Høgskulen på Vestlandet

Matematikk 3, emne 4 - Masteroppgave

MGUMA550-O-2023-VÅR2-FLOWassign

Predefinert informasjon

Startdato:	02-05-2023 09:00 CEST	**Termin:**	2023 VÅR2
Sluttdato:	15-05-2023 14:00 CEST	**Vurderingsform:**	Norsk 6-trinns skala (A-F)
Eksamensform:	Masteroppgave - Bergen		
Flowkode:	203 MGUMA550 1 O 2023 VÅR2		
Intern sensor:	(Anonymisert)		

Deltaker

Kandidatnr.:	232

Informasjon fra deltaker

Antall ord *:	29995

Egenerklæring *: Ja

Jeg bekrefter at jeg har registrert oppgavetittelen på norsk og engelsk i StudentWeb og vet at denne vil stå på vitnemålet mitt *: Ja

Jeg godkjenner avtalen om publisering av masteroppgaven min *

Ja

Er masteroppgaven skrevet som del av et større forskningsprosjekt ved HVL? *

Nei

Er masteroppgaven skrevet ved bedrift/virksomhet i næringsliv eller offentlig sektor? *

Nei

Høgskulen på Vestlandet

MASTEROPPGAVE

Tilpasset opplæring i matematikkundervisning for elever med lave mestringsforventninger

Adapted education in teaching mathematics for students with low self-efficacy

Jonas Kvam

Master i undervisningsvitenskap med fordypning i matematikk

Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett (FLKI)

Veileder: Johan Lie

15. mai 2023

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, *jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 12-1*

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på en femårig studieperiode i byen i mitt hjerte – Bergen. Å skrive masteroppgave er ikke enkelt, men det blir brått en enklere prosess dersom man omringes av gode støttespillere. Når jeg nå straks skal starte min lærerkarriere er jeg takknemlig for den lærdommen og de erfaringene jeg har gjort meg med dette forskningsprosjektet. Opplevelsen av flere ben å stå på i møte med elevmangfold i den norske skolen er absolutt til stede, og jeg ser virkelig frem til å arbeide som grunnskolelærer. Det er mange viktige personer som har bidratt på denne reisen på ulikt vis, og som jeg ønsker å takke.

Takk til skolen, læreren og elevene som sa ja til å være med på dette forskningsprosjektet. Uten dem hadde ikke studien vært mulig å gjennomføre.

Takk til min veileder, Johan Lie, for gode råd og konstruktive tilbakemeldinger i forbindelse med oppgaveskrivingen generelt og utformingen av undervisningsopplegget spesielt. Takk til Rune Herheim, som på kort varsel kunne stille opp som «prosjektansvarlig» for dette forskningsprosjektet, i forbindelse med søknad til NSD.

Tusen hjertelig takk til min kjære kone, Gyri, for all god hjelp og støtte, og for at du har tatt vare på meg, hjemmet vårt, og vår lille datter som kom til verden i januar – som var litt tidligere enn forventet. Jeg vil også rette en stor takk til familien for øvrig, for all god hjelp og uforbeholden støtte den tiden vi var på barneklinikken, og videre gjennom hele perioden med masterskriving.

Mai, 2023

Jonas

Sammendrag

Da den nye læreplanen ble innført i 2020 ble utforsking og problemløsing satt på dagsorden. Målet er å forberede norske elever på et samfunn og arbeidsliv i utvikling ved å gi dem kompetanse i matematisk problemløsing. Parallelt med dette er det skolens oppgave å legge til rette for læring for *alle* elever, og stimulere den enkeltes motivasjon, lærelyst og tro på egen mestring. Dagens forskning løfter frem mangler knyttet til ulike planleggingsmodeller som kan støtte lærere i deres planlegging av tilpasset matematikkundervisning. Med dette som bakteppe, samt studier som etterlyser mer kunnskap om tilpasset opplæring i matematikkundervisning, har følgende problemstilling blitt adressert:

Hvordan kan problemløsing tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk?

For å belyse ovennevnte problemstilling har det blitt gjennomført en casestudie med elever på 10. trinn fra en skole på Vestlandet. Det ble tatt lydopptak av seks arbeidsgrupper bestående av fire elever i arbeid med tilpassede problemløsingsoppgaver. I forbindelse med studien har det blitt utformet et undervisningsopplegg som baserer seg på en revidert utgave av Blooms taksonomi – et differensieringsverktøy for lærere. For å studere og analysere elevenes interaksjoner har Anna Sfard (2007) sin kommognisjonsteori, med utgangspunkt i de fire diskursive kategoriene, blitt benyttet. Ved å rette fokuset mot elevers kommunikasjon og kollektive læringsprosesser, har det vært mulig å gjøre forskningsresultatene i denne studien målbare. Basert på analysen som har blitt foretatt løftes det frem tre funn som kan si noe om hvordan problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk: å organisere problemløsing i mindre arbeidsgrupper, å inkludere et rikt utvalg av visuelle mediatorer, og å legge til rette for positive mestringserfaringer.

Flere forskere peker på at læreres perspektiver på tilpasset matematikkundervisning, og ulike kvaliteter ved tilpassede matematikkoppgaver, tydeliggjør hvor viktig kunnskap om tilpassede oppgaver er for læreres profesjonelle utvikling. Hensikten med denne studien var dermed å gi økt kunnskap til lærere om hvilke konkrete handlingsvalg man kan ta i bruk for å differensiere matematikkundervisning på ungdomstrinnet. Kjennskap til muligheter ved ulike differensieringsverktøy kan være verdifullt for lærere i deres arbeid med utforming og planlegging av undervisningsopplegg, og kan vise seg å være avgjørende for elevers faglige utvikling og mestring i matematikk. Den reviderte utgaven av Blooms taksonomi har universelle trekk fra pedagogikken, noe som gjør at funnene fra denne studien kan ha overføringsverdi til andre matematiske områder.

Abstract

When the new curriculum was introduced in 2020, exploration and problem-solving were put on the agenda. The goal is to prepare Norwegian students for a society in development and a changing job market, by providing them with competence in mathematical problem-solving. At the same time, it is the school's responsibility to facilitate learning for *all* students and stimulate each individual's motivation, desire to learn, and belief in their own mastery.
Current researchers highlight deficiencies related to various planning models that can support teachers in their planning of adapted mathematics education. With this as a background, as well as studies calling for more knowledge about adapted education in mathematics teaching, the following research question has been addressed: *How can problem-solving be adapted for students with low self-efficacy in mathematics?*
To illuminate the research question mentioned above, a case study was conducted with 10th-grade students from a school in Western Norway. Audio recordings were taken of six workgroups consisting of four students working on adapted problem-solving tasks. In connection with the study, a teaching plan based on a revised version of Bloom's Taxonomy – a differentiation-tool for teachers – has been developed. The theory of commognition by Anna Sfard (2007), based on the four discursive categories, has been used to study and analyze the students' interactions. By focusing on students' communication and collective learning processes, it has been possible to make the research results in this study measurable. Based on the conducted analysis, three findings which shows how problem-solving can be adapted for students with low self-efficacy in mathematics are highlighted: organizing problem-solving in smaller workgroups, including a rich selection of visual mediators, and facilitating positive mastery experiences.
Several researchers point out that teachers' perspectives on adapted mathematics education, and various qualities of adapted mathematics tasks, highlight the importance of knowledge of adapted tasks for teachers' professional development. The purpose of this study was therefore to provide increased knowledge to teachers about specific actions that can help differentiate mathematics education at the secondary level. The knowledge of the possibilities of various differentiation-tools can prove to be valuable for teachers in their work on designing and planning teaching plans, as it is crucial for students' academic development and mastery in mathematics. The revised version of Bloom's Taxonomy has universal characteristics from pedagogy, which means that the findings from this study may have transferable value to other mathematical areas.

Innhold

Figurliste

1.0 Innledning

Dette er en masteroppgave som handler om tilpasset opplæring i matematikkundervisning. Mer spesifikt fokuseres det på hvordan arbeid med problemløsing kan tilpasses de ulike læringsbehovene i en elevgruppe på ungdomstrinnet. I dette innledningskapittelet vil bakgrunnen for valg av tema, oppgavens formål og problemstilling bli presentert. Videre vil jeg ta for meg sentrale begreper innenfor tilpasset opplæring og matematisk problemløsing, samt presentere det analytiske rammeverket som er benyttet i denne studien. Til slutt vil det gis en oversikt over struktur og innhold i de påfølgende kapitlene.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Dagens klasserom er fylt med et mangfold av elever (Idsøe, 2020). Dette er elever som har ulike styrker og begrensninger, ulik kulturell bakgrunn og familiebakgrunn og ulike interesser. I tillegg til dette har alle elever et ulikt læringspotensial (Idsøe, 2020). Noen elever lærer raskt og tilegner seg mer kompleks kunnskap enn forventet for sin aldersgruppe. Andre elever ligger mer mot midten og gjør det greit på skolen. Det er også noen elever som strever med å lære og å tilegne seg kunnskap. Det alle disse elevene har til felles, på den andre siden, er retten til en differensiert og tilpasset opplæring. Opplæringsloven (1998, §1-3) slår fast at «opplæringa skal tilpassast evnene og føresetnadene hjå den enkelte eleven, lærlingen, praksisbrevkandidaten og lærekandidaten». Dette prinsippet er grunnleggende og omfatter alle elever og all opplæring, noe som gjør tilpasset opplæring og valg av undervisningsmetode til et sentralt tema i den norske skolen.

Differensieringsbegrepet er ikke noe nytt for vår skole. Det har vært relevant helt siden barneskolen i Norge ble utvidet fra 7 til 9 år i 1969 (Kunnskapsdepartementet, 2011, s. 20). Grunnskolen bygger på premisset om opplæring innenfor felleskapets rammer. Alle elever i Norge har krav på undervisning som bygger på deres behov og forutsetninger (Idsøe, 2020). Inkluderingsperspektivet gjelder også elever med særskilte behov som skal ta del i det sosiale, faglige og kulturelle fellesskapet på en likeverdig måte (Befring, Næss & Tangen, 2019). Idsøe (2020) forklarer videre at en inkluderende skole betyr at de elevene som har behov for tilrettelegging, bør få dette innenfor et helhetlig utdanningssystem med felles læringsarenaer. I stortingsmeldingen fra 2019 understrekes det at: «Det er behov for mer kunnskap om hvordan lærerne skal jobbe for at alle barn kan utnytte sitt potensial og oppleve mestring» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 53). Dette er en forpliktelse som følger av det ovennevnte lovfestede prinsippet som sier at opplæringen skal tilpasses evnene og forutsetningene til den enkelte elev (jf. Opplæringslova, 1998, §1-3).

Da den nye læreplanen ble innført i 2020 ble utforsking og problemløsing satt på dagsorden. Målet er å forberede norske elever på et samfunn og arbeidsliv i utvikling ved å gi dem kompetanse i matematisk problemløsing. I tillegg til å bli inkludert som et av kjerneelementene i matematikk, blir utforsking og problemløsing også nevnt under fagets relevans og sentrale verdier: «Matematikk skal bidra til at elevene utvikler evne til å jobbe selvstendig og samarbeide med andre gjennom utforsking og problemløsing, og kan bidra til at elevene blir mer bevisste på sin egen læring. Når elevene får mulighet til å løse problemer og mestre utfordringer på egen hånd, bidrar dette til å utvikle utholdenhet og selvstendighet» (Utdanningsdirektoratet, 2020, Fagets relevans og sentrale verdier, Matematikk 1-10 (MAT01-05)).

Utdanningsdirektoratet viser også til at elevene trenger et godt begrepsapparat, og at de må få muligheter til å kunne argumentere, resonnere og vurdere om svarene deres er riktige. Parallelt med dette er det skolens oppgave å legge til rette for læring for *alle* elever, og stimulere den enkeltes motivasjon, lærelyst og tro på egen mestring. Hubbard & Livy (2021) løfter frem mangler knyttet til ulike planleggingsmodeller som kan støtte lærere i deres planlegging av tilpasset matematikkundervisning. Bardy, Holzäpfel & Leuders (2021) sin forskning retter søkelyset mot hvordan lærere kan tilrettelegge for at alle elever aktiveres kognitivt på et individuelt nivå, gjennom utvelgelsen av tilpassede oppgaver i matematikk. I følge Bardy, et.al (2021) burde lærere være i stand til å identifisere, modifisere og velge ut passende oppgaver til et elevmangfold. De peker videre på at når lærere planlegger sin undervisning i matematikk må læreren vurdere hvilke oppgaver som har et såkalt *differensieringspotensiale*, slik at alle elever kan fullføre den samme oppgaven på samme tid – men på ulike nivå. Studien til Bardy, et.al (2021) tydeliggjør hvor viktig kunnskap om tilpassede oppgaver er for læreres profesjonelle utvikling.

I den nye læreplanens overordnede del, om verdier og prinsipper for grunnopplæring, står det at: «Læreren er avgjørende for et læringsmiljø som motiverer og bidrar til at elevene lærer og utvikler seg» (Utdanningsdirektoratet, 2017, s.18). Videre presiserer Kunnskapsdepartementet (2011, s.20) at: «Det å mestre pedagogisk differensiering i klasserommet er en viktig kompetanse for den profesjonelle læreren». Andre kompetanser som Kunnskapsdepartementet understreker at alle lærere bør inneha er fagkompetanse, didaktisk kompetanse, ledelseskompetanse og relasjonskompetanse (jf. Kunnskapsdepartementet, 2009). Ordlyden over viser tydelig at lærerens rolle er utslagsgivende i møte med differensiering og tilpasning av undervisning for elever. Det kan også argumenteres for at tilpasset opplæring i skolen er et tema både lærere og foreldre opptas av i møte med læreplanens mange kompetansemål.

1.2 Formål og problemstilling

I min masteravhandling ønsker jeg å forske på hva lærere gjør i møte med elevgrupper bestående av ulike nivå og utgangspunkt. Lærerens rolle er kompleks, og jeg ønsker å bidra til å belyse noen av utfordringene læreren står overfor i undervisningen av matematikk på ungdomstrinnet – mer spesifikt tilpasset opplæring for elever med lave mestringsforventninger i matematikk. Parsons et.al (2018) skriver at differensiering er «en hjørnestein for effektiv undervisning» og blir vurdert som «gullstandarden som lærerne må sikte mot» (Parsons, et.al, 2018, s.206). Som tidligere nevnt blir det etterspurt mer empiri knyttet til planlegging av tilpasset matematikkundervisning, samt forskning på hvordan alle elever kan aktiveres i matematikken og oppleve mestring. Med dette som bakteppe har målet vært å utarbeide en nyttig tekst som undersøker og belyser læreres tilpasninger og valg av undervisningsmetoder, med spesielt fokus på elevers utvikling og læring i matematisk problemløsing.

Et overordnet mål for denne studien er å forske på matematikkundervisning. Jeg motiveres av et ønske om å skrive en masteroppgave jeg kan få bruk for, samt å utvide min matematikkdidaktiske «verktøykasse» hva gjelder strategier for tilpasning og differensiering i undervisningen av matematikk. Min personlige interesse for temaet omhandler et ønske om «flere ben å stå på» i møte med ulike elevgrupper. Jeg ønsker å undersøke hva lærere gjør, hvordan de gjør det og hvorfor de gjør som de gjør i møte med mangfold og ulike læringsbehov blant elevene i matematikktimene sine. Gjennom dette forskningsprosjektet ønsker jeg å undersøke hvordan lærere kan tilpasse sin undervisning for elever som kan klassifiseres som «elever med lave mestringsforventninger i matematikk». Oppgavens hensikt er dermed å kunne bidra til økt kunnskap på forskningsfeltet, gjennom å belyse hvordan problemløsing kan tilpasses elever som enten strever med matematikk, eller presterer lavere enn forventet for sin aldersgruppe eller som hindres av sine egne tanker om at «dette får jeg ikke til». Hensikten med oppgaven er ytterligere å gi økt kunnskap til lærere om hvilke konkrete handlingsvalg man kan ta i bruk for å differensiere matematikkundervisning på ungdomstrinnet. Med dette som utgangspunkt har følgende problemstilling blitt utformet:

Hvordan kan problemløsing tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk?

På bakgrunn av denne problemstillingen har det blitt gjennomført en kvalitativ studie, hvor jeg har studert et lite utvalg elevers kommunikasjon i arbeid med problemløsingsoppgaver.

1.3 Begrepsavklaring

I ovennevnte problemstilling blir det tatt i bruk flere begreper som må redegjøres for. Dette gjøres for å avklare både meningsinnhold og hvilke avgrensninger som har blitt gjort av hensyn til oppgavens omfang. Begrepene «tilpasset opplæring, «problemløsing» og «elever med lave mestringsforventninger» er relativt store begreper, og under følger en redegjørelse for hvilket utgangspunkt som har vært gjeldende i anvendelsen av disse begrepene i denne studien.

1.3.1 Tilpasset opplæring

Tilpasset opplæring handler om å tilpasse undervisning slik at alle elever kan få oppleve mestring og utfordringer. Det er elevenes evner og forutsetninger som skal være utgangspunktet for de tilpasningene som gjøres – jf. Opplæringsloven §1-3. Ved å tilpasse eller *differensiere* undervisning kan man bedre møte mangfoldet og variasjonen blant elever. Heacox (2012) skriver at ved å ta hensyn til denne variasjonen kan lærere differensiere opplæringen for så mange elever som mulig.

Tilpasset opplæring og differensiert undervisning henger tett sammen. Differensiering blir sett på som et virkemiddel for å oppnå tilpasset opplæring. Differensiering er et rammeverk eller en filosofi som gjør det mulig for elever på alle nivåer å utvikle sitt potensial i skolen (Munro, 2012). Å differensiere et opplæringsforløp handler om komplekse planleggings- og undervisningsferdigheter, lærerens egne forutsetninger og egen kompetanse til å kvalitetsforbedre opplæringen gjennom differensiering (Deunk, Doolard, Smale-Jacobse & Bosker, 2015).

I denne oppgaven tas det utgangspunkt i bruken av *pedagogisk differensiering*. I pedagogisk differensiering tilpasser læreren undervisningens innhold, prosess og produkt til elevenes potensial, motivasjon, kunnskapsnivå og interesser (Idsøe, 2014a; Tomlinson, 2017).

Pedagogisk differensiering er i tråd med Vygotsky sin «optimale utviklingssone», hvor læringsmuligheter er tilpasset elevenes evner og forutsetninger (Idsøe, 2014a). Grunntanken er her at elevene må stimuleres litt utover hva de allerede vet og kan for at læring skal finne sted. Dersom elevene mangler utfordringer kan de bli demotiverte og med tiden underprestere – læring finner ikke sted (Børte, Lillejord & Johansson, 2016). Dersom utfordringene er for store og langt over elevenes mestringsnivå kan elevene bli frustrert og gi opp – læring finner ikke sted (Sousa & Tomlinson, 2011; Vygotsky, 1986). Dette er et prinsipp som gjelder alle elever, både de som har behov for ekstra støtte og de som trenger større utfordringer.

1.3.2 Problemløsing i matematikk

Problemløsing er ikke nødvendigvis et entydig begrep. Schoenfeld (1992) forklarer at problemløsing i matematikk har blitt brukt både som øvingsoppgaver og som arbeid med mer «profesjonelle» matematiske oppgaver. I følge Bjørkqvist (2007) har problemløsingsoppgaver ofte vært assosiert med tekstoppgaver. Mason & Davis (1991) beskriver problemløsing i matematikk som en oppgave eller et problem, hvor problemløseren på forhånd ikke vet hvordan den kan løses. Når det kommer til arbeid med problemløsing i matematikk blir ofte *problemløsingsprosessen* fremhevet som spesielt viktig. Å arbeide systematisk og reflektert med problemløsing er like viktig som løsningen i seg selv. Det er under denne problemløsingsprosessen at læring finner sted.

I denne oppgaven vises det også til Utdanningsdirektoratet sine kjerneelementer i matematikk. Under kjerneelementet «Utforskning og problemløsing», fra den nye læreplanen LK20, heter det blant annet: «Utforsking i matematikk handler om at elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse. Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene. Problemløsing i matematikk handler om at elevene utvikler en metode for å løse et problem de ikke kjenner fra før» (Utdanningsdirektoratet, Kjerneelementer, Matematikk 1-10 (MAT01-05)). Problemløsing i matematikk handler også om å analysere og omforme kjente og ukjente problemer, løse dem og vurdere om løsningene er gyldige. Dette er klare definisjoner som kan fungere som et samlende utgangspunkt for hva problemløsing i matematikk dreier seg om og hva det i denne studien arbeides ut fra.

1.3.3 Elever med lave mestringsforventninger

Det kan være uheldig å kategorisere elever basert på deres kunnskapsnivå og ferdigheter. Det kan oppleves som urettferdig å «stemple» elevene da de er i kontinuerlig og dynamisk utvikling (Idsøe, 2020). Samtidig kan det hjelpe oss å forstå de ulike behovene elevene har. Elever med lave mestringsforventninger, eller lav mestringstro, kjennetegnes av at de er raske til å tenke «dette får jeg ikke til». Elever med lave mestringsforventninger er ikke nødvendigvis kun elever som strever med matematikk, eller elever som presterer lavere enn forventet for sin aldersgruppe. Uavhengig av måloppnåelse, eller elevenes karakterer i matematikkfaget, er det hovedsakelig elevenes egne tanker om hva de kan klare som ofte kan hindre dem.

Det er summen av disse ovennevnte tankene som ble utgangspunktet for Albert Bandura sin utforming av teorien om *self-efficacy* på 1970-tallet. Selve begrepet self-efficacy kan oversettes til *mestringsforventning* på norsk, og kan forklares ved «beliefs in one´s capability to organize and execute the courses of action required to produce given attainments» (Bandura, 1977, s. 3). Med andre ord handler det om forventning og tro på egne ferdigheter til å utføre en oppgave eller løse et problem. Bandura sin teori om mestringsforventning ble utformet med utgangspunkt i fire informasjonskilder som omhandlet ulike erfaringer: mestringserfaringer, vikarierende erfaringer, oppmuntring, støtte og overtalelse fra andre og psykologiske og fysiologiske tilstander. I følge Bandura (1997) er informasjonskilden «mestringserfaringer» den mest innflytelsesrike kilden til elevers mestringsforventninger. Det er en rekke studier som underbygger Bandura sin påstand når det kommer til synet på sammenhengen mellom elevers mestringserfaringer og mestringsforventninger: Britner & Pajares, 2006; Butz & Usher, 2015; Jöet, Usher & Bressoux, 2011; Lopez & Lent, 1992; Stevens, Olivárez jr. & Hamman, 2006; Usher & Pajares, 2008). Utover dette påpekte i tillegg Usher & Pajares (2008) at elevers mestringserfaringer var den eneste av de fire ovennevnte informasjonskildene som hadde en signifikant sammenheng med elevenes mestringsforventning. Dette var funn som var gjeldende i samtlige av deres studier. På bakgrunn av dette har jeg valgt å vektlegge elevers mestringserfaringer, sett i sammenheng med elever med lave mestringsforventninger, i denne studiens kapitler om tidligere forskning (se kapittel 3) og diskusjon (se kapittel 6).

Psykolog og forsker ved Stanford University, Carol Dweck, har forsket på hvordan et såkalt «fixed mindset», eller «låst tenkemåte» på norsk, kan hindre elevers læring og mestring (Dweck, 2007). Dersom man har en låst tenkemåte tenker man at «enten er noen smart eller ikke». Dweck (2007) forklarer at det elever med lave mestringsforventninger trenger, er lærere som kommuniserer til dem at de har tro på at de kan oppnå bedre resultater og at innsats bidrar til endring. I denne oppgaven tas det utgangspunkt i at elever med lave mestringsforventninger påvirkes av sin egen låste tenkemåte. Det vises også til Dweck (2007) sin forskning på ulike tenkemåter og Boaler (2010) sin overføring av disse funnene til undervisning og spesielt matematikkundervisning. Boaler (2010) skriver at matematikk er det faget som kommuniserer de sterkeste låst-tenkemåte-beskjedene til elever. Matematikk er et fag hvor det raskt kan bli synlig hva man mestrer og ikke.

1.4 Oppgavens struktur

I innledningskapittelet blir bakgrunn for valg av tema, formålet med oppgaven og utformingen av problemstillingen presentert. Videre blir det gitt en oversikt over sentrale begreper som omhandler tilpasset opplæring og problemløsing, samt elever med lave mestringsforventninger i matematikk.

I kapittel 2 legges det frem relevant teori og forskning knyttet til oppgavens problemstilling. Det vises her til en revidert utgave av Blooms taksonomi, teori om problemløsing og problemløsing i mindre grupper. Det blir også gitt en presentasjon av Anna Sfard sin teori om kommognisjon med utgangspunkt i de fire diskursive kategoriene: ord, narrativ, visuelle mediatorer og rutiner. Sfard sin kommognisjonsteori har blitt brukt som analyseverktøy for å diskutere i hvilken grad Blooms taksonomi, teori om problemløsing og problemløsing i mindre grupper påvirker elevenes diskurser.

I kapittel 3 presenteres tidligere forskning på feltet. Her gis det en oversikt over tidligere forskning på tilpasset opplæring i skolen generelt, og videre tilpasset opplæring i matematikkundervisning spesielt. Deretter presenteres det også forskningsstudier knyttet til elevers mestringsforventninger i matematikk. For å synliggjøre hvilke faktorer som påvirker elevers mestringsforventninger, når de skal løse matematiske problemer, vises det også til forskning knyttet til *mestringserfaringer* i matematikk.

I kapittel 4 blir det gjort rede for oppgavens forskningsdesign og valg av metode for datainnsamling. Videre blir det gitt en beskrivelse av undervisningsopplegget som har blitt benyttet i denne studien, samt planleggingen og utformingen av det. Det blir også gitt et innblikk i analyseprosessen. Til slutt legges det frem refleksjoner knyttet til oppgavens forskningskvalitet og hvilke etiske hensyn som har blitt foretatt.

I kapittel 5 presenteres fire episoder fra datainnsamlingen som har vært gjenstand for dypere analyse. Analysen har blitt gjennomført med utgangspunkt i Sfard (2007) sin kommognisjonsteori og de fire diskursive kategoriene: ord, visuelle mediatorer, narrativ og rutiner. De fire diskursive kategoriene brukes til å analysere hvordan problemløsing i mindre grupper påvirker deltakernes produksjon av narrativ. Videre undersøkes det hvordan inkluderingen av verbene fra Blooms taksonomi kan legge til rette for elevenes matematiske samtaler.

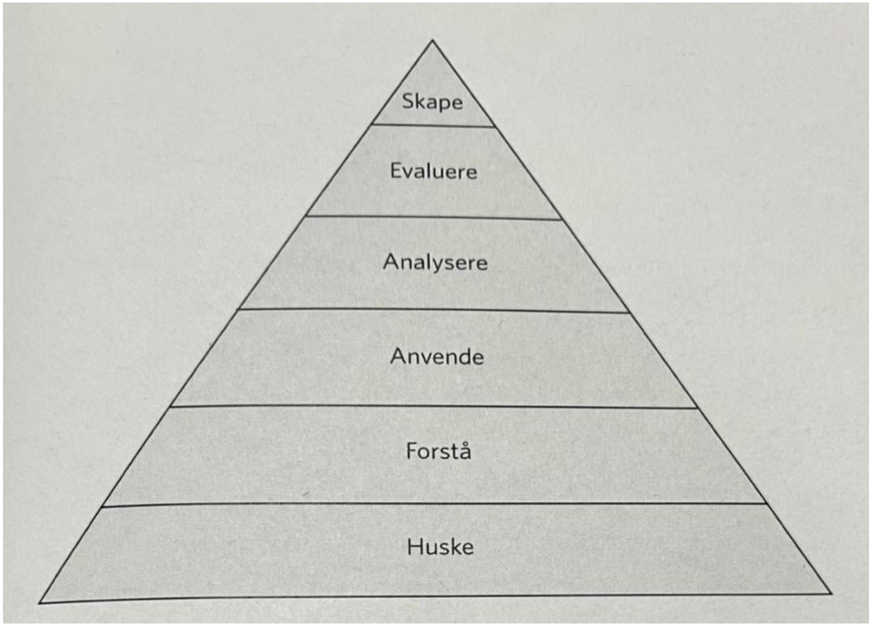
I kapittel 6 oppsummeres funnene fra analysen. Disse funnene blir videre diskutert i lys av tidligere forskning på feltet. Videre vises det til undervisningsmessige implikasjoner knyttet til organisering og gjennomførelse av problemløsing i mindre arbeidsgrupper. Til slutt løftes oppgavens begrensinger frem, før jeg kommer med avsluttende refleksjoner og forslag til videre forskning.

2.0 Teori

I dette kapittelet legges det frem relevant teori og forskning knyttet til oppgavens problemstilling. Teorien og forskningen som vektlegges har som mål å bidra til å belyse hvordan problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk. Det vises her til en revidert utgave av Blooms taksonomi – et verktøy for differensiert undervisning. Videre presenteres teori om problemløsing i matematikk, samt problemløsing i mindre grupper. Brorparten av dette kapittelet brukes dog til å redegjøre for Anna Sfard sin teori om kommognisjon, som har blitt benyttet som analytisk rammeverk i denne studien.

2.1 Blooms taksonomi

Blooms taksonomi er et verdifullt rammeverk for å planlegge differensiert opplæring og tilpasse undervisning. Den reviderte utgaven av Blooms taksonomi viser hvordan lærere kan bruke taksonomien for å oppnå kognitiv variasjon og dybde (Anderson mfl., 2000). Dette er i tråd med den nye læreplanen (LK20) sitt kompetansebegrep, som legger vekt på dybdelæring: «Kunnskap innebærer å kjenne til og forstå fakta, begreper, teorier, ideer og sammenhenger innenfor ulike fagområder og temaer. Ferdigheter er å beherske handlinger eller prosedyrer for å utføre oppgaver eller løse problemer, og omfatter blant annet motoriske, praktiske, kognitive, sosiale, kreative og språklige ferdigheter. Kompetansebegrepet omfatter også forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning i fag, noe som er viktig for å forstå teoretiske resonnementer og for å utføre noe praktisk. Refleksjon og kritisk tenkning henger sammen med utvikling av holdninger og etisk vurderingsevne» (Overordnet del – Kompetanse i fagene, Utdanningsdirektoratet, 2017). Kompetansebegrepet fra LK20 beskriver de samme kategoriene som man finner i Blooms pyramide: (å huske, å forstå, å anvende kunnskap i praksis, å vurdere, å reflektere og å tenke nytt). Kategoriene i Blooms pyramide kan brukes for å utforme ulike typer oppgaver, eller stille spørsmål på forskjellige nivåer basert på det stimuleringsnivået elevene trenger. Figuren under viser inndelingen på seks nivåer:



Figur 1. *Illustrasjon av Anderson og Krathwohls (2001) reviderte taksonomi basert på Bloom.*

Den opprinnelige taksonomien inneholdt seks kategorier fra enkle til mer komplekse kognitive prosesser. Kategoriene representerer et hierarki hvor man må mestre ett nivå for å kunne mestre det neste (Agerwal, 2018). Den reviderte taksonomien er skrevet i verbform og inneholder kategoriene: huske, forstå, anvende, analysere, evaluere og skape. De kognitive kategoriene «huske, forstå og anvende» blir ofte omtalt som kunnskaper på lavere taksonomisk nivå, eller lavere ordens kognitive nivå. Kategoriene «analysere, evaluere og skape» blir gjerne omtalt som kunnskaper på høyere taksonomisk nivå, eller høyere ordens kognitive nivå (Agerwal, 2018).

Som nevnt over inneholder Blooms taksonomi seks kategorier eller nivåer. Det første nivået omhandler verbet «huske», som innebærer at eleven kan gjengi innlært stoff. Blooms andre nivå er «forstå». Elever som mestrer dette nivået kan sammenfatte og gjengi kunnskap med egne ord. Blooms tredje nivå er «anvende». Dette nivået krever at eleven kan bruke kunnskap og forståelse i konkrete situasjoner. Blooms fjerde nivå omhandler verbet «analysere». Dette nivået innebærer at eleven kan se sammenhenger. Det femte nivået i Blooms taksonomi er «evaluere». Her skal eleven kunne trekke egne slutninger, tenke kritisk og utlede abstrakte relasjoner. Blooms sjette og siste nivå er «skape». Eleven skal her kunne anvende kunnskap og informasjon til å skape noe nytt. Andre verb som kan benyttes i innlæringsmål for kunnskaper i Blooms sjette nivå kan være: konstruere, bygge, planlegge, produsere, finne opp eller designe.

Ved å ta utgangspunkt i verbene fra taksonomien kan lærere utforme læringsaktiviteter som både lar elevene arbeide med det kjente og konkrete på et grunnleggende nivå, og videre utfordre til tenkning på et høyere og mer avansert nivå for de elevene som trenger noe å strekke seg mot. På denne måten blir alle elever inkludert, og de får mulighet til å prøve seg på de ulike nivåene. I følge Idsøe (2020) er det ikke slik at noen elever alltid skal arbeide med de lavere nivåene eller med de høye; elevene er dynamiske og undervisningen må tilpasses elevenes utvikling. Både elevenes kunnskaper, ferdigheter og forståelse vil variere fra fag og tema. I tillegg vil elevenes motivasjon for læring være en sentral faktor som påvirker hvilken grad elevene utnytter sin læringskapasitet. Idsøe (2020) forklarer at Blooms taksonomi må brukes dynamisk og ikke til å sette elever i «bokser».

Tiden som brukes av elevene på hvert nivå kan også variere ut fra deres kapasitet og valg av oppgave. Eksempelvis trenger noen elever flere repetisjoner for å lære nye ferdigheter eller kunnskaper. Andre elever behøver færre repetisjoner. Idsøe (2020) skriver at alle elever trenger muligheter for å utforske og bruke et spektrum av tenkeferdigheter på alle nivåene i taksonomien. Her er det lærerens jobb å reflektere over og velge hvilke tankenivåer som kan passe til de ulike elevene når de skal utføre en oppgave.

I denne masteroppgaven har Blooms taksonomi blitt brukt i utformingen av undervisningsopplegget som ble gitt til deltakerne i forskningsprosjektet. Problemløsingsoppgavene ble utformet med utgangspunkt i de ulike kognitive nivåene fra taksonomien og samtlige nivåer er inkludert i oppgaveformuleringene. Grunnen til dette er for å legge til rette for at flere elever får opplevelsen av å kunne å bidra faglig, og eventuelt dempe en følelse av lave mestringsforventninger.

2.2 Problemløsingens grunnpilarer

Sett i lys av et historisk perspektiv har problemløsing lange røtter i matematikken. Viktige aspekter ved den tidligere nevnte *problemløsingsprosessen* kan komme til syne ved å studere hvordan ulike matematikere gjennom historien har arbeidet med matematiske problem. Matematikeren George Polya har gjennom sitt arbeid dannet et grunnlag for mye av den moderne forskningen innen problemløsing. I boken hans fra 1945, «How to solve it; A new aspect of mathematical method», forklarer han ulike trinn som må legges til grunn for å arbeide med problemløsing. Disse trinnene har i senere tid blitt omtalt som Polyas problemløsingsmodell. Polya (1945) deler ovennevnte problemløsingsprosess inn i fire faser:

1. Forstå problemet
2. Legg en plan
3. Utfør planen
4. Se tilbake

Den første fasen handler om å analysere og forstå problemet man arbeider med. Her er målet å avdekke hvilke opplysninger som fremgår av problemet, eller eventuelt hvilke betingelser som ligger til grunn for å løse problemet. I denne fasen er det avgjørende at problemløseren har kjennskap til ulike begreper og symboler som blir brukt i oppgaveteksten. Å skissere en modell av problemet kan bidra til å forstå hva problemet innebærer. Mason & Davis (1991) skriver at: «Gjennom å understreke nødvendigheten av å forstå problemet, vil også elever som arbeider med problemløsing være mer bevisst på denne fasen» (Mason & Davis, 1991, s. 37).

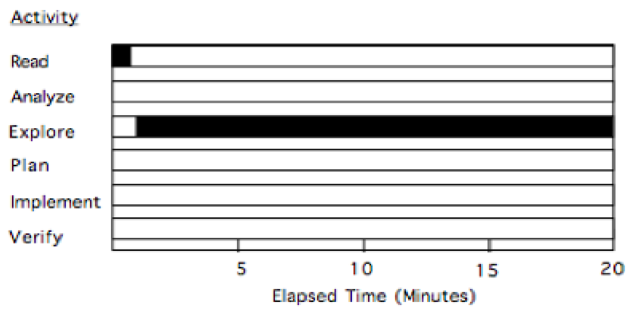
Den andre fasen handler om å legge en plan for hvordan man skal løse problemet. Her vil problemets egenart påvirke hvilke metoder og strategier som kan være hensiktsmessig å benytte. Det er ikke uvanlig at problemløseren kan kjenne igjen lignende problemer fra tidligere arbeidsøkter, og dermed velger en tilnærmet lik innfallsvinkel til det nye problemet. Noe som på den andre siden er mer vanlig er at elever ofte ikke tar seg nok tid til å identifisere ulike deler av problemet. I følge Mason & Davis (1991) bruker elever liten tid i denne fasen, og de er raske til å starte på den neste fasen i problemløsingsmodellen; å utføre planen. Elever bestemmer seg ofte for en fremgangsmåte uten å vurdere andre muligheter. En konsekvens av dette kan være at elevene overser metoder som kunne vært mer effektive, eller oppdagelsen av at planen som ble lagt ikke vil føre til en løsning på problemet (Mason & Davis, 1991).

Den tredje fasen handler om selve utførelsen av planen. Ved å reflektere over utførelsen kan elever bli mer bevisst over det de gjør. Dette minsker også risikoen for å spore av underveis i arbeidet.

Den fjerde fasen handler om kontroll og evaluering. Problemløseren går gjennom hva som har blitt gjort og kontrollerer utførelsen. I denne fasen skal problemløseren også kunne gi bevis for at løsningen man har kommet frem til er korrekt.

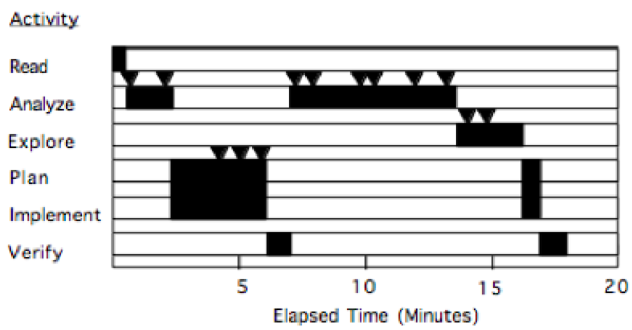
Polyas problemløsingsmodell kan bidra til å strukturere arbeidet som blir gjort når man arbeider med problemløsing. I følge Mason & Davis (1991) bidrar Polyas problemløsingsmodell til å bevisstgjøre problemløseren over de ulike fasene som inngår i arbeid med problemløsing. Mason & Davis (1991) forklarer videre at dette er en syklisk modell, hvor problemløseren kan bevege seg mellom de ulike fasene uavhengig av rekkefølgen som er satt opp. Etter hvert som elevene får mer erfaring med ulike typer problemer, kan de utvikle et bredere repertoar av problemløsingsstrategier. I følge Polya (1945) er det likevel tydelig at man ikke kan drille elever i bestemte former for problemløsingsstrategier knyttet til bestemte typer oppgaver. Elevenes fremgangsmåte vil da raskt endre seg fra å være en problemløsingsstrategi til en mer innøvd algoritme for å løse bestemte type oppgaver.

Den amerikanske utdanningsforskeren og matematikkdesigneren Alan Henry Schoenfeld har forsket på og beskrevet hvordan elever, uten erfaring med problemløsing, tar fatt på ulike matematiske problemer. Videre har han sammenlignet elevenes fremgangsmåte med hvordan en profesjonell matematiker arbeider. Schoenfeld (1992) tar utgangspunkt i strategiene som elevene og matematikeren tar i bruk, og organiserer dem i ulike tabeller:



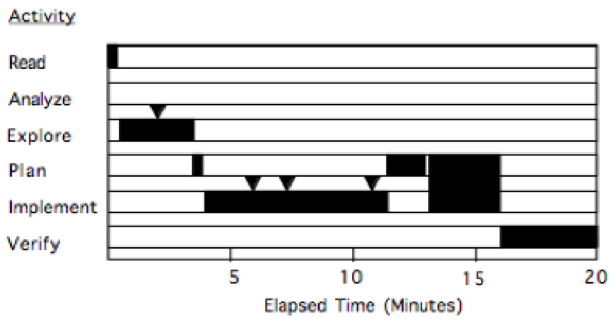
Figur 2. *Oversikt over hvordan en person uten nevneverdig erfaring med problemløsing arbeider med et matematisk problem. (Schoenfeld, 1992).*

Figuren viser hvordan noen elever arbeider med problemløsing ved å først lese raskt gjennom problemet, før resten av tiden brukes til å lete etter en mulig løsning. Elevene endrer ikke fremgangsmåte eller metode til tross for at de ikke kommer frem til noe svar. Schoenfeld (1992) skriver at dette er en fremgangsmåte som lærere sjeldent observerer i klasserommet. Grunnen til dette er fordi elever ofte arbeider med rutineoppgaver i matematikk med forhåndsbestemte fremgangsmåter. Hensikten med arbeid med problemløsing er at elevene selv skal ta et aktivt valg om hvilken fremgangsmåte de ønsker å bruke. Videre må problemet som skal løses ikke være like ensformig som rutineoppgavene. Det fremkommer av resultatene fra Schoenfeld (1992) at omtrent 16% av elevene i datasettet benyttet fremgangsmåten fra ovennevnte figur. Det viser seg at dette er en fremgangsmåte som nesten uten unntak ikke fører til en løsning på problemet.



Figur 3. *Oversikt over hvordan en matematiker arbeider med et matematisk problem (Schoenfeld, 1992).*

Figur 3 viser hvordan en matematiker arbeider med et matematisk problem. Matematikeren bruker mindre tid enn elevene på å utforske, og utforskingen skjer også på et senere tidspunkt i problemløsingsprosessen. Matematikeren vier mer tid til å analysere problemet, og trekantene som er plassert over de ulike problemløsingsfasene indikerer når matematikeren kommenterer løsningsprosessen knyttet til problemet. I følge Schoenfeld (1992) vet ikke de fleste elever hvordan de skal gå frem når de arbeider med problemløsing. Et eventuelt tiltak kan være at læreren trer inn i en veilederrolle og stiller *monitorerende spørsmål* til elevene. Ved å stille monitorerende spørsmål kan elevene få støtte til å tenke gjennom hva de gjør og hvorfor de gjør som de gjør. Etterhvert kan elevene også utvikle ferdigheter i «selvmonitorering».



Figur 4. *Oversikt over hvordan elever arbeider med et matematisk problem etter å ha gjennomgått problemløsingskurs med fokus på monitorering (Schoenfeld, 1992).*

Figuren over viser hvordan en gruppe elever arbeidet med et matematisk problem etter å ha gjennomgått et problemløsingskurs, hvor læreren veiledet og støttet elevene ved å stille monitorerende spørsmål. Da elevene innså at læreren stilte monitorerende spørsmål til hver arbeidsgruppe, begynte elevene å stille monitorerende spørsmål til seg selv for å være forberedt når læreren kom til deres bord. Figur 4 viser tydelige endringer i elevenes strategi og fremgangsmåte sammenlignet med figur 2, hvor fremgangsmåten var preget av prøving og feiling uten nevneverdig selvrefleksjon over arbeidet. Etter å ha gjennomgått problemløsingskurset stilte elevene flere monitorerende spørsmål og de startet også å kommentere løsningsprosessen knyttet til problemet (ref. trekantene).

2.3 Problemløsing i mindre grupper

Både Polya og Schoenfeld har bidratt til å konseptualisere problemløsing i matematikkfaget. Der Polya har lagt grunnarbeidet for hva problemløsing dreier seg om, har Schoenfeld også tydeliggjort at det ikke er selve løsningen på problemet som er det viktigste, men dyrkelsen av prosessen og tankene som ligger bak et resonnement. I følge Lampert (1990) kan man utvikle et syn på matematisk tenkning som oppfordrer til *induktiv læring* gjennom å legge til rette for at elever kan delta i matematiske diskurser sammen med medelever eller lærere. Bjuland (2002, 2007a, 2012) peker på hvordan arbeid med problemløsing i mindre grupper gir elevene mulighet til å stille hverandre monitorerende spørsmål. Gruppene danner her en ramme hvor elevene kan sette ord på hvordan de tenker, argumentere for egen og andres forståelse, og tanker og ideer settes inn i en matematisk kontekst.

Resnick i Schoenfeld (1992) viser til et syn på problemløsing og matematisk tenkning som en sosial prosess. Resnick forklarer videre at matematikkundervisning bør planlegges og struktureres i samsvar med den kunnskapen og oppfatningen som ligger til grunn blant elevene. Dersom man ser på problemløsing og matematisk tenkning som sosiale prosesser, får dette konsekvenser for strukturen i klasserommet. Matematikkundervisningen kan for eksempel omstruktureres fra individuelt arbeid til å løse matematiske problemer i fellesskap. En undervisningsform som kan imøtekomme det ovennevnte synet på matematisk tenkning og læring i matematikk kan være arbeid med problemløsing i mindre grupper.

Når elevene skal arbeide i mindre grupper vil det være hensiktsmessig å organisere gruppestørrelsen på en slik måte at det gis rom for diskusjon og meningsutveksling mellom elevene. De mindre arbeidsgruppene kan gjerne bestå av tre til fem elever. Arbeid med problemløsing i mindre grupper kan være hensiktsmessig for elevenes matematiske tenkning og læring i matematikk, ved at det da stilles krav til at elevene bidrar som aktive deltakere. Diskusjoner knyttet til problemet som skal løses kan resultere i at ulike perspektiver kommer til syne. Elevene får her mulighet til å sette ord på tanker og utfordringer de møter på i problemløsingsprosessen. Bjuland (2012); Carlsen (2009) og Carlsen (2010) viser til at samarbeidet og samhandlingen elevene imellom legger til rette for at elevene kan dra nytte av hverandres styrker og svakheter. Videre kan diskusjonene avdekke nye oppdagelser knyttet til problemer elevene arbeider med (Bjuland, 2012; Carlsen, 2009; Carlsen, 2010).

Problemløsing i mindre grupper kan sees i lys av et sosiokulturelt læringssyn, hvor samarbeid og elevenes kommunikasjon spiller en sentral rolle for læring. Saljö (2005) skriver at læring omhandler menneskers evne til å nyttiggjøre hensiktsmessige verktøy og handlinger i sosiale settinger. Det er gjennom denne nyttiggjøringen at vi blir sosiale vesener. Problemløsing i mindre grupper kan bidra til å bygge bro mellom elevene og fagstoffet. I denne sammenhengen er det viktig at elevene i arbeidsgruppen har en enighet og en delt forståelse knyttet til problemet som skal løses. På denne måten kan en kollektiv oppfatning av problemet som skal løses, og språket som brukes, bli etablert. Ved en slik etablering kan elevene gi uttrykk for sin egen forståelse gjennom tilbakemeldinger, hvor de andre elevene på gruppen kan få innsikt i hvordan den enkelte elev forstår problemet og elementene rundt det.

2.4 Kommognisjon

Teorien om kommognisjon er utviklet av Anna Sfard og setter elevers kollektive læringsprosesser på dagsorden. Sfard (2006) skriver at kommunikasjon innebærer kognitive prosesser og hun tydeliggjør dette ved å smelte sammen ordene *kognitiv* og *kommunikasjon* til et nytt begrep: *kommognisjon*. Kommognisjon sentreres rundt et deltagerperspektiv, som kan plasseres innenfor et sosiokulturelt syn på læring. Grunntanken i det sosiokulturelle læringsperspektivet er at læring primært oppstår i samhandling med andre, før man kan mestre det alene. Sfard (2007) argumenterer for at tenkning er en individualisert form for kommunikasjon, som nærmest kan ses på som en slags kommunikasjon med seg selv. Selve kjernen i kommognotiv forskning er å lete etter diskursive mønstre i deltagernes kommunikasjon. Disse diskursive mønstrene kan fortelle noe om hvilke regler som legges til grunn for hvorfor deltagerne sier og handler som de gjør. En diskurs kan defineres som et sett med innforståtte regler i en gitt kontekst. Hver enkelt diskurs bestemmer rammene for hvordan deltagerne handler og kommuniserer. I følge Sfard (2007) kan innsikten i hvordan elever lærer matematikk utvides ved å studere elevenes diskurser i matematikkundervisningen. Sfard (2007) definerer læring av matematikk som «en individualisering av en matematisk diskurs» (Sfard, 2007, s. 575). Denne individualiseringen omhandler prosesser knyttet til å mestre å delta i matematiske samtaler, både med andre og seg selv. På denne måten får eleven mulighet til å delta i den matematiske diskursen i klasserommet. Denne deltakelsen kan ses i sammenheng med Lampert (1990) sitt syn på matematisk tenkning, hvor det oppfordres til induktiv læring eller læring gjennom problemløsing, ved at elever får mulighet til å delta i matematiske diskurser. Å lære matematikk kan i følge Sfard (2007) ses på som en endring eller utvidelse av elevenes allerede eksisterende diskurser. Gjennom et slikt perspektiv på matematikklæring kan man få bedre innsikt i elevenes læringsprosesser ved å studere det kollektive. I en kollektiv gruppe kan man rette lupen mot hva elevene sier og hva de gjør, og potensielt avdekke endringer eller utvidelser i elevenes kommunikasjon i arbeid med matematikk.

2.4.1 Sfards diskursive kategorier

Sfard deler den matematiske diskursen inn i fire kategorier: ord, visuelle mediatorer, narrativ og rutiner. Kategorien *ord* dreier seg om de ordene elevene tar i bruk og de ordene som er typiske for den gitte matematiske diskursen. Dersom man hadde spilt av et lydklipp fra en ukjent matematikktime, hvor ord som «y-verdi», «x-verdi», «graf» og «verditabell» hadde blitt diskutert, kunne man antakeligvis sagt noe om hvilket tema elevene arbeidet med – eller snarere sagt hvilken diskurs de arbeider innenfor. Ordene som brukes spiller en sentral rolle når det kommer til kjennetegnene på den matematiske diskursen. Når elever arbeider med problemløsing i matematikk er det flere ord, som de også bruker i dagligtalen, som kan være fremtredende, eksempelvis «Hvordan løser vi dette?» eller «Hvor starter vi?» eller «Hva hvis vi gjør slik». Det er disse ordene og begrepene, eller eventuelle matematiske objekter som også inkluderes, som utgjør den matematiske diskursen. Begrepene som elevene tar i bruk representerer abstrakte ideer, og meningsinnholdet som tildeles disse ordene er avgjørende for hvordan elevene snakker om dem og bruker dem.

Kategorien *visuelle mediatorer* dreier seg om de representasjonsformene som brukes i kommunikasjonen. Noen konkrete eksempler på visuelle mediatorer som kan brukes i en matematikkdiskurs kan være symboler, modeller, grafer eller andre konkreter. Sfard ser på visuelle mediatorer som en integrert del av kommunikasjonsprosessen og som en støtte for tenkning. Arbeid med problemløsing kan støttes av flere visuelle mediatorer ved bruk av eksempelvis hjelpetegninger, fysiske konkreter eller matematiske symboler. Bruk av matematiske symboler vil dog i følge Sfard stille høyere krav til elevenes hukommelse. Sfard (2008) trekker frem billedlige og konkrete mediatorer som mer hensiktsmessige. Grunnen til dette er fordi at det billedlige og mer konkrete kan gjøre det enklere for elevene å resonnere sammenlignet med bruken av matematiske symboler.

Narrativ er beskrivelser av objekter, relasjoner mellom dem eller prosesser tilknyttet dem som uttrykkes gjennom skriftlige eller muntlige ytringer. Et narrativ kan enten godkjennes eller avvises, hvor en ytring da enten vil vurderes som sann eller usann. Disse narrativene kan utspille seg på to nivåer: *objektnivå* og *metanivå*. Et narrativ på objektnivå kan forklares som påstander eller definisjoner som blir brukt til å beskrive matematiske objekter. Et eksempel på et narrativ på objektnivå kan være at vinkelsummen i en trekant er 180 grader eller at primtall bare er delelig med seg selv eller 1. Et narrativ på metanivå, på den andre siden, dreier seg om samtaler om den gitte diskursen. Det kan innebære å diskutere innholdet i matematiske begreper eller å diskutere fremgangsmåter i eksempelvis en problemløsingsfase.

Kategorien *rutiner* dreier seg om de repetitive mønstrene i elevenes handlinger i den matematiske diskursen. Sfard (2008) definerer rutiner som «a set of metarules that describe a repetitive discursive action» (Sfard, 2008, s. 208). Elevenes bruk av ord, visuelle mediatorer og narrativ inngår i denne kategorien og utgjør dermed deres rutiner. Elevenes ytringer og handlinger styres av både eksplisitte og implisitte diskursive regler. Sfard skiller her mellom diskursive regler på objekt- og metanivå. Diskursive regler på objektnivå dreier seg om de matematiske objektene og relasjonene mellom dem. De diskursive reglene på metanivå styrer elevenes ytringer og handlinger når de arbeider med matematiske aktiviteter. I kommognotiv forskning er metareglene i fokus, og noen eksempler på dette kan være hvordan elever argumenterer med hverandre, eller hvordan de diskuterer gyldigheten til en potensiell løsning på et problem. I følge Sfard (2008) er elevenes rutiner noe de sjeldent er bevisst over. De ulike mønstrene som elevene tar i bruk rammes inn av en utenforstående observatør sine beskrivelser av rutiner i elevenes handlinger. Videre kan kategorien rutiner deles inn i to undergrupper: *hvordan* og *når*. Elevene kan eksempelvis ha kjennskap til *hvordan* en algoritme utføres, og *når* det egner seg å ta den i bruk.

2.4.2 Læring på metanivå

Som tidligere nevnt peker Sfard (2007) på at læring i matematikk henger tett sammen med endringer og utvidelser i elevenes matematiske diskurser. Videre skiller hun mellom læring på objektnivå og metanivå, hvor læring på objektnivå beskrives som en kumulativ eller opphopende prosess. Læring på objektnivå bygger videre på det eleven allerede kan og på de narrativene som eleven har godkjent fra før. Elevens diskurs vil her utvides eksempelvis gjennom utviklingen av begrepsforståelse, konstruksjon av nye rutiner, eller produksjonen og godkjenningen av nye narrativ som samsvarer med det eleven kan fra før. Læring på metanivå, på den andre siden, stiller krav til en endring i elevens diskurs. Læring på metanivå kan finne sted dersom det oppstår en konflikt i møte med andres diskurser. Dette kan blant annet skje ved introduksjonen av nye matematiske objekter, hvor elevenes egne godkjente narrativ ikke samsvarer med det nye og ukjente. Et eksempel på en slik situasjon kan være innføringen av algebra, hvor elevenes meningsinnhold knyttet til det matematiske objektet «tall», og de narrativene de har godkjent på bakgrunn av dette, baserer seg på aritmetikk. Diverse narrativ som tidligere har virket etablert i forbindelse med begrepet «tall» og de ulike regneartene, vil måtte forkastes ved innføringen av variabler og andre algebraiske algoritmer.

For at elevene skal kunne individualisere de nye matematiske objektene trengs det en endring i den eksisterende diskursen. Læring på metanivå handler om å endre metareglene, og det innebærer at tidligere gjenkjennbare oppgaver, som eksempelvis å ta i bruk innlærte algoritmer eller å identifisere og forklare egenskaper ved geometriske figurer, blir gjennomført på en ny og ukjent måte.

2.4.3 Kommognitive konflikter

Når elever møter på matematiske diskurser, som ikke samsvarer med egne diskurser, kan det ifølge Sfard (2008) oppstå en *kommognitiv konflikt*. Kommognitive konflikter kan oppstå i interaksjoner hvor deltagerne handler med utgangspunkt i ulike metaregler, eksempelvis i samhandling med andre, og gjerne organisert i mindre arbeidsgrupper. Sfard (2008) er tydelig på at læring på metanivå må initieres av en ytre påvirkning. De kommognitive konfliktene som kan oppstå gir innsikt i andres diskurser, og har derfor potensial til å legge til rette for læring på metanivå og samtaler med stort læringspotensial. I denne studien rettes søkelyset mot hvordan problemløsing kan tilpasses, og gjøres håndgripelig for flere, og det undersøkes i studiens analyse i hvilken grad potensielle kommognitive konflikter påvirker dette.

Sfard (2008) understreker en signifikant forskjell mellom kommognitive konflikter og det diverse tilegnelsesteorier kaller *kognitive konflikter*. Synet på matematikklæring er i tilegnelsesteori mer individualistisk, hvor den nevnte kognitive konflikten som kan oppstå består av elevens egen oppfattelse og verden. De kognitive konfliktene løses i tråd med elevens evne til å tenke rasjonelt. De kommognitive konfliktene, på den andre siden, løses ved at en deltaker godkjenner det motstridende narrativet til en mer erfaren deltaker parallelt med at han/hun forkaster sitt eget narrativ. Gjennom samhandling med andre kan en rasjonaliserings- og individualiseringsprosess av den matematiske diskursen etableres. Dette skjer gjennom sparring med den mer erfarne deltakeren. Der hvor tilegnelsesteori forsøker å skape mening av omverden, forsøker kommognisjonsteori å skape mening av andre menneskers tanker om verden.

2.5 Teoriens rolle i denne studien

På bakgrunn av studiens problemstilling, som omhandler å undersøke hvordan problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk, har det vært hensiktsmessig å ta utgangspunkt i teori og forskning om nettopp tilpasset opplæring og problemløsing. For å kunne anvende teorien, og gjøre forskningsresultatene i denne studien målbare, har det i tillegg vært nødvendig å ta i bruk et analytisk rammeverk (jf. kommognisjonsteori) som fokuserer på elevers kommunikasjon og kollektive læringsprosesser. Det kommognitive rammeverket ved Sfards diskursive kategorier er utarbeidet for å studere elevers læring gjennom å peke på endringer eller utvidelser av elevenes diskurser. I denne studiens analysekapittel (kapittel 5) forekommer det tilfeller hvor man kan se indikasjoner på endringer og utvidelser i deltakernes allerede eksisterende diskurser. Dette kommer til syne dersom man sammenligner måten elevene kommuniserer på når de arbeider med tilnærmet like oppgaver. Til tross for disse funnene vil oppgavens omfang, mengden av data og min mangel på kjennskap til elevene fra før, gi meg lite belegg til å påstå at eventuelle endringer eller utvidelser av matematiske diskurser har funnet sted. Teoriens rolle i denne studien blir derfor å gi en forankring for hvordan problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk. Dette synliggjøres i analysekapittelet ved å peke på mulige endringer i elevenes matematiske diskurser. Sfards kommognitive rammeverk blir her brukt som et analyseverktøy for å studere elevenes kommunikasjon, og setter elevenes diskurser i system gjennom de fire diskursive kategoriene. På denne måten får jeg anledning til å diskutere i hvilken grad inkluderingen av verbene fra Blooms taksonomi, teori om problemløsing og problemløsing i mindre grupper påvirker deltakernes produksjon av narrativ, hvilke visuelle mediatorer som tas i bruk og hvilke rutiner som etableres. Rammen som er satt ved utarbeidelsen av et undervisningsopplegg som baserer seg på verbene fra Blooms taksonomi, og ordningen med mindre arbeidsgrupper, gjør det mulig å undersøke hvordan de ulike samtalene utspiller seg og tilfeller av eventuelle kommognitive konflikter.

3.0 Tidligere forskning

I denne studien har Sfard sin kommognisjonsteori blitt benyttet som et analytisk rammeverk, da teorien om kommognisjon, som tar for seg elevers interaksjoner, kan ses i sammenheng med flere aspekter knyttet til studiens problemstilling. På bakgrunn av at problemstillingen hovedsakelig retter fokus mot tilpasset opplæring i matematikkundervisning, har jeg i dette kapittelet valgt å se nærmere på tidligere forskning på feltet. Innledningsvis vil det gis en oversikt over tidligere forskning på tilpasset opplæring generelt, og videre tilpasset opplæring i matematikkundervisning spesielt. Deretter presenteres det også forskningsstudier knyttet til elevers mestringsforventninger i matematikk. Til slutt vises det til forskning knyttet til elevers *mestringserfaringer* i matematikk og differensiering for elever med lave mestringsforventninger. Grunnen til dette er for å synliggjøre hvilke faktorer, som i følge tidligere forskning på feltet, påvirker elevers mestringsforventninger og hvilke tilpasninger som kan gjøres når elevene skal løse matematiske problemer.

3.1 Tilpasset opplæring i skolen.

Tomlinson (2017) beskriver fem prinsipper for at lærere skal kunne gjennomføre effektiv differensiering: *1. Å skape et læringsmiljø som støtter og inviterer til læring.* Noen eksempler på elementer som påvirker læringsmiljøet kan være kvalitet i læreplanene, motiverende relevant undervisning og god klasseledelse og respekt og aksept for alle elever.

2. Kvalitet i fagplaner/læreplaner. De nye fagplanene fra 2020 er designet og organisert for å støtte progresjon, dybdelæring og tverrfaglighet. Kjerneelementene skal øke elevenes forståelse og skape klare sammenhenger i faget. Tomlinson (2017) forklarer at læreplanene forutsetter at lærerne er i stand til å reflektere over kjerneelementene i hvert fag, og at de kan identifisere hvordan elevene best kan nå de ulike kompetansemålene. Det er nettopp denne refleksjonsprosessen som vil danne grunnlaget for lærerens utvelgelse av læremidler han/hun vil bruke for å tilpasse sin undervisning. Tomlinson (2017) utdyper at videre må læreren da ha gode differensieringskunnskaper for å kunne implementere dette i praksis og favne mangfoldet blant elevene.

3. Læringsfremmende vurdering. Vurdering er et middel som ofte blir brukt i klasserommet, og det er bred enighet i fagmiljøer om at vurdering som gis jevnlig og systematisk har stor innvirkning på læring. De mest kjente formene for vurdering er underveisvurdering og sluttvurdering. I et differensiert klasserom skal vurdering også tilpasses den enkelte elev, og dette kan skape utfordringer for læreren. Tomlinson (2017) påpeker at vurdering er ikke en statisk oppskrift som kan følges, det er mange forskjellige ting som til sammen utgjør en vesentlig del av en god undervisningspraksis for å favne mangfoldet.

4. Opplæring som tilpasses elevenes variasjon/mangfoldighet. Tomlinson (2017) skriver at måten læreren underviser på, valg av undervisningsmetode og hvordan elevene opplever undervisningen er viktige aspekter i dette elementet. Lærerens kompetanse når det kommer til å planlegge og gjennomføre differensiering er avgjørende med tanke på fagplaner, vurdering, og klasseledelse for å øke elevenes kunnskap, forståelse, ferdigheter og autonomi. Det kan derfor argumenteres for at et viktig første steg for å favne mangfoldet i en klasse er å bli godt kjent med elevene.

5. Viktigheten av å lede elevene og å håndtere rutiner i klasserommet. En lærer som leder et differensiert klasserom bør fokusere på hver elevs velvære, og målet bør være å støtte utvikling både blant enkeltindivider og hele elevgruppen gjennom gode *rutiner*. I følge Tomlinson (2017) viser rutiner her til lærerens evne til å få elevene til å forstå og bidra til forskjellige faktorer i klasserommet som støtter læring. Eksempler på slike rutiner kan være elever som hjelper medelever, konstruktiv arbeidsro, adferdsregler og en organisering av ressurser i klassen som gjør dem lette å finne. Lærerne må legge til rette for både faglig og sosial læring. Et klasserom med gode rutiner kan hjelpe både lærer og elever til å arbeide bedre.

Bachmann & Haug (2006) viser til Imsen (2003) når det kommer til å realisere prinsippet om tilpasset opplæring. De understreker viktigheten av å vektlegge aktiviteter, arbeidsmåter og en form for organsiering av undervisning som fører til at elevene får nytte av innholdet. Imsen (2003) operasjonaliserer begrepet «tilpasset opplæring» ved å inkludere aktiviteter og arbeidsmåter som er *elevsentrerte,* istedenfor lærerstyrte eller lærerdominante. Bachmann & Haug (2006) peker på læreres *metodefrihet* som en nøkkel for å gjøre det mulig å tilpasse undervisningen basert på hver enkelt elevs interesser og behov. Dette gir rom for lærere til å prøve ut nye undervisningsformer og videre vurdere hvilke tiltak og tilrettelegginger som gir elevene et best mulig læringsutbytte.

Håstein & Werner (2014) retter søkelyset mot variasjon i undervisningen. Dette forklares ved et rikt utvalg av måter å arbeide på. Et rikt og bredt utvalg av arbeidsmetoder og undervisningsformer kan påvirke organisering, bruk av læremidler, valg av arbeidsoppgaver og bruken av skolens lokaliteter. Det fremkommer av Håstein & Werner sine funn at å tilrå variasjon i arbeidsformene bidrar til elevenes læringsutbytte, og implementering av ulike læringsstrategier. Videre påpeker de at tilpasningene bør skje innenfor felleskapets rammer. Grunnen til dette er fordi det ifølge Håstein & Werner (2014) ikke holder at elevene kun får mulighet til læring og utvikling enkeltvis, men at variasjon i læringsaktiviteter også kan styrke klassefellesskapet. Her antydes det bruk av fellesaktiviteter hvor elevene får mulighet til å samarbeide.

I likhet med Håstein & Werner understreker også Hattie (2012) viktigheten av variasjon i undervisningen. Hattie beskriver en rekke kjerneprinsipper og praksismodeller for effektiv differensiering med høy effekt på læring blant elevene: elevsentrert undervisning, effektiv klasseledelse, læring i små grupper med ressurser og oppgaver som passer for alle elevene i den gruppen, høyt elevengasjement, utfordrende målsettinger, heller samarbeidslæring enn konkurrerende eller individualistisk læring, ingen merkelapper på elever, varierte undervisningsmetoder, klar tilbakemelding til elevene som formativ vurdering og gode lærer-elev-relasjoner.

3.2 Tilpasset opplæring i matematikkundervisning.

I oversiktsartikkelen til Hubbard & Livy (2021) fokuseres det på hvor kritisk differensiering i matematikkundervisning er for elevers utvikling i faget. I denne forskningsartikkelen vises det til tre skoler fra Australia, hvor pedagoger og lærere deltok i et selvevalueringsprosjekt som omhandlet differensieringsstrategier i matematikkundervisning. Funnene fra studien viser en tydelig dominans av ulike faktorer som har innvirkning på elevers læring, og som ble oppsummert ved hjelp av tre kategorier: Kunnskap om innhold og elever (Knowledge of content and students – KCS), kunnskap om innhold og undervisning (Knowledge of content and teaching – KCT) og kunnskap om spesialundervisning (Specialized content knowledge – SCK). Studiens resultater gir implikasjoner til hvordan lærere kan få støtte til å planlegge tilpassede undervisningsopplegg i matematikk for sine elever. I tillegg til dette understreker Hubbard & Livy et ettertrykkelig behov for bredere forståelse på feltet, knyttet til ulike planleggingsmodeller som kan støtte lærere i deres planlegging av differensiert matematikkundervisning.

Bardy, Holzäpfel & Leuders (2021) peker på at arbeidsoppgavene som gis til elevene spiller en sentral rolle i matematikkundervisning. Deres forskning fokuserer på hvordan lærere kan tilrettelegge for at alle elever aktiveres kognitivt på et individuelt nivå gjennom utvelgelsen av tilpassede oppgaver. I følge Bardy, et.al (2021) burde lærere være i stand til å identifisere, modifisere og velge ut passende oppgaver til et elevmangfold. De peker videre på at når lærere planlegger sin undervisning i matematikk må læreren vurdere hvilke oppgaver som har et såkalt *differensieringspotensiale*, slik at alle elever kan fullføre den samme oppgaven på samme tid – men på ulike nivå. Funnene til Bardy, et.al viser at læreres perspektiver på oppgaver med differensieringspotensiale, og ulike kvaliteter ved tilpassede matematikkoppgaver, tydeliggjør hvor viktig kunnskap om tilpassede oppgaver er for læreres profesjonelle utvikling.

Forskningsartikkelen til Yessingeldinov, et.al (2021) beskriver bruken av en differensiert tilnærming i vurderingen av elevers faglige mestring i matematikkundervisning. Deres studie består av både teoretiske og empiriske forskningsmetoder, hvor de gjennomførte en undersøkelse med matematikklærere fra Kasakhstan knyttet til en differensiert tilnærming til matematikkundervisning. Funnene til Yessingeldinov, et.al peker på at matematikklærere bruker differensiering i sin undervisning ved å tilpasse det faglige innholdet til elevenes behov. Videre diskuteres bruken av nivåbaserte oppgaver som en differensieringsstrategi. Yessingeldinov, et.al konkluderer med at det er en korrelasjon mellom bruken av en differensiert tilnærming i matematikkundervisning og behovet for kompetente lærere. De fremmer et behov om mer forskning knyttet til hvorvidt matematikklærere er klare for å ta i bruk en differensiert tilnærming i vurderingen av sine elever.

3.3 Elevers mestringsforventninger i matematikk.

Majoriteten av forskning på mestringsforventninger i matematikk er kvantitativ. Det er flere studier som viser til en signifikant sammenheng mellom mestringsforventninger og oppnådde resultater i matematikk: (Ayatola & Adedeji, 2009; Chen, 2003; Jensen & Nortvedt, 2013; Lopez & Lent, 1992; Schöber et.al, 2018; Skaalvik & Skaalvik, 2006; Stevens et.al, 2006; Usher & Pajares, 2009). Schöber et.al, (2018) har undersøkt sammenhengen mellom elevers mestringsforventninger og deres prestasjoner i matematikk. Resultatene fra denne studien viste at et utvalg av tyske elevers mestringsforventninger påvirket deres resultater i matematikk i stor grad.

I studiene til Hannula et.al, (2014) og Williams & Williams (2010) trekkes det frem forskning som viser at elevers mestringsforventninger og prestasjoner har et gjensidig forhold. Hannula et.al gjennomførte en longitudell studie med elever fra Finland, hvor den samme elevgruppen ble undersøkt på tredje, sjette og niende trinn. Funnene fra denne studien viste at elevenes prestasjoner hadde en større påvirkning på mestringsforventninger enn mestringsforventninger hadde på prestasjonene. Williams & Williams (2010) tok for seg PISA-resultatene fra 33 ulike land i 2003. Elevene som deltok i denne undersøkelsen var omtrent 15 år. Funnene fra studien til Williams & Williams viste at det var et tydelig forhold mellom elevenes mestringsforventninger og deres prestasjoner. Disse resultatene var gjeldende for 24 av de 33 landene som deltok i PISA-undersøkelsen.

Forskningsartikkelen til Hochanadel & Finamore (2015) viser at elever som tenker at «enten er man smart eller ikke» genererer en lavere innsats for å lykkes med utfordringer. Elever som overkommer utfordringer og motgang drives av et slags pågangsmot som Angela Duckworth kaller *grit* eller «driv» oversatt til norsk. Teorien til Duckworth bygger på ideen fra Dweck´s «growth mindset» når det kommer til læring (Dweck, 1999; 2007; 2010) og (Duckworth, Peterson, Matthews & Kelly, 2007). De definerer «grit» som lidenskap og utholdenhet for langsiktige mål. Målet med denne studien var å undersøke forskning på kompetanser knyttet til elevers standhaftighet til å nå faglige mål, samt skaffe en oversikt over litteratur knyttet til grit og growth mindset i relasjon til læring. I tillegg til dette undersøkte Hochanadel & Finamore (2015) hva lærere kan gjøre for å fostre grit eller «driv» og skape growth mindset hos elever.

Boaler (2013) addresserer i sin forskningsartikkel hvor stor påvirkning læreres kommunikasjon og tilbakemeldinger har på elevers faglige oppnåelse i matematikk. Hun viser til ulike skoler i England hvor praksisen er sterkt preget av «fixed ability thinking» eller «låste tenkemåter» oversatt til norsk, noe som resulterer i en begrensing av elevers faglige oppnåelse og bidrar til en økning i ulikheter. Boaler (2013) argumenterer i sin studie for hjernens fleksibilitet og evne til å tilpasse seg, viktigheten av elevers tenkemåte og hvordan lærere kan tilrettelegge for fruktbare tenkemåter både gjennom klasseromssamtaler og samtaler i mindre arbeidsgrupper.

Det er lite forskning på elevers mestringsforventninger i matematikk i Norge. Når det er sagt, er det viktig å påpeke at denne masteroppgaven ikke er ment å påpeke en mangel i norsk forskning på området. Hensikten med denne masteroppgaven er heller ikke å identifisere, eller «peke ut» hvilke elever som har lave mestringsforventninger i faget, eller hva som kjennetegner dem. Formålet med denne masteroppgaven er, som presisert over, å undersøke hvordan det matematiske temaet problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger. Det finnes derimot noen eksempler på norske studier som har undersøkt elevers mestringsforventninger i matematikk: Skaalvik & Skaalvik (2006) forsket på norske elevers mestringsforventninger knyttet til deres selvoppfatning. Funnene fra denne studien viste at både norske ungdomsskole- og videregåendeelevers mestringsforventninger kunne forutsi elevenes fremtidige prestasjoner. I følge Skaalvik & Skaalvik kan elevers mestringsforventninger i matematikk påvirke fremtidige prestasjoner uavhengig av tidligere resultater.

At elevers resultater har stor påvirkning på deres mestringsforventninger i matematikk stemmer overens med Skaalvik, Federici og Klassen (2015) sin studie. De undersøkte sammenhengen mellom elevers mestringsforventninger, motivasjon, karakterer og lærerens støtte for elever på ungdomstrinnet. Funnene fra denne studien var tett knyttet til elevenes terminkarakter i matematikk. Videre viser resultatene fra studien at elevenes mestringsforventninger påvirket elevenes indre motivasjon, innsats og utholdenhet i faget.

3.4 Elevers mestringserfaringer i matematikk

Bandura (1997) sin påstand om at mestringserfaringer er den informasjonskilden som har størst påvirkning på elevers mestringsforventning, blir i høy grad underbygget av forskning fra Butz & Usher, 2015; Jöet et.al, 2011; Stevens et.al, 2006; Usher & Pajares, 2008. Disse studiene har undersøkt hvordan de ulike informasjonskildene, som ble teoretisert av Bandura i 1977 og 1997, også påvirker elevers mestringsforventninger i faget matematikk.

Funnene til Jöet et.al (2011) viste at elevenes opplevelse og oppfatning av egne prestasjoner gav tydeligere måling av mestringsforventning kontra objektive testresultater. De konkluderte med at informasjonskilden «mestringserfaringer» ikke var prestasjonsbasert, men omhandlet opplevd mestring. Usher (2009) på sin side, fant at elevers mestringserfaringer i matematikk hadde stor betydning for mestringsforventninger både for elever med lave og høye mestringsforventninger. Noe som var gjennomgående for elevene, som meldte om høye mestringsforventninger, var at de i stor grad hadde flere opplevelser av tidligere mestring og gode resultater i faget matematikk. I likhet med Usher (2009), fant også Butz & Usher (2015) en sammenheng mellom viktigheten av mestringserfaringer og opplevelsen av høye mestringsforventninger. I kontrast til dette var det flere indikasjoner om at dårlige resultater, og opplevelsen av å feile gang på gang, ble toneangivende for elever med lave mestringsforventninger. I studien til Butz & Usher (2015) var det 12,8% av elevene med lave mestringsforventninger som krysset av for at «ingenting» kunne gjøre dem mer selvsikre i arbeid med matematikk.

3.5 Differensiering for elever med lave mestringsforventninger

Med utgangspunkt i en rekke forskere (Ayres, 2010; Dweck, 2008; Idsøe & Idsøe, 2012; Rissanen, Kuusisto, Tuominen & Tirri, 2018; Sousa & Tomlinson, 2011) kan noen konkrete prinsipper for differensiering og tilpasninger for elever med lave mestringsforventninger beskrives:

1. Læreren må tro på at det finnes latent potensial / «hidden capacities» i hver enkelt elev.
Troen og forventningen om at hver enkelt elev kan utvikle seg fra der de er nå. Når læreren

tror at elevene er kompetente, så skaper de et læringsmiljø som fasiliterer akademisk vekst. Når elevene videre stoler på og er trygge på sin lærer, kan de bli mer åpen for å lære og prøve ut nye ting.

2. Undervisning med utgangspunkt i et «growth mindset». Growth mindset kan forklares som en vekstorientert tenkemåte som fremmer endring i elevenes diskurser og tankesett. Lærere som baserer sin undervisning på en vekstorientert tenkemåte ser utviklingspotensialet i hver enkelt elev og fokuserer på at innsats bidrar til endring. Elever som har en låst tenkemåte tenker gjerne at «enten er man smart eller ikke», og har ofte liten tro på eller forventning om mestring. Lærere må her kommunisere til elevene at de har tro på at de kan oppnå bedre resultater, og de må legge til rette for og stimulere elevene med engasjerende oppgaver som ligger litt over nåværende kompetansenivå. På denne måten kan det legges til rette for nødvendig støtte for elever med lave mestringsforventninger slik at eleven opplever endring og utvikling.

3. Vektleggelsen av de positive kvalitetene hos elever med lave mestringsforventninger. Alle elever gjør noe bra. Det er viktig å identifisere hva elevene får til og gi dem ros. En måte å gjøre dette på kan være å lage oppgaver som bruker elevenes styrker for å mestre vanskeligere områder. Elevene må få oppleve at læreren har tro på og forventning om at de skal klare å løse oppgavene. Gjennom et positivt syn på elevene, et vekstorientert tankesett og ved å bygge på elevenes styrker kan man tilpasse undervisning og legge til rette for mestring for elever med lave mestringsforventninger.

4. Opplevd suksess og mestring øker sjansene for motiverte elever. I noen tilfeller bruker skoler mange ressurser for å kompensere for elevenes manglende kunnskap, og elevenes styrker blir ignorert. Det er nærliggende å tenke at å jobbe fulle skoledager med områder man ikke mestrer eller er engasjert i kan være slitsomt og energitappende for elever. Det elevene trenger er oppgaver som er relevante og som utvikler deres mestringsfølelse.

5. Bruken av flere innganger til læring. Noen elever lærer bedre ved å lytte, andre gjennom det visuelle, og noen ved å berøre noe konkret. Noen elever foretrekker å jobbe individuelt, mens andre elever har behov for interaksjon med andre for å kunne lære. Å vektlegge visuelle metoder i undervisningen kan være hensiktsmessig for elever med lave mestringsforventninger. Grunnen til dette er fordi lengre setninger eller instruksjoner kan virke forvirrende. Kortere beskjeder eller bilder og illustrasjoner kan da være mer nyttig. Lærere som tar i bruk forskjellige undervisningsstrategier og oppgaver legger til rette for suksess og mestring for alle elever.

4.0 Metode

I dette kapittelet vil det bli gjort rede for oppgavens forskningsdesign, utvalg og innsamlingsmetode. Videre gis en beskrivelse av undervisningsopplegget, planleggingen og utformingen av det, samt oppgavens analyseprosess. Avslutningsvis i dette kapittelet blir det lagt frem refleksjoner knyttet til oppgavens forskningskvalitet hva gjelder validitet og reliabilitet, og hvilke etiske hensyn som har blitt foretatt.

Hensikten med datainnsamlingen var å innhente et materiale som gav mulighet til å undersøke hvordan problemløsning kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk. For å kunne svare på dette var det nærliggende å velge en metode som kunne gi innsikt i elevenes kommunikasjon, og kollektive prosesser i arbeid med problemløsingsoppgaver. Jeg valgte derfor å benytte meg av en kvalitativ tilnærming, hvor jeg har gått i dybden på et datamateriale som baserer seg på et lite utvalg elever (jf. Krumsvik & Jones, 2019, s. 24).

4.1 Forskningsdesign

Schoenfeld (1992) fremhever problemløsing og tenkning generelt som en sosial prosess. Å sette seg inn i hva som kjennetegner problemløsing, de kognitive kravene som stilles, samt å reflektere rundt hvordan problemløsing kan gjøres mer håndgripelig for alle elever, har derfor vært en viktig del av utformingen og konteksten for datainnsamlingen. På bakgrunn av dette har det vært naturlig å benytte seg av en casestudie som forskningsdesign, hvor målet er å få en grundig forståelse av et fenomen som oppstår i en bestemt kontekst (jf. Postholm & Jacobsen, 2018, s. 64). I denne masteroppgaven var målet å undersøke hvordan arbeid med problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk, ved å analysere kommunikasjonen mellom et bestemt utvalg elever. Det ble derfor benyttet et forskningsdesign som Stake (1995, s. 3-4) beskriver som en *instrumentell casestudie*. En instrumentell casestudie kan gi innsikt i det fenomenet man ønsker å studere ved hjelp av et bestemt utvalg i en bestemt kontekst. I denne casen ble det utformet et undervisningsopplegg som baserer seg på typiske kjennetegn ved problemløsingsoppgaver krysset med Blooms taksonomi for differensiert undervisning.

For å dokumentere elevenes arbeid ble det gjennomført en systematisk observasjon. Nordahl (2012) skriver at: «Systematisk observasjon åpner for muligheten til å studere dynamikken i interaksjon mellom mennesker på en direkte og mer objektiv måte enn ved selvrapport fra deltakerne» (Nordahl, 2012, s. 159). I tillegg til observasjon med tilhørende feltnotater ble det gjort lydopptak av seks elevgrupper bestående av fire elever. Elevenes løsningsark ble også samlet inn for ytterligere analysesupplement.

4.2 Datainnsamling

Forskningsprosjektet fikk NSD-godkjenning 7. november og jeg fikk grønt lys til å starte arbeidet med innsamling av forskningsdata. Jeg hadde i forkant av dette tatt kontakt med en avdelingsleder på en ungdomsskole i Vestland fylke, angående å få gjennomføre forskningsprosjektet der, som videre koblet meg til en lærer på 10. trinn. Jeg og nevnte lærer avtalte at jeg, i forkant av prosjektstart, skulle få anledning til å hilse på elevene, gi informasjon om forskningsprosjektet og dele ut samtykkeskjema (både til elever og deres foresatte). Påfølgende uke stilte læreren sin klasse disponibel for datainnsamling hvor jeg hadde regien og ansvaret for opplegget. Undervisningsøkten ble utformet med utgangspunkt i kompetansemål fra 10. trinn, med fokus på å løse problemer og lage, løse og forklare likningssett.

4.2.1 Utvalg og kontekst

Læreren som ønsket å være med var interessert i og positiv til prosjektet. Læreren beskrev elevgruppen som arbeidsomme, og de hadde opparbeidet seg gode rutiner både for individuelt arbeid og gruppearbeid i matematikktimene. Læreren forklarte videre at flere av elevene likevel kunne bli «motløse» og raske til å «tvile på egne ferdigheter» i møte med problemløsingsoppgaver, og da spesielt lengre tekstoppgaver. Læreren presiserte at denne såkalte «motløsheten» ikke var gjeldende for samtlige av elevene, men den var definerende for opptil flere av elevene i klassen. Datainnsamlingen foregikk i elevenes klasserom og elevgruppen bestod av 24 elever. Elevene ble videre fordelt i seks grupper bestående av fire elever. Noe som er viktig å påpeke er at det i denne studien ikke har vært et mål å identifisere hvilke elever som har lave mestringsforventninger, eller hva som kjennetegner dem. Fokuset for denne studien har hovedsakelig vært rettet mot hvilke *tilpasninger* som kan gjøres ved arbeid med problemløsing for elever med lave mestringsforventninger i matematikk. På bakgrunn av dette fant jeg det formålstjenlig å be læreren danne grupper bestående av elever som hovedsakelig arbeidet godt sammen, og som hadde et tilnærmet likt faglig nivå og utgangspunkt. Med utgangspunkt i disse ønskene, samt hvilke elever som hadde fått samtykke fra foresatte og som selv ønsket å delta, dannet læreren seks grupper. Etter å ha gjennomgått datamaterialet har jeg valgt å bruke en gruppe bestående av tre gutter og en jente. Grunnen til dette er fordi denne gruppen, basert på mine egne vurderinger, har et godt samarbeid og det kan identifiseres flere interessante matematiske samtaler mellom dem som blant annet omhandler matematiske sammenhenger. Elevene hadde noe erfaring med problemløsingsoppgaver fra før og læreren har tidvis inkludert problemløsing i sin undervisning.

I etterkant av problemløsingsøkten uttrykte elevene at «dette var gøy» og «sånne oppgaver må vi ha oftere». I følge læreren har elevene, som nevnt over, arbeidet noe med problemløsing tidligere, men da i sammenheng med forberedelse til del to av tentamen i matematikk. Datainnsamlingen ble gjennomført i løpet av en undervisningsøkt på 60 minutter. Innledningsvis hadde jeg en kort gjennomgang av hva som kjennetegner problemløsingsoppgaver før elevene ble plassert i de forhåndsbestemte gruppene. Elevene fikk utdelt oppgaveark (se vedlegg 1) og løsningsark og gikk så i gang med problemløsingen.

4.3 Dokumentasjon av datainnsamlingen

For å kunne oppnå innholdsrike beskrivelser av elevenes arbeid i grupper ble det benyttet flere metoder for å samle inn data. I klasseromsøkten ble det i tillegg til observasjon med tilhørende feltnotater, plassert ut lydopptakere på hver arbeidsgruppe – et tiltak som ble gjort for å sikre best mulig lydkvalitet. Elevenes skriftlige arbeid, i form av løsningsark med diverse utregninger og egenlagde modeller, ble også samlet inn.

4.3.1 Lydopptak

Etter avtale med elevene, deres foreldre og en godkjent prosjektsøknad fra NSD, ble det gjort lydopptak av elevene mens de arbeidet med problemløsingsoppgavene. Elevene ble som tidligere nevnt delt i grupper på fire og en lydopptaker av typen «Olympus VN-541 PC digital diktafon» ble plassert ut på hver gruppe. Dette er en lydopptaker som egner seg godt for lokale opptak og som gjennom et innebygd «Low-Cut»-filter (støyreduksjon) reduserer sjenerende bakgrunnslyd. Til tross for at valgte undervisningsmetode bestod av gruppearbeid, hvor det gjerne er et høyere støynivå enn normalt, sikret diktafonene at jeg i ettertid kunne høre klart og tydelig hva elevene hadde diskutert seg i mellom på de ulike gruppene.

4.3.2 Observasjonsrolle

Observasjon har blitt sett på som den mest fundamentale måten å samle inn data på (Adler & Adler, 1994). I observasjonen fanger forskeren opp både menneskelig aktivitet og den fysiske settingen hvor den finner sted (Angrosino & Rosenberg, 2011; Wolcott, 2008). I tillegg til lydopptak av de aktuelle elevgruppene skrev jeg observasjonsnotater underveis. Jeg inntok det som Postholm & Jacobsen (2018) beskriver som en «fullstendig deltaker»-rolle. Når forskeren er «fullstendig deltaker», er han eller hun en del av det som observeres. Fullstendige deltakere kan være lærere som observerer egen undervisning (Postholm & Jacbosen, 2011). Det kan imidlertid være en utfordring å observere samtidig som man har ansvar for undervisningen. På grunn av dette vil observasjonsnotatene være et viktig supplement for videre analysearbeid. Til tross for at jeg var en deltager i forskningsprosessen, ønsket jeg i hovedsak å la elevene arbeide mest mulig uavbrutt. Jeg involverte meg ikke i problemløsingen, men var tilgjengelig dersom elevene hadde spørsmål.

4.4 Forarbeid

Å utforme et undervisningsopplegg som kunne gi grunnlag for å si noe om hvordan problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk, stilte krav til at jeg satt meg godt inn i kjennetegnene ved problemløsing og de ulike kategoriene i Blooms taksonomi. I løpet av denne prosessen har jeg gjort meg verdifulle erfaringer knyttet til tilpassing av matematikkundervisning på ungdomstrinnet. I starten av dette forskningsprosjektet hadde jeg noe forkunnskaper om problemløsing, men lite forkunnskaper om hvordan man kan tilpasse undervisning for elever med lave mestringsforventninger. Her har tidligere forskning på feltet (se kapittel 3) hvert til stor hjelp for å sette en retning for denne studien, samt gi et mer nyansert bilde av situasjonen i norske klasserom.

4.4.1 Praktiske forberedelser og utstyrssjekk

I forkant av datainnsamlingen var det viktig å informere tidlig om det planlagte forskningsprosjektet. Å sende ut samtykkeskjema til elevene og deres foresatte i god tid resulterte i en oversikt over hvilke elever som ønsket å være med på forskningsprosjektet. Når man skal gjennomføre en datainnsamling på egenhånd stiller det store krav til forberedelser. Dersom noe skulle bli glemt eller diverse utstyr ikke vil samarbeide, kan dette påvirke effektiviteten av undervisningen. Dunbar & Rich (2020) forklarer at det er viktig med gode forberedelser for å avverge og begrense tekniske problem (Dunbar & Rich, 2020). På bakgrunn av dette klargjorde og testet jeg alt utstyr som skulle brukes i datainnsamlingen. Jeg kontrollerte at alle lydopptakerne fungerte, og at testfiler med lydopptak var kompatible og kunne overføres via min datamaskin til en ekstern lagringsenhet. Lydopptakere og løsningsark ble markert med gruppenummer for å unngå å blande sammen hvilke lydopptak som tilhørte hvilke gruppebesvarelser. Før undervisningsøkten skulle gjennomføres ble det sørget for at lydopptakerne var fulladet.

4.4.2 Utforming av undervisningsopplegget

I følge Resnick i Schoenfeld (1992) vil et syn på matematikk, og matematisk tenkning som sosiale prosesser, gi konsekvenser for matematikkundervisningen som planlegges. Matematikkundervisningen bør struktureres i samsvar med den kunnskapen og de oppfatningene som ligger til grunn blant elevene. Resnick i Schoenfeld (1992) skriver at der det tidligere var enighet om at oppgavene skulle løses individuelt, er det nå en voksende forståelse for at matematisk tenkning gjøres best sammen med andre. Med dette som utgangspunkt kan det argumenteres for at arbeid med problemløsing i mindre grupper kan legge til rette for matematisk tenkning i fellesskap. Jeg anså det derfor som hensiktsmessig å utforme problemløsingsoppgaver som var ment å løses i mindre grupper. Mindre grupper kan gjerne bestå av tre til fem elever. Ved å organisere gruppesammensetningene slik gis det rom for diskusjon mellom elevene. Bjuland (2002) skriver at det kan være hensiktsmessig å danne grupper med elever som er på samme faglige nivå. Han skiller mellom elever som presterer på lavt til middels nivå og elever som presterer på middels til høyt nivå. På den andre siden, advarer Heyd-Metzuyanim & Sfard (2012) mot å danne grupper kun basert på faglig utgangspunkt. Grunnen til dette er fordi det argumenteres for at elevers personlighet og erfaring knyttet til matematikk også bør vektlegges.

Undervisningsopplegget ble utformet med utgangspunkt i det Sfard (2006) omtaler som et deltagerperspektiv. Elevene ble delt i grupper på fire hvor gruppesammensetningene var forhåndsbestemt av elevenes lærer. Grunnen til dette var fordi læreren, etter å ha undervist elevene i matematikk siden de gikk på 8. trinn, hadde de beste forutsetningene for å avgjøre hvilke elever som samarbeidet godt, samt hvilke matematikkfaglige forkunnskaper de ulike elevene besatt – jf. Heyd-Metzuyanim & Sfard (2012). Undervisningsopplegget ble planlagt med hensikt om å sikre flere av kompetansemålene i matematikk fra 10. trinn. De utvalgte kompetansemålene var:

Etter 10. trinn
Mål for opplæringa er at eleven skal kunne...

- lage, løse og forklare likningssett knyttet til praktiske situasjoner
- hente ut og tolke relevant informasjon fra tekster om kjøp og salg og ulike typer lån og bruke det til å formulere og løse problemer
- bruke funksjoner i modellering og argumentere for framgangsmåter og resultater

(Utdanningsdirektoratet, 2020, Kompetansemål og vurdering (MAT01-05)).

Dette er kompetansemål som kan nås gjennom å arbeide med problemløsingsoppgaver. Ved utformingen av undervisningsopplegget ble ulike momenter fra samtlige av de matematiske kjerneelementene inkludert. Det matematiske kjerneelementet som omhandler *utforsking og problemløsing* ble særlig vektlagt. Grunnen til dette er fordi arbeid med problemløsing har fått et økt fokus i den nye læreplanen. Gjennom å utforske i matematikken får elevene mulighet til å lete etter mønstre, finne sammenhenger og diskutere seg frem til en felles forståelse (Utdanningsdirektoratet, 2020, Kjerneelementer (MAT01-05)). Arbeid med problemløsing bidrar til at elevene utvikler metoder for å løse problemer de ikke kjenner fra før. Hensikten med undervisningsopplegget var å legge til rette for mestring når elever arbeider med problemløsing. I tillegg til de matematiske kunnskapsområdene har jeg lagt vekt på at elevene skal kunne argumentere, resonnere, utforske matematiske sammenhenger og ta i bruk ulike representasjonsformer (jf. Utdanningsdirektoratet, 2020b).

Det er rimelig å anta, og nærmest selvsagt, at en klasse på 10. trinn bestående av 24 elever vil ha noe spredning hva gjelder forkunnskaper i matematikk. Til tross for at elevene mest sannsynlig befinner seg på ulike nivåer og ulike utgangspunkt kan Blooms taksonomi brukes som et differensieringsverktøy, for å legge til rette for at alle elever skal kunne delta og oppleve mestring. Å inkludere verbene fra Blooms taksonomi i utformingen av undervisningsopplegget resulterte i at oppgavene hadde lav inngangsterskel for elevene, samtidig som at alle kunne bli utfordret. I følge Wæge & Torkildsen (2019) kan oppgaver med lav inngangsterskel og stor takhøyde bidra til å legge til rette for matematikkfaglige samtaler. Flere av oppgavene fra undervisningsopplegget ble utformet slik at elevene kunne ta i bruk ulike fremgangsmåter, og hvor det var flere korrekte løsninger. Grunnen til dette er for å legge til rette for at elevene skulle kunne produsere narrativ på metanivå og potensielt fremprovosere eventuelle kommognitive konflikter (jf. Sfard, 2007). Under følger en presentasjon av oppgavene som ble gitt til elevene og utformingen av dem.

4.5 Beskrivelse av oppgavene

Problemløsingsoppgavene som ble utformet var relativt åpne oppgaver, hvor elevene selv kunne velge hvilken fremgangsmåte de ville benytte seg av. Det var ikke fastsatt en gitt algoritme eller metode for å løse oppgavene. Problemløsingsoppgaver generelt kan gjerne betegnes som komplekse og matematisk krevende. Det er på bakgrunn av dette at inkluderingen av Blooms taksonomi, i utformingen av problemløsingsoppgavene, har blitt vektlagt for å kunne gjøre problemløsing mer håndgripelig for flere, og legge til rette for positive mestringserfaringer. I analysen er det kun enkelte deler av undervisningsopplegget som blir trukket frem. Under følger en nærmere beskrivelse av problemløsingsoppgavene, for å kunne gi en bedre forståelse og bredere innsikt i oppgavenes innhold.

4.5.1 Pengeseddeloppgaven


Problemløsningsoppgaver – Fotball VM i Qatar

Oppgave 1

Fotball VM i Qatar starter 20. november. Du og en vennegjeng har planlagt å reise til Qatar for å heie. En flybillett til Qatar koster 2500 kr. Du bestemmer deg for å betale med norske pengesedler.

a) Hvilke ulike norske pengesedler kan brukes i dag?

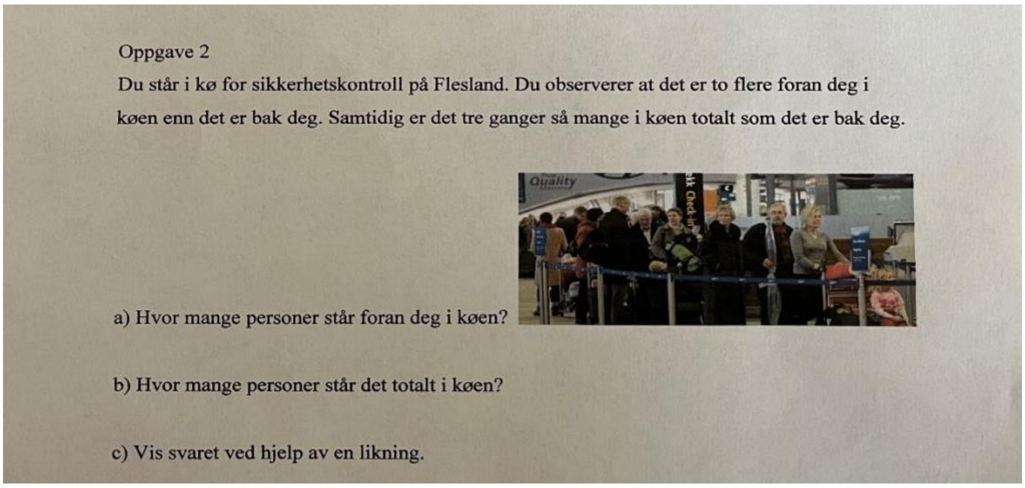
b) Hvor mange ulike måter kan du betale for en flybillett til Qatar med norske pengesedler? Finner du alle?

Figur 5. *Pengeseddeloppgaven*

I denne oppgaven skulle elevene først identifisere hvilke norske pengesedler som kan brukes i dag (se figur 5). Hensikten med denne deloppgaven var å legge til rette for at elevene kunne gjengi innlært stoff (jf. Blooms nivå 1: Huske) og sammenfatte og gjengi denne kunnskapen med egne ord (jf. Blooms nivå 2: Forstå). Den neste deloppgaven øker i vanskelighetsgrad da den stiller krav til at elevene skal anvende kunnskapen sin, fra den foregående deloppgaven, til å finne ulike måter å betale for en flybillett til Qatar på. Rammene for deloppgave b) legger til rette for en konkret situasjon hvor elevene kan bruke sin kunnskap og forståelse (jf. Blooms nivå 3: Anvende). Utformingen av oppgaven gjør det mulig for elevene å bruke ulike fremgangsmåter for å løse problemet.

4.5.2 Sikkerhetskontrolloppgaven

Dette er en oppgave som er inspirert av køkaos når man skal ut å reise. Denne oppgaven stiller krav til elevenes evne til å hente ut relevant informasjon fra oppgaveteksten, hvor de må vurdere hvilken fremgangsmåte som er hensiktsmessig å ta i bruk.


Oppgave 2

Du står i kø for sikkerhetskontroll på Flesland. Du observerer at det er to flere foran deg i køen enn det er bak deg. Samtidig er det tre ganger så mange i køen totalt som det er bak deg.

a) Hvor mange personer står foran deg i køen?

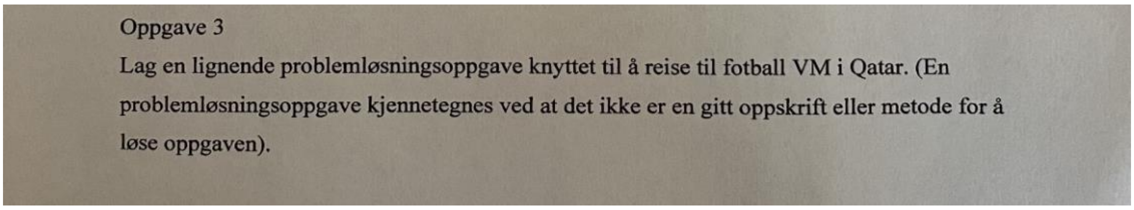
b) Hvor mange personer står det totalt i køen?

c) Vis svaret ved hjelp av en likning.

Figur 6. *Sikkerhetskontrolloppgaven*

De to første deloppgavene etterspør hvor mange personer som står foran deg-personen i køen og hvor mange personer som står i køen totalt. Disse deloppgavene utfordrer elevene til å analysere oppgaveteksten og se sammenhenger (jf. Blooms nivå 4: Analysere). Dette problemet har ikke en gitt fremgangsmåte og elevene må selv vurdere om løsningsforslagene deres passer med oppgaveteksten. Når elevene i deloppgave c) skal vise svarene sine ved hjelp av likning legges det til rette for at elevene kan trekke egne slutninger, tenke kritisk og utlede abstrakte matematiske relasjoner (jf. Blooms nivå 5: Evaluere). Elevene skal her gå fra det konkrete og praktiske til det generelle. Elevene får mulighet til å vise sine kunnskaper knyttet til både aritmetikk og algebra, og elevene må igjen selv vurdere om deres utvalgte variabler og konstanter passer med oppgaveteksten.

4.5.3 Skaperkraftoppgaven


Oppgave 3

Lag en lignende problemløsningsoppgave knyttet til å reise til fotball VM i Qatar. (En problemløsningsoppgave kjennetegnes ved at det ikke er en gitt oppskrift eller metode for å løse oppgaven).

Figur 7. *Skaperkraftoppgaven*

I den siste oppgaven skal elevene lage en egen problemløsingsoppgave knyttet til å reise til fotball VM i Qatar (se figur 7). Elevene blir minnet på i oppgaveteksten hva som kjennetegner en problemløsingsoppgave. Skaperkraftoppgaven legger til rette for at elevene kan anvende sin kunnskap og informasjon til å skape noe nytt (jf. Blooms nivå 6: Skape). Elevene får her mulighet til å utforske og bruke et bredt spektrum av forkunnskaper og tenkeferdigheter på alle Blooms nivåer fra taksonomien. Dette er en oppgave som i stor grad legger til rette for elevmedvirkning, da elevene selv kan vurdere og avgjøre om de skal lage en oppgave som baserer seg på det kjente og konkrete på et grunnleggende nivå, eller om de skal utfordre problemløseren med mer avanserte matematiske konsepter.

4.6 Analysearbeid

Da undervisningsøkten var gjennomført ble lydopptakene overført fra diktafonene til en ekstern harddisk. Ved gjennomgang av datamaterialet i etterkant var internett frakoblet til enhver tid. Lydopptakene i sin helhet utgjorde til sammen 232 minutter. Transkriberingsprosessen startet ved at jeg utførte en grovtranskripsjon i form av korte referater. Jeg skrev ned notater på hva de seks gruppene hadde gjort på de ulike oppgavene. Etter å ha markert særlige interessante sekvenser i grovtranskripsjonen gjennomførte jeg en grundigere fintranskripsjon. De ulike hendelsene ble sortert kronologisk i samsvar med oppgavene. På denne måten kunne jeg enklere sammenligne hvordan de ulike seks gruppene hadde arbeidet med problemløsingsoppgavene. Videre plasserte jeg elevenes løsningsnotater sammen med oppgavearket, samt grovtranskriberte episoder med tilhørende selekterte samtaleutdrag fra de respektive gruppene. En grundig gjennomgang av analyse- og transkripsjonsarbeidet knyttet til datamaterialet var både viktig og nødvendig for å kunne avgjøre hvilke sekvenser som skulle bli inkludert i oppgaven.

Ovennevnte seleksjonsprosess var preget av målet om å undersøke hvordan problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk. Jeg valgte derfor ut sekvenser hvor det utviklet seg interessante diskusjoner, og hvor elevene bidro til samtalene uavhengig av om de hadde galt eller riktig svar. Samtaler mellom elevene som bestod av mindre faglig innhold ble selektert bort, da de var mindre interessante og relevante å analysere. Jeg gjennomførte en tematisk analyse av datamaterialet hvor elevenes utforsking, planlegging og eget analysearbeid med problemløsingsoppgavene ble markert. Situasjoner som indikerte at elevene hadde positive mestringserfaringer ble også markert. Grunnen til dette var for å kunne tydeliggjøre elevenes fremgangsmåter og identifisere ulike kvaliteter i deres dialoger. På denne måten kunne jeg se hvilke faktorer som var gjeldende, og velge ut sekvenser hvor påvirkningen av Blooms taksonomi var fremtredende. På bakgrunn av denne seleksjonsprosessen valgte jeg å benytte meg av en gruppe bestående av tre gutter og en jente. Grunnen til dette var fordi denne gruppen hadde et godt samarbeid, god gruppedynamikk og flere interessante samtaler. Da denne avgjørelsen var fastsatt ble dialogen mellom elevene fintranskribert, både med innlagte tenkepauser og eventuelle avbrytelser, for å sikre en mest mulig korrekt gjengivelse av situasjonen.

4.7 Forskningskvalitet

Ved gjennomførelse av kvalitative forskningsprosjekt trekker Tjora (2021) frem tre kvalitetskriterier for å vurdere kvaliteten på forskningen som har blitt gjort: validitet (gyldighet), reliabilitet (pålitelighet) og generaliserbarhet (Tjora, 20201, s. 259). Oppgavens validitet handler om hvorvidt svarene man ender opp med stemmer overens med spørsmålene som har blitt stilt. I følge Tjora (2021) fokuseres det på samsvaret mellom forskningsspørsmål, metode for datainnsamling og det teoretiske grunnlaget som har blitt vektlagt (Tjora, 2021, s. 263). Krumsvik (2014) understreker i tillegg at ved gjennomførelsen av kvalitative forskningsprosjekt rettes det et særlig blikk på prosjektets metode, og hvor egnet den valgte metoden er for forskningsprosjektet. For å kunne undersøke hvordan problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk, var det nødvendig å skape og legge til rette for en situasjon som gav mulighet til dette. Noen eksempler på overveielser som ble gjort i planleggingsfasen, for å styrke oppgavens validitet, var å la elevene samarbeide om å løse problemløsingsoppgaver i mindre grupper. I tillegg til dette var problemløsingsoppgavene utformet med utgangspunkt i differensieringsverktøyet: Blooms taksonomi. Oppgavene som ble gitt til elevene bærer preg av variasjon og en stigende vanskelighetsgrad. Samtidig var samtlige av verbene fra Blooms taksonomi integrert i undervisningsopplegget, slik at elever som befinner seg på ulike kognitive nivå og et ulikt faglig utgangspunkt, likevel kan oppleve mestring og bidra til diskusjonene. Tanken er her å legge til rette for et trygt innsteg til arbeid med problemløsing, slik at elever med lave mestringsforventninger våger å delta i de matematikkfaglige samtalene. Gjennom å gi elevene oppgaver som bærer preg av både problemløsing, tilpasset opplæring og læring i fellesskap, ble det skapt en situasjon som gav mulighet for å si noe om hvordan problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk.

Noe som også er viktig å påpeke i forbindelse med et kvalitativt forskningsprosjekt sin validitet er forskerens kunnskaper, tolkninger og forventninger. I følge Befring (2015) handler dette om «researcher bias» og i hvor stor grad denne skjevheten påvirker oppgavens objektivitet (Befring, 2015, s. 54). Undervisningsopplegget som ble utformet og brukt i denne oppgaven baserer seg stort sett på min egen innsikt og forståelse av problemløsing som fenomen. Et tiltak som ble gjort for å utjevne skjevheten og researcher biasen, som påvirker oppgavens objektivitet, var å diskutere ordlyden på problemløsingsoppgavene sammen med min veileder, og i tillegg hvilke oppgaver som skulle inkluderes i undervisningsopplegget som skulle presenteres for elevene. Å diskutere og videreutvikle undervisningsopplegget i samråd med veileder bidrar til å styrke oppgavens validitet ved at det er en med større kompetanse på feltet, enn meg selv, som har gitt råd og veiledning. Validiteten til oppgaven påvirkes også av hvilken teori som er lagt til grunn, og hvorvidt jeg har brukt og tolket teorien på en hensiktsmessig måte. Transparens og åpenhet knyttet til hvordan jeg har gått frem, samt redegjørelse for de valgene som har blitt gjort, gir leseren mulighet til selv å vurdere validiteten til oppgaven.

Transparens og åpenhet knyttet til valg og fremgangsmåte blir spesielt viktig når oppgavens reliabilitet skal diskuteres. I følge Kvale & Brinkmann (2015) handler reliabilitet om forskningsresultatenes konsistens og troverdighet. I kvantitativ forskning knyttes reliabilitet til valg av forskningsmetode, og hvorvidt prosjektet kan gjennomføres flere ganger og samtidig gi de samme resultatene. I kvalitativ forskning, på den andre siden, vil resultatene ofte være påvirket av utvalget. Tjora (2021) forklarer at det er unike individer som deltar i forskningsprosjektet, og dette får konsekvenser i form av at forskningsresultatene blir vanskelige å etterprøve. På grunn av dette vil åpenhet knyttet til forskningsmetoden være viktig for å styrke forskningsprosjektets reliabilitet. Noen konkrete tiltak som har blitt gjort for å styrke denne oppgavens reliabilitet har vært vektleggelsen av grundige beskrivelser av fremgangsmåten. Leseren får innsikt i førplanleggingen i forkant av datainnsamlingen, bakgrunn og begrunnelse for de valgene som ble tatt, informasjon om utvalget av informanter, hvordan selve datainnsamlingen foregikk og hvordan datamaterialet ble behandlet og analysert.

Det er flere faktorer som har hatt innvirkning på resultatene i dette forskningsprosjektet. Resultatene blir påvirket av elevenes personligheter, deres forhold og samarbeid med arbeidspartnere, samt deres matematiske innsikt og forkunnskaper. Krumsvik (2014) skriver at en kvalitativ studie sin overførbarhet vil alltid være preget av informantenes påvirkning på funnene. I dette forskningsprosjektet ble det skapt en situasjon som var gjenstand for interessant forskning knyttet til tilpasset opplæring i matematikkundervisning, men samtidig en situasjon som vil være vanskelig å gjenskape i et annet forskningsprosjekt. Selv om det benyttes samme forskningsmetode, kan et annet utvalg av unike individer gi andre resultater enn de resultatene som fremkommer av denne studien. Transkripsjonsprosessen kan derfor trekkes frem som en viktig bidragsyter for oppgavens reliabilitet. Gjennom transkriberingen behandles rådata og en situasjon gjøres om til tekstformat (Krumsvik, 2019, s. 171). For å sikre kvaliteten og nøyaktigheten i gjengivelsene av undervisningssituasjonen inkluderte jeg både observasjon og lydopptak av elevenes arbeid. Dette gav meg et godt utgangspunkt for å kunne gi leseren nøyaktige og deskriptive beskrivelser av situasjonen.

I denne studien har jeg benyttet et kvalitativt forskningsdesign i form av en enkeltcasestudie. Selve konteksten med utvalget av elever har derfor vært av stor betydning. Det har ikke vært et mål å generalisere funnene, men ved å belyse hvordan problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk kan leseren selv vurdere i hvilken grad disse funnene kan være nyttig i utformingen av undervisningsopplegg til egen klasse. Oppgavens beskrivelser av hva som har blitt gjort, og med hvilken hensikt, gjør det mulig for andre å ta i bruk ulike aspekter og sekvenser av studien. Overføringsverdien av denne oppgavens funn avgjøres av leseren sin egen situasjon.

4.8 Etiske hensyn

For å verne om elevene sin identitet og egenverdi har det blitt tatt flere etiske hensyn ved planlegging, gjennomføring, behandling og gjengivelse av det innsamlede datamaterialet. Forskningsdesignet i denne masteroppgaven baserte seg på å samle inn personidentifiserende data i form av lydopptak av elever. Det var derfor nødvendig å søke Norsk Senter for Forskningsdata (NSD) om å få gjennomføre det planlagte forskningsprosjektet, og med det sikre at datainnsamlingen var i tråd med personvernloven. Prosjektsøknaden ble sendt inn 10. oktober, hvor min veileder hadde redigeringstilgang, og jeg fikk svar 7. november om at prosjektet var godkjent og kunne startes. Befring (2015) skriver at: «Et av forskningsetikkens grunnleggende prinsipper består i at all deltakelse skal bygge på samtykke, og at dette samtykket skal være gitt på et fritt, informert og forstått grunnlag» (Befring, 2015, s. 31). Til tross for at elevene som deltok i dette forskningsprosjektet gikk på 10. trinn var ikke alle fylt 15 år. Det var derfor nødvendig å innhente samtykke fra elevenes foresatte om å la elevene delta i forskningsprosjektet, i tillegg til elevenes egen frivillighet. Jeg utformet et informasjonsskriv og et samtykkeskjema til de foresatte, etter egen mal fra NSD, som ble delt ut og sendt hjem med elevene. Her ble det forklart hva forskningsprosjektet dreide seg om og hva det innebar å delta i prosjektet (Se vedlegg 2 og 3). I forkant av datainnsamlingen fikk jeg etter avtale med matematikklæreren anledning til å besøke elevene og presentere forskningsprosjektet. Her ble det kommunisert at elevene ville bli anonymisert, og at de når som helst kunne trekke seg fra å delta i prosjektet uten å måtte begrunne dette ytterligere. Ved å besøke elevene i forkant av datainnsamlingen ble det lagt til rette for at elevene kunne stille eventuelle spørsmål til prosjektet eller databehandlingen.

Datainnsamlingen ble utformet for en undervisningsøkt på 60 minutter. For å unngå at datainnsamlingen skulle gå på bekostning av elevenes faglige utbytte ble undervisningsopplegget utformet på bakgrunn av kompetansemål fra 10. trinn. Datamaterialet som ble samlet inn har til enhver tid blitt behandlet og oppbevart på en trygg måte uten internettforbindelse. For å sikre og ivareta elevenes anonymitet har jeg, i gjengivelsen av dataene, skiftet ut elevenes navn med fiktive navn. Et annet eksempel på etiske hensyn som har blitt foretatt omhandler hvordan deltakerne blir fremstilt i gjengivelsen av dataene. Språket elevene bruker, og måten de kommuniserer med hverandre på, kan gi et feilaktig inntrykk av deres intellekt dersom diverse sekvenser tas ut av kontekst. Krumsvik (2019) skriver at: «Muntlig språk har noen ganger en tendens til å kunne fortone seg som usammenhengende og forvirret, noe som kan gi en utenforstående et dårligere inntrykk av elevenes intellektuelle nivå» (Krumsvik, 2019, s. 174). Enkelte ytringer fra elevene har derfor blitt justert uten å gå på bekostning av meningsinnholdet i de ulike interaksjonene. Måten dette har foregått på er eksempelvis ved å endre på rekkefølgen i ordene i ulike utsagn. Selve ordvalget fra elevene i studien har forblitt uendret, spesielt på grunn av at bruk av *ord* er en egen kategori i Sfard (2006) sitt kommognitive rammeverk.

5.0 Analyse

I dette kapittelet presenteres fire episoder som har vært gjenstand for dypere analyse. Samtlige av deltakerne er elever på 10. trinn, hvor deres reelle navn har blitt byttet ut med oppdiktede navn for å ivareta elevenes anonymitet. Hver episode blir presentert i form av en kort situasjonsbeskrivelse med påfølgende samtaleutdrag fra elevenes diskusjoner. Videre analyseres episodene med utgangspunkt i Sfard (2007) sine diskursive kategorier. Ved bruken av de fire diskursive kategoriene legges det særlig vekt på hvordan problemløsing i mindre grupper påvirker deltakernes produksjon av narrativ. Videre undersøkes det hvordan inkluderingen av verbene fra Blooms taksonomi kan legge til rette for elevenes samtaler, og potensielt fremprovosere kommognitive konflikter. Det pekes også på mulige utviklinger og utvidelser av elevenes diskurser gjennom tilretteleggelsen av positive mestringserfaringer. Dette kan identifiseres ved endringer i måten elevene samtaler på, og kan være tegn på at læring har funnet sted.

For å gi en mest mulig presis og korrekt gjengivelse av hvordan de ulike dialogene utspilte seg har jeg tatt i bruk ulike symboler i samtaleutdragene. Under følger en kort oversikt over betydningen av symbolene:

(   ) Elevenes handlinger

... Tenkepause 1-3 sekunder

.. Eleven som snakker blir avbrutt

5.1 Pengeseddeloppgaven

I denne oppgaven blir elevene bedt om å gjengi hvilke norske pengesedler som kan brukes i dag, og hvor mange ulike måter de kan bruke disse pengesedlene for å betale for en flybillett til fotball VM i Qatar. Gruppen starter med å ramse opp norske pengesedler og skriver dem ned på løsningsarket sitt. Grete foreslår raskt flere ulike måter de kan betale for en flybillett til Qatar, men noen av forslagene inkluderer mynter. Hans påpeker at det her kun er snakk om sedler – ikke mynter. Etter at Grete og Per har skrevet ned fem ulike løsningsforslag vil de gå videre til neste oppgave, men Hans insisterer på at de må finne alle mulige løsninger først. Diskusjonen som følger under varer i omtrent fem minutter. Her har det blitt inkludert et lengre samtaleutdrag for å vise sammenhengen og kompleksiteten i elevenes samtaler.

Grete Vi kan bruke bare 50-lapper. Se da, førti 50-lapper blir riktig. (Har gjort en feil utregning i forhold til billettprisen på kr 2500,-)

Per Dette er sånn vanskelig kombinatorikk.

Hans Kan jeg prøve noe? Vent litt... Vi kan bruke likning!

Grete Nei, det tar så lang tid..

Hans Men se da. Den (peker på 100-lapp) er dobbelt så stor som den (peker på 50-lapp). Og den (peker på 200-lapp) er dobbelt så stor som den (peker på 100-lapp).

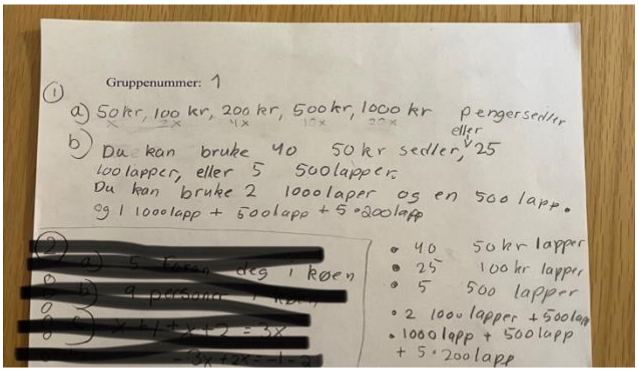
Pål Hvordan skriver vi som likning?

Hans Det er alt for mange, kan vi ikke skrive som likning?

Grete Hmm... Har vi ikke lært en sånn regnemåte for kombinasjon med ukjente?

Pål Vi kan jo regne alle måter å bruke 1000-lapp på og så går vi videre til 500..

Hans Det er alt for mange. Det er sikkert hundre forskjellige... Kan vi bruke regelbok?


Gruppenummer: 1

1

a) 50kr, 100 kr, 200 kr, 500kr, 1000 kr pengersedler

b) Du kan bruke 40 50kr sedler, eller 25 100lapper, eller 5 500lapper.
Du kan bruke 2 1000laper og en 500 lapp.
og 1 1000lapp + 500lapp + 5 • 200lapp

[redacted]

• 40 50kr lapper
• 25 100kr lapper
• 5 500 lapper
• 2 1000 lapper + 500lapp
• 1000 lapp + 500lapp + 5 • 200lapp

Figur 8. *Løsningsark*

Grete Det er jo bare logisk tenking.

Hans Ja, det må være en bedre måte å finne alle på.

Grete Hva om vi tar x=50 (skriver en «x» under «50 kr») og 2x = 100 (skriver «2x» under «100 kr») og så er neste..

Per Nei, det der skjønner ingen!

Diskusjonen som utvikler seg i samtaleutdraget ovenfor er knyttet til valg av fremgangsmåte for å løse pengeseddeloppgaven. Grete avslutter et resonnement hvor hun har foreslått å bruke førti 50-lapper, som for så vidt summeres til 2000, og ikke 2500 som oppgaven var ute etter. Det virker ikke som resten av gruppen reagerer på denne regnefeilen da Per videre påpeker at «dette er sånn vanskelig kombinatorikk». Per sitt narrativ blir hverken godkjent eller avvist fordi Hans raskt uttrykker at de kan bruke likning for å finne alle de ulike mulighetene. Grete og Per var i utgangspunktet fornøyd etter å ha foreslått fem ulike måter å betale for flybillett, men ble nødt til å ta stilling til Hans sitt narrativ. Grete uttrykker først misnøye ved å bruke likning som fremgangsmåte og begrunner det med tidsbruk. Hans forsøker å overbevise de andre om at likning er en god fremgangsmåte til dette problemet og han bruker pengesedlene som støtte i argumentasjonen sin. Pål virker usikker på hvordan de skal gå frem med likning og foreslår istedenfor «å regne alle måter med 1000-lapp», men dette narrativet blir raskt forkastet av Hans som står fast ved at likning er løsningen. Grete har tilsynelatende endret mening og gradvis akseptert Hans sitt narrativ da hun foreslår å bruke variabler sammen med pengesedlene. Grete går i gang med å skrive «x» og «2x» under pengesedlene på løsningsarket før Per avbryter henne.

I samtaleutdraget over kan vi se at elevene har startet en problemløsingsprosess i fellesskap. Grete og Per har analysert oppgaven og prøvd ut ulike løsningsmetoder. Hans, på den andre siden, har valgt en mer utforskende innfallsvinkel og foreslår raskt å bruke likning for å løse problemet. Etterhvert som samtalen utspiller seg kan det virke som om Grete akspeterer Hans sitt narrativ, men Per og Pål er lite fortrolig med å bruke likning som fremgangsmåte og narrativene deres blir derfor motstridende. Dette kan resultere i at det blir vanskeligere å nærme seg eller godta hverandres narrativ. Grunnen til dette er fordi at noen av elevene må forkaste sitt eget narrativ. Denne problematikken kommer også til syne i samtalen da Pål foreslår å finne alle måter å bruke 1000-lappen på, før Hans raskt avfeier denne hypotesen. Det kan se ut som om Hans forkaster et potensielt fruktbart narrativ for å få det til å stemme overens med sitt eget. Dette tyder på at Hans kun forholder seg til likning og sin egen diskurs. Slike tegn på brudd i kommunikasjonen kan ses i sammenheng med det Sfard (2007) kaller kommognitive konflikter. For å forstå hva som fremprovoserer en slik konflikt, og hvordan de utspiller seg, kan det være hensiktsmessig å undersøke hvorfor de oppstår. Ved å ta utgangspunkt i et kommognitivt rammeverk, og studere samtalen ut i fra Sfards diskursive kategorier, kan man få bedre innsikt i underliggende faktorer knyttet til kommognitive konflikter.

5.1.1 Elevenes ordbruk

Dersom man studerer elevenes bruk av ord kan man se at Per og Hans ganske umiddelbart presenterer de matematiske begrepene kombinatorikk og likning. Måten Per uttrykker seg på kan tyde på at han kjenner igjen ordlyden og oppgaveformuleringen fra lignende oppgaver. Det kan også virke som om Per ikke er helt fortrolig med kombinatorikkbegrepet, da han uttrykker: «Dette er sånn vanskelig kombinatorikk». Etterhvert som Hans foreslår å bruke likning for å løse problemet blir det tydelig at Per og Pål har en annen oppfatning, eller manglende forståelse, for likningsbegrepet. Pål er usikker på føringen av likninger og Per avbryter Grete, i det hun er i gang med å føre variabler under hver pengeseddel, og uttrykker: «Det der skjønner ingen!». At elevene omtaler det samme begrepet, men tilsynelatende legger ulikt innhold i det, kan være en indikasjon på en kommognitiv konflikt. Grunnen til at den kommognitive konflikten oppstår er at Per og Pål handler med utgangpunkt i andre metaregler, eller et annet meningsinnhold enn Hans og Grete.

5.1.2 Visuelle mediatorer og nye rutiner

De visuelle mediatorene har tilsynelatende påvirket samtalen mellom elevene og hvordan den utartet seg. På bakgrunn av at de norske pengesedlene utgjorde rammen for problemet som skulle løses, var det fysisk mulig for elevene å vurdere om de ulike løsningsforslagene stemte overens med oppgaveformuleringen. Norske pengesedler fungerer her som en visuell mediator i form av at de utgjør et fysisk aspekt som de fleste elever har kjennskap til gjennom sin hverdagsdiskurs. På grunn av at de norske pengesedlene er et kjent og håndgripelig element for elevene, kan det argumenteres for at inkluderingen av dem bidrar til et trygt og gjenkjennbart innsteg til problemløsingsoppgaven. Hans bruker pengesedlene aktivt i sitt resonnement knyttet til bruken av likning som potensiell løsningsmetode. At Hans tar utgangspunkt i likning, og fronter det som en mulig løsning, fører til at de andre elevene må ta stilling til hans narrativ. Pål tar også utgangspunkt i pengesedlene når han foreslår å finne alle muligheter hvor 1000-lappen blir brukt. Både Hans og Pål støtter altså narrativene sine på de visuelle mediatorene – *norske pengesedler*, men det virker ikke som det er enighet i hvilken fremgangsmåte de skal bruke. Dette påvirker elevenes videre narrativ og rutiner, som eksempelvis hvordan elevene går frem i sin argumentasjon for å overbevise de andre.

De visuelle mediatorene som pengeseddeloppgaven tilbyr er i hovedsak de oppramsede norske pengesedlene, samt et illustrasjonsbilde av dem. Andre visuelle mediatorer som kan identifiseres i situasjonen tilføres ved at Grete skriver variabler under pengesedlene. Disse variablene kan fungere som et supplement utover det problemløsingsoppgaven tilbyr. Når oppgaven formuleres som et problem, med flere mulige løsninger og uten at fremgangsmåten er oppgitt, gis det rom for at elevene selv kan velge hvilke visuelle mediatorer de ønsker å vektlegge i problemløsingsfasen. I denne situasjonen fungerte pengesedlene og variablene som viktige visuelle mediatorer. Grunnen til dette er fordi de dannet utgangspunktet for elevenes produksjon av narrativ og videre deres rutiner. Til tross for at Per avbryter Grete i det hun skriver variabler under pengesedlene, kan dette være et eksempel på at visuelle mediatorer kan legge til rette for nye rutiner blant elevene. Elevene må vurdere hvilken fremgangsmåte og hvilke visuelle mediatorer de skal basere løsningen sin på. Denne vurderingsprosessen kan legge til rette for nye rutiner, som videre kan fremprovosere matematikkfaglige samtaler og produksjon av narrativ på metanivå. Et eksempel på dette hentet fra situasjonen ser man ved at Hans sitt forslag om å bruke likning fører til en diskusjon hvor de andre elevene må vurdere denne fremgangsmåten.

5.1.3 Visuelle mediatorer og produksjon av narrativ

I det øyeblikket Hans foreslår å bruke likning som fremgangsmåte må de andre elevene som nevnt ta stilling til dette. Diskusjonen som oppstår som følge av dette omhandler begrepsinnholdet i matematiske objekt, som eksempelvis likningsbegrepet. Noen av spørsmålene elevene stiller seg består av narrativ på metanivå. Grunnen til dette er fordi spørsmålene omhandler selve diskursen. Noen eksempler på slike spørsmål fra elevene kan være: Hvordan skriver vi som likning? Har vi ikke lært en regnemåte for kombinasjon med ukjente? Hva om vi skriver x=50 og 2x=100? Elevene snakker her om meningsinnholdet i matematiske objekt, mens de diskuterer innad i gruppen hvilken fremgangsmåte de skal bruke. Det er slike samtaler som i følge Sfard (2007) kan utvide og endre elevenes matematiske diskurser, og som har potensial for læring. De visuelle mediatorene har tilsynelatende fungert som en støtte for elevenes forståelse og produksjon av narrativ (jf. Sfard, 2008). Elevene kan bruke og vise til de visuelle mediatorene, som eksempelvis Hans når han påpeker at: «Den er dobbelt så stor som den. Og den er dobbelt så stor som den». Da viser Hans til pengesedlene som elevene har skrevet opp. Å kunne analysere et problem og hente ut relevant informasjon fra oppgaveteksten er vesentlige aspekter i en problemløsingsprosess. Når elevene snakker om, og bruker de visuelle mediatorene aktivt i problemløsingsfasen, kan det bidra til å tydeliggjøre hvilken fremgangsmåte som er gunstig for å løse problemet.

5.1.4 Blooms taksonomi sin rolle i pengeseddeloppgaven

På bakgrunn av at undervisningsopplegget baserer seg på verbene fra Blooms taksonomi, da spesielt verbene «huske», «forstå», «anvende» og «analysere», legges det til rette for at flere av elevene i gruppen kan bidra aktivt og oppleve positive mestringserfaringer. I starten av situasjonen gjengir gruppen innlært stoff hvor de ramser opp norske pengesedler («huske»), og videre skriver dem ned på løsningsarket. Grete og Per gjengir i tillegg kunnskap med egne ord («huske»), og de sammenfatter denne kunnskapen («forstå») i form av fem løsningsforslag på pengeseddeloppgaven. Diskusjonen som senere oppstår viser at både Hans og Pål evner å bruke kunnskap og forståelse i konkrete situasjoner («anvende»), i form av produksjonen av sine narrativ knyttet til bruk av kombinatorikk og likning. Når Grete etterhvert ser de samme sammenhengene («analysere») som Hans, kan dette være en indikasjon på at inkluderingen av verbene fra Blooms taksonomi kan legge til rette for elevenes faglige samtaler, og potensielt fremprovosere kommognitive konflikter.

Etter å ha analysert episoden basert på Sfards kommognitive rammeverk er det flere aspekter som tyder på at problemløsing i mindre grupper påvirker deltakernes produksjon av narrativ.

De visuelle mediatorene som pengeseddeloppgaven tilbyr, og tilrettelegger for, har spilt en viktig rolle for den potensielle kommognitive konflikten som oppstod. Vurderingsprosessen knyttet til valg av fremgangsmåte førte elevene til samtaler på metanivå. I følge Sfard (2007) har slike samtaler potensial til å legge til rette for læring både på objekt- og metanivå. Dette skjer ved at elevenes begrepsforståelse utvides og endres i samspill med andre (ref. problemløsing i mindre grupper). I denne episoden har de visuelle mediatorene fungert som støtte for elevenes forståelse og de har gjort kommunikasjonen enklere. Utformingen av pengeseddeloppgaven med dens tilbud av flere visuelle mediatorer, samt tilretteleggelsen av positive mestringserfaringer, har tilsynelatende vært formålstjenlig i produksjonen av elevenes matematikkfaglige samtaler. I denne gitte konteksten har elevenes samtaler, med utgangspunkt i ovennenvte visuelle mediatorer, potensial til å fremprovosere det Sfard kaller en kommognitiv konflikt.

5.2 Sikkerhetskontrolloppgaven

Den neste episoden er knyttet til kø-problematikk på Bergen Lufthavn, Flesland. Her skal elevene løse et problem hvor det er vesentlig å hente ut nødvendig informasjon fra oppgaveteksten (se delkapittel 4.5.1 for en mer detaljert beskrivelse). Hensikten med å se nærmere på denne oppgaven er å peke på mulige endringer i elevenes rutiner når de arbeider med problemløsing i mindre grupper, samt hvordan bruken av Blooms taksonomi kan legge til rette for matematiske samtaler og positive mestringserfaringer.

I sikkerhetskontrolloppgaven skal elevene finne ut hvor mange personer som står foran dem i køen, og hvor mange personer det står totalt i køen. Grete påpeker raskt at «dette er jo en sånn likningsgreie dette også», noe som resten av gruppen tilsynelatende sier seg enig i. Elevene går i gang med å analysere informasjonen fra oppgaveteksten og forsøker å identifisere hvem som er «x» eller den ukjente. Per stiller så spørsmålet: «må vi finne et uttrykk for x?», før Hans svarer «ja, da kan vi bare sette inn tall». Elevene prøver ut ulike løsningsmetoder, men de blir ikke enige om hvilke variabler og konstanter de skal ta i bruk. Etterhvert foreslår Per at de kan tegne køen:

Hans Vi klarer å tenke logisk. Hvis vi tar 3•2, det er 6.

Per Men det skal være to flere foran deg enn det er bak deg. Da kan vi være rosa fargeblyant (tømmer 10-12 fargeblyanter ut av et penal).

Hans Det er mye bedre å finne en likning for da kan vi bare sette inn tall. De vi har lyst til.

Pål Som i grafer?

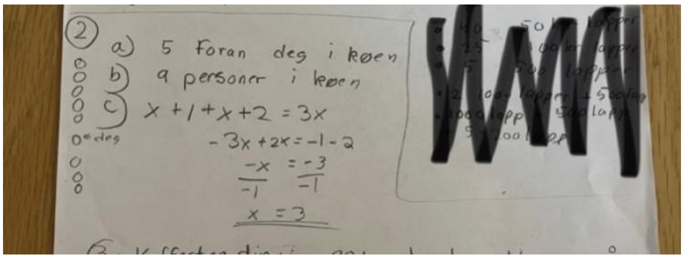
Hans På en måte.

Grete Hvis vi tar x =3 så får vi 3•3 = 9 der (peker på ett av løsningsforslagene), og 2•3 = 6 der (peker på et annet ledd av samme løsningsforslag).

Pål Men hvis hele køen er 3x... Skal vi bare finne en formel liksom?

Per Nei, vi skal jo finne hvor mange som står foran. Vi tegner køen.

Grete Vent da (samler en neve med fargeblyanter), vi er der (peker på rosa fargeblyant), og så har vi tre der (plasserer tre fargeblyanter på den ene siden av den rosa), og så har vi fem foran (plasserer fem fargeblyanter på den andre siden av den rosa).



Figur 9. *Løsningsark*

Per Og så er det tre ganger så mange! Ja, ni!

Hans Ja, det gir mening.

Grete Det passer, vi er jo med i køen selv.

Per Enig, Pål?

Pål Ja...

Per Vi fant det ut! (Henvender seg til meg). Vi brukte fargeblyanter!

Elevene har i fellesskap funnet en løsning på de to første deloppgavene av sikkerhetskontrolloppgaven: a) Hvor mange personer står foran deg i køen? og b) Hvor mange personer står det totalt i køen? Episoden ender med at Per roper meg bort til gruppens pult da han er relativt kry over å ha løst problemet. I liket med forrige episode oppstår det en diskusjon knyttet til hvilken fremgangsmåte elevene skal bruke for å løse problemet. Med utgangspunkt i Hans sine narrativ kan det virke som at han har en oppfatning om at likning nok en gang er den beste og mest effektive fremgangsmåten. Grete støtter Hans sitt narrativ da hun forsøker å koble sammen ulike tallverdier med variablene fra de allerede nedskrevne løsningsforslagene til gruppen. Per, på den andre siden, foreslår å tegne køen og tømmer også ut fargeblyanter på arbeidspulten (som antas at skal fungere som konkreter). Det virker heller ikke som at Pål er innforstått med hvordan likninger skal hjelpe gruppen til å løse problemet. Dette kan være indikasjoner på at elevene handler ut i fra ulike metaregler. Dette kommer også til syne i rutinene til elevene ved at Hans og Grete støtter seg på likningene, mens Per presenterer en mer visuell og konkret innfallsvinkel på problemet. I denne episoden blir det i likhet med den foregående produsert to motstridende narrativ knyttet til hvilken fremgangsmåte gruppen skal bruke. Basert på at Hans og Grete tilsynelatende har en annen oppfatning eller forståelse for likningsbegrepet, enn det Per og Pål har, kan dette også peke i retning av en potensiell kommognitiv konflikt (jf. Sfard, 2007).

5.2.1 Rutinene endres i mindre arbeidsgrupper

I likhet med pengeseddeloppgaven argumenterer Hans igjen for at likning er den beste fremgangsmåten å bruke for å løse kø-problemet. Etterhvert som samtalen utspilte seg i den foregående episoden ble det brudd i kommunikasjonen mellom elevene. Som nevnt tidligere kan en mulig forklaring på dette være at samtlige av elevene ikke opererte innenfor de samme metareglene knyttet til likninger. Konsekvensen av dette fører igjen til det Sfard (2007) kaller en kommognitiv konflikt. Noe som derimot er annerledes med sikkerhetskontrolloppgaven er en mulig endring i elevenes rutiner. Hans og Grete er de største pådriverne for å løse problemet ved hjelp av likning, og Pål følger også deres narrativ ved å stille spørsmål. Til tross for at Per foreslår å tegne køen argumenterer Hans for hvorfor Per sitt narrativ må forkastes: «Vi klarer å tenke logisk» og «det er mye bedre å finne en likning for da kan vi bare sette inn tall». Grete støtter Hans sitt narrativ ved at hun fortsetter å prøve ut ulike variabler og konstanter i likningene de har skrevet ned. Endringen i elevenes rutiner skjer først i det fokuset rettes mot fargeblyantene som Per har tømt ut på pulten. Per argumenterer ytterligere for sitt eget narrativ når han påpeker at: «Vi skal ikke finne en formel, vi skal finne hvor mange personer som står foran». Denne argumentasjonen virker å føre til at Grete legger fra seg sin egen blyant og istede plukker opp fargeblyantene til Per. Grete sine rutiner endres, og Per sitt narrativ styrkes ved at hun attpåtil bruker fargeblyantene som visuelle mediatorer for å både vise og overbevise de andre elevene. Hans uttrykker at: «dette gir mening», og godkjenner tilsynelatende Per sitt narrativ.

5.2.2 «En likning som svarer på alt»

I den siste deloppgaven, deloppgave «c)», skal elevene vise hvordan de har tenkt ved hjelp av en likning. Per foreslår å tegne «fargeblyantkøen» over på arket som en hjelpefigur, før diskusjonene raskt tar seg opp igjen:

Pål Nå må vi skrive som likning. Til a) eller b)?

Hans Vi må finne en likning som svarer på alt.

Grete x + du + 2x?

Hans Nei, du kan ikke skrive «du» i en likning. Skriv 1.

Grete Nei, skriv y.

Pål x + y + 2x = 3x?

Hans Men nå blir det to ukjente.

Per Ja, det er sant. «Du» er jo ikke ukjent. «Du» skal være rosa fargeblyant.

Hans Skriv 1. Likning kan være tall også.

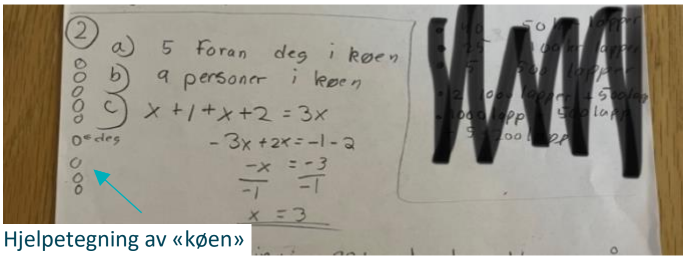
Grete Ja, men det blir mer matematisk rett å skrive y.

Per Nei... Det der blir ikke riktig. Vi skal ikke ha 2x. Den (peker mot fargeblyantkøen) skal ikke dobles.

Hans Det må være 2+x. Ja, det går (løser for x og skriver ned svaret på løsningsarket).

Per Skal vi tegne inn køen? Eller ikke?

Hans Vi kan det.



Figur 10. *Løsningsark*

Oppgaven som elevene skal løse i denne episoden er den første oppgaven hvor en konkret fremgangsmåte har blitt fastsatt på forhånd: «Vis svaret ved hjelp av likning». Dette er en faktor som gjør at samtaleutdraget over blir ekstra interessant å analysere, fordi man her kan sammenligne elevenes rutiner med tidligere gitte oppgaver. En slik sammenligning kan videre synliggjøre en mulig utvikling av elevenes matematiske diskurser.

Hans påpeker raskt at de må finne «en likning som svarer på alt». Med utgangspunkt i de foregående oppgavene, og diskusjonene knyttet til bruken av likning som fremgangsmåte, gis det indikasjoner på at Hans har utviklet metaregler for både *hvordan* og *når* rutinene knyttet til likning burde tas i bruk. Hans har ved flere anledninger brukt de tilgjengelige visuelle mediatorene i sin argumentasjon, eksempelvis pengesedlene (tidligere oppgave) og nå de ulike variablene og konstantene i sikkerhetskontrolloppgaven. Noe som er interessant er at Per har vært lite fortrolig med å bruke likning som fremgangsmåte i de foregående episodene, men i denne episoden støtter han seg på nye visuelle mediatorer – noe som påvirker rutinene hans. Diskusjonen som utledes av Hans sitt narrativ omhandler bruken av «1», «du» eller «y» som et ledd i likningen elevene utarbeider. Per har frem til nå ikke uttrykt noen synlige meninger i samtalen, før han påpeker at «du»-leddet i likningen ikke er en variabel, men en konstant. Han støtter videre narrativet sitt på den rosa fargeblyanten fra den foregående deloppgaven, noe som tilsynelatende fungerer godt som en visuell mediator for Per. Dette kan være et eksempel på at Per sine tidligere mestringserfaringer påvirker hans mestringsforventning i forbindelse med deloppgave c). Det er også Per som påpeker at det ikke skal være «2x», men «2+x» for at det skal stemme overens med resten av informasjonen. Det kan altså her identifiseres en ny rutine hos Per, både når han vurderer om fremgangsmåten kan stemme og måten han argumenterer på. De nye rutinene som oppstår hos Per kan tyde på en endring i diskursen hans. Dette kan potensielt kategoriseres som læring på metanivå (jf. Sfard, 2007).

I denne episoden produserer Per narrativ som støttes av begreper og meningsinnhold hentet fra arbeid med likninger. Dette er narrativ som ligner på Hans og Grete sin argumentasjon i den første episoden – pengeseddeloppgaven. I pengeseddeloppgaven produserte Per et narrativ som var motstridende med Hans og Grete sitt narrativ, og han endte opp med å uttrykke: «Det der skjønner ingen!». Det som er annerledes med sikkerhetskontrolloppgaven er at likning nevnes spesifikt i *siste* deloppgave – først etter at elevene har fått mer eller mindre frie tøyler til å løse de foregående deloppgavene ved valgfri fremgangsmåte. Det kan virke som at den rosa fargeblyanten var nyttig for Per både i deloppgave a) og b), samt i resoneringen i deloppgave c). Overgangen fra det konkrete til det generelle ble mulig mer visuelt fremstilt, siden Per viser til den rosa fargeblyanten i køen da han påpeker at «du» skal være en konstant. I sikkerhetskontrolloppgaven er det tydelig at elevene tillegger et likere meningsinnhold til likninger og de opererer innenfor metaregler som harmonerer. Det er derfor mye som tyder på at det har skjedd en utvikling i elevenes diskurser. Denne utviklingen kan skyldes at elevenes mestringsforventning har blitt påvirket av deres tidligere mestringserfaringer i arbeid med de gitte problemløsingsoppgavene. Dette kan blant annet ha ført til at eksempelvis Per var mer mottakelig for å godta de andres narrativ, og attpåtil støtte sin egen argumentasjon på andre visuelle mediatorer enn tidligere.

5.3 Blooms taksonomi kan legge til rette for matematiske samtaler

Det kan argumenteres for at implementeringen av Blooms taksonomi i dette undervisningsopplegget har påvirket elevenes produksjon av narrativ på metanivå. Dette kan videre legge til rette for at elevene får mulighet til å utlede regler på *objektnivå*. Dette kan forklares ved elevenes diskusjoner om hvilke fremgangsmåter de skal ta i bruk og tilhørende forklaringer og resonnementer. Det er disse diskusjonene og elevenes argumentasjon som videre utvikler seg til matematiske samtaler som omhandler matematiske sammenhenger. Et eksempel på dette kan være når Per bruker sin kunnskap og sin egen forståelse av sikkerhetskontrolloppgaven (ref. «Anvende» - Blooms nivå 3) og foreslår å bruke fargeblyanter som konkreter. Dette forslaget legger til rette for at Grete ser en sammenheng (ref. «Analysere» - Blooms nivå 4) og hun bruker fargeblyantene aktivt i sin resonnering. Når elevene videre evaluerer Grete sitt narrativ (ref. «Evaluere» - Blooms nivå 5) blir det tydelig at Blooms taksonomi kan legge til rette for at elevene får mulighet til å trekke egne slutninger, tenke kritisk og utlede abstrakte matematiske relasjoner. Elevene samtaler om hvilken fremgangsmåte som kan gi en løsning på problemet og de diskuterer hvorfor det kan stemme. Disse diskusjonene leder elevene inn på samtaler om matematiske sammenhenger, som eksempelvis hvorvidt «du»-personen i køen skal være en variabel eller en konstant i siste deloppgave. Per produserer senere et narrativ som baserer seg på de samme verbene og nivåene fra Blooms taksonomi som nevnt over: «Vi skal ikke ha 2x», og «den skal ikke dobles». Per sin analyse og anvendelse kulminerer i utsagnene hans, noe som fører til at Hans evaluerer Per sitt narrativ og uttrykker: «Det må være 2+x», før han selv kryssjekker dette ved å løse for x. Disse eksemplene indikerer at Blooms taksonomi, gjennom vektleggingen av verbene i utformingen av undervisningsopplegget, kan legge til rette for matematiske samtaler som omhandler matematiske sammenhenger. Videre kan implementeringen av Blooms taksonomi fungere som en støtte for elevenes resonnering gjennom ulike visuelle mediatorer som blir gjort tilgjengelig for dem.

5.4 Skaperkraft

I den siste episoden skal elevene lage sin egen problemløsingsoppgave knyttet til å reise til fotball VM i Qatar. I oppgaveteksten blir elevene minnet på at en problemløsingsoppgave kjennetegnes ved at det ikke er en gitt oppskrift eller metode for å løse oppgaven. I samtalen under diskuterer elevene hvordan de skal gå til verks for å lage en problemløsingsoppgave:

Grete	Skal vi lage like oppgaver som 1) og 2)?
Pål	Hva er problemløsing?
Per	Det er en tekstoppgave egentlig.
Grete	Vi kan jo knytte det til å reise.
Hans	Ja, hva skjer når du tar flyet?
Grete	Hva med sånn tid, fart og rom?
Per	Må den ligne på de andre?
Grete	Vi kan ha både tegne og skrive som likning.

Pål Arh, jeg liker ikke å lage oppgaver.

Hans Når man flyr... Hvor raskt flyr et fly?

Per Men da finner du bare et svar. Er det problemløsing?

Hans Jeg har veldig lyst til å finne det ut...

Per Hva med koffert? Den veier 20 kg. Og der har du klær... og såpe!

Hans Hvor mye veier en koffert?

Grete Nei, vi må bruke andre ord. Mindre tall. Vi må formulere det sånn at du som skal løse det må finne det ut selv.

Pål Dette er verre enn tentamen.

Hans Vi skal bare lage en matematisk tekstoppgave, Pål.

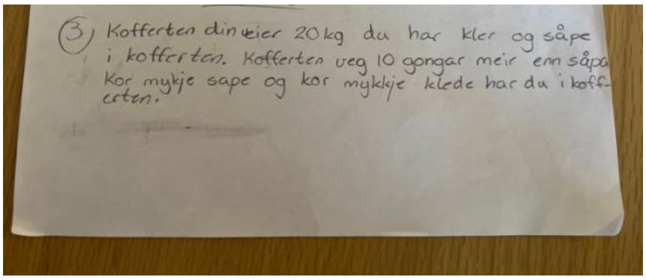
Grete Kofferten veier ti ganger mer enn såpen. Hvor mye såpe og hvor mye klær har du i kofferten?

Hans Der har vi laget en oppgave.

Per Skal vi ha bilder? Skal jeg tegne såpe og koffert?

Hans Hvorfor?

Per For å liksom hjelpe den som tenker.



Figur 11. *Løsningsark*

Pål Hvis vi hadde gjort det på Docs kunne vi limt inn bilder.

Skaperkraftoppgaven skiller seg ut fra de andre oppgavene ved at det er elevene selv som skal lage en oppgave, og dermed påvirker utformingen og innholdet i problemet. Dette er en interessant episode å studere fordi man her får mulighet til å analysere hvilke metaregler elevene arbeider innenfor, og hvilket meningsinnhold de selv legger i arbeid med problemløsing. Hvilke visuelle mediatorer velger elevene å basere oppgaveformuleringen sin på, eller eventuelt hvilke visuelle mediatorer inkluderes i oppgaven som en støtte for problemløseren? I denne oppgaven skal ikke elevene bare produsere egne narrativ, men de skal designe og skape et problem som kan løses. Dette samtaleutdraget viser hvordan elevene planlegger og vurderer sin egen oppgaveformulering. Episoden blir videre studert med utgangspunkt i Sfards fire diskursive kategorier.

5.4.1 Idémyldring og bruk av ord

Elevene går raskt til verks med å foreslå ulike temaer som problemløsingsoppgaven deres kan handle om. Elevenes rutine tar form som en slags idémyldring hvor elevenes ordbruk bærer preg av en spørrende tilnærming. Noen eksempler på dette kan være at ord som «hva skjer når» og «hva med sånn» blir brukt flere ganger i samtalen. Når elevene bruker slike ord kan det tyde på at de har en åpen og spørrende tilnærming til oppgaven. Det virker som at elevene lytter til hverandres forslag uten at noen skjærer gjennom og hevder å sitte på fasiten. Samtalen som utvikler seg i denne episoden gir mulighet for at elevene kan prøve, utforske og resonnere. Det kan argumenteres for at en slik type oppgave kan legge til rette for holdninger hos elevene som gjør dem mer åpne for andres innspill. Slike tilnærminger til problemer som skal løses kan bidra til å skape et trygt læringsmiljø, hvor elevene våger å komme med forslag. Dette kan også hjelpe elevene til å se verdien av å prøve og feile som en del av en prosess mot en eventuell løsning.

5.4.2 Rutiner og metaregler

Elevenes rutiner i arbeid med skaperkraftoppgaven gir indikasjoner på at de tillegger et tilnærmet likt meningsinnhold til problemløsing. Når Grete uttrykker at: «Vi kan ha både tegne og skrive som likning» og «vi må formulere det på en slik måte at den som skal løse det må finne det ut selv» kan det virke som at hun har utviklet metaregler for hva en problemløsingsoppgave skal inneholde. Et annet eksempel på at elevene har utviklet metaregler for problemløsing, som kan synliggjøres ved elevenes rutiner, kan være når Per påpeker at: «Men da finner du bare et svar. Er det problemløsing da?». Elevene er oppmerksomme på kjennetegnene ved en problemløsingsoppgave, og dette påvirker elevenes produksjon av narrativ. Det kan også virke som at Per har sett verdien av visuelle mediatorer, eller i det minste en form for illustrasjon som tilhører problemløsingsoppgaven, ved at han foreslår å tegne en koffert og såpe. Dette er et forslag som heller ikke virker tilfeldig da han begrunner det med å si: «For å liksom hjelpe den som tenker». I de tidligere oppgavene har elevene ved flere anledninger støttet argumentasjonen sin på ulike visuelle mediatorer. Når elevene nå har fått i oppgave å lage sin egen problemløsingsoppgave kan det virke som at det visuelle er et element som Per ønsker å inkludere i oppgaven. Bakgrunnen for dette kan skyldes Per sine tidligere mestringserfaringer, knyttet til de visuelle mediatorene fra de foregående oppgavene, som fungerte som en støtte i hans argumentasjon.

5.4.3 Mestringserfaring og individualisering

Skaperkraftoppgaven er utformet med utgangspunkt i Blooms sjette nivå: «Skape». Det stilles krav til at elevene skal kunne anvende kunnskap og informasjon til å skape noe nytt. Som nevnt tidligere er Blooms sjette nivå et av de høyere taksonomiske nivåene, hvor hensikten er å utfordre til tenkning på et høyere og mer avansert nivå. Til tross for at ikke alle elevene i gruppen nødvendigvis alltid opererer innenfor et «skaper-nivå» når de arbeider med problemløsing, så kan arbeid i mindre grupper bidra til at alle blir inkludert og får prøve seg på de vanskeligste oppgavene. Når elevene samarbeider om å finne en løsning, kontra å arbeide individuelt, kan elevene hjelpe og motivere hverandre. Dette vil være en sentral faktor for i hvilken grad elevene utnytter læringskapasiteten sin. Ordningen med mindre arbeidsgrupper legger også til rette for at elevene kan samtale om matematiske konsepter knyttet til problemløsing. Skaperkraftoppgaven kan gi elevene verdifulle mestringserfaringer knyttet til å lage egne oppgaver ved at de selv må inkludere elementer fra ulike matematiske konsepter innenfor en gitt tematikk. Dette er mestringserfaringer som eksempelvis kan legge til rette for at et tema som problemløsing, eller såkalte «matematiske tekstoppgaver», kan oppleves mer virkelighetsnært og håndgripelig for flere.

Undervisningsopplegget som ble brukt i denne studien innehar flere ulike visuelle mediatorer som elevene kunne støtte seg på i sitt arbeid med problemløsing. Noe som er interessant med den siste oppgaven er at den er blottet for visuelle mediatorer. Her er det elevenes oppgave å bestemme hvilke og hvor mange visuelle mediatorer som eventuelt skal inkluderes: «Hva med tid, fart og rom?» og «Hvor raskt flyr et fly?» eller «Hvor mye veier en koffert?» Det legges her til rette for at elevene kan gjøre selvstendige vurderinger basert på tidligere erfaringer med problemløsing. Når elevene blir utfordret til å lage sin egen oppgave, og gjøre vurderinger basert på sine egne erfaringer, kan det ses i sammenheng med noe som ifølge Sfard (2007) heter *individualisering*. Dette er et konsept som utruster elevene til å samtale om matematiske konsepter både med seg selv og andre, og som ses på som et tegn på at læring har funnet sted.

6.0 Diskusjon

Selve grunnlaget for denne masteroppgaven var nært knyttet til mitt ønske om å gjennomføre en studie jeg kom til å få bruk for når jeg nå straks skal tre inn i læreryrket. Jeg ønsket å forske på tilpasset opplæring i matematikk, hvor målet var å utarbeide en nyttig tekst som undersøkte og belyste hvilke tilpasninger lærere kan ta i bruk for å gjøre problemløsing i matematikk mer håndgripelig for elever med lave mestringsforventninger. Dette innebar å se nærmere på hvilke undervisningsmetoder som setter elevers utvikling og læring i matematikk i fokus, samt undersøke hvilke faktorer som påvirker elevers mestringsforventninger. Min personlige interesse for temaet omhandlet et ønske om «flere ben å stå på» i møte med ulike elevgrupper. Jeg ønsket å undersøke hva lærere gjør, hvordan de gjør det og hvorfor de gjør som de gjør i møte med mangfold og ulike læringsbehov blant sine elever. Oppgavens hensikt var dermed å kunne bidra til økt kunnskap på forskningsfeltet, samt øke læreres bevissthet knyttet til hvilke konkrete handlingsvalg man kan ta i bruk for å tilpasse matematikkundervisning på ungdomstrinnet. Med dette som bakteppe, og en forankring i opplæringsloven (jf. Opplæringslova §1-3, Tilpassa opplæring), samt Læreplanens kjerneelementer i matematikk (jf. «Utforsking og problemløsing»), valgte jeg å benytte meg av følgende problemstilling:

Hvordan kan problemløsing tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk?

Etter å ha studert og analysert et lite utvalg elevers kommunikasjon i arbeid med problemløsingsoppgaver, har jeg fått innsikt i elevenes samhandling og kommunikasjon når de arbeider i mindre grupper. Ved bruk av Sfard (2007) sin kommognisjonsteori pekes det på hvordan inkluderingen og vektleggingen av verbene fra Blooms taksonomi påvirker elevenes matematiske diskurser. Dette synliggjøres ved å studere Sfards fire diskursive kategorier: ord, narrativ, visuelle mediatorer og rutiner. På bakgrunn av analysen som har blitt foretatt vil jeg fremheve de viktigste funnene som kan si noe om hvordan problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk: å organisere problemløsing i mindre arbeidsgrupper, å inkludere et rikt utvalg av visuelle mediatorer, og å legge til rette for positive mestringserfaringer. Disse funnene vil videre bli diskutert i lys av tidligere forskning. Med utgangspunkt i funnene fra analysen, og de erfaringene som har blitt gjort i denne studien, vises det til undervisningsmessige implikasjoner knyttet til organisering og gjennomførelse av problemløsing i mindre arbeidsgrupper. Til slutt løftes oppgavens begrensinger frem, før jeg kommer med avsluttende refleksjoner og forslag til videre forskning.

6.1 Hvorfor problemløsing i mindre grupper?

Ved å organisere mindre arbeidsgrupper, når elever skal arbeide med problemløsing, kan man legge til rette for en ramme hvor elevene kan sette ord på hva de tenker og argumentere for sin egen og andres forståelse. På denne måten settes elevenes tanker og ideer inn i en matematisk kontekst. Gjennom arbeid med problemløsing i mindre grupper får elevene mulighet til å kommunisere med hverandre og samarbeide. En slik undervisningsform vil være forenlig med den nye læreplanens vektlegging av nettopp samarbeid og at elevene skal kunne samtale om matematikk. Dersom elevene arbeider med problemløsing individuelt, vil de raskt begrenses av sine egne tanker og ferdigheter. I en slik situasjon kan et eventuelt tiltak være at læreren stiller monitorerende spørsmål til elevene for å veilede dem i problemløsingsprosessen (jf. Schoenfeld, 1992).

De monitorerende spørsmålene kan fungere som en støtte for elevene i deres tenkning og selvbevissthet knyttet til hva de gjør og hvorfor de gjør som de gjør. Studien til Bjuland (2002, 2007a, 2012) peker imidlertid på hvorfor mindre arbeidsgrupper er hensiktsmessig når elevene arbeider med problemløsing. Et av holdepunktene han løfter frem er at arbeid med problemløsing i mindre grupper stiller krav til elevene om å bidra til gruppen gjennom aktiv deltakelse. Den aktive deltakelsen, og innsatsen elevene legger ned kan bidra til endring og utvikling blant elevene. Dette kan oppstå ved at det legges til rette for engasjerende problemløsingsoppgaver som skal løses sammen i fellesskap. Ved å organisere arbeid med problemløsing i mindre grupper kan det legges til rette for nødvendig støtte for elever med lave mestringsforventninger, slik at eleven opplever endring og utvikling. Dette er i tråd med Ayres, 2010; Dweck, 2008; Idsøe & Idsøe, 2012; Rissanen, Kuusisto, Tuominen & Tirri, 2018; Sousa & Tomlinson, 2011 sitt andre prinsipp for differensiering og tilpasninger for elever med lave mestringsforventninger (se delkapittel 3.5).

I likhet med Schoenfeld (1992) viser også Bjuland (2002, 2007a, 2012) til viktigheten av å kunne stille monitorerende spørsmål i en problemløsingsfase, men han argumenterer for at ved å organisere elevene i mindre arbeidsgrupper, er det elevene selv som får mulighet til å stille hverandre de monitorerende spørsmålene. Mine funn viser at organiseringen med mindre arbeidsgrupper legger til rette for et samarbeid mellom elevene, hvor de får mulighet til å delta i matematiske diskurser, løse matematiske problemer i fellesskap med sine medelever og stille monitorerende spørsmål til hverandre. En slik ramme, og et slikt syn på matematisk tenkning i fellesskap, kan i følge Lampert (1990) oppfordre til induktiv læring. At mindre arbeidsgrupper er hensiktsmessig når elever skal arbeide med problemløsing er i tråd med Bjuland (2012); Carlsen (2009) og Carlsen (2010), som peker på at diskusjoner knyttet til problemet som skal løses, kan resultere i at ulike perspektiver kommer til syne. Ulike perspektiver på det samme problemet er en gjennomgående faktor i mine funn fra analysen. Elevene diskuterer og argumenterer for sine perspektiver, og de får mulighet til å sette ord på tanker og utfordringer de møter på i sin problemløsingsprosess. Bjuland (2012); Carlsen (2009) og Carlsen (2010) viser til at elevenes samarbeid og samhandling kan legge til rette for at elevene kan dra nytte av hverandres styrker og svakheter. Videre kan diskusjonene avdekke nye oppdagelser knyttet til problemer elevene arbeider med. Elevgruppen fra analysen gjør flere nye oppdagelser i arbeid med problemløsingsoppgavene. Eleven Hans oppdager for eksempel at i enkelte tilfeller kan det være hensiktsmessig å ta i bruk konkreter for å få oversikt over et matematisk problem.

Funnene i analysen indikerer at organiseringen med mindre arbeidsgrupper, og et samarbeid knyttet til problemløsing, bidrar til både faglig og sosial læring. Det legges til rette for et læringsmiljø som både støtter og inviterer til læring. Å skape et slikt læringsmiljø kan ses i sammenheng med Tomlinson (2017) sine fem prinsipper for effektiv differensiering i klasserommet. Et av nøkkelpunktene hun trekker frem er motiverende og relevant undervisning, og en organisering som fordrer respekt og aksept for alle elever. Det tilrettelagte læringsmiljøet fra de mindre arbeidsgruppene i studien kan også ses i sammenheng med Tomlinson sitt fjerde prinsipp: *4. Opplæring som tilpasses elevenes variasjon/mangfoldighet.* Her er det måten læreren underviser på, valg av undervisningsmetode og hvordan elevene opplever undervisningen som er de viktigste aspektene. Mine funn viser at organiseringen med mindre arbeidsgrupper kan øke elevenes kunnskap, forståelse, ferdigheter og autonomi i arbeid med problemløsing. Når det kommer til elever med lave mestringsforventninger, bør en lærer som leder et differensiert klasserom fokusere på hver elevs velvære, og målet bør være å støtte utvikling både blant enkeltindivider og hele elevgruppen. Tomlinson (2017) viser også til forskning knyttet til lærerens evne til å få elevene til å forstå og bidra til forskjellige faktorer i klasserommet som støtter læring. Eksempler på slike faktorer kan være elever som hjelper medelever, konstruktiv arbeidsro, adferdsregler og en organisering av ressurser i klassen som gjør dem lette å finne. Viktigheten av å vektlegge aktiviteter, arbeidsmåter og en form for organsiering av undervisning som fører til at elevene får nytte av innholdet, blir løftet frem i Bachmann & Haug (2006) sin studie. Funnene fra analysen indikerer at inkluderingen av aktiviteter og arbeidsmåter som er *elevsentrerte,* istedenfor lærerstyrte eller lærerdominante, kan bidra til å tilpasse problemløsing for elever med lave mestringsforventninger. Dette skjer ved at det legges vekt på et rikt og bredt utvalg av arbeidsmetoder og fremgangsmåter i problemløsingsprosessen. Å tilrå en slik variasjon i arbeidsformene er i tråd med Håstein & Werner (2014) sin studie, og kan bidra til elevenes læringsutbytte og deres implementering av ulike læringsstrategier. Videre påpeker Håstein & Werner (2014) at de ulike tilpasningene av lærestoffet bør skje innenfor felleskapets rammer. De begrunner dette med at det ikke holder at elevene kun får mulighet til læring og utvikling enkeltvis, men at variasjon i læringsaktiviteter også kan styrke klassefellesskapet. Her oppfordres det til bruk av fellesaktiviteter, eksempelvis problemløsing i mindre arbeidsgrupper som ble benyttet i denne studien, hvor elevene får mulighet til å samarbeide.

6.2 Et rikt utvalg av visuelle mediatorer

Undervisningsopplegget som ble gitt til elevene i denne studien inneholdt og la til rette for et rikt utvalg av visuelle mediatorer. Problemløsingsoppgavene var utformet som åpne oppgaver, hvor det var flere riktige løsninger, og hvor fremgangsmåten ikke var gitt på forhånd. Kombinasjonen av illustrasjonsbilder og oppgavetekst gav elevene flere elementer å støtte seg på. Det ble åpnet opp for at elevene kunne bruke ulike visuelle mediatorer og fremgangsmåter. I tillegg til de visuelle mediatorene som kan identifiseres i undervisningsopplegget, la problemløsingsoppgavenes utforming til rette for at elevene selv kunne integrere og ta i bruk andre visuelle mediatorer. Noen eksempler på dette kan være elevenes tegninger, hjelpefigurer, variabler og konstanter og «egenproduserte» konkreter. Tilretteleggelsen av flere visuelle mediatorer og bruken av flere innganger til læring er i tråd med Ayres, 2010; Dweck, 2008; Idsøe & Idsøe, 2012; Rissanen, Kuusisto, Tuominen & Tirri, 2018; Sousa & Tomlinson, 2011, som skriver at å vektlegge visuelle metoder i undervisningen kan være hensiktsmessig for elever med lave mestringsforventninger.

Funnene fra analysen viser at de visuelle mediatorene som undervisningsopplegget tilbyr kan legge til rette for matematikkfaglige samtaler både om begrepsinnholdet i ulike matematiske objekter og valg av fremgangsmåte. Mine funn gir også indikasjoner på at de visuelle mediatorene, som ble inkludert og tatt i bruk av elevene, kan fremprovosere kommognitive konflikter. De ovennevnte matematikkfaglige samtalene omtales av Sfard (2007) som metasamtaler, og disse samtalene kan potensielt føre til læring ved at det legges til rette for at elevene får innsikt i hverandres matematiske diskurser. I følge Hana (2014) kan bruken av flere visuelle mediatorer gi støtte til elevene og være formålstjenlig for deres læring. Dette skjer ved at de visuelle mediatorene bidrar til å gi elevene en mer helhetlig forståelse av eksempelvis matematiske begreper og ideen som ligger bak. Hana (2014) påpeker at dette kan være positivt for elevenes utvikling av problemløsingsferdigheter.

Når det kommer til problemløsingsoppgaver, som innebærer å vurdere hvilken fremgangsmåte som er hensiktsmessig for å finne en løsning, viser funnene fra analysen at de visuelle mediatorene har støttet elevene i en *vurderingsprosess.* Denne vurderingsprosessen ledet elevene blant annet inn på samtaler knyttet til begrepsinnhold av likninger. Diskusjonene som fulgte av denne vurderingsprosessen la til rette for at elevene kunne oppdage og produsere egne narrativ som omhandlet matematiske begreper og sammenhenger. Funnene i analysen gir også indikasjoner på at de ulike visuelle mediatorene kan hjelpe elevene til å resonnere og kommunisere seg i mellom. Dette skjer ved at elevene bruker de visuelle mediatorene aktivt i sin argumentasjon både til å produsere narrativ og for å overbevise de andre. Mine funn viser at de visuelle mediatorene er et sentralt element i elevenes kommunikasjon. Elevenes kommunikasjon i matematikk blir regnet som en av de grunnleggende ferdighetene i faget, og blir i tillegg inkludert i den nye læreplanen som et av kjerneelementene i matematikk: «Kommunikasjon i matematikk handler om at elevene bruker matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnementer» (Utdanningsdirektoratet, 2020b, s. 3). At visuelle mediatorer kan støtte elevers kommunikasjon i matematikk er i tråd med Kaufmann & Stenseth (2020) som peker på at visuelle mediatorer kan hjelpe elever til å argumentere og bidra til elevenes matematiske tenkning. Den aktive bruken av visuelle mediatorer i egen argumentasjon og matematisk tenkning blir ifølge Sfard (2007) sett på som en individualisert form for kommunikasjon. Ved å inkludere og legge til rette for et rikt utvalg av visuelle mediatorer åpnes det opp for at elevene selv kan avgjøre hvilke visuelle mediatorer de ønsker å ta i bruk og basere sin argumentasjon på. Elever med lave mestringsforventninger kan her benytte seg av visuelle mediatorer som de selv behersker og kan relatere til.

Når elevene i gruppen diskuterte hvilken fremgangsmåte de skulle benytte seg av, kan bruken av ulike visuelle mediatorer ha fremprovosert potensielle kommognitive konflikter. Dette kunne finne sted fordi det ble lagt til rette for matematikkfaglige samtaler om matematiske begreper som alle i gruppen kunne delta i. Siden elevene i analysen er uenige om hvilken fremgangsmåte de skal bruke blir problemløsingsprosessen mer tidkrevende, og elevene må argumentere og tenke gjennom hva som er mest hensiktsmessig. Tilgjengeligheten av et rikt utvalg av ulike visuelle mediatorer synliggjorde også et mulig kunnskapshull hos elevene, knyttet til likninger og bruken av variabler og konstanter. Dette kan være verdifull informasjon for læreren med tanke på en kartlegging av elevenes faglige utgangspunkt, men det kan også være nyttig for lærere generelt å vite at elevers bruk av ulike visuelle mediatorer kan avdekke hvilket meningsinnhold de tillegger ulike matematiske begreper.

6.3 Positive mestringserfaringer

Schöber et.al (2018) sin forskning peker på at elevers tidligere erfaringer og resultater i matematikk påvirker deres mestringsforventninger i stor grad. Disse funnene underbygges av studiene til Hannula et.al, (2014) og Williams & Williams (2010), hvor det trekkes frem forskning som viser at elevers mestringsforventninger og prestasjoner har et gjensidig forhold. Det kan derfor argumenteres for at ved å legge til rette for positive mestringserfaringer kan elever oppleve en økt mestringsforventning i møte med ulike matematiske problemer. I denne studien var målet å tilpasse problemløsing for elever med lave mestringsforventninger. Måten dette ble forsøkt realisert var ved å basere de ulike problemløsingsoppgavene på verbene fra Blooms taksonomi. På denne måten ble det utformet et undervisningsopplegg som inneholdt en kjerne som bestod av et pedagogisk differensieringsverktøy. Resultatet av dette utgjorde ulike problemløsingsoppgaver som gjorde innsteget til problemløsing enklere, la til rette for samarbeid mellom elevene i arbeidsgruppen og appellerte til ulike faglige nivå. Ved å utforme et slikt undervisningsopplegg, og samtidig organisere elevene i mindre arbeidsgrupper, ble det lagt til rette for at elevene kunne oppleve positive mestringserfaringer knyttet til problemløsing i matematikk. Terskelen var senket for å starte problemløsingsprosessene, og rammen med de mindre arbeidsgruppene gjorde det mulig for elevene å samarbeide mot et felles mål. Parallelt med at elevene diskuterer seg frem til mulige løsninger får de utfordringer tilpasset sitt eget faglige nivå. Dette skjer ved at undervisningsopplegget inkluderer samtlige av nivåene fra Blooms taksonomi. Elever som har behov for ekstra støtte blir ivaretatt, og elever som trenger noe å strekke seg mot får mulighet til dette. Et eksempel på et funn fra analysen, som viser hvordan positive mestringserfaringer kan påvirke elevers mestringsforventninger, kan være når Per innser at de har løst sikkerhetskontrolloppgaven ved bruk av fargeblyantene (som forøvrig var hans forslag). Det neste som skjer er at Per blir mer delaktig i de forekommende problemløsingsoppgavene, og han baserer argumentasjonen sin i tillegg på nye visuelle mediatorer som han tidligere ikke tok i bruk. Dette er et funn som kan ses i sammenheng med det Hochanadel & Finamore (2015) omtaler som «grit» eller «driv». Per får, tilsynelatende basert på sin positive mestringserfaring, et slags pågangsmot til å løse de neste oppgavene. Å legge til rette for positive mestringserfaringer når elever arbeider med problemløsing kan mulig bidra til å fostre driv og pågangsmot. Dette er noe som kan ses i sammenheng med forskningen til Ayres, 2010; Dweck, 2008; Idsøe & Idsøe, 2012; Rissanen, Kuusisto, Tuominen & Tirri, 2018; Sousa & Tomlinson, 2011, som i sitt fjerde prinsipp for differensiering og tilpasninger for elever med lave mestringsforventninger viser til at opplevd suksess og mestring øker sjansene for motiverte elever.

Når elever arbeider med problemer i matematikk kan læreres tilbakemeldinger og kommunikasjon være avgjørende for elevers faglige oppnåelse i matematikk. I følge Boaler (2013) kan elever være sterkt preget av «låste tenkemåter», noe som vil si at opplevelsen av å feile hindrer dem i å prøve og løse lignende problemer. Boaler understreker viktigheten av å tilrettelegge for fruktbare tenkemåter både i klasseromssamtaler og samtaler i mindre arbeidsgrupper. Mine funn viser at samtalene og samarbeidet i elevgruppen bærer preg av fruktbare diskusjoner som omhandler matematiske begreper og innhold. Elevenes positive mestringserfaringer, etterhvert som de løser de ulike problemene, virker å påvirke deres mestringsforventninger i noe grad. Dette stemmer overens med Skaalvik, Federici og Klassen (2015) sin forskning, som viser til at elevenes resultater har stor påvirkning på deres mestringsforventninger i matematikk. I likhet med dette, viste studien til Usher (2009) at elevers mestringserfaringer i matematikk hadde stor betydning for mestringsforventninger, både for elever med lave og høye mestringsforventninger. Funnene fra analysen indikerer at å øke elevenes mestringsforventning, gjennom å legge til rette for positive mestringserfaringer, kan bidra til at elevene får tro på egne ferdigheter og videre styrker deres lærelyst i forbindelse med arbeid med problemløsing.

6.4 Undervisningsmessige implikasjoner

Som nevnt tidligere i kapittel 3 er majoriteten av forskning knyttet til elevers mestringsforventninger i matematikk kvantitativ (Ref. Ayatola & Adedeji, 2009; Chen, 2003; Jensen & Nortvedt, 2013; Lopez & Lent, 1992; Schöber et.al, 2018; Skaalvik & Skaalvik, 2006; Stevens et.al, 2006; Usher & Pajares, 2009). Tidligere forskning på dette feltet er i tillegg ofte forbundet med elevers motivasjon i matematikk. På bakgrunn av dette kan det argumenteres for at min studie, som baserer seg på en kvalitativ innfallsvinkel og har et spesielt søkelys på hvilke tilpasninger som kan gjøres for elever med lave mestringsforventninger, kan være et verdifullt bidrag til forskningsfeltet. Det er en rekke forskere som har tatt for seg tilpasset opplæring i matematikk (Ref. Tomlinson 2017; Boaler, 2013; Bardy, Holzäpfel & Leuders, 2021; Duckworth, et.al, 2007; Hubbard & Livy, 2021; Hochanadel & Finamore, 2015; Yessingeldinov, et.al, 2021), men det finnes lite forskning knyttet til hvordan problemløsing i matematikk kan tilpasses et elevmangfold. Min studie kan derfor fungere som et bidrag til mer dokumentasjon og empiri knyttet til denne tematikken, samt videreutvikle den kunnskapen som allerede eksisterer. Denne studien kan også bidra til økt kunnskap og bevissthet for lærere, knyttet til hvilke tilpasninger og konkrete handlingsvalg man kan ta i bruk for å tilpasse matematikkundervisning på ungdomstrinnet. Under følger noen av mine refleksjoner og undervisningsmessige implikasjoner knyttet til hvordan problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger. Dette omhandler praktiske aspekter ved planleggingen, og undervisningsmessige grep som er basert på de funnene og den erfaringen som har blitt gjort i arbeid med denne studien.

6.4.1 Praktiske implikasjoner

For å kunne gjennomføre et tilpasset undervisningsopplegg knyttet til problemløsing, bør læreren ha kjennskap til hensikten med tilpasset opplæring, samt hva som kjennetegner arbeid med problemløsing. Dette innebærer å sette seg inn i tematikken, for å videre kunne utforme tilpassede undervisningsopplegg som kan sikre læringsutbytte til alle elever. Læreren bør også ha kjennskap til hvordan man kan veilede elevene i problemløsingsprosesser gjennom eksempelvis å stille monitorerende spørsmål. Det vil ofte lønne seg å prøve ut undervisningsopplegget på forhånd. På denne måten kan man få en pekepinn på hva som fungerer til sin hensikt, og eventuelt avdekke uforutsette aspekter og situasjoner.

Siden elevene arbeider i mindre grupper vil det være hensiktsmessig å slå sammen pulter og stoler slik at det passer i forhold til gruppestørrelsen. Som oftest vil de fleste klasserom kunne dekke dette behovet. Hensikten med å organisere elevene på en slik måte er å legge til rette for matematikkfaglige samtaler og samarbeid mellom elevene. I denne studien ble elevene satt sammen i grupper bestående av fire elever. Dette var en gruppestørrelse som fungerte godt sett i lys av oppgavens mål. I tillegg til dette viser Bjuland (2002, 2007a, 2012) til at grupper bestående av 3-5 elever kan anses som hensiktsmessige i forbindelse med arbeid med problemløsing. Han begrunner dette med at det da stilles krav til elevene i gruppen om å delta som aktive deltakere.

Et aspekt som kan være åpent for vurdering for hver enkelt lærer, er hvorvidt man skal gi en innføring eller introduksjon til problemløsing før man starter gruppearbeidet. I denne masteroppgaven ble det gitt en kort innføring til elevene i forkant av gruppearbeidet, knyttet til hva som kjennetegner arbeid med problemløsing og målet med dette. Fordelen med dette er at elevene forberedes på at fremgangsmåten ikke nødvendigvis er så åpenlys, som de kan være vant til ved eksempelvis drilleoppgaver eller oppsatte regnestykker. Det legges til rette for at elevene kan ta i bruk alle sine forkunnskaper, og elevene får mulighet til å samarbeide om å finne hensiktsmessige fremgangsmåter og argumentere for eventuelle løsningsforslag.

6.4.2 Implikasjoner knyttet til utforming av problemløsingsoppgaver

I denne studien har det blitt løftet frem flere faktorer som sier noe om hvordan problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger. Et av funnene var knyttet til å organisere problemløsing i mindre grupper. En slik organisering og undervisningsform har vist seg å kunne skape en ramme, hvor elevene kan sette ord på hva de tenker og argumentere for sin egen og andres forståelse. Elevenes tanker og ideer settes inn i en matematisk kontekst, og når dette krysses med tilpassede oppgaver (jf. Blooms taksonomi) kan man legge til rette for positive mestringserfaringer blant elevene. Tilpassede samarbeidsoppgaver i problemløsing kan i følge mine funn ha en innvirkning på elevenes læring, og er derfor et aspekt man bør vurdere å utnytte. Studien til Hubbard & Livy (2021) undersøker også ulike faktorer som har innvirkning på elevers læring, og de fokuserer på hvor kritisk differensiering i matematikkundervisning er for elevers utvikling i faget. Funnene fra deres studie gir implikasjoner til hvordan lærere kan få støtte til å planlegge tilpassede undervisningsopplegg i matematikk for sine elever. Hubbard & Livy understreker videre et ettertrykkelig behov for bredere forståelse på feltet, knyttet til ulike planleggingsmodeller som kan støtte lærere i deres planlegging av differensiert matematikkundervisning. Organiseringen med mindre arbeidsgrupper, og utformingen av problemløsingsoppgaver som baserer seg på verbene fra Blooms taksonomi fra min studie, kan være et forslag til et undervisningsopplegg som imøtekommer disse behovene.

En annen erfaring som ble gjort i forbindelse med denne studien, var at de visuelle mediatorene som ble tilrettelagt og muliggjort for elevene, viste seg å være sentrale elementer i elevenes argumentasjon og matematiske samtaler. Et grep som ble gjort var å utforme åpne problemløsingsoppgaver. På denne måten ble det lagt til rette for at elevene kunne benytte seg av et rikt utvalg av ulike visuelle mediatorer. I tillegg til de visuelle mediatorene som fantes i oppgavene, kunne elevene inkludere egne visuelle mediatorer i sin problemløsingsprosess, eksempelvis variabler og konstanter og egenlagede konkreter (ref. Per sine farbeblyanter). En eventuell bakside ved å inkludere så mange ulike visuelle mediatorer, kan være at det blir mer utfordrende og tidkrevende for læreren å veilede elevene. Et tiltak som da kan gjøres er å organisere elevene i mindre arbeidsgrupper, slik at de kan støtte og veilede hverandre. Når elevene arbeidet med problemløsingsoppgavene, fikk de utdelt kladdeark og løsningsark. På denne måten kunne elevene føre ned eventuelle regnestykker og lage hjelpefigurer, noe som viste seg å støtte elevene i deres problemløsingsprosess. Et annet grep som ble gjort var å gi elevene problemløsingsoppgaver som var forskjellige. Pengeseddeloppgaven la vekt på elevenes forkunnskaper, resonnering og evne til å identifisere en hensiktsmessig fremgangsmåte. Elevene fikk her mulighet til å samtale om begrepsinnhold og matematiske sammenhenger. I sikkerhetskontrolloppgaven ble fokuset rettet mot elevenes evne til å hente ut relevant informasjon fra oppgaveteksten. Elevene måtte vurdere hvorvidt løsningsforslagene deres stemte overens med informasjonen som ble gitt. Til slutt skulle elevene gjøre løsningsforslaget sitt generaliserbart i form av en likning. Skaperkraftoppgaven stilte krav til elevenes evne til å formulere sin egen problemløsingsoppgave. Ved å inkludere en slik type oppgave kan man avdekke hvilket meningsinnhold elevene tillegger problemløsing. Dette synliggjøres ved elevenes oppgaveformulering, oppgavens grad av åpenhet og hvilke visuelle mediatorer som vektlegges. Å gi elevene varierte oppgaver kan være formålstjenlig sett i lys av et differensieringsperspektiv. Studien til Bardy, Holzäpfel & Leuders (2021) peker på at arbeidsoppgavene som gis til elevene spiller en sentral rolle i matematikkundervisning. Deres forskning fokuserer på hvordan lærere kan tilrettelegge for at alle elever aktiveres kognitivt på et individuelt nivå gjennom utvelgelsen av tilpassede oppgaver. Dette kan ses i sammenheng med vektleggelsen av de ulike verbene fra Blooms taksonomi, som i dette undervisningsopplegget er ment å appellere og tilrettelegge for ulike kognitive og faglige nivå. I følge Bardy, et.al (2021) burde lærere være i stand til å identifisere, modifisere og velge ut passende oppgaver til et elevmangfold. De peker videre på at når lærere planlegger sin undervisning i matematikk må læreren vurdere hvilke oppgaver som har et såkalt *differensieringspotensiale,* slik at alle elever kan fullføre den samme oppgaven på samme tid – men på ulike nivå. Å gi elevene varierte og tilpassede problemløsingsoppgaver som skal løses i fellesskap, kan være en måte å imøtekomme dette holdepunktet, samt målet om å tilpasse problemløsing for elever med lave mestringsforventninger. Til tross for at arbeidsgruppen består av elever med ulike faglige utgangspunkt, kan man likevel legge til rette for at alle elever blir utfordret og opplever mestring. Dette skjer ved at utformingen av problemløsingsoppgavene baserer seg på grunnleggende kvaliteter ved tilpasset opplæring.

Noe som også kan være relevant å nevne, i forbindelse med utforming av problemløsingsoppgaver, er at samarbeidsoppgaver knyttet til problemløsing kan være en god måte å imøtekomme den nye læreplanen. Organiseringen med mindre arbeidsgrupper, og problemløsingsoppgaver som baseres på verbene fra Blooms taksonomi, har vist seg å kunne legge til rette for elevers læring og utvikling når det kommer til arbeid med problemløsing. I denne studien vises det til Utdanningsdirektoratet sine kjerneelementer i matematikk, og spesielt kjerneelementet «Utforskning og problemløsing». I samsvar med den nye læreplanen har elevene fått mulighet til å lete etter mønstre, finner sammenhenger og diskutere seg frem til en felles forståelse. Problemløsingsoppgavene som ble gitt til elevene la mer vekt på strategiene og fremgangsmåtene enn på løsningene. Elevene fikk også mulighet til å utvikle metoder for å løse problemer de ikke kjente til fra før (jf. Utdanningsdirektoratet, Kjerneelementer, Matematikk 1-10 (MAT01-05)). Elevene fikk også mulighet til å analysere og omforme kjente og ukjente problemer, løse dem og vurdere om løsningene var gyldige. I tillegg til dette ble det lagt til rette for at elevene kunne få utforske, lage modeller/hjelpefigurer, resonnere, argumentere, oppdage matematiske sammenhenger og benytte seg av ulike representasjonsformer (jf. Utdanningsdirektoratet, 2020b).

6.5 Avsluttende refleksjoner og veien videre

Som en avslutning på denne masteroppgaven ønsker jeg å løfte frem noen begrensninger ved studien, og komme med forslag til veien videre hva gjelder forskning på tilpasset opplæring i matematikkundervisning. Funnene som det vises til i denne studien er basert på et lite utvalg elever som hadde et tilnærmet likt faglig nivå og utgangspunkt, hvor gruppesammensetningen ble avgjort av elevenes lærer. Grunnen til dette var, basert på lærerens kjennskap til elevene, å sikre et godt samarbeid mellom elevene slik at det ble mulig å identifisere interessante samtaler om matematiske sammenhenger. På denne måten ble det lagt til rette for situasjoner hvor det var mulig å peke på hvordan problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger. Som nevnt tidligere har det ikke vært et mål å undersøke hva som kjennetegner elever med lave mestringsforventninger, eller hvor mange elever som opplever lav mestring. Målet med denne studien har vært rettet mot hvilke *tilpasninger* som kan gjøres for elever med lave mestringsforventninger i forbindelse med arbeid med problemløsing. I et annet forskingsprosjekt kunne det derfor vært interessant å se nærmere på hvilke tilpasninger som kan gjøres for elever med høye mestringsforventninger, eller hvilke faktorer som utmerker seg dersom arbeidsgruppene var mer randomisert. Et annet aspekt som har påvirket resultatene fra denne studien er elevene i seg selv, gruppesammensetningen og oppgavene som har blitt gitt. Dette er unike faktorer som gjør det vanskelig å generalisere funnene, da de ikke kan overføres direkte til andre kontekster. Til tross for dette er det flere funn fra analysen som kan ha en verdifull overføringsverdi til andre undervisningssituasjoner i matematikk. Mine funn indikerer at variasjon i arbeidsoppgaver og undervisningsmetode, samt tilretteleggelsen av positive mestringserfaringer, kan være formålstjenlig for elevers læring og utvikling i matematikk. Samtidig, så er ikke denne masteroppgaven ment å tegne et svart-hvitt bilde av hva som fungerer og ikke. Tvert i mot har hensikten vært å inspirere lærere og gi økt kunnskap knyttet til tilpasset opplæring i matematikkundervisning. Hver enkelt lærer kan selv vurdere hvilke aspekter fra mitt undervisningsopplegg, og rammen rundt, som han eller hun ønsker å overføre til sine egne undervisningsopplegg.

Et annet eksempel på en begrensning med denne masteroppgaven er tidsaspektet, og min egen kunnskap knyttet til problemløsing og tilpasset opplæring i matematikk. På bakgrunn av studiens tidsramme var det begrenset hvor dypt jeg kunne forberede meg og sette meg inn i tematikken. De tilpasningene, knyttet til problemløsing i matematikk, som har blitt gjennomført og undersøkt, er basert på en liten del av to store begreper i matematikken og pedagogikken. Denne studien har derfor ikke dekket alle «sider og vinkler» av hvordan problemløsing kan tilpasses elever med lave mestringsforventninger. Basert på datainnsamlingen og elevenes erfaringer, kan det tilsynelatende være et behov for å utvikle undervisningsopplegg som tar sikte på å tilrettelegge for elevers mestringserfaringer i arbeid med likninger og algebra. I hvilken grad ulike differensieringsverktøy, eller andre former for tilpasning er forenlig med det matematiske temaet algebra er uvisst, og viser også et behov for ytterligere forskning på feltet. Til slutt vil jeg rette oppmerksomheten mot mulighetene og frukten av tilpasset opplæring i matematikkundervisning. I denne studien har tilpasningen av problemløsing for elever med lave mestringsforventninger vist seg å kunne skape rike læringssituasjoner og positive mestringserfaringer for flere elever. I likhet med Hubbard & Livy, (2021) og Yesingeldinov, et.al, (2021) viser jeg til et ettertrykkelig behov for bredere forståelse på feltet, knyttet til ulike planleggingsmodeller som kan støtte lærere i deres planlegging av differensiert matematikkundervisning.

Litteratur

- Adler, P.A., & Adler, P. (1994). Observational Techniques. I N. K. Denzin & Y.S. Lincoln (Red.), *Handbook of Qualitative Research* (s. 377-392). Thousand Oaks: Sage Publications, Inc.

- Agerwal, P.K. (2018). Retrieval Practice & Bloom´s Taxonomy: Do students Need Fact Knowledge Before Higher Order Learning? *Journal of Educational Psychology*, 111(2), 189-209.

- Anderson, L.W., Krathwohl, D.R., Airasian, P.W., Cruikshank, K.A., Mayer, R.E., Pintrich, P.R., Raths, J. & Wittrock, M.C. (2000). *A Taxonomy for Learning, Teaching and Assessing: A Revision of Bloom´s Taxonomy of Educational Objectives*. New York: Pearson, Allyn & Bacon.

- Anderson, L.W. & Krathwohl, D.R. (2001). *A Taxonomy for Learning, Teaching and Assessing: A Revision of Bloom´s Taxonomy of Educational Objectives: Complete Edition.* New York: Longman.

- Angrosino, M.V., & Rosenberg, J. (2011). Observations on observation. I N.K. Denzin & Y.S. Lincoln (Red.), *The Sage handbook of qualitative research* (4. utg.). (s. 467-478) Thousand Oaks: CA: Sage.

- Ayatola, A. & Adedeji, T. (2009). *The Relationship Between Mathematics Self-Efficacy and Achievement in Mathematics.* Procedia-Social and Behavioral Sciences, 1(1), 953-957.

- Ayres, W. (2010). *To Teach: The Journey of a Teacher*. (3. utg). New York: Columbia University Press.

- Bachmann, K. & Haug, P. (2006). Forskning om tilpasset opplæring. (Forskningsrapport nr. 62). Hentet fra: https://www.udir.no/globalassets/upload/forskning/5/tilpasset_opplaring.pdf

- Bandura, A. (1977). *Self-Efficacy: Toward a Unifying Theory of Behavioral Change.*

Psychological Review, 84(2), 191-215.

- Bandura, A. (1997). *Self-Efficacy: The Exercise of Control.* New York: Freeman.

- Bardy, T., Holzäpfel, L., Leuders, T. (2021). *Adaptive Tasks as a Differentiation Strategy in the Mathematics Classroom: Features from Research and Teachers´ Views*. Mathematics Teacher Education and Development. Vol 23.3, 26-53.

- Befring, E. & Næss, K.B. (2019). Innledning og sammenfatning. I E. Befring, K.B. Næss & R. Tangen (red.), *Spesialpedagogikk* (kap. I, s. 23-48). Cappelen Damm Akademisk.

- Bjuland, R. (2002). *Problem solving in geometry. Reasoning processes of students teachers working in small groups: A dialogical approach*. Published doctoral dissertation, University of Bergen.

- Bjuland, R. (2007a). *Adult Students Reasoning in Geometry: Teaching Mathematics through Collaborative Problem Solving in Teacher Education*. The Montana Mathematics Enthusiast, Vol. 4, no. 1, ss. 1-30.

- Bjuland, R. (2012). *The Mediating Role of a Teacher´s Use of Semiotic Resources in Pupil´s Early Algebraic Reasoning*. ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 44(5).

- Boaler, J. (2010). *The Elephant in the Classroom: helping children learn and love maths.* London: Souvenir Press.

- Boaler, J. (2013). *Ability and Mathematics: The Mindset Revolution That is Reshaping Education*. FORUM: For Promoting Comprehensive Education, Vol. 55(1), 143-152.

- Butz, A.R. & Usher, E.L. (2015). *Salient Sources of Early Adolescent´s Self-Efficacy in Two Domains.* Contemporary Educational Psychology, 42, 49-61.

- Børte, K., Lillejord, S. & Johansson, L. (2016). *Evnerike elever og elever med stort læringspotensial: En forskningsoppsummering*. Kunnskapssenter for Utdanning.

- Carlsen, M. (2008). *Appropriating Mathematical Tools through Problem Solving in Collaborative Small-Group Settings.* Publisert doktorgradsavhandling: University of Agder.

- Carlsen, M. (2009). *Reasoning with Paper and Pencil: The Role of Inscriptions in Student Learning of Geometric Series. Mathematics Education Research Journal*., Vol. 21, No. 1; s. 58-84.

- Carlsen, M. (2010). *Appropriating Geometric Series as a Cultural Tool: A Study of Student Collaborative Learning. Educational Studies in Mathematics*, 74:95-116.

- Chen, P.P. (2003). *Exploring the Accuracy and Predictability of the Self-Efficacy Beliefs of Seventh-Grade Mathematics Students*. Learning and Individual Differences, 14(1), 79-92.

- Deunk, M., Doolard, S., Smale-Jacobse, A. & Bosker, R.J. (2015). *Differentiation within and across classrooms: A systematic review of studies into the cognitive effects of differentiation practices.* Groningen: GION onderwijs/onderzoek.

- Duckworth, A.L., Peterson, C., Matthews, M.D. & Kelly, D.R. (2007). *Grit: Perseverance and Passion for Long-Term Goals*. Journal of Personality and Social Psychology, 92, 1087-1101.

- Dunbar, K.M., & Rich, K.M. (2020). Mathematics Makes Robots Roll. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching* PK-12, 113(7), 565-572. Hentet fra: https://pubs.nctm.org/view/journals/mtlt/113/7/article-p565.xml

- Dweck, C.S. (1999). *Self-Theories: Their Role in Motivation, Personality and Development*. Philadelphia, PA: Psychology Press.

- Dweck, C.S. (2007, January 12th). *The Growth Mindset*. Hentet fra: https://blog.mindsetworks.com/search/the%20growth%20mindset?start=20

- Dweck, C.S. (2008). *Mindset: The New Psychology of Success.* New York: Ballantine.

- Dweck, C.S. (2010). *Mind Sets and Equitable Education.* Principal Leadership, 10, 26-29.

- Hana, G. (2014). *Matematiske tenkemåter*. Caspar Forlag.

- Hannula, M.S., Bofah, E., Tuohilampi, L. & Metsämuuronen, J. (2014). A Longitudonal Analysis of the Relationship Between Mathematics-Related Affect and Achievement in Finland. *Proceedings of the Joint Meeting of PME* (s. 249-256).

- Hattie, J. (2012). *Visible learning for teachers: Maximizing Impact on Learning.* London: Routledge.

- Heacox, D. (2012). *Differentiating Instruction in the Regular Classroom: How to Reach and Teach All Learners* (Updated Anniversary Edition). Minneapolis: Free Spirit Publishing.

- Heyd-Metzuyanim, E., & Sfard, A. (2012). *Identity struggles in the mathematics classroom: On learning mathematics as an interplay of mathematizing and identifying*. International Journal of Educational Research, s. 128-145.

- Hochanadel, A. & Finamore, D. (2015). *Fixed and Growth Mindset in Education and How Grit Helps Students Persist in the Face of Adversity.* Journal of International Education Research, Vol. 11 (1), 47-50.

- Hubbard, J. & Livy, S. (2021). *Self-Study of a Mathematics Learning Consultant: Supporting Teachers to Plan Lessons for Implementing Differentiation in the Classroom.* Mathematics Teacher and Development. Vol. 23.3, 148-165.

- Håstein, H. & Werner, S. (2014). Tilpasset opplæring i fellesskapets skole. I.M. Bunting (Red.) *Tilpasset opplæring i forskning og praksis*. (s. 21-61). Cappelen Damm AS.

- Idsøe, E.C. & Idsøe, T. (2012). *Emosjonelle vansker: Hva kan voksne i skolen gjøre med emosjonelle vansker forårsaket av negative livshendelser?* Håndbok i Respektprogrammet. Stavanger: Senter for atferdsforskning.

- Idsøe, E.C. (2014a). *Elever med akademisk talent i skolen.* Cappelen Damm Akademisk.

- Idsøe, E.C. (2020). *Differensiering i skolen*. Cappelen Damm Akademisk.

- Jensen, F. & Nortvedt, G.A. (2013). Holdninger til matematikk. I.M. Kjærnsli & R.V. Olsen (Red.), *Fortsatt en vei å gå: norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012* (s. 97-120). Universitetsforlaget.

- Jöet, G., Usher, E.L. & Bressoux, P. (2011). *Sources of Self-Efficacy: An Investigation of Elementary School Students in France.* Journal of Educational Psychology, 103(3), 649.

- Krumsvik, R.J. (2014). *Forskningsdesign og kvalitativ metode: Ei innføring.* Fagbokforlaget.

- Krumsvik, R.J. & Jones, L.Ø. (2019). Kva er kvalitativ forsking i lærerutdanninga? R.J. Krumsvik (Red.), *Kvalitativ metode i lærarutdanninga* (s. 13-42). Fagbokforlaget.

- Kunnskapsdepartementet. (2009). *Læreren. Rollen og utdanningen*. (St.meld. nr. 11 (2008-2009)). Oslo: Kunnskapsdepartementet.

- Kunnskapsdepartementet. (2011). *Motivasjon – Mestring – Muligheter*. (Meld. St. 22. (2010-2011)). Oslo: Kunnskapsdepartementet.

- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). Det kvalitative forskningsintervju (3. utg.). Gyldendal Akademisk.

- Lopez, F.G. & Lent, R.W. (1992). *Sources of Mathematics Self-Efficacy in High School Students.* The Career Development Quarterly, 41(1), 3-12.

- Mason, J. & Davis, J. (1991). *Fostering and sustaining mathematics thinking through problem solving.* Geelong, Victoria: Deakin University Press.

- Munro, J. (2012). *Effective strategies for implementing differentiated instruction.* Hentet fra: http://research.after.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1144&context=research_conference

- Nordahl, K.B. (2012). Systematisk observasjon av barns samhandling med andre: Muligheter og utfordringer. I.E. Backe-Hansen & I. Frønes (Red.), *Metoder og perspektiver i barne- og ungdomsforskning* (s. 158–173). Gyldendal akademisk.

- Opplæringslova. (1998). *Lov om grunnskolen og den videregåande opplæringa* (LOV-1998-07-17-61). Hentet fra: https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61#KAPITTEL_1

- Parsons, S.A., Vaughn, M., Scales, R.Q., Gallagher, M.A., Parsons, A.W., Davis, S.G. & Allen, M. (2018). *Teacher´s instructional adaptions: A research synthesis*. Review of Educational Research, 88(2), 205-242. DOI:10.3102/0034654317743198

- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.

- Postholm, M.B. & Jacobsen, D.I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning.* Cappelen Damm.

- Postholm, M.B. & Jacobsen, D.I. (2011). *Læreren med forskerblikk. En innføringsbok i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Høyskoleforlaget.

- Rissanen, I., Kuusisto, E., Tuominen, M. & Tirri, K. (2018). In Search of a Growth Mindset Pedagogy: A Case Study of One Teacher´s Classroom Practices in a Finnish Elementary School. *Teaching and Teacher Education*, 77, 204 – 213.

- Saljö, R. (2005). *Lärande og kulturella redskap. Om lärprocessar och det kollektiva minnet.* Stockholm: Norstedts Akademiska Förlag.

- Schoenfeld, A.H. (1992). Learning To Think Mathematically: Problem solving, metacognition and sense-making in mathematics. I.D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (s.334-370). New York: MacMillan.

- Schöber, C., Schütte, K., Köller, O., McElvany, N. & Gebauer, M.M. (2018). *Reciprocal Effects Between Self-Efficacy and Achievement in Mathematics Reading*. Learning and Individual Differences, 63, 1-11.

- Sfard, A. (2006). Participationist Discourse On Mathematics Learning. Maasz, I.J., & Schloeglmann, W. (red)., *New Mathematics Education Research and Practise* (s. 153-170). Rotterdam. Sense. Hentet fra: https://www.researchgate.net/publication/303148993_Participationist_discourse_on_mathematics_learning

- Sfard, A. (2007). When the Rules of Discourse Change, but Nobody Tells You: Making Sense of Mathematics Learning from a Commognotive Standpoint. *Journal of the Learning Scienses*, 16(4), 565-613. Hentet fra: https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10508400701525253

- Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating: Human Development, the Growth of Discourses and Mathematizing.* Cambridge University Press.

- Skaalvik, E.M., Federici, R.A. & Klassen, R.M. (2015). *Mathematics Achievement and Self-Efficacy: Relations with Motivation for Mathematics*. International Journal of Educational Research, 72, 129-136.

- Skaalvik, E.M. & Skaalvik, S. (2006). *Self-Concept and Self-Efficacy in Mathematics: Relation with Mathematics Motivation and Achievement*. Proceedings of the 7th International Conference on Learning Sciences, Bloomington: Indiana.

- Sousa, D. & Tomlinson, C.A. (2011). *Differentiation and the brain: How neuroscience supports the learning friendly classroom*. Bloominghton, IN: Solution Tree.

- Stake, R.E. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks: Sage.

- Stevens, T., Olivárez jr., A. & Hamman, D. (2006). *The Role of Cognition, Motivation and Emotion in Explaining the Mathematics Achievement Gap Between Hispanic and White Students*. Hispanic Journal of Behavioral Sciences, 28(2), 161-186.

- Tjora, A. (2021). Kvalitative forskningsmetoder i praksis. (4. utg). Gyldendal.

- Tomlinson, A.C. (2017). *How to Differentiate Instruction in Academically Diverse Classrooms*. (3. utg.). Alexandria, VA: ASCD.

- Usher, E.L. (2009*). Sources of Middle School Student´s Self-Efficacy in Mathematics: A Qualatitative Investigation.* American Educational Research Journal, 46(1), 275-314.

- Usher, E.L. & Pajares, F. (2008). *Sources of Self-Efficacy in School: Critical Review of the Literature and Future Directions.* Review of Educational Research, 78(4), 751-796.

- Utdanningsdirektoratet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Hentet fra: https://www.udir.no/globalassets/upload/larerplaner/fastsatte_lareplaner_for_kunnskapsloeftet/prinsipper_lk06.pdf

- Utdanningsdirektoratet. (2020). Kompetansemål og vurdering. Kompetansemål etter 10. trinn. Matematikk 1-10 (MAT01-05)). Hentet fra: https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv14?lang=nob

- Utdanningsdirektoratet. (2020). Kjerneelementer. Matematikk 1-10 (MAT01-05)). Hentet fra: https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob

- Vygotsky, L.S. (1986). *Thought and language*. Cambridge, MA: MIT Press.

- Williams, T. & Williams, K. (2010). *Self-Efficacy and Performance in Mathematics: Reciprocal Determinism in 33 nations*. Journal of Educational Psychology, 102(2), 453-466.

- Wæge, K. & Torkildsen, S.H. (2019). *Å planlegge og lede en målrettet matematisk samtale.* Hentet fra: https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2019-11/T5.P2.M2A%20Fem%20praksiser.pdf

- Yessingeldinov, B.T., Ashirbayev, N.K., Zhumykbayeva, A.K., Sarsekenov, R.M., Ismailova, G.M., Bibekov, K.T. (2021). *Investigation of Teachers´Understanding of Differentiated Approach in Teaching Mathematics*. Cypriot Journal of Educational Sciences. Vol. 17, Issue 5, (2022) 1671-1679.

Vedlegg

Vedlegg 1 – Problemløsingsoppgaver – Fotball VM i Qatar

Problemløsingsoppgaver – Fotball VM i Qatar

Oppgave 1

Fotball VM i Qatar starter 20. november. Du og en vennegjeng har planlagt å reise til Qatar for å heie. En flybillett til Qatar koster 2500 kr. Du bestemmer deg for å betale med norske pengesedler.

a) Hvilke ulike norske pengesedler kan brukes i dag?

b) Hvor mange ulike måter kan du betale for en flybillett til Qatar med norske pengesedler? Finner du alle?

Oppgave 2

Du står i kø for sikkerhetskontroll på Flesland. Du observerer at det er to flere foran deg i køen enn det er bak deg. Samtidig er det tre ganger så mange i køen totalt som det er bak deg.

a) Hvor mange personer står foran deg i køen?

b) Hvor mange personer står det totalt i køen?

c) Vis svaret ved hjelp av en likning.

Oppgave 3

Lag en lignende problemløsingsoppgave knyttet til å reise til fotball VM i Qatar. (En problemløsingsoppgave kjennetegnes ved at det ikke er en gitt oppskrift eller metode for å løse oppgaven).

Vedlegg 2 – Infoskriv og samtykkeskjema til foresatte

Informasjonsskriv vedrørende forskningsprosjektet «Tilpasset opplæring i matematikkundervisning i skolen»

Jeg ønsker å informere deg/dere som foresatte til barn på NN skole om forskningsprosjektet jeg ønsker å gjennomføre i klassen. Målet med prosjektet er å tilegne seg kunnskaper og erfaringer om undervisning og læring i matematikk. Jeg skal skrive masteroppgave i matematikkdidaktikk og jeg ønsker å undersøke hva lærere gjør, hvordan de gjør det og hvorfor de gjør som de gjør i møte med ulike behov blant elevene i matematikktimene sine.

Det er derfor ønskelig at jeg får anledning til å observere og gjøre lydopptak av klassen hvor jeg samler inn data som feltnotater samt elevenes løsningsark. Det vil bli gjort lydopptak av elevene mens de arbeider i grupper. Alle observasjoner og kommentarer fra elever vil bli behandlet konfidensielt og bli anonymisert slik at de ikke vil kunne spores tilbake til elevene. Gjennom hele prosessen (innsamling, bearbeidelse, analyse og presentasjon av data) vil jeg være bevisst på å anonymisere dataene. Det vil derfor ikke være mulig å vite hvem som har gjort eller sagt hva eller hvilken klasse og skole forskningen har foregått ved.
All medvirkning i dette prosjektet er basert på frivillighet, og dere står helt fritt til å velge om deres barn skal være med eller avstå fra å delta i prosjektet. Dere kan trekke dere når som helst i prosjektet uten å måtte begrunne dette nærmere.

Observasjonene og lydopptakene vil fortrinnsvis foregå i løpet av november måned, etter nærmere avtale med klassens matematikklærer. Lydopptakene vil bli oppbevart på en sikker måte på egen datamaskin til bruk i prosjektet. Prosjektet er meldt til Personvernombudet for forskning ved NSD (Norsk Senter for Forskningsdata). Alle involverte parter fra HVL (Høgskulen på Vestlandet) er underlagt taushetsplikt, og data vil bli behandlet deretter. Alle opptak vil bli slettet/destruert når prosjektet er avsluttet. (Dato for prosjektslutt er satt til 15. mai 2023.)
Det ferdige arbeidet vil bli presentert i en skriftlig rapport som senere kan videreutvikles til en publiserbar artikkel. Nærmere informasjon om prosjektet kan fås ved henvendelse til meg, Jonas Kvam på telefon 46783913, som er ansvarlig for dette prosjektet. Jeg håper på positiv tilbakemelding fra deg/dere.

Vennlig hilsen

Jonas Kvam

Masterstudent i matematikkdidaktikk

Høgskulen på Vestlandet, Campus Bergen

Svarslipp:

Jeg tillater at deltakere i forskningsprosjektet fra HVL observerer vårt barn.

Underskrift av foresatt(e): ....

Dato: ....

Jeg godtar også at det blir samlet inn data som beskrevet ovenfor.

Ja Nei (sett ring rundt valg)

Vedlegg 3 – Infoskriv og samtykkeskjema til deltakere

Vil du delta i forskningsprosjektet «Tilpasset opplæring i matematikkundervisning»

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hva lærere gjør, hvordan de gjør det og hvorfor de gjør som de gjør i møte med ulike behov blant elevene i matematikktimene sine. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Jeg skal skrive masteroppgave i matematikkdidaktikk og ønsker å forske på matematikkundervisning. Nærmere bestemt hvordan kan lærere tilpasse sin matematikkundervisning til de ulike elevene? Problemstillingen jeg tar utgangspunkt i er: «Hvordan kan problemløsning tilpasses elever med lave mestringsforventninger i matematikk?» Dataene som samles inn i dette forskningsprosjektet vil bli analysert og skal brukes i min masteroppgave.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Høgskulen på Vestlandet, Campus Bergen er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta i dette forskningsprosjektet fordi du er elev på 10. trinn. I løpet av 10. trinn er det flere kompetansemål fra læreplanen du skal måles etter, og det er flere av disse kompetansemålene som er relevante for dette forskningsprosjektet.

Hva innebærer det for deg å delta?

- Jeg ønsker å gjøre lydopptak av matematikkundervisningen og av samtale og diskusjon dere elever imellom.
- Informasjonen som innhentes gjennom lydopptaket vil bli anonymisert. Det er ingen som skal kunne identifisere deg på bakgrunn av lydopptaket.
- Informasjonen fra lydopptaket vil bli lagret på en minnepenn før den skal bli brukt til analyse og drøfting i min masteroppgave. Etter dette vil lydopptaket slettes.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Dersom du ikke ønsker å bli tatt lydopptak av vil vi i samråd med lærer legge til rette for at du får et tilbud med alternativt opplegg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det er jeg (Jonas Kvam) som vil ha tilgang til lydopptaket.
- For å sikre at ingen uvedkommende får tilgang til personopplysningene vil navnet og kontaktopplysningene dine erstattes med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data, minnepinnen vil være innelåst til enhver tid utenom bruk.
- Du som deltaker i dette forskningsprosjektet vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjon av min masteroppgave

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?

Prosjektet vil etter planen avsluttes 15. mai 2023. Etter prosjektslutt vil datamaterialet med dine personopplysninger anonymiseres før det slettes etter bruk.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke. På oppdrag fra Høgskulen på Vestlandet, Campus Bergen har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Høgskulen på Vestlandet, Campus Bergen ved Rune Herheim (emneansvarlig/koordinator) rher@hvl.no tlf: +47 55585933. Jonas Kvam (student), jonas_kvam@live.no, tlf: 46783913.
- Vårt personvernombud: Trine Anikken Larsen, trine.anikken.larsen@hvl.no, +47 55587682.

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med: Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig Rune Herheim Student Jonas Kvam

(Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Tilpasset opplæring i matematikkundervisning», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

☐ å delta i lydopptak av undervisningsituasjon

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 4 – Meldeskjema for behandling av personopplysninger (NSD)

Sikt

Meldeskjema / Tilpasset opplæring i matematikkundervisning / Vurdering

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer	Vurderingstype	Dato
202414	Standard	07.11.2022

Prosjekttittel
Tilpasset opplæring i matematikkundervisning

Behandlingsansvarlig institusjon
Høgskulen på Vestlandet / Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett / Institutt for språk, litteratur, matematikk og tolkning

Prosjektansvarlig
Rune Herheim

Student
Jonas Kvam

Prosjektperiode
10.11.2022 - 15.05.2023

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 15.05.2023.

Meldeskjema

Kommentar
OM VURDERINGEN
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG
Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til den datoen som er oppgitt i meldeskjemaet.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), og dataportabilitet (art. 20).

Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema

Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Lene Chr. M. Brandt

Lykke til med prosjektet!