rundt oppgaven, slik at flere på gruppen deltar i matematikken.

Gjennom lydopptakene kom det frem at elevene syntes det var utfordrende å designe problemer, selv om de påstod at det å regne med formlene var enkelt. Dette gav meg grunn til å tro at elevene trenger mer tid til å arbeide med brøk i hverdagen. Jeg tror elevene har for vane å arbeide med utregning av brøk, og dermed opplever det som utfordrende å skulle designe problemer, da dette ikke har blitt gjort ofte før. En observasjon jeg har gjort meg gjennom studieårene er at undervisningen i brøk, ofte tar ett tema om gangen. Under en typisk undervisningstime er elevene klar over at tekstoppgaven de får vil omhandle et spesifikt tema, som for eksempel omgjøring av blandet tall til uekte brøk. De har pugget en formel for dette og vet hvordan den skal løses. I min studie arbeider flere av gruppene med problemene, som om de har en instrumentell forståelse. Dette gjør de gjennom å kommentere at å løse oppgaven er enkelt, men de diskuterer ikke hva som egentlig skjer. Elevene burde fokusere mer på, hvorfor formelen fungerer slik den gjør og ikke bare prøve å løse den. Gjennom arbeid med PP kan elevene utvikle en dypere forståelse for emnet ved å fokusere på hvordan man kommer frem til løsningen, istedenfor å fokusere på hvordan man gjør utregningen (Stoyanova, 2003).

5.3 Studiens metode og begrensninger

Det ble benyttet flere metoder for å samle inn data, hvorav de to hovedmetodene omfattet intervjuer og innsamling av oppgaveark. Observasjon og lydopptak ble brukt som supplementære metoder. Det å kontrollere fire forskjellige innsamlingsmetoder har vært krevende, men i mine øyne bidro flere innsamlingsmetoder til flere innfallsvinkler, og dermed et tryggere og bedre resultat. Flere av metodene over passer inn i beskrivelsen om at kvalitativ forskning krever tekst, lyd eller bilder for å kunne bli betegnet som kvalitativ forskning (Johannessen et al., 2010). Det som skiller seg ut i denne masteren er oppgavesamlingen. Den har krevd at de designede problemene ble analysert ved hjelp av en analyseringsmetode inspirert av Cankoy og Özder (2017). Denne analyseringen har vært med på å bidra til å se elevenes reelle forståelse innenfor brøk.

Problemene som ble designet var vesentlige for mine funn. Ved å ha flere typer oppgaver innen PP fikk man observere hvilke typer oppgaver som gav størst utfordring. I mine funn var det temaet i brøken som gjorde størst utslag og ikke selve PP aktiviteten.

Forskningen i denne masteren begrenses av antall informanter, da datainnsamlingen består av en elevgruppe på 19 elever. Dette gav meg få oppgaver å studere i etterkant. Da jeg ikke kjente til elevene og deres forkunnskaper i brøk, kan dette være en begrensning dersom det er lenge siden elevene har blitt undervist i brøk. Ved å sette elevene sammen i grupper kan man få grupper hvor elevene ikke kommuniserer, og der flere elever velger å ikke delta aktivt. Selv om det var totalt 19 elever som deltok, er det en mulighet for at en gruppe på tre personer egentlig kun representerer mattekunnskapen til en av dem.

Intervjuguiden som ble brukt handlet om hvordan elevene opplevde å designe problemer, samt hvordan de tenkte underveis i PP økten. Etter gjennomgang av funnene fra intervjuene, så man at intervjuguiden burde ha hatt et større fokus på elevenes forståelse, og at den heller burde ha prøvd å grave etter den enkelte elevs oppfatning av ens egen forståelse innen brøk. I tillegg kunne intervjuene vært mer konsekvent på å få et tydelig svar på hvordan elevgruppene arbeidet.

En annen begrensing i studien er at det ble valgt å definere et problem som: «en oppgave elevene har designet». Ved å bruke denne definisjonen, vil hvert av problemene elevene designet kunne bli definert som et problem, uavhengig av om det faktisk er et reelt problem. Dermed er det viktig å få presisert dennes forskningens definisjon på et problem.

6. Konklusjon og forslag til videre forskning

I denne oppgaven har hensikten vært å undersøke om PP kan være med å fremkalle elevenes forståelse i brøk og hvordan norske 8.klasse elever arbeider med PP og brøk. Ut fra dette ble følgende forskningsspørsmål stilt:

«Hvordan kan problem posing bidra til å fremkalle elevenes forståelse av brøk?»

«Hvordan arbeider norske 8.klasse elever med problem posing oppgaver relatert til brøk?»

Studien tok utgangspunkt i en elevgruppe på 8.trinn som skulle løse fem oppgaver laget ut ifra Christou et al. (2005) sitt rammeverk. Elevene ble delt inn i seks grupper, der to av dem benyttet lydopptaker. Problemene til elevene ble kategorisert ut fra et analyseverktøy inspirert av Cankoy og Ozder (2017), med tilleggsdimensjoner fra brøk som aspekt og forståelse. Gjennom arbeidet med å designe problemer, ble elevene observert, og tre av elevene ble intervjuet i etterkant av PP aktiviteten. Det ble brukt flere metoder for å oppnå en dypere innsikt og for å undersøke om visse funn kunne observeres på tvers av de ulike metodene.

Et av mine funn er at elevene får en dypere forståelse for hvilken kunnskap de selv besitter rundt emnet brøk. Dette kommer frem gjennom intervju og problem design der en elev først mener at han kan brøk, før det indikeres at vedkommende ikke vet når i hverdagen man egentlig benytter seg av multiplikasjon i brøk. Her fremkalles elevens forståelse, når vedkommende innser sitt kunnskapshull og ser at dette må han jobbe mer med. Dette funnet støttes av tidligere forskning, hvor det også ble påvist at PP viser elevene hvilken forståelse de besitter (Toluk-Uçar, 2009). Et annet funn som indikerer fremkalling av forståelse er når elevene forklarer at de vet hvordan oppgaven skal regnes ut (instrumentell forståelse), men at de opplever vansker når det skal designes et problem (relasjonell forståelse). PP gir verdifull innsikt i hvilken kunnskap elevene virkelig besitter, i motsetning til hva de har pugget av formler.

Problemene som ble designet var koblet opp mot brøkaspektet del av hel, som indikerer at det er behov for mer variasjon i brøk undervisning. Det at de fleste av oppgavene er koblet opp mot ett aspekt tyder på en kollektiv instrumentell forståelse av brøk. Da elevgruppene designer problem innad i samme aspekt kategori, kan det tyde på at elevgruppene er begrenset til dette aspektet av brøk, og strever med å koble de andre aspektene opp mot hverdagen. Da problemene var i stor grad samme kategori, viser dette at elevene trenger å øve på andre aspekt innen brøk.

I funnene av studien kom det frem at elevene har forskjellig metode når de arbeider med PP.

Det er to metoder som kommer tydelig frem. Den ene er muntlige diskusjoner i gruppa hvor alle elevene bidrar med forslag, og deretter velges ett av disse forslagene til videre arbeid. Den andre metoden handler om å finne en løsning, for så å anvende løsningen for å designe et problem. Gruppene lager problem, hvor det er lett å komme frem til svaret, gjerne uten noen form for utregning. Det at elevene ikke legger til informasjon og utvider oppgavene, har jeg valgt å tolke som at elevene ikke har nok erfaring med PP. Elevene lager kjente problemer, som de har arbeidet med i timene. Det er også tydelig at elevene ikke har arbeidet med multiplikasjon opp mot hverdagen.

For at PP skal fungere som aktivitet, der elevene arbeider godt, er trygge rammer hvor elevene stoler på hverandre og kan tale fritt, viktig. Gjennom observasjon kom det frem at en av gruppene hadde problemer med å samarbeide, noe som gjorde at gruppen ikke arbeidet effektivt gjennom oppgavene. Dette viser viktigheten av å ha en god gruppe rundt seg når en skal arbeide med utfordrende oppgaver og tema.

Dersom PP skal fremkalle elevenes forståelse hos elevene, er det viktig å motivere elevene til å designe utfordrende problemer, og ikke gjøre det enklest mulig for seg selv. Dersom elevene lærer seg å koble opp matematikken mot hverdagen, kan PP virke motiverende for elevene da de ser bruken for matematikken. Dermed støtter studien tidligere forskning som viser at PP kan spille en sentral rolle i utvikling av matematisk forståelse og interesse (Silver, 1994).

Jeg vil konkludere med at PP er et verktøy som fremkaller elevers forståelse av matematikk. Ved å gi elevene muligheter til å utforske og uttrykke sin forståelse gjennom problemformulering, kan man identifisere hvilken kunnskap elevene besitter. Hvordan elevene arbeider med PP avhenger av rammene de har rundt seg, og det er dermed viktig at elevene føler seg trygge og er i en gruppe hvor de kan uttrykke hva de tenker.

Videre forskning

I denne studien har jeg undersøkt om PP innenfor brøk kan fremkalle forståelse i en 8.klasse og hvordan elevene arbeider med denne form for aktivitet. Videre forskning kunne basert seg på dette, men også på andre trinn, da det finnes lite forskning angående PP og forståelse i Norge. Det er mulig å utforske samme emne, men øke antall deltakere slik at en kan få en dypere innsikt i hvordan elevene arbeider, og hvordan PP fremkaller forståelsen deres. Dersom en skal forske videre, anbefales det å benytte seg av lydopptakere i flere grupper, da flere opptak vil gi flere muligheter til flere funn. En interessant ide kunne være å gjennomføre en studie etter modell av Xie og Masingila (2017), men en kunne utført forskningen på 8.klasse elever istedenfor med lærerstudenter, og fått undersøkt effekten av PP i undervisningen over en tolv ukers periode. Man kan også undersøke problem posing opp mot den nye læreplanen og gå mer i dybden enn det som er blitt gjort i denne studien.

Referanseliste

Aksoy, N. C. & Yazlik, D. O. (2017). Student errors in fractions and possible causes of these errors. *Journal of education and training studies*, 5(11*),* 219- 233. https://doi.org/10.11114/jets.v5i11.2679

Arıkan, E. E. & Ünal, H. (2015). Investigation of problem-solving and problem-posing abilities of seventh-grade students. *Educational sciences: Theory & practice*, 15(5), 1403- 1416.

Balsvik, E. (2017). Interpretivism, first-person authority, and confabulation. *Philosophy of the social sciences*, 47(4-5), 311-329. https://doi.org/10.1177/0048393117705297

Baumanns, L. & Rott, B. (2020). Rethinking problem-posing situations: A review. *Investigations in mathematics learning*, 13(1). https://doi.org/10.1080/19477503.2020.1841501

Befring, E. (2015). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap* (1.utg.). Cappelen Damm Akademisk.

Biber, A. C., Tuna, A. & Aktas, O. (2013). The misconceptions of the students about the fractions and the effects of these errors on the solution of fraction problems. *Trakya University journal of education,* 3(2), 152-162.

Bondø, A. (2010). Brøk – er det noe problem, da? *Tangenten*. https://web01.usn.no/~panderse/MAT101/artikkelbondo.pdf

Brown, S. I. & Walter, M. I. (2005). *The art of problem posing* (3. utg.). London: Lawrence Erlbaum Associates.

Cai, J. & Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and posing. *Journal of mathematical behavior*, 21(4), 401-421. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00142-6

Cai, J. & Jiang, C. (2016). An analysis of problem-posing tasks in Chinese and US elementary mathematics textbooks. *International journal of science and mathematics education*, 15(8). 10.1007/s10763-016-9758-2

Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B. & Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational studies in mathematics*, 83(1). 10.1007/s10649-012-9429-3

Cankoy, O. (2014). Interlocked problem posing and children's problem posing performance in free structured situations. *International journal of science and mathematics education*, 12, 219-238. https://doi.org/10.1007/s10763-013-9433-9

Cankoy, O. & Özder, H. (2017). Generalizability theory research on developing a scoring rubric to assess primary school students' problem posing skills. *EURASIA journal of mathematics science and technology education*, 13(6), 2423-2439. https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01233a

Carpenter, T. P., Franke, M. L. & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: integrating arithmetic and algebra in elementary school.* Heinemann.

Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D. & Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *ZDM: the international journal on mathematics* education, 37(3), 149-158. 10.1007/s11858-005-0004-6

Clark, V. K. P. & Creswell, J. W. (2017). *Designing and conducting mixed methods research* (3.utg.). Sage publications.

Clarke, D. M., Roche, A. & Mitchell, A. (2008). Ten practical tips for making fractions come alive and make sense. *Mathematics teaching in the middle School*, 13(7), 372–380. 10.5951/MTMS.13.7.0372

Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in pre-service teachers' practices. *Educational studies in mathematics*, 52(3), 243–270. http://dx.doi.org/10.1023/A:1024364304664

Creswell, J. W. (2014). *Research design: qualitative, quantitative and mixed methods approaches* (4.utg.). Canadian center of science and education.

Creswell, J. W. & Creswell, J. D. (2018). *Research design: qualitative, quantitative & mixed methods approaches* (5.utg.). Sage publications.

Creswell, J. W. & Creswell, J. D. (2023). *Research design: qualitative, quantitative and mixed methods approaches* (6.utg.). Sage publications.

Creswell, J.W. & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4.utg.). Sage publications.

Crotty, M. J. (1998). *The foundations of social research: Meaning and perspective in the research process*. SD books.

Cunningham, R. (2004). Problem posing: an opportunity for increasing student responsibility. *Mathematics and computer education*, 38(1), 83-89.

Davison, D. M. & Pearce, D. L. (1988). Using writing activities to reinforce mathematics instruction. *The arithmetic teacher*, 35(8), 42-45. https://doi.org/10.5951/AT.35.8.0042

Einstein, A. & Infeld, L. (1938). *The evolution of physics: The growth of ideas from early concepts to relativity and quanta.* Cambridge: Cambridge university press.

English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for research in mathematics education*, 29(1), 83-106. http://dx.doi.org/10.2307/749719

Ezzari, M. (2018). *Jeg skjønner ikke helt, kan vi ikke bare gjøre matte? En studie av elevers arbeid med problem posing* [Masteroppgave, Høgskulen på Vestlandet]. https://hvlopen.brage.unit.no/hvlopen-xmlui/bitstream/handle/11250/2569711/Masterthesis_Ezzari.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Grimen, H. (2007). *Samfunnsvitenskapelige tenkemåter* (3.utg.). Universitetsforlaget.

Fennell, F., Kobett, B. M. & Wray, J. A. (2014). Fractions are numbers, too! *Mathematics teaching in the middle School*, 19(8), 486–493. https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.19.8.0486

Fishbein, E., Deri, M., Nello, M. S. & Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for research in mathematics education,* 16(1), 3-17. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.16.1.0003

Hammersley, M. & Traianou, A. (2012). *Ethics in qualitative research. Controversies and contexts.* Sage publications.

Hartmann, LM., Krawitz, J. & Schukajlow, S. (2021). Create your own problem! When given descriptions of real-world situations, do students pose and solve modelling problems? *ZDM mathematics education*, 53, 919-935. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01224-7

Hartmann, LM., Krawitz, J. & Stanislaw, S. (2022, august). *The process of modelling- related problem posing – a case study with preservice teachers.* 45th Conference of the international group for the psychology of mathematics education. https://www.researchgate.net/publication/362958145_THE_PROCESS_OF_MODELLING-RELATED_PROBLEM_POSING_-A_CASE_STUDY_WITH_PRESERVICE_TEACHERS

Haugen, A. & Morset, O. (2020). *Elevers kompetanse i brøk – med og uten konkretiseringsmateriell* [Masteroppgave, Universitetet i Agder]. https://uia.brage.unit.no/uia-xmlui/bitstream/handle/11250/2680653/Anders%20Haugen.pdf?sequence=1

Hecht, S. A. & Vagi, K. J. (2010). Sources of group and individual differences in emerging fraction skills. *Journal of educational psychology,*102 (4), 843-859. https://doi.org/10.1037/a0019824

Herheim, R. (2023). On the origin, characteristics, and usefulness of instrumental and relational understanding. *Educational studies in mathematics*, 113, 389-404. 10.1007/s10649-023-10225-0

Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2010). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode (*4.utg.*)*. Abstrakt.

Karagaac, M.K. & Kose, L. (2015). Examination of pre-service and in-service teachers' knowledge of students' misconceptions on the topic of fractions. *Sakarya University journal of education faculty*, 30, 72-92.

Karlsen, G. (2017). *Hvilke sammenhenger kan vi se mellom elevers forkunnskaper om brøk og hvordan de løser oppgaver knyttet til divisjon med* brøk [Masteroppgave, NTNU]. https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/bitstream/handle/11250/2455620/Karlsen2017.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Kılıç, Ç. (2017). A New Problem-Posing Approach Based on Problem-Solving Strategy: Analyzing Pre-service Primary School Teachers' Performance. *Educational sciences: theory & practice*, 17(3). 771-789. 10.12738/estp.2017.3.0017

Kloosterman, P. (2010). Mathematics skills of 17-year-olds in the United States: 1978 to 2004. *Journal for research in mathematics education*, 41(1), 20-51.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3.utg.). Gyldendal akademisk.

Lamon, S. J. (2005). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (2.utg.). Lawrence erlbaum assoc inc.

Larsen, A. K. (2017). *En enklere metode- veiledning i samfunnsvitenskapelig forskningsmetode* (3.utg). Fagbokforlaget.

Leer, L. G. (2009). *Vurdering av matematisk problemløsning* [Masteroppgave, NTNU]. https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/bitstream/handle/11250/258617/350712_FULLTEXT01.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Liljedahl, P. & Cai, J. (2021). Empirical research on problem solving and problem posing: a look at the state of the art. *ZDM mathematics education*, 53, 723-735. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01291-w

Løkken, G. & Søbstad, F. (2013). *Observasjon og intervju i barnehagen* (4.utg.). Universitetsforlaget.

Maher, C. A. (2009). Children's reasoning: Discovering the idea of mathematical proof. Stylianou, D. A., Blanton, M. L. & Knuth, E. J (Red.), *Teaching and learning proof across the grades: A K-16 Perspective* (1.utg., s. 120-132). Routledge.

Martinez, S. & Blanco, V. (2021). Analysis of problem posing using different fractions meanings. *Educational sciences*, 11(2). https://doi.org/10.3390/educsci11020065

Mazzocco, M.M.M. & Devlin, K. T. (2008). Parts and 'holes': Gaps in rational number sense among children with vs. without mathematical learning disabilities. *Developmental science,* 11(5), 681-691. https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2008.00717.x

McCloskey, M. (2007). Quantitative literacy and developmental discalculias. I D. B. Berch & M.M.M. Mazzocco (Red.), *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning and difficulties and disabilities*, 415-429. Baltimore, MD: Paul H. brookes publishing.

Neagoy, M. (2017). *Unpacking fractions: Classroom-tested strategies to build students' mathematical understanding* (1.utg.). ASCD.

Nordstrom, S. N. (2015). Not so innocent anymore: Making recording devices matter in qualitative interviews. *Qualitative inquiry,* 21(4), 388-401. https://doi.org/10.1177/1077800414563804

Nosrati, M. & Wæge, K. (2019). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk.* Matematikksenteret. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/media/filer/MAM/Sentrale%20kjennetegn%20p%C3%A5%20god%20l%C3%A6ring%20og%20undervisning%20i%20matematikk.pdf

Olsen, A. & Sandvik-Olsen, K. (2023). *Problemløsningsoppgaver i grupper: En kvalitativ undersøkelse av problemløsning i matematikk på 5.trinn ved gruppearbeid* [Masteroppgave, Universitetet i Agder]. https://uia.brage.unit.no/uia-xmlui/bitstream/handle/11250/3076226/no.uia%3ainspera%3a143765519%3a34451351.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Polya, G. (2004). *How to solve it: A New Aspect of Mathematical Method.* Princeton university press. https://books.google.no/books/about/How_to_Solve_It.html?id=z_hsbu9kyQQC&redir_esc=y

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode: en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2.utg.). Universitetsforlaget.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. I D. Grouws (Red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 334-370). Macmillan. https://www.researchgate.net/publication/289963462_Learning_to_think_mathematically_Problem_solving_metacognition_and_sense_making_in_mathematics

Seale, C. & Silverman, D. (1997) Ensuring rigour in qualitative research. *The European journal of public health*, 7(4), 379–384. https://doi.org/10.1093/eurpub/7.4.379

Siegler, R. S. & Pyke, A. A. (2013). Developmental and individual differences in understanding of fractions. *Developmental psychology,* 49(10). 10.1037/a0031200

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics*, 14(1), 19-28. http://www.jstor.org/stable/40248099

Silver, E. A. (2013). Problem-posing research in mathematics education: Looking back, looking around, and looking ahead. *Educational studies in mathematics*, 83, 157-162. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9477-3

Silver, E. A. & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for research in mathematic education*, 27(5), 521-539. https://doi.org/10.2307/749846

Silver, E.A., Mamona-Downs, J., Leung, S. S. & Kenney, P. A. (1996). Posing mathematical problems: An exploratory study. *Journal for research in mathematics education,* 27(3), 293-309. https://doi.org/10.2307/749366

Singer, F. M., Ellerton, N. & Cai, J. (2015). *Mathematical problem posing: From research to effective practice*. Springer New York.

Spangler, D. B. (2011). *Strategies for teaching: Using error analysis for intervention and assessment.* Sage publications.

Stafylidou, S. & Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and instruction,* 14(5), 503-518. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2004.06.015

Stoyanova, E. (2003). Extending students' understanding of mathematics via problem posing. *The australian mathematics teacher*, 59(2), 32-40. https://search.informit.org/doi/10.3316/aeipt.129365

Stoyanova, E. & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. I P. Clarkson (Red.), *Technology in mathematics education*. (s. 518-525). Mathematics education research group of Australasia.

Sønsteby, C. G. (2016). *Tilpasset opplæring i matematikk* [Bacheloroppgave, Høgskolen i Hedmark]. https://brage.inn.no/inn-xmlui/bitstream/handle/11250/2494598/Soensteby.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitativ metode* (4.utg.*).* Fagbokforlaget.

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitative metoder* (5.utg.). Fagbokforlaget.

Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and teacher education*, 25(1), 166-175. https://doi.org/10.1016/j.tate.2008.08.003

Tracy, S. J. (2019). *Qualitative research methods: Collecting evidence, crafting analysis, communicating impact* (2.utg.). Wiley-Blackwell.

Utdanningsdirektoratet. (2019, 13.mars). *Dybdelæring*. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Kjerneelementer*. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob

Utdanningsdirektoratet. (2020, 9.juni). *Hva er nytt i matematikk?* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagspesifikk-stotte/nytt-i-fagene/hva-er-nytt-i-matematikk/

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn.* Fastsatt som forskrift av Kunnskapsdepartementet. MAT01-05.pdf (udir.no)

Utdanningsdirektoratet. (2021, 24.juni). *Kunnskapsløftet 2020 – hvorfor har vi fått nye læreplaner?* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/hvorfor-nye-lareplaner/

Van de Walle, J., Karp, K. & Bay-Williams, J. (2015). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally, global edition* (9.utg.). Pearson education limited.

Vethe, T. I. (2015). *Problem posing i matematikk i eit elevperspektiv* [Masteroppgave, Høgskulen på Vestlandet]. https://hvlopen.brage.unit.no/hvlopen-xmlui/bitstream/handle/11250/2482249/Masterthesis_Vethe.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Xie, J. & Masingila, J. O. (2017). Examining interactions between problem posing and problem solving with prospective primary teachers: A case of using fractions. *Educational studies in mathematics*, 96, 1-18. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9760-9

Vedlegg

Vedleggliste:

Vedlegg 1: Meldeskjema til SIKT(NSD)

Vedlegg 2: Samtykkeskjema

Vedlegg 3: Problem posing arbeidsark

Vedlegg 4: Transkribering gruppe 1 utdrag

Vedlegg 5: Intervjuguide

Vedlegg 1: Meldeskjema til SIKT (NSD)

Vurdering av Meldeskjema

Referansenummer	Type	Dato
105935	Standard	26.01.2022

Prosjekttittel

Master problem posing

Behandlingsansvarlig institusjon

Høgskulen på Vestlandet / Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett / Institutt for språk, litteratur, matematikk og tolkning

Prosjektansvarlig

Tesfa Yigrem Mengestie

Student

Espen Saltvedt

Prosjektperiode

01.02.2022 - 11.05.2022

Kategorier personopplysninger

Alminnelige

Meldeskjema

Kommentar

Det er vår vurdering at behandlingen vil være i samsvar med personvernlovgivningen, så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet den 26.01.2022 med vedlegg. Behandlingen kan starte.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige personopplysninger frem til 11.05.2022.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 nr. 11 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse, som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

For alminnelige personopplysninger vil lovlig grunnlag for behandlingen være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art.

6 nr. 1 a.

PERSONVERNPRINSIPPER

Vi vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen:

- om lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker tilbehandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke videre behandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet.

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Vi vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art.13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

Vi legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må prosjektansvarlig følge interne retningslinjer/rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilken type endringer det er nødvendig å melde:

https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema Du må vente på svar fra Personverntjenester før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet. Kontaktperson hos Personverntjenester: Simon Gogl Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 2: Samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet

«Hvordan arbeider 8.klasse elever med problem posing og brøk, og kan problem posing bidra til å få frem elevers forståelse av brøk?»

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke om problem posing, en aktivitet hvor elevene designer problem selv, kan bidra til å få frem elevers forståelse av brøk. I tillegg vil vi undersøke hvordan elevene arbeider med problem posing og brøk. I dette skrivet gir jeg deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Formålet med prosjektet er å undersøke om problem posing kan få frem elevers forståelse av brøk, samt undersøke hvordan elever arbeider når de selv må designe problem. Kan problem posing være med å påvirke hvordan vi skal undervise elevene i fremtiden? Forskningsspørsmålene jeg skal analysere er:

> *«Hvordan kan Problem Posing bidra til å fremkalle elevenes forståelse av brøk?»*
>
> *«Hvordan arbeider norske 8.klasse elever med problem posing oppgaver relatert til brøk?»*

Dette er en masteroppgave som skrives i samarbeid med Høgskulen på Vestlandet, avdeling Stord.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Høgskulen På Vestlandet avdeling Stord er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Jeg vil undersøke hvordan 8.klasse elever arbeider med problem posing og brøk. Jeg velger 8.klasse da dette er klassetrinnet hvor elevene skal kunne brøk, ifølge læreplanen (veiviseren for lærere om når elevene skal lære hva). Jeg har vært i kontakt med læreren deres og spurt om h*n synes det er greit at jeg får låne to undervisningstimer av deres tid. Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i prosjektet mitt, innebærer det at du deltar i 2 timer undervisning der vi skal designe egne problemer i matematikken. For å samle inn informasjon som jeg kan undersøke vil jeg bruke lydopptak, observasjon og intervju. Lydopptaket vil være fra samtalene som skjer mellom elevene når de arbeider med design av problemer. Observasjonen vil være notater fra hva jeg hører og ser når elevene designer egne problemer. Intervjuet vil spørre elevene generelt om hva de synes om å designe egne problemer, hva som var positivt og negativt.

Dersom dere har et ønske om å få se intervjuguide/oppgavetekst før dere svarer er det bare å ta kontakt på ved mail/telefon

Mail: espen.saltvedt@hotmail.com

Telefon: 45 09 50 78

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Alle elevene får prøve å designe problemer, men dersom du ikke ønsker å delta i forskningen vil det du sier/gjør ikke bli brukt i forskningen og du vil ikke ha lydopptak med deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. De som har tilgang til innsamlet informasjon, vil være meg og min veileder. For å sikre at ingen får tak i informasjonen vil jeg bruke lydopptaker som ikke har tilgang på internett og en datamaskin som er koblet fra internett. Navn vil bli erstattet med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data.

Det vil ikke være mulig å gjenkjenne dere i publikasjonen, da navn blir omgjort til kode og lydopptakene vil ikke bli publisert, men slettet. **Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?**

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er i slutten av Mai 2022. Personopplysninger som er samlet inn vil bli makulert og lydopptakene slettes.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Høgskulen på Vestlandet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- *Høgskulen på Vestlandet* ved Tesfa Yigrem Mengestie kontaktes på Tesfa.Yigrem.Mengestie@hvl.no;

  Student Espen Jacobsen Saltvedt kontaktes på Espen.Saltvedt@hotmail.com Vårt personvernombud: Trine Anikken Larsen kontaktes på: Trine.Anikken.Larsen@hvl.no

Hvis du har spørsmål knyttet til SIKT sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- SIKT- Kunnskapssektorens tjenesteleverandør på epost (kontakt@sikt.no) eller på telefon: 73 98 40 40.

Med vennlig hilsen

(Forsker/veileder)

Student

Tesfa Yigrem Mengestie

Espen Jacobsen Saltvedt

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «*Hvordan arbeider 8.klasse elever med problem posing og brøk, og kan problem posing bidra til å få frem elevers forståelse av brøk"?*», og har fått anledning til å stille spørsmål.

Jeg (foresattes navn)   samtykker til at (elevens navn)
kan delta i:

- ☐ å delta i lydopptak der eleven arbeider med problem posing
- ☐ å delta i intervju der vi snakker om problem posing
- ☐ å observeres når jeg designer problemer

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

(Signert av prosjektdeltaker og foresatte, dato)

Vedlegg 3: Problem posing arbeidsark

Design av brøk oppgaver

I dag skal dere designe oppgaver i matematikk og temaet er brøk. Arket består av 5 oppgaver og jeg ønsker at dere sammen som en gruppe skal komme frem til oppgaver.

Når man designer oppgaver, er det viktig å ta seg tid til å sjekke om de er løselige. Dersom problemet ikke er løselige (LA STÅ) og prøv en ny variant. Dersom dere har designet en oppgave og har tid kan dere legge til flere oppgaver.

Navn på deltakere i gruppen:

____

____

Oppgave 1.

Lag en oppgave der regnestykket $\frac{1}{6}+\frac{2}{3}$ blir brukt for å løse oppgaven.

Oppgave:

Løsning:

Oppgave 2

På Sia skole finnes det 100 elever fordelt på tre klassetrinn. Hvert trinn har tre klasser. I 8a er det 5 gutter og 15 jenter. Tre av guttene spiller håndball, mens de to andre driver med trampett. Av jentene spiller fem håndball, fem spiller fotball og fem driver med trampett.

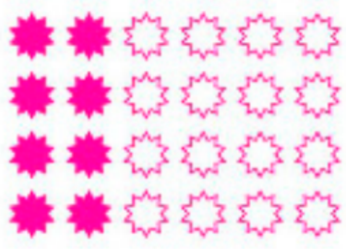
Ut fra den gitte informasjonen over, lag to oppgaver til teksten som benytter seg av brøk.

Oppgave:

Løsning:

Oppgave 3

Ut fra dette bilde, design en oppgave der brøk benyttes.



Oppgave:

Løsning:

Oppgave 4

Lag en oppgave relatert til brøk som passer til regnestykke $\frac{1}{2} * \frac{1}{3}$

Oppgave:

Løsning:

Oppgave 5

Lag en oppgave som benytter seg av brøk der svaret blir: $1\frac{1}{2}$

Oppgave:

Løsning:

Vedlegg 4: Transkribering gruppe 1 utdrag

Bjarne: Dette er jo lett (tolker oppgaven).

Chris: Ja, kjempelett.

Andrea: Men vi må jo lage oppgavene, ikke bare regne.

Chris leser opp oppgave 1 høyt for de to andre.

Andrea: Vi kan jo bare ta og lage oppgave med en pizza eller noe slikt?

Bjarne: Ja.

Chris: Det er jo det letteste.

Andrea: Okei, da blir det en... hva gjør vi nå?

Chris: ...

Andrea: Sånn, da har vi seks stykker og så kan vi ikke ta en, en der det bare er en?

Bjarne: Kan du ikke bare tegne opp en sjettedel?

Andrea: Ja, jeg har jo gjort det.

Bjarne: Ja, men…

Tydelig at Bjarne prøver å forstå hva som skjer, men må tenke seg om.

Chris: Jeg skjønner det.

01:26

Bjarne tar ordet og leser opp oppgaven på nytt

Bjarne: … 2/3 deler.

Bjarne: Deler på pizzadeler.

Andrea: Okei, hvordan gjør jeg det? Jeg husker ikke hvordan...

Bjarne: Nei, jeg husker ikke...sånn... det er jo ikke like deler.

Andrea: Nei, men det går bra, vi skjønner det.

Andrea: Da er det to.

Chris: 2/3 deler.

Andrea: … så skal vi lage tekstoppgave liksom?

Chris: Tror det.

Bjarne: Hva?

Andrea: Okei, hva skal det være?

Bjarne: …

Andrea: Okei … Kari og Berit skal spise pizza, Berit skal spise pizza.

Chris: Berit er grådig, tar all pizzaen selv.

Det blir tullprat, snakker om å skru av opptakeren, Andrea sier at de ikke skal gjøre det.

Andrea: Okei så, Kari spiser 1/6 av en pizza og Berit spiser 2/3 av en annen pizza, hvor mye pizza spiser de til sammen?

Chris: Ja, den er fin.

Bjarne: Kjempeflott.

Chris: Det blir mye pizza, spiser masse pizza.

Chris: Hvordan kan de kjøpe to pizzaer også spiser de ikke opp en hel en gang?

Andrea: De ville sikkert ha forskjellig.

Chris: Ja, det er sant.

Bjarne: En vil ha et lite stykke. (Vanskelig å høre hva Bjarne sier)

Bjarne: Oi, du bannet.

Chris: Nå må du be.

Bjarne: Dette skal ikke ha noe med religion å gjøre.

Chris: Det er ikke KRLE nå.

04:25

Studenten kommer inn.

Student: For å gjøre det lettere for meg å gå gjennom, så er det fint om dere sier hvilken oppgave dere er på. Og noter inn her.

Andrea: Okei.

Bjarne: Ja.

Andrea: Okei, da begynner vi her da. Kan du (Bjarne) skrive?

Bjarne: Nei, jeg kan lese.

Chris: Nei.

Andrea: Bjarne kan ikke lese min skrift.

Chris: Jeg kan ikke skrive en gang.

Bjarne: Hva med to ess?

Andrea: På sia skole finnes det 100 elever fordelt på tre klassetrinn, hvert trinn har tre klasser. I 8A er det fem gutter og femten jenter, det var veldig. … tre av guttene spiller håndball mens de to andre driver med trampett. Av jentene spiller fem håndball og fem fotball og fem driver med trampett. Ut fra den gitte informasjonen over lag, nei over lag to oppgaver til teksten som benytter seg av brøk.

Chris: Å herregud.

Bjarne: Du er så sjelden god.

Chris: Hva er det som skjer her da?

Andrea: Herregud.

06.25

Andrea: Okei, du kan tenke litt nå. (mest sannsynlig til Bjarne)

Bjarne: Jeg vet ikke helt hva jeg skal si.

Bjarne: Hvor mange i klassen spiller håndball?

Chris: Fem gutter, fem, altså det er hundre elever på skolen, så det er jo gjerne sånn hvor mange elever er det på skolen, nei vent hæ?

Vedlegg 5: Intervjuguide

Takke elevene for at de vil stille opp til intervju.

Fortelle hvem jeg er og gi dem en forklaring på hvorfor jeg samler inn dataen og hvilket formål prosjektet har. Elevene skal få vite at de kan når som helst gå dersom de ikke ønsker, og vite at det de sier forblir anonymt.

Gjennom hele intervjuet ha en positiv holdning og la elevene snakke, selv om de bryter ut av intervjuguiden. Lytte etter og vurdere oppfølgingsspørsmål.

1. Hvordan trives du i matematikkundervisningen?
   A. Hvorfor?
2. Kjenner du til problem posing / Oppgavedesign?
3. Hvordan opplevde du å arbeide med problem posing? (vise ark av oppgavene for å friske opp minnet)
   a. Hva var det som gjorde at du likte det?

   b. Hva gjorde at du ikke likte det?

4. Har du designet egne problemer i matematikkundervisningen før?

   a. Hvordan opplevde du det?

   b. Hvilke vansker opplevde du, og hva var det som gjorde det vanskelig?

      Var det på grunn av tematikken, undervisning og manglende erfaring?

   c. hvordan tenkte du når du lagde oppgaver?

      Hvorfor tenkte du slik?

5. Hva tenker du om å designe problemer til brøk?

   a. Vil det være enklere med andre temaer, hvilke og hvorfor?

6. Var det noen av oppgavene som var vanskelige?

   a. Hva gjorde dem vanskelige, hva gjorde dem enkle?

7. Kunne du tenke deg å jobbe mer med å designe egne problemer i matematikkundervisningen

a. Hvorfor kan du tenke og jobbe mer/mindre med problem posing?

b. Hvordan ville du arbeidet med problem posing neste gang?

8. Opplevde du mestring?

a. Hvorfor opplevde du mestring? Hvor opplevde du mestring?