



Høgskulen på Vestlandet

Matematikk 3, emne 4 - Masteroppgave

MGUMA550-O-2023-VÅR2-FLOWassign

Predefinert informasjon

Startdato:	02-05-2023 09:00 CEST	Termin:	2023 VÅR2
Sluttdato:	15-05-2023 14:00 CEST	Vurderingsform:	Norsk 6-trinns skala (A-F)
Eksamensform:	Masteroppgave - Bergen		
Flowkode:	203 MGUMA550 1 O 2023 VÅR2		
Intern sensor:	(Anonymisert)		

Deltaker

Kandidatnr.:	239
---------------------	-----

Informasjon fra deltaker

Antall ord *:	35400
----------------------	-------

Egenerklæring *: Ja

Jeg bekrefter at jeg har Ja registrert oppgavetittelen på norsk og engelsk i StudentWeb og vet at denne vil stå på vitnemålet mitt *:

Jeg godkjenner autalen om publisering av masteroppgaven min *

Ja

Er masteroppgaven skrevet som del av et større forskningsprosjekt ved HVL? *

Nei

Er masteroppgaven skrevet ved bedrift/uirksomhet i næringsliv eller offentlig sektor? *

Nei



MASTEROPPGAVE

“Motiverende matematikk for evnerike elever: en studie av hva elevene selv mener om tilpasninger og oppgavetyper.”

"Motivating mathematics for gifted students: A study of what the students themselves think about adaptations and task types."

Kristian Kjær Berntsen & Steffen Johannessen

Master i matematikk i Grunnskolelærerutdanningen 5-10

Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett

Veileder: Beate Lode

Innleveringsdato: 15.05.2023

Vi bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle

kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 12-1.

Forord

Denne masteroppgaven setter et punktum for vår reise til å bli lærere. Vi har gjennom arbeidet med denne oppgaven fordypet oss i et tema vi engasjerer oss for. Det har vært veldig lærerikt og spennende, og vi har tilegnet oss mye kunnskap om temaet, som vi kommer til å ta med oss videre ut i læreryrket. Vi har gjennom samarbeidet på grunnskolelærerutdanningen de siste fem årene bevist for oss selv hvor godt vi fungerer sammen. Vi har håndtert alt fra utfordrende matematikkoppgaver til lange arbeidskrav og eksamener, og vår felles erfaring har styrket vårt samarbeid. Vi har lenge snakket om å skrive masteroppgaven sammen som en måte å avslutte vår studietid på, og da vi fikk muligheten var det en gyllen sjanse vi ikke kunne gå glipp av. Vi har en felles forståelse og tenker i stor grad likt, samtidig som vi utfyller hverandre på en god måte. Dette har gjort at samarbeidet har fungert godt, og vi er glade for å kunne fullføre vår masteroppgave sammen.

Vi vil gjerne benytte denne anledningen til å uttrykke vår takknemlighet til alle som har bidratt til vår masteroppgave. Dette arbeidet ville ikke vært mulig uten deres bidrag, støtte og veiledning. Vi vil takke vår veileder Beate Lode, som har vært en uvurderlig kilde til kunnskap og motivasjon. Hun har gitt oss verdifulle tilbakemeldinger og veiledning gjennom hele prosessen, og vi er takknemlige for hennes støtte.

Vi vil også gi en stor takk til informantene som tok seg tid til å stille opp i vår studie i en ellers travel hverdag. Uten deres bidrag ville vi ikke ha hatt tilgang til de ressursene vi trengte for å gjennomføre vår forskning. Det samme gjelder alle som har korrekturlest oppgaven og kommet med innspill. Til slutt vil vi takke familie og venner for deres støtte og oppmuntring gjennom hele denne prosessen.

Vi håper denne oppgaven vil bidra til å øke kunnskapen og forståelsen rundt tilpasninger for evnerike elever i matematikk. Vi har lagt mye arbeid og engasjement i dette prosjektet, og vi håper at det vil være til nytte for andre lærer, forskere og interessenter innen dette feltet.

Kristian Kjær Berntsen & Steffen Johannessen

Høgskulen på Vestlandet, Bergen, 15. mai 2023.

Sammendrag

Denne studien handler om evnerike elever i matematikk, og hvordan man kan tilpasse undervisningen for dem gjennom tiltak og/eller oppgavetyper. Ut ifra egne erfaringer både fra praksis, utdanning og tidligere skolegang, har vi erfart at fokuset på tilpasning i matematikkundervisningen ofte faller på elevene som strever med det faglige. Med bakgrunn i dette ønsker vi å rette fokuset mot de evnerike elevene i matematikk. Formålet med denne studien er å se på hvilke tilpasninger og oppgavetyper evnerike elever sier de liker å jobbe med i matematikk. Følgende forskningsspørsmål ligger til grunn for studien:

“Hvilke type tiltak og oppgaver sier evnerike elever kan inspirere dem til innsats i matematikkfaget?”

For å belyse forskningsspørsmålet vårt er det valgt en kvalitativ tilnærming. Datamaterialet er et semistrukturert intervju med fem evnerike elever. Det er elever som går på videregående eller nylig er ferdig. Det ble gjort individuelle intervju, der de evnerike elevene ble presentert for ulike oppgavetyper.

I gjennomgang av teori og tidligere forskning kommer det fram at det eksisterer ulike begrep for å omtale elevgruppen vi har forsket på både talentfulle, begavede og elever med stort læringspotensial blir brukt for å beskrive elevene. Vi har konsekvent valgt å omtale dem som evnerike elever i denne studien. I studien presenteres det ulike former for tilpasset undervisning som er vanlig å ta i bruk for evnerike elever, samt oppgavetyper evnerike elever kan ha nytte av å arbeide med. Vi har hovedsakelig sett på teori som er relevant for det norske skolesystemet, blant annet NOU 2016:14 (2016); Børte, Lillejord & Johansson (2016); Smedsrud (2012; 2018).

Resultatene av denne studien viser at evnerike elever liker oppgaver som kan relateres til det virkelige liv. I tillegg liker de godt problemløsningsoppgaver. Når det gjelder tiltak for å tilpasse matematikkundervisningen var det stor enighet blant informantene om at forsering var noe de likte i sin egen skolegang. I intervjuene kom det også fram at noen av de evnerike Elevene har opplevd at det har vært mangler på oppfølging fra læreren – noe som har ført til at enkelte «ikke har lært seg å lære.»

Målet med denne studien er å bidra til mer kunnskap rundt evnerike elever i matematikk, og hvordan vi kan bidra til en skole som tilrettelegger for alle elevers behov, også de evnerike elevene.

Summary

This study is about gifted students in mathematics and how to adapt teaching for them through measures and/or types of tasks. Based on our own experiences from practice, education, and previous schooling, we have found that the focus on adaptation in mathematics education often falls on students who struggle with the subject matter. With this in mind, we want to focus on gifted students in mathematics. The purpose of this study is to examine the adaptations and types of tasks gifted students say they like to work with in mathematics. The following research questions form the basis of the study:

"What types of measures and tasks do gifted students say can inspire them to make an effort in mathematics?"

To illuminate our research question, a qualitative approach has been chosen. The data material is a semi-structured interview with five gifted students who are in high school or have recently finished. Individual interviews were conducted, where the gifted students were presented with various types of tasks.

In reviewing theory and previous research, it emerges that there are different terms used to describe the student group we have researched. Both talented, gifted, and students with great learning potential are used to describe the students. We have consistently chosen to refer to them as gifted students in this study. The study presents different forms of adapted teaching that are commonly used for gifted students, as well as types of tasks that gifted students may benefit from working on. We have mainly looked at theory that is relevant to the Norwegian school system, including NOU 2016:14 (2016); Børte, Lillejord & Johansson (2016); Smedsrud (2012; 2018).

The results of this study show that gifted students like tasks that can be related to real life. In addition, they enjoyed problem-solving tasks. When it came to measures to adapt mathematics education, there was a great deal of agreement among the informants that forcing was something they liked in their own schooling. In the interviews, it also emerged that some of the gifted students have experienced that there has been a lack of follow-up from the teacher - which has led to some of them "not learning to learn." The aim of this study is to contribute to more knowledge about gifted pupils in mathematics, and how we can contribute to a school that caters for all pupils' needs, including the gifted pupils.

Innholdsfortegnelse

Forord	2
Sammendrag.....	3
Summary.....	4
1.0 Innledning.....	9
1.1 Bakgrunn for valg av tema.....	9
1.1.1 Tilpasset opplæring og inkludering.....	9
1.1.2 Evnerike elever	10
1.1.3 Elevers medvirkning i egen læring.....	11
1.1.4 Tidligere forskning	12
1.2 Formålet med studien og problemstilling	14
1.3 Oppbygging av oppgaven	15
2.0 Historiske trekk ved norsk skolepolitikk.....	16
2.1 Norsk skolepolitikk fram til i dag.....	16
2.2 Den nye læreplanen LK 20.....	17
3.0 Teoretisk forankring.....	19
3.1 Ulike forståelser og definisjoner av evnerike elever	19
3.2 Identifisering av evnerike elever og deres tilbud i skolen	21
3.3 Motivasjon	22
3.4 Forskning om arbeidsmetoder benyttet for tilpasning av undervisning for evnerike elever	24
3.4.1 Differensiering	26
3.4.2 Berikelse.....	28
3.4.3 Akselerasjon og forsering.....	29
3.4.4 Nivådeling	30
3.5 Oppgavetyper knyttet til læringsmiljø og undervisning	31
3.5.1 Kognitivt krevende oppgaver	31
3.5.2 Problemløsningsoppgaver	33
3.5.3 Virkelighetsnære oppgaver	33
3.5.4 Visuelle oppgaver.....	35
4.0 Metode.....	36
4.1 Valg av forskningsdesign.....	36
4.2 Kvalitativ metode	37
4.3 Intervju	38
4.3.1 Semistrukturert intervju.....	39

4.3.2 Utvalg av informanter	40
4.3.3 Oppgaver til intervjuguiden	41
Olympiaden 2021:	41
Problemløsningsoppgaver:	42
Kognitive oppgaver:	42
4.3.4 Utarbeidelse av intervjuguiden.....	42
4.3.5 Gjennomføring og transkribering av intervju.....	45
4.4 Teoretisk rammeverk og metode for analyse	46
4.5 Metodekritikk.....	48
4.5.1 Reliabilitet	48
4.5.2 Validitet.....	49
4.6 Etisk betraktning	50
5.0 Analyse og resultat.....	52
5.1 Oppgaveinteresse	53
5.1.1 Sier at de interesserer seg for realistiske oppgaver	53
5.1.2 Sier at de interesserer seg for "Tjueen" og/eller "Addisjonsmysteriet"	55
5.1.3 Sier at de interesserer seg for oppgavene fra Olympiaden.....	57
5.1.4 Sier at de interesserer seg for "Datamatching og/eller "Overbooking"	58
5.1.5 Sier noe om bevisoppgaver	58
5.1.6 Oppsummering av oppgaveinteresse.....	60
5.2 TPO- Tilpasset opplæring (Berikelse, differensiering, nivådeling, akselerasjon og forsering).....	61
5.2.1 Berikelse.....	61
5.2.2 Differensiering	61
5.2.3 Nivådeling	62
5.2.4 Akselerasjon	63
5.2.5 Forsering.....	67
5.2.6 Oppsummering Tilpasset opplæring (Berikelse, differensiering, nivådeling, akselerasjon og forsering)	69
5.3 Motivasjon	70
5.3.1 Faglig interesse.....	70
5.3.2 Oppsummering av fagliginteresse	72
5.4 Interesse for emner i matematikk	73
5.4.1 Generalisering	73
5.4.2 Anvendelse av formler	75

5.4.3 Problemløsning med et bestemt svar (fasitsvar)	75
5.4.4 Oppsummering av interesse for emner i matematikk.....	76
5.5 Kriterier for deltakelse i en matematisk diskusjon	78
5.5.1 Har kunnskap om temaet.....	78
5.5.2 Diskutere sammen med elever på samme nivå	79
5.5.3 Jobbe alene	81
5.4 Oppsummering av kriterier for deltakelse i en matematisk diskusjon.....	82
5.6 Oppsummering av analysen og resultatene.....	83
6.0 Drøfting.....	84
6.1 Hvordan samsvarer resultat og funn med tidligere forskning?	84
6.2 Hva studien kan tilføre forskningsfeltet	86
6.3 Hvordan kan læreren tilrettelegge med oppgaver for evnerike elever?	86
6.4 Hvilke tiltak kan læreren ta i bruk for å for å imøtekomme evnerike elevers behov?	91
6.4.1 Berikelse.....	92
6.4.2 Differensiering	93
6.4.3 Nivådeling	95
6.4.4 Akselerasjon og forsering.....	97
6.5 Hva motiveres evnerike elever av i matematikkfaget?.....	102
7.0 Konklusjon.....	104
7.1 Hvordan har studien vår besvart forskningsspørsmålet?.....	104
7.2 Betydning av resultatene og veien videre.....	106
Referanseliste.....	108
Vedleggsoversikt:	114
Vedlegg 1: Informasjonsbrev til informantene	115
Vedlegg 2: Samskrivingsdokument	117
Vedlegg 3: NSD godkjenning.....	118
Vedlegg 4: Intervjuguide	119
Vedlegg 5: Kategorier for analysen	122
Vedlegg 6: Oppgaver til intervjuguiden	125
Oppgaver fra Olympiaden:.....	125
Problemløsningsoppgaver:.....	126
Kognitive oppgaver:.....	127

Figurer og tabeller

Tabell 1: Kjennetegn på evnerike elever	21
Figur 1: Ulike tiltak for å ivareta høyt-presterende elever	25
Tabell 2:ABC-differensieringsmodell	27
Tabell 3: Utklipp fra intervjuguiden	43
Tabell 4: Utklipp fra tabell til koding av intervju	47
Figur 2: Oversikt over hvilke oppgaver informantene sier de interesserer seg for	60
Figur 3: Oversikt over hvilke tilpasninger informantene sier de har opplevd	70
Figur 4: Oversikt over favorittfag hos informantene	73
Figur 5: Oversikt over hvilke preferanser informantene har innenfor emner i matematikk	78
Figur 6: Oversikt over hva informantene sier skal til for å delta i en matematisk diskusjon	82

1.0 Innledning

I den norske skolen skal alle barn ha muligheten til læring og utvikling uavhengig av deres forutsetninger. Dette handler om at det skal tilrettelegges både for fellesskapet, men også individuelt. Her kommer vi inn på tilpasset opplæring, som er en rett alle elever i den norske skolen har (Utdanningsdirektoratet, 2022). Ut ifra egne erfaringer både fra praksis, utdanning og tidligere skolegang, har vi erfart at fokuset på tilpasning i matematikkundervisningen ofte faller på elevene som strever med det faglige. Med bakgrunn i dette ønsker vi å rette fokuset mot de evnerike elevene. Disse elevene er ikke nødvendigvis de som presterer høyt faglig, sammenlignet med de flinke elevene, men har potensial til det. De evnerike elevene utmerker seg også kognitivt. De kan også være underyttere i fag, grunnet mangel på motivasjon og dårlig tilpasset undervisning (Hornstra et.al., 2020). Utdanningsdirektoratet (2021) beskriver de evnerike elevene som elever med stort læringspotensial, men de er gjerne ikke alltid de som presterer høyest eller ligger på et avansert nivå, men elever som har potensial for å gjøre det.

Videre i dette innledningskapitlet vil vi gå mer inn på bakgrunn for valg av tema, formålet med masteroppgaven, og deretter presentere problemstillingen. Til slutt følger et kapittel om oppgavens oppbygging.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

1.1.1 Tilpasset opplæring og inkludering

Tilpasset opplæring er et av de overordnede prinsippene i LK20, og det er et gjennomgående prinsipp i den norske skolen. Prinsippet om tilpasset opplæring er også nedfelt i opplæringsloven §1-3 (Endringslov til opplæringsloven og privatskolelova, 2008). Det vil si at prinsippet om tilpasset opplæring er noe norske skoler er pålagt å følge. Tilpasset opplæring er “Opplæring som skal tilpasses evnene og forutsetningene til den enkelte eleven, lærlingen, praksisbrevkandidaten og lære kandidat” (Kunnskapsdepartementet, 2018).

To av de overordnede prinsippene i LK20 er inkluderende læringsmiljø og undervisning, og tilpasset opplæring. Grunnlaget for tilpasset opplæring er at “skolen skal legge til rette for læring for alle elever og stimulere den enkeltes motivasjon, lærelyst og tro på egen mestring” (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Dette argumenteres med at “elevene møter skolen med ulike

erfaringer, forkunnskaper, holdninger og behov”. Elevene er ulike, og må derfor få ulike utfordringer.

Utdanningsdirektoratet (2020a) definerer tilpasset opplæring som tilrettelegging som skolen gjør for å sikre at alle elever får best mulig utbytte av den vanlige undervisningen. Skolen kan blant annet tilpasse opplæringen gjennom arbeidsformer og pedagogiske metoder, bruk av læremidler, organisering, og i arbeidet med læringsmiljøet, læreplaner og vurdering. Ifølge Børte et al. (2016) kan mulige konsekvenser av mangel på tilpasset opplæring være at evnerike elever ikke får stimulert de kognitive evnene sine, at de presterer lavere og/eller mister motivasjon, med frafall fra skolen som et mulig resultat.

1.1.2 Evnerike elever

Evnerike elever er et begrep som er utfordrende å definere, ettersom det ikke finnes noen universell definisjon på hva en evnerik elev er, eller hvilke egenskaper eleven har. Det er derimot mange ulike definisjoner på begrepet. For å få et klart bilde på hva en evnerik elev er, har vi valgt å ta med et par utvalgte definisjoner. Det er òg relevant å nevne at evnerike elever ikke er det eneste “navnet” på denne elevgruppen. Elevene omtales også gjerne som begavede-, høyt presterende-, talentfulle elever og elever med stort læringspotensial. Vi vil konsekvent omtale denne elevgruppen som “evnerike elever” i vår oppgave.

Det finnes over 100 ulike begreper i internasjonale rapporter på barn og ungdom med stort potensial for læring (Børte et al., 2016). Noen legger vekt på barnets nåværende prestasjonsnivå basert på en overlapping og interaksjon mellom tre klynger av egenskaper: over gjennomsnittlige evner, oppgaveengasjement og kreativitet (Renzulli 1986), mens for andre er barnets potensial til å prestere på et nivå som er betydelig høyere enn jevnaldrende nøkkelen (Gagné, 2003). Tidligere er evnerike elever i hovedsak betegnet å være elever som scorer høyt på IQ-tester og andre tester for kognitive evner (Renzulli og Reis, 2004). I følge Gagné (2003) spiller personlige egenskaper som motivasjon og temperament en viktig rolle i utviklingen av talent. Andre faktorer som kan påvirke utviklingen av talent er miljø, medfødt begavelse og samspillet mellom faktorer (Koshy et al. 2016).

Begrepet *evnerik* er et sammensatt, og mange evnerike elever vil falle utenfor definisjonen evnerik om man kun fokuserer på det kognitive. I tillegg finnes det dobbelteksepsjonelle elever. Dette er elever som både er høyt-presterende i matematikk, men som i tillegg kan ha

en hemning som f.eks. lærevansker eller andre kognitive eller fysiske utfordringer (NOU 2016:14).

Som lærer er det viktig å kunne forstå hvilke typer oppgaver eller tilpasninger evnerike elever foretrekker. Hvis læreren forstår bedre hvilke type oppgaver evnerike elever oppfatter som inspirerende, kan oppgaver tilpasses og designes slik at de åpner for elevenes muligheter til å tenke kreativt, hvor de utfordres og kan utvikle sine problemløsningsevner. Dette vil ikke bare gjøre matematikk mer interessant for elevene, men også bidra til å styrke deres matematiske ferdigheter og forståelse. Noen innledende spørsmål for arbeidet vårt i denne studien er: hva mer skal til for å inspirere og motivere evnerike elever enn utvalgte oppgaver, og kan vi finne flere nyanser knyttet til hvilke oppgaver de foretrekker?

1.1.3 Elevers medvirkning i egen læring

Utredningen om ny opplæringslov, NOU 2019:23, påpekte på utfordringer med gjeldende opplæringslov og aktualiserte behovet for en ny opplæringslov. Det er med bakgrunn i dette utformet forslag til ny opplæringslov (Prop. 57 L (2022 –2023)). Forslag til den nye loven er: “at eleven har rett til å medvirke i alt som gjelder dem selv etter opplæringsloven, at elevene har rett til å ytre meningene sine fritt og bli hørt, og at meningene til elevene skal vektlegges i samsvar med alderen og modenheten til eleven”.

Grunnloven og barnekonvensjonen legger overordnede føringer for beslutninger som har direkte betydning for barn og unge. Kjernen i dette er at lovgivning og andre regler som retter seg mot barn, skal bygge på prinsippet om barnets beste, og på vurderinger av hvilke konsekvenser reglene har og kan få for barn. I dette ligger det en forpliktelse om å høre barn og unge i spørsmål som angår dem, og om å legge vekt på deres meninger (NOU, 2019, s. 58). Det vil si at barn og unge som er i stand til det skal ha mulighet til å påvirke sin egen utdanning.

Ifølge Utdanningsdirektoratet (2021) skal skolen sørge for at barnet blir hørt slik at retten til medbestemmelse og selvbestemmelse sikres. Dermed har alle elever rett til medbestemmelse i egen undervisning i matematikk. Ifølge Utdanningsdirektoratet (2013) skal de kunne delta i beslutninger som gjelder deres egen læring (Endr. i forskrift til opplæringsloven m.m., 2012). De skal kunne delta aktivt i vurdering av eget arbeid, egen kompetanse og i sin egen faglige og sosiale utvikling. Opplæringsloven ved Endr. i forskrift til opplæringsloven m.m. (2012)

og Læreplanverket for Kunnskapsløftet (Utdanningsdirektoratet, 2020b) gir rammer og føringer for elevmedvirkning som gjelder for all opplæring i alle fag.

I denne studien ønsker vi å få fram evnerike elevers meninger og perspektiver rundt matematikkundervisning og deres læring. Hvordan evnerike elever reflekterer rundt den undervisningen de blir tilbudt, og hvordan de gir uttrykk for at de blir inspirert og motivert til å arbeide med matematikk kan gi verdifull kunnskap. Kunnskap om hva evnerike elever sier at de liker å jobbe med i matematikk, og hvordan de liker eller ikke liker innretningen på undervisningen kan, i tråd med informasjonen Utdanningsdirektoratet (2021) har beskrevet i henhold til elever med stort læringspotensial, tas med i vurderingen av hvordan undervisningen kan tilpasses på en bedre måte for denne type elever. Ved å høre på hva evnerike elever har å si, får de mulighet til påvirke sin egen undervisning i matematikk, i henhold til Prop. 57 L (2022 –2023), noe som kan gi positive utslag på deres motivasjon og faglige utvikling (NOU 2019: 23). I denne studien undersøker vi spesielt hvilke undervisningsmetoder og oppgavetyper evnerike elever selv sier fungerer best for deres faglige utvikling og sosiale trivsel.

Vi mener det er behov for mer kunnskap om trekk ved læringsmiljøet som evnerike elever gir uttrykk for kan motivere/demotivere dem, hva de uttrykker er gode differensieringsmetoder for dem, og hva de uttrykker gjør en matematisk oppgave interessant for dem. Forskning på dette temaet kan gi bidrag både til forskningen selv og til lærere som ønsker å tilpasse undervisningen i samsvar med LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020c). Evnerike elevers nysgjerrighet og motivasjon for å lære kan fremmes gjennom å skape et inspirerende læringsmiljø og ved å designe tilpassede oppgaver. Denne studien vil dermed kunne bidra til en bedre forståelse for hvordan man kan støtte evnerike elever i deres matematiske utvikling, noe som vil være til nytte for både elever og samfunnet som helhet.

1.1.4 Tidligere forskning

Matematikkundervisning for evnerike elever har vært et aktuelt forskningsområde de siste tiårene. Vi har tidligere gjennomført et litteraturreview på nordisk og internasjonal forskning om evnerike elever i matematikk, og som tok for seg identifisering av- og tilrettelegging for evnerike elever i matematikkfaget. Vår oppfatning er at det finnes mye litteratur rundt evnerike elever, men det er ikke nødvendigvis litteratur som støtter seg på forskning. Vi forsøkte å skaffe oss en oversikt over arbeidsmetoder som var mest brukt i arbeid med

evnerike elever ifølge forskning. Vårt hovedfokus i reviewet var å fremskaffe en oversikt over den norske forskningsbaserte kunnskapen om undervisningstilpasning, og tok utgangspunkt i referanser vi fant i Jøsendalutvalgets (2016) utredning «Mer å hente: bedre læring for elever med stort læringspotensial» (NOU 2016:14) og forskningsoppsummeringen «Evnerike elever og elever med stort læringspotensial» (Børte et al., 2016). Forskningen til Børte et al. ble brukt som kunnskapsgrunnlag til NOU 2016:14. Vi konsentrerte oss om å lete etter engelskspråklig og dansk internasjonal forskning. Vi brukte søkeord som “mathematically gifted students”, “Talented students and mathematic” for å finne forskning på engelsk, og “Begavede elever og matematik” for å finne forskning på dansk. Noe av den internasjonale forskningen vi fant var Mönks og Ypenburg (2008); Bailey et al. (2008); Singer et. al. (2016).

Vi fant ut at det er et gap i forskningen når det gjelder oppgavetyper tilpasset for evnerike elever. Studier har vist at evnerike elever ofte har behov for mer utfordrende oppgaver for å utforske og utvikle sin matematiske kompetanse (Russo & Hopkins, 2018), og at de ofte er mest interessert i oppgaver som gir dem muligheter til å utforske og uttrykke sine idéer, samtidig som de utfordres i egen tenkning (Russo & Hopkins, 2018).

Det er likevel en utfordring å forstå hvordan evnerike elever responderer på ulike typer matematiske oppgaver. Studier har vist at evnerike elever kan reagere veldig forskjellig på samme type oppgave, og at deres respons kan være avhengig av flere faktorer, som for eksempel tidligere erfaringer, motivasjon og metoder for læring (Hoyles & Noss, 1996). Det er likevel viktig å undersøke hvordan evnerike elever responderer på ulike typer matematiske oppgaver (Russo & Hopkins, 2018). Selv om det finnes en del forskning på hva som gjør en matematisk oppgave interessant for evnerike elever, trengs det mer forskning på området. Som allerede nevnt lærer evnerike elever best når de får muligheter til å utforske, uttrykke og diskutere sine idéer (Hoyles & Noss, 1996). Men det er fortsatt mange spørsmål som må besvares for å forstå hvordan lærere kan støtte deres læring ved bruk av ulike oppgaver (Russo & Hopkins, 2018). Det er flere slike spørsmål som vi ønsker å utforske nærmere, og som inngår som del i vår problemstilling: Hva mer skal til for å inspirere og motivere evnerike elever enn utvalgte oppgaver, og kan vi finne flere nyanser knyttet til hvilke oppgaver de gir uttrykk for at de foretrekker?

Kunnskapssenter For Utdanning publiserte i 2016 en rapport om evnerike elever og elever med stort læringspotensial (Børte et al., 2016). Denne rapporten konkluderte med at det er

noen kunnskapshull i forskningen og arbeidet med evnerike elever. Blant annet mener de at det bør forskes på læreres holdninger og kunnskap rundt evnerike elever, og understreker at det sosiale miljøet rundt undervisningen er svært viktig for evnerike elever. I denne studien kommer vi ikke til å undersøke læreres holdninger, men vil blant annet forske mer på hva evnerike elever gir uttrykk for er et godt læringsmiljø for dem.

Børte et al. peker også på noen utfordringer knyttet til arbeid med evnerike elever. De ser det viktig å få på plass en felles definisjon for evnerike elever. Videre mener de at forskere bør samles rundt én klar definisjon som er omfattende nok til at evnerike elever kan få best mulig undervisningstilbud. Problemet med en manglende enighet kan forklare hvorfor Ambrose et. al. (2010) fant en tendens til at tiltak sjelden baserer seg på kunnskap fra forskning, men oftere på bestemte oppfatninger om hva som kjennetegner evnerike elever, og hvordan de bør behandles (Børte et al., s. 6).

Vi har som sagt i denne studien valgt å fokusere på evnerike elever, fordi det gjennom offentlige dokumenter (NOU 2016: 14; Utdanningsdirektoratet, 2021) er uttrykt behov for det, og i henhold til hvordan vi selv har argumentert i den innledende teksten så langt, men også fordi det er behov for at lærere tar i bruk mer forskning (Ambrose et. al., 2010). Vi håper at lærere kan inspireres fra denne studien til å ta i bruk forskning for tilrettelegging av deres undervisning for bedre læring for elever med stort læringspotensial.

1.2 Formålet med studien og problemstilling

Formålet med denne masteroppgaven er å utvikle vår egen og andres kunnskap om evnerike elever. Problemstillingen er knyttet til å finne ut mer om hva som kan fremme evnerike elevers læring i matematikk, og hvordan dette kan påvirke deres motivasjon innenfor matematikkfaget. Å høre på hva elever uttaler at de liker å jobbe med i - og hvordan de liker å jobbe med matematikkfaget, kan bidra til større innsikt i hva som kan påvirke deres motivasjon. I vår masteroppgave ønsker vi å finne ut mer om hva evnerike elever gir uttrykk for er god matematikkundervisning for dem. Dette vil vi gjøre ved å intervjuer evnerike elever. Disse elevene vil naturligvis ha ulike erfaringer fra grunnskolen, som vil gi oss nyttig innsikt i deres synspunkter og meninger. Da dette er et forholdsvis stort område å studere, har vi på bakgrunn av forskningen til Singer et al. (2016) og en forskningsoppsummering publisert av Kunnskapssenter for utdanning (Børte et al. 2016), valgt å fokusere på hvilke

typer tiltak/oppgaver evnerike elever selv sier kan fungere for dem eller inspirere til innsats i matematikkfaget. Ut ifra ovenstående tekst, og for å svare på problemstillingen, har vi valgt et utdypende forskningsspørsmål som skal besvares:

“Hvilke type tiltak og oppgaver sier evnerike elever kan inspirere dem til innsats i matematikkfaget?”

For å svare på denne problemstillingen, valgte vi å samle data ved å intervjuere elever som deltar/har deltatt i Matematikksirkelen som er et ekstra undervisningstilbud i matematikk for evnerike elever ved videregående skoler.

1.3 Oppbygging av oppgaven

Masteroppgaven består av syv hovedkapitler som tar for seg ulike aspekter ved temaet i denne studien. Kapittel 1 gir en introduksjon for valg av tema, oppgavens relevans, problemstilling og forskningsspørsmål. I tillegg inneholder det også begrepsavklaringer av de mest sentrale begrepene for studien.

Kapittel 2 tar for seg noen historiske trekk ved norsk skolepolitikk og litt om den norske skolens tilbud til evnerike elever.

I kapittel 3 presenteres aktuell teori innenfor temaet, med hovedfokus på tilpasninger for evnerike elever i matematikk, motivasjon i matematikk og ulike oppgavetyper.

Kapittel 4, "Metode", beskrives studien som er gjennomført, og inkluderer ulike valg som ble tatt, hvordan studien er gjennomført, og hvilke utfordringer som har oppstått underveis, teoretisk rammeverk og oppgavene som ble presentert i intervjuet.

I kapittel 5 presenteres analysen og resultatene fra intervjuene, kodet etter oppgaveinteresse, tilpasset opplæring og motivasjon.

Kapittel 6 tar for seg en diskusjon av funnene opp mot beskrivelser av den historiske utviklingen og nåværende situasjon i norsk skole i kapittel 2, teori og forskning fra kapittel 3, samt begrepsavklaringer fra kapittel 1.

Til slutt, i kapittel 7, presenteres en konklusjon for forskningen og en refleksjon over erfaringene som er gjort i arbeidet med masteroppgaven. Videre kommenteres det hva som kan være aktuelt for videre forskning og vårt bidrag til forskningsfeltet.

2.0 Historiske trekk ved norsk skolepolitikk

2.1 Norsk skolepolitikk fram til i dag

Ifølge opplæringsloven §2-1 har barn og unge rett til grunnskoleopplæring. Det innebærer at alle barn og unge uansett evner, behov, sosial, kulturell og språklig bakgrunn kan gå på en felles grunnskole, men slik har det ikke alltid vært. Veien fra en drøm om en inkluderende skole - til realiseringen av denne drømmen har vært lang og innviklet.

Betydningsfulle endringer i skolesystemet fant sted på begynnelsen av 1970 tallet ved et offentlig utvalg kalt Blomkomiteen. Initiativet deres medførte at grunnskoleloven ble endret i 1975. Formålet med lovendringene var å forsøke å integrere barn med funksjonsnedsetninger i den ordinære skolen for å forbedre deres læringsvilkår (Skogen & Idsøe, 2011). For å undersøke utviklingen av tilpasset opplæring i den norske skolen, kan vi dele den inn i fire epoker.

Den første epoken varte fra 1975-1990. I denne perioden ble utdanningssystemet som tidligere var preget av at elevene var plassert i normalskole og spesialskole, endret da spesialskoleloven opphørte som egen lov og ble integrert i grunnskoleloven. Ifølge Telhaug og Mediås (2003, s. 235.) skulle skolen "hjelp elevene til å godta hverandre til tross for innbyrdes forskjeller. På samme måte var det også en oppgave for skolen å hjelpe elevene til å innordne seg et fellesskap og til å bli et verdifullt medlem av en gruppe" (Jenssen & Lillejord, 2009).

Den neste epoken fra 1990-1996 handlet om fellesskap og inkludering. I denne perioden skulle det ikke bare tilpasses faget og fagstoffet, men også alderstrinn og utviklingsnivå for den enkelte eleven og den sammensatte klassen. Den tredje epoken varte fra 1996-2005, og i denne perioden ble ansvaret flyttet lokalt til lærere og skoleeiere. Det er de som kjenner de lokale mulighetene best og kan derfor best mulig legge forholdene til rette. Verdier som fleksibilitet, lokalt handlingsrom og frihet ble tillagt betydelig vekt i flere sentrale politiske dokument i denne perioden. I den fjerde og siste epoken fra 2005 ble målet å tilrettelegge opplæringen slik at flere kunne lykkes. I denne perioden har begreper som likhet, solidaritet og fellesskap blitt fremhevet, og igjen er det tilpasset opplæring innenfor fellesskapets rammer som skal være fundamentet for fellesskolen (Jenssen & Lillejord, 2009). Dette er slik vi kjenner den norske skolen i dag.

Det norske skolesystemet bygger på at alle elever skal ha rett på et likeverdig utdanningstilbud basert på tilpasset opplæring. I Norge har det vært en antagelse om at de evnerike klarer seg selv uten særlig oppfølging, men hvis man ser på andre europeiske land så har det laget egne opplæringstiltak spesielt for evnerike elever (Børte et al, 2016). Historisk sett har mange evnerike elever blitt sett på som “problembarn”. Senere endret denne oppfatningen seg på 1970-tallet da Arnold Hofset begynte med IQ tester for å definere evnerike elever (Børte et al., 2016)

I dagens skole er det felles opplæringslov og læreplan som styrer. Læreplanen virker som statlige styringsinstrument, og det er myndighetene som sørger for innholdet i dem. Læreplanene gir retningslinjer for undervisning av elever. Gjeldende læreplan i dag, for både grunnskolen og videregående skole, er Kunnskapsløftet 2020.

2.2 Den nye læreplanen LK 20

Utdanningsdirektoratet sa selv i 2021 at “de gamle læreplanene hadde mange temaer og stort omfang, og det kunne være vanskelig å lære alt like godt.” De nye læreplanene derimot tar for seg “det aller viktigste elevene skal lære i hvert fag”. Dette gjør at det blir mer tid til å lære ting grundig, og det kan bli lettere å forstå sammenhenger slik at elevene kan bruke det de har lært i nye situasjoner. De nye læreplanene fremhever dybdelæring som en sentral del av hvordan elevene skal lære matematikk i skolen ifølge Utdanningsdirektoratet (2021).

Et av funnene til Koshy et al. (2009, s.223) er at mange evnerike elever foretrekker å jobbe på måter som kan karakterisere arbeid med dybdelæring. Et av kjerneelementene i LK20 er problemløsning. Dette er beskrivelser av spesielle arbeidsprosesser for læring innen matematikkfaget, og Nosrati og Wæge (2018, s. 8) hevder at denne arbeidsmåten er motiverende for mange evnerike elever. Det at disse elementene har blitt mer fremtredende i LK20 enn det de var i LK06, øker muligheten for å kunne ivareta evnerike elever på en bedre måte - hvis man samtidig ivaretar andre behov som elevene har.

2.3 Evnerike elever og deres tilbud i den norske skolen

I den norske skolen tilbys evnerike elever en rekke spesialtilbud og -programmer for å utfordre og utvikle deres evner. Dette inkluderer muligheter for akselerert læring, ekstra utfordrende undervisning, utvidet fagstoff, forsering og deltakelse i talentprogrammer. Skolene kan også tilby spesialundervisning for evnerike elever, for eksempel gjennom talentklasser. Utdanningsdirektoratet (2021) skriver at skolene også kan tilpasse undervisningen for de evnerike elevene gjennom pedagogisk differensiering. Dette innebærer “å tilpasse nivået, tempoet eller tilnærmingen på undervisningen slik at den er tilpasset elevenes evner og forutsetninger.” Et godt eksempel på dette er LIST-oppgaver. Andre muligheter er ved hjelp av organisatorisk differensiering. Det kan innebære tidligere skolestart, hoppe over klassetrinn, omdisponering av undervisningstimer og forsering av fag (Utdanningsdirektoratet, 2021).

Kunnskapsdepartementet betegner berikelse som undervisning som innebærer at elevene får supplerende og varierte arbeidsoppgaver som utfordrer deres intellekt og kreativitet på nye måter, med en dypere og bredere kompetanse som resultat (2011, s. 55).

Nivådeling er en annen tilpasning av undervisning, men blir ikke så hyppig brukt i Norge. Nivådeling kan gjennomføres med grunnlag i Opplæringslovens §8.2. I paragrafen står det at *«For delar av opplæringa kan elevane delast i andre grupper etter behov. Til vanleg skal organiseringa ikkje skje etter fagleg nivå, kjønn eller etnisk tilhør.»* (Kunnskapsdepartementet, 1998). Derfor er det viktig å være oppmerksom på at nivådelte klasser ikke skal gjelde over lengre tidsperioder, eller i alle undervisningstimer.

Det er viktig å merke seg at tilbudene for evnerike elever kan variere fra skole til skole og at det kan være nødvendig å søke om spesialtilbudene. Det anbefales også at foreldre og lærere jobber sammen for å identifisere evnerike elever, og sørge for at de får den støtten og utfordringen de trenger for å utvikle sine talenter og evner til det fulle.

3.0 Teoretisk forankring

I denne studien ønsker vi å rette fokuset mot tilpasset opplæring for evnerike elever, og da spesifikt hvordan man kan benytte seg av arbeidsmetoder og oppgavetyper for å tilpasse opplæringen for elevene. Det teoretiske grunnlaget for denne oppgaven vil ta utgangspunkt i forskning og teori knyttet til evnerike elever i matematikk. Dette vil også være med på å belyse deler av forskningsspørsmålet vårt og legge føringer for analyse av datamaterialet og diskusjon.

3.1 Ulike forståelser og definisjoner av evnerike elever

Ifølge Renzulli og Reis (2004) har hovedfokuset historisk sett vært å identifisere evnerike elever gjennom IQ-tester og andre tester som tar for seg kognitive evner. Det har vært mindre fokus på andre områder enn kognitive egenskaper, og Renzulli og Reis (2004) mener at man må se de kognitive egenskapene i sammenheng med personlige egenskaper, og flytte fokuset vekk fra kun det kognitive, slik også både Smedsrud (2012); Hany og Heller (2004) gir uttrykk for.

For å identifisere hvem de evnerike elevene er mener Smedsrud (2012) at tidlig testing er viktig, og det burde utvikles nye tester som også har fokus på styrkene til elevene. Smedsruds synspunkt er i stor grad likt med Hany og Hellers (2004) syn på identifisering. Hany og Heller vil gå bort fra tester som IQ tester som har vært mye anvendt før, fordi de fokuserer hovedsakelig på kognitive evner.

Hofset (1970) har tatt utgangspunkt i engelsk-amerikanske studier for å finne ut hvordan man har definert evnerike barn. Hofset mener i likhet med Renzulli og Reis (2004) om at det tradisjonelt sett har blitt tatt i bruk intelligenstester der man for å bli oppfattet som evnerik må oppnå en score over et visst nivå. Terskelen for å bli oppfattet som evnerik har variert fra en IQ score på 110-148 (i California). Hofsets forsknings er rettet mot det amerikanske skolesystemet.

Hvis vi går over på de ulike definisjonene eller kjennetegn ved evnerike elever mener Hofset (1970) at “det handler om den målte intelligensen”. Artikkelen til Renzulli og Reis (2004) har en bredere definisjon på hva evnerike elever handler om. Renzulli og Reis mener at man må se de kognitive egenskapene i sammenheng med personlige egenskaper, og flytte fokuset vekk fra kun det kognitive - og for eksempel se på talenter/begavelse innenfor de ulike

fagene. En elev kan være evnerik i ett eller noen få fag, og gjennomsnittlig i et annet fag. En evnerik elev vil derfor ikke nødvendigvis bli oppfattet som evnerik av lærere, og noen evnerike elever bruker tid og krefter på å ikke fremstå som evnerik eller smart (Andersland, 2021).

I den nyere norske forskningen er det en relativt stor enighet i hva som definerer evnerike elever. I motsetning til det Hofset skrev om at evnerik handler om den målte intelligensen, mener “moderne” forskere som Smedsrud og Idsøe at det er mange ulike faktorer som spiller inn i om man er evnerik eller ikke. Det er blant annet deres personlige egenskaper, kreative evner og potensial til å kunne prestere høyt faglig. Idsøe definerer evnerike elever som:

elever med sterke behov og potensial innenfor akademiske fag som matematikk, lesing/skriving/språk, naturfag, teknologi, samfunnsvitenskap eller kreative/estetiske fag, og som kan transformere sitt potensial til talent kun dersom disse behovene blir identifisert og møtt i et rikt og responderende læringsmiljø (Idsøe, 2019).

Idsøe mener altså at evnerike elever har sterke behov og stort potensial innenfor fag, og ikke bare har høy intelligens slik som Hofset (1970) påstod. Idsøe skriver også at behovene må bli identifisert og stimulert på riktig måte for at elevene skal oppnå sitt potensial. Hofsets definisjon av intelligens, som fokuserer på visse egenskaper, kan inkludere elever som ikke er evnerike, og ekskludere elever som faktisk er evnerike. Skoleflinke elever kan score høyt på intelligensstester, uten å være evnerike.

Det er også mange lærere som sliter med å skille mellom skoleflinke og evnerike elever. En skoleflink elev utfører generelt godt arbeid, og har ingen stor interesse av å stille spørsmål eller tøyne reglene. Evnerike elever derimot fokuserer på det de oppfatter som viktig og interessant. Hvis disse elevene oppfatter et emne som viktig, vil de ønske å komme videre til neste nivå, med særdeles stor intensitet, konsentrasjon og innsats. Men hvis de ikke oppfatter emnet som viktig, vil de ha svært lite liten tålmodighet med å kaste bort tid og krefter, og dermed underprestere (Skogen og Idsøe, 2011). Nivået på evnerike elever kan derfor være svært ujevnt.

3.2 Identifisering av evnerike elever og deres tilbud i skolen

For å se på hvordan vi kan identifisere evnerike elever har vi sett på hva de amerikanske forskerne Silverman og Gilman (2020) mener. De mener at evnerike elever kan bli identifisert på bakgrunn av disse kjennetegnene, og at enkelte elever gjerne har en kombinasjon av punktene vist i Tabell 1:

Tabell 1: Kjennetegn på evnerike elever. Hentet fra artikkelen Højtbagaved børn - Har også brug for at blive mødt faglig og socialt (Gifted Children)

Er i stand til å lære hurtig	Er intense
Har et stort ordforråd	Er moralske og etisk bevisste
Har eksepsjonell god hukommelse	Er veldig nysgjerrige
Kan holde konsentrasjonen i lange perioder	Har en levende fantasi
Er tidlige eller ivrige lesere	Har velutviklet sans for humor
Er utholdende når de er interesserte	Er opptatt av rettferdighet
Har mange og forskjelligartede interesser	Er god til puslespill
Resonnerer godt (gode tenkere)	Er meget kreativ
God tallforståelse	Har til tider en moden dømmekraft i forhold til deres alder
Viser innlevelsessevne	Er skarpe observatører
Er perfeksjonister	Har tendens til å betvile autoriteter
Er emosjonelt sensitive (blir lett såret)	

En evnerik elev er også gjerne asynkront utviklet. Det vil si at de er intellektuelt utviklet framfor deres fysiske alder, de er nødvendigvis ikke mer modne. Man kan oppleve at i det ene øyeblikket har man en filosofisk samtale med eleven, og i det neste øyeblikket sitter du med et barn som ikke klarer å styre følelsene sine. Eleven kan dermed kaste seg på gulvet som en 3-åring i frustrasjon. Derfor kan noen fremstå som både klok, men også barnslig. Denne asynkrone utviklingen øker risikoen for at eleven blir misforstått av både lærer og klassekamerater. Desto høyere elevens begavelse er, desto større er den asynkrone utviklingen (Gifted children, 2022).

For å se på hvordan evnerike elevers tilbud i den norske skolen er, vil vi først se på hvordan forholdene er i et skolesystem som likner det norske. I forskningsrapporten *Evnerike elever og elever med stort læringspotensial* (Børte et al., 2016) beskrives det hvordan forholdene er for evnerike elever i den finske skolen. Det finske utdanningssystemet bygger på inkluderende idealer, i likhet med det norske skolesystemet. «Alt ligger dermed til rette for at

alle finske elever skal få en opplæring tilpasset sitt potensial. Selv om evnerike barn ikke er spesielt omtalt i finske styringsdokumenter, omfattes de av gjeldende lover og forskrifter om en inkluderende skole» (Børte et al., 2016, s. 6).

Forskere i Finland har oppdaget at i kulturer med egalitære verdier, som f.eks. i Finland, er det et polarisert syn på evnerike elever. Dette kan sies å likne det norske synet på evnerike elever, og hvordan Janteloven, som har et nokså egalitært syn på samfunnet, har påvirket det. Ifølge Laine og Tirri (2015, s. 2) har de evnerike elevene mange engasjerte talspersoner, men negative holdninger kommer til syne med en gang det blir snakk om å iverksette tiltak eller tilbud for elevgruppen (Børte et al., 2016, s. 6). Videre skriver Børte et al. at det derimot er en lang tradisjon for å koble tiltak i utdanningen til samfunnets ansvar for å ta vare på de svakeste - både i Finland og i de andre nordiske landene, inkludert Norge. Forslag om tiltak for de evnerike elevene har derimot blitt oppfattet som motarbeiding av likeverdsprinsipp som f.eks. Janteloven i Norge, og har blitt avfeid som elitisme. Holdningen har vært at de mest ressurssterke klarer seg selv (Børte et al., 2016, s. 6).

Det finske skolesystemet er altså i stor grad likt det norske, og bygger på de samme verdiene. Debatten om evnerike elever og deres undervisningstilbud i Finland, likner også i stor grad på debatten i den norske skolen. Holdningen om at “de sterkeste klarer seg selv” er med på å prege debatten rundt de evnerike elevene.

Slike holdninger vil påvirke evnerike elevers undervisningstilbud. Uten støtte og oppfølging fra lærere og foresatte, vil ikke evnerike elever utvikle seg på samme måte som med oppfølging. Evnerike elever må støttes og utfordres for å kunne utvikle seg (Børte et al., 2016, s. 6). De må lære seg å arbeide målrettet og konsentrert, og uten oppfølging og utfordring kan de miste motivasjon. Manglende motivasjon vil igjen påvirke deres trivsel på skolen og deres faglige nivå. Motivasjon og innsats antas å være de viktigste faktorene for å prestere høyt (Reis & Renzulli, 2009)

3.3 Motivasjon

For å se på hvordan motivasjon kan påvirke evnerike elevers læring i matematikk, er det først relevant å definere hva motivasjon er, og noen sentrale begrep innenfor motivasjon.

Motivasjon er et stort begrep. Holm (2012) beskriver motivasjon som en prosess som påskynder eller gir energi til en persons indre og ytre aktivitet. Lillemyr (2007) definerer

motivasjon som kreftene som forårsaker aktivitet hos en person eller gruppe, og som opprettholder denne aktiviteten over tid. Motivasjon er et psykologisk begrep som gir innsikt i hva som ligger bak handlingene våre og hva som påvirker våre valg. Med andre ord kan motivasjon beskrives som den indre drivkraften som får oss til å handle på en bestemt måte, og som bidrar til å opprettholde handlingene over tid.

En vanlig tilnærming til motivasjon er å skille mellom indre og ytre motivasjon. Nosrati og Wæge (2018, s. 18) beskriver forskjellen som at elever som er indre motivert, arbeider med en matematikkoppgave fordi de synes oppgaven er interessant og morsom i seg selv. De opplever glede og en indre tilfredsstillelse ved å arbeide med oppgaven. Arbeid med LIST-oppgaver kan fremme indre motivasjon hos eleven ved å tilfredsstille de behovene eleven har for kompetanse, anatomi og tilhørighet.

Elever som er ytre motivert, arbeider med en matematikkoppgave for å oppnå et resultat som er atskilt fra selve oppgaven (Nosrati & Wæge, 2018, s.18). Et eksempel på dette kan være en elev som arbeider for å få gode karakterer, uten å kjenne på noe indre motivasjon for å arbeide med matematikkoppgavene. En annen ytre motivasjon kan være i form av belønning fra foreldre for å oppnå gode resultater på skolen.

Lepper et al. (2005) skriver at indre og ytre motivasjon tidligere ble betraktet som to motsatte poler (Nosrati & Wæge, 2018, s. 19). Grunnen til dette var at man antok at en elev enten var indre eller ytre motivert når eleven arbeidet med en oppgave. Nosrati og Wæge (2018, s. 20) henviser til Lepper et al., (2005) der de skriver at vi tidligere ville sagt at det er enten/eller, men nyere forskning viser at indre og ytre motivasjon eksisterer og virker sammen i klasserommet. Dette vil si at elever kan ha både indre og ytre motivasjon for å lære matematikk.

Det er ikke snakk om at elevene *har* indre eller ytre motivasjon, men heller *hvor mye* indre og hvor mye ytre motivasjon som spiller inn hos eleven. Dette samspillet mellom de to formene for motivasjon er viktig for elevenes læring, og Nosrati og Wæge (2018, s. 20) påpeker at å kun være opptatt av den ene formen for motivasjon kan på lang sikt være ødeleggende for elevene, enten i form av dårlige resultater, eller ved at glede og interesse for matematikken forsvinner.

Motivasjon er generelt viktig for alle elevers læring i matematikk. I matematikkfaget er elevers motivasjon helt avgjørende for hvilke aktiviteter de velger å sette i gang med, og hvor mye tid og energi de velger å investere i disse aktivitetene (Nosrati & Wæge, 2018, s. 12).

Lestari et al. (2019, s,148) har klassifisert læringsmotivasjonsindikatorer utviklet for å måle studentenes læringsmotivasjon. Det er motivasjonen som eksisterer i elevene til å utføre læringsaktiviteter fordi de har lyst til å lykkes ved å fullføre oppgave, eller å få en god karakter. Det er oppmuntring og behov for læring fordi de ønsker å jobbe med oppgavene på grunn av trangen til å unngå å mislykkes og i frykt for å gjøre feil. Takknemlighet i læring kan økes fra verbale uttalelser fra lærer eller priser i andre former for god oppførsel. Læringsmiljøet som fysiske forhold og situasjoner i læringsprosessen påvirker elevens læringsmotivasjon.

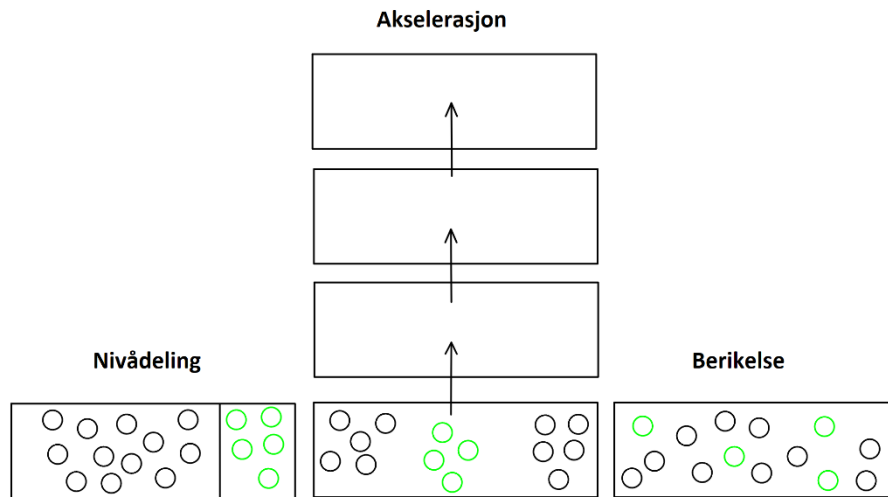
Når det kommer til evnerike elever, er de ofte kjennetegnet av høy motivasjon (Skogen, 2015). Motivasjon oppstår hos de evnerike elevene hvis de får undervisning der de får utfordringer. Dette innebærer oppgaver som er utfordrende og samtidig meningsfylte (Skogen & Smedsrud, 2016). En annen faktor som er viktig for at de evnerike elevene skal kunne utnytte sitt potensial er selvkontroll og egen drivkraft. Hvordan en legger opp undervisningen har stor innvirkning på å motivere elevene og opprettholde motivasjonen deres. Elever som er indre motivert, presterer bedre enn elever som er ytre motivert (Nosrati & Wæge, 2018, s. 20-21). Det er på bakgrunn av dette tenkelig at de evnerike elevene i stor grad er drevet av indre motivasjon. Derfor er det viktig at man klarer å opprettholde den indre motivasjonen hos de evnerike elevene, slik at motivasjonen ikke svinner hen, og elevene mister interessen og læringslysten i faget.

Motivasjon og innsats er de viktigste faktorene for å kunne prestere høyt faglig (Reis & Renzulli, 2009). Likevel står evnerike elever i fare for å bli demotiverte dersom undervisningen ikke blir tilpasset deres evnenivå, og om evnene deres ikke blir anerkjent og stimulert (Skogen & Idsøe, 2016, s. 36). Å anerkjenne disse elevenes evner og stimulere dem gjennom utfordrende og meningsfylte oppgaver er altså en viktig faktor for å motivere evnerike elever.

3.4 Forskning om arbeidsmetoder benyttet for tilpasning av undervisning for evnerike elever

I både norsk og internasjonal forskning og litteratur på området om tilpasning av undervisning for evnerike elever, er det tre metoder som oftest går igjen som

tilpasningsmetoder i de ulike studiene. Disse tre metodene er berikelse, akselerasjon og nivådeling, og disse betegnelsene er hentet fra NOU 2016:14.



Figur 1: Ulike tiltak for å ivareta høyt-presterende elever (Nosrati & Wæge, 2015)

Figur 1 viser ulike tiltak for hvordan man kan tilpasse undervisningen for evnerike elever. Figuren illustrer også hvordan nivådeling, akselerasjon og berikelse ser ut i praksis (Nosrati & Wæge, 2015). Dette er tiltak som blir brukt i flere land for å ivareta evnerike elever. I hver av de tre boksene er elevene markert med sirkler i ulike farger for å illustrere et skille for det faglige nivået deres. Sirklene markert i grønn skal illustrere de evnerike, mens de svarte sirklene er de andre elevene. Slik begrepene blir brukt her refererer nivådeling til en praksis som deler elever i en klasse opp i (fysisk separerte) grupper basert på estimert nivå, og disse gruppene undervises hver for seg. Akselerasjon referer til det å la elever ta matematikk på et nivå som tilsvarer pensum en eller flere klasser over. Med andre ord blir elevene forsert “oppover” gjennom skolesystemet, enten i egne grupper eller ved å la dem ta del i undervisningen til eldre klasser. For eksempel kan elever i 10. klasse få tilbud om å ta 1T matematikk, altså forsering.

Programmer utenfor skolen innebærer både organisatoriske og pedagogiske innslag, men tiltakene gjennomføres ikke som del av det ordinære utdanningstilbudet. Vi velger derfor å se bort fra disse mulige arbeidsmetodene, ettersom vårt fokus ligger på hvilke tiltak man kan ta i bruk i den ordinære undervisningen. Vi vil derfor se nærmere på organisatoriske- og pedagogiske tiltak i undervisningen.

3.4.1 Differensiering

Ifølge NOU 2016:14 handler differensiering om å legge til rette for mestring hos alle elever, inkludert de med stort læringspotensial. Pedagogisk differensiering innebærer at læreren tilpasser undervisningen til elevenes potensial, motivasjon, kunnskapsnivå og ulike måter å lære på. NOU 2016:14 får støtte fra Tomlinson (1999) om lærerens betydning ved differensiering. Tomlinson (1999) viser hvordan læreren kan tilpasse innholdet, arbeidsprosessen eller produktet, avhengig av elevenes potensial, interesser og læringsprofil. Videre beskriver hun hvordan en slik tilpasning bidrar til elevenes utvikling, motivasjon og effektivitet, og argumenterer for at læreren må ta utgangspunkt i hva som kjennetegner elevene, og hvor de er i læringen sin for å kunne legge til rette for differensiering.

Det påpekes videre av Tomlinson (1999) at læreren må ha faglige ambisjoner på vegne av elevene, og legge til rette for læring - samtidig som det er viktig at læreren arbeider for et godt læringsmiljø. Dette beskriver hun som “god stemning” i klasserommet, noe som er et godt utgangspunkt for å møte den enkelte elevens behov for bekreftelse, deltakelse og utfordringer (Brevik & Gunnulfsen, 2016).

Dette er viktig fordi elever trenger mer komplekse og utfordrende oppgaver. Organisatorisk differensiering handler om å inndele elevene i grupper. Dette kan være forsering (homogene grupper). Forsering kan også være en form for akselerasjon. Mönks og Ypenburg (2008) mener at differensiering handler om pedagogikk som tar utgangspunkt i hver enkelt elev. Her ses det på barnets evner og er kjernen i støtten til evnerike elever. Mönks og Ypenburg skriver og at differensiering er selve kjernen i støtte til evnerike elever, og sier at “i en slik pedagogikk hører akselerasjon og berikelse hjemme på lik linje med nedsatt tempo, repetisjon og ekstraundervisning for de svakere elevene.”

Laine og Tirri (2015) konkluderer med at den beste undervisningsstrategien for evnerike elever trolig er differensiering, men at lærernes differensieringspraksis ikke er god nok. Differensiering kjennetegner en undervisningspraksis hvor læreplan, undervisningsmetode, læringsaktiviteter og elevarbeider modifiseres proaktivt av læreren. Forskerne fant ut at i stedet for planlagt handling preges lærernes arbeid i for stor grad av improviserte handlinger. Etersom lærerne er mer opptatt av de som sliter, blir mange evnerike elever heller ikke inkludert i grupper som får differensiert undervisning (Børte et al., 2016)

Åpne oppgaver som LIST-oppgaver er også en form for differensiering der alle elevene skal ha mulighet til å løse oppgavene. Oppgavene er konstruert slik at de er utfordrende for elevene uansett hvilket faglig nivå de ligger på (Nosrati & Wæge, 2018).

En måte skoler differensierer undervisningen på i Danmark er å bruke Kirsten Baltzer og Poul Nissens (2014) ABC-differensiering. Det handler om å planlegge undervisningen etter planleggingsrammer. Alle elevene jobber med samme tema, men på forskjellige nivåer: A, B, og C. Elevene er ikke bundet til et nivå, men de fleste i klassen burde arbeide på nivå B, der de resterende arbeider på A og C. Dersom det er mange elever som arbeider på nivå C, er det stor sannsynlighet at oppgavene er for enkle for evnerike elever. ABC-differensieringsmodellen er dynamisk, tilpasset elevenes læringsprogresjon og skal sikre at alle elevene har noe å strekke seg etter. Tabell 2 under tar for seg de tre ulike nivåene, og hva som kjennetegner hvert nivå.

Tabell 2: ABC-differensieringsmodell. (Baltzer, Kyed & Nissen, 2014). Dygtig, dygtigere, dygtigst.

Blooms taksonomi	Kunnskap		Forståelse	Anvendelse	Analyse	Syntese	Vurdering
ABC-Differensiering – Den intellektuelle og kognitive synsvinkel		A		B	C		
		Basisnivå		Det alminnelige nivå	Ekspertnivå		
		Å kunne gjengi i hovedtrekk		Å kunne utrede underliggende årsaker	Å kunne overføre kunnskap og skape sammenhenger		
		Forstå informasjon og huske den. Forstå meningen, tolke fakta, forutsi konsekvenser. Har kjennskap til emnet		Å kunne koble innhold fra undervisningen med kunnskap fra andre steder og forklare forholdet mellom kunnskapselementene	Selvstendig kunne reorganisere kunnskap til nye sammenhenger		
	Minimumskrav og ferdigheter		Alminnelige krav og ferdigheter	Ekspertkrav og ferdigheter			
	Minstemål for hva alle skal kunne		Mål som kan oppfylles av de fleste	Ekspert mål og maksimumskrav			
	Få elever med særlige behov		Størstedelen av elevene befinner seg på dette nivået	Få elever med særlige forutsetninger			
Mestring		Nivå A		Nivå A+B	Nivå A+B+C		

3.4.2 Berikelse

Ifølge Nosrati og Wæge (2015) handler berikelse om en klasseromspraksis hvor differensiert og tilpasset undervisning foregår i heterogene klasser som arbeider med rike oppgaver. Dette er i utgangspunktet oppgaver som har lav inngangsterskel, men som kan løses på ulike måter. Elevene får dermed muligheten til å arbeide på ulike nivåer, men med samme oppgave (Nosrati & Wæge, 2015). Slike oppgavetyper blir gjerne kalt for åpne oppgaver eller LIST-oppgaver. Utdanningsdirektoratet (2021) beskriver LIST-oppgaver som krevende for alle elever uansett hvilket faglig nivå de ligger på. Oppgavene har stor takhøyde, som igjen kan føre til at elevene får vist sitt faglige nivå, og hva de behersker.

Mönks og Ypenburg (2008) beskriver en annen form for berikelse som handler om å utdype eller utvide læringsmaterialet. Dette kan være ved å gjøre det mer abstrakt, komplekst, variert og organisert rundt begreper (NOU 2016:14). Det er også viktig at læringsstoffet er relevant for elevens evner og behov. Børte et al. (2016, s 6) beskriver beriket undervisning som undervisning “som omfatter supplerende og mer varierte arbeidsoppgaver, og egner seg når målet er å bruke opplæringen som inspirasjon og intellektuell stimulans”.

En annen viktig faktor for å opprettholde de evnerike elevenes motivasjon er støtte og oppfølging fra lærer for å få utfordringer tilpasset deres nivå. En rapport av Social Science Research Unit ved universitetet i London viser til at berikelsesprogrammer hjelper evnerike elever med å utvikle selvregulering og å utvikle tankeprosesser - og hadde en positiv effekt på deres engasjement og faglige oppnåelser (Bailey et al., 2008).

Mann (2006) hevder at for å løse et problem kreves det uavhengighet, dømmekraft, originalitet og kreativitet. En evnerik elev besitter alle disse egenskapene og trenger derfor muligheten til å kunne bruke disse for å løse et utfordrende matematisk problem. Testing, karakterer og tempo overskygger rollen til kreativiteten som er involvert i matematikk. Her støtter vi oss på Becker og Shimada (1997) sin seksårige studie fra Japan, som viser til at elevene som løste åpne oppgaver, svarte på mange flere oppgaver enn den andre gruppen som løste lukkede oppgaver som kun hadde ett svar. Videre mener Mann (2006) at det må skje en endring. Han mener at lærere burde gå bort fra å legge vekt på regler, algoritmer og tenkning med utvikling fra et nivå til neste for å produsere det ene riktige svaret, og heller legge vekt på åpne oppgaver og autentiske læringssituasjoner.

Kort oppsummert kan vi si at berikelse består av utdyping av undervisningsmaterialet og åpne, rike oppgaver. At elevene får arbeide med åpne, rike og kognitivt krevende oppgaver gjør ifølge Nosrati og Wæge (2015) at evnerike elever får arbeide på sitt nivå - noe som utfordrer dem, uten at de må separeres fra resten av klassen. Dette har ifølge flere studier vist seg å ha en positiv effekt på evnerike elevers læring, motivasjon og mestring i matematikkfaget.

Sheffield, en formann i "The US Task Force", har sett på tilbud til evnerike elever i matematikk. Hun oppfordrer til å droppe debatten om akselerasjon versus berikelse, og foreslår at det vi må ta i betraktning er dybden på matematikk som læres. Sheffield minner om at amerikanske elever ofte lærer litt om alt, og gjentar det i årevis, uten å gå i dybden i matematikken (Koshy et al. 2009 s.223).

3.4.3 Akselerasjon og forsering

Akselerasjon innebærer at elevene arbeider raskere med pensum enn andre. Akselerasjon kan forekomme på flere måter: ved tidlig oppstart på klassetrinn, komprimerte læreplaner og/eller undervisning, og å hoppe over klassetrinn. NOU 2016:14 tar for seg ulike former for akselerasjon, deriblant forsering og å hoppe over klassetrinn. Ifølge Børte et al. (2016) kan akselerasjon dreie seg om at elever får ta fag på et høyere trinn, og egner seg spesielt godt dersom målet er at elevene skal lære hurtig. I Herrmann og Nevos (2011) studie om evnerike elever i tysktalende land, fant de ut at akselerasjonsprogrammer er den type tiltak som oftest blir brukt for å imøtekomme evnerike elevers faglige behov (Børte et al., 2016).

Her i Norge har vi en geografisk utfoldelse som gjør det vanskelig å gjennomføre forsering i enkelte områder. Konsekvensen av dette er at vi allerede har mistet store deler av denne elevgruppen, da vi vet at mange evnerike elever kan bli underyttere, og som følge av dette utvikle negativ atferd tidlig (Smedsrud, 2018). Bekymringen med disse formene for akselerasjon er at de negative følgene av disse tiltakene er større enn de positivt. Forskningen beskrevet i NOU 2016:14 fant derimot ikke noe som støttet at forsering eller å hoppe over klassetrinn hadde noe negativ effekt på elevene.

Mönks og Ypenburg (2008) skriver at akselerasjon ofte forbindes med økt tempo, og at det ofte blir lagt vekt på de negative effektene dette medfører. De mener derimot at det tas for lite hensyn til de problemene som kan oppstå ved å fortsette i samme klasse. Konsekvensen av å bli holdt igjen kan være at elevene blir skolelei grunnet vedvarende understimulering og

frustrasjon. Smedsrud (2018) definerer forsering som en raskere skoleprogresjon for elevene, men ikke nødvendigvis en raskere utdanningsløp. Dette betyr at elevene kan fullføre enkelte fag tidligere enn forventet for sin alder, uten spesifikke oppfølgingstiltak. Som et resultat vil elevene være "ferdige" med faget og ha fritimer, men dette vil ikke nødvendigvis føre til videre progresjon i læringen. Det er ingen garanti for at elevene vil lære i sitt eget tempo, men de vil i stedet lære pensum som tilhører klassetrinnet over.

På en annen side er det fristende å tenke at forsering løser utfordringene knyttet til den evnerike elevens læringstempo. Det vil mest sannsynlig forsering ikke gjøre ifølge Smedsrud (2018). Smedsrud grunngir dette med at elevene har behov for at de møter en mer kompetent lærer i den klassen den overføres til, noe det ikke er noen garantier for. I tillegg er det vanlig å forveksle hastighet med større mengde av læringsaktiviteter, noe som kan føre til repetisjon - noe elevene kan oppfatte som straff.

3.4.4 Nivådeling

Nivådeling i skolen innebærer at elever undervises i grupper basert på deres faglige nivå, men denne praksisen kan ha negative konsekvenser for evnerike elever. NOU 2016:14; Nosrati og Wæge (2015) peker på at høyt tempo og mangel på forståelse blant elevene kan føre til redusert motivasjon, selvtillit og dårligere prestasjoner i matematikk.

En studie utført av Boaler, William og Brown (2000) viste at homogene klasser i matematikk hadde en negativ innvirkning på elevens motivasjon og selvtillit. Resultatene av forskningen utført av Nosrati og Wæge (2015) viste at homogene grupper med evnerike elever også hadde negative konsekvenser på grunn av det høye tempoet, presset og fokuset på prosedyrer. For å gi evnerike elever en bedre læringserfaring anbefaler Mason og Davis (1991) undervisning av lærere med høy fagkompetanse i matematikk eller spesialisert utdanning for å undervise denne elevgruppen. Det samsvarer med hva Szabo (2017) skriver om at det er viktig å ta hensyn til om man benytter nivådelte grupper over lengre tid. Det er da fare for at undervisningen kan bli ensformig og dermed gi dårligere resultater for de evnerike elevene, enn om de hadde deltatt i den ordinære undervisningen.

3.5 Oppgavetyper knyttet til læringsmiljø og undervisning

I denne delen av studien vil vi ta for oss ulike oppgavetyper innenfor matematikkfaget. Oppgavetyperne vi har valgt å fokusere på er oppgavetyperne vi introduserte informantene for i intervjuene vi har gjennomført. Dette er oppgavetyper som tidligere forskning og litteratur beskriver skal bidra til læring og innsats hos evnerike elever i matematikk. I tillegg tok vi også med litteratur rundt oppgavetyper som informantene nevnte i intervjuet. Oppgavetyperne vi har presentert er kognitivt krevende oppgaver, problemløsningsoppgaver, virkelighetsnære oppgaver og visuelle oppgaver.

3.5.1 Kognitivt krevende oppgaver

Å anerkjenne at erfaring spiller en sentral rolle i utviklingen av matematiske evner, inkludert hos evnerike elever, fremhever viktigheten av å tilby passende stimulering, veiledning og undervisning. Dette inkluderer å vekke interessen gjennom gåter, mønstre og andre fascinerende fenomener i matematikk, samt å eksponere for matematiske begreper og ideer på et hensiktsmessig nivå av kognitiv utfordring. Denne type undervisning og stimulering bør skje både i skolen, hjemme og gjennom organiserte aktiviteter som matematikkmasterklasser eller berikelsesaktiviteter. I alle disse tilfellene har mer kunnskapsrike personer en viktig rolle (Koshy et al., 2009).

Hvis vi ser nærmere på oppgavetyper så mener Nosrati og Wæge (2018) at oppgaver med lav inngangsterskel og stor takhøyde er god pedagogisk differensiering. Dette er oppgaver de kaller for LIST-oppgaver. Oppgaven er laget slik at de skal være krevende for elevene uavhengig hvilket nivå de befinner seg på. En slik oppgave skal gi alle elevene muligheten til å løse oppgaven og oppleve mestring, og dermed være med på å skape positiv klassekultur. Hele klassen kan jobbe sammen, samtidig som alle jobber på sitt nivå, innenfor den samme åpne oppgaven. Dette skal også bidra til at diskusjoner i plenum blir mer meningsfulle. Nosrati og Wæge (2018) nevner også tre fordeler med LIST-oppgaver:

1. De har lav inngangsterskel og stor takhøyde som fremmer en god klasseromskultur. Alle i klassen kan arbeide sammen, men de kan selvstendig jobbe på sitt nivå. Dette bidrar senere til at de kan ha meningsfulle diskusjoner der alle kan bidra med sitt.
2. LIST-oppgaver åpner også opp for at et alle elevene får vist hva de kan, snarere enn hva de ikke kan. Ofte kan elevene overraske læreren med hva de kan.

3. LIST-oppgavene gir også elevene muligheten til å tenke på mer avanserte måter. Mange tror at evnerike elever trenger mer innhold eller nye temaer på et høyere nivå. Ofte kan oppgavene være ganske enkle, men det krever at elevene tenker på avanserte måter.

Aiken (1973) studerte kreativitet i matematiske aktiviteter, og konkluderte med at følelsesmessige variabler har en sentral påvirkning på matematiske evner og den kreative bruken av matematikk. Påvirkningen av effekten på kognitive ytelser og evner er mer avansert. En enkel modell av denne interaksjonen er "suksessyklusen". Suksessyklusen har tre komponenter:

1. Positiv påvirkning inkludert holdninger og motivasjon til matematikk
2. Innsats, utholdenhet og engasjement med kognitivt krevende oppgaver.
3. Prestasjon og suksess ved matematiske oppgaver

(Sriraman, 2003 s.217)

Sosialkonstruktivistiske teorier om læring, med utgangspunkt i Vygotsky, setter sosial interaksjon som for eksempel med læreren som sentral for utvikling og utvidelse av en elevs evner. En av Vygotskys sentrale ideer er den proksimale utviklingssonen (ZPD). Vygotsky (1978, s. 86) definerer dette som "avstanden mellom det faktiske utviklingsnivået som bestemt av uavhengig problemløsning og nivået av potensiell utvikling som bestemt gjennom problemløsning under voksenveiledning eller i samarbeid med mer dyktige jevnaldrende" (Billings & Walqui, 2017, s.1)

Vi kan med andre ord si at ZPD ligger utenfor problemområdet som et barn kan gjøre uten hjelp (som kalles oppnåelsessonen), og inkluderer oppgavene som barnet bare kan gjøre med hjelp av en lærer, medelever eller forelder. Gjennom erfaring og utvikling mestrer barnet noen av evnene og oppgavene som er involvert i ZPD, og de blir en del av sonen for oppnåelse. Samtidig blir noen av oppgavene som var uoppnåelige, selv ved hjelp av andre, nå oppnåelige i ZPD (Koshy et.al., 2009).

Med utgangspunkt i Vygotskys teori om proksimal utviklingssonen kan man påstå at matematisk evnerike elever har behov for kognitive utfordringer i tillegg til holdnings- og motivasjonsfremmende opplevelser i undervisningen (Koshy, Ernest & Casey, 2009, s. 213). De kognitive utfordringene må være i den proksimale utviklingssonen, slik at elevene ikke

stagnerer hvis oppgavene er for vanskelige, men de må heller ikke være for lite krevende slik at elevene enkelt kan løse dem.

3.5.2 Problemløsningsoppgaver

Problemløsning anses som essensielt for å kunne tenke matematisk (Mason & Davis, 1991). I tillegg kan arbeid med problemløsning bidra til å oppdage og stimulere kreativitet og evnerik oppførsel hos elever (Singer et al., 2016). Integrering av problemløsning i matematikkundervisningen kan også hjelpe elever med å bli mer selvstendige og kreative problemløsere (Johnsen & Smith, 2005; Nissen-Lie & Sørensen, 1999).

Noe som kan øke elevenes motivasjon i matematikk, kan være klasseromskulturen og oppgaver og aktiviteter i undervisningen. Ifølge Nosrati og Wæge (2018) kan spesielt problemløsningsoppgaver, praktiske oppgaver, oppgaver fra dagliglivet og åpne oppgaver øke elevenes indre motivasjon og læringsorientering.

For å tilpasse undervisningen til elevenes ulike behov og forutsetninger, er det viktig å ha en fleksibel infrastruktur og mulighet til å gjøre endringer innenfor den ordinære opplæringen. Dette kan inkludere organisering av grupper og kompleksitet på oppgaver, selvregulert læring, medvirkning og å ta i bruk problemløsningsoppgaver som kan tilpasses i arbeid (Børte et al., 2016; Sjøvoll, 2006).

Nosrati og Wæge (2018) skriver at ved å fokusere på problemløsning og tilpasse undervisningen til elevenes behov, kan man øke elevenes indre motivasjon og engasjement i matematikkundervisningen. Dette kan igjen føre til større utholdenhet, selvtillit, kreativitet og bruk av problemløsningsstrategier hos elevene.

3.5.3 Virkelighetsnære oppgaver

Pentado og Skovsmose (2001, s.128) definerer virkelighetsnære oppgaver som arbeid som kan knyttes til virkeligheten, med en overførbarhet til reelle situasjoner. Slike oppgaver er ment å hjelpe elevene med å se nytten av matematikk, og forstå sammenhenger mellom matematisk kunnskap og arbeidslivet. I en slik tilnærming til undervisning skal elevene være aktive og utforskende i sin egen læring. Virkelighetsnære oppgaver kan knyttes til kjerneelementet modellering og anvendelser.

Wæge og Nosrati (2018, s. 21-22) legger også vekt på viktigheten av virkelighetsnære oppgaver for å opprettholde elevenes indre motivasjon i matematikk, spesielt når de blir eldre. En av årsakene til tap av motivasjon kan være at elevene ikke ser relevansen av matematikken de lærer, og det kan skyldes manglende kobling til virkelighetsnære situasjoner eller oppgaver.

For å få ungdomsskoleelever mer interessert i matematikk, bør lærerne ifølge Lowrie og Logan (2007) undervise om matematiske ideer som er relevante for elevenes egne erfaringer. Læring bør være meningsfull og engasjerende ved å fokusere på å løse realistiske problemer som har flere måter å løse dem på. Det er viktig å bruke konkrete ressurser i undervisningen, for eksempel ting som elevene kan se og ta på, for å hjelpe elevene med å forstå matematiske ideer bedre. Disse ressursene har ofte en geometrisk eller romlig karakter.

Realistisk matematikkundervisning, forkortet RME, er en undervisningsteori fra Nederland som fokuserer på å bruke "realistiske" situasjoner for å hjelpe elevene med å utvikle matematiske begreper og ferdigheter. Disse situasjonene kan være virkelige eller oppdiktet, så lenge de oppleves som autentiske for elevene. Målet er å hjelpe elevene med å forstå meningen bak matematikken de jobber med. I RME får elevene praktisert ulike deler av matematikken gjennom reelle problemer og situasjoner som de må løse ved å bruke kunnskap fra flere temaer i matematikken. Etter hvert som elevene lærer mer, kan de bruke sin matematiske kunnskap på mer formelle og generelle problemer. Samarbeid og plenumsdiskusjoner er også en viktig del av undervisningen, hvor elevene kan utveksle ideer og forbedre hverandres strategier og forståelse (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014, s. 521-533).

Modellering i matematikk er en annen måte å jobbe med virkelighetsnære oppgaver på. I modellering brukes matematikk til å beskrive og forstå virkeligheten på en annen måte. Modellering er nyttig fordi det kan hjelpe med å bruke matematikk i hverdagslivet og i arbeidslivet. Det kan også hjelpe til å tenke kritisk om matematiske problemer og å forstå hvordan matematikk overlapper med andre fagområder. Det finnes flere grunner til å benytte modellering i matematikkundervisningen. Ifølge Hana (2013, s.179-183) kan det blant annet sette elever i stand til å forstå sentrale aspekter ved verden på andre måter, spesielt å forstå hvordan matematikk kan anvendes i dagliglivet, samfunnsliv og andre fagområder. Hana (2013) beskriver et annet nyttig aspekt ved modellering, som er at det kan utvikle og øke elevens motivasjon og holdning til matematikk og matematikkundervisning, samt å gi et mer

realistisk bilde på matematikk som vitenskap, gi innsikt i hvordan matematikk overlapper andre fagområder

Modelleringsoppgaver er ikke “vanlige” matematikkoppgaver. I stedet krever de at elevene tolker en kompleks, realistisk situasjon og formulerer en matematisk beskrivelse eller metode for å ta en beslutning for en ekte person. Hana (2013, s. 179-183) skriver at modelleringsprosessen innebærer å starte med en virkelig situasjon og lage en modell som kan manipuleres matematisk for å forutsi hvordan situasjonen vil utvikle seg. Hvis forutsigelsen er riktig, gir dette tillit til at modellen er god. Hvis ikke, må man endre modellen for å gjøre den bedre.

I matematikk kan modellering knyttes til anvendelser i det virkelige liv. Dette innebærer at elevene får innsikt i hvordan matematikk kan brukes i ulike situasjoner. I følge Artigue og Blomhøj (2013, s. 805-806) kan modellering føre til økt forståelse for matematikk, og hjelpe elevene å se sammenhenger mellom ulike matematiske begreper. Artigue og Blomhøj skriver også at modellering kan ses i sammenheng med Deweys ideer om virkelighetsnære oppgaver, da det bygger på elevenes tidligere erfaringer. Det er verdt å nevne at matematiske modeller er med på å forme det moderne samfunnet.

3.5.4 Visuelle oppgaver

O'Halloran (2015) har undersøkt hvordan evnerike elever reagerte på forskjellige typer matematiske oppgaver, inkludert visuelle oppgaver. Det kom fram at visuelle oppgaver var spesielt effektive for å stimulere elevenes nysgjerrighet og engasjement, og at disse oppgavene kunne hjelpe elevene med å utvikle en dypere forståelse av matematiske konsepter.

Forskning har vist at evnerike elever har en fleksibilitet i tankeprosessen som gjør at de kan bytte mellom forskjellige måter å tenke på, og at kognitiv stil, i kombinasjon med intelligens, spiller en viktig rolle for akademisk prestasjon (Usama, 2002). Johnstone (1993) viser at å presentere spørsmål både visuelt og symbolsk ga de beste resultatene for evnerike elever, muligens på grunn av ideen om at å lagre informasjon på to forskjellige måter kan føre til mer effektive koblinger (Heindal, 2014).

4.0 Metode

I dette kapittelet vil vi gå inn på våre forskningsdesign, og begrunne våre valg av metode. Vi vil presentere hvilken kvalitativ forskningsmetode vi har valgt å benytte oss av. Deretter vil vi gå inn på hvordan utvelgelsen av informanter ble gjennomført, gjennomført intervju og transkribering og analyse av disse. Til slutt vil vi inkludere validitet og reliabilitet, men også etisk refleksjon rundt egen forskning.

4.1 Valg av forskningsdesign

Når vi skulle bestemme oss for hvilken vitenskapelig metode vi skulle ta i bruk for datainnsamling, måtte vi se på hva de ulike metodene innebar, og hvilke styrker og svakheter det er ved å velge en slik metode. Valget stod mellom kvalitativ, kvantitativ eller begge for å samle inn datamaterialet. For å kunne svare på problemstillingen vår måtte vi velge en forskningsmetode som best kunne besvare problemstillingen vår.

I vårt forskningsprosjekt vurderte vi å sende ut et spørreskjema til et større utvalg evnerike elever. Spørreskjemaet skulle inneholde ulike oppgavetyper som elevene skulle løse. Til slutt skulle de svare på noen spørsmål i etterkant av oppgavene. Grunnen til at vi valgte å ikke gjennomføre en undersøkelse med spørreskjema var at studier har vist at evnerike elever kan reagere veldig forskjellig på samme type oppgave, og at deres respons kan være avhengig av flere faktorer, som for eksempel tidligere erfaringer, motivasjon og metoder for læring (Hoyles & Noss, 1996). Selv om det finnes en del forskning på hva som gjør en matematisk oppgave interessant for evnerike elever, trengs det mer forskning på området. Ved å høre på hva evnerike elever har å si, får de mulighet til påvirke sin egen undervisning i matematikk. Det var derfor mer hensiktsmessig for oss å intervju informantene rundt hva som gjør en oppgave interessant, enn å skulle gjennomføre et spørreskjema. Et intervju ville gi oss mulighet til å undersøke mer i dybden enn et spørreskjema.

Målet med studien var ikke å se på hvordan de evnerike elevene løste oppgaven, men heller hvilke type oppgaver de selv så på som inspirerende og relevante for deres matematikkundervisning, og deretter ha en samtale rundt det. I tillegg ønsket vi å finne ut hvilke tilpasninger de hadde fått i løpet av skolegangen deres. Ifølge Monks og Ypenburg (2008) så trenger evnerike elever mer komplekse og utfordrende oppgaver. I tillegg anbefaler Utdanningsdirektoratet (2021) LIST-oppgaver ettersom de er kognitivt krevende. Den siste oppgavetyper som anbefales for evnerike elever var problemløsningsoppgaver Singer (2018).

Basert på hva vi ville undersøke i denne studien, så ønsket vi i å få et innblikk i evnerike elevers tanker og meninger rundt ulike oppgavetyper og tiltak for tilpasset undervisning. For å gi oss et best mulig innblikk i informantenes meninger og tanker ville intervju være den beste forskningsmetoden. Et intervju kunne gi oss muligheten til å kommunisere muntlig med informantene, slik at vi kunne stille de spørsmålene vi ønsket. Vi valgte på bakgrunn av dette et kvalitativt forskningsdesign. Et intervju gir stort rom for utdyping og frihet til å uttrykke seg, i motsetning til et spørreskjema som er mye mer strukturert som (Christoffersen & Johannessen, 2012). I et intervju kan man stille oppfølgingsspørsmål underveis for å få svar på om noe er uklart, noe man ikke har mulighet til i et spørreskjema.

Det kunne også vært interessant å kombinere spørreskjema og intervju eller en kombinasjon av spørreskjema og observasjon for å svare på vår problemstilling. Ifølge Jacobsen og Postholm (2021) er utgangspunkt i all empirisk forskning å velge et forskningsdesign som er best egnet til å belyse problemstillingen eller svare på forskningsspørsmålet. Basert på problemstillingen og oppgavens omfang vurderte vi det til at det kunne bli for omfattende, og valgte derfor å fokusere på et semi-strukturert kvalitativt intervju.

4.2 Kvalitativ metode

Valget av forskningsdesign falt på kvalitativ metode fordi vi ønsker å samle inn informasjon som er utfyllende og går i detaljer. Kvarv (2010) beskriver en kvalitativ metode som en sosial prosess med stadige fram og tilbakevendinger, nye tolkninger og justeringer av forskningen. Videre mener Kvarv at det brukes dybdeundersøkelser i kvalitative metoder. En kvalitativ metode gir mulighet til nærhet til informanten og er basert på at det er mulig og ønskelig at forskeren og informanten går inn i en situasjon preget av interaksjon og kommunikasjon. Dette gir forskeren mulighet til å sette seg inn i de/den undersøktes situasjon. Videre skal også en kvalitativ metode innhente informasjon om virkeligheten gjennom ord eller språk. "Beskrivelser av virkeligheten fremstilles i tekster, enten i form av rene nedskrivninger av hva folk sier, eller i en form der forskeren selv skriver ned hva han eller hun observerer" (Jacobsen & Postholm, s. 89, 2021).

Ved bruk av kvalitativ metode er det ikke mulig å observere det som har skjedd i fortiden. Det vil også oppstå problemer for forskeren hvis den vil observere hva mennesker tenker og føler. En samtale er derfor viktig for at mennesker skal kunne forstå hverandre, svare på hverandre spørsmål, kommentere hverandres utsagn eller handlinger, samt beskrive tanker

følelser eller erfaringer. Formålet er å kunne forstå og beskrive noe (Christoffersen & Johannessen, 2012). Jacobsen og Postholm (2021) mener hovedformålet med en kvalitativ metode er å forstå “den andre”. Baser på vårt forskningsspørsmål er det veldig relevant at de evnerike elevene beskriver og deler deres erfaring rundt undervisningen i matematikk. I tillegg til at vi skal kunne forstå hvilke oppgavetyper som inspirerer dem til innsats i matematikkfaget.

Kvarv (2010) har utarbeidet en liste over punkter som beskriver når man skal bruke en kvalitativ metode. Problemstillingen må invitere til:

- Enkeltfenomener.
- Helhetsforståelse/totalperspektiv.
- Teoriutvikling, danne hypoteser, nyansere tolkninger eller forstå meningsrammer.
- Å forstå ulike prosesser.
- Å forstå kompliserte sammenhenger.

Ut fra vår problemstilling har vi undersøkt “hvilke oppgavetyper som evnerike elever synes er mest relevante for deres matematikkundervisning”. Vi vil videreutvikle teori rundt tilrettelegging og oppgavetyper for evnerike elever i matematikk. I tillegg har vi fått en helhetsforståelse av ulike oppgavetyper som evnerike elever synes er relevante for deres matematikkundervisning.

Som nevnt tidligere har en kvalitativ metode som mål å samle inn data i form av ord som skal beskrive menneskers handlinger og meninger. Det finnes flere forskjellige kvalitative metoder. De mest kjente formene for kvalitativ forskningsmetode er intervju, observasjon eller aksjonsforskning. I vår studie har vi valgt kvalitativt intervju som forskningsmetode.

4.3 Intervju

Christoffersen og Johannessen (2012) skriver at kvalitative intervju er en fleksibel metode å innhente kvalitative data på, og er den mest brukte måten for innsamling av kvalitative data. Etersom informantene våre ikke lenger er elever på ungdomstrinnet, er et kvalitativt intervju en nyttig metode å innhente data på for oss. Som Christoffersen og Johannessen skriver videre er det ikke mulig å observere hva som har skjedd i fortiden. Da vil et intervju være nyttig for å få svar på hva som har skjedd. For vår egen del er dette svært relevant.

Man skiller gjerne mellom fenomenologisk- og narrativt intervju (Jacobsen & Postholm, 2021). For vår del, vil vårt intervju falle innenfor det fenomenologiske, ettersom vi undersøker hvordan individer i en homogen gruppe (evnerike elever) har opplevd matematikkundervisning. Ifølge Giorgi (1985) består et fenomenologisk intervju av at forskningsdeltakerne vanligvis bidrar med retrospektive beskrivelser av egne opplevelser og meninger knyttet til disse opplevelsene (Jacobsen & Postholm, 2021). Dette er i tråd med hva vi ønsket å få til i intervjuene.

Det er også ulike former for intervju, der man kan skille mellom tre hovedtyper: Strukturert-, ustrukturert- og semi-strukturert intervju. Som forklart i kapittel 3.1 valgte vi semi-strukturert intervju som metode. Vi ville med intervjuet kunne forstå informantenes perspektiver på det aktuelle temaet, noe et semi-strukturert er optimalt for. I et strukturert intervju ville vi stilt de samme spørsmålene til alle respondentene, noe som hadde skapt lite rom for utdypelse og oppfølgingsspørsmål. Et strukturert intervju er ifølge Jacobsen og Postholm (2021) utformet på forhånd med et begrenset sett responskategorier. Det vil si at denne formen for intervju er begrensende ovenfor respondentene. Dette var noe vi ville unngå, ettersom alle informantene vi intervjuet har ulike erfaringer, interesser, kunnskapsnivå og perspektiv på matematikkundervisningen. Et strukturert intervju ville vært for begrensende for vår oppgave. Et ustrukturert intervju er motsatsen til et strukturert intervju (Jacobsen & Postholm, 2021). Et ustrukturert intervju har ingen spørsmål utformet på forhånd. En slik intervjuemethode passer best om man observerer i tillegg, for å få et ekstra innblikk i situasjonene man har observert.

4.3.1 Semistrukturert intervju

Valget vårt falt på semi-strukturert intervju. Det er en intervjuemethode vi begge har brukt ved tidligere anledninger, som for eksempel i semesteroppgaver i løpet av studiet. Det er derfor en metode vi kjenner til fra før, og som vi begge har erfaring med å gjennomføre. Semi-strukturerte intervjuer kalles òg for halv-strukturerte intervjuer, og har som mål å forstå deltakernes perspektiv (Kvale & Brinkmann, 2015). Vårt mål med intervjuene var å forstå intervjuobjektens syn på deres egen matematikkundervisning, noe et semi-strukturert intervju legger til rette for.

Et semi-strukturert intervju er en god balanse mellom strukturert- og ustrukturert intervju. Et slikt intervju er ifølge Jacobsen og Postholm (2021) strukturert på en måte der forskerne har temaer og spørsmål klare på forhånd, men man er ikke opptatt av å stille disse spørsmålene i

en bestemt rekkefølge. Det er fokus på å stille spørsmålene der det er naturlig å bringe dem inn i intervjuet/samtalen. En slik form for intervju åpner også for at intervjuobjektene introduserer tema forskerne ikke hadde tenkt på eller sett for seg på forhånd.

Jacobsen og Postholm (2021) hevder at i et slikt intervju skapes kunnskapen i møte mellom forskeren og den intervjuedes synspunkt. Kvale og Brinkmann (2015) skriver at et halvstrukturert intervju innebærer kort oppsummert å kunne bære med seg et sett med ideer som legger føringer for samtalen. En slik form for kommunikasjon og tilførsel av nye temaer, kan føre til at forskeren ønsker å stille noen spørsmål man ikke hadde tenkt på forhånd (Jacobsen & Postholm, 2021).

4.3.2 Utvalg av informanter

Da vi startet arbeidet med denne masteroppgaven, ble vi innledningsvis enige om at vi ville intervju et utvalg lærere om deres matematikkundervisning, og deres erfaringer med tilpasninger for evnerike elever. Da vi i starten av skriveprosessen deltok på et felles seminar med flere veiledere, fikk vi tips om noe som heter “Matematikksirkelen”. Matematikksirkelen er et ekstra undervisningstilbud i matematikk for evnerike elever fra ulike videregående skoler i Bergensområdet holdt ved Universitetet i Bergen.

Som følge av dette tipset endret vi tankegang, og innså at å intervju disse elevene ville være en unik mulighet for oss for å finne svar på, - hvilke tilpasninger og oppgavetyper sier evnerike elever inspirere dem til innsats i matematikkfaget. Et elevperspektiv ville kunne gi oss mer konkrete svar ettersom elevene selv kan si hva de synes fungerer for dem, og eventuelt hva de liker best å arbeide med i matematikkundervisningen. Med tanke på at elevene vi ønsket å intervju nå går på videregående skoler eller høyere utdanning, var det viktig for oss å fokusere på hvordan vi kunne overføre kunnskapen fra intervjuene til å hovedsakelig omhandle ungdomstrinnene i grunnskolen.

Vi tok derfor kontakt med veilederen som hadde tipset oss om Matematikksirkelen, og spurte om han kunne sette oss i kontakt med disse elevene, og om det var muligheter for å intervju noen av dem. Vi sendte ut e-post med forespørsel om å delta i prosjektet til ca. 30 personer. Dette var da elever som tidligere har deltatt på Matematikksirkelen.

Ifølge Johannessen et. al. (2016) er strategisk utvelgelse av informanter at forskeren først bestemmer seg for hvilken målgruppe som må delta for at en skal få samlet nødvendig data. Det neste steget er å velge ut personer fra målgruppen som skal delta i undersøkelsen (s. 117).

Målet med utvelgelsen av informanter er altså ikke representativitet, men hensiktsmessighet. Vi valgte å intervju evnerike elever fordi det var hensiktsmessig for å kunne få svar på vår problemstilling. En kan derfor si at vi benyttet oss av et strategisk utvalg av informanter.

Noen bruker tester, men vi har funnet evnerike elever gjennom Matematikksirkelen. Vi har dermed valgt å bruke en helt annen metode for å identifisere dem. Den hyppigst brukte testen i Norge er WISC. For elevgruppen det her er snakk om vil WISC-R (Wechslers Intelligence Scale for Children Revised), være aktuell. WISC er standardisert ut ifra norske forhold og er derfor direkte tilknyttet samfunnet og elevene (Smedsrud, 2012, s. 9). Vi har derimot valgt en helt annen metode enn tester for å velge ut informanter til vår studie. Vi tok kontakt med evnerike elever ved Matematikksirkelen via en kontaktperson som viderefremidlet informasjon fra oss til dem, slik at de evnerike elevene kunne ta kontakt med oss om de ønsket å delta i studien. Vi har dermed ikke fått “testet” at informantene er evnerike elever, men Matematikksirkelen er et tilbud for evnerike elever i matematikk.

4.3.3 Oppgaver til intervjuguiden

I forkant av intervjuene gjorde vi en utvelgelse av oppgaver. Vi hadde på forhånd gjort et litteraturreview om evnerike elever og oppgaver. Oppgavene vi valgte ut til intervjuene ble valgt basert på forskningen rundt oppgavetyper som evnerike elever foretrekker, og forskningen som er nevnt i teorikapittelet. Nedenfor følger en oversikt over oppgavene vi valgte ut og en begrunnelse for valg basert på tidligere forskning. På forhånd hadde vi en antagelse om at informantene vi skulle intervju foretrakk problemløsningsoppgaver, utfordrende oppgaver og kognitivt krevende oppgaver. Denne antagelsen var basert på litteraturen vi har lest i litteraturreview. Derfor valgte vi å kategorisere oppgaver innenfor hvert av de følgende områdene:

- Utfordrende oppgaver (Olympiaden 2021)
- Problemløsningsoppgaver (Matematikksenteret)
- Kognitivt krevende oppgaver (Mattelist)

Oppgavene er lagt ved denne studien som Vedlegg 6: Oppgaver til intervjuguiden.

Olympiaden 2021:

Olympiaden 2021 er oppgaver som både er kognitivt krevende, men også problemløsningsoppgaver. Ifølge Singer (2018) liker evnerike elever best utfordrende

oppgaver. Oppgavene er hentet fra Olympiaden 2021, som er de olympiske leker innenfor matematikk for skoleelever under 20 år. Vi tenkte derfor at disse oppgavene kunne være interessante for våre informanter.

Problemløsningsoppgaver:

Singer, et al. (2016) nevner at problemløsning blir brukt som hjelpemiddel til å både oppdage og til å stimulere kreativitet og evnerik oppførsel. Disse oppgavene legger også opp til en åpen start som NOU 2016:14 (s. 62-63) mener skal oppmuntre til bruk av problemløsningsmetoder. Szabo (2017) konkluderer med at rike oppgaver og problemløsningsoppgaver skaper oppgavegasmoment og kreativitet hos evnerike elever.

Vi har derfor valgt to problemløsningsoppgaver “Tjueen” og “Addisjonsmysteriet” som er hentet fra Matematikksenteret (se Vedlegg 6). Disse to oppgavene er kjennetegnet av at de visuelle, åpne for kreativitet og har flere mulige fremgangsmåter. Vi håpet at oppgavene kunne bidra til at vi gjennom intervjuene kunne få informasjon om hvordan de evnerike elevene så på oppgavene, og hva de eventuelt likte/ikke likte med oppgavene, og hvorfor.

Kognitive oppgaver:

Vi har valgt å ta med to kognitivt krevende oppgaver “Overbooking” og “Data matching” i vår studie (se Vedlegg 6). Disse to oppgavene er hentet fra Mattelist og kalles for LIST-oppgaver. Oppgavene er kjennetegnet av at de er tekstopp-gaver der man skal hente ut informasjonen fra teksten, lav inngangsterskel, forskjellige fremgangsmetoder og at de tar utgangspunkt i virkelighetsnære situasjoner. Vi hadde som mål at oppgavene kunne bidra til at vi i intervjuene hadde mulighet til å få kunnskap om hvordan de evnerike elevene så på slike oppgavetyper, og om de likte/ikke likte slike oppgaver.

4.3.4 Utarbeidelse av intervjuguiden

For å samle inn datamateriale til denne studien, valgte vi intervju som metode. I den sammenheng utarbeidet vi en intervjuguide (vedlegg 4) som et utgangspunkt for våre intervju. En intervjuguide kan benyttes som et hjelpemiddel for å holde struktur i intervjuet, men skal også være til hjelp til å svare på problemstillingen og forskningsspørsmål (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 122). Utformingen av vår intervjuguide ble gjort på bakgrunn av

tidligere masteroppgaver. Vi fikk dermed inspirasjon til oppsett, antall spørsmål og hvordan vi skulle formulere våre spørsmål. Dette ga oss et innblikk i hvordan andre hadde lagt opp intervjuet og hvor lang tid ulikt antall spørsmål kan ta basert på andres erfaringer.

Vi la også vekt på at informantene skulle føle seg komfortable i starten av intervjuet, slik at det blir lavere terskel å svare utfyllende på spørsmålene i intervjuet. Ettersom vi hadde et semi-strukturert (halvstrukturert) intervju, var det også viktig at vi som intervjuere forberedte oss på mulige scenarioer og svar på spørsmålene, og dermed hadde noen oppfølgings spørsmål klare.

I det følgende avsnittet vil vi begrunne valg av spørsmålene i intervjuguiden. I intervjuguiden laget vi to kolonner, en med teoretiske spørsmål knyttet til forskningsspørsmål, og en med intervju spørsmål. De teoretiske spørsmålene er formulert ved hjelp av teoretiske fagbegreper, og intervju spørsmålene med dagligspråk som informanten vil forstå. Et forskningsspørsmål kan besvares av flere intervju spørsmål, men et intervju kan også gi svar på flere forskningsspørsmål (Kvale & Brinkmann, 2019, s.163-164). Grunnlaget for valg av spørsmål er basert på problemstillingen, forskningsspørsmålet og teorien. Informantens erfaring rundt matematikk, hvilke preferanser de har rundt oppgaver, hvordan informanten liker å jobbe med oppgaver, informantens erfaringer med tilpasninger i matematikk. Alt dette var viktige utgangspunkt for intervjuet.

Tabell 3: Utklipp fra intervjuguiden.

Rammeverk for spørsmål i intervjuguiden og koding	Intervju spørsmål
	Utvalg med oppgaver
Spørsmål ment for å oppmuntre informanten til å komme med utdypende informasjon» til den overordnede problemstillingen (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 80)	Hvilke oppgaver syns du er mest interessante? <ul style="list-style-type: none"> – Kan du gi noen eksempler på dette? <ul style="list-style-type: none"> ○ Hva var interessant med denne typen oppgave? ○ Hvorfor likte du denne oppgaven bedre enn den andre? ○ Hvis du skulle laget en oppgave. Hvordan ville den sett ut? ○ Ville du diskutert disse oppgavene eller jobbet alene?

<p>Elevenes behov; ferdigheter i å fremme tenkning på høyere nivå, kreativitet og problemløsning; utvikling av en differensiert læreplan med flere ressurser, berikelse og akselerasjon; skape et trygt, fleksibelt, elevsentrert miljø; og unngåelse av overdreven tillit til begavede studenter som veiledere (Singer et al., 2016)</p> <p>Nosrati og Wæge (2019)</p> <p>Mange studier om nivådeling har fokusert nesten utelukkende på elevers prestasjoner (se for eksempel Burris, Heubert & Levin, 2006; Burris, Wiley, Welner & Murphy, 2008). Disse studiene viser at nivådeling gir marginale positive effekter for høyt-presterende gruppers prestasjoner, mens det samtidig har signifikante negative effekter for de lavt-presterende gruppene.</p> <p>Smedsrud (2018)</p> <p>Forsering handler om at elevene får gå raskere gjennom skoleprogresjonen, men ikke nødvendigvis utdanningsløpet - med dette menes det at en ikke har noen spesifikke oppfølgingstiltak om eleven eventuelt skulle fullføre enkelte fag tidligere enn forventet for sin alder. Dette vil igjen utløse fritimer, men ikke nødvendigvis en videre progresjon i læring</p>	<p>Tilrettelegging for evnerike elever</p>
<p>Elevenes behov; ferdigheter i å fremme tenkning på høyere nivå, kreativitet og problemløsning; utvikling av en differensiert læreplan med flere ressurser, berikelse og akselerasjon; skape et trygt, fleksibelt, elevsentrert miljø; og unngåelse</p>	<p>Opplevde du at du fikk tilrettelagt undervisning i matematikk på ungdomsskolen og barneskolen?</p> <ul style="list-style-type: none"> – Hvordan tilrettela læreren undervisningen for deg?

<p>av overdreven tillit til begavede studenter som veiledere. (Singer et al., 2016)</p> <p>Nosrati & Wæge (2019)</p> <p>Mange studier om nivådeling har fokusert nesten utelukkende på elevers prestasjoner (se for eksempel Burris, Heubert & Levin, 2006; Burris, Wiley, Welner & Murphy, 2008). Disse studiene viser at nivådeling gir marginale positive effekter for høyt-presterende gruppers prestasjoner, mens det samtidig har signifikante negative effekter for de lavt-presterende gruppene.</p> <p>Smedsrud (2018)</p> <p>Forsering handler om at elevene får gå raskere gjennom skoleprograsjonen, men ikke nødvendigvis utdanningsløpet - med dette menes det at en ikke har noen spesifikke oppfølgingstiltak om eleven eventuelt skulle fullføre enkelte fag tidligere enn forventet for sin alder. Dette vil igjen utløse fritimer, men ikke nødvendigvis en videre progresjon i læring</p>	<ul style="list-style-type: none"> ○ Ekstraoppgaver (samme oppgaver), tidligere skolestart, forsering i matematikk, hadde egen undervisning i mindre grupper, brukt som hjelpelærer. ○ Hvordan syns du disse tiltakene fungerte for deg?
---	--

4.3.5 Gjennomføring og transkribering av intervju

Vi gjennomførte fem intervjuer. To ble gjennomført digitalt, og to ble gjennomført på et grupperom på en videregående skole. Det siste ble gjennomført på et grupperom på Høgskulen på Vestlandet Campus Bergen. Det var mest praktisk å gjennomføre to av intervjuene digitalt, ettersom informantene bor i andre byer. Under selve intervjuene ble det delt ut tre ark med ulike oppgaver (se vedlegg 6) som informantene skulle se på. I de to intervjuene som ble gjennomført digitalt, ble oppgavene sendt før intervjuet.

For å ta opp lyd på intervjuene ble det brukt en lydopptaker. Etter hvert intervju ble lydfilen overført fra lydopptakeren over på en minnepenn. Dette var en ekstern minnepenn med kryptering og intervjuene ble lagret på en datamaskin i overførselen av filene. Vi brukte bare nevnte datamaskin til å overføre lydfilene fra lydopptaker til den krypterte minnepinnen. Deretter ble lydopptakene slettet fra datamaskinen. I forkant av alle intervjuene testet vi lydopptakeren og sikret oss at det ikke var noe bakgrunnsstøy. Ved hjelp av en lydopptaker kunne vi konsentrere oss om intervjuets emne og dynamikk (Kvale & Brinkmann, 2019, s.206).

Transkripsjon betyr å transformere, skifte fra en form til en annen (s. 205). I vårt tilfelle er det fra muntlig (lydopptak) til skriftlig (tekst). Vi valgte å transkribere intervjuene selv, og vi fordelte de mellom oss. Det ble gjennomført en fullstendig transkribering av alle de fem intervjuene. I forkant avtalte vi hvordan transkripsjonen ble utført, altså transkripsjonsprosedyre. I transkripsjonsprosedyren valgte vi å ta med latter og lengre pauser. Dette var for å få transkripsjonen så detaljert som mulig i tilfelle dette ble viktig i analysedelen. Ifølge Kvale og Brinkmann (2019) så lærer en mye om sin egen intervjustil etter å ha transkribert intervjuene. I en transkripsjon vil en huske eller gjøre seg opp tanker rundt de sosiale og emosjonelle aspektene ved intervjusituasjonene, noe som ledet oss over på analysedelen.

4.4 Teoretisk rammeverk og metode for analyse

Her vil vi se på hvordan vi har analysert datamaterialet fra intervjuene, rammeverk for intervju og koding - og hvordan dette ble konstruert. Selve analyseringen av datamaterialet vil ikke finne sted i dette avsnittet, men i kapittel 4. I utarbeidelsen av analysen lagde vi oss koder for hva vi skulle se etter når vi leste gjennom intervjuene. Vi startet med å utarbeide et teoretisk rammeverk til intervjuguiden med kategorier som ble forankret i teori innenfor de ulike kategoriene vi skulle kode intervjuene ut ifra. Som nevnt tidligere så konstruerte vi spørsmålene til intervjuene ut ifra hva vi ville få svar på gjennom intervjuene, med teorien i rammeverket som grunnlag for spørsmålene.

Videre kategoriserte vi spørsmålene i intervjuet i forskjellige kategorier, som vi igjen ga forskjellige farger for kodingen. Innenfor hver kategori ble det laget underkategorier for å kunne kode resultatene mest mulig nøyaktig. Det ble brukt induktiv analyse som er basert på datagenererte kategorier – det er altså data som er med på å avgjøre kategoriene man bruker. I

denne prosessen beveget vi oss fra den spesifikke (dataen) til de generelle (kategoriene). I denne prosessen sammenlikner man svarene fra de ulike informantene. Etter hvert så fant vi koder som vi brukte for å analysere datamaterialet (Høgheim, 2020). Innenfor hver kategori og underkategori ble det laget en beskrivelse av hver kode for hva vi skulle se etter i når vi kodet intervjuene. Dette er i tråd med beskrivelsen av systematisk meningskategorisering som beskrevet av Busch (2021, s. 60).

Et eksempel på hvordan kodingen ble gjennomført er for eksempel når vi kartla hvilke fag informantene uttrykte interesse for. Vi ga informantenes ulike svar egne kategorier som for eksempel A for alle fag, R for realfag etc. ut ifra hvilke matematiske tema informantene uttrykte interesse for, slik som vist i tabell 4 under:

Koding	Beskrivelse	Utdrag av elevutsagn kategorisert etter tema i intervjuguiden
Bakgrunn Motivasjon A-Alle fag R-Realfag M-spesifikt matematikk P-programmering	Uttrykker eksplisitt faglig interesse, ønsker å bli en god problemløser, ser på seg som god problemløser osv. ...	<ol style="list-style-type: none"> 1. Jeg likte egentlig alle fagene ganske mye. Jeg trivdes så å si med alle fagene på skolen. Så klart, du kan jo kanskje si at jeg har likt matte og realfagene litt bedre. A M R 2. Jeg er glad i fysikk, det er faget jeg liker best akkurat nå. Jeg har òg kjemi, men det er ikke like gøy. Og matematikk er gøy da, men jeg har ikke undervisning i det i år, så ja. M R 3. Det er matte da, og fysikk. M R 4. Liker matte. Programmering er gøy syns jeg. Historie er interessant. Hva mer fag finnes det da? Har aldri hatt kjemi, men jeg synes det virker interessant så det har jeg lyst til å prøve. M P 5. Det har vel for så vidt vært matte opp igjennom hele skoletiden og så i løpet av kanskje sent på ungdomsskolen begynnelsen av videregående så har det vært programmering da. Ja fysikk og kjemi også. R M P

Tabell 4: Utklipp fra tabell til koding av intervju

Videre gikk vi gjennom ett og ett intervju, og fant utdrag som passet til kodene vi hadde konstruert. Vi la inn kodene etter utdragene, og la også inn farger for hver kode slik at det ble mer oversiktlig å hente ut resultater i etterkant av kodingen. Vi la inn egne farger for hver kategori i intervjuguiden, slik at det ble tydelig hvilken kategori vi skulle legge utdraget fra intervjuene inn under i kodingen.

4.5 Metodekritikk

Når det gjaldt utvelgelse av informanter oppdaget vi en svakhet ved vår studie, deriblant at informantene ikke husker ting de opplevde på grunnskolen. Dette er en ulempe ved at vi har intervjuet evnerike elever som nå går på videregående skole eller studerer. Det mest optimale ville selvsagt vært å intervju evnerike elever i matematikk som fortsatt går på ungdomsskolen, men dette har ikke latt seg gjøre. En av grunnene til det er at det kan være vanskelig å kartlegge hvem som er evnerik. I tillegg ville det krevd ressurser vi ikke har for å få kontakt med elever i grunnskolen. Det var derfor hensiktsmessig for oss å intervju elever ved Matematikksirkelen. Et annet aspekt ved dette valget er at deres tidligere erfaringer gjennom deres skolegang gir dem mulighet til å reflektere over hva som har- og hva som ikke har fungert for dem. Yngre elever vil ikke ha de samme forutsetningene for en slik type refleksjon.

En svakhet ved gjennomføring av intervjuene var at to av informantene hadde muligheten til å se på oppgavene før intervjuet ble gjennomført, mens de tre andre ikke fikk muligheten til det. Dette kan ha medført at de to informantene som fikk se på oppgavene i forkant, uttalte seg om oppgaver de ellers ikke ville uttalt seg om, eller motsatt. Det er mulig at de i utgangspunktet fattet interesse for noen oppgaver, men etter å ha sett på oppgavene en stund fattet interesse for andre oppgaver. For å danne et likt utgangspunkt for alle informantene, og for mest mulig validitet i forskningen, burde vi enten gitt alle informantene oppgavene i forkant, eller ingen av dem oppgavene i forkant.

4.5.1 Reliabilitet

Reliabilitet handler om hvor pålitelig forskningen er. Dette knyttes til hvor nøyaktig dataen er hentet inn; hvilke data som brukes, måten dataen er samlet inn på, og hvordan dataen bearbeides (Christoffersen & Johannessen, 2012). Videre kan man si at reliabilitet også omhandler i hvor stor grad resultatet av forskningen kan reproduseres av andre forskere (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 276). Ifølge Anker (2020) er reliabilitet et omdiskutert begrep i sammenheng med kvalitative prosjekter. For at et forskningsprosjekt skal være reliabelt skal det være mulig å utføre forskningen på nytt, og få samme resultat. Målet i kvalitativ metode er nødvendigvis ikke å få samme resultat. Videre handler reliabilitet om at man skal kunne stole på studien. Det vil si at framstillingen av materialet eller dataen er godt gjennomført, og at resultatet ikke er jukset med.

Jacobsen og Postholm (2021, s.224) knytter reliabilitet opp mot refleksjon over hvordan undersøkelsen og forskeren kan ha påvirket resultatet. De nevner to punkter:

- At forskeren selv reflekterer over sin påvirkning
- At forskeren gjør forskningsprosessen synlig slik at andre kan reflektere over den.

Forskeren må være bevisst på sin egen subjektivitet og være forsiktig med å ikke samle inn data basert på antakelser. Dette leder oss inn på relasjonen mellom forsker og forskningsdeltaker. I noen tilfeller kan informanter svare det de tror intervjueren vil høre, det er dermed viktig å holde tilbake sine tanker og fortelle at det ikke finnes noen svar som er feil (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 224–225). Videre handler reliabilitet om å inkludere leseren i dine metodiske valg, og hvordan du valgte informanter til forskningsprosjektet. En nøye beskrivelse av gjennomføringen av forskningen og hvilke utfordringer du har støtet på er viktig for at leseren skal kunne danne seg et bilde av hva som er blitt gjennomført (Anker, 2020, s.108).

Som nevnt tidligere så er det viktig som forsker å ikke legge føringer i intervjuet (Anker, 2020, s.109). I vår oppgave har vi sendt ut et informasjonsskriv til informantene. Her stod det hva forskningsprosjektet vårt handlet om. Dette kan være med på å legge føringer for intervjuet, som kan være med på å svekke påliteligheten. Ifølge Anker (2020) så er det viktig å merke seg at informasjonen om hva som var målet med forskningsprosjektet og måten intervjuene er blitt gjennomført på, alltid vil kunne påvirke informanten. Ved at man reflekterer rundt dette styrkes tilliten til oppgaven.

Vi mener at reliabilitet er tett knyttet opp til hvordan vi er som intervjuere/forskere. Det handler om hvordan vi oppfattes som forsker. Er spørsmålene våre for ledende? Oppfatter informantene spørsmålene likt? En svakhet i reliabiliteten er at vi har lite erfaring som forskere og intervjuere. For å styrke dette valgte vi at det var én og samme person som intervjuet informantene. I forkant diskuterte vi og tenkte over hvordan vi oppførte oss, hvordan spørsmålene ble stilt. Bakgrunnen for dette var at alle intervjuene skulle bli så like som mulig fra vår side.

4.5.2 Validitet

Validitet handler om hvor relevant dataen er. Det er ikke slik at dataen er selve virkeligheten, men en representasjon av den. I sammenheng med forskning betyr validitet gyldighet. Det er

også et skille mellom begrepsvaliditet, ytre validitet og intern validitet. Begrepsvaliditet handler om relasjoner mellom det generelle fenomenet som skal undersøkes, og de konkrete dataene (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Innenfor validitet skiller man mellom to former for validitet – intern validitet og ytre validitet. Intern validitet kalles òg for indre validitet, og handler om to forhold. Det første forholdet baserer seg ifølge Jacobsen og Postholm (2021, s. 229) om i hvor stor grad det er samsvar mellom de begreper og teorier vi anvender for å beskrive virkeligheten vi studerer og analyserer. Det andre forholdet er om man har grunnlag for å uttale seg om kausalitet (årsak og virkning) ut fra den studien man har utført.

I sammenheng med studien vi har utført i denne masteroppgaven, er det relevant å se på vår oppgave i lys av begge forholdene som Jacobsen og Postholm beskriver. Vår studie er en kvalitativ studie, og Jacobsen og Postholm (2021, s. 229) skriver at kvalitativ forskning vil være åpen i sin tilnærming til empirien.

Ytre validitet eller ytre gyldighet, handler i korte trekk om overførbarheten til funnene i forskningen. Man kan også forklare det som at kunnskapen man sitter igjen med etter forskningen, kan generaliseres og anvendes i andre kontekster. Haugen og Lund (2006, s. 53) beskriver ytre validitet som sikkerhet av generalisering. Videre skriver de at validitet er et spørsmål om grad, noe som vil si at validiteten av en slutning kan variere fra minimalt til maksimalt nivå. Man vil aldri kunne oppnå perfekt validitet i empirisk forskning ifølge Haugen og Lund, selv om man ønsker så høy validitet som mulig. Graden av validitet ikke bestemmes av entydige regler, men på grunnlag av standarder innenfor et temaområde (Haugen & Lund, 2006, s. 54). Samtidig understrekes det at validitet er en egenskap ved konklusjonen, ikke ved metoder, data eller resultater. Metodene for innsamling og analyse av dataresultatene har ikke validitet i seg selv, men konklusjoner som trekkes på grunnlag av dette som har validitet.

4.6 Etisk betraktning

Etikk handler om å bry seg om sin neste ved å ta hans eller hennes perspektiv med hensyn til både tanker og følelser (Eide et al., 2011). Ifølge Krogtoft og Sjøvoll (2018) kan det i sammenheng med et intervju innenfor enkelte tema oppstå situasjoner der man møter mennesker som endelig opplever at noen har tid og forståelse til å lytte med forståelse for deres situasjon. Det er derfor viktig å avklare forholdet mellom det terapeutiske og det

forskende i intervjuet, og den balansen kan være skjør. Å avklare dette kan være vanskelig, og det finnes heller ingen fasit på hvordan det bør gjøres. Dette utfordret dermed vår rolle som forsker betydelig, og vi måtte gjøre etiske vurderinger både før, under og etter intervjuene.

Når man skal utføre et forskningsarbeid hvor personopplysninger kan komme frem, må dette søkes i Norsk senter for forskningsdata (NSD). Fra og med 1. januar 2022 ble NSD lagt ned, og oppgavene overført til Sikt – Kunnskapssektorens tjenesteleverandør. For enkelthetens skyld vil vi konsekvent fortsatt omtale det som NSD i denne studien, ettersom det er mest kjent som NSD. Forskning som ikke inneholder personopplysninger trenger ikke godkjenning fra NSD, så man kan svare på noen enkle spørsmål for å finne ut om prosjektet er meldepliktig. Det er blant annet er det ikke lov til å ta lydopptak på mobilen eller lagre observasjonsnotater på datamaskinen. Dette er hensyn man må ta når prosjektet inneholder personopplysninger. I tillegg skal dette oppbevares på krypterte eller sikre datalagringsområder (Anker, 2020). Disse hensynene skal beskrives i søknaden til NSD.

Det er viktig at informanter har rett til å ta beslutninger selvstendig og uavhengig når de deltar i et forskningsprosjekt. Forskeren må innhente et frivillig samtykke fra deltakerne, og deltakerne har rett til å trekke seg når som helst i løpet av prosjektet uten å måtte gi en grunn (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 41). Vi sikret at alle informanter ble informert om deres rettigheter. Vi ga dem derfor et samtykkeskjema, og i tillegg informerte vi dem muntlig under intervjuet om deres rettigheter i prosjektet.

Forskeren har en plikt til å beskytte informantenes privatliv ved å la dem selv velge hvilken informasjon om deres liv og personlige opplysninger som skal deles med forskeren.

Deltakerne må kunne stole på at forskeren behandler deres opplysninger på en sikker og forsvarlig måte, og at konfidensialiteten opprettholdes slik at deltakerne ikke blir identifisert (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 41–42). I denne studien har informantene blitt anonymisert og ikke omtalt med alder eller utdanning i oppgaven. Vi har også informert deltakerne om vår taushetsplikt, og hvordan deres opplysninger vil bli lagret etter intervjuet.

5.0 Analyse og resultat

I dette kapittelet vil vi presentere resultater fra analysen av datamaterialet. Her blir utdrag fra intervjuene presentert og analysert. I presentasjonen av resultatene måtte vi velge mellom å presentere én og én informant hver for seg, med utdrag av hva den spesifikke informanten hadde gitt uttrykk for om hvert tema, eller å presentere ett og ett tema med utdrag fra flere informanter under hvert tema. For å få en god oversikt og rød tråd gjennom studien, valgte vi å gå for sistnevnte metode. Dette vil bidra til å best mulig kunne svare på problemstillingen vår, som er knyttet til hva som kan fremme evnerike elevers læring i matematikk, og hvordan dette kan påvirke deres motivasjon innenfor matematikkfaget.

Som nevnt tidligere har derfor gjennomført intervju for å finne ut hva informantene sier at de liker å jobbe med, og hvordan de liker å jobbe med matematikkfaget på. Dette kan bidra til større innsikt i hva som kan påvirke deres motivasjon.

I vår studie ønsket vi derfor å finne ut mer om hva evnerike elever sier er god matematikkundervisning for dem. Vi utarbeidet også et forskningsspørsmål:

“Hvilke type tiltak og oppgaver sier evnerike elever kan inspirere dem til innsats i matematikkfaget?”

Resultatet fra analyse av intervjuene vil bli forsøkt oppsummert. Som nevnt tidligere er formålet med denne studien å utvikle vår egen og andres kunnskap om evnerike elever.

For å få svar på problemstillingen og forskningsspørsmålet vårt, har vi valgt å rette fokuset vårt på kategoriene nedenfor:

- Oppgaveinteresse
- Tilpasset opplæring (Berikelse, differensiering, nivådeling, akselerasjon og forsering)
- Motivasjon
 - Interesse for emner i matematikk
 - Faglig interesse
 - Kriterier for deltakelse i en matematisk diskusjon

I analysen vil vi analysere utdrag fra intervjuene. I disse utdragene, og i analysen generelt, vil vi (intervjuer) bli omtalt som I. Informantene vil bli omtalt som Person 1, Person 2, Person 3

etc. Dette vil bli forkortet til P1, P2, P3 etc. i utdragene fra intervjuene, samt i analysen av intervjuene. De samme forkortelsene vil også bli brukt i drøftingskapitlet senere i studien.

5.1 Oppgaveinteresse

I denne delen vil vi analysere utdragene av hva evnerike elever sier om sine oppgaveinteresser. Vi ga derfor informantene et utvalg med oppgaver som bestod av problemløsningsoppgaver, LIST-oppgaver og oppgaver hentet fra Olympiaden. Videre skulle informantene begrunne sine preferanser for oppgavene.

5.1.1 Sier at de interesserer seg for realistiske oppgaver

Følgende utdrag er innledet med spørsmålet:

I: Ja vi skal be deg prøve å være litt kreativ og så hvis du skulle lage en oppgave, en matematikkoppgave. Hvordan, hvordan ville du lage den, eller hvordan ville den sett ut.

(...)

P1: Uansett, der teamet eller at oppgaven har et real world element.

I: Ja, at det skal være litt realistisk?

P1: Ja på en måte.

Når person P1 beskriver at oppgaven han liker handler om at “temaet eller oppgaven har et “real-world element”, kan det bety at han liker at oppgavene kan være virkelighetsnære og ha en realistisk problemstilling. Denne tolkningen underbygges ved at P1 svarer bekreftende “Ja på en måte” når I spør utdypende “Ja at det skal være litt realistisk?” Utdraget viser at personen kan se ut til å like realistiske oppgaver som handler om hvordan matematikk kan brukes i det virkelige liv, og matematikk som inneholder elementer av dette.

Selve utdraget:

P2: Ja jeg liker matematikk jeg kan anvende. (...) du ser hvordan det fungerer liksom i virkeligheten og hvordan man kan anvende det.

P2 uttrykker eksplisitt i utdraget at han liker matematikk som kan anvendes. Utsagnet «*du ser hvordan det fungerer liksom i virkeligheten og hvordan man kan anvende det.*» kan forstås som at han både liker å anvende sine matematiske kunnskaper for å løse problemer fra virkeligheten og at matematiske prinsipper kan brukes til å løse praktiske problemer eller konkrete problemstillinger.

Selve utdraget: P3: *Ja, data matching. Litt mer tekstopp-gave kanskje, men nødvendigvis litt mer realistisk enn oppgaven med Data matching. Så ja reelle situasjoner.*

P3 nevner oppgaven Data Matching på spørsmål om hvordan han selv ville designet en opp-gave. P3 legger til at han liker tekstopp-gaver og sier at opp-gaven kalt Data Matching burde være “*litt mer realistisk*”. Dette kan bety at han foretrekker å jobbe med opp-gaver som involverer analyse av tekstbaserte data, og som kan ha en reell sammenheng med virkelige situasjoner.

Selve utdraget: P5: *Jeg vil si at det absolutt har sine fordeler, men det kommer jo an på hva det vil si at det er virkelighetsnært sant. Hvis det er en veldig kompleks situasjon eller et tema folk ikke har så mye peiling på så blir det jo nesten som at det er abstrakt sant. Men hvis det er noe som folk flest har et forhold til så tror jeg det kan være veldig effektivt ja.*

P5 nyanserer begrepet virkelighetsnært på spørsmål om han foretrekker virkelighetsnære opp-gaver fremfor andre opp-gaver i svaret sitt, og sier at det kommer an på hva som menes med “*virkelighetsnær*”. Han påpeker at hvis en opp-gave er veldig kompleks eller bygger på et tema som folk ikke har peiling på, kan det fortsatt føles abstrakt, men hvis det er noe som folk flest kan forholde seg til, kan det være veldig effektivt. Dette kan bety at han foretrekker opp-gaver som er komplekse nok til å være utfordrende, men som likevel er forståelige og meningsfulle.

Det virker som om de fire informantene er enige om at realistiske opp-gaver er mer engasjerende og meningsfulle enn abstrakte opp-gaver som ikke har noen reell sammenheng med verden rundt oss. Det er verdt å merke seg at det bare var en informant som ikke nevnte noe om virkelighetsnære opp-gaver.

5.1.2 Sier at de interesserer seg for "Tjueen" og/eller "Addisjonsmysteriet"

Selve utdraget:

P1: Tjueen! Den virker litt lettere enn de andre (...)

P1 gir uttrykk for at han mener oppgaven "Tjueen" virker lettere enn de andre oppgavene. Dette kan tolkes som at han er positivt innstilt til å løse oppgaven og har tro på at han kan klare det. Samtidig antyder uttalelsen også at han kanskje ikke liker å arbeide med de andre oppgavetyperne han ble presentert for. Det kan også indikere at han er på utkikk etter oppgaver som han kan mestre, eller at han er mer komfortabel med å arbeide med slike oppgaver.

Selve utdraget:

P2: Jeg tror jeg hadde likt disse. Det er på en måte matematikk, men litt annerledes type matematikk enn pensum-matematikk (addisjonsmysteriet og tjueen).

I dette utdraget sier P2 at han tror han ville likt oppgavene "addisjonsmysteriet" og "tjueen", og beskriver dem som en annerledes type matematikk enn pensum-matematikk. Dette kan tyde på at P2 har en interesse for matematikk som går utover det som han har lært på skolen, og at han synes det er spennende å jobbe med oppgaver som krever en annen type tenkning enn det han er vant til fra matematikkundervisningen. Ut fra dette kan vi antyde at P2 har en nysgjerrighet og interesse for matematikk som han ikke har vært vant til å ha på skolen.

Selve utdraget:

P3: Sånn umiddelbart, så syns jeg denne virker gøy (tjueen).

P3 gir uttrykk for at han synes oppgaven "tjueen" virker gøy, og dette indikerer at han er motivert for å løse oppgaven og ser på den som en morsom utfordring. Ved å bruke ordet "umiddelbart", kan det også antyde at han kun har tatt en rask titt på oppgaven og ikke har vurdert de andre oppgavene ennå. Dette kan bety at hans endelige valg av oppgave kan endre seg når han har sett alle oppgavene og tenkt nærmere over hvilken oppgave som passer best for hans ferdigheter og interesser. Allikevel viser P3 en positiv holdning til å løse oppgaven "tjueen".

Selve utdraget:

I: Ja, hva ville du startet å jobbe med hvis du skulle valgt en oppgave?

P4: Hm avhengig av dagen ville det blitt enten de her eller de her

I: Det var de fra olympiaden, og oppgaven som heter tjueen. Hva er det som er interessant med de oppgavene?

P4: Altså disse her var veldig sånn teoretiske, hvis man ser vekk i fra de midt i som har former (geometri), men disse her.

I: Så oppgave 3 og 4 likte du ikke så godt fordi det er former og geometri eller?

P4: Ja jeg tror geometri bare er ... da er det ett eller annet som gjør at det ikke setter seg like godt lengre (...)

I utdraget ser vi at I spør P4 om hvilken oppgave han ville valgt å arbeide med, og P4 svarer at det avhenger av dagen, men at han ville valgt enten oppgavene fra olympiaden eller oppgaven som heter tjueen. Videre spør I hva som er interessant med disse oppgavene, og P4 svarer at de andre oppgavene er veldig teoretiske, men at oppgave 3 og 4 "har former (geometri)". Dette kan antyde at P4 har en større interesse for teoretiske oppgaver enn oppgaver som har former eller inneholder temaet geometri. P4 utdyper dette med "da er det ett eller annet som gjør at det ikke setter seg like godt lengre (...)".

Selve utdraget:

I: Hva slags oppgaver synes du var interessante?

P5: Altså noen av de jeg synes var interessante til å begynne med var 'addisjonsmysteriet' og 'tjueen' og sånn. De som var litt mer visuelle.

Her kan vi se at P5 uttrykker en interesse for oppgaver som er mer visuelle, spesielt "addisjonsmysteriet" og "tjueen". Dette kan indikere at P5 har en preferanse for visuelle oppgaver eller at han synes det lettere å forstå og engasjere seg i oppgaver når de presenteres på en visuell måte. En bemerkning er at P5 bruker ordet "til å begynne med", som kan indikere at han kan endre oppfatning om hvilke oppgaver som er mest interessante etter å ha undersøkt dem nærmere.

Alle fem informanter sier at de synes at oppgavene "tjueen" eller "addisjonsmysteriet" er mer interessant enn de andre oppgavene de fikk presentert. Det virker også som at personene har ulike preferanser når det gjelder presentasjon av oppgaver. Med dette mener vi at fire av informantene muligens foretrekker, addisjonsmysteriet og tjueen, fordi de er mer visuelle enn de andre oppgavene de fikk presentert.

5.1.3 Sier at de interesserer seg for oppgavene fra Olympiaden

Selve utdraget:

I: Disse er da hentet fra noe som heter Olympiaden.

P2: Ja!

I: Så de skal være litt vanskeligere oppgaver

P2: Ja jeg har hørt om det, men aldri vært med på det selv. Det har aldri passet. Den oppgaven med «bevis», jeg husker vi jobbet litt med det på matematikksirkelen og mange var litt skeptiske, men det er egentlig ganske greit hvis du vet hvordan du skal gjøre det. Jeg synes de fleste oppgavene egentlig virker greie. De har alle litt ulike ting de handler om.

I dette utdraget kan vi se at P2 har hørt om Olympiaden før, men har aldri deltatt selv på grunn av det aldri har passet. P2 nevner også oppgaven som omhandler bevis, som han tidligere har jobbet med på matematikksirkelen. Videre sier P2 at, "mange (elever) var litt skeptiske, men det er egentlig ganske greit hvis du vet hvordan du skal gjøre det" som kan tyde på at P2 føler at han mestrer slike oppgaver. "Jeg synes de fleste oppgavene egentlig virker greie (alle oppgaver)." Dette indikerer at P2 trives med å arbeide med ulike oppgavetyper og ulike former for matematikk. P2 hadde ikke noen spesifikk oppgave han pekte ut som mer interessant enn de andre, men han ga uttrykk for at han likte de aller fleste oppgavene han fikk presentert.

Selve utdraget:

I: Hvis du jobbet med noen av disse oppgavene. Hvilke ville du valgt da? I en time eller sammen med andre i en diskusjon.

P3: (...) Ja og så likte jeg veldig godt oppgavene på det arket.

I: Ja de fra olympiaden. (...).

Dette utdraget viser at I spør P3 om hvilke oppgaver han ville ha valgt å jobbe med, og om han ville ha jobbet alene eller sammen med andre. P3 svarer ikke direkte på spørsmålet, men nevner at han likte oppgavene på arket veldig godt (Olympiaden). Når P3 sier at han likte oppgavene “*veldig godt*” kan det antyde at han likte disse oppgavene bedre enn de andre, og at han har positive erfaringer med liknende oppgaver.

5.1.4 Sier at de interesserer seg for "Datamatching og/eller "Overbooking"

Selve utdraget:

P3: Jeg tror jeg ville laget en oppgave i denne stilen.

I: Data matching.

P3: Ja, data matching. Litt mer tekstopp-gave kanskje, men nødvendigvis litt mer realistisk enn oppgaven med data matching. Så ja reelle situasjoner.

I: Ja, så virkelighetsnære oppgaver da.

P3: Ja egentlig, ja. Hvor man gjerne ser nytten og bruken av det man driver med. For det er det jeg også gjerne liker med fysikk at det er konkret hva matten fører til.

I dette utdraget reflekterer P3 over hvilken type oppgave han ville ha likt å lage, og han nevner at han er interessert i oppgaver som likner på data matching. Oppgaven skal gjerne være “*litt mer tekstopp-gave*” og “*mer realistisk enn oppgaven med data matching*”. P3 forklarer at han liker oppgaver som har en praktisk nytte og viser hvordan matematikken kan brukes i virkeligheten. Han legger også til at han liker fysikk nettopp fordi det er konkret hva matematikken kan brukes til. Dette kan tyde på at P3 har en preferanse for praktisk anvendelse av matematikk og foretrekker oppgaver som kan knyttes til realistiske situasjoner.

5.1.5 Sier noe om bevisopp-gaver

Her vil vi gå gjennom utdrag fra intervjuene der informantene nevner spesifikt noe om bevisopp-gaver. Informantene kan ha positive eller negative holdninger og erfaringer med slike oppgaver. Vi har valgt å ta med begge deler, for å få en innsikt i hvorfor informantene liker eventuelt ikke liker slike oppgaver. Dette kan igjen bidra til å gi svar på vår problemstilling i studien.

Selve utdraget:

P1: Ja, sånn som oppgave 1 vis eller bevis at ulikheten. Og sånn slags bevisoppgaver eller der du skal vise noe. Det synes jeg er ganske utfordrende. Hvis det er en bestemt ... Si hvis du skal løse et integral så har du ofte noen bestemte teknikker eller metoder du kan anvende for å løse det integralet. Hvis jeg har gjort mange sånne oppgaver så kan jeg være veldig god på å løse de, men når det kommer sånne til å bevise, eller at du skal vise noe sånn som på oppgave 2 for eksempel viser at ulikheten holder for alle reelle tall. Da har jeg ofte ingen peiling på hvor jeg skal begynne. Jeg synes det er veldig interessant på en måte, men det blir på en måte litt mindre interessant siden jeg ikke er så god på det. Jeg må føle at jeg takler det at jeg greier de.

I: Så det er gjerne når det står bevis eller vis på oppgavene at oppgavene blir mindre interessante og utfordrende?

P1: Ja

P1 uttrykker at han finner oppgaver som krever bevis eller visning av ulikheter som utfordrende og interessante, men også vanskelige å mestre. Han sammenlikner det med å løse integraler, der man kan ha teknikker og metoder å følge, og hvis man har gjort mange lignende oppgaver før, kan man bli veldig god på det. Men når det gjelder å bevise eller vise noe, føler han seg mindre sikker på hvordan han skal begynne, og det gjør oppgavene mindre interessante siden han ikke føler at han mestrer dem.

Selve utdraget:

P2. Jeg synes liksom ikke «bevis» er SÅ gøy. Sånn som oppgave 6 og oppgave 2.

I dette utdraget uttrykker P2 en negativ holdning til oppgaver som inneholder bevis, spesielt i oppgave 6 og oppgave 2. Det kan være ulike årsaker for at han føler dette. Det kan være at P2 ikke føler seg komfortabel med å bevise matematiske utsagn, eller at han foretrekker mer praktiske oppgaver. Det er også mulig at P2 har hatt dårlige erfaringer med slike oppgaver tidligere og derfor har en negativ holdning til dem. Uansett årsak, viser dette utdraget at P2 ikke anser bevisoppgaver som spesielt interessante.

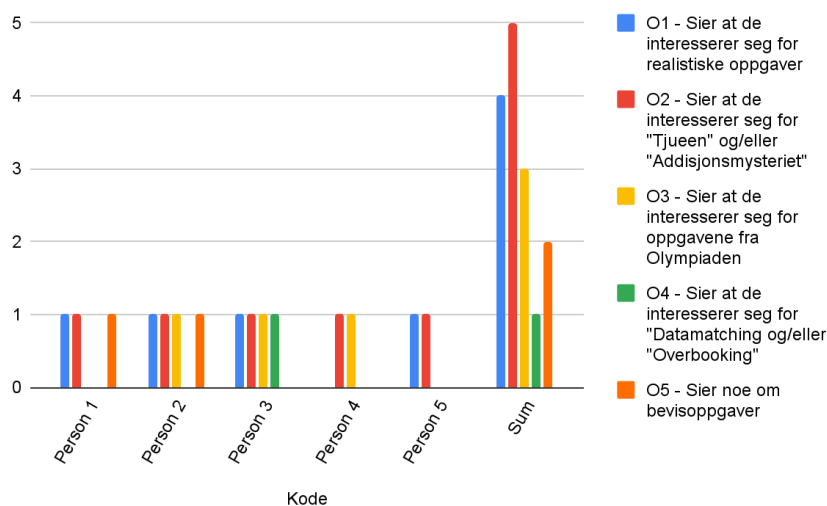
Samlet sett kan vi se at begge personene anerkjenner utfordringene med bevisoppgaver, men P1 har muligens en større interesse og engasjement for denne typen matematikkoppgaver

sammenlignet med P2. P2 kan derimot ha andre interesser eller styrker innen matematikk som han foretrekker å arbeide med.

5.1.6 Oppsummering av oppgaveinteresse

Etter å ha sett igjennom svarene fra informantene, virker det som at de foretrekker oppgaver som er mer visuelle og utforskende enn tradisjonelle bevisoppgaver. I figur 6 kan vi se en oversikt over hva informantene svarte da de ble spurt om hvilke av oppgavene selv ville foretrukket å arbeide med. Det er tydelig at oppgavene “tjueen” og “addisjonsmysteriet” var oppgavene som flest av informantene foretrakk, ettersom alle fem av informantene nevnte en av disse, eller begge, oppgavene som interessante. I tillegg svarer fire av fem informanter at de foretrekker å arbeide med virkelighetsnære oppgaver. Tre av fem informanter sa også at en del av oppgavene fra olympiaden var interessante.

Det kan være verdt å merke seg at det kan virke som at informantene ikke liker tradisjonelle bevisoppgaver så godt. Dette kan tyde på at de ikke liker å bli begrenset til én løsning, og heller vil ha friheten til å tenke på flere måter. I tillegg er det kun én av informantene som nevner “data matching” som en oppgave han kunne tenke seg å arbeide med.



Figur 2: Oversikt over hvilke oppgaver informantene sier de interesserer seg for.

5.2 TPO- Tilpasset opplæring (Berikelse, differensiering, nivådeling, akselerasjon og forsering)

I denne delen vil vi analysere utdragene av hva evnerike elever svarte rundt hvilke tilpasninger de selv har opplevd gjennom deres skolegang. Tilpasningene som vil bli gjennomgått i denne delen av analysen er berikelse, differensiering, nivådeling, akselerasjon og forsering.

5.2.1 Berikelse

Selve utdraget:

P1: At jeg fikk andre oppgaver av læreren. Jeg og en annen fikk det. Vi hadde på en måte ikke annen undervisning, men når vi skulle gjøre oppgaver så gjorde jeg andre oppgaver (...). Jeg tror det var innenfor samme kapittel. Vi gjorde det oftest.

I: Ja, men var det da sånn. Du kan jobbe med oppgaver i neste kapittel i boken, eller var det oppgaver innenfor samme tema, og da høyere vanskelighetsgrad på dem?

P1: Jeg tror det var innenfor samme kapittel. Vi gjorde det oftest. Ja vi gjorde mest innenfor samme kapittel, bare vanskeligere.

P1 forteller om en positiv opplevelse av å få mer utfordrende oppgaver fra læreren i matematikk. Selv om det ikke var noen ekstra undervisning eller veiledning, så opplevde P1 det som motiverende å få jobbe med oppgaver som var vanskeligere enn de som ble gitt til resten av klassen. Det var trolig oppgaver innenfor samme kapittel, men med høyere vanskelighetsgrad. Dette kan ha vært med på å utfordre og motivere P1 til å utvikle sine matematiske ferdigheter og kunne takle mer komplekse problemer. Det kan også ha bidratt til økt interesse og engasjement for matematikkfaget. Det var bare 1 av 5 personer som snakket om å ha opplevd berikelse i sin undervisning i løpet av skolegangen fra 5-10 klasse. Men vi kan ikke utelukke at noen av de andre informantene ikke har opplevd det, men det ble ikke nevnt under intervjuet.

5.2.2 Differensiering

For å se på differensiering, så kom det ikke tydelig nok fram om noen av informantene hadde opplevd en form for differensiering gjennom deres skolegang. Det kan ofte være vanskelig å

skille mellom flere av de ulike tilpasningene, siden de flyter litt i hverandre. På bakgrunn av dette valgte vi heller å trekke inn differensiering i kapittel 6. Drøftingen.

5.2.3 Nivådeling

Selve utdraget:

P3: Vi hadde i 10.klasse grupper basert på nivå. Så da var det tre nivåer, og da gikk jo undervisningen raskere.

I: Var det i klassen?

P3: Ja, vi hadde ulike klasser, matteklasser basert på nivå.

I: Ok, hvordan syns du det var?

P3: Det likte jeg veldig godt. Det syns jeg var veldig fint.

I: Var det utfordrende nok oppgaver der?

P3: Ehh ja. Både og, eller på den tiden hadde jeg også T matte i 10.klasse. Så der fikk jeg også lov til å jobbe med det i de timene. Men jeg vil nok ikke si at det var utfordrende nok nei de oppgavene som var der.

I utdraget sier P3 at han i 10. klasse opplevde at de hadde grupper basert på nivå, der de hadde ulike klasser basert på dette. P3 likte dette “*veldig godt*” og opplevde det som “*veldig fint*”. På spørsmål om oppgavene var utfordrende nok, svarer P3 "både og", og nevner at han også hadde T matte på den tiden og fikk jobbe med det i de timene. Til slutt konkluderer P3 med at oppgavene i de nivådelte matematikklassene kanskje ikke var utfordrende nok.

Selve utdraget:

P4: «... Og så når jeg kom i 9. klasse, det var først da de satt inn noe skikkelig ekstraundervisning der jeg og to andre fikk undervisning for et klassetrinn opp, men vår egen lærer.»

(...)

P4: Det likte jeg veldig godt. Da ble det litt mer utfordrende fordi han læreren vi hadde han lærte oss ting som ikke kom direkte fra boken. Og da var det ikke alt jeg skjønnte med en gang, så det gjorde at det ble mer utfordrende, og det var egentlig ganske greit.

I: Hadde dere da prøver?

P4: Ja det hadde vi

I dette utdraget forteller P4 om en positiv opplevelse av å få ekstraundervisning i matematikk. Ved å få undervisning fra en lærer som underviste ting som ikke var direkte fra boken, opplevde P4 at oppgavene ble mer utfordrende og interessante. Det viser seg også at de hadde prøver i faget, som kan indikere at ekstraundervisningen hadde som mål å styrke elevenes forståelse og prestasjon i faget. Oppsummert illustrerer dette utdraget betydningen av nivådelt undervisning, og hvordan det kan bidra til at elever får tilpasset utfordringene og lærer mer effektivt.

Samlet sett sier P3 og P4 at undervisningen i nivådelte grupper var mer tilpasset deres eget nivå i matematikk, i tillegg var det en positiv opplevelse. P3 sa at oppgavene han fikk arbeide med ikke var utfordrende nok, noe som det kan være flere grunner til. P4 derimot sa at han fikk utfordrende oppgaver, og han synes at det var greit å bli utfordret. Nivådeling kan ha vært en god måte å stimulere og motivere P3 og P4 i matematikk, og det kan ha gitt dem muligheten til å utvikle seg videre på områder hvor de ikke allerede hadde gode ferdigheter. Det var 2 av 5 informanter som spesifikt sa at de har opplevd nivådeling i deres undervisning.

5.2.4 Akselerasjon

Selve utdraget:

P1: En del av sannsynligheten jeg har om i R1 hadde jeg om på ungdomsskolen.

Enhetssirklene hadde jeg også om på ungdomsskolen selv om det først dukket opp i R2.

Disse to utdragene fra P1 tyder på at han har fått akselerert opplæring i matematikk på ungdomsskolen ved å lære pensum som normalt sett ville vært forbeholdt videregående skole. Spesielt nevner han å ha lært om sannsynlighet som han igjen lært om i R1 matematikken på videregående. Han forteller også at han lærte om enhetssirklene, et tema som vanligvis først dekkes i R2. Dette viser at skolen har tilpasset undervisningen til elevens behov og evner ved å gi dem mer utfordrende materiale som ligger utenfor den vanlige læreplanen.

Selve utdraget.

P2: Jeg tok T-matte på ungdomsskolen. (...)

P2: Så i 9. klasse fikk jeg tilbud om å ta matematikk for 10. klasse. Men jeg fikk ingen oppfølging. Det var sånn «her har du en bok, nå skal du ta prøven». (...)

P2: I 10. klasse fikk jeg begynne å ta T-matte. Det tok jeg over nett da. Og det funket veldig bra.

I: Fikk du bedre oppfølging da?

P2: Tja, det var jo på nettet da

Basert på dette utdraget fra intervjuet av P2, kan det sies at informanten hadde en positiv opplevelse med akselerasjon i matematikk i form av T-matte i 10. klasse. Han sier at han fikk begynne å ta T-matte, som er matematikk på videregående nivå, og at han tok kurset over nettet. Da I spør “fikk du bedre oppfølging da?” svarer informanten med et usikkert “tja, (...)” som kan tyde på at selv om P2 likte å lære på nettet, kan det hende at de fortsatt følte seg oversett av læreren sin eller savnet bedre oppfølging og en fysisk lærer. Utdraget skildrer en tilpasningsform som kan tolkes som en form for akselerert læring i matematikk, hvor P2 fikk muligheten til å ta et kurs som var mer avansert enn det som var tilgjengelig for han på hans eget nivå. P2 får tilbud om å ta matematikk for 10. klasse i 9.klasse, men fikk ingen oppfølging, og blir overlatt til seg selv. Det virker som om P2 også her savnet mer støtte og veiledning fra læreren sin.

Selve utdraget:

P3: På barneskolen og ungdomsskolen så fikk jeg bøker som gjerne var et trinn over eller noe sånt, med litt vanskeligere oppgaver. Ehh, men jeg syns egentlig at det var litt kjipt. Både fordi jeg ikke var helt motivert til å jobbe med det når jeg ikke skulle testet i det, og jeg derfor ikke måtte. Og likte jeg heller ikke å skille meg ut, når jeg kommer med en annen bok, men andre oppgaver enn de andre. Det følte litt ...

I: Følte du deg litt annerledes da?

P3: Ja.

I: Men fikk du noe oppfølging når du arbeidet med de oppgavene?

P3: Nei, men det var heller sånn. Du trenger ikke å gjøre leksene jeg gir deg, men heller gjør noen oppgaver herfra hvis du har lyst til det. Det var aldri noe sånn skikkelig oppfølging på det.

Med utgangspunkt i utdraget fra P3 kan det sies at han hadde en blandet opplevelse med akselerasjon i matematikk i form av å få bøker med vanskeligere oppgaver på barneskolen og ungdomsskolen. Han oppgir at han fikk bøker som var et trinn over det nivået resten av klassen var på, men at han ikke var motivert til å jobbe med det, ettersom han ikke skulle bli testet i det, og dermed følte at han ikke hadde noen grunn til å arbeide med dem. Videre sier P3 *“og så likte jeg heller ikke å skille meg ut, når jeg kommer med en annen bok, men andre oppgaver enn de andre”*, som kan antyde at han følte seg annerledes enn de andre elevene ved å ha en annen bok enn resten. Dermed kan dette ha gjort at P3 underpresterte i matematikkfaget. Til slutt da P3 ble spurt om han fikk oppfølging i matematikkundervisningen, svarte han: *“Nei, (...) Det var aldri noe sånn skikkelig oppfølging på det.”* Dette kan indikere at eleven ble overlatt til seg selv.

Selve utdraget:

I: (...) Så vi lurte egentlig på om du kan huske at du opplevde at du fikk tilrettelagt undervisning i matematikk?

P4: Først når jeg gikk på barneskolen fikk jeg ikke det. Da bare ga de meg boken til neste trinn, og bare ba meg sitte og regne på det. Og hvis jeg ble ferdig med det jeg skulle gjøre der så sa de at jeg skulle hjelpe de andre (...). Men jeg synes det var helt greit å få bøker fra et klassetrinn opp fordi det var jo ikke så mye vanskeligere, men jeg følte meg litt kul.

I: Hvis vi går litt tilbake til da du kun fikk en ekstra bok, fikk du noe særlig oppfølging av lærere eller?

P4: Jeg hadde muligheten til å spørre om hjelp, men det tror jeg ikke jeg gjorde. Men jeg fikk ikke noe særlig mer. Jeg fikk av og til min egen lekseplan, med oppgaver fra boken til klassetrinnet over, men det var mest for å se hva det var jeg skulle gjøre. Hvis jeg ikke fikk det satt jeg bare og regnet med gjennom boken.

P4: (...) jeg fikk ikke ha bok fra klassetrinnet over gjennom hele barneskolen heller. Jeg hadde det i 3. og 4. klasse, og så når jeg begynte i 5. klasse og fikk ny lærer, da var det slutt på det. Jeg husker ikke om de noen gang ga meg ny bok igjen, eller om de ikke gjorde noe med det.

I: Hva syns du om det da?

P4: Det var jo ikke så gøy. Altså det vi skulle lære i timene var jo ting som ikke var nytt for meg. Jeg kunne fint sitte og regne på det, men det gikk jo fort så jeg ble ferdig med en gang. Og jeg fulgte aldri noe særlig med i timene, for de snakket jo bare om ting jeg allerede kunne.

I dette utdraget beskriver P4 at han fikk tilrettelagt undervisning i form av en ekstra bok fra et høyere klassetrinn i matematikk i 3 og 4.klasse på barneskolen. Han følte seg “kul” fordi han fikk en ekstra bok, men fikk ikke noe særlig oppfølging fra lærerne. Han hadde muligheten til å spørre om hjelp, men gjorde det ikke, og fikk av og til en lekseplan med oppgaver fra boken til klassetrinnet over. Senere i 5.klasse fikk ikke P4 jobbe med en bok for trinnet over, og beskriver at “det ikke var så gøy”, da han allerede kunne det som ble gjennomgått i undervisningen. Dette gjorde at han ikke fulgte med i timene og ble ferdig med oppgaver raskt. Samlet sett kan det vise seg at P4 trivdes godt med å jobbe på et klassetrinn over, men at det til tider var mangel på oppfølging og støtte fra lærerne, som kan ha ført til at P4 ikke følte seg inkludert og engasjert i undervisningen.

Samlet sett kan det se ut som om tilretteleggingen for akselerert matematikkundervisning varierer mye, både i form av oppfølging og tilgjengelige ressurser. P1 hadde til en viss grad akselerert matematikkundervisningen i noen matematiske emner, mens P2 fikk tilbud om å ta matematikk på et høyere nivå innenfor den ordinære undervisningen. Både P1 og P2 har opplevd dette som positivt for dem. P3 fikk tilgang på bøker med vanskeligere oppgaver, men følte seg annerledes og fikk ikke oppfølging til disse oppgavene. P4 fikk også lærebøker for høyere trinn, men fikk kun tilrettelagt i 3 og 4.klasse uten noe form for oppfølging. Det ser ut til å være behov for en bedre tilrettelegging av akselerert matematikkundervisning, slik at elever kan få den støtten de trenger for å utvikle seg videre. Det er verdt å nevne at det var hele 4 av 5 informanter som sa at de har opplevd en form for akselerert matematikkundervisning.

5.2.5 Forsering

Selve utdraget:

P2: Jeg tok T-matte på ungdomsskolen. (...) og jeg koste meg.

I dette utdraget sier P2 at han tok T-matte på ungdomsskolen, og at han “koste” seg med det. T-matte er et matematikkfag på videregående som vanligvis er ment for elever som har en spesiell interesse og talent for matematikk, og som ønsker å utfordre seg selv ved å lære mer avansert matematikk. Ved å si at han “koste seg” med T-matte, kan det antyde at han hadde en sterk interesse for matematikk, og at han så på faget mer som en form for glede. Videre sa han at han tok T-matte på ungdomsskolen, som kan indikere at han hadde interesse og evner utover det som vanligvis forventes av en gjennomsnittlig elev på hans alder.

Selve utdraget:

P4: I 10. klasse fikk jeg ta T-matte. På nærmeste videregående skole.

I: Hva syns du om det da?

P4: Det likte jeg. Da ble jeg introdusert for trigonometri og fant ut at det var ting jeg ikke skjønnte.

(...) så det var først da jeg opplevde at jeg måtte jobbe for å skjønne matematikk. Så da oppdaget jeg at jeg aldri har lært meg hvordan jeg skal jobbe for å skjønne matematikk.

I: Ja rutiner og sånt?

P4: Ja, og det biter meg fortsatt altså for det lærte jeg aldri. Jeg fikk jo bare bøker for et trinn opp, men samme pensum og samme undervisning. Så jeg tenker jo at hvis jeg hadde fått mer utfordringer tidligere så kunne jeg lært mer rutiner for hvordan jeg skal jobbe med det. Rett og slett å lært meg å lære. For veldig lenge så var det jo ikke egentlig å lære matematikken, men jeg så det og tenkte «åja det gir mening».

I: Så da var det egentlig bare repetisjon?

P4: Det følte som konstant repetisjon lenge.

I dette utdraget beskriver P4 sin erfaring med å få muligheten til å forseres i matematikk i 10. klasse ved å ta T-matte på nærmeste videregående skole. P4 forteller at han da han ble introdusert for trigonometri i T-matte “fant ut at det var ting jeg ikke skjønnte”. Videre forteller P4 at det var først da han trengte å jobbe med matematikken. Om sin tidligere

skolegang sier P4 at “*Det følte som konstant repetisjon lenge*” noe som tyder på at det har vært mangel på utfordringer i matematikk. P4 mener at dersom han hadde fått mer utfordringer tidligere, kunne man lært mer rutiner for hvordan man skal jobbe med matematikk og lære å lære. Samlet sett kan uttalelsene indikere at T-matte på videregående skole var en utfordring for han, og at dette førte til en økt bevissthet omkring hvor mye arbeid som trengs for å mestre matematikk på et høyere nivå.

Selve utdraget:

I: Ja vi skal jo også ha litt om tilrettelegging, med tanke på tilpasset opplæring. Så vi lurer på om du opplevde at du fikk noe tilpasset opplæring innenfor matematikkfaget?

P5: (...) På slutten av 9. klasse så var det opptaksprøve til å 1T matematikk fra videregående parallelt med 10. klasse matematikken. (...) Så jeg gjorde det, og hva skal jeg si ... jeg har ikke angret et sekund i ettertid. For da tok jeg 1T samtidig med 10. klasse matematikken, og så endte jeg opp med å derfra ... fra den starten så gjorde jeg mye lesing på egenhånd og dermed ta videregående litt kjappere og så Matematikksirkelen og litt sånn. Så jeg vil absolutt si at det var en stor ting det at han læreren så at her var det absolutt noe å gjøre og pushet litt på at jeg skulle ta den opptaksprøven for å kunne ta 1T parallelt med 10. klasse matematikken. (...) Da var jeg en del av en 1T-klasse, som tok det på et år da. Sånn at de som gikk i 1. VGS på den skolen, jeg var bare i klasse med de liksom.

I utdraget sier P5 at han fikk tilpasset opplæring innenfor matematikkfaget gjennom forsering. På slutten av 9. klasse fikk han tilbud om å ta en opptaksprøve til å starte på 1T matematikk fra videregående parallelt med 10. klasse matematikk. Dette viste seg å være en god beslutning, da P5 kunne ta videregående matematikk litt kjappere og deretter også deltok i Matematikksirkelen. P5 mener at læreren var en viktig faktor i å oppmuntre og motivere han til å ta denne utfordringen. Alt i alt indikerer P5s svar at han fikk tilpasset opplæring i form av muligheten til å forsere i matematikkfaget ved å ta 1T parallelt med 10. klasse matematikk. 1T-matematikken ble tatt inn i den ordinære klassen, og han følt seg som en del av den, da han også jevnlig fikk god oppfølging av faglærer.

Utdragene ovenfor tar for seg erfaringene til noen av informantene som fikk tilbud om forsering. P2 sa at han koste seg med T-matte, et avansert matematikkurs som vanligvis tas av elever som har en sterk interesse og talent for matematikk. P4 tok også T-matte i 10.

klasse, men syntes det var utfordrende og innså for første gang at han måtte jobbe hardt for å forstå matematikk. P5 fikk mulighet til å ta 1T-matematikkurset som vanligvis tas av førsteårselever på videregående skole, mens han fortsatt gikk i 10. klasse. Han sa at han følte seg som en del av 1T-klassen og fikk den samme støtten og oppfølging som de elevene som tok faget på videregående skole.

Kort oppsummert var det 4 av 5 som har opplevd en form for forsering i løpet av skolegangen deres. En ekstra informant nevnte forsering når vi spurte om de kunne fortelle om en positiv opplevelse i matematikk, som vi har skrevet om i neste avsnitt. I tillegg er det verdt å merke seg at tre av fem informanter svarte noe relatert til forsering da de ble spurt om de kunne fortelle om en positiv opplevelse de har hatt i matematikk. Både person 2, 3 og 5 fortalte spesifikt om forsering:

2. *“Det var når jeg fikk lov til å gjøre T-matte i 10. klasse. Jeg husker jeg fikk 6er, og det var veldig deilig.*

3. *“Det må være T matten i 10.klasse.*

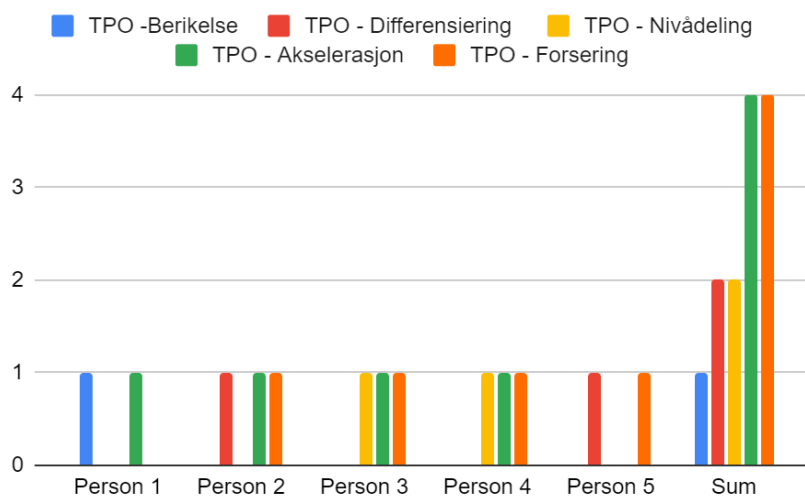
5. *“Ja jeg vil jo si at det største var jo det å ha han læreren som pushet på og liksom ... at jeg skulle ta den prøven i 10. klasse. For å ta 1T. Det vil jeg si at er den største tingen. For derfra hadde det en dominoeffekt på alt. Det at jeg kom inn i en rytme på å lese på egenhånd og ta opp egne fag etterpå utenom skolen og sånn.*

Dette kan tyde på at forsering er en tilpasningsform som de evnerike elevene har opplevd som positiv for sin egen skolegang. Det har da vært i form av at de ble utfordret og kunne delta i en klasse på videregående hvor de kunne få kontinuerlig oppfølging fra en matematikklærer.

5.2.6 Oppsummering Tilpasset opplæring (Berikelse, differensiering, nivådeling, akselerasjon og forsering)

Her har vi oppsummert de ulike tilpasningene som informantene har opplevd i løpet av deres skolegang i faget matematikk, og presentert svarene vi fikk i figur 7 nedenfor. Etter å ha sett igjennom svarene fra intervjuene, så er det relativt stor enighet at informantene har gode erfaringer fra forsering. Hele 4 av 5 informanter har opplevd forsering i matematikk, og 3 av 5 trakk fram dette som en positiv opplevelse i matematikk. Videre var det også en del som hadde opplevd en form for akselerasjon i matematikk, der 4 av 5 informanter svarte at de

hadde opplevd det i grunnskolen. Berikelse var det derimot kun 1 av 5 som hadde opplevd, men som nevnt tidligere i dette kapittelet så er det mulig at de har opplevd det, men at de ikke husker det, noe som er forståelig etter en del år. En annen mulighet er at det rett og slett bare ikke ble nevnt i intervjuet. For å se på den siste tilpasningen så var det 2 av 5 som hadde opplevd nivådeling.



Figur 3: Oversikt over hvilke tilpasninger informantene sier de har opplevd

5.3 Motivasjon

I denne delen vil vi presentere hva informanten sier motiverer dem til arbeid. Vi så derfor på deres faglige interesse, interesse innenfor emner i matematikk, og hvordan de likte å arbeide med oppgaver. Vi har valgt å dele dette kapitlet inn i tre deler: Fagliginteresse, interesse for emner og kriterier for deltakelse i en matematisk diskusjon.

5.3.1 Faglig interesse

For å skaffe oss et større bilde av hvilke interesser informantene vi intervjuet hadde, innledet vi intervjuene med spørsmål om hvem de er som person, og “*Hvilke fag likte du best? - hvorfor?*” Dette var som sagt for å skaffe oss et bedre inntrykk av hvem informantene var som personer, og for å bli litt bedre kjent med dem.

Spesifikt matematikk

Selve utdragene fra alle de fem intervjuene:

P1: Så klart, du kan jo kanskje si at jeg har likt matte og realfagene litt bedre.

P2: Og matematikk er gøy da, men jeg har ikke undervisning i det i år, så ja (...)

P3: Det er matte da, og fysikk.

P4: Liker matte.

P5: Det har vel for så vidt vært matte opp igjennom hele skoletiden (...)

I utdragene fra informantene i denne kategorien uttrykte de en positiv holdning til matematikk og indikerte at de har likt faget i lang tid. Det er også verdt å merke seg at alle informantene i denne kategorien uttrykker en positiv holdning til matematikk og realfag generelt, selv om de ikke nødvendigvis er spesifikke om hvorfor de liker disse fagene så godt.

Alle fag

Selve utdraget:

P1: Jeg likte egentlig alle fagene ganske mye.

I dette utdraget sier P1 har en positiv holdning til alle fagene han har hatt, og indikerer at han liker dem ganske godt. Selv om det ikke er spesifikke fag som nevnes her, er det tydelig at denne P1 har hatt en god opplevelse med skolefagene generelt.

Realfag

Selve utdraget:

P1: Så klart, du kan jo kanskje si at jeg har likt matte og realfagene litt bedre.

P2: Jeg er glad i fysikk, det er faget jeg liker best akkurat nå. Jeg har òg kjemi, men det er ikke like gøy.

P3: Det er matte da, og fysikk

P5: Ja fysikk og kjemi også.

Informantene i denne kategorien sier at de har en positiv holdning til realfag, spesielt fysikk og kjemi. Det virker som om de fleste av disse informantene har hatt erfaring med minst ett av realfagene i skolen, og at de har hatt en god opplevelse med det. Det er interessant å merke seg at noen av informantene liker fysikk bedre enn kjemi, noe som kan indikere at det er forskjellige preferanser blant realfagene. Fysikk kan også sies å være mer likt matematikk enn det kjemi er.

Programmering

Selve utdraget:

P4: Programmering er gøy syns jeg.

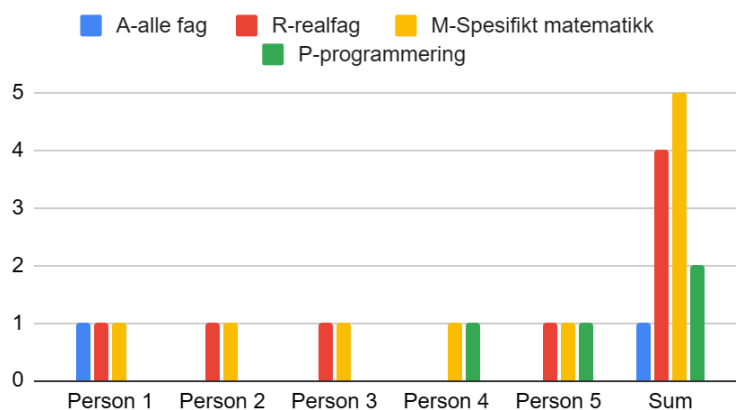
P5: (...)så i løpet av kanskje sent på ungdomsskolen begynnelsen av videregående så har det vært programmering da.

I dette utdraget sier P4 og P5 at de har en positiv holdning til programmering og synes det er en morsom aktivitet. Det virker som om de har hatt erfaring med programmering tidligere, og har hatt en positiv opplevelse med det. Dette kan tyde på at disse informantene er interessert i teknologi og praktisk matematikk.

5.3.2 Oppsummering av fagliginteresse

For å oppsummere så kan vi si at informantene ikke motsier hverandre når de forteller om hvilket fag de liker eller liker best. Det er heller stor variasjon i svarene vi fikk. Men alle informantene nevnte spesifikt matematikk som et fag de likte godt. Dette kan vi se i utdragene ovenfor. Videre var det noe variasjon. En informant likte alle fag like godt, fire likte realfag og to likte programmering. I figur 8 kan vi se en oversikt over informantenes svar i forhold til hvilket fag de liker eller likte best.

Oversikt over favorittfag hos informantene



Figur 3: Oversikt over favorittfag hos informantene

5.4 Interesse for emner i matematikk

Her har vi presentert hvilke emner innenfor matematikk som informantene sier at de synes er mest interessante innenfor matematikk. Kategoriene som kom fram under kodingen er: generalisering, anvendelser av formler og problemløsning med et bestemt svar.

5.4.1 Generalisering

Selve utdraget:

P2: Ja, altså jeg synes ikke sannsynlighet var det gøyeste akkurat. Så jeg liker mer algebra. Derivasjon og integrasjon var null stress og ganske gøy.

I dette utdraget sier P2 at han ikke synes sannsynlighet var spesielt gøy, men han liker algebra mer. Det kan tyde på at han foretrekker matematikk som har mer faste regler, og ikke så mye rom for tolkning og subjektive vurderinger. Han nevner spesielt derivasjon og integrasjon som områder han synes er enkle og morsomme. Dette kan tyde på at informanten er mer interessert i matematikk som har klare, logiske prosedyrer og ikke så mye "gjetting".

Selve utdraget:

P3: Og så liker jeg oppgaveregning, sånn som vektorer, derivering og integraler og sånn type ting.

Her sier P3 at han liker oppgaveregning, spesielt når det kommer til vektorer, derivasjon og integrasjon. Dette kan tyde på at han liker matematikk som har praktisk anvendelse og kan brukes til å løse problemer og beregne resultatene. Oppgaveregning involverer ofte å bruke matematiske konsepter på virkelige situasjoner og finne ut av konkrete tall.

Selve utdraget:

P4: Algebra liker jeg. Det er en stund siden jeg var borti derivasjon, men jeg husker at det var gøy. Hva mer da? Altså det har egentlig bare vært matte generelt.”

I dette utdraget sier P4 generelt at han liker matematikk og spesielt algebra. Dette kan tyde på at han har en grunnleggende forståelse av matematikk og liker å bruke logiske prosesser for å løse problemer. Han nevner at det har vært en stund siden han har jobbet med derivasjon, men han har fortsatt har en positiv holdning til matematikk generelt.

Selve utdraget:

P5: Men algebra og kanskje geometri, for det er lettere å visualisere. Ikke så mye konstruksjon, det hadde jeg ikke vært så fan av selv, men kanskje noe geometrisk og algebraisk da. ... Det synes jeg var ganske stilig. Det er algebra og litt sånn. Når vi begynte å derivere falt det godt i smak.

Her sier P5 at han synes geometri er interessant på grunn av dens visuelle egenskaper og liker å bruke algebra og derivasjon i denne sammenhengen. Dette kan tyde på at han er interessert i å visualisere og anvende matematiske konsepter, spesielt når det kommer til geometri. Han liker å bruke algebra og derivasjon som verktøy for å utforske geometriske konsepter å se på hvordan de kan brukes i praktiske situasjoner.

5.4.2 Anvendelse av formler

Selve utdraget:

P4: Jeg liker best når det bare er tall og bokstaver og kunne sitte og regne på det istedenfor å sitte å tenke at åja du har en trekant og den har en vinkel.

I dette utdraget sier P4 at han foretrekker matematikk som primært består av numeriske og algebraiske uttrykk, og som kan løses ved hjelp av formler og ligninger. Utsagnet kan antyde at han ikke finner like mye glede i å arbeide med geometri og andre områder av matematikk når han nevner *“trekanter og den har en vinkel”*. Dette krever mer kreativ tenkning og tolkning.

5.4.3 Problemløsning med et bestemt svar (fasitsvar)

Selve utdraget:

P1: Jeg likte matematikk siden det var bare ett riktig svar, eller det var noe konkret da.

I utdraget fra P1 sier han at han liker matematikk fordi det bare finnes ett riktig svar, og at det er noe konkret. Dette utsagnet indikerer at P1 foretrekker å jobbe med problemer som har en klar og tydelig løsning. Dette kan også indikere at han har en preferanse for å jobbe med mer kvantitative problemer som kan løses gjennom matematisk beregning, i motsetning til problemer som krever mer subjektiv tolkning.

Selve utdraget:

P3: Jeg tror jeg liker at det er alltid et svar på oppgavene. Det er et fasitsvar.

I dette utdraget sier P3 at han liker å arbeide med matematikk ettersom det *“alltid er et svar på oppgavene”*. Dette betyr at det finnes en konkret og klar måte å løse problemet på, og at det er mulig å bekrefte at svaret er riktig ved å sjekke det mot fasiten. Dette utsagnet indikerer at P3 foretrekker å jobbe med problemer som kan løses på en mer objektiv og systematisk måte. Dette kan føre til en økt følelse av mestring og selvtillit når man finner riktig svar på en oppgave.

Selve utdraget:

P4: Jeg liker å bruke hodet til ting. Men det er jo ting der det går an å komme fram til et riktig svar da.

I: At det skal være ett konkret svar da?

P4: Ja det liker jeg. Og så å kunne sitte og tenke og regne for å komme fram til det.

I dette utdraget sier i P4 at han liker å bruke hodet til å løse problemer og utfordringer. Han liker også å skulle finne et konkret svar, og å kunne sitte og tenke og regne for å komme fram til løsningen. Han ser ut til å ha et likt syn på problemløsning som P3, ettersom de begge foretrekker muligheten til å finne et riktig svar på oppgaven. Han legger imidlertid også vekt på selve prosessen med å tenke å regne for å komme fram til svaret.

Selve utdraget:

P5: Man har visse regler, og hvis man følger ting slik det skal gjøres så havner man på liksom et riktig svar. I hvert fall i de fleste former for av matematikk, så er det liksom. Det er en rett måte å komme fram til noe på da. Det er ikke nødvendigvis en rett måte å komme fram til det på, men det er et rett svar. Om det er flere veier dit, vet man om man kan kommet fram til riktig svar eller ikke. Og hvis ikke, så er det gjerne noe man har gjort feil på veien sant. Det er litt mer tydelig enn i et fag som samfunnsfag for eksempel eller norsk.

P5 forklarer i dette utdraget at matematikk gir en tydelig måte å løse problemer på, fordi det finnes visse regler og en bestemt tilnæringsmetode på problemer. Dette indikerer at han liker matematikk fordi det gir en strukturert måte å tenke og arbeide på, noe som kan være annerledes enn andre fag som for eksempel samfunnsfag eller norsk - som kan være mer åpne og subjektive. Samlet sett indikerer alle disse utsagnene at P5 liker matematikk fordi det er en tydelig og objektiv måte å løse problemer på. Dette kan være knyttet til hans personlige preferanser og måter å tenke på, samt de spesifikke egenskapene til matematikk som fag.

5.4.4 Oppsummering av interesse for emner i matematikk

I analysen av disse utdragene har vi sett på informantenes preferanser og interesse for emner i matematikk. Vi har identifisert tre ulike matematiske interesser, som er generalisering, anvendelse av formler, og problemløsning med et bestemt svar (fasitsvar).

Det var 4 av 5 informanter som viste interesse for generalisering i matematikk. De foretrekker gjerne matematikk som har faste regler og klare, logiske prosedyrer, og som ikke krever så mye tolkning eller subjektive vurderinger. De kan også være mer interesserte i å arbeide med matematikk som tar for seg realistiske situasjoner, og å finne ut av konkrete tall.

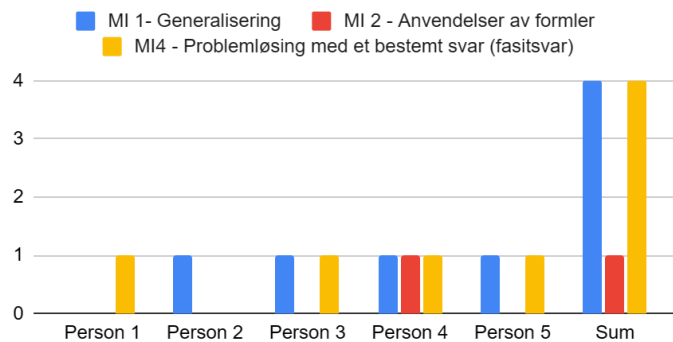
Det var en informant som viste interesse for anvendelse av formler. Han sa at han foretrekker matematikk som består av numeriske og algebraiske uttrykk som kan løses ved hjelp av formler og likninger. Man kan anta at han kan være mer fokusert på å finne en "riktig" løsning enn å utforske ulike måter å tilnærme et problem på. Dette betyr ikke nødvendigvis at han ikke har interesse for anvendelser av matematikk i den virkelige verden, men at han heller foretrekker en mer teoretisk tilnærming til matematikk, og at han finner glede i å arbeide med tall og symboler.

4 av 5 informanter nevnte spesifikt at de synes matematikk er interessant fordi det er et bestemt svar, et fasitsvar. Personer som viser interesse for problemløsning med et bestemt svar (fasitsvar), foretrekker gjerne matematikkproblemer som har en klar og tydelig løsning.

Det er viktig å huske at disse matematiske interessene ikke nødvendigvis utelukker hverandre. En person kan ha en interesse for flere av disse områdene eller ha interesse for én type matematikk i en situasjon, men ikke i en annen. Å forstå disse interessene kan imidlertid bidra til å skape et mer inkluderende og engasjerende læringsmiljø for elever med ulike matematiske interesser.

Et annet interessant aspekt ved intervjuene var at det var ingen av informantene som snakket om problemløsning med flere svar. Dette kan ses i sammenheng med at alle informantene var tydelige på at de likte matematikk siden det er noe konkret og ett riktig svar. I figur 9 nedenfor kan vi se en oversikt over hvilke preferanser informantene har innenfor emner i matematikk.

Oversikt over hvilke preferanser informantene har innenfor emner i matematikk



Figur 5: Oversikt over hvilke preferanser informantene har innenfor emner i matematikk

5.5 Kriterier for deltakelse i en matematisk diskusjon

I denne delen så vi på hvilke kriterier informantene sa skulle til for at de deltok i en matematisk diskusjon. Vi fant ut under kodingen av intervjuene at det ikke var alle som likte å delta i en matematisk diskusjon og har derfor utarbeidet disse kategoriene: har kunnskap om temaet, diskutere sammen med elever på samme nivå og vil jobbe alene.

5.5.1 Har kunnskap om temaet

Selve utdraget:

I: Det er på en måte et veldig åpent spørsmål, men hva er det som skal til for at du deltar i en matematisk diskusjon?

P1: Det som hindrer meg i å delta hvis jeg er redd for å dumme meg ut. Så hvis jeg føler at jeg ikke har peiling i det hele tatt på hva vi snakker om så ville jeg kanskje sett litt på sidelinjen og da. (...) For å da svare på spørsmålet ditt. Jeg deltar i diskusjoner som oftest, med mindre jeg ikke har peiling i det hele tatt.

P1 sier i dette utdraget at dersom han føler seg usikker på emnet som diskuteres, vil han muligens unngå å delta aktivt i diskusjoner. Han vil da heller stå på sidelinjen og observere. Han sier også at han vanligvis deltar i diskusjoner med mindre han ikke har noen kunnskap om emnet. Ut ifra dette kan vi si at P1 er åpen for å delta i diskusjoner, men at hans deltakelse i diskusjoner kan være avhengig av hans egen følelse av egen kompetanse og forståelse av

emnet som diskuteres. Hvis han føler seg usikker, vil det være mindre sannsynlig at han vil bidra aktivt i diskusjonen.

5.5.2 Diskutere sammen med elever på samme nivå

Selve utdraget:

I: Så det har veldig mye med nivået å gjøre for at diskusjonene blir best? At dere har lik forståelse.

P1: hm, ja!

I dette utdraget sier P1 at når man deltar i en matematisk diskusjon, er det viktig for han at deltakerne har en lik forståelse av matematikk og problemstillinger som diskuteres. Dette kan bety at hvis noen deltakere ikke har tilstrekkelig forståelse av matematikken som skal diskuteres, kan dette føre til at diskusjonene ikke blir så fruktbare eller produktive som det de kunne ha vært. Derfor er det viktig at deltakerne har omtrent samme nivå av forståelse av matematikk, slik at de kan bygge videre på hverandres ideer og utfordre hverandre på en konstruktiv måte - istedenfor at de er på ulike nivåer der diskusjonen stopper opp, eller ikke finner sted i det hele tatt.

Selve utdraget:

P2: Det handler veldig mye om hvem man diskuterer med. Men jeg har jobbet veldig bra med «Kari» for eksempel. Vi jobber med oppgaver vi ikke forstår, og så spør vi hverandre og diskuterer de for å finne en løsning.

I utdraget sier P2 at det er viktig å finne de riktige personene å diskutere med når man jobber med matematiske oppgaver. I dette tilfellet har han funnet en partner, "Kari", som fungerer bra for å jobbe sammen med oppgaver som de ikke forstår. Sammen spør de hverandre spørsmål og diskuterer problemene for å finne en løsning. Dette viser at det kan være nyttig å jobbe sammen med noen som har en lignende arbeidsstil, en lignende tilnærming til matematikk og er på noenlunde samme nivå faglig. Ved å samarbeide kan man øke sjansen for å finne løsninger på problemer som man kanskje ikke ville funnet alene.

Selve utdraget:

I: Kan gruppesammensetningen ha betydning også? Nivået på gruppen, eller har ikke det så mye å si?

P3: Jeg føler det spørs litt på oppgaven. Hvis det er litt mer refleksjonsoppgaver, sånn ja da har det egentlig ingenting å si. Men ja selvfølgelig hvis det er litt mer vanskelige oppgaver, så må man nesten være på samme nivå for at det skal være nyttig å jobbe sammen.

I utdraget over sier P3 at gruppesammensetningen kan ha betydning når man jobber med matematiske oppgaver, men at det kan være avhengig av oppgavens vanskelighetsgrad. Hvis oppgaven er mer rettet mot å reflektere, så kan gruppesammensetningen være mindre viktig, siden oppgaven krever mer tenking og diskusjon enn ferdigheter. Videre sier P3 at hvis oppgaven derimot er mer utfordrende, kan det være mer nyttig å jobbe sammen med personer på samme nivå, fordi man da kan støtte og utfordre hverandre på en mer effektiv måte.

Selve utdraget:

I: Men hvis du skulle valgt å enten samarbeide med noen eller jobbe individuelt, hva foretrekker du da av arbeidsmetode?

P5: Kommer an på oppgaven, jeg har ofte vært litt fan av å ... hvis det er innleveringer så liker jeg å gjøre det på egenhånd fordi jeg pleier å like å gjøre ting til en viss standard, og spesielt matematikk hvor det er et fag hvor få egentlig liker så pleier det å være vanskelig å finne folk som deler den interessen. Så da gjør jeg ting på egenhånd. Men hvis man bare har et godt team og folk synes det er interessant så er det ofte mye spennende man kan få ut av å diskutere med andre. Det varierer litt, så det er litt vanskelig å si. Men for det meste opp igjennom har det vært at jeg har gjort det på egenhånd. Så de gangene man møter på folk som deler interesse så er det veldig kjekt å kunne diskutere med dem.

P5 sier i dette utdraget at når det gjelder oppgaver, avhenger det av hvilken type oppgave det skal arbeides med om han vil samarbeide med noen eller jobbe individuelt. For innleveringer liker han å jobbe på egenhånd ettersom han ønsker å oppnå en viss standard, og fordi det kan være vanskelig å finne noen som deler hans interesse for matematikk. Hvis han imidlertid kan arbeide i et godt team, og de også synes oppgaven er interessant, kan det være spennende å diskutere med andre og få ut mer av oppgaven. P5 sier det avhenger av situasjonen, om han

vil jobbe alene eller samarbeide. Han foretrekker å jobbe på egenhånd når det gjelder innleveringer i fag som matematikk, men han kan også samarbeide med andre når det er nødvendig, eller når han møter folk som deler hans interesser.

5.5.3 Jobbe alene

Selve utdraget:

P4: Jeg har egentlig aldri deltatt i matematiske diskusjoner så jeg vet ikke hva det går ut på egentlig. Jeg liker best å jobbe på egenhånd jeg. Jeg tror ikke jeg har hatt så mange matematiske diskusjoner.

I dette utdraget sier P4 at han foretrekker å arbeide på egenhånd i matematikk og ikke har mye erfaring med matematiske diskusjoner. Dette kan skyldes flere faktorer, for eksempel personlig preferanse, mangel på muligheter til å delta i diskusjoner, eller mangel på interesse for å delta i matematiske diskusjoner. P4 sier “*jeg liker best å jobbe på egenhånd jeg*” antyder at det er slik hun foretrekker å arbeide i matematikk.

Selve utdraget:

P5: Hvis det er innleveringer så liker jeg å gjøre det på egenhånd fordi jeg pleier å like å gjøre ting til en viss standard, og spesielt matematikk hvor det er et fag hvor få egentlig liker så pleier det å være vanskelig å finne folk som deler den interessen. Så da gjør jeg ting på egenhånd.

I utdraget fra intervjuet av P5 sier han at han setter høye standarder for sitt arbeid og ønsker å levere inn oppgaver som er av høy kvalitet. Han er også bevisst på at matematikk ikke alltid er et populært fag blant medelever, og dermed kan det være vanskelig å finne noen som deler samme interesse og engasjement for faget. Det kan derfor være både lettere og mer effektivt for han å jobbe på egenhånd og fullføre oppgavene på sin egen måte. P5 verdsetter riktignok også å ha samtaler om matematikk med likesinnede når han møter noen som deler samme interesse for faget.

5.4 Oppsummering av kriterier for deltakelse i en matematisk diskusjon

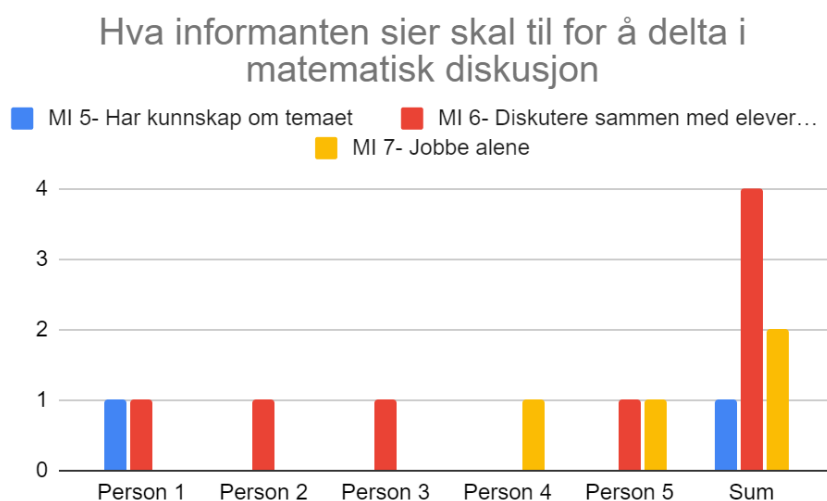
I denne delen av analysen har vi sett på de ulike kriteriene informantene sa skulle til for at de skulle delta i matematiske diskusjoner. Flere kriterier for deltakelse ble identifisert; å ha kunnskap om emnet som diskuteres, å diskutere med elever på samme nivå og å ville arbeide alene.

En informant svarte at det er viktig å ha kunnskap om emnet som diskuteres for å kunne delta aktivt i en diskusjon. Videre sa han at han kan unngå å delta i diskusjoner hvis han føler seg usikre på emnet.

Når det gjelder å diskutere med elever på samme nivå, var 4 av 5 informantene enige om at dette kan være avgjørende for å ha produktive diskusjoner. Deltakere med ulik forståelse av matematikk kan føre til at diskusjonene blir mindre produktive, ettersom diskusjonen fort kan stagnere hvis enkelte deltakere ikke forstår hva som blir sagt eller gjort.

To av informantene påpekte at gruppesammensetningen kan ha betydning når man arbeider med matematiske oppgaver, avhengig av oppgavens vanskelighetsgrad. Hvis oppgaven er mer utfordrende, kan det være mer nyttig å jobbe sammen med personer på samme nivå.

Oppsummert viser analysen at deltakelse i matematiske diskusjoner kan være avhengig av flere faktorer, inkludert egen kunnskap om emnet som diskuteres, å diskutere med elever på samme nivå og gruppesammensetningen når man jobber med matematiske oppgaver. I disse kriteriene for deltakelse i diskusjon er det igjen flere faktorer som påvirker elevenes preferanser for matematiske diskusjoner.



Figur 6: Oversikt over hva informantene sier skal til for å delta i en matematisk diskusjon

5.6 Oppsummering av analysen og resultatene

I denne delen har vi oppsummert funn fra analyse av utdragene blant de fem informanter. Vi har sett på deres preferanser og interesser når det gjelder matematikkoppgaver, tilpasninger i matematikkundervisningen, deres motivasjon og preferanser innenfor matematikkfaget.

Innenfor temaet oppgavetyper så viste det seg at informantene foretrakk visuelle og utforskende oppgaver fremfor tradisjonelle bevisoppgaver. "Tjueen" og "addisjonsmysteriet" var de mest foretrukne oppgavene. Fire av fem informanter foretrekker virkelighetsnære oppgaver, og tre av fem synes noen av oppgavene fra olympiaden var interessante. Videre inn på tilpasninger, så svarte fire av fem informanter at de har opplevd forsering i matematikk, og tre av fem trakk fram dette som en positiv opplevelse. Fire av fem informanter hadde også opplevd en form for akselerasjon i matematikk i grunnskolen. Til slutt så vi på informantenes preferanser når det gjaldt emner i matematikk. Fire av fem informanter viste interesse for generalisering i matematikk, en informant viste interesse for anvendelse av formler, og fire av fem foretrekker problemløsning.

Med utgangspunkt i disse funnene vil vi i neste kapittel drøfte ulike undervisningsmetoder og oppgaver som kan være motiverende og interessante for evnerike elever i grunnskolen. Under hvert av temaene som er gjennomgått i analysen er resultatene oppsummert i et diagram som viser fordelingen av hva informantene svarte innenfor hvert tema. Disse diagrammene vil også fungere som verktøy i drøftingskapitlet. Her vil fokuset være rettet mer på likheter og forskjeller mellom informantenes svar, og det undersøkes hva som skal til for å tilrettelegge undervisningen for evnerike elever i matematikk gjennom tilpasninger og oppgavetyper.

6.0 Drøfting

I dette drøftingskapitlet vil vi tolke og diskutere resultatene fra vår studie om evnerike elever i matematikkfaget. Med utgangspunkt i analysen av intervjuene i kapittel 5 vil vi presentere funnene fra vår studie av hvilke typer tiltak og oppgaver som kan inspirere disse elevene til innsats i faget. Vi vil også se på eksisterende teori, litteratur og forskning fra kapittel 3 for å gi støtte til drøftingen. I tillegg vil vi også drøfte andre interessante funn fra intervjuene, samt utdrag fra intervjuene som kan være av interesse. Drøftingen er delt i tre hoveddeler, der første del tar for seg hvilke oppgavetyper som kan tas i bruk for å støtte undervisningen til evnerike elever i matematikk. Del to vil ta for seg hvilke tilpasninger evnerike elever har opplevd gjennom deres skolegang, og i den siste delen vil vi se på evnerike elevers faglige motivasjon til arbeid med matematikk.

Som tidligere nevnt, har evnerike elever enestående evner innenfor matematikk, men noen av dem kan likevel slite med motivasjonen til å lære faget og risikere å bli underytere. Derfor er det viktig å utforske hvilke tiltak og oppgaver som kan inspirere og motivere dem til læring. Forskningsspørsmålet for denne oppgaven er nettopp å undersøke; **“Hvilke type tiltak og oppgaver som kan inspirere evnerike elever til innsats i matematikkfaget”**. Vi håper at denne drøftingen kan bidra til å gi mer kunnskap om hvordan undervisning kan tilrettelegges for å støtte evnerike elever i matematikk, og dermed hjelpe til med å utvikle deres fulle potensial.

6.1 Hvordan samsvarer resultat og funn med tidligere forskning?

Resultatet av analysen viser at evnerike elever er interesserte i virkelighetsnære oppgaver. Dette samsvarer med Penteado og Skovsmoses (2001, s. 128) syn på at virkelighetsnære oppgaver kan øke elevenes motivasjon og forståelse for matematikk. Dette kan være fordi virkelighetsnære oppgaver kan hjelpe elevene å forstå hvordan matematikk kan brukes i virkeligheten, og dermed øke deres interesse og motivasjon for å lære. Resultatene stemmer også overens med Nosrati og Wæges (2018, s. 21-22) syn på realistiske oppgaver.

Resultatet vårt av evnerike elevers interesse for realistiske oppgaver støtter teorien om at realistiske oppgaver kan være et effektivt verktøy for å øke elevenes motivasjon og forståelse for matematikk. Dette funnet støttes av Nosrati og Wæges (2018, s. 21-22) som skriver at indre motivasjon kan påvirkes gjennom realistiske oppgaver. Dette kan videre sees i

sammenheng med Koshy et al. (2009), som mener at evnerike elever som stimuleres gjennom deres personlige interesser viser bedre utvikling gjennom matematiske evner. Samtidig viser resultatene også noen forskjeller i informantenes perspektiver. For eksempel nevner P2 spesifikt at han liker å bruke matematikk i virkeligheten, mens P3 er mer interessert i tekstbaserte data og realistiske situasjoner. P5 er mer tilbakeholden, og påpeker at det avhenger av hva som menes med "realistisk".

For å se på en annen oppgavetype som informantene synes var interessant kan vi se på problemløsningsoppgaver. Under dette inngikk oppgavene "Tjueen" og "Addisjonsmysteriet". Da vi presenterte disse oppgavene for informantene var det stor enighet blant alle fem om at de var mer interessante enn de andre oppgavene. Interessen hos informantene kan skyldes flere faktorer, for eksempel at disse oppgavene var mer utfordrende eller mer engasjerende enn de andre oppgavene. "Tjueen" og "addisjonsmysteriet" er som nevnt problemløsningsoppgaver, og ifølge Singer (2018); Laine og Tirri (2016) viser evnerike elever stor interesse for problemløsningsoppgaver. De kan både bli motivert og utfordret gjennom arbeid med slike oppgaver. Dette fikk også støtte blant informantene. Som P3 sa: *"Sånn umiddelbart, så synes jeg denne virker gøy (tjueen)."*

Videre beskriver P2 addisjonsmysteriet og tjueen som en "annerledes type matematikk enn pensum-matematikk", noe som kan bety at disse oppgavene tilbyr en annen tilnærming til matematikk enn det som tradisjonelt blir undervist i klasserommet. P2 sin uttalelse kan indikere at han oppfatter en slik type matematikk som et slags avbrekk fra den "tradisjonelle" matematikkundervisningen, noe som kan oppleves som engasjerende og motiverende for ham. Denne uttalelsen støttes av Nosrati og Wæge (2018), som mener at problemløsningsoppgaver kan øke elevenes indre motivasjon og læringsorientering.

Studier har vist at visuelle elementer i oppgaver kan spille en viktig rolle for å gjøre oppgaver mer interessante og engasjerende for evnerike elever. Dette kom også fram i vårt resultat, der 4 av 5 informanter nevnte at oppgave "tjueen" og "addisjonsmysteriet" var mer visuelle enn de andre oppgavene de fikk presentert. Her kan vi sammenligne det med hva O'Halloran (2015) skriver om at visuelle oppgaver var spesielt effektive for å stimulere evnerike elevers nysgjerrighet og engasjement, og at disse oppgavene kunne hjelpe elevene med å utvikle en dypere forståelse av matematiske konsepter. Derfor kan visuelle oppgaver være en effektiv måte å motivere og hjelpe evnerike elever med å forstå matematiske konsepter på et dypere nivå.

Et område forskningen vår skiller seg fra tidligere forskning er ved forsering. Blant annet skriver Smedsrud (2018) at forsering resulterer i at elevene blir “ferdig” med faget og har dermed fritimer. I denne studien uttalte fire av fem informanter at de har opplevd forsering som noe positivt, og et tiltak de har hatt et bra faglig utbytte av. Det er variasjon i hvorvidt informantene fikk fortsette med forsering da de begynte på videregående skoler, men isolert til grunnskolen hadde de evnerike elevene gode erfaringer med forsering. Dette er mer i tråd med hva NOU 2016:14 skriver om forsering, der det ikke ble funnet noe som støttet at forsering eller å hoppe over klasstrinn hadde noe negativ effekt på elevene.

6.2 Hva studien kan tilføre forskningsfeltet

Vår forskning kan tilføre et nytt aspekt ved forskningsfeltet, ved at vi har tatt utgangspunkt i et elevperspektiv, og sett på hva evnerike elever synes om tilpasninger i matematikken og hvilke oppgavetyper som inspirerer dem til innsats i matematikkfaget. Ved å se på hva elevene selv sier om oppgavetyper og undervisningstiltak, får vi bedre innsikt i hva som fungerer, eller kan fungere, for dem.

I både forskning vi har lest, og andre masteroppgaver, er det tatt utgangspunkt i et lærer- eller pedagogisk perspektiv. Både Singer et. al. (2016); Russo & Hopkins (2018); Hornstra et. al (2020) har forsket på et lærerperspektiv. I en slik tilnærming vil man ikke alltid få et resultat elevene selv er enig i. Lærere og pedagoger har en viss formening om hva som kan fungere, og hva som anbefales i ulike situasjoner, men det er de evnerike elevene som sitter på svaret selv. Allikevel er det viktig å påpeke at det alltid vil være variasjon i de evnerike elevenes preferanser hva angår tiltak og oppgavetyper, slik som med alle andre elever. Vår studie gir noen evnerike elever mulighet til å ytre sine synspunkter og meninger om hva som har fungert for dem, noe vi ikke ville hatt mulighet til ved å ha et lærersynspunkt i forskningen.

6.3 Hvordan kan læreren tilrettelegge med oppgaver for evnerike elever?

Her vil vi drøfte hvilke oppgavetyper informantene sa de foretrekker å arbeide med, og deretter se på informantenes uttalelser satt opp mot forskning og litteratur. Vi vil ta for oss alle oppgavetyper, og ikke dele de inn i egne delkapitler slik som i analyse- og resultatkapitlet. I analyse- og resultatkapitlet var det hensiktsmessig å gjøre det slik for å skaffe en oversikt over svarene og resultatene under hvert enkelt tema. I drøftingen derimot vil vi ved å diskutere alle oppgavetyper under samme delkapittel for å unngå en oppstykket drøfting, og dermed skape en bedre flyt.

Å tilrettelegge med oppgaver for evnerike elever i matematikk er en viktig del av arbeidet man har som lærer. Som sagt så vil vi i denne delen se på ulike oppgavetyper som kan være egnet for evnerike elever, og diskutere fordeler og utfordringer med de ulike oppgavetyper. Vi vil se på informantenes utsagn rundt oppgavetyper, og deretter se på hva relevant litteratur og forskning sier om temaet.

Når det gjelder realistiske oppgaver, så var det stor enighet blant informantene om at realistiske oppgaver er noe de liker, og som kan motivere dem til å jobbe med matematikk. Fire av de fem informantene sa at de likte eller foretrakk oppgaver som var realistiske eller relatert til virkelige situasjoner, eller at de kunne se nytten av å jobbe med realistiske oppgaver hvis det var relatert til et emne de kunne forholde seg til.

Da de ble spurt om realistiske oppgaver, sa en av informantene at han liker å jobbe med oppgaver som har en "real-world element", det vil si matematikk som kan brukes i virkeligheten, og at dette kunne hjelpe å øke hans motivasjon til å lære matematikk. Resultatet av analysen viser at evnerike elever er interesserte i virkelighetsnære oppgaver. Dette samsvarer med Penteado og Skovsmoses (2001, s. 128) syn på at virkelighetsnære oppgaver kan øke elevenes motivasjon og forståelse for matematikk. Dette kan være fordi virkelighetsnære oppgaver kan hjelpe elevene å forstå hvordan matematikk kan brukes i virkeligheten, og dermed øke deres interesse og motivasjon for å lære. Resultatene stemmer også overens med Nosrati og Wæges (2018, s. 21-22) syn på realistiske oppgaver.

P2 uttalte i intervjuet at *“Ja jeg liker matematikk jeg kan anvende. (...) du ser hvordan det fungerer liksom i virkeligheten, og hvordan man kan anvende det”*. Dette kan sees i lys av Hana (2013, s.179-183) som mener at modellering, en form for virkelighetsnære oppgaver, setter elever i stand til å forstå sentrale aspekter ved verden på andre måter, spesielt å forstå hvordan matematikk kan anvendes i dagliglivet, samfunnsliv og andre fagområder.

P5 påpeker i intervjuet at hvis en oppgave bygger på et tema som elever ikke har peiling på, kan det fortsatt føles abstrakt, men hvis det er noe en kan forholde seg til, kan det være veldig effektivt. Vi kan se denne påstanden i lys av Lowrie og Logan (2007) som skriver at lærere bør undervise om nettopp matematikk som involverer elevenes egne erfaringer. Ved å la elevene utforske og anvende matematikk på områder som de selv er interesserte i, kan lærerne øke sjansene for at elevene opplever oppgavene som meningsfulle og engasjerende.

På en annen side kan en utfordring med virkelighetsnære oppgaver være å utforme oppgaver som er relevante for elevenes hverdag og samtidig utfordrer deres matematiske ferdigheter. Dette krever en kreativ tilnærming og tilstrekkelige ressurser til å utvikle og gjennomføre slike oppgaver i en allerede tettpakket læreplan. Likevel kan det å bruke tid og ressurser på å utforme og inkludere virkelighetsnære oppgaver være verdt det. Ikke bare kan det øke de evnerike elevenes motivasjon og forståelse for matematikk, men det kan også bidra til å bygge broer for elevene mellom matematikkundervisning og arbeidslivet, slik som beskrevet av Penteado og Skovsmose (2001, s. 128).

På den andre siden er det ikke sikkert virkelighetsnære oppgaver fanger alle evnerike elevers interesse. Noen elever kan oppfatte virkelighetsnære oppgaver som abstrakte. P5 svarte dette da han ble spurt om virkelighetsnære oppgaver:

“Jeg vil si at det absolutt har sine fordeler, men det kommer jo an på hva det vil si at det er virkelighetsnært sant. Hvis det er en veldig kompleks situasjon eller et tema folk ikke har så mye peiling på så blir det jo nesten som at det er abstrakt sant. Men hvis det er noe som folk flest har et forhold til så tror jeg det kan være veldig effektivt ja.”

P5 legger vekt på at det er viktig at oppgavene er noe man kan forholde seg til eller har forståelse for. Hvis ikke kan oppgaven bli for abstrakt. En utfordring for lærere kan være at det er vanskelig å finne realistiske og relevante oppgaver for en hel klasse. Dette kan kreve mye tid og arbeid. Ut fra vår analyse var det stor enighet om at informantene likte virkelighetsnære oppgaver, men som P5 påpeker det viktig at oppgavene er noe de relaterer til slik at det ikke føles abstrakt.

Internasjonale studier, som for eksempel PISA-undersøkelsene, viser at elever som presterer på høyt nivå har bedre utholdenhet og resultater knyttet til problemløsning enn elever på lavere nivå. Derfor mener de at det er viktig å legge fokus på problemløsningsoppgaver i undervisningen for å stimulere læring og utvikling hos alle elever, spesielt de evnerike elevene. For å oppnå best mulig tilpasning for evnerike elever i en klasse med elever på ulikt

nivå mener Szabo (2017) et det kan være hensiktsmessig å benytte berikelse gjennom arbeid med rike oppgaver og problemløsningsoppgaver, kombinert med akselerasjon eller nivådeling.

Videre mener NOU 2016:14 at evnerike elever har behov for undervisning som tilrettelegger for refleksjon og dybdeløring gjennom problemløsning. En ensidig vekt på individuelt arbeid og nedtoning av andre metoder som diskusjon i klassen kan ramme alle elever, spesielt de evnerike elevene. Disse elevene kjennetegnes gjerne av å være utholdende og gode på problemløsningsstrategier, og har forutsetninger for å arbeide med avanserte og kreative oppgaver.

Evnerike elever har stadig behov for nye utfordringer, og faglige utfordringer. For denne elevgruppen betyr det ikke at de skal lese en ekstra bok. Som vi så ut fra analysen av intervjuene var det flere elever som fikk ekstra oppgaver eller bøker for klassetrinnet over. Men de følte det var mangel på oppfølging fra lærer. Ifølge NOU 2016:14 kan problemløsningsoppgaver og dypdykk i fagstoffet være mer passende og stimulerende for disse elevene, og improviseringer og repetisjoner kan virke kjedelig og uinteressant.

Ifølge Sriramann (2003); Gifted Children Danmark (2021) kan evnerike elever ha en tendens til å være mer nysgjerrige, kreative og åpne for nye ideer og perspektiver. Oppgavene krever utholdenhet og kreativitet fra eleven. Dermed kan de også være mer mottakelige for mer utfordrende problemløsningsoppgaver, som "tjueen" eller "addisjonsmysteriet". For å fremme problemløsning i matematikk blant evnerike elever, kan det være viktig å tilby varierte og utfordrende oppgaver som appellerer til deres interesser og styrker, inkludert oppgaver der elever kan bruke kreativitet. Dette kan bidra til å stimulere deres nysgjerrighet, samt utvikle deres problemløsende ferdigheter på en mer effektiv måte.

Problemløsningsoppgaver har en sentral rolle i matematikkfaget i læreplanen LK20. Elevene skal ifølge læreplanverket "bli gode problemløser" og ved hjelp av problemløsning skal elevene oppnå mer dybdeløring og forståelse i faget (Utdanningsdirektoratet, 2020c).

Problemløsning anses også som essensielt for å kunne tenke matematisk ifølge Mason og Davis (1991). Funnene i studien vår stemmer overens med hva Singer (2018); Laine og Tirri (2016) sier om evnerike elever. Ifølge dem viser evnerike elever stor interesse for problemløsningsoppgaver, og som kan bli motivert og utfordret gjennom arbeid med slike oppgaver. De evnerike elevene vi har intervjuet viste alle interesse for problemløsningsoppgavene, og uttalelsene deres rundt oppgavene kan tyde på at de ser på slike

oppgaver som motiverende å arbeide med. Dette støttes også av Nosrati og Wæges (2018) syn på problemløsningsoppgaver og motivasjon.

På en annen side kan problemløsningsoppgaver kreve mye tid og krefter for å fullføre. Men ifølge NOU 2016:14; Gifted Children Danmark (2021) er evnerike elever utholdende. Hvis de interesserer seg for oppgaven og i tillegg er gode på problemløsningsstrategier, vil de derfor kunne arbeide over lengre tid med slike oppgaver i forhold til andre elever. En annen utfordring ved problemløsningsoppgaver er at de kan være utfordrende for elever som ikke har mye erfaring med å løse praktiske problemer. En grunn til dette er at problemløsningsoppgaver kan kreve mer enn bare matematisk kunnskap hvis for eksempel temaet for oppgaven har som forutsetning at en elev skal kunne noe om et visst tema på forhånd.

Den siste oppgavetypen vi vil se nærmere på er kognitivt krevende oppgaver hentet fra analyse- og resultatkapitlet. Oppgavene som går innenfor denne kategorien er “Data Matching”, “Overbooking” og de seks oppgavene hentet fra Olympiaden. Grunnene til at vi har valgt å inkludere oppgavene fra Olympiaden her er at de både er utfordrende, men også kognitivt krevende.

I analysekapitlet kan vi se at det er én informant som uttaler seg om oppgaven “data matching”. Et interessant aspekt ved utsagnet til P3 er at han videre sier at han liker oppgaven, men at den gjerne kan være mer realistisk, og at det også kan være “litt mer tekstopp-gave.” Med andre ord likte også P3 at oppgaver er realistiske, og at man kan se nytten av matematikken man lærer, og hvordan det kan brukes i hverdagen og arbeidslivet.

Når det gjelder kognitivt krevende oppgaver er det viktig å gi evnerike elever får støtte og veiledning. Som det kom fram i resultat- og analysedelen var det var flere av informantene som savnet mer oppfølging fra læreren og ble til tider overlatt mye til seg selv. P3 sa:

“På barneskolen og ungdomsskolen så fikk jeg bøker som gjerne var et trinn over eller noe sånt, med litt vanskeligere oppgaver. Ehh, men jeg synes egentlig at det var litt kjipt. Både fordi jeg ikke var helt motivert til å jobbe med det (...).

Med utgangspunkt i Aikens “syksessyklusen” (Sriraman, 2003, s.217) er det relevant å trekke fram den ene komponenten som omhandler positiv påvirkning i forhold til holdninger og motivasjon til matematikk. Som lærer er det å veilede og motivere elevene i arbeid med kognitivt krevende oppgaver viktig. Hvis vi retter fokuset mot den første komponenten sa P3 at han fikk for lite oppfølging og dermed ikke følte seg motivert til å jobbe med disse

oppgavene. I arbeid med kognitivt krevende oppgaver krever det mer støtte og oppfølging fra læreren. Dette gjelder ikke bare på slike typer oppgaver med også andre type oppgaver. I følge Børte et al. (2016, s. 6) har holdningene tidligere vært at de mest ressurssterke klarer seg selv, noe som kan være en av grunnene til hvorfor evnerike elever opplever å ikke få tilstrekkelig oppfølging.

Etter å ha gjennomgått de ulike oppgavetyper kan vi se at det er viktig å variere oppgavetyper for å gi elevene en balanse mellom utfordring og mestring. Mens noen evnerike elever kan være spesielt motivert av kognitive krevende oppgaver, kan andre foretrekke realistiske eller problemløsningsoppgaver som er mer praktiske og relevante fra virkelige situasjoner. Å gi elevene en blanding av oppgavetyper kan hjelpe dem med å opprettholde deres interesse og motivasjon for matematikkfaget. I resultatet vårt i denne studien, kan vi se at realistiske oppgaver og problemløsningsoppgaver med visuelle aspekter var oppgavetyper flest informanter svarte at de var interesserte i. Dette kan ha grunnlag i at evnerike elever ikke liker å bli begrenset til én løsning, og heller vil ha friheten til å tenke på flere måter. Realistiske oppgaver kan engasjere evnerike elever, og gjør at de kan se nytten av matematikk i hverdagslige situasjoner. Problemløsningsoppgaver lar de evnerike elevene være kreative og utforske matematikken.

6.4 Hvilke tiltak kan læreren ta i bruk for å for å imøtekomme evnerike elevers behov?

I denne studien har vi i tillegg til oppgavetyper sett på ulike tilpasninger i matematikkundervisning for evnerike elever. Tiltakene vi har identifisert i denne prosessen er berikelse, differensiering, nivådeling, akselerasjon og forsering. Disse tilpasningene er de som oftest går igjen i litteratur og forskning, og er viktige for evnerike elever som ikke får et tilstrekkelig utbytte av den ordinære undervisningen, og som derfor trenger en ekstra utfordring.

6.4.1 Berikelse

Berikelse kan være en viktig tilpasning for evnerike elever i matematikk, og er et tiltak som kan gi mange fordeler for de evnerike elevene. En av de største fordelene med berikelse er at det kan bidra til å stimulere elevens interesse for matematikk og gi dem en mulighet til å utforske faget på et høyere nivå. Dette kan føre til økt motivasjon og engasjement, og hjelpe elevene å utvikle en positiv holdning til matematikk. Mönks og Ypenburg (2008) beskriver berikelse som undervisning som handler om å utdype eller utvide læringmaterialet.

Ut fra analysen og resultatene kan vi se at det bare var en av fem som har opplevd en form for berikelse gjennom sitt skoleløp. Det er mulig at flere av informantene har opplevd en form for berikelse, men det ble ikke nevnt i intervjuet, eller så er det ikke sikkert at informantene husket det. P1 forteller om berikelse som en positiv opplevelse. Han fikk mer utfordrende oppgaver fra læreren i matematikk. Selv om det ikke var noen ekstra undervisning eller veiledning, så opplevde P1 det som en motiverende å få jobbe med oppgaver som var mer utfordrende enn de som ble gitt til resten av klassen. Berikelse kan hjelpe evnerike elever å utvikle mer avanserte matematiske ferdigheter og evner. Dette kan gi dem et fortrinn når det gjelder høyere utdanning eller karrierer som krever en sterk matematisk bakgrunn.

Berikelse kan også hjelpe elevene å utvikle kritisk tenkning og problemløsningsevner, som kan være nyttige ferdigheter i flere sammenhenger. Uttalelsen til P1 støtter rapporten Social Science Research Unit ved universitetet i London. Rapporten viste at berikelse hjelper evnerike elever med å utvikle selvregulering og å utvikle tankeprosesser - og hadde en positiv effekt på deres engasjement og faglige oppnåelser (Bailey et al., 2008).

Likevel er det også noen utfordringer med berikelse. For det første kan det være utfordrende for lærere å tilpasse undervisningen til evnerike elever som arbeider på et høyere nivå enn resten av klassen. Dette kan føre til at elevene får mindre tid og oppmerksomhet fra læreren, som kan være frustrerende, og føre til at de ikke får den støtten de trenger. P1 opplevde lite støtte fra læreren, men følte ikke dette var noe hinder for hans læring. Men likevel finnes det nok ulike tilfeller og ulike preferanser blant evnerike elever. Ifølge Nosrati og Wæge (2015) handler berikelse om en klasseromspraksis hvor differensiert og tilpasset undervisning foregår i heterogene klasser som arbeider med rike oppgaver. Dette kan for eksempel være LIST-oppgaver. LIST-oppgaver er ment for å ha stor takhøyde og lav inngangsterskel, så derfor skal alle elevene i en heterogen gruppe kunne jobbe med disse oppgavene. I en ellers travel hverdag kan LIST-oppgaver være til stor hjelp for læreren.

I tillegg kan berikelse også føre til økt press og stress for elevene, spesielt hvis de føler at de må opprettholde et høyt nivå av ytelse og prestasjon på grunn av ekstra utfordrende oppgaver og aktiviteter eller prøver. Et fokus på å finne ett riktig svar kan føre til redusert trivsel og økt risiko for utbrenthet og mentale helseproblemer. Her er det relevant å se til Mann (2006) som mener at det må skje en endring. Lærere burde gå bort fra å legge vekt på regler, algoritmer og tenkning med utvikling fra et nivå til neste for å produsere det ene riktige svaret, og heller legge vekt på åpne oppgaver og autentiske læringssituasjoner. Ved en slik tilnærming kan man eliminere en del av stresset, og heller la elevene utforske og være kreative innenfor matematikk.

Berikelse kan være en verdifull tilpasning for evnerike elever i matematikk, men det er viktig å balansere de positive og negative aspektene å sørge for at tilpasningen ikke fører til stress, press eller sosial utestengelse. Lærere og skoler må ta hensyn til hver enkelt elevs individuelle behov og forutsetninger og sørge for at tilpasningene blir gjennomført på en positiv og støttende måte. Å tilpasse elevenes opplæring ved bruk av for eksempel berikelse er en viktig faktor for at elevenes motivasjon skal opprettholdes. Mange evnerike elever har i utgangspunktet høy motivasjon, men som andre elever motiveres også denne elevgruppen av variert opplæring (Kunnskapsdepartementet, 2011, s. 55).

I elevundersøkelsen fra 2010 (Topland & Skaalvik) oppga 17 prosent av elever på ungdomsskolen at undervisningen ikke var utfordrende nok for dem. Dette kan tyde på at blant annet berikelse og andre tiltak ikke benyttes i stor nok grad, og/eller at oppfølgingen fra lærere ikke er tilstrekkelig.

6.4.2 Differensiering

Differensiering er en tilpasning som kan være viktig for noen evnerike elever i matematikk. Disse elevene har ofte behov for mer avanserte og komplekse oppgaver enn det som tilbys i en vanlig klasse, og differensiering kan være en effektiv måte å møte deres behov på. Som beskrevet i kapittel 5.2.2 Differensiering, kom det ikke tydelig fram om informantene hadde opplevd en form for differensiering gjennom sin skolegang. Men vi har allikevel valgt å drøfte dette siden det er en tilpasningsform som ofte blir tatt i bruk for å tilpasse undervisning for evnerike elever.

En av fordelene med differensiering er at det kan bidra til å øke elevenes selvtillit og motivasjon. Når elevene blir utfordret på riktig nivå, kan de oppleve mestring og suksess, noe

som kan gi dem en følelse av tilfredsstillelse og en økt interesse for faget. Dette kan igjen føre til at elevene blir mer engasjerte og motiverte til å lære, og dermed oppnår bedre resultater. For å oppnå dette viser Tomlinson (1999) hvordan læreren kan arbeide med å tilpasse innholdet, produktet eller arbeidsprosessen.

Differensiering kan også hjelpe elever til å lære i sitt eget tempo. Noen elever kan lære raskere enn andre, og ved å tilby mer utfordrende oppgaver og aktiviteter kan disse elevene fortsette å utvikle seg og lære på sitt eget nivå. På samme måte kan elever som trenger ekstra støtte og ressurser, få den hjelpen de trenger for å forstå og mestre faget.

En annen fordel med differensiering er at den kan bidra til å skape en mer inkluderende klasseromskultur. Når læreren tilbyr ulike nivåer av oppgaver og aktiviteter, kan elevene samarbeide og hjelpe hverandre, uavhengig av deres individuelle nivåer. Dette kan bidra til å redusere stigma og følelser av isolasjon som noen evnerike elever kan oppleve. Et slikt stigma kan også være en ulempe ved differensiering, hvis det ikke blir gjennomført på en god måte. P3 svarte i intervjuet at han hadde opplevd nettopp en slik følelse av stigma og isolasjon: P3: *“Og så likte jeg heller ikke å skille meg ut, når jeg kommer med en annen bok med andre oppgaver enn de andre. Det følte litt ... I: Følte du deg litt annerledes da? P3: Ja.”*

I P3s tilfelle kunne en god differensieringspraksis gitt et annet og bedre utslag for P3 enn det som faktisk var tilfellet. I hans tilfelle har muligens holdningen om at de evnerike klarer seg selv påvirket skolens eller lærerens tilpasningspraksis, og dermed har ikke P3 fått en god tilpasning av undervisningen. Både NOU 2016:14; Tomlinson (1999) understreker viktigheten av lærerens rolle ved differensiering. Ut ifra P3s opplevelser kan vi også se på Laine og Tirris (2015) funn. De konkluderte med at den beste undervisningsstrategien for evnerike elever trolig er differensiering, men at lærernes differensieringspraksis ikke er god nok.

Det finnes også andre utfordringer med differensiering. Mönks og Ypenburgs (2008) syn på differensiering er at det handler om pedagogikk som tar utgangspunkt i hver enkelt elev. En utfordring ved dette kan være at det krever mye planlegging og forberedelse for læreren. Læreren må lage ulike oppgaver og aktiviteter for ulike faglige nivåer, og dette kan være både tid- og ressurskrevende. Dette kan føre til at læreren har mindre tid til å fokusere på andre aspekter av undervisningen. En løsning kan være å bruke åpne oppgaver som LIST-oppgaver. Dette er også en form for differensiering der alle elevene skal ha mulighet til å løse

oppgavene. Oppgavene er konstruert slik at de er utfordrende for elevene uansett hvilket faglig nivå de ligger på (Nosrati & Wæge, 2018). En annen måte en lærer kan tilpasse undervisningen på er å bruke ABC-differensiering. Dette handler om at alle elevene jobber på med samme tema, men på forskjellige nivåer A, B, og C. Elevene er ikke bundet til et nivå, men største delen av klassen burde arbeide på nivå B, der de resterende arbeider på A og C (Baltzer, Kyed & Nissen 2014). Det eneste en lærer må gjennomføre er å designe oppgaver til alle elever, og da kan LIST-oppgaver være en erstatning for ABC-differensiering.

Differensiering kan føre til at evnerike elever i matematikk får den utfordringen de trenger, samtidig som elever som trenger ekstra støtte, og ressurser får den hjelpen de trenger for å forstå og mestre faget. Differensiering kan bidra til å skape et mer inkluderende og tilpasset læringsmiljø som kan bidra til å fremme elevenes læring og utvikling, hvis det skjer på en god måte der elevene får oppfølging og veiledning. I tillegg kan de skape et godt læringsmiljø for hele klassen i heterogene grupper. Resultatet vårt, og relevant litteratur viser at det er viktig at lærere tar hensyn til både fordelene og utfordringene rundt differensiering, og bruker det på en måte som er tilpasset elevenes individuelle behov og forutsetninger.

6.4.3 Nivådeling

Nivådeling er en annen metode som blir brukt som tilpasning for evnerike elever i matematikk, da de ofte har behov for å jobbe på et høyere nivå enn det som tilbys i en vanlig klasse. Ved å plassere evnerike elever i en egen gruppe med jevnaldrende, kan lærere tilpasse undervisningen og aktivitetene til deres individuelle behov og utfordringer. Dette kan gi evnerike elever en større utfordring og motivasjon, og bidra til å forhindre kjedsomhet og underprestasjon.

En annen fordel med nivådeling er at evnerike elever kan jobbe sammen med andre elever på samme nivå, som kan bidra til å skape en følelse av fellesskap og tilhørighet. Det kan også gi evnerike elever muligheten til å lære av andre som er på samme nivå, og å samarbeide for å løse mer komplekse problemer og oppgaver. Dette kan ses i sammenheng med Vygotskys sentrale ideer om den proksimale utviklingssonen. Evnerike elevers potensielle utvikling kan bedres gjennom problemløsning gjennom lærerveiledning eller i samarbeid med mer dyktige jevnaldrende" (Billings & Walqui, 2017, s.1)

P4 fortalte i intervjuet at han har opplevd nivådeling:

“Og så når jeg kom i 9. klasse, det var først da de satt inn noe skikkelig ekstraundervisning der jeg og to andre fikk undervisning for et klassetrinn opp, men vår egen lærer”. På spørsmål om hvordan han synes det var svarte han: “Det likte jeg veldig godt. Da ble det litt mer utfordrende fordi han læreren vi hadde han lærte oss ting som ikke kom direkte fra boken. Og da var det ikke alt jeg skjønnte med en gang, så det gjorde at det ble mer utfordrende og det var egentlig ganske greit.”

P4 sa at dette var noe han satt pris på, og kan ses i sammenheng med hva Vygotsky mente om den proksimale utviklingssonen og tilstrekkelig med utfordringer. Et annet eksempel der den proksimale utviklingssonen er relevant for evnerike elever og nivådeling er da P2 ble spurt om han liker å diskutere med andre i matematikk. Han svarte da nei, men utdypet svaret med å si: P2: *Men jeg har jobbet veldig bra med «Kari» for eksempel. Vi jobber med oppgaver vi ikke forstår, og så spør vi hverandre og diskuterer de for å finne en løsning.* P2 sier at han liker å jobbe med “Kari”, og en av grunnene til dette kan være at de hjelper hverandre i deres egen ZPD, ettersom det faglige nivået deres er relativt likt, slik det ville vært for elever i nivådelte klasser. Uttalelsen *“Vi jobber med oppgaver vi ikke forstår og så spør vi hverandre og diskuterer de for å finne en løsning”*, kan være med å underbygge denne påstanden. Et slikt samarbeid mellom elever vil ikke nødvendigvis eksistere om elevene er på ulikt faglig nivå.

På en annen side kan nivådeling også ha noen ulemper. For det første kan det være vanskelig å plassere elever på riktig nivå, da det kan være vanskelig å vurdere deres evner og ferdigheter nøyaktig. Dette kan føre til at noen elever blir plassert på et for høyt eller for lavt nivå, noe som kan føre til frustrasjon og tap av motivasjon. I tillegg sier §8.2 i Opplæringsloven at det ikke lov med nivådeling over lengre tid. Nivådeling kan også ha negative konsekvenser for evnerike elever. Både NOU 2016:14; Nosrati og Wæge (2015) peker på at høyt tempo og mangel på forståelse blant elevene kan føre til redusert motivasjon, selvtillit og dårligere prestasjoner i matematikk. Nosrati og Wæge (2015) fant ut at også homogene grupper med evnerike elever kunne påvirke elevene negativt, ofte grunnet høyt tempo og press. I vår studie derimot har P3 svart i intervjuet at han opplevde nivådelte klasser som noe positivt:

P3: Ja, vi hadde ulike klasser, matteklasser basert på nivå.

I: Ok, hvordan syns du det var?

P3: Det likte jeg veldig godt. Det syns jeg var veldig fint.

Både P3 og P4 sier spesifikt i intervjuene at de har opplevd nivådeling som et tiltak de har likt, og opplevd som positivt for deres læring i matematikk. Dette står i kontrast til hva for eksempel Nosrati og Wæge fant ut om evnerike elever og nivådeling. Det er viktig å påpeke at det i vår studie er to informanter som har uttalt seg om dette, og det er derfor ingen garanti for at andre evnerike elever vil ha samme positive opplevelse med nivådeling.

Oppsummert kan nivådeling være en effektiv tilpasning for evnerike elever i matematikk, da det kan gi dem den utfordringen og motivasjonen de trenger for å utvikle seg videre. I vår studie har to av informantene svart at de har opplevd nivådeling i matematikkundervisningen. Begge informantene opplevde dette som noe positivt, og P4 nevner nivådelingen når han ble spurt om å skildre en positiv opplevelse i matematikkundervisningen. Dette kan tyde på at nivådeling kan fungere bra for evnerike elever i matematikk. Det er med utgangspunkt i forskningen vi har lest om nivådeling interessant å se at informantene opplevde nivådeling som noe positivt. I litteraturen vi har referert til er det i stor grad enighet i at nivådeling har ulemper, også for evnerike elever. Resultatene i vår studie derimot viser at informantene har opplevd nivådeling som noe positivt, og ingen av dem har nevnt noen ulemper. Men selv om nivådeling har fungert godt for to av informantene, vil det ikke nødvendigvis fungere for andre evnerike elever.

6.4.4 Akselerasjon og forsering

Akselerasjon kan være en effektiv tilpasning for evnerike elever i matematikk, da det gir dem muligheten til å lære på et høyere nivå og utfordre seg selv. Elever som allerede har mestret noe eller har alle grunnleggende konsepter og ferdigheter, kan gå raskere gjennom materialet og utforske avanserte emner og ferdigheter. Dette kan gi evnerike elever en større utfordring og motivasjon, men hvis de ikke oppfatter temaet som viktig, vil de ha svært lite liten tålmodighet med å kaste bort tid og krefter, og dermed underprestere (Skogen og Idsøe, 2011). Det er derfor viktig å tilrettelegge etter elevens individuelle behov i form av tempo og faglige interesse. En fordel med akselerasjon er nettopp at den gir evnerike elever muligheten til å lære i sitt eget tempo. Dette kan bidra til å øke deres selvtillit og motivasjon, og gi dem en større følelse av kontroll over sin egen læring. Akselerasjon kan også gi evnerike elever mer tid og rom til å utforske sine egne interesser og lidenskaper innen matematikk.

På en annen side kan akselerasjon også ha noen utfordringer. For det første kan det føre til at evnerike elever blir isolert fra resten av klassen, og at de går glipp av muligheten til å samarbeide og lære av elever med ulike bakgrunner og perspektiver. Dette kan føre til at de utvikler en snever og begrenset forståelse av faget. Videre kan akselerasjon føre til at elever går glipp av viktig repetisjon og styrking av grunnleggende ferdigheter, som kan resultere i hull i deres kunnskap og forståelse. Et eksempel på dette fant vi i intervjuet av Person 4. Han sa at han ikke har lært seg å lære, noe han begrunnet med at han aldri har blitt utfordret nok og til tider blitt overlatt til seg selv:

“(...) jeg aldri har lært meg hvordan jeg skal jobbe for å skjønne matematikk. (...) og det biter meg fortsatt altså for det lærte jeg aldri. Jeg fikk jo bare bøker for et trinn opp, men samme pensum og samme undervisning. Så jeg tenker jo at hvis jeg hadde fått mer utfordringer tidligere så kunne jeg lært mer rutiner for hvordan jeg skal jobbe med det. Rett og slett å lært meg å lære. For veldig lenge så var det jo ikke egentlig å lære matematikken, men jeg så det og tenkte «åja det gir mening».”

Her gir P4 uttrykk for at han ikke har fått nok oppfølging, og sier spesifikt at hvis han hadde fått mer utfordringer i matematikkundervisningen, så kunne han lært seg rutiner. Dette er noe som fortsatt “biter” P4 ifølge han selv. I dette utdraget kommer en av ulempene ved akselerasjon tydelig frem.

Videre snakket P2 om at han tok 9. og 10. klasse matematikk samtidig. Dette førte til stress, og han mistet også motivasjonen. Han fikk heller ikke delta i matematikktimene i 10.klasse. Akselerasjon kan dermed også føre til at evnerike elever føler seg presset og overbelastet, spesielt hvis de blir utsatt for en høyere arbeidsbelastning og større krav. Dette kan føre til at de opplever stress og angst, og kan påvirke deres akademiske og personlige utvikling negativt. P2 svarte følgende da han ble spurt om han fikk være med i undervisningen til 10. Klasse:

Nei. Fordi det passet ikke inn med min timeplan. Og det var egentlig en ganske liten skole og. Skolen var egentlig et problem og. Jeg distanserte meg selv en del fra de andre, både på grunn av det faglige, men og det sosiale. Jeg gikk faktisk til psykolog i 9. klasse på grunn av det (...).”

Dette er da en mulig konsekvens ved å gi evnerike elever for mye likt- og for mye arbeid. Mönks og Ypenburg (2008) mener derimot at det tas for lite hensyn til de problemene som kan oppstå ved å fortsette i samme klasse. Dette opplevde P2, og en mulig løsning kunne vært

at hun fikk ha matematikktimene med klassen over. Konsekvensen av å bli holdt igjen i samme klasse kan være at elevene blir skolelei grunnet vedvarende understimulering og frustrasjon av for mye arbeid og repetisjon. P3 fikk også akselerere i matematikk. I intervjuet sa han:

“På barneskolen og ungdomsskolen så fikk jeg bøker som gjerne var et trinn over eller noe sånt, med litt vanskeligere oppgaver. Ehh, men jeg syns egentlig at det var litt kjipt. Både fordi jeg ikke var helt motivert til å jobbe med det når jeg ikke skulle testet i det, og jeg derfor ikke måtte.”

I dette tilfellet kunne forsering til et høyere klassetrinn være en mulig løsning for å få tettere oppfølging og kunne bli testet i det han hadde lært. Konsekvensen var at P3 ikke følte noe ytre motivasjon. Dette kan sees i lys av hva Nosrati og Wæge (2018, s.18) skriver om ytre motivasjon. Elevene motiveres av å se resultater gjennom for eksempel prøver i faget. Den ytre motivasjonen spiller sammen med den indre motivasjonen slik som Nosrati og Wæge skriver (2018, s.20), og derfor er det viktig å opprettholde den ytre motivasjonen, slik at den indre motivasjonen ikke svinner hen, og elevens læring stagnerer.

En annen måte å tilpasse undervisningen for evnerike elever på er ved forsering. Smedsrud (2018) definerer forsering som raskere skoleprogresjon for elevene, men ikke nødvendigvis en raskere utdanningsløp. Dette betyr at elevene kan fullføre enkelte fag tidligere enn forventet for sin alder, uten spesifikke oppfølgingstiltak. Forsering er en tilpasning som kan være gunstig for evnerike elever i matematikk, da de ofte har behov for å bli utfordret og kunne utforske avanserte emner og ferdigheter på et raskere tempo. Imidlertid kan det også være en utfordring å legge til rette for forsering på videregående.

Som vi kan se i resultatet vårt om forsering har alle de fem informantene forsert i matematikk i løpet av grunnskolen. I tillegg kom det fram at tre av fem informantene nevnte dette som en positiv opplevelse i matematikk. Denne responsen kan tyde på at dette var noe de likte, og som gjorde at de følte seg utfordret i matematikkfaget.

Smedsrud (2018) mener at det kan være fristende å tenke at forsering løser utfordringene knyttet til den evnerike elevens læringstempo. Det vil mest sannsynlig forsering ikke gjøre. Dette med grunnlag i at eleven har behov for at de møter en mer kompetent lærer i den klassen den overføres til, noe det ikke er noen garantier for. P5 sier noe annet. Når han fikk spørsmålet *“Når du da tok 1T i 10. klasse, fikk du oppfølging og hadde prøver og sånn i det faget?”* svarte P5: *“Absolutt. Da var jeg en del av en 1T-klasse, som tok det på et år da. Sånn*

at de som gikk i 1. VGS på den skolen, jeg var bare i klasse med de liksom. Så hver eneste gang det var time der så var jeg innom, og så hadde vi en lærer og hadde prøver og sånn.”

P5 sier at følte seg som en del av klassen, og det kan tyde på at han fikk god oppfølging fra læreren. Det er ikke slik at alle som forserer har det sånn, men ut ifra svarene så kan det tyde på at de fikk oppfølging siden hele tre av fem synes at dette var en positiv opplevelse i matematikk.

En annen utfordring med forsering i matematikk kan være at det er vanskelig å gjennomføre i Norge. I noen områder kan det være vanskelig å få til på grunn av avstander til videregående skoler. P2 opplevde å ta 1T matematikk over internett. Han sa: *“ I 10. klasse fikk jeg begynne å ta T-matte. Det tok jeg over nett da. Og det funket veldig bra. I: Fikk du bedre oppfølging da? P2: Tja, det var jo på nettet da.”*

Her kan grunnen være at det ikke var mulig å gjennomføre på grunn av avstand til en videregående skole. P2 indikerte også at oppfølgingen ikke var så god, siden undervisningen gikk over nett. Videre er det slik at elever ofte må vente til ungdomsskolen før de får tilbud om forsering i skolen, slik som P2 måtte. Som en konsekvens kan dette føre til at vi “mister” evnerike elever, da de kan bli underyttere i matematikk eller mister motivasjon. Ut ifra våre resultater så kan vi ikke se at det i vår studie var noe utfordring knyttet til dette. Forsering har gitt informantene muligheten til å kunne utforske mer avansert matematikk på et høyere nivå, i tillegg har flere av dem fått muligheten til å kunne forsere videre når de begynte på videregående skole. Det var kun informant P4 som ikke fikk forsere videre og ikke hadde matematikk første året på videregående. Han sa dette om forsering:

“Ja, og det var veldig greit, men jeg fikk ikke fortsette å forsere når jeg begynte på videregående så da måtte jeg bare gå uten matematikk et år, og så ta R-matte det året jeg skulle. Det var litt kjipt å bare gå et år uten matematikk (...).”

Dette er en av hovedutfordringene ved forsering som tiltak, nemlig at det ikke er noen garanti for hvordan de evnerike elevene blir ivaretatt, eller om de får videre progresjon i faget (Smedsrud, 2018).

Forsering kan også bidra til å redusere kjedsomhet og frustrasjon hos evnerike elever. Hvis de ikke blir utfordret tilstrekkelig, kan de føle seg uinteressert og underprestere i klassen.

Forsering kan gi de evnerike elevene muligheten til å jobbe med emner og oppgaver som er mer utfordrende og interessante, og dette kan hjelpe dem med å opprettholde sin interesse og

motivasjon. Et eksempel på dette er når P3 ble spurt om matematikken på ungdomsskolen var utfordrende:

I: Var det nok utfordrende oppgaver der?

P3: Ehh ja. Både og, eller på den tiden hadde jeg også T-matte i 10.klasse. Så der fikk jeg også lov til å jobbe med det i de timene. Men jeg vil nok ikke si at det var utfordrende nok. Nei de oppgavene som var der.

I: Men T-matten da. Var den det?

P3: Ja det var bedre, og så likte jeg bedre at vi faktisk hadde prøver også. Jeg ble testet i det også.

Her sier P3 at han ikke fikk utfordrende nok oppgaver i matematikkundervisningen før han tok T-matte i 10.klasse. Han tok 10.klasse matematikken samtidig med T-matte. En mulig løsning kunne vært å la P3 jobbe med T-matematikk i timene i 10.klasse, altså forsering. I tillegg kan også gjennomføring av prøver påvirket P3 sin motivasjon til arbeid med T-matten. Han gir uttrykk for at de ikke hadde prøver i den ordinære matematikkundervisningen i 10.klasse.

Akselerasjon og forsering kan være effektive tilpasninger for evnerike elever i matematikk, da det gir dem mulighet til å lære og utfordre seg på høyere nivå. Lærere må vurdere individuelle behov og forutsetninger, og finne balansen mellom utfordringer og støtte. Debatten rundt akselerasjon kan være vanskelig, ettersom det kan få negative konsekvenser av å både holde elevene igjen faglig, og å la dem arbeide med pensum for høyere klassetrinn. Forskningen i NOU 2016:14 fant derimot ikke noe som støttet at forsering eller å hoppe over klassetrinn hadde noe negativ effekt på elevene.

Resultatene våre kan tyde på at det er for lite oppfølging fra lærer, eller for mye repetisjon. Dette kom fram for eksempel gjennom P3, som ga uttrykk for at det var mangel på oppfølging fra lærer, og det var heller ikke prøver eller utfordrende nok oppgaver.

Forsering kan også ha andre utfordringer, som å måtte vente et år med å ha matematikk, og en konsekvens av dette er at de ikke får videre progresjon i faget å miste motivasjon. Men likevel var det i vår studie tre av fem informanter som trakk fram forsering som en positiv opplevelse i matematikk. Resultatet vårt kan indikere at forsering kan være positivt for evnerike elever, så lenge det blir gjennomført på en god pedagogisk måte. Uansett er det

viktig å nøye vurdere hvert enkelt tilfelle og finne den beste tilpasningen for den enkelte eleven.

6.5 Hva motiveres evnerike elever av i matematikkfaget?

I denne delen vil vi ta for oss hva som motiverer eller inspirerer evnerike elever i matematikk. I denne studien ønsker vi som nevnt tidligere å se på hvilke typer oppgaver og tilpasninger som kan inspirere evnerike til arbeid med matematikk. I den første delen vil vi drøfte rundt hvilke fag informantene har sagt de foretrekker og senere drøfte hva de liker med matematikk. Etter hvert vil vi også ta for oss hvilke matematiske emner informantene har sagt de liker best, og drøfte rundt dette.

Da de ble spurt om faglig motivasjon, svarte alle fem informantene at de likte matematikk godt. Men det var også stor variasjon i svarene. Flere av informantene likte også programmering, kjemi, og fysikk. Disse fagene har alle til felles at de inneholder matematikk. I tillegg svarte P1: *“Jeg likte egentlig alle fagene ganske mye”*. Dette tyder sterkt på at alle elevene er motiverte for å arbeide med matematikk. Det kan være i form av indre motivasjon hvor elevene opplever glede av å arbeide med oppgaver i matematikk eller ytre motivasjon i form av karakterer (Nosrati & Wæge, 2018, s.18). Det kan også være et samspill av indre og ytre motivasjon.

Matematikk er et fag som noen elever kan oppleve som utfordrende, mens andre mestrer det med letthet. Informantene vi intervjuet hadde alle et godt forhold til matematikk, i den grad at de liker matematikk i seg selv. Det var derimot også noen som synes det var mangler i form av tilpasninger i undervisningen opp igjennom deres egen skolegang. Informantene vi snakket med har opplevd matematikk som et spennende fag, men det de fleste av dem likte best med matematikk er at det er et konkret svar på oppgaven:

P1: (...) jeg likte matematikk siden det var bare ett riktig svar, eller det var noe konkret da.

P3: Jeg tror jeg liker det er alltid et svar på oppgavene. Det er et fasitsvar.

P4: Jeg liker å bruke hodet til ting. Men det er jo ting der det går an å komme fram til et riktig svar da. Jeg er ikke like god på ting der jeg må reflektere og finne ut av ting selv liksom.

P5: Det er vel det at det er litt mer konkret. Man har visse regler, og hvis man følger ting slik det skal gjøres så havner man på liksom et riktig svar.

Ifølge Singer (2018); Laine og Tirri (2016) liker evnerike elever å løse problemer og utforske matematiske konsepter på et dypere nivå. Men selv om evnerike elever kan ha et naturlig talent for matematikk, betyr ikke dette at de alltid er motiverte til å jobbe med faget.

Motivasjon kan være en utfordring for evnerike elever innenfor matematikk. Noen kan oppleve at de føler seg glemt av læreren, og kan derfor miste motivasjonen til å lære. Som nevnt tidligere så har holdningen til evnerike elever vært at de klarer seg selv (Børte et al., 2016, s. 6). På en annen side kan det være at de kjeder seg på grunn av manglende utfordringer, eller at de har et ønske om å fokusere på andre interesser.

Over på emnene informantene interesserte seg for så svarte fire av fem informanter at de likte derivering, algebra og integraler veldig godt. Derfor kan vi si at informanten likte veldig godt og emner generalisering. Algebra gir en måte å generalisere matematiske ideer og konsepter, og dette gjør det mulig å løse en rekke problemer på en mer effektiv måte. Algebra er avgjørende for arbeid i andre matematiske områder som matematisk analyse, analytisk geometri og statistikk. Videre er algebraisk kunnskap relevant i yrkesliv og dagligliv, enten direkte eller som et verktøy (Strømskag, 2017).

For noen elever kan det være interessant å se hvordan matematiske konsepter kan brukes på forskjellige områder og situasjoner, og hvordan disse kan generaliseres for å løse andre problemer.

P2 Så jeg liker mer algebra. Derivasjon og integrasjon var null stress og ganske gøy.

P3: Og så liker jeg oppgaveregning, sånn som vektorer, derivering og integraler og sånn type ting.

P4: Algebra liker jeg. Det er en stund siden jeg var borti derivasjon, men jeg husker at det var gøy. Hva mer da? Altså det har egentlig bare vært matte generelt.”

P5: Men algebra og kanskje geometri, for det er lettere å visualisere.

I utsagnene over skildrer fire av informantene noen spesifikke emner innenfor matematikk de liker. Fellesnevneren for disse utsagnene er at informantene sier at de foretrekker matematiske emner der generalisering er en viktig faktor. En svakhet ved disse uttalelsene er at både P2 og P3 sier at de foretrekker matematiske emner som ikke inngår i pensum i

grunnskolen, men som er en del av pensumet i matematikken på videregående skole. Men det er fortsatt tre informanter, P2, P4 og P5, som sier at de liker algebra - et tema som inngår i pensum i grunnskolen.

Et interessant funn i denne studien er at ingen av informantene har uttalt seg om problemløsning med flere mulige svar. Dette kan sees i sammenheng med at fire av informantene har svart at de liker at matematikk er noe konkret, og ofte kun har ett riktig svar. Dette kan ha bakgrunn i at elevene kan få umiddelbar anerkjennelse på sitt arbeid om de har funnet riktig svar i motsetning til andre fag der en må reflektere, og et riktig svar ikke er like konkret. Det kan derfor tenkes at problemløsning med flere mulige svar ikke er like motiverende for de evnerike elevene, ettersom de ikke har lik mulighet til den umiddelbare anerkjennelsen ved å finne ett riktig svar.

Samlet sett viser evnerike elevers syn på matematikkfaget at det er viktig å gi dem muligheten til å utfordre seg selv og bruke matematikk i virkelige situasjoner. Generalisering og problemløsning med et bestemt svar kan være nøkkelfaktorer i å motivere og engasjere disse elevene, spesielt sett i lys av hvordan fire av fem informanter sa at de likte matematikk ettersom det er et konkret og riktig svar. I tillegg har informantene i denne studien også gitt uttrykk for at realistiske oppgaver knyttet til tema de kan relatere til eller se nytten av kan virke motiverende for evnerike elever i matematikk.

7.0 Konklusjon

I innledningskapittelet ble følgende forskningsspørsmål stilt:

“Hvilke type tiltak og oppgaver sier evnerike elever kan inspirere dem til innsats i matematikkfaget?”

I dette kapittelet trekkes de viktigste funnene fram fra vår studie. Vi vil også beskrive hvordan vårt valg av teori, metode og analyse har bidratt til å besvare forskningsspørsmålet vårt. Videre vil vi diskutere betydningen av resultatene og drøfte eventuelle begrensninger og avgrensninger ved studien.

7.1 Hvordan har studien vår besvart forskningsspørsmålet?

Vår studie hadde som mål å besvare forskningsspørsmålet om hvilke konkrete tiltak og oppgavetyper en lærer kan benytte seg av for å tilpasse matematikkundervisningen for evnerike elever. Basert på informantenes uttalelser og støttet av teorier om motivasjon og læring, viser resultatene at inkludering av virkelighetsnære oppgaver kan være mer engasjerende og meningsfulle for evnerike elever. Imidlertid kan det være utfordrende å utvikle relevante og utfordrende oppgaver innenfor eksisterende ressurser og læreplaner. Det er også verdt å merke seg at bare én informant ikke nevnte noe om virkelighetsnære oppgaver, noe som kan indikere at flere evnerike elever har en interesse for matematikkoppgaver som har en reell sammenheng med verden rundt oss.

Et annet hovedfunn i vår studie var at informantene trakk fram forsering som noe de likte godt, som er en motsetning til hva Smedsrud (2018) sa om forsering og evnerike elever. Imidlertid fant NOU 2016:14 ingen negativ effekt av forsering eller å hoppe over klassesertrinng på elevene. Videre viser resultatene at problemløsningsoppgaver som "tjueen" og "addisjonsmysteriet" var interessante for alle informantene, som kan skyldes at evnerike elever er gode på problemløsningsstrategier ifølge NOU 2016:14.

Flere av informantene i studien uttrykte at de ønsket en tettere oppfølging fra læreren sin. De opplevde ofte å få en bok eller oppgaver som var vanskeligere enn trinnet de gikk på, uten at de fikk tilstrekkelig hjelp eller veiledning fra lærer til å mestre det. Dette førte til at de måtte jobbe med oppgavene på egenhånd, uten å få tilbakemelding eller testing som kunne motivere dem til å fortsette. Som en konsekvens av dette, følte flere av informantene at de ikke hadde lært hvordan de skulle lære, og at de manglet viktige ferdigheter for å kunne ta tak i utfordrende oppgaver på en effektiv måte.

Informantene er ikke lengre elever ved grunnskolen, og ettersom det er variasjon i informantenes alder, er det også varierende hvor mye informantene husker fra sin egen skolegang når det gjelder hvilke former for tilrettelagt undervisning de har opplevd. En annen konsekvens av alderen til informantene er at vi presenterte dem for oppgaver som høyst sannsynlig er over det faglige nivået man vil møte som lærer i grunnskolen. Man kan derfor ikke nødvendigvis ta i bruk de samme oppgavene som er presentert for informantene i denne studien, men heller bruke resultatene av denne studien som en pekepinn og deretter tilpasse liknende oppgaver til det faglige nivået til evnerike elever i grunnskolen.

For å forbedre vår studie kunne det vært gunstig å ha inkludert flere informanter og brukt mer utenlandsk litteratur. Internasjonal forskning kan gi forskjellige perspektiver og dermed gi et mer helhetlig bilde av emnet. Dessuten var informantene i vår studie eldre enn grunnskoleelever, noe som kan ha påvirket resultat. Dette på grunnlag av at flere av informantene ikke husket ulike detaljer fra deres skolegang. For å få et mer nøyaktig resultat, kan det være en fordel å intervjuer evnerike elever på ungdomsskolenivå i en fremtidig studie.

7.2 Betydning av resultatene og veien videre

Til slutt, personens preferanser for oppgavene kan gi innsikt i hvordan de lærer og hva som kan hjelpe dem med å mestre matematikk på en mer effektiv måte. Ved å gi personen oppgaver som involverer en kreativ og utforskende tilnærming, kan de være mer engasjert og motivert til å lære. Å tilby oppgaver av varierende størrelser og vanskelighetsgrad kan også gi personen muligheten til å utvikle seg i sitt eget tempo og gradvis bygge opp sin kunnskap og forståelse av matematikk.

Vårt bidrag til forskningen er at denne studien belyser en relativt ny side ved forskning rundt evnerike elever. Ved at vi har forsket på hva de evnerike elevene selv sier om tiltak og oppgavetyper innenfor matematikkfaget, får vi et tydelig svar på hva som kan inspirere dem til innsats. Det er derimot viktig å huske på at dette er en begrenset studie, og at det alltid vil være variasjoner fra person til person. Men vi kan til tross for dette se et mønster i forskningen vår, der det kommer fram at forsering er et tiltak de evnerike elevene selv oppgir som noe de ser på som positivt. Vi kan også se at problemløsningsoppgaver er oppgaver de evnerike elevene uttrykte interesse for. De fleste uttalte seg også om virkelighetsnære oppgaver, og så nytten av å kunne relatere oppgavene til deres egne liv.

Vi håper denne studien kan bidra til å belyse de evnerike elevenes situasjon i den norske skolen, og at resultatene i studien kan bidra til at lærere får mer kunnskap om evnerike elever, og da spesielt i matematikkfaget. Vi håper og at denne studien kan gi lærere økt kunnskap om hvordan de kan tilrettelegge matematikkundervisning for evnerike elever, både ved hjelp av variasjon av oppgaver, og i arbeidsformer.

Det er som sagt en avgrenset studie, og at funnene derfor ikke kan generaliseres til en større populasjon. Likevel kan disse funnene være nyttige for å utvikle mer engasjerende og interessante matematikkoppgaver for evnerike elever, og for å ta hensyn til individuelle

preferanser og læringsstiler. Vi ønsket med denne studien å se på evnerike elevers læring, og hvordan vi som fremtidig lærere kan legge til rette for undervisning for disse eleven i matematikk i tillegg til å kunne bidra til et større fokus rundt evnerike elever i den norske skolen. Evnerike elever har mye å bidra med til samfunnets fremtidige velvære, forutsatt at talentene deres utvikles fullt ut under deres grunnskoleutdanning.

Referanseliste

- Anker, T. (2020). *Analyse i praksis: En håndbok for masterstudenter*. Cappelen Damm akademisk.
- Ambrose, S. A., Bridges, M. W., DiPietro, M., Lovett, M. C., & Norman, M. K. (2010). *How learning works: Seven research-based principles for smart teaching*. Jossey-Bass.
- Andersland, I. (2021) *Barn med stort læringspotensial - en del av skolemangfoldet*.
[Webinar] <https://www.lykkeligebarn.no/webinarer-foredrag-podcasts>
- Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *Zdm*, 45(6). <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-013-0506-6>
- Bailey R., Pearce G., Winstanley C., Sutherland M., Smith C., Stack N., Dickenson., M (2008). *A systematic review of interventions aimed at improving the educational achievement of pupils identified as gifted and talented*. EPPI-Centre rapport nr. 1612T. EPPI-Centre, Social Science Research Unit, Institute of Education, University of London.
[https://www.researchgate.net/publication/262163416_A_Systematic_review_of_Interventions_Aimed_at_Improving_the_Educational_Achievement_of_Children_Identified_as_Gifted_and_Talented'](https://www.researchgate.net/publication/262163416_A_Systematic_review_of_Interventions_Aimed_at_Improving_the_Educational_Achievement_of_Children_Identified_as_Gifted_and_Talented)
- Bakx, A., Denissen, J., Hornstra, L. & Mathijssen, S. (2020). *Motivating gifted and non-gifted students in regular primary school: A self-determination perspective*. *Learning and Individual Differences*, 2020/Volume 80(101871).
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1041608020300510>
- Billings, E. & Walqui, A. (2017) *The Zone of Proximal Development: An Affirmative Perspective in Teaching ELLs/MLLs*. WestEd.
<https://www.wested.org/resources/zone-of-proximal-development/>
- Brevik, L. M. & Gunnulfsen, A. B. (2016). *Differensiert undervisning for høytpresterende elever med stort læringspotensial*.
<https://utdanningsforskning.no/artikler/2016/differensiert-undervisning-for-hoytpresterende-elever-med-stort-laringspotensial/elever-med-stort-laringspotensial-utdanningsforskning.no>
- Busch, T (2021). *Akademisk skriving - for bachelor- og masterstudenter*. Fagbokforlaget.

- Børte, K., Lillejord, S., & Johansson, L. (2016) Evnerike elever og elever med stort læringspotensial: En forskningsoppsummering
- Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forlag.
- Eide S. B., Grelland H. H., Kristiansen A., Sævareid H. I. & Aasland D. G. (2008). *Til den andres beste*. Gyldendal.
- Endr. i forskrift til opplæringsloven m.m. (2012). *Forskrift om endring i forskrift til opplæringsloven og forskrift til privatskolelova*. (LOV-1998-07-17-61-§2-3, LOV-2003-07-04-84-§2-3). Lovdata. <https://lovdata.no/dokument/LTI/forskrift/2012-06-30-816>
- Endringslov til opplæringsloven og privatskolelova. (2008). *Lov om endringer i opplæringsloven og privatskolelova*. (LOV-2008-06-20-48). Lovdata. <https://lovdata.no/dokument/LTI/lov/2008-06-20-48>
- Gifted Children Danmark (2021) *Høytbegavede barn har også bruk for at blive mødt - fagligt og socialt*. [Brosjyre].
- Giorgi, A. (1985) *Phenomenology and Psychological Research*. Duquesne University Press
- Hana, G. M. (2013). *Matematiske byggesteiner*. Caspar forlag
- Heller, K. A. (2004). Identification of gifted and talented students. *Psychology Science*, 46(3), 302–323. <https://psycnet.apa.org/record/2005-05211-002>
- Lund, T. & Haugen, R. (2006) *Forskningsprosessen*. Unipub forlag
- Hindal, H. S. (2014). Visual-spatial learning: A characteristic of gifted students. *European Scientific Journal*, 10(13). <https://core.ac.uk/download/pdf/236412891.pdf>
- Hornstra, L., Bakx, A., Mathijssen, S., & Denissen, J. J. A. (2020). Motivating gifted and non-gifted students in regular primary schools: A self-determination perspective. *Learning and Individual Differences*, 80, Artikkel 101871. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1041608020300510?via%3Dihub>
- Hoyles, C., Noss, D. & Goldbatt, J. (Eds) (1996). *Windows on Mathematical Meanings: Learning Cultures and Computers*.

https://books.google.no/books?id=VclPmvPRbSAC&printsec=frontcover&hl=no&source=gbg_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false

Høgheim, S. (2020) *Masteroppgaven i GLU*. Fagbokforlaget.

Jacobsen, D. A. & Postholm, M. B. (2021) *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelen Damm akademisk.

Jenssen, E & Lillejord, S. (2009). *Tilpasset opplæring: politisk dragkamp om pedagogisk praksis*. Acta Didactica Norge, Vol.3 (Nr.1) s. 2-15.

<https://journals.uio.no/adno/article/view/1040/919>

Kroftoft, M. & Sjøvoll, J. (2018) *Masteroppgaven i lærerutdanninga: Tema, forskningsvalg, metoder*. (2. Utgave) Cappelen Damm Akademisk.

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Gyldendal akademisk.

Kvarv, S. (2010). *Vitenskapsteori: Tradisjoner, posisjoner og diskusjoner*. Novus forlag.

Liljedahl, P. & Oesterle, J. (2014). Teacher Beliefs, Attitudes, and Self-Efficacy in Mathematics Education. Lerman, S. (Red.) *Encyclopedia of Mathematics Education*. (583-586). Springer.

https://www.researchgate.net/publication/294427265_Teacher_Beliefs_Attitudes_and_Self-Efficacy_in_Mathematics_Education

Lestari, S., Syahrilfuddin, S., Putra, Z. H. & Hermita, N. (2019). The effect of realistic mathematic approach on students' learning motivation. *Journal Of Teaching And Learning In Elementary Education (JTLEE)*, 2(2), (145-156).

<https://www.semanticscholar.org/paper/The-Effect-of-Realistic-Mathematic-Approach-on-Lestari-Syahrilfuddin/7d190841b157d5966f70ff2486e1da99a457c40d>

Lowrie, T., & Logan, T. (2007). *Using spatial skills to interpret maps: Problem solving in realistic contexts*. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 12(4).

<https://researchoutput.csu.edu.au/en/publications/using-spatial-skills-to-interpret-maps-problem-solving-in-realist>

- Mann, E. L. (2006). Creativity: The Essence of Mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*. Vol 30, No. 2, s. 236-260.
<https://journals.sagepub.com/doi/epdf/10.4219/jeg-2006-264>
- Monks & Ypenburg (2008) Begavede barn. En veiledning for foreldre og pedagoger
- Nosrati, M. & Wæge, K. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforlaget AS.
- NOU 2016:14 (2016) *Mer å hente - Bedre læring for elever med stort læringspotensial*. Kunnskapsdepartementet.
- NOU 2019:23 (2019) *Ny opplæringslov*. Kunnskapsdepartementet
- O'Halloran, K. L. (2015) The language of learning mathematics: A multimodal perspective. *The Journal of Mathematical Behavior*. Volume 40(A) 63-74.
<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.09.002>
- Penteado, M. G. & Skovsmose, O. (2001). *Landscapes of investigation*. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 33(4).
<https://library.oapen.org/viewer/web/viewer.html?file=/bitstream/handle/20.500.12657/60223/9781800648234.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Prop. 57 L (2022 –2023). *Lov om grunnskoleopplæringa og den vidaregåande opplæringa opplæringsloven*). Kunnskapsdepartementet.
<https://www.regjeringen.no/contentassets/f50a3e82602c4dd9b7a6e8d558fb328f/mn-no/pdfs/prp202220230057000dddpdfs.pdf>
- Russo, J. & Hopkins, S. (2018) Teachers Perceptions of Students When Observing Lessons Involving Challenging Tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 17(4) s.760-779.
https://www.researchgate.net/publication/323715988_Teachers%27_Perceptions_of_Students_When_Observing_Lessons_Involving_Challenging_Tasks
- Renzulli & Reis (2004) Current Research on the Social and Emotional Development of Gifted and Talented Students: Good News and Future Possibilities.
- Silverman, L. K., & Gilman, B. J. (2020). Best practices in gifted identification and assessment: Lessons from the WISC-V. *Psychology in the Schools*, 57(10), 1569-1581.
- Singer, M. F., Sheffield, L., Freiman, V. & Brandl, M. (2016) *Research on and activities for mathematically gifted students*. Springer.

<https://www.researchgate.net/publication/303946759> Research On and Activities For Mathematically Gifted Students

Smedsrud, J. (2012). *Den norske skolen og de evnerike elevene*. [Masteroppgave] DUO vitenarkiv. https://www.duo.uio.no/bitstream/handle/10852/31257/Masteroppgaven_L_EVERIG.pdf?sequence=2

Smedsrud, J. (2018). Forserjing og akselerasjon for evnerike elever: Det dårligste av de beste alternativene. *Psykologi i kommunen*, (3/2018)
<https://utdanningsforskning.no/artikler/2018/forserjing-og-akselerasjon-for-evnerike-elever-det-darligste-av-de-beste-alternativene/> beste alternativene

Strømskag, H. (2017). Et miljø for algebraisk generalisering og dets innvirkning på studenters matematiske aktivitet. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 22 (2), 71–91.
<https://www.researchgate.net/publication/334362356> Et miljø for algebraisk generalisering og dets innvirkning på studenters matematiske aktivitet

Szabo, A. (2017). *Matematikundervisning för begåvade elever - en forskningsöversikt*. *Nordic studies in mathematics*, 22(1).

Telhaug, A. O. & Mediås, O. A. (2003) *Grunnskolen som nasjonsbygger: fra statspietisme til nyliberalisme*. Abstrakt forlag.

Utdanningsdirektoratet. (2013) *Temaene i elevundersøkelsen: Medvirkning*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.udir.no/tall-og-forskning/brukerundersokelser/Om-temaene-i-Elevundersokelsen/Medvirkning/>

Utdanningsdirektoratet. (2014). *Veilederen Spesialundervisning: Samarbeid og medbestemmelser*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/spesialpedagogikk/spesialundervisning/Spesialundervisning/Retten/2.5/>

Utdanningsdirektoratet. (2020a) *Undervisning og tilpasset opplæring*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/3.-prinsipper-for-skolens-praksis/3.2-undervisning-og-tilpasset-opplaring/?lang=nob>

Utdanningsdirektoratet. (2020b). *Læreplanverket for Kunnskapsløftet*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/>

Utdanningsdirektoratet. (2020c) *Læreplan i matematikk (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift.

Læreplanverket for Kunnskapsløftet. 2020.

<https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-1k20/MAT01-05.pdf?lang=nob>

Utdanningsdirektoratet. (2021) *Elever med stort læringspotensial*. Kunnskapsdepartementet.

<https://www.udir.no/laring-og-trivsel/tilpasset-opplaring/elever-med-stort-laringspotensial/>

Utdanningsdirektoratet. (2022) *Tilpasset opplæring*. Kunnskapsdepartementet.

<https://www.udir.no/laring-og-trivsel/tilpasset-opplaring/>

Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Drijvers, P. (2014). *Realistic mathematics education*.

Encyclopedia of mathematics education, 10(1).

https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-94-007-4978-8_170

Vedleggsoversikt:

Vedlegg 1: Informasjonsbrev til informantene

Vedlegg 2: Samskrivingsdokument

Vedlegg 3: NSD godkjenning

Vedlegg 4: Intervjuguide

Vedlegg 5: Kategorier for analysen

Vedlegg 6: Oppgaver til intervjuguiden

Vedlegg 1: Informasjonsbrev til informantene

Forespørsel om å delta i forskningsprosjektet

Tilpasset opplæring for evnerike elever i matematikk

Formålet med prosjektet er å finne ut hvilke oppgaver evnerike elever ser som relevante for deres matematikkundervisning. I dette skrivet gis det informasjon om målet for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Informasjon om forskning:

Vi er to lærerstudenter ved Høgskulen på Vestlandet, og studerer grunnskolelærer 5-10. Vi holder på å skrive masteroppgave om tilpasset opplæring i matematikkfaget. I denne anledningen søker vi informanter til vårt forskningsprosjekt.

Forskningsprosjektet vårt har som mål å finne ut mer om hvordan lærer tilpasser opplæringen for evnerike elever i matematikkfaget, og vår foreløpige problemstilling er: "Hvilken type oppgaver opplever evnerike elever som relevante for deres matematikkundervisning?"

For å besvare problemstillingen vår har vi valgt å benytte et kvalitativt intervju. Gjennom en kvalitativ studie ønsker vi å intervju elever på videregående, som er en del av matematikksirkelen på Universitet i Bergen. Vi tenker å intervju 2-3 evnerike elever som er en del av matematikksirkelen. Det vil være et semistrukturert kvalitativt intervju, som vil si at spørsmålene vil være åpne og med rom for videre utdypning. Det vil også bli lagt stort fokus på oppgavetyper i intervjuet.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i undersøkelsen, innebærer dette et intervju på 30-45 minutter. Intervjuguiden inneholder spørsmål knyttet til evnerike elever i matematikkfaget og hvilke oppgavetyper de synes er relevante for deres matematikkundervisning. Det vil bli gjennomført lydopptak og deretter transkribert på PC. Etter masteroppgaven er sensurert vil lydopptaket og transkriberingen bli slettet. Det vil ikke bli stilt spørsmål som tar for seg personopplysninger hos informanten. Med andre ord vil du ikke kunne identifiseres etter lydopptaket.

Studien følger forskningsetiske retningslinjer. Dette innebærer blant annet taushetsplikt, fullstendig anonymisering av innsamlede data, og alle data/opptak/notater behandles konfidensielt. Det vi si at ingen informanter vil kunne gjenkjennes i vedlegg til den ferdige oppgaven. Ved samtykke vil vi bruke mobiltelefon for lydopptak under samtalen. Deltakelsen i undersøkelsen er frivillig, og informanten har rett til når som helst å avslutte intervjuet eller trekke seg fra prosjektet om det er ønsket. Dette uten å måtte begrunne det nærmere. Trekker informanten seg vil den innsamlede data bli slettet med en gang.

Hva gir oss rett til å behandle opplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke. På oppdrag fra Høgskulen på Vestlandet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

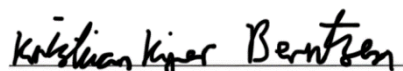
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Høgskulen på Vestlandet. Veileder: Beate Lode. E-post: Beate.lode@hvl.no
- HVL sitt personvernombud: Trine Anikken Larsen. Kontaktinfo: personvernombud@hvl.no Tlf. 55 58 76 82
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17

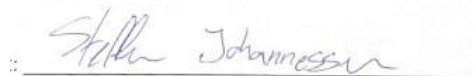
Vedlegg 2: Samskrivingsdokument

Vi bekrefter med dette samskrivingsdokumentet å ha levert likeverdige bidrag. Vi har i arbeidet med denne studien fordelt arbeidet så likt som mulig. Dette har skjedd gjennom varierte metoder. I enkelte deler av studien har vi arbeidet sammen om kapitler, mens andre steder har vi arbeidet hver for oss med ulike kapitler, for så å se gjennom arbeidet som er utført sammen. Vi har da gitt tilbakemeldinger på hverandres arbeid og gjort endringer vi følte var nødvendig for å få en mer sammenhengende tekst, slik at det ikke blir tydelig hvem som har skrevet hva. Det er en risiko for at det blir sånn ettersom man har forskjellige skrivestiler og bruker til tider ulikt språk.

I f.eks. gjennomføring av intervjuene i denne studien, måtte vi derimot fordele arbeidet ulikt. Vi ble enige om at det er best at kun en av oss tar hovedansvaret i intervjuet slik at det skal være minst mulig variasjon i hvilke spørsmål som ble stilt, og hvordan spørsmålene ble formulert. For å sikre likt arbeid ble vi også enige om at den som har en mer passiv rolle i utførelsen av intervjuene, får en mer fremtredende rolle i transkriberingen av intervjuene. Alt i alt er vi fornøyde med både egen innsats i arbeidet med oppgaven, samt fordelingen av dette arbeidet.



Kristian Kjær Berntsen



Steffen Johannessen

Vedlegg 3: NSD godkjenning



[Meldeskjema](#) / [Hvilke oppgavetyper som evnerike elever foretrekker i matematikk](#) / Vurdering

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer
160815

Vurderingstype
Standard

Dato
11.01.2023

Prosjekttittel

Hvilke oppgavetyper som evnerike elever foretrekker i matematikk

Behandlingsansvarlig institusjon

Høgskulen på Vestlandet / Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett / Institutt for språk, litteratur, matematikk og tolkning

Prosjektansvarlig

Beate Lode

Student

Kristian Kjær Berntsen

Prosjektperiode

01.11.2022 - 15.05.2023

Kategorier personopplysninger

Alminnelige

Lovlig grunnlag

Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 15.05.2023.

[Meldeskjema](#)

Kommentar

OM VURDERINGEN

Sikt har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

UTDYPENDE OM LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om elevene som er under 16 år. Ungdom i alderen 16-17 år samtykker selv. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

Vi har vurdert at du har lovlig grunnlag til å behandle personopplysningene, men husk at det er institusjonen du er ansatt/student ved som avgjør hvilke databehandlere du kan bruke og hvordan du må lagre og sikre data i ditt prosjekt. Husk å bruke leverandører som din institusjon har avtale med (f.eks. ved skylagring, nettspørreskjema, videosamtale el.)

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Se våre nettsider om hvilke endringer du må melde: <https://sikt.no/melde-endringer-i-meldeskjema>

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

Vi vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 4: Intervjuguide

Intervjuguide

Rammeverk for spørsmål i intervjuguiden og koding	Intervjuspørsmål
	Innledende spørsmål
<ul style="list-style-type: none">– Bygge relasjon med informant– Spørsmål ment for å oppmuntre informanten til å komme med utdypende informasjon» til den overordnede problemstillingen– Introduksjonsspørsmål– Overgangsspørsmål (Christoffersen & Johannesen, 2012, p. 80)	Kan du fortelle litt om deg selv? <ul style="list-style-type: none">- Hvilke fag likte du best? - hvorfor?
A natural predisposition a natural predisposition (Shapiro, 1965) to engage in the manifested problem-solving and generalization behaviors. (Shapiro, 1965; Sriraman, 2003, p. 163)	Hva liker du ved matematikk? Er det noen temaer innenfor matematikk du liker bedre enn andre? <ul style="list-style-type: none">- Hvorfor liker du disse temaene best?
	Oppgavetyper og diskusjon
Lære gjennom matematiske diskusjoner De lærende søker og får faglig innsikt gjennom å snakke sammen om de faglige sammenhengene Herheim & Johnsen-Høines (2016) Når elever resonnerer i matematikk så utvikler, bruker og beviser de generelle ideer om hvordan matematiske ideer fungerer. (Kazemi & Hinz, 2019)	Hva skal til for at du deltar i en matematisk diskusjon? (kanskje komme med eksempler for å hjelpe de i gang)
A natural predisposition a natural predisposition (Shapiro, 1965) to engage in the manifested problem-solving and generalization behaviors. (Shapiro, 1965; Sriraman, 2003, p. 163)	Hvilke oppgavetyper syns du det er mest interessant å jobbe med?
	Utvalg med oppgaver

<p>Spørsmål ment for å oppmuntre informanten til å komme med utdypende informasjon» til den overordnede problemstillingen (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 80)</p>	<p>Hvilke oppgaver syns du er mest interessante?</p> <ul style="list-style-type: none"> - Kan du gi noen eksempler på dette? <ul style="list-style-type: none"> o Hva var interessant med denne typen oppgave? o Hvorfor likte du denne oppgaven bedre enn den andre? o Hvis du skulle laget en oppgave. Hvordan ville den sett ut? o Ville du diskutert disse oppgavene eller jobbet alene?
	<p>Tilrettelegging for evnerike elever</p>
<p>Elevenes behov; ferdigheter i å fremme tenkning på høyere nivå, kreativitet og problemløsning; utvikling av en differensiert læreplan med flere ressurser, berikelse og akselerasjon; skape et trygt, fleksibelt, elevsentrert miljø; og unngåelse av overdreven tillit til begavede studenter som veiledere. (Singer et al., 2016)</p> <p>Nosrati & Wæge (2019)</p> <p>Mange studier om nivådeling har fokusert nesten utelukkende på elevers prestasjoner (se for eksempel Burris, Heubert & Levin, 2006; Burris, Wiley, Welner & Murphy, 2008). Disse studiene viser at nivådeling gir marginale positive effekter for høyt-presterende gruppers prestasjoner, mens det samtidig har signifikante negative effekter for de lavt-presterende gruppene.</p> <p>Smedsrud (2018)</p> <p>Forsering handler om at elevene får gå raskere gjennom skoleprograsjonen, men ikke nødvendigvis utdanningsløpet - med dette menes det at en ikke har noen spesifikke oppfølgingstiltak om eleven eventuelt skulle fullføre enkelte fag tidligere enn forventet for sin alder. Dette vil igjen utløse fritimer, men ikke nødvendigvis en videre progresjon i læring</p>	<p>Opplvde du at du fikk tilrettelagt undervisning i matematikk på ungdomsskolen og barneskolen?</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hvordan tilrettela læreren undervisningen for deg? <ul style="list-style-type: none"> o Ekstraoppgaver (samme oppgaver), tidligere skolestart, forsering i matematikk, hadde egen undervisning i mindre grupper, brukt som hjelpelærer. o Hvordan syns du disse tiltakene fungerte for deg?

Spørsmål ment for å oppmuntre informanten til å komme med utdypende informasjon» til den overordnede problemstillingen (Christoffersen & Johannesen, 2012, p. 80)	Kan du fortelle om en hendelse du har opplevd som positivt i matematikk?
	Kan du fortelle om en hendelse du har opplevd som negativ i matematikk?

Vedlegg 5: Kategorier for analysen

Koding for analyse av masteroppgave

Rammeverk for spørsmål i intervjuguiden og koding	Koding	Beskrivelse
<ul style="list-style-type: none"> – Bygge relasjon med informant – Spørsmål ment for å oppmuntre informanten til å komme med utdypende informasjon» til den overordnede problemstillingen – Introduksjonsspørsmål – Overgangsspørsmål (Christoffersen & Johannesen, 2012, p. 80)	Bakgrunn Motivasjon for hva A-allefag R-realfag M-spesifikt matematikk P-programmering	Uttrykker eksplisitt faglig interesse, ønsker å bli en god problemløser, ser på seg som god problemløser osv. ...
A natural predisposition a natural predisposition (Shapiro, 1965) to engage in the manifested problem-solving and generalization behaviors. (Shapiro, 1965; Sriraman, 2003, p. 163)	Matematisk interesse MI 1- Generalisering MI 2- Anvendelse av formler MI 3- Problemløsning med et bestemt svar (fasitsvar)	Hva informanten uttrykker er interessant ved matematikk Favoritt emner
Lære gjennom matematiske diskusjoner De lærende søker og får faglig innsikt gjennom å snakke sammen om de faglige sammenhengene Herheim & Johnsen-Høines (2016) Når elever resonnerer i matematikk så utvikler, bruker og beviser de generelle ideer om hvordan matematiske ideer fungerer. (Kazemi & Hinz, 2019)	Matematisk diskusjon MI 5- Har kunnskap om temaet MI 6- Diskutere sammen med elever på samme nivå MI 7-Jobbe alene	-Hva informanten uttrykker skal til for å og delta i matematiske diskusjoner.

<p>A natural predisposition a natural predisposition (Shapiro, 1965) to engage in the manifested problem-solving and generalization behaviors. (Shapiro, 1965; Sriraman, 2003, p. 163)</p>	<p>Oppgaveinteresse</p> <p>O1- Uttrykker interesse for realistiske oppgaver</p> <p>O2- Uttrykker interesse for Tjueen eller addisjon mysteriet</p> <p>O3- Uttrykker interesse for oppgavene fra Olympiaden</p> <p>O4- Uttrykker interesse for Data matching eller Overbooking</p> <p>O5- Uttrykker interesse for bevisoppgaver</p> <p>O6- Uttrykker ikke interesse for bevisoppgaver</p>	<p>Hvilke oppgaver informanten gir uttrykk for er mest interessante</p>
<p>Spørsmål ment for å oppmuntre informanten til å komme med utdypende informasjon» til den overordnede problemstillingen (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 80)</p>		<p>Hvordan informanten begrunner at noen spesifikke oppgaver var mer interessante enn andre</p>
<p>Spørsmål ment for å oppmuntre informanten til å komme med utdypende informasjon» til den overordnede problemstillingen (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 80)</p>		<p>Hvordan ville informanten designet en oppgave</p>
<p>Elevenes behov; ferdigheter i å fremme tenkning på høyere nivå, kreativitet og problemløsning; utvikling av en differensiert læreplan med flere ressurser, berikelse og akselerasjon; skape et trygt, fleksibelt, elevsentrert miljø; og unngåelse av overdreven tillit til begavede studenter som veiledere. (Singer et al., 2016)</p>	<p>Tilrettelegging/TPO</p> <p>TPO-B</p>	<p>Berikelse</p>
<p>Elevenes behov; ferdigheter i å fremme tenkning på høyere nivå, kreativitet og problemløsning; utvikling av en differensiert læreplan med flere ressurser, berikelse og akselerasjon; skape et trygt, fleksibelt, elevsentrert miljø; og unngåelse av overdreven tillit til begavede studenter som veiledere. (Singer et al., 2016)</p>	<p>TPO-D</p>	<p>Differensiering</p>
<p>Nosrati & Wæge (2019) Mange studier om nivådeling har fokusert nesten utelukkende på elevers prestasjoner (se for eksempel Burris, Heubert & Levin, 2006; Burris, Wiley, Welner &</p>	<p>TPO-N</p>	<p>Nivådeling</p>

Murphy, 2008). Disse studiene viser at nivådeling gir marginale positive effekter for høyt-presterende gruppers prestasjoner, mens det samtidig har signifikante negative effekter for de lavt-presterende gruppene.		
Elevenes behov; ferdigheter i å fremme tenkning på høyere nivå, kreativitet og problemløsning; utvikling av en differensiert læreplan med flere ressurser, berikelse og akselerasjon; skape et trygt, fleksibelt, elevsentrert miljø; og unngåelse av overdreven tillit til begavede studenter som veiledere. (Singer et al., 2016)	TPO-A	Akselerasjon
Smedsrud (2018) Forsering handler om at elevene får gå raskere gjennom skoleprogrammet, men ikke nødvendigvis utdanningsløpet - med dette menes det at en ikke har noen spesifikke oppfølgingstiltak om eleven eventuelt skulle fullføre enkelte fag tidligere enn forventet for sin alder. Dette vil igjen utløse fritimer, men ikke nødvendigvis en videre progresjon i læring	TPO-F	Forsering
Spørsmål ment for å oppmuntre informantene til å komme med utdypende informasjon» til den overordnede problemstillingen (Christoffersen & Johannesen, 2012, p. 80)	Positiv og negativ hendelse i matematikk	Beskrivelse av en positiv hendelse
Spørsmål ment for å oppmuntre informantene til å komme med utdypende informasjon» til den overordnede problemstillingen (Christoffersen & Johannesen, 2012, p. 80)	AM Akselerasjon med oppfølging AU Akselerasjon ute oppfølging	Beskrivelse av en negativ hendelse

Vedlegg 6: Oppgaver til intervjuguiden

Oppgaver fra Olympiaden:

Oppgaver hentet fra: <https://www.imo-official.org/problems.aspx>

Oppgave 1.

La $n \geq 100$ være et heltall. Nils skriver tallene $n, n + 1, \dots, 2n$ på hvert sitt kort. Deretter stokker han disse $n + 1$ kortene, og deler dem i to bunker. Vis at minst én av bunkene inneholder to kort hvis påskrevne tall har et kvadrattall som sum.

Oppgave 2.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sqrt{|x_i - x_j|} \leq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sqrt{|x_i + x_j|}$$

Vis at ulikheten holder for alle reelle tall x_1, \dots, x_n .

Oppgave 3.

La D være et indre punkt i den spissvinklede trekanten ABC med $AB > AC$ slik at $\angle DAB = \angle CAD$. Punktet E på linjestykket AC tilfredsstiller $\angle ADE = \angle BCD$, punktet F på linjestykket AB tilfredsstiller $\angle FDA = \angle DBC$, og punktet X på linjen AC tilfredsstiller $CX = BX$. La O_1 og O_2 være omsentrene til trekantene henholdsvis ADC og EXD . Vis at linjene BC , EF og $O_1 O_2$ skjærer hverandre i ett punkt.

Oppgave 4. La Γ være en sirkel med sentrum I , og $ABCD$ en konveks firkant slik at hvert av linjestykkene AB , BC , CD og DA tangerer Γ . La Ω være omsirkelen til trekanten AIC . Forlengelsen av BA bortenfor A skjærer Ω i X , og forlengelsen av BC bortenfor C skjærer Ω i Z . Forlengelsene av AD og CD bortenfor D skjærer Ω i henholdsvis Y og T . Vis at:

$$AD + DT + TX + XA = CD + DY + YZ + ZC.$$

Oppgave 5. To ekorn, Niels og Henrik, har samlet 2021 valnøtter før vinteren. Niels nummererer valnøttene fra 1 til 2021, og graver 2021 hull i bakken langs en sirkel rundt

favorittreet deres. Neste morgen legger Niels merke til at Henrik har plassert én valnøtt i hvert av hullene, men uten å bry seg om nummereringen. Misfornøyd bestemmer Niels seg for å omplassere valnøttene ved å utføre en serie av 2021 trekk. I trekk k bytter Niels om de to nabovalnøttene til valnøtt k . Vis at det finnes en verdi av k slik at Niels i trekk k bytter om to valnøtter a og b slik at $a < k < b$.

Oppgave 6. La $m \geq 2$ være et heltall, A en mengde av (ikke nødvendigvis positive) heltall, og $B_1, B_2, B_3, \dots, B_m$ delmengder av A . Anta at for enhver $k = 1, 2, \dots, m$ er summen av elementene i B_k lik m^k . Vis at A inneholder minst $m/2$ elementer.

Problemløsningsoppgaver:

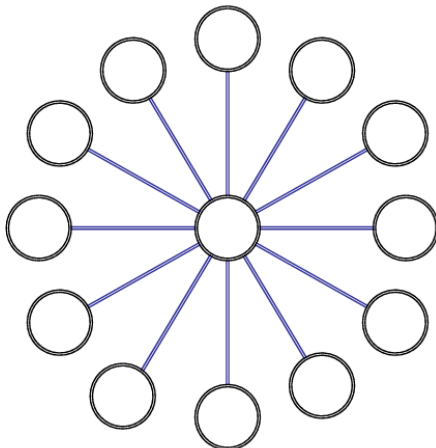
Oppgaver hentet fra:

<https://www.matematikkenteret.no/sites/default/files/attachments/product/Probleml%C3%B8sningsoppgaver.pdf>

TJUEEN

Materiell: 13 brikker nummerert fra 1 til 13.

Oppgave: Plasser brikkene i sirklene nedenfor slik at summen langs hver rette linje blir tjueen.

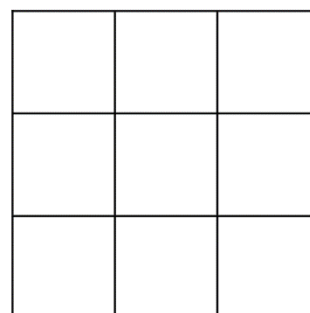


ADDISJONSMYSTERIET

Materiell: 9 brikker merket henholdsvis $x-4$, $x-3$, $x-2$, $x-1$, x , $x+1$, $x+2$, $x+3$ og $x+4$.

Oppgave: Plasser brikkene i rutene nedenfor slik at:

- * Det er en brikke i hvert felt.
- * Summen langs hver rad, kolonne og hoveddiagonal blir den samme.



Kognitive oppgaver:

Overbooking (hentet fra: <https://www.mattelist.no/509>)

Et flyselskap har et fly med 400 seter. Sannsynligheten for at en passasjer som har kjøpt billett, møter opp og blir med flyet, er 0,95.

Hvis flyselskapet selger 400 billetter, hvor mange tomme seter kan vi da forvente at det blir?

Flyselskapet har rutiner for å selge mer enn 400 billetter til en flyreise.

Hvor mange billetter kan selskapet selge hvis de ikke vil måtte avvise passasjerer som har billett og har møtt opp, i mer enn høyst ca. 2 prosent av avgangene?

Data Matching (hentet fra: <https://www.mattelist.no/471>)

I Matteby har det vært fire bankran på samme kveld!

I hver bank har ranerne kommet seg inn ved å bruke en inngangskode på fire bokstaver, der bokstavene står i omvendt alfabetisk rekkefølge.

En kriminell bande med 16 personer er mistenkt, men det er vanskelig å bevise at det er de som har utført ranene.

Detektiv Matteson var med å ransake banden, og de fant 1 lapp med noen koder i lomma til hver av personene. Det ser ut til å være datasett med navn fra A til P.

Sett 1A				
8	4	16	12	6
2	4	18	14	8
16	12	18	2	16
0	12	8	12	16
0	0	12	16	4
0	8	8	10	16
0	12	14	8	10
0	2	14	18	4
8	0	14	18	12
16	12	8	14	0
Sett 1E				
11	7	6	7	11
9	4	11	9	12
9	7	13	11	5
10	17	10	6	7
10	15	8	9	12
7	7	12	15	5
6	11	10	12	11
6	12	12	6	12
6	5	6	5	9
7	11	7	15	11
Sett 1I				
18	13	6	13	5
14	14	12	12	13
13	12	13	2	6
13	13	12	3	19
14	12	16	13	9
0	7	2	0	5
13	13	12	5	14
16	9	12	6	14
12	12	5	12	7
7	7	7	7	5
Sett 1M				
0	2	16	6	8
8	10	10	12	2
8	10	0	4	14
8	16	18	12	2
12	18	4	14	8
4	0	16	12	12
18	12	18	10	12
6	10	4	16	18
10	0	16	8	18
12	16	10	8	0
Sett 1B				
12	6	12	6	5
7	5	6	13	12
16	12	14	8	13
13	13	6	11	7
6	12	12	5	5
6	14	0	12	14
12	13	12	5	13
6	14	5	0	6
14	6	13	1	14
4	3	12	6	13
Sett 1F				
19	12	13	2	19
18	16	7	15	9
18	11	12	15	10
17	3	18	14	13
11	10	9	17	17
12	18	12	13	15
17	12	16	17	10
11	16	13	11	17
11	17	14	16	7
10	10	18	17	12
Sett 1G				
16	2	8	4	8
18	16	0	8	14
14	4	8	12	2
18	10	16	8	12
8	8	14	4	4
8	14	18	4	12
8	8	8	0	16
4	0	4	4	4
8	14	18	6	16
14	0	8	0	12
Sett 1H				
14	14	18	8	13
16	13	19	8	18
17	13	5	14	15
8	13	17	4	12
19	15	11	12	17
4	17	13	18	19
8	12	18	8	8
7	12	10	18	18
17	8	7	15	18
16	14	13	11	17
Sett 1J				
8	12	14	5	5
16	15	14	5	15
12	5	7	10	19
7	13	13	4	7
5	13	6	5	13
13	5	18	15	14
6	13	3	6	16
7	5	14	6	1
7	12	14	14	5
13	10	17	5	2
Sett 1K				
8	8	6	0	6
8	6	8	0	4
16	6	2	12	4
6	18	10	12	0
16	0	4	4	12
14	16	12	14	16
14	16	8	16	10
16	2	2	6	8
14	4	4	2	16
16	2	14	12	4
Sett 1L				
10	6	14	7	8
11	9	9	14	11
16	6	7	12	10
5	11	6	8	9
12	11	11	12	7
3	7	15	16	11
9	10	8	14	13
8	9	15	7	10
10	13	7	10	9
7	13	13	8	3
Sett 1N				
12	12	11	13	10
11	10	11	5	11
5	10	9	13	15
11	11	7	12	8
11	13	10	12	12
10	10	12	4	10
10	6	14	8	11
15	9	9	5	5
12	10	10	7	10
9	9	7	16	10
Sett 1O				
0	11	12	5	13
19	13	7	5	5
6	6	12	17	9
14	5	5	7	5
4	16	14	13	19
6	13	7	0	7
7	18	18	7	6
6	14	12	12	6
13	13	17	13	6
19	14	10	13	9
Sett 1P				
17	7	7	17	18
11	16	12	13	13
11	16	5	18	9
12	15	12	16	19
9	19	18	18	19
19	17	14	14	5
11	12	10	13	9
4	17	15	17	17
8	16	18	17	5
19	19	16	13	17

Detektiv Matteson tror at disse datasettene inneholder inngangskodene til bankene, og at ranerne hadde delt seg i fire ulike grupper som ranet hver sin bank. Hvis han kan finne ut av hvilke sett som hører sammen så kan han bevise at ranerne hadde riktig kombinasjon av bokstaver for å komme seg inn i hver bank.

Kan du hjelpe detektiv Matteson med å sortere datasettene i fire grupper der dataene i hver gruppe har de samme hovedtrekkene?

Hva var adgangskoden til hver av de fire bankene?