MASTEROPPGAVE

Problemløsing - et nyansert begrep?

En dokumentanalyse av Dragonbox Skole med fokus på problemløsingens rolle i LK20.

Problem solving - a nuanced concept?

A document analysis of Dragonbox School with a focus on the role of problem solving in LK20.

Maren Stenseide og Thea Kristine Johnsen

Master i matematikk i Grunnskolelærerutdanningen 1-7

Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett

Institutt for språk, litteratur, matematikk og tolkning

Veiledere: Rune Herheim & Inge Skjælaaen

Innleveringsdato: 16.mai 2022

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 12-1.

Forord

Denne masteroppgaven setter punktum for vår femårige grunnskolelærerutdanning ved Høgskulen på Vestlandet. Studietiden har vært givende og lærerik, og vi har opparbeidet oss kunnskap og erfaringer som vil være med på å forme oss som fremtidige lærere. Gjennom arbeidet med masteroppgaven har vi fått kjenne på både opp og nedturer, og det har vært en prosess hvor vi både har lært mye om matematikkdidaktikk og om oss selv. Vi har fått et bedre innblikk i noen av de oppgavene som man som matematikklærer kan stå ovenfor i yrkeslivet. I arbeid med oppgaven har vi også fått et nytt blikk på problemløsing som et mer nyansert begrep.

Vi vil takke Dragonbox for at de har vist støtte til prosjektet vårt, og gitt oss tilgang til nødvendige ressurser for å kunne gjennomføre dokumentanalysen. Uten dette hadde det ikke vært mulig å gjennomføre dette prosjektet. En spesiell takk til Audun Uggerud som tok seg tid til å presentere Dragonbox Skole for oss og gi oss en inngående beskrivelse av læreverket, slik at vi hadde et godt utgangspunkt for å skrive oppgaven.

Vi vil også gi en spesiell takk til Rune Herheim og Inge Skjælaaen som har vært våre veiledere i arbeid med denne masteroppgaven. Takk for at dere har støttet oss underveis i arbeidet og kommet med konstruktive tilbakemeldinger som har hjulpet oss videre. Takk for at dere har vist interesse for prosjektet vårt og bidratt underveis i hele prosessen. Oppgaven ville ikke vært det den er uten dere.

Vi vil også gjerne takke venner og familie for støtte og oppmuntring underveis i arbeidet. Takk for at dere har heiet på oss og vist forståelse i en krevende skriveprosess. En spesiell takk til Lisa Engelsgjerd Stranden og Ólafur Einar Hafliðason for gode diskusjoner og godt samarbeid i litteratursøk. Vi vil også takke alle praksislærere vi har fått følge gjennom studiet, som alle har bidratt til å gi oss gode erfaringer i klasserommet, og som har trygget oss i rollen som fremtidige lærere.

Vi ønsker også å takke hverandre for et godt samarbeid og for at vi har holdt ut med hverandre gjennom en lang skriveprosess med både opp- og nedturer. Å gjøre dette sammen har vært et eventyr, og vi er takknemlige for at vi sammen har klart å holde humøret oppe og være tålmodige med hverandre gjennom hele året. Å skrive masteroppgaven alene ville ikke ha vært det samme.

Bergen, 16.mai 2022

Maren Stenseide og Thea Kristine Johnsen

Sammendrag

I denne oppgaven har vi gjennomført en dokumentanalyse av læreverket Dragonbox Skole med fokus på det nye kjerneelementet problemløsing i LK20. Målet med oppgaven har vært å finne ut av hvordan Dragonbox Skole legger til rette for elevers problemløsing i matematikk.

For å kunne gi et svar på dette har vi tatt i bruk Charalambous et al. (2010) sitt analyseverktøy som er spesielt utarbeidet for lærebokanalyse. Dette er grunnlaget for det analytiske rammeverket som er gjennomgående i hele oppgaven, men vi har måtte gjøre noen justeringer for at det skal passe problemstillingen vår. Vi har brukt analyseverktøyet til å utføre en horisontal analyse av hele læreverket for 4.trinn, og i tillegg har vi utført en vertikal analyse av deler av læreverket på samme trinn. Gjennom analysen har vi sett oss nødt til å nyansere begrepet problemløsing for å fange opp flest mulig oppgaver med problemløsingpotensial, og dermed kunne besvare problemstillingen vår best mulig. Vi har derfor brukt teori og tidligere forskning til å finne ut av hvilke elementer problemløsing inneholder, og deretter utarbeidet følgende kategorier som vi har plassert oppgavene under: ikke problemløsing, få elementer av problemløsing, flere elementer av problemløsing og ren problemløsing.

Den horisontale analysen viser hvordan læreverket er bygd opp, men den sier ingenting om hvordan problemløsing er vektlagt i læreverkets ulike deler. Det vi kan trekke ut ifra denne analysen er at kapitlene er likt fordelt i de analoge elementene, og at den digitale plattformen har overvekt av oppgaver som skal brukes til terping og øving. Ettersom vi kun har gått i dybden på noen kapitler har vi ikke nok datagrunnlag til å vite hva dette har å si for hvordan Dragonbox Skole legger til rette for problemløsing.

Den vertikale analysen viser at det er overvekt av oppgaver som ikke er problemløsing i de to kapitlene vi har undersøkt, og at alle de rene problemløsingsoppgavene er samlet i en egen bok. Med våre krav til problemløsing og våre analyser har vi kommet frem til at 90% av oppgavene ikke er problemløsing, 6,5% har få elementer av problemløsing, 3% har flere elementer av problemløsing og 1% er rene problemløsingsoppgaver. Det er likevel viktig å poengtere at hvorvidt en oppgave oppfattes som en problemløsingsoppgave eller ei avhenger av problemløseren. Det er derfor slik at det noen elever vil anse som problemløsingsoppgaver kan sees på som rutineoppgaver for andre, og det er dermed ikke mulig å få et resultat som vil romme alle 4.klassingers syn på

oppgavene. For å vise hvordan vi har analysert har vi inkludert eksempeloppgaver fra kategoriene ikke problemløsing, få elementer av problemløsing, flere elementer av problemløsing og ren problemløsing. Disse eksempeloppgavene viser også en viktig del av den vertikale analysen.

Under arbeidet med oppgaven har vi reflektert over hva som er den ultimate andelen problemløsingsoppgaver i et læreverk. Dette finnes det ingen tall på, og problemløsing er tross alt kun en halvdel av ett av seks kjerneelementer i matematikk. Det er derfor ikke riktig å forvente at samtlige oppgaver skal inneholde elementer av problemløsing. Under skriveprosessen har vi også blitt bevisste på at problemløsing er et nyansert begrep som kan oppfattes på ulike måter, og dette er også noe som bidrar til å gjøre det utfordrende å si noe spesifikt om hvordan et læreverk bør legge til rette for problemløsing.

Abstract

In this thesis, we have performed a document analysis of the teaching material Dragonbox School with focus on the new core element, problem solving, in LK20. The aim of the study has been to figure out how Dragonbox School facilitates students' problem solving in mathematics.

In order to find an answer to this question we have used an analysis tool developed by Charalambous et al. (2010) which is made for doing textbook analysis. This is the base for the analytic framework we have used for the entire thesis, and we have made some adjustments for it to fit our research question better. We have used the analysis tool to perform a horizontal analysis of the entire teaching material for 4th grade, and in addition we have performed a vertical analysis of parts of the teaching material. As we performed the analysis we found out that we had to nuance the concept of problem solving in order to capture as many tasks as possible with problem solving potential, and thus be able to answer the research question in the best possible way. Because of this we have used theory and previous research to figure out which elements problem solving contains, and then developed the following categories based on our findings: no problem solving, a few elements of problem solving, several elements of problem solving and pure problem solving.

The horizontal analysis shows how the teaching material is structured, but it doesn't say anything about how problem solving is emphasized in the different parts of the teaching material. What we can draw from this is that the chapters are evenly distributed in the analog elements, and that the digital platform has a predominance of tasks that are used for practicing what the students already have learned. As we have only gone in depth on a few chapters, we do not have enough data to be able to say anything about what this has to say about how Dragonbox School facilitates problem solving.

The vertical analysis shows that there is a predominance of tasks that are not problem-solving in the chapters we have examined, and that all the pure problem-solving tasks are located in a separate book. With our requirements for problem solving and our analyzes, we have concluded that 90% of the tasks were not problem solving, 6.5% had few elements of problem solving, 3% had several elements of problem solving and 1% were pure problem solving tasks. It is nevertheless important to emphasize that whether a task is perceived as a problem-solving task or not depends on the problem-solver. It is therefore the case that what some students will consider as problem-solving tasks can be seen as routine tasks for others, and it is thus not possible to get a result that will accommodate all 4th graders' views on the

tasks. To show how we have analyzed, we have included sample tasks from the categories not problem solving, a few elements of problem solving, many elements of problem solving and pure problem solving. These sample tasks are also an important part of the vertical analysis.

During our work on this assignment we have reflected on what the ultimate proportion of problem-solving tasks in a textbook is. There is no key to this question, and after all problem solving is only one half of six core elements in mathematics. It is therefore not correct to expect that all tasks will contain elements of problem solving. During the writing process, we have also become aware that problem solving is a nuanced concept that can be perceived in different ways, and this is also something that makes it challenging to say something specific about how a textbook should facilitate problem solving.

Innholdsfortegnelse

Tabell og figuroversikt

Oversikt over vedlegg

Kapittel 1: Innledning

Samfunnet er i stadig utvikling, og hvilke ressurser som kreves for å kunne bidra i samfunnet endrer seg sammen med utviklingen. Skolen sitt formål står beskrevet i den overordnede delen av læreplanen og handler om å åpne dører mot verden og fremtiden, og å gi elever historisk og kulturell innsikt og forankring samt et godt verdigrunnlag. I henhold til at formålet med skolen er å åpne dører ut mot verden og fremtiden, og verden stadig er i endring krever det at skolen endrer sine mål etter samfunnet sitt behov.

I 2020 publiserte Utdanningsdirektoratet en ny læreplan. Nytt med dette læreplanverket er den overordnede delen, og læreplanen for hvert enkelt fag har fått en ny struktur bestående av kjerneelementer, tverrfaglige tema og grunnleggende ferdigheter (Utdanningsdirektoratet, 2019). Formålet med fornyelsen av læreplanverket er å gjøre den mer relevant for fremtiden. Det er derfor viktig at lærere, rektorer, assistenter og andre som arbeider i skolen formidler læreplanen i praksis gjennom holdninger, væremåter, etiske beslutninger og gjennom undervisningen.

En annen faktor som er svært sentral for å bidra til at læreplanen kommer til uttrykk i undervisningen er lærebøker. Lærebøker som gjenspeiler læreplanen kan bidra til å overholde læreplanmålene, og dermed forberede elever med relevant kunnskap for livet videre, også utenfor skolen. Det er ikke noe reglement for hvordan lage lærebøker og det krever ingen statlig godkjenning for å kunne gi ut et læreverk. Dette legger mer ansvar på hver enkelt skole å vurdere om læreverket bidrar til å legge til rette for god undervisning for elevene. I matematikk er det kommet nye kjerneelementer som skal inngå i faget gjennom hele grunnskolen. Dette er eksempel på elementer man gjerne ønsker at skal inngå i oppgaver som arbeides med i undervisningen.

Karl Popper har en gang uttalt «all life is problem solving». Utsagnet til Popper kan knyttes til et av de sentrale elementene i matematikkfaget, problemløsing. Når han sier at alt i livet er problemløsing er det med på å få frem viktigheten i å implementere problemløsing i skolen, ikke bare i matematikk, men også i tverrfaglige tema. Problemløsing er en ferdighet som kan komme til nytte også utenfor skolens område, og videre i ulike situasjoner i livet. Problemløsing handler ikke nødvendigvis om et matematisk problem, men en måte å møte og arbeide på for å finne løsninger på et problem, og hvordan kunne gjennomføre løsningen. Dette gjør problemløsing relevant i henhold til skolens mål om å åpne dører ut mot verden og fremtiden.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Innføring av ny læreplan betyr endringer av skolens fokus og mål, og LK20 vil være med på å forme hvordan skolehverdagen og undervisningen blir fremover. I matematikk er det seks ulike kjerneelementer som skal være gjennomgående for hele grunnskolen, disse er som følger: utforskning og problemløsing, modellering og anvendelser, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, abstraksjon og generalisering og matematiske kunnskapsområder. Ettersom både LK20 og kjerneelementene er nytt for skolen syns vi det er interessant å se på hvordan dette i praksis implementeres i skolehverdagen. En annen faktor som kan undersøkes i sammenheng med ny læreplan er om læreverkene umiddelbart oppdateres, eller om endringene i læreverkene skjer over tid dersom det er behov for dette.

Lærebøker er mye brukt i norsk skole. Faglærer og lærebokforfatter Ane Christiansen (2020) er en av flere som har skrevet kronikker om lærebøker. I en kronikk publisert i Aftenposten omtaler hun lærebøker som den mest leste litteraturen vi har. I forbindelse med LK20 er det mange lærebøker som er fornyet og oppdatert, og Christiansen etterlyser i sin kronikk mer interesse og anmeldelser rundt lærebøker, utenom det forlagene gjør selv. Hun beskriver det som manglende interesse for læremidler på flere områder, både i lærerutdanningen, i skolen og i den offentlige skoledebatten. Lektoren Harald Liebich (2012) skrev en kronikk der han presenterte hvorfor læreboken er en viktig ressurs i skolen. Her skrev han blant annet om at en av fordelene med å bruke et læreverk er at den dekker alle emner beskrevet i kompetansemålene i læreplanen på en balansert måte. Kronikker som omhandler lærebøker har bidratt til å øke vår interesse for læreverk og lærebøker, rundt hva de formidler og deres plass i skolen.

Som nevnt i kronikkene fører innføring av ny læreplan med seg endringer og oppdateringer av læreverk. Mange lærebokforlag har publisert nye versjoner av læreverkene sine som skal være oppdaterte etter læreplanens nye kompetansemål og kjerneelementer. Et av lærebokforlagene som nylig har utgitt en oppdatert versjon av læreverket sitt er Dragonbox Skole. Dragonbox Skole er et læreverk som først ble utgitt i 2018, og som dermed er ganske nytt på markedet. Likevel er ikke Dragonbox noe helt nytt, selskapet har nemlig utviklet ulike digitale matematikkspill og apper siden 2012. For mange er det derfor fremdeles kjent som et spill og ikke et komplett læreverk. Dragonbox Skole har vekket interessen vår ettersom det er et læreverk som bygger på iscenesettelse og historiefortelling, i tillegg til at det har en original sammensetning av analoge og digitale elementer. Vi har ingen tidligere erfaringer med læreverket, men vi har både hørt omtaler og sett bilder som vi syns har virket spennende. Gjennom søk etter mer informasjon om Dragonbox Skole har vi også funnet ut at det er forsket svært lite på læreverket fra før, og dette har motivert oss til å bidra med forskning på temaet.

Ettersom vi syns det er interessant å se på hvordan den nye læreplanen implementeres i læreverk, ønsker vi å undersøke dette i nettopp Dragonbox Skole. På den måten får vi både innsikt i om læreverket er oppdatert etter LK20, samtidig som vi får bli kjent med oppsettet til Dragonbox Skole og hvordan det er tenkt brukt. Dragonbox Skole er et læreverk som stadig blir mer brukt i norske klasserom og kanskje er dette et eksempel på hvordan flere læreverk vil se ut i fremtiden. Derfor kan det tenkes at arbeidet med denne analysen vil gi oss nyttige erfaringer som vi kan ta med oss inn i yrket som lærere.

1.1.1 Lærebokens rolle i matematikkundervisningen

I TIMSS sin internasjonale undersøkelse fra 2011 svarte 97% av norske skoleelever at læreboken ble brukt som grunnlag i matematikkundervisningen (Mullis et al., 2012). Dette tilsier at læreboken er en viktig faktor når lærere planlegger undervisning, og dette stemmer også overens med det inntrykket vi har erfart gjennom praksis. Læreboken sin rolle i matematikkundervisningen er noe Kongelf (2019) skriver om i sin doktoravhandling. Han beskriver den sentrale rollen til læreboken i matematikkundervisning som et verdensomspennende fenomen, men sier samtidig at bruk av lærebøker er særlig fremtredende i Norge. Han viser til forskning om at elever i den norske grunnskolen bruker mye tid i klasserommet på å jobbe individuelt med oppgaver i lærebøker, oppgaveark og informasjon- og kommunikasjonsteknologi. I tillegg sier forskningen at lærere støtter seg mye på lærebøkene, og at innholdet i lærebøkene i stor grad definerer hva det undervises i og hvilke oppgaver som gjøres. Alseth et al. (2003) fant gjennom forskning at den dominerende læringsmetoden i matematikkfaget i Norge er at elevene sitter en og en, og at læreren har en introduksjon etterfulgt av at elevene løser oppgaver individuelt. Gilje et al. (2016) har forsket på temaet og bekreftet funnene til Alseth et al. (2003). Denne praksisen tilsier at læreboka er avgjørende for hva elevene jobber med i klasserommet.

I 2018 utga Utdanningsdirektoratet et kunnskapsgrunnlag med forskningsbaserte kvalitetskriterier for læremidler i matematikk. Disse kriteriene er blant annet knyttet til design, pedagogisk og didaktisk kvalitet og koblinger til læreplanverket (Svingen & Gilje, 2018). Kriteriene kan være med på å bidra til at undervisningen følger læreplanen selv om den er lærebokstyrt. Det er også et mål at dette kunnskapsgrunnlaget vil gjøre skoleeier og lærere mer bevisste når de vurderer kvaliteten på læremidlene som er i bruk i skolen.

1.1.2 Overgang til digitale flater

I løpet av de siste tiårene har skoler og klasserom gjennomgått en omfattende digitalisering. Fra at det tidlig på 2000-tallet var vanlig med krittavle, overhead og flyttbare kasse-Tver med DVD-spiller, er de fleste klasserom nå utstyrt med Smartboard og nesten samtlige elever har egen PC eller nettbrett.

Bruken av digitale ressurser i undervisningen øker i takt med samfunnsutviklingen. Barn blir stadig yngre når de introduseres for den digitale verdenen, og i dag har de fleste mye digital kunnskap og erfaring når de begynner i 1.klasse (Hatlevik et al., 2013). Samtidig som bruken av digitale ressurser øker, øker også forventningene til at skolen følger samfunnet og vektlegger digitale ressurser i undervisningen i større grad. Solvang og Norheim (1992) poengterer at digitale ressurser historisk ble tidlig utviklet for å løse problemer knyttet til realfag, og datamaskinen har derfor allerede lenge vært i bruk innenfor matematikkfaget. Dette, i tillegg til at de didaktiske mulighetene er så mangfoldige, fører til at det til en viss grad vil være større forventinger til bruk av digitale ressurser i matematikk enn i andre fag. Læreverk blir i større og større grad supplert med anbefalte digitale læringsressurser, og i noen tilfeller flyttes hele læreboka fra analoge bøker til digitale flater (Solvang & Norheim, 1992).

Efjord & Haara (2018) poengterer at utviklingen av teknologien åpner opp for mange nye muligheter innen matematikkundervisningen. Eksempelvis gjør enkel nettilgang og skylagring det mulig å bruke kalkulatorer, regneark og programmer som Geogebra overalt ettersom ressursene ikke trenger å være lastet ned på enheten. Det er også lettere å dele ressurser og kunnskap på tvers av skoler og klasser, ettersom det er mulig å samhandle trådløst mellom hverandre. Samtidig kan digitaliseringen også føre med seg utfordringer. Erfjord og Haara (2018) understreker at lærere må lærere være kompetente til å undervise i og bruke digitale ressurser, samtidig som de også må holde seg oppdatert og ha god nok kompetanse til å sette seg inn i og ta i bruk fremtidige digitale ressurser. For at de digitale ressursene skal være til nytte i klasserommet er det altså viktig at læreren har god nok kunnskap og evner å bruke ressursene på en måte som er til nytte for elevenes læring.

1.1.3 Formål med oppgavevalget

Vi har et mål om at arbeidet med denne oppgaven skal ha en overføringsverdi til arbeidslivet, både for oss selv og for andre lærere som leser oppgaven. Gjennom å analysere lærebøker kan vi som lærere bli bedre på å vurdere læreverk og bli mer oppmerksomme på styrker og svakheter. Å være bevisst på hvilke kunnskaper som det legges til rette for gjennom et læreverk kan gjøre lærere bedre i stand til å sørge for at målene i læreplanen overholdes. Det er ikke slik at lærere er knyttet opp til et spesifikt læreverk, men de er forpliktet til å følge det som står i læreplanen. Dermed følger det et ansvar om å ta bevisste valg i matematikkundervisningen slik en jobber mot målene i læreplanen. Dette er kanskje særlig viktig i møte med en ny læreplan. For å kunne gjennomføre dette i praksis krever det bevisste, analytiske og kritiske lærere som er klar over hvilke oppgaver læreverk inneholder, og hvilke kunnskaper som kommer til uttrykk gjennom oppgavene.

Et annet mål med oppgaven er å få bredere forståelse for begrepet problemløsing og hvordan læreverk legger til rette for dette. Ettersom problemløsing er et kjerneelement som skal være gjennomgående for hele skoleløpet er det interessant å se på hvordan det legges til rette for problemløsning i de ulike delene av læreverket, og om det vektlegges likt eller forskjellig i de ulike matematiske temaene.

1.2 Beskrivelse av læreverket

Dragonbox Skole er et læreverk i matematikk som har som mål å gjøre matematikkfaget levende ved hjelp av historiefortelling, analoge og digitale elementer og fysiske konkreter (Dragonbox, u.å.). Læreverket har utviklet seg fra å først være et digitalt spill som ble brukt til å lære elevene å løse algebra og likninger til å bli et komplett læreverk for 1.-4.trinn (Erfjord & Haara, 2018). Hele læreverket baserer seg på et iscenesatt univers hvor elevene blir kjent med forskjellige figurer i flere ulike verdener. Felles for hele universet er noomene. Dette er figurer som representerer tallene fra en til ti. Hver noom har et eget navn og egne egenskaper som kjennetegner tallet de representerer, og alle noomene blir gradvis introdusert for elevene fra de begynner i 1.klasse. Vi finner de samme figurene i alle delene av læreverket, og noomene bidrar derfor til å binde delene sammen og skape en helhet for elevene.

Læreverket inneholder både analoge og digitale elementer og kan derfor omtales med begrepet blended learning. De analoge elementene består av Mattestreker 4A og 4B, i tillegg til boken Mattesnakk. Mattestreker 4A og 4B er tradisjonelle oppgavebøker, mens

Mattesnakk er en bok med tegneserier hvor elevene presenteres for utforskende problemløsingsoppgaver. De digitale elementene består av Dragonbox Skole-appen og ulike spill. Dragonbox Skole-appen inneholder digitale oppgaver som er delt inn i samme oppdrag som de analoge bøkene. Oppdrag er temabaserte kapitler, eksempelvis divisjon, plassverdi opp til 10 000 og måling. Noen av oppgavene har fokus på utforskning, mens andre har fokus på øving og begrepslæring. Dragonbox har også utviklet flere ulike spill som finnes som separate apper. Disse omhandler forskjellige temaer og er tilpasset ulike aldersgrupper.

I tillegg til de analoge og digitale elementene har Dragonbox produsert fysiske konkreter som de kaller for Noomstaver. Dette er konkreter som gjør tallene om til noe elevene kan ta og føle på, og de er utformet som de samme noomene som elevene møter i de andre elementene i læreverket.

DragonBox Skole har også en egen digital lærerveiledning. Denne har tydelige læringsmål, forslag til aktiviteter og spørsmål. Her har også DragonBox lagt opp forslag til hvordan øktene innen et oppdrag kan legges opp. I lærerveiledning finnes også videoer som forklarer de ulike læringslabene, kopiark, forslag til uteskoleøkter og en årsplan det er mulig å følge. I tillegg får lærere en egen tilgang til appene hvor det ligger et rapporteringsverktøy som gjør det enkelt å få oversikt over elevenes arbeid.

1.3 Tidligere forskning på Dragonbox

Ettersom Dragonbox Skole først ble lansert som komplett læreverk i 2018 er det hittil blitt gjort lite forskning på Dragonbox som et komplett læreverk. De fleste forskningsartiklene som er publisert om Dragonbox er derfor basert på de ulike spillene som har blitt lansert siden 2012. Dette ser vi for eksempel i tekstene til Fandin (2016), Tisthammer (2014) og Dolonen (2014), hvor Dragonbox blir presentert som et algebraisk spill og som et supplerende element i matematikkundervisningen. Det er likevel noe forskning gjort på Dragonbox Skole, eksempelvis av Siddiq et al. (2017), Vennerød-Diesen et al. (2021) og Lorange et al. (2022).

Fandin (2016) tar i sin masteroppgave for seg algebraspillet Dragonbox 12+ og ser på hvordan elevenes tenkemåte endrer seg etter å ha arbeidet med spillet. Hun ser også på spillets bruk av dynamiske elementer som bilder og figurer. Hun konkluderer med at spillets oppsett av algebrastykker fungerer som hjelpemiddel for noen av elevene i arbeid med lignende oppgaver utenfor spillet. I tillegg til dette påpeker Fandin at Dragonbox 12+ er et godt hjelpemiddel som kan supplere andre læreverk, men at det ikke kan stå for opplæringen av algebra alene.

Tisthammer (2014) tar i sin masteroppgave for seg gameplay-elementer i spill utviklet av Dragonbox. Han ser på to ulike spill og påpeker at disse er tilpasset to ulike målgrupper, men at designet for begge spillene er likt. Tisthammer plasserer Dragonbox under kategorien puzzle-spill, ettersom det krever kløkt av spilleren som skal finne en optimal løsning, samtidig som spillet er basert på fiktive objekter og skapninger. I sine observasjoner trekker Tisthammer frem at det var variasjon innad i elevgruppen om de klarte å se matematikken i spillet. Noen elever brukte matematiske begreper, men andre elever hadde ikke forståelse for hvordan spillet var relatert til matematikkfaget. Det kom også frem at for noen elever er det gameplay-delen som er motivasjonen.

Kluge og Dolonen (2014) tar for seg algebra som spill. De plasserer Dragonbox under kategorien *serious games,* fordi det blir brukt systematisk i skolen og derfor ikke spilles frivillig. De knytter begrepet opp mot spillbasert læring. Kort fortalt fungerer spillet slik at elevene kan manipulere elementer etter gitt regler. Reglene blir introdusert som "evner" og animeres. Dragonbox bruker manipulering av symboler der de kjente vanskelighetene med algebra er delvis skjult. Kluge og Dolonen ser på Dragonbox opp mot kikora, som de beskriver som motsetninger. Dette mener de fordi Kikora oppleves som svært knyttet til standardisert algebra. Videre beskriver de at Dragonbox observeres som tydelig mer engasjerende hos elevene, likevel var det større læringsutbytte i arbeid med Kikora, i følge Kluge og Dolonen.

Siddiq et al. (2017) har gjennomført en pilotering av Dragonbox Skole ved ti skoler i Skedsmo kommune. Funnene deres viser at lærerne som var med i studien vurderte læreverket som meget tilfredsstillende. Siddiq et al. skriver at de tror at læreverket oppleves som godt ettersom Dragonbox Skole ikke kun har fokus på tekniske nyvinninger og økt bruk av IKT, men også på hvordan faget kan formidles på best mulig måte gjennom bruk av digitale ressurser. Det trekkes frem at Dragonbox Skole har fokus på en annerledes pedagogikk, hvor mengdeforståelse brukes som grunnlag for å lære matematikk heller enn tall. Dette oppleves som positivt hos lærerne som deltok i studien. Likevel trekkes dette også frem som en mulig svakhet ved læreverket, fordi det kan føre til at man utelukkende lener seg på én fremgangsmåte når man underviser i matematikkfaget. Det poengteres derfor at det kan være positivt med en metodikk som har mer pedagogisk variasjon og som tar i bruk ulike fremgangsmåter. Siddiq et al. har også sett på hvordan lærerne har brukt læreverket. Her oppgir flesteparten at de digitale ressursene og lærerveiledningen er mest brukt, omtrent halvparten har brukt konkretene og kun en sjettedel har brukt de analoge bøkene. Til slutt i artikkelen understreker Siddiq et al. at læreverket er tatt i bruk ulikt på de forskjellige skolene, og at det er uvisst om dette kan ha innvirkning på elevenes læring. Selv om studien viser at lærerne som har deltatt har vært svært positive til Dragonbox Skole, har de ingen data på hvordan læreverket og pedagogikken påvirker elevenes læring.

Vennerød-Diesen et al. (2021) beskriver arbeidet med Dragonbox skole som en suksess. De har i sin studie funnet at læreverket skaper engasjement blant lærere, og at elever som bruker Dragonbox Skole gjør det bedre på matematikkprøver enn elever som ikke bruker det. For å komme frem til disse resultatene gjennomførte de en undersøkelse blant 627 førsteklassinger og 780 andreklassinger i Lillestrøm-regionen. Elevene ble delt inn i to grupper, hvor den ene gruppen brukte Dragonbox Skole og den andre gruppen fulgte ordinær undervisning. Elevene startet med å gjennomføre en kartleggingsprøve på høsten, og deretter gjennomførte de en ny prøve etter at de hadde brukt Dragonbox Skole eller fulgt ordinær undervisning i ett skoleår. Resultatene viste da gruppen som hadde brukt Dragonbox Skole presterte bedre enn gruppen som hadde fulgt ordinær undervisning, og læreverket fungerte like godt for både gutter og jenter. De fant også ut at læreverket løftet alle elever like mye, altså var det ingen forskjell mellom elever på lavt og høyt nivå. I tillegg til dette målte Vennerød-Diesen et al. motivasjonsnivået til elevene. På høsten var dette likt for begge grupper, men etter endt studie viste resultatene at gruppen som brukte Dragonbox Skole var mer motivert for matematikkundervisningen. For å undersøke hvordan lærere anvendte Dragonbox Skole i klasserommet gjennomførte Vennerød-Diesen et al. en spørreundersøkelse blant lærere om hvordan det læreverket brukt og om de opplevde det som fullstendig. Resultatene av denne viste at lærerne stort sett følte seg kompetente nok til å bruke læreverket, og at det var appene og lærerveiledningen som ble mest brukt. At lærerveiledningen er mye brukt samsvarte med andre funn i undersøkelsen som viste at lærerne har liten tid til å sette seg inn i hele læreverket. Undersøkelsen viste også at få lærere mente læreverket egnet seg til tilpasset opplæring, ettersom det gir få muligheter for tilpassing og at det ikke finnes materiale som egner seg spesielt for høyt- eller lavtpresterende elever. Likevel kan dette ses i sammenheng med lærernes kunnskap om læreverket, og studien viste ikke at lavtpresterende elever hang mer etter enn de ville gjort ved ordinær undervisning.

Lorange et al. (2022) har studert en spesifikk læringslab fra den digitale plattformen til Dragonbox Skole og sett på muligheter og begrensninger ved de dynamiske representasjonene. De trekker frem at læringslaben kan være med på å fremme relasjonell forståelse ettersom den visualiserer addisjonsprosessen. I læringslaben brukes noomene til å vise addisjon. Eksempelvis vises det at en 10-noom deles opp til ti 1-noomer, og en 6-noom kan deles opp til en 2-noom og en 4-noom. Å visualisere grunnleggende tallbegreper og relasjoner mellom dem kan være med på å utvikle elevenes relasjonelle forståelse. I læringslaben finnes det også operasjoner som utføres automatisk. Dette kan være til hjelp for elevene ettersom de kan klare å utføre læringslaben på egenhånd, men det kan også være en ulempe. De automatiske operasjonene fratar elevene muligheten til å finne ut av hvordan disse operasjonene kan utføres selv, og de kan også gjøre at noen elever får til læringslaben uten å ha tilstrekkelig relasjonell forståelse. Med andre ord mener Lorange et al. at de automatiske operasjonene kan fjerne noe av elevenes mulighet for læring. Likevel mener de at virkningene av de automatiske operasjonene kan begrenses betydelig dersom Dragonbox metoden brukes. Dette er en metode som Dragonbox anbefaler lærere å bruke for at elevene skal få mest mulig ut av de digitale ressursene, og som lærere får informasjon om i lærerveiledningen og på kurs. Denne metoden går ut på at man oppdager sammen gjennom en felles samling hvor elevene introduseres for en læringslab, etterfulgt av utforskning hvor elevene alene eller i mindre grupper prøver, øver og erfarer. Til slutt gjennomføres en vurdering som avdekker hvilke kunnskap elevene sitter igjen med. Lorange et al. konkluderer med at elevens læring ved bruk av læringslaber avhenger av hvordan læreren legger til rette for elevenes resonnement rundt de dynamiske prosessene.

De masteroppgavene og artiklene vi har funnet om Dragonbox viser variasjon i forskning som er gjort på både spillet og læreverket. Likevel er det få studier som er gjort på Dragonbox som komplett læreverk. Det er også naturlig at et læreverk som nylig er blitt utviklet og presentert for markedet ikke er undersøkt og skrevet om i like stor grad som læreverk som har vært tilgjengelig i flere år. På bakgrunn av dette håper vi at denne oppgaven kan bidra til økt kunnskap rundt Dragonbox Skole som er fullstendig læreverk.

1.4 Vektlegging av problemløsing i læreplanene

De siste 40 årene har problemløsing vært nevnt og vektlagt i ulik grad i de norske læreplanene. Vi vil i det følgende gi en gjennomgang av læreplanene fra 1987 og frem til dags dato for å gi leseren et innblikk i hvordan begrepet har utviklet seg.

1.4.1 Mønsterplanen 87

I mønsterplanen for grunnskolen fra 1987 finner vi problemløsing som et av elleve hovedtemaer i matematikkfaget. Her forstås problemløsing som en prosess bestående av fire ledd. Disse er å formulere et problem, analysere problemet og finne en løsningsmetode, foreta nødvendige beregninger og til slutt vurdere fremgangsmåte og resultater. I M87 ble det argumentert for at problemløsing kunne motivere elevene til å ta i bruk matematikk som redskap og stimulere til kreativ tenkning. Det ble også lagt vekt på at elevene skulle kunne formulere problemer både skriftlig og muntlig, og at overslagsregning var en naturlig del av prosessen. Elevene skulle også trene på å presentere løsningsmetoder på ulike måter og vurdere om svarene de hadde fått var rimelige eller ei. Gjennom barnetrinnet skulle elevene gå fra å kunne finne problemer som kan knyttes til elevens egne erfaringsområde og nærmiljø, til å også omfatte problemer knyttet til andre fag og samfunnslivet (Undervisningsdepartementet, 1987).

1.4.2 Reform 94/Læreplanen L97

I læreplanen fra 1997 var ikke lenger problemløsing et hovedtema, og det var i stedet mer fokus på eksperimentering, utforskning og undersøkelser (Botten, 2009). Vi ser likevel spor av problemløsing, for under arbeidsmåter i faget står det at opplæringen i matematikk på alle nivåer skulle gi muligheter til å undersøke og utforske sammenhenger, finne mønstre og løse problemer (Veiteberg, 1996, s.156). Under mål for faget er også problemløsing nevnt. Opplæringen hadde nemlig som mål at elevene skulle stimuleres til å bruke sin fantasi, sine ressurser og sine kunnskaper til å finne løsningsmetoder og -alternativer gjennom undersøkende og problemløsende aktiviteter og bevisste valg av verktøy og redskaper. (Veiteberg, 1996, s.158). L97 la altså opp til at elevene fremdeles skulle jobbe med problemløsing i matematikkfaget, men akkurat hvordan dette skulle gjøres i praksis var ikke like konkretisert som i M87.

1.4.3 Kunnskapsløftet LK06

I LK06 ble problemløsing knyttet til begrepet matematisk kompetanse. I formålet med matematikkfaget stod det nemlig at matematisk kompetanse innebærer å bruke problemløsing og modellering til å analysere og omforme et problem til matematisk form, løse det og vurdere gyldigheten av løsningen (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 2). Likevel er ikke problemløsing satt opp som et hovedområde i LK06, men det står at opplæringen skal veksle mellom utforskende, lekende, kreative og problemløsende aktiviteter og ferdighetstrening

(Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 2). Det kan derfor virke som om problemløsing ikke er noe som skulle læres isolert i matematikkfaget, men at det heller skulle brukes som en arbeidsmetode. Kun en gang nevnes problemløsing eksplisitt i kompetansemålene, og det er ikke før på 10.trinn (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 8).

Vi finner også problemløsing under beskrivelsen av to av de fem grunnleggende ferdighetene i matematikkfaget, å kunne regne og å kunne bruke digitale verktøy. Under ferdigheten å kunne regne finner vi følgende formulering: "å kunne regne i matematikk innebærer å bruke symbolspråk, matematiske begreper, fremgangsmåter og varierte strategier til problemløsing og utforskning som tar utgangspunkt i både praktiske, dagligdagse situasjoner og i matematiske problemer." (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 5). Dette understreker at problemløsing er allsidig ferdighet som kan brukes innen alle kunnskapsområder i matematikkfaget. Når det gjelder digitale ferdigheter er formuleringen slik: "digitale ferdigheter i matematikk innebærer å bruke digitale verktøy til læring gjennom spill, utforskning, visualisering og presentasjon. Det handler om å kjenne til, bruke og vurdere digitale verktøy til beregninger, problemløsing, simulering og modellering." (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 5).

1.4.4 Kunnskapsløftet LK20

I LK20 finner vi problemløsing allerede under overskriften "fagets relevans og sentrale verdier". Her står det at matematikk skal forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i utvikling ved å gi dem kompetanse i utforskning og problemløsing. Det står også at når elevene får mulighet til å løse problemer og mestre utfordringer på egen hånd, bidrar dette til å utvikle utholdenhet og selvstendighet. (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2). Problemløsing kobles dermed både til samfunnet og til personlig utvikling, og det anses som en viktig del av matematikkfaget.

Nytt i LK20 er en liste over kjerneelementer i hvert fag. Det første kjerneelementet i matematikk heter nettopp utforskning og problemløsing. Her understrekes det at problemløsing handler om at elevene utvikler en metode for å løse et problem de ikke kjenner fra før, og at algoritmisk tenkning er en viktig del av prosessen. Dette er fordi algoritmisk tenkning hjelper elevene med å utvikle strategier og fremgangsmåter for å løse problemer, i tillegg til å bryte problemet ned i delproblemer som kan løses systematisk. Her trekkes også digitale verktøy inn, for elevene må selv kunne vurdere om de skal brukes eller ei for å løse problemet på best mulig måte. I tillegg står det at problemløsing handler om å analysere og omforme kjente og ukjente problemer, løse dem og vurdere om løsningene er gyldige (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2).

I motsetning til i L97 og LK06 finner vi i LK20 problemløsing nevnt i flere kompetansemål. Det er nevnt spesifikt i kompetansemålene etter 2. og 3.årstrinn, og i tillegg er det nevnt i samtlige trinn under overskriften "underveisvurdering". Under alle trinn står det at læreren skal veilede elevene til å utvikle kompetansen sin innen problemløsing, og dermed er det også noe som skal brukes og jobbes med gjennom hele skoleløpet (Utdanningsdirektoratet, 2020). I LK20 er problemløsing også nevnt som et tverrfaglig tema. Under overskriften folkehelse og livsmestring står følgende: "i matematikk handler de tverrfaglige temaet folkehelse og livsmestring om å gi elevene kompetanse i problemløsing, i statistikk og i personlig økonomi." (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 4). Her understrekes det altså at problemløsing ikke er noe som kun kan brukes i matematikkfaget, men at det er noe som kan tas inn i alle fag i skolen.

1.5 Problemstilling

Dragonbox Skole skiller seg som tidligere nevnt fra andre læreverk. Grunnen til dette er blant annet at Dragonbox Skole har et annet utgangspunkt enn de fleste andre læreverk ved at det kombinerer analoge og digitale ressurser, i tillegg til at det bygger på iscenesettelse og historiefortelling. Dragonbox Skole tar elevene med inn i en verden som går igjen i alle elementene, både de analoge bøkene, de digitale ressursene og andre supplementer. Vi ønsker å få et dypere innblikk læreverket og se på det i sammenheng med læreplanen LK20. For å gjøre dette vil si se på hvordan Dragobox Skole implementerer et av de nye kjerneelementene i læreverket sitt. Vi har tatt utgangspunkt i kjerneelementet problemløsing og utforskning, men på grunn av oppgavens omfang har vi valgt å kun fokusere på problemløsing. Det hadde vært mulig å inkludere både utforskning og problemløsing, men dette ville ha gått på bekostning av oppgavens dybde og kvalitet. Grunnen til at vi har valgt å skrive om problemløsing er fordi det er skrevet mye forskning og teori om begrepet, samtidig som det er et begrep vi har personlig interesse for. Med dette utgangspunktet har vi kommet frem til følgende problemstillingen;

Hvordan legger Dragonbox Skole til rette for elevers problemløsing i matematikk?

Gjennom problemstillingen spør vi oss hvordan Dragonbox Skole legger til rette for problemløsing i matematikk. Dette er en formulering som kan antyde at vi tar det for gitt at læreverket legger til rette for problemløsing, men det vil vi presisere at vi ikke gjør. Likevel mener vi at det er rimelig å anta at vi vil finne problemløsing i læreverket, fordi Dragonbox Skole har uttalt at læreverket er oppdatert etter LK20, og man vil da kunne regne med at læreverket har inkludert samtlige kjerneelementer. Kjerneelementene skal gå igjen i alle trinn og gjenspeile det viktigste innholdet i faget, og det ville da vært unaturlig å utelate disse. I tillegg til at Dragonbox Skole er oppdatert etter LK20 har de også selv uttalt at bruk av læreverket skaper et problemløsende klasserom, og det vil da være å forvente at det inneholder problemløsingsoppgaver.

Det er nødvendig å ta stilling til hvilken elevgruppe som skal løse oppgavene. Vi har valgt å fokusere på oppgavene i Dragonbox skole tiltenkt elever på 4. trinn. Vi kan ikke vite hvordan en fjerdeklassing møter de ulike oppgavene, men vi kan undersøke hva Dragonbox selv legger i begrepet problemløsing. Ettersom elevmassen er mangfoldig, har vi valgt å basere oss på kunnskapsmålene i læreplanen for å kartlegge hva elevene skal ha kunnskap om. Ut fra dette kan vi si noe om hva de kan oppleve som problemløsing. Vi ønsker også å undersøke hvordan problemløsningen henger sammen med de kognitive kravene som stilles til elevene i ulike oppgaver.

Dragonbox Skole er som nevnt et læreverk som består av både analoge og digital elementer, som ifølge lærerveiledningen skal kombinert. Et oppfølgende spørsmål til den gitte problemstillingen er om det legges opp til problemløsing i ulik grad i de forskjellige delene av læreverket eller om problemløsingsoppgavene er jevnt fordelt mellom de ulike elementene. Vi har ikke analysert digitale spill eller lærerveiledning ettersom vi har valgt å ha fokus på oppgavene elevene møter.

Det vil være viktig i denne oppgaven å utdype hva det vil si å legge til rette for problemløsing for å kunne besvare problemstillingen. Dette gjør vi i kapitlet om teori og tidligere forskning.

1.6 Oppgavens oppbygging

Oppgaven er delt inn i seks kapitler, herunder innledning, analytisk rammeverk, teori og tidligere forskning, design og metode, analyse og resultater og diskusjon.

I innledningen har vi gjort rede for oppgavens problemstilling og bakgrunn for valg av denne, etterfulgt av en kort beskrivelse av læreverket. Tidligere forskning på Dragonbox og hvordan problemløsing har vært vektlagt i de ulike læreplanene gjennom tidene er presentert for å bygge opp til oppgavens problemstilling.

I kapittel to presenterer vi det analytiske rammeverket. Vi har valgt å presentere dette tidlig i oppgaven ettersom rammeverket har vært avgjørende for innholdet i kapitlene som følger. Rammeverket baserer seg på analyseverktøyet til Charalambous et al. (2010), men vi begrunner også noen endringer vi har gjort for at rammeverket bedre skal kunne hjelpe oss til å analysere materialet og dermed til å svare på problemstillingen.

I kapittel tre, teori og tidligere forskning, gjør vi rede for teori om både blended learning, problemløsing og kognitive oppgaver. I dette kapittelet ønsker vi å belyse ulike definisjoner og oppfatninger av begrepene som blir brukt i metode- og analysedelen av oppgaven. Gjennom å avklare sentrale begreper er målet at leseren skal få en bedre forståelse for teorigrunnlaget i oppgaven.

I kapittel fire, design og metode, presenteres valg av metode og læreverk. Her får også leseren innblikk i endringer og avklaringer vi har gjort i møte med både den horisontale og den vertikale analysen av Dragonbox Skole. På slutten av kapitlet diskuteres oppgavens validitet og reliabilitet, samt at vi reflekterer over forskningsetiske betraktninger.

I kapittel fem, analyse og resultater, gir vi leseren en oversikt over læreverket gjennom en horisontal analyse, i tillegg til at vi presenterer funnene våre fra den vertikale analysen. Vi har lagt vekt på å være transparente der leseren får innsikt i hvordan vi har analysert ved at vi også her presenterer flere eksempeloppgaver med tilhørende analyse. Dette har vi valgt å inkludere for å støtte resultatene og gi leseren bedre innblikk i valg vi har tatt gjennom prosessen.

I kapittel seks, diskusjon, svarer vi på problemstillingen og drøfter funnene våre opp mot teori og tidligere forskning. Vi gir også en avklaring på hva det er vi ikke kan si noe om på bakgrunn av datamaterialet, og vi understreker hvorfor studien vår har betydning. Kapitlet avsluttes med en konklusjon og forslag til videre forskning.

Kapittel 2: Analytisk rammeverk

Ettersom det analytiske rammeverket legger grunnlaget for resten av oppgaven har vi valgt å plassere det som kapittel 2. Her presenterer vi Charalambous et al. (2010) sin metode med horisontal og vertikal analyse, og bruker deretter dette til å lage et tilpasset rammeverk som passer oppgaven vår. Rammeverket er også avgjørende for hvilke teori og tidligere forskning som vi har valgt å inkludere senere i oppgaven. Dette er grunnen til at vi ønsker å presentere rammeverket før vi går videre og utdyper teori, metode og analyse.

2.1 Analysekriterier – Rammeverk

Rammeverket vi har valgt å bruke i denne oppgaven er utviklet av Charalambous, Delaney, Hsu og Mesa, og er et rammeverk som baserer seg på å utføre en horisontal og en vertikal analyse av et dokument. Charalambous et al. (2010) bruker Herbst sin definisjon av horisontal analyse fra 1995. Denne sier at en horisontal analyse ser på læreboken som en helhet, og som en del av teknologien i utdanningssystemet. I tillegg baserer analysen seg på generelle lærebok-karakteristikker. En vertikal analyse ser derimot i dybden på hvordan et bestemt matematisk tema behandles i læreboka, og i denne sammenhengen sees læreboka på som et miljø for konstruksjon av kunnskap (Charalambous et al., 2010, s.119-120). Vi vil videre forklare grundigere hva det vil si å utføre en horisontal og vertikal analyse, og hvordan disse analysene kan brukes i møte med vår problemstilling.

2.1.1 Horisontal analyse

Charalambous et al. (2010) sitt analyseverktøy for horisontale analyser er oversatt og formidlet visuelt gjennom denne tabellen:

Tabell 1 hentet og oversatt fra Charalambous et al. (2010, s.68)

Horisontal analyse	
Bakgrunnsinformasjon	***Overordnet struktur***
-Tittel -Antall bøker -Antall sider -Forfatterprofil og profil av det rådgivende utvalg -Forlag og utgivelsesår -Medfølgende ressurser (eksempelvis lærerveiledning)	-Antall emner/leksjoner og antall sider per enhet/leksjon -Strukturen til emner/leksjonene -Hvilke emner som dekkes -Rekkefølgen på emnene

Den horisontale analysen kan altså deles inn i to ulike deler, bakgrunnsinformasjon og overordnet struktur. Målet med kategorien bakgrunnsinformasjon er å gi et beskrivende overblikk av læreboka og bakgrunnen for hvorfor den er produsert. I denne kategorien finner vi eksempelvis tittelen på boka, antall sider boka består av, forfatterprofil og forlag. Målet med kategorien overordnet struktur er å gi et overblikk over emnene læreboka dekker og hvordan disse er organisert. I denne kategorien finner vi derfor eksempelvis antall emner, strukturen til emnene og hvordan de er plassert i rekkefølge til hverandre (Charalambous et al., 2010, s.122).

For å utvikle et rammeverk som passer til vår analyse av Dragonbox Skole har vi tatt utgangspunkt i dette analyseverktøyet, men vi har gjort noen justeringer og prioriteringer for å få det til å passe til problemstillingen vår. Vi har inkludert både bakgrunnsinformasjon og overordnet struktur, men vi har valgt å utelate punkter som ikke er relevante. Hovedfokuset vårt er å få en oversikt over hvilke emner læreverket dekker og hvordan de er vektlagt i forhold til hverandre. Fra bakgrunnsinformasjon har vi derfor valgt å ta med tittel, antall bøker og antall sider. Dette mener vi er tilstrekkelig bakgrunnsinformasjon om bøkene. Forfatterprofil og forlag vil ikke gi relevant informasjon om emner og struktur, og vi har på bakgrunn av dette valgt å utelate disse punktene. Vi har også valgt å se vekk fra medfølgende ressurser da vi har begrenset problemstillingen til å kun gjelde oppgaver elevene møter i selve læreverket.

Fra overordnet struktur har vi valgt å bruke alle punktene fra Charalambous et al. sitt analyseverktøy. Ettersom disse punktene sammen gir en omfattende oversikt over den overordnede strukturen er alle relevante å ha med i vårt rammeverk. I analysen av den digitale plattformen har vi likevel valgt å se bort ifra sidetall, da dette ikke brukes i et digitalt læreverk. Et oppdatert analyseverktøy for vår oppgave vil dermed se slik ut:

Tabell 2

Horisontal analyse	
Bakgrunnsinformasjon	**Overordnet struktur**
-Tittel -Antall bøker -Antall sider	-Antall emner/leksjoner og antall sider per enhet/leksjon (ikke sidetall for digital plattform) -Strukturen til emner/leksjonene -Hvilke emner som dekkes -Rekkefølgen på emnene

2.1.2 Vertikal analyse

Charalambous et al. (2010) sitt analyseverktøy for vertikale analyser er oversatt og formidlet visuelt gjennom tabell 3.

Tabell 3 hentet og oversatt fra Charalambous et al. (2010, s.68)

Vertikal analyse		
Kommunisert til elevene	***Krav til elevene***	***Sammenhenger/forbindelser***
Matematisk innhold •Emnespesifikke konstruksjoner, strukturer osv. (f.eks del-helhet, forhold, kvotient) •Definisjoner, regler og konvensjoner •Illustrasjonsrepresentasjoner (Irrelevant, kun relevant til konteksten, ikke til matematikken)	•Potensielle kognitive krav (memorering, prosedyrer uten sammenheng, prosedyrer med sammenheng, å gjøre matematikk) •Type respons (kun svar, svar og en matematisk setning, forklaring, bevis)	•Sammenhenger innenfor og mellom matematiske emner •Instruksjoner i klasserommet – lærebokforbindelser •Forbindelser til situasjoner utenfor skolen
Matematiske praksiser •Utførte eksempler •Modellert tenkning		
Holdninger •Rettferdig og upartisk •Syn på matematikk		

Slik modellen viser er det vertikale analyseverktøyet delt inn i tre ulike kategorier. Den første kategorien, «kommunisert til elevene», referer til hvordan læreboka legger til rette for matematikkunnskap til elevene. Neste kategori, «krav til elevene», referer til hvilke krav læreboka stiller til elevene. Den siste kategorien, «sammenhenger/forbindelser», analyserer eksplisitte sammenhenger mellom matematiske emner, mellom læreboka og annet klasseromsarbeid, og til situasjoner utenfor skolen. Ettersom å lære matematikk både omfatter å opparbeide seg kunnskap om matematiske temaer, samt å utvikle ferdigheter og holdninger, er den første kategorien delt inn i tre underkategorier. Disse underkategoriene omfatter ulike typer kommunikasjon, og har blitt kalt matematisk innhold, matematiske praksiser og holdninger. Den andre kategorien, krav til elevene, inneholder to kriterier for at læreboken skal stille krav til elevene. Det første kriteriet er at det er lagt til rette for potensielle kognitive krav, og det andre kriteriet er at det bør være krav til ulike typer svar. I den siste kategorien, sammenhenger/forbindelser, finner vi tre kriterier for nettopp sammenheng eller forbindelse. Det første kriteriet er at det er sammenheng innenfor og mellom ulike matematiske temaer, det andre er at det er forbindelse mellom instruksjoner i klasserommet og læreboka, og det tredje er at det finnes forbindelser til situasjoner utenfor skolen (Charalambous et al., 2010, s.122). Charalambous et al. sitt analyseverktøy for vertikal analyse er med andre ord omfattende, og vi har sett oss nødt til å sette begrensninger når vi har utviklet et analyseverktøy tilpasset vår oppgave.

Den første kategorien omhandler hvordan matematikken er kommunisert til elevene, og vi ser på dette som relevant for elevenes problemløsing. Det matematiske innholdet vil alltid være selve grunnlaget for problemløsingsoppgaver, og det er viktig at elevene har de matematiske ferdighetene som trengs når de møter på problemer. På bakgrunn av dette mener vi det er viktig å ha med både emnespesifikke konstruksjoner og strukturer, definisjoner, regler og konvensjoner, og illustrasjonsrepresentasjoner. Dragonbox Skole er et læreverk med mange bilder og tegninger, og det er derfor relevant å se på illustrasjoner knyttet til oppgavene. Andre illustrasjoner brukt i kapittelet ser vi bort ifra, ettersom vi har valgt å kun fokusere på oppgavene i læreverket. Den andre underkategorien, matematiske praksiser, er også delvis relevant for analysen vår. Her finner vi både utførte eksempler og modellert tekning. Vi har valgt å kun inkludere modellert tenkning. Dette er fordi vi kun ser på oppgavene og ikke eksemplene som er brukt i boka. Likevel ser vi at det i mange av oppgavene gis instrukser om hvordan elevene kan gå frem for å finne rett svar, og vi mener derfor det er relevant å inkludere modellert tenkning. Den siste underkategorien tar for seg holdninger, og inkluderer rettferdig og upartisk syn på matematikk. Vi har ingen data som beskriver elevenes holdninger, men vi mener likevel det er relevant å inkludere elevenes syn på matematikk. Dette er fordi vi i analysen reflekterer rundt hvordan elevene kan oppfatte og se oppgavene på ulike måter, og fordi elevenes syn påvirker problemløsingspotensialet i en oppgave.

I den andre kategorien er det krav som stilles til elevene som er i hovedfokus. Under denne kategorien finner vi både potensielle kognitive krav og ulike typer respons. Dette passer godt inn i vår analyse, da vi nettopp vil se på hvordan oppgavene setter kognitive krav og krav til refleksjon fra elevene.

I den tredje kategorien er det sammenhenger/forbindelser som er i hovedfokus. Ettersom vi ønsker å se eksplisitt på oppgavene sitt potensial for problemløsing vil bare punktet sammenhenger innenfor og mellom matematiske emner være relevant. Vi har tatt for oss flere oppdrag i Dragonbox Skole som omhandler ulike emner, og dette gir oss mulighet til å se på sammenhenger mellom disse emnene. Forbindelsene mellom læreboka og klasseromsarbeid, samt forbindelser utenfor skolen er ikke er relevant for vår analyse. Det er fordi disse faktorene ikke spiller inn på hvordan oppgavene eksplisitt er med på å legge opp til problemløsing for elevene.

På bakgrunn av disse begrensningene vil vårt analyseverktøy for den vertikale analysen se slik ut:

Tabell 4

Vertikal analyse		
Kommunisert til elevene	***Krav til elevene***	***Sammenhenger/forbindelser***
Matematisk innhold •Emnespesifikke konstruksjoner, strukturer osv. (f.eks del-helhet, forhold, kvotient) •Definisjoner, regler og konvensjoner •Illustrasjonsrepresentasjoner	•Potensielle kognitive krav (memorering, prosedyrer uten sammenheng, prosedyrer med sammenheng, å gjøre matematikk) •Type respons (kun svar, svar og en matematisk setning, forklaring, bevis)	•Sammenhenger innenfor og mellom matematiske emner
Matematiske praksiser •Modellert tenkning		
Holdninger •Syn på matematikk		

Kapittel 3: Teori og tidligere forskning

Kapittelet om teori og tidligere forskning har som formål å presentere ulik litteratur som er relevant for problemstillingen. Gjennom litteraturen er målet at leseren skal få et innblikk i hva de ulike begrepene innebærer samt få en tydelig forståelse av hvilke definisjoner vi anvender i oppgaven. Først presenteres begrepet blended learning som er metoden Dragonbox for å legge opp til læring. Videre presenterer vi begrepet problemløsing og går inn på ulike aspekter ved begrepet. Til slutt ønsker vi å gi leseren et innblikk i kognitive oppgaver.

3.1 Blended learning

Utviklerne av Dragonbox Skole har som mål at elevene skal lære gjennom blended learning. Blended learning er et begrep som oppstod da internett aktivt ble tatt i bruk, og det har med tiden endret både innhold og betydning. Friesen (2012) påpeker derfor at definisjoner som ble brukt på 90-tallet ikke nødvendigvis samsvarer med det som legges i begrepet i dag. Fra 2006 har likevel begrepet konvergert, og definisjonen har stabilisert seg. I dag forstås blended learning som en kombinasjon av fysisk tilstedeværende undervisning og bruk av teknologi og digitale ressurser. Friesen har laget en mer konkret definisjon, og mener blended learning angir omfanget av muligheter som presenteres ved å kombinere internett og digitale medier med etablerte klasseromsformer som krever fysisk tilstedeværelse av lærer og elever (Friesen, 2012, s.1). Det finnes også andre definisjoner som vektlegger andre aspekter ved begrepet. Graham (2006) mener eksempelvis at blended learning er en del av den pågående konvergensen mellom to arketypiske læringsmiljøer. Læringsmiljøene som konvergeres er det tradisjonelle ansikt-til-ansikt-læringsmiljøet som har eksistert i århundrer og nye læringsmiljøer som har begynt å vokse på eksponensielle måter ettersom ny teknologi har utvidet mulighetene for digital kommunikasjon og interaksjon.

Selv om formuleringene og definisjonene av begrepet varierer, er tanken bak den samme. For at noe skal sies å være blended learning er man nødt til å ha to ulike komponenter, hvor den ene er fysisk og den andre er digital. Friesen (2012) har gått gjennom eldre litteratur og funnet eksempler på hva som kan inngå under de to komponentene. Den fysiske komponenten kan eksempelvis være undervisning ansikt-til-ansikt, muntlig kommunikasjon, instruksjoner i klasserommet eller klasserommet som sted. Den digitale komponenten kan eksempelvis være skriftlig kommunikasjon, skjermen som sted, virtuelle klikk eller online levering av innhold og instruksjon.

På samme måte som at innholdet i blended learning kan variere, kan også innholdet legges opp på ulike måter. Staker & Horn (2012) har forsket på dette og kommet frem til fire ulike modeller som kan brukes. Den første modellen kalles rotasjonsmodellen. Dette er en ordning der klassen får mulighet til å bruke internett for å delta i undervisningsaktiviteter. Denne muligheten kan gis fra klasserommet, et datarom eller hjemmefra. Dette foregår i sykliske former, hvor det veksles mellom instruksjoner ansikt-til-ansikt og aktiviteter på nett. Den andre modellen kalles flex-modellen. Dette er en ordning der flere elever hovedsakelig er engasjert på nett, men under tilsyn av en lærer som er fysisk til stede. Den tredje modellen kalles den selvblandende modellen. Dette er en ordning der elevene selv velger hvilke aktiviteter de vil gjøre digitalt, men aktivitetene gjøres i en setting der en veiledende lærer og andre elever også er til stede. Den siste modellen kalles den berikende-virtuelle modellen. Dette er en ordning hvor digitale ressurser blir sett på som berikende, men kun i jevne mellomrom og i kombinasjon med fysisk tilstedeværelse. Det finnes altså ikke kun en måte å legge opp til blended learning på, dette kan gjøres på ulike måter og i ulik grad ut i fra lærerens og elevenes ønske.

3.1.2 Analoge læreverk

Erfjord og Haara (2018) påpeker at papirversjoner av lærebøker er i all hovedsak fremdeles styrende for elevenes arbeid i skolen. Imsen (2016) hevder også at fremdeles læreboka er det viktigste læremidlet som brukes i klasserommet.

Analoge læreverk kan defineres som alle trykte læremidler som dekker vesentlige sider av et fags mål, lærestoff og hovedmomenter eller hovedemner etter læreplanen for vedkommende klassetrinn eller kurs, og som elevene regelmessig skal bruke (Johnsen, 1999, s.9). Altså kan analoge læreverk være så mangt og inkluderer både bøker, hefter, oppgaveark, lærerveiledninger osv. Ifølge Johansson (2003) er lærebøker i matematikk som regel utformet gjennom eksponering-eksempler-oppgaver-modellen. I eksponeringsdelen støttes elevenes begrepsdannelse. Dette skjer ofte gjennom situasjoner som skal fremkalle begrepsdannelsen, og disse omtales som guidet oppdagelse. Eksempeldelen består av eksempler som skal hjelpe elevene å forstå hvordan oppgavene i boka skal løses. Ofte er disse eksemplene prototyper som elevene direkte kan kopiere for å løse oppgavene de møter senere. Kvalitativt sett er det oppgavedelen som tar mest plass i moderne lærebøker. Denne delen består som regel av oppgaver som er delt inn i flere nivåer med ulik vanskelighetsgrad, slik at elevene kan løse oppgaver som passer deres nivå.

3.1.3 Digitale ressurser

En svensk undersøkelse presentert i Svingen & Gilje (2018) har kommet frem til at begrepet digitale ressurser kan brytes ned i fem kategorier. Den første kategorien er oppgaver. Oppgaver er digitale ressurser som tilbyr matematikkoppgaver sammen med veiledning eller individtilpasning. Ofte tilpasses oppgavene etter hvordan elevene presterer. Den andre kategorien er objekter. Objekter er digitale ressurser som viser hvordan matematikk eller matematiske objekter kan representeres digitalt. Den tredje kategorien er spill. Spill er digitale ressurser som bruker spillmekanismer for å kommunisere kunnskap. Ofte består disse av elementer fra lek og utforskning. Den fjerde kategorien er verktøy. Verktøy er digitale ressurser som har et annet formål enn undervisning, eksempelvis å tegne grafer, beregne eller lage geometriske former. Den femte og siste kategorien er kurspakker. Kurspakker er digitale ressurser som er mer omfattende, inneholder flere funksjoner og berører mange ulike matematiske områder. Disse er ofte tenkt brukt i en lengre periode, og kan bestå av forskjellige kombinasjoner av digitale ressurser, trykt materiale, leksjonsopplegg og lignende.

Ut ifra disse kategoriene kan vi dele begrepet digitale ressurser i to hoveddeler, nemlig digitale læremidler og digitale verktøy. Digitale læremidler inneholder oppgaver eller spill og har som regel til formål at elevene skal øve på ferdigheter. Digitale verktøy brukes derimot til utregninger og til å tegne og modellere objekter (Svingen & Gilje, 2018).

En lignende inndeling finnes i Strømsnes og Grevhold (2003), der det skilles mellom undervisningsprogrammer og verktøyprogrammer. Undervisningsprogrammer ligner begrepet digitale læremidler. Strømsnes og Grevhold omtaler disse som programmer som er programmert for å presentere et bestemt begrep eller tema, gjerne gjennom et eventyr, en fortelling eller en fantasiverden. På den andre siden ligner verktøyprogrammer på digitale verktøy. De er fleksible programmer med en bestemt syntaks. Disse er mer avanserte og krever at brukeren setter seg inn i programmet, men kan i gjengjeld utføre mer kompliserte handlinger.

Erfjord og Haara (2018) skiller mellom klassiske digitale ressurser og digitale undervisningsressurser. De klassiske digitale ressursene finner en gjerne på læreverkets nettside, og de er ofte kategorisert etter kapitlene i den analoge læreboka og ligner oppgavene elevene har møtt der. Olafsen og Maugsten (2015) påpeker at slike oppgaver ofte oppfattes som drill- og treningsoppgaver med grafikk og bilder. De er enkle å forstå og elevene kan fullføre oppgavene uten hjelp fra lærer eller foresatte. Som regel skal elevene trykke på rett svar eller bruke en “dra-og-slipp”-funksjon, og svarer de rett blir de belønnet med stjerner, smilefjes eller andre figurer. Olafsen & Maugesten har forsket på slike oppgaver og de har funnet ut at elevene kan synes slike oppgaver er motiverende, men at de i lengden kan ha motsatt effekt og virke kjedelige. Ofte blir slike oppgaver gitt i lekse eller når elevene er tidlig ferdig med det de skal gjøre i timen. Erfjord og Haara (2018) påpeker også at selv om slike oppgaver i noen tilfeller kan være gode finnes det også utfordringer knyttet til disse. Eksempelvis kan elevene bli passive og ikke stimuleres til matematisk tenkning selv om de fullfører oppgavene. Grunnen til dette er at elevene bare gjør det oppgavene spør om ved å trykke på et svar eller dra svaret til rett plass, uten at de egentlig trenger å tenke over det de gjør. Noen elever kan også utvikle gode ferdigheter i å løse slike oppgaver gjennom mengdetrening, uten at de nødvendigvis får økt relasjonell matematisk forståelse.

Digitale undervisningsressurser er ifølge Erfjord & Haara (2018) mer varierte enn de klassiske digitale ressursene. Ofte inkluderer de muligheten til å spille læringsstimulerende spill eller se på forklarende videoer. Likevel er som regel ikke disse undervisningsressursene ment for selvstendig arbeid, men til aktiv bruk i undervisningen. Videoressurser er ofte gode å bruke til omvendt undervisning, og spillene er gjerne knyttet opp til videoene eller undervisningen slik at elevene får øvd på det de har lært. Olafsen og Maugesten (2015) mener at spillene som brukes bør være preget av lek og læring. De poengterer at Piaget understreker viktigheten av verdifull lek, altså lek som inneholder utfordringer, skaper utfoldelse og stiller deltakerne overfor problemer som må løses. Disse kjennetegnene bør også finnes i de pedagogiske spillene elevene møter på digitale plattformer. Det kan også være en fordel at elevene trer inn i en virtuell verden i spillet, ettersom dette virker engasjerende på samme måte som lek.

Erfjord og Haara (2018) understreker at det er nødvendig å bruke digitale ressurser på en måte som er verdifull for elevenes matematikklæring. På bakgrunn av dette er det nødvendig at lærere er trygge nok og har god nok kompetanse innen IKT. Gode tekniske ferdigheter blant lærere er faktisk viktigere enn å ha den nyeste oppdateringen av programvaren, ettersom det er avgjørende hvordan programmene brukes for at elevene skal få godt læringsutbytte. Hatlevik et al. (2013) påpeker også at det er avgjørende med lokalt utviklingsarbeid på skolene og selv kunne tenke kritisk angående hva som brukes. Ofte har kommersielle aktører ønske om å selge egne produkter, og da er det viktig å vurdere om ressursene faktisk er gode nok og til nytte. Ukritisk og tilfeldig bruk av digitale ressurser fremmer ikke forståelse i matematikkfaget, ettersom potensialet og mulighetene i ressursene ikke nødvendigvis benyttes. Selv om norske skoler er godt utstyrt med digitale ressurser har de ifølge Hatlevik et al. fremdeles en vei å gå på pedagogisk bruk og digital kompetanse blant lærere.

3.2 Problemløsing

Problemløsing blir også omtalt som problemorientert matematikkundervisning og blir av Solvang (1992) beskrevet som en type matematikkundervisning som har som mål å gjøre elever til gode problemløsere. Det engelske begrepet "problem solving" er et begrep som er gjentakende i den engelske litteraturen om problemløsing. Det finnes flere begreper som belyser det samme temaet, men i denne oppgaven kommer vi til å bruke ordet problemløsing.

Som skrevet innledningsvis er problemløsing og utforsking et av kjerneelementene i den nye læreplanen. Problemløsing er derfor sentralt i den nye læreplanen, men begrepet er likevel ikke nytt i matematikkfaget. Problemløsing er et begrep som har blitt brukt i matematikkfaget over en lang periode. Begrepet blir tolket på ulike måter, og det har med tiden blitt utviklet ulike modeller for å vise problemløsingsprosessen, men også flere måter å kategorisere forskjellige typer problemløsing. Den mest kjente og brukte tilnærmingen er trolig den ungarske matematikeren George Pòlya (1945) sin bok "How to solve it". I boken belyser Pòlya matematisk tenking og problemløsing, samt prinsipper for hvordan man kan legge opp til oppdagerglede i matematikk. Det finnes andre oppfatninger av både begrepet problemløsing og hvilke prosesser det innebærer, men de fleste har likhetstrekk med Pòlya sin beskrivelse. Vi skal se nærmere på ulike aspekter med problemløsing i delkapitlene som følger.

3.2.1 Hva er et problem?

For å kunne utføre problemløsing må utgangspunktet være et problem som skal løses. Hvordan et problem defineres varierer, og vi vil videre trekke frem noen av definisjonene på hva et problem kan være. Hana (2014) skiller i sin bok mellom en oppgave og et problem. Han skriver at et problem er «en oppgave som krever at problemløseren må gå utover sin eksisterende kunnskap, og det vil variere fra person til person om en oppgave faktisk er et problem for denne personen. Et motstykke til problemløsingsoppgaver blir rutineoppgaver» (s. 205). I denne definisjonen tar han hensyn til hvem som løser problemet for å videre kunne definere om det er en oppgave eller et problem. Videre kan en diskutere når løsningsmetoden er ukjent for elevene og når eleven går utover eksisterende kunnskap. I et mangfoldig klasserom hvor elevene stiller med ulike forkunnskaper og forutsetninger, vil det være stor variasjon i hva som oppleves som et problem for hvert enkelt individ. Funke et al. (2018) belyser at problemer er individbasert og mener i likhet med Hana at et problem ikke kan defineres uten å ha noe inngående kunnskap om hvem problemløseren er.

Solvang omtaler et problem slik: "en utfordring vil for en person være et problem dersom denne personen ikke har noen algoritme som vil gi en løsning når personen konfronteres med utfordringen" (Solvang, 1992, s. 135). Dette er en definisjon som har fellestrekk med Hanas beskrivelse av et problem, ettersom begge tydeliggjør et skille mellom et problem og andre oppgaver. Både Hana (2014) og Solvang (1992) setter opp rutineoppgaver og problemløsingsoppgaver som motsetninger.

Solvang (1992) definerer en algoritme som "en fremgangsmåte, et sett med instruksjoner som ved et endelig antall operasjoner fører til at en gitt oppgave kan løses" (s.134). Dette vil si at om en kjenner til en algoritme som kan gi et svar på utfordringen vil det kunne kategoriseres som en rutineoppgaver, altså det Hana beskriver som det motsatte av en problemløsingsoppgave. Blir det derimot presentert en utfordring hvor de kjente algoritmene ikke kan brukes for å finne en løsning vil utfordringen regnes som et problem.

Stedøy et al. (2018, s. 2) definerer et problem som «en oppgave der eleven ikke umiddelbart ser hvordan han kan komme videre i løsningsprosessen, og ingen kjent løsningsmetode kan brukes». Videre påpeker hun at dette forutsetter at elevene utvikler en egen løsningsmetode som er ukjent for dem, og som krever systematisk og algoritmisk tenking. Stedøy bruker algoritmisk tenking som en del av løsningsmetoden på problemer, i motsetning til Solvang som skriver om bruk av algoritmer i arbeid med rutineoppgaver. Funke et al. (2018) har tatt med mange av de samme elementene som Stedøy når han omtaler problemløsing som organismers vei mot et mål, uten å vite hvordan de skal nå målet.

Tradisjonelt sett har et problem blitt definert som en matematisk oppgave som skal løses. Samtidig har det blitt forutsatt at et problem forekommer i form av en tekstoppgave, noe som har ført til at ordene har blitt brukt om hverandre (Grevholm, 2003, s.54). Definisjonene som er presentert over er bare noen eksempler fra litteraturen som finnes om hva problemer og problemløsing er. Likevel kan vi med hjelp av den presenterte litteraturen se noen likhetstrekk som er gjentakende. Et problem blir sett på som en utfordring eller oppgave som skal løses, men hvordan den løses er ukjent. Kort oppsummert vil det si at det er et mål, men veien frem mot det målet er ukjent. En annen felles faktor er at det som oppleves som et problem for noen kan være en rutineoppgave for andre, altså er den som skal løse problemet med på å avgjøre om oppgaven er et problem eller ikke. Dette er påvirket av hvilke forkunnskaper individet som skal løse problemet har. Et siste likhetstrekk er at rutineoppgaver blir fremstilt som det motsatte av problemløsing, da det innebærer å bruke kunnskap som allerede er kjent for individet som skal løse oppgaven.

3.2.2 Ulike oppfatninger av problemløsing

Solvang (1992, s.135) hevder at problemløsing er å søke etter handlinger som fører til en løsning av et problem. Dette innebærer å finne en ny vei og strategi for å kunne løse en ukjent situasjon, og dermed en ny metode for å komme frem til en løsning. Innledningsvis nevnte vi Pòlya som gjennomgående i litteratur om problemløsing. Pòlya var en av de største matematikerne i det tjuende århundre og beskriver problemløsing som å finne en måte å komme seg ut fra en vanskelighet på, hvor man ikke vet hvordan man skal komme seg ut av det på (Billstein et al.,2014, s. 7). Sitatet fra Pòlya handler i all hovedsak om å nå frem til et mål, men veien til målet er ukjent. Dette ligner på definisjonen av et problem. Rick Billstein er en annen matematiker som har skrevet om temaet problemløsing. Billstein (2014) sin definisjon har flere likhetstrekk med utsagnet til Pòlya. Billstein beskriver problemløsing som en oppgave hvor løsningsmetoden er ukjent, og for å kunne finne en løsning må elever anvende kunnskapen de har fra før og at gjennom denne prosessen blir det utviklet ny matematisk forståelse (s. 7). Felles for definisjonene er at de beskriver at det må foregå en aktiv prosess for at eleven skal kunne tilegne seg ny forståelse eller kunnskap.

Billstein (2014) tar utgangspunkt i matematikkundervisningen hvor han setter opp ulike scenarioer der problemløsing kan oppstå. Problemløsing kan forekomme når elevene blir presentert for en situasjon som de forstår, men ikke vet hvordan de skal løse. Elevene må også være interessert i å finne en løsning og prøver ut løsninger. I tillegg er det nødvendig med matematiske kunnskaper for å kunne løse problemet (Billstein, al, 2014, s.7).

Olafsen og Maugesten (2015) har en lignende beskrivelse av problemløsing. Deres definisjon inneholder også en ukjent metode og oppfordring til aktive elever. I arbeid med å forstå problemet og utvikle løsningsmetoder konstrueres det ny forståelse hos eleven. Som ferdighetstrening kan elevene øve på trivielle problemer hvor de følger en oppskrift. “Ekte” problemløsing av problemer må ha en vanskelighetsgrad som passer til aldersgruppen og fremgangsmåten som skal anvendes må være ukjent for elevene. Olafsen og Maugesten deler problemløsing inn i tre kategorier ut fra hvordan det forekommer i matematikkundervisningen. Kategoriene er som følger: Rene matematiske problemer, problemer som ser praktiske ut, men som kun omhandler matematikk, problemer fra virkeligheten som løses ved hjelp av matematikk (s. 47).

I følge Grevholm (2003) fremmer problemløsing utvikling, men utvikling i seg selv er også viktig fordi det er en nyttig del av nye generasjoner sin konstruksjon av egen kunnskap innen matematikkfaget. Hvilken plass problemløsingen får i matematikkundervisningen er ifølge Grevholm avhengig av hvilket perspektiv som er grunnlaget på overføring av kunnskap. Videre tar hun for seg Ernest sine fire mulige perspektiver; (1) Et bruksperspektiv, (2) Et kognitivt perspektiv, (3) Et problemløsingsperspektiv og (4) “Situated Cognition”-perspektivet (Grevholm, 2003, s. 52-53). Bruksperspektivet ligner mye på det som ofte blir kalt “realistisk matematikkundervisning”, og kan komme til uttrykk gjennom temaer som vi finner i naturen eller samfunnet. I dette perspektivet brukes matematiske begreper og metoder til å løse konkrete, praktiske problemer. Med et kognitivt perspektiv er tilegning av kunnskap uten kontekst og oppgavene blir tilpasset skolekonteksten. Det er da viktig å kunne overføre kunnskaper til nye kontekster. Gjennom dette perspektivet er det stor tro på menneskets evne til å bevisst kontrollere tankeprosesser. I problemløsingsperspektivet skjer den viktigste innlæringen av kunnskap gjennom problemløsingsstrategier og heuristiske tilnærmingsmåter. Dette kan knyttes opp til uttrykket Hamilton beskriver som kompetanse til å løse oppgaver utenfor klasserommet ved hjelp av matematikk i motsetning til standardiserte oppgaver i matematikkundervisningen (Hana, 2014) Det er også sentralt å kunne flytte de tilegnede ferdigheten videre til nye kontekster, og denne overføringen sees på som personlig. Problemløsingen blir med dette perspektivet et mål i seg selv. Det siste perspektivet “Situated Cognition” beskriver matematisk kunnskap som delvis bundet, men at en del av kunnskapen kan brukes utenfor sin opprinnelige kontekst (Grevholm, 2003).

Hana (2014) omtaler Stanic og Kilpatricks perspektiver på problemløsing disse er som følger: problemløsing som kontekst (1), problemløsing som ferdighet (2) og problemløsing som kunstform (3). Problemløsing som ferdighet er et perspektiv hvor problemløsingen har sterk egenverdi, som i seg selv er verdt å fokusere på i matematikken i skolen. Problemløsing som kontekst er derimot et perspektiv hvor problemløsingen forekommer som et middel for å nå andre mål, eksempelvis for å lære andre matematiske ferdigheter og begreper. Det tredje perspektivet, problemløsing som kunstform, beskriver problemløsing som en kreativ prosess og ikke mekaniske ferdigheter (Hana, 2014, s. 206).

Det er altså flere måte å kategorisere problemløsing på. I tabell 5 har vi laget en systematisk og oppsummerende oversikt basert på det vi har skrevet i dette kapitlet som viser fire ulike måter å kategorisere problemløsing på.

Tabell 5

Ulike perspektiver på problemløsing	***Problemløsing i matematikkundervisningen***	***Situasjoner hvor problemløsing kan forekomme***	***Perspektiver på problemløsing***	***Perspektiver på problemløsing***
	Rene matematiske problemer	Presenterer en situasjon men med ukjent løsningsforløp	Bruksperspektiv	Problemløsing som kontekst
	Problemer som ser praktiske ut men som kun omhandler matematikk	Elever som er interessert i å finne en løsning å prøver på dette.	Kognitivt perspektiv	Problemløsing som ferdighet
	Problemer fra virkeligheten som løses med matematikk	Krav om at elever bruker matematiske ferdigheter for å løse problemet.	Problemløsingsperspektiv	Problemløsing som kunstform.
			"Situated Cognition"	
Presentert av:	*Olafsen & Maugseten*	*Billstein*	*Ernest*	*Stanic & Kilpatrick*

Det som er gjentakende i litteratur om problemløsing er at fremgangsmåten for å kunne løse et problem er ukjent. Dette er det bred enighet om i litteraturen. Likevel finnes det ulike perspektiver på problemløsing, både på hvordan det presenteres for elevene, og hvordan det anvendes i matematikkundervisningen. Det som er felles for disse inndelingene er at de beskriver formålet med problemløsingen. Eksempelvis kan oppgaver dreier seg om matematiske prosedyrer, mens andre oppgaver har som formål å eksplisitt øve på å bedre ferdighetene innenfor problemløsing. Det er likevel slik at for å kunne gi svar på problemet må man gjennom en prosess som gjerne blir omtalt som problemløsingsprosessen.

3.2.3 Problemløsingsprosessen

Prosess er et begrep som stadig er i fokus i samtaler om matematikk. Skemp (1989) var en pioner innenfor matematikkutdanning og påpekte at i arbeid med matematikk holder det ikke med en god prosess, det kreves også godt innhold. Skemp ser på sammenhengen mellom innholdet, altså kunnskapen noen har, satt inn i en prosess hvor kjent kunnskap må anvendes i nye sammenhenger. På den måten kan den eksisterende kunnskapen anvendes i nye prosesser. Dette er grunnen til at Skemp skriver at prosessen og innholdet er likeverdige. Problemløsing er et eksempel på en prosess. Problemløsingsprosessen handler om å nå et spesifikt mål ut fra et gitt startpunkt, uten noe videre kunnskap om hvilke plan som skal følges for å nå frem til målet. Denne prosessen kan brytes ned i ulike deler, og videre presenterer vi noen ulike syn på hvordan dele opp problemløsingsprosessen.

Pòlya (1985) legger trinnvis frem et forslag til hvordan en kan gå frem i prosessen i arbeid med problemer. Han beskriver, i den tidligere nevnte boken "How to solve it", fire steg som må til for å kunne løse problemet. Disse trinnvise stegene kan bidra til å strukturere problemløsingsprosessen. Pòlya beskriver denne prosessen som en lineær prosess, altså at den begynner med det første steget før man beveger seg videre til steg nummer to, deretter steg tre, og avslutter med det fjerde og siste steget i prosessen. Det første steget er å *forstå probleme*t. Dette handler om å se på problemet og finne hvilke faktorer som er ukjent, hvilke aspekter ved problemet en kjenner til og hva forutsetningene er. Det neste er å *lage en plan*, her kan en bruke ulike tilnærmingsmåter, eksempelvis se på lignende problemer, se på den ukjente eller løse deler av problemet. Disse tilnærmingsmåtene kalles ofte heuristikker og er noe vi kommer tilbake til senere i kapittelet. Steg tre er *å gjennomføre planen.* Her gjelder det å gå gjennom stegene som er utført og reflektere over hvorvidt de stemmer. Det fjerde og siste steget er å *se tilbake* på hva man har gjort i prosessen og om det kunne blitt gjort annerledes. Det er også viktig å gå tilbake å se om man har tatt med alle elementene fra selve problemet (Pólya & Conway, 2014).

Carlsson og Bloom (2005) beskriver i sin studie av matematikere som løser problemer en firedelt problemløsningsprosess. Dette er en prosess som ligner den Pòlya beskrev i 1945. Carlsson og Bloom har derimot tatt i bruk andre begrepene som vi har oversatt til orientering, legge en plan, utførelsen og gjennomgang/ verifisering. De oppdaget i arbeid med sin undersøkelse at stegene sjeldent ble gjennomgått som en lineær prosess hvor matematikerne gikk systematisk fra steg en til steg fire. Det ble derimot observert en slags syklus som vekslet mellom planlegging, utførelse og gjennomgang. Denne syklusen ble repetert flere ganger i arbeid med et problem til de eventuelt kom frem til en løsning. For å ta avgjørelse rundt ulike løsninger i prosessen brukte matematikerne regelmessig metakognitive aktiviteter. Dette innebærer blant annet refleksjon rundt hvilke tilnærminger som viser seg å være mest produktive.

Schoenfeld (2016) har utviklet et stegvis oppsett av problemløsingsprosessen. I motsetning til Pòlya og Carlsson og Bloom, har Schoenfeld seks steg i sin fremstilling av problemløsingsprosessen. Disse er: lese, analysere, utforske, planlegge, ta i bruk og verifisere. Schoenfeld har også undersøkt hvor lang tid elever og matematikere bruker på hvert av de ulike stegene i prosessen, og hvor i prosessen de befinner seg innenfor den gitte tidsrammen. I undersøkelsen kom han frem til at de elevene som ikke er vant til å møte problemløsingsoppgaver leser oppgaven, bestemmer seg for en måte å løse den på, og følger dette sporet resten av tiden som de har på å løse problemet, uavhengig om de gjør fremgang eller ikke. Dette går igjen i over halvparten av elevgruppen som var med i prosjektet. Matematikerne som deltok i det samme prosjektet fordelte tiden sin på andre deler av problemløsingsprosessen. Matematikerne forpliktet seg ikke til en bestemt løsningsmetode tidlig i møte med problemet, men brukte mer tid på strukturert utforsking, og på å analysere selve formuleringen av problemet (Schoenefeld, 2016). Dette samsvarer også med erfaringen til Pòlya om at "erfarne matematikere har gjort seg opp en erfaring om at den vanskeligste delen av å løse et problem er å forstå akkurat hva problemet spør etter" (Pólya & Conway, 2014, s.15).

Hana (2014) har delt prosessen i to deler, en analysedel og en syntesedel. I analysedelen deles problemet opp og tas fra hverandre, før delene studeres og det blir lagt en plan for å kunne finne en løsning på problemet. I den andre delen, altså syntesedelen, brukes analysedelen for å finne en løsning på problemet. Om vi ser på problemløsingsprosessen på samme måte som Hana vil analysedelen være helt avgjørende, fordi det er denne som gjør det mulig å kunne utføre syntesedelen. Ved presentasjoner av løsninge på problemer er det likevel ofte slik at det kun er syntesedelen som blir presentert, og analysedelen forblir utelatt (Hana, 2014). Dette kan være uheldig ettersom arbeidet med problemet og valgene som blir utført underveis ofte er like interessante som selve løsningen på problemet. For å lage en tydeligere oversikt over de ulike måtene å dele inn problemløsingsprosessene har vi systematisert disse i tabell 6.

Tabell 6

Oversikt over ulike presentasjoner av problemløsingsprosessen				
1	Analysedel	Forstå problemet	Orientering	Lese
2	Syntesedel	Lage en plan	Legge en plan	Analysere
3		Gjennomføre planen	Utførelsen	Utforske
4		Se tilbake	Gjennomgang/Verifisering	Planlegge
5				Ta i bruk
6				Verifisere
Presentert i	*Hana (2014)*	*Polya (1985)*	*Carlsson & Bloom (2005)*	*Schonefeld (2016)*

Om vi tar for oss Pòlya og Carlsson og Bloom sine steg, har de valgt å dele prosessen inn i fire. Det kan likevel være relevant å peke på at prosessen oppfattes ulikt. Pòlya sin prosess kan oppfattes som lineær, men dette kan fremstå som retningslinjer heller enn en fastsatt ramme. Carlsson og Bloom beskriver sin prosess som syklisk. Schoenefeld sin prosess har to trinn mer enn de foregående prosessene. De første delene av prosessen til Schoenefeld er en mer detaljert beskrivelse av det som utgjør første trinn i Pòlya og Carlsson og Bloom sine prosesser. Vi velger å se på det slik at de første tre punktene hos Schonfeld inngår i første punkt i modellene som har fire faser, og at Schoenefeld dermed beskriver en mer detaljert startfase av problemløsingsprosessen i sin fremstilling. Med tanke på resultatene av undersøkelsen han gjorde på elever og matematikere som løser problemer, der erfarne problemløsere brukte mer tid på å hente ut informasjon og forstå hva problemet spurte etter, kan det tenkes at dette er et bevisst valg av Schonfeld. Likevel foregår også Schonefeld sin modell i en form for syklus hvor en ikke flytter seg trinnvis mellom fasene, men går frem og tilbake underveis i prosessen. Modellen som Hana (2014) presenterer er som vi ser komprimert ned til to steg hvor syntesedelen tilsvarer det siste trinnet i de andre prosessene som er representert i modellen. Analysedelen utgjør de resterende punktene i prosessene. Fordi det er helt avgjørende å utføre analysedelen for å presentere en syntesedel kan også den, som Pòlyas, sees på som en lineær modell.

3.2.4. Arbeid med problemløsing

I det foregående delkapittelet ble det presentert ulike perspektiver på problemløsingsprosessen. I en slik prosess er det nyttig med konkrete strategier for å komme videre fra steg til steg. I arbeid med problemløsing blir slike strategier betegnet som heuristikker.

3.2.4.1 Heuristikker

Begrepet heuristikk betyr direkte oversatt oppfinnelseskunst (Solvang, 1992). Definisjoner av problemløsing omhandler i stor grad å utvikle nye og ukjente løsninger for å kunne finne løsninger på problemer. Pòlya beskriver moderne heuristikk som mentale prosesser som er spesielt nyttige, fordi det kan være til hjelp med å forstå problemløsingsprosessen (Solvang, 1992, s.134). Heuristikker kan sees på som hjelpemidler man kan bruke for å komme videre i problemløsingsprosessen dersom man står fast i arbeid med et problem. Hana (2014) presenterer flere heuristikker og disse er som følger; lag en formodning, se etter det som varierer, se etter det som er invariant, generalisere, spesialisere, abstraher, konkretiser, uttrykk problemet på en annen måte eller inverter. Billstein et al. (2013) beskriver noen konkrete heuristikker som kan brukes i arbeid med problemløsing. Disse er å se etter mønstre, se på et lignende problem, se på et lettere eksempel, lage en tabell, sette seg delmål, lage et diagram, bruke prøve og feile, jobbe baklengs og å skrive en likning.

Det Hana (2014) beskriver som invariant kan sees på som noe som konstant selv når omgivelsene endres. Dette handler i stor grad om å se etter mønstre, altså noe som er konstant som går igjen. Når problemet inneholder et mønster forklarer Hana at det kan være lurt å se på hvilke endringer som eventuelt kan påvirket mønsteret. Billstein et al. (2013) presenterer en lignende heuristikk som er å lokalisere mønstre. Å utvikle tabeller og diagrammer kan sees på som en mer spesifikk måte å beskrive det Hana (2014) ser på som konkretisering. Det er også mulig å uttrykke problemet gjennom tabeller og diagrammer for å presentere det på andre måter. Det å begynne i motsatt ende av problemet, altså jobbe baklengs kan også være en måte å se problemet fra en annen vinkel. Vi ser altså at det er sammenhenger mellom strategiene Hana (2014) og Billstein et al. (2013) presenterer, selv om de uttrykker strategiene på ulike måter.

3.2.4.2 Algoritmisk tenkning

Det står beskrevet i LK20 under overskriften utforsking og problemløsing at «Algoritmisk tenkning er viktig i prosessen med å utvikle strategier og fremgangsmåter for å løse problemer og innebærer å bryte ned et problem i delproblemer som kan løses systematisk" (Utdanningsdirektoratet, 2019).

I sitatet over ser vi at algoritmisk tenkning er sentralt for å kunne tilegne seg fremgangsmåter og strategier som hjelper med å løse problemer. Disse strategiene og fremgangsmåtene er det vi over kaller heuristikker. Algoritmisk tenkning er tett knyttet opp til det internasjonale begrepet *Computational Thinking.* Selv om de to begrepene ikke kan direkte oversettes, er det like elementer som går igjen (Gjøvik & Torkildsen, 2019). Begrepet har flere ulike definisjoner som brukes om hverandre, likevel finnes det noen felles elementer, eksempelvis mønstergjenkjenning.

3.3 Kognitive oppgaver

I dette delkapittelet presenteres noe teori og definisjoner av hva begrepet kognitivt krevende innebærer, etterfulgt av Smith og Stein sin inndeling av oppgaver med et kognitivt perspektiv.

3.3.1 Kognitive krav

Skott et al. (2010) beskriver kognitive krav som hvilke tankemåter elevene må bruke i møte med ulike oppgaver. Kognitivt krevende er ikke et begrep som er synonymt med vanskelig, men viser heller oppgaver som kan by på genuine utfordringer for elever. Wæge og Nosrati (2018) beskriver oppgaver som kognitivt krevende når de krever relasjonell forståelse av eleven, i tillegg til at det gjerne er flere mulige løsningsmetoder. Relasjonell forståelse handler om å kunne forklare og vise sammenhenger. Den andre formen for forståelse er en såkalt instrumentell forståelse. Da kan eleven bruke innlærte regler og formler, men har ingen forståelse om hvorfor det er slik (Solvang 1992).

3.3.2 Inndeling av kognitive krav

Smith og Stein (1998) beskriver viktigheten med å presentere komplekse kognitivt krevende oppgaver for elevene, dersom målet er at elevene skal utvikle evnen til å kunne løse problemer, samt resonnere og reflektere. Om en oppgave er "god", i denne sammenhengen kognitivt krevende, må sees i sammenheng med hvilke individer som skal løse oppgaven. For å måle hvilke oppgaver som kan kategoriseres som kognitivt krevende har Smith og Stein laget fire ulike nivåer. Nivåene kan også brukes som krav til oppgaver brukes for å avgjøre om oppgavene har høy eller lav kognitiv kvalitet. De fire nivåene er igjen delt inn i to deler: *lavere krav* og *høyere krav.* De to første nivåene *memorering* og *prosedyrer uten sammenheng* inngår i den delen med lave kognitive krav til elevene. *Prosedyrer med sammenheng* og *å gjøre matematikk*er de neste nivåene som da inngår i det Smith og Stein (1998) kaller for gode oppgaver med høye kognitive krav til elevene. Det siste nivået, å gjøre matematikk, kan sees i sammenheng med Pòlya sitt utsagn om matematikk og problemløsing hvor han sier at for å forstå matematikk må man være i stand til å gjøre matematikk. Videre forklarer Pòlya at å gjøre matematikk først og fremst handler om å kunne løse matematiske problemer (Pólya & Conway, 2014, s.15). Gjennom Pòlya sitt utsagn kan matematisk problemløsing tolkes som helt nødvendig for å kunne gjøre matematikk, utføre matematiske prosesser og dermed være i stand til å forstå matematikk. Dette vil i så tilfelle knytte Smith og Stein sitt høyeste nivå, altså å gjøre matematikk, tett opp mot problemløsing.

3.3.2.1 Memorering

Det første nivået i modellen til Smith og Stein (1998), memorering, innebærer at en bruker kunnskap som allerede er innlært. Eksempler på dette er regler, formler og definisjoner. Hensikten med en slik oppgave er å huske en formel og å kunne ta i bruk denne. En oppgave innenfor dette nivået vil ikke legge opp til bruk av strategier og det er ingen tvil om hvordan det er forventet at eleven skal løse oppgaven. Memoreringsoppgaver ligner ofte hverandre og stort sett har eleven løst lignende oppgaver tidligere. Det er ikke lagt opp til at eleven skal finne underliggende sammenhenger som knyttes opp mot reglene, formlene eller definisjonene de tar i bruk i arbeid med oppgaven (Smith & Stein, 1998).

3.3.2.2 Prosedyrer uten sammenheng

Nivå to, altså prosedyrer uten sammenheng, befinner seg også på lavere krav. Målet med oppgavene er å øve på algoritmer. Oppgavene legger opp til, enten direkte eller indirekte, prosedyrer som elevene har erfaring med fra liknende oppgavetyper. Prosedyren som elevene skal gjennom blir heller ikke på dette nivået knyttet til noen underliggende sammenhenger eller begreper. Målet med en slik oppgave er korrekt svar, og kreves ingen videre begrunnelse eller forklaring på om prosedyren er tilstrekkelig som begrunnelse for svaret (Smith & Stein, 1998).

3.3.2.3 Prosedyrer med sammenheng

Det tredje nivået, prosedyrer med sammenheng, er plassert innenfor oppgaver som stiller høyere krav. På grunn av dette skal oppgaver innenfor denne kategorien ifølge Smith og Stein (2018) stille høyere kognitive krav til elevene. Formålet med oppgavene er ikke et korrekt svar, men har mer fokus på å skape en dypere forståelse av matematiske konsepter og ideer. Slike oppgaver legger opp til bruk av mer generelle strategier for å finne en løsning, og har ikke et spesielt fokus på algoritmer. Dette er fordi det ifølge Smith og Stein kan være et hinder for å utvikle begrepsmessig forståelse. Oppgavene kan også bruke ulike representasjonsformer slik som tabeller, diagrammer og konkreter for å bidra til en mer kompleks begrepsforståelse. Oppgavene inneholder generelle prosedyrer som ikke kan følges slavisk, derfor krever det en viss grad av kognitiv kompetanse ifølge Smith og Stein.

3.3.2.4 Å gjøre matematikk

Å gjøre matematikk er det høyeste nivået av krav. Å gjøre matematikk handler om å bevege seg utenfor algoritmene, noe som krever en kompleks tankegang. Det krever forståelse av matematiske konsepter, prosesser og relasjoner, og at eleven utforsker disse. Oppgaver under denne kategorien legger også opp til at elever kan hente frem relevant kunnskap og tidligere erfaringer som kan være til hjelp for å løse oppgaven. Selve oppgaven må også analyseres og det må vurderes hvilke fremgangsmåter som kan brukes og valgene som blir tatt må begrunnes. Løsningen som blir presentert må også vurderes og etterprøves (Smith & Stein, 1998). Dette er mange av de samme elementene som inngår i problemløsingsprosessen til blant annet Pòlya (1985). Oppgaver på dette nivået inneholder ukjente elementer og stiller høye kognitive krav til eleven (Smith & Stein, 1998).

3.4 Oppsummering

Det er skrevet mye litteratur både om blended learning og problemløsing. Felles for litteraturen om blended learning er at det må inneholde to komponenter en fysisk og en digital. Dragonbox kan sees på som blended learning fordi det er et læreverk som består av både analoge lærebøker og digitale ressurser.

Det finnes flere ulike perspektiver på problemløsing og problemløsingsprosessen. Felles er at i det omhandler en ukjent løsningsmetode hvor prosessen kan bidra til å utarbeide en løsning og dermed være med på å komme nærmere et svar på problemet. I arbeid med problemløsing er det noen spesielle teknikker som kan bidra til å bedre ferdigheter i møte med problemløsing som kalles heuristikker.

Kapittel 4: Design og metode

Målet for oppgaven er å undersøke hvordan Dragonbox Skole legger til rette for problemløsing for elever som bruker læreverket. For å svare på dette har vi undersøkt hvordan oppgavene i læreverket blir presentert, og hvordan disse i seg selv gir mulighet for problemløsing. Ettersom vi har sett på oppgavene i læreverket har vi valgt å gjennomføre en dokumentanalyse, da dette er mest hensiktsmessig for å svare på problemstillingen. Gjennom å analysere oppgavene basert på teori som vi i kapittel 3 presenterte om problemløsing har vi fått innsikt i potensialet som ligger i oppgavenes evne til å legge til rette for problemløsing. Videre i dette kapittelet vil vi gå nærmere inn på valg av læreverk og metode, analyseavklaringer og oppgavens reliabilitet og kvalitet. Til slutt vil vi gjøre rede for etiske beslutninger som er blitt tatt hensyn til i arbeid med dokumentanalysen.

4.1 Valg og utforming av design

I arbeid med oppgaven har vi måtte tatt valg underveis i prosessen, alt fra hvilke læreverk vi ville undersøke til hvordan vi skulle analysere hver enkelt oppgave. Målet med dette kapitlet er å gi leseren innblikk i hva som har vært med på å påvirke valgene våre og hvorfor vi har utført undersøkelsen på den måten vi har gjort.

4.1.1 Valg av læreverk og utvalg

Vi har valgt å undersøke Dragonbox Skole ettersom dette er et relativt nytt læreverk som er i utvikling og som stadig blir mer brukt i norske skoler. Gjennom søk har vi funnet flere ulike forskningsartikler og analyser av læreverk som Matemagisk, Multi og Matematikk. Tilsvarende søk på Dragonbox Skole ga derimot få treff, noe som naturlig kan forklares ved at læreverket er nytt på markedet. Ettersom det er gjort lite forskning på Dragonbox Skole ønsker vi å bidra til mer litteratur om dette læreverket. Vi syns også det er interessant å se på et læreverk som er nyutviklet og som stadig blir mer brukt i norske klasserom.

Ettersom vi har hatt en tidsbegrensning på å gjennomføre analysen har vi sett oss nødt til å gjøre et strategisk utvalg av datamateriale. Å skulle analysere hele Dragonbox skole ville blitt for tidkrevende, og dette kunne resultert i at analyseresultatene ville blitt lite detaljerte. Strategisk utvalg gir mulighet til å gjøre systematiske vurderinger av hvilke enheter av helheten som ut fra teoretiske og analytiske formål er mest relevante og mest interessante å inkludere (Grønmo, 2021). På bakgrunn av denne utvalgsmetoden har vi valgt å fokusere på 4. trinn og analysere oppdraget om måling og oppdraget om geometri. Vi har valgt 4. trinn ettersom vi antar at elevene da har tilstrekkelig kjennskap til Dragonbox Skole slik at de har forståelse for oppgavetypene de møter i læreverket. Grunnen til at vi har valgt oppdragene måling og geometri er fordi de inkluderer mangfoldige temaer. De andre oppdragene i Dragonbox Skole omhandler de fire regneartene knyttet opp mot ulike tallmengder, og fokuserer på algoritmer og regnestrategier. Vi mener det helt klart vil være mulig å finne problemløsing innenfor disse temaene også, men vi tror at temaene måling og geometri er mer sammensatte og rommer flere muligheter for problemløsing. Vi har også en interesse for temaene ettersom vi gjennom studieløpet har opparbeidet oss erfaringer med problemløsing knyttet til både måling og geometri. Vi har valgt å se på oppdragene i samtlige elementer i Dragonbox skole, altså på den digitale Dragonbox Skole-appen og i bøkene Mattesnakk og Mattestreker 4A og 4B. Samtlige oppdrag er vektlagt likt i alle elementene. Å gjennomføre analysen på denne måten gjør at vi får innblikk i alle elementene, og at vi ser på læreverket slik Dragonbox legger opp til at det skal brukes. På bakgrunn av at denne analysemetoden har gitt oss innblikk i alle deler av læreverket har vi fått resultater som er mer representative og som det er mulig å trekke konklusjoner ut ifra. Å eksempelvis bare se på den digitale plattformen ville ikke gitt det samme grunnlaget og det ville heller ikke vært rettferdig overfor de som har utviklet læreverket, ettersom vi da ikke hadde sett på helheten og hvordan læreverket er tenkt brukt. Å bare se på to oppdrag har også gitt oss tid til å gjennomføre en detaljert analyse, samtidig som vi har fått tid til å bearbeide og drøfte resultatene på en tilstrekkelig måte. I tillegg har analyse av to oppdrag gitt oss muligheten til å sammenligne resultater, samt å se på forskjeller og likheter mellom oppdragene.

4.1.2 Valg av metode

Ettersom vi ønsker å undersøke hvordan Dragonbox Skole legger til rette for problemløsing er det naturlig å ta i bruk metoden dokumentanalyse. Duedahl og Jacobsen (2010) omtaler dokumentanalyse som en mindre anerkjent metode enn empiriske undersøkelser blant samfunnsvitenskapelige forskere. Dette medfører at det ikke finnes like mye teori på området om dokumentanalyse eller dokumentforsking innenfor feltet. Dokumentanalyse er en metode som tradisjonelt sett er blitt brukt mye innenfor forskning om historiske fenomener. Det har likevel blitt mer og mer kunnskap om, og forståelse for at dokumentanalyse kan tilby rikere forståelse for blant annet sosiale fenomener. Duedahl og Jacobsen beskriver et dokument som et resultat av skriving hvor hensikten er å kommunisere, og dermed representere samlinger av viten og data. De skriver videre at dokumenter er et produkt fremstilt av mennesket, enten kollektivt eller individuelt, og at de kan presenteres på ulike måter ut fra hvilke hensikter de har. I vår studie er dokumentet Dragonbox Skole, og det som kommuniseres er matematikkoppgaver. Oppgavene kommuniseres på ulike måter, for eksempel gjennom tekst, tegneserie, tegninger og digitale spill og aktiviteter. Innad i læreverket blir det altså tatt i bruk ulike fremstillinger for å kommunisere til elevene. Derfor har vi i arbeid med dokumentene satt opp ulike analyseskjemaer som er tilpasset måten oppgavene er fremstilt på, både i den horisontale og vertikale analysen.

I den horisontale analysen er dokumentene våre alle elementene som utgjør Dragonbox Skole for 4. trinn. Her telles også den digitale plattformen som en form for dokument, selv om den er utformet ulikt de analoge elementene. At dokumentene har forskjellig utførelse har gjort at vi har utarbeidet ulike analyseskjemaer, slik at de er tilpasset den typen dokument som analyseres.

Den vertikale analysen er mer konstant enn den horisontale på tvers av de ulike delene av læreverket. Gjennom fastsatte kriterier, som er beskrevet i kapittel to, har vi stilt samme krav til oppgavene på tross av hvordan dokumentene fremstilles. Dette er fordi at vi i denne oppgaven skal se på hvordan oppgavene i Dragonbox skole legger til rette for problemløsing, uavhengig av om oppgaven fremstilles gjennom tegneserie eller digitale spill.

4.2 Analyseavklaringer

Gjennom arbeid med både den horisontale og vertikale analysen har vi av ulike grunner sett oss nødt til å gjøre valg og avgrensninger. I de neste delkapitlene vil vi gå nærmere inn på utfordringer vi har støtt på underveis i prosessen og hvilke valg vi har gjort, slik at leseren får bedre innblikk i analyseprosessen.

4.2.1 Horisontal analyse

Ettersom formålet med den horisontale analysen er å gi leseren oversikt over læreverket har vi gått gjennom en prosess for å finne ut av hvilken representasjonsform som er mest oversiktlig. Vi landet tidlig på at bruk av tabeller ville være fordelaktig ettersom de er beskrivende og tar lite plass, men vi har måtte gjort flere endringer på oppsett og utforming. De analoge elementene var lettest å presentere, ettersom vi her kun skulle ha med oppdrag, innhold og sidetall. For å gi leseren best mulig innblikk i læreverket valgte vi å lage en tabell for hvert analogt element, og i tillegg gi en beskrivelse av elementet med bilder før tabellen ble presentert. Den digitale plattformen skapte større utfordringer ettersom den hadde en annen inndeling enn de analoge elementene. Her kunne vi ikke bruke sidetall, og måtte heller se på de ulike oppgavetypene. Vi startet med å lage en tabell per oppdrag og dele tabellen inn i læringsquiz, lab, spill og kjelleren. Videre skrev vi navn på samtlige oppgaver, plasserte de inn i rett oppgavetype og telte opp alle oppgavene til slutt. Dette så vi at ble alt for detaljert og ga leseren mye unødvendig informasjon som kunne vært utelatt. Etter noen justeringer endte vi derfor opp med å kun ha en tabell for hele den digitale plattformen, og kun dele oppgavene inn i om de var læringslaber, læringsquizer eller spill. Ettersom vi på forkant hadde skrevet om hva som kjennetegner de ulike oppgavetypene så vi at dette var tilstrekkelig med informasjon for at leseren skulle få innblikk i den digitale plattformen.

4.2.2 Vertikal analyse

I arbeid med den vertikale analysen begynte vi med å skille problemløsningsoppgaver fra andre oppgavetyper. Vi så fort at det ble et skille som var vanskelig å definere fordi noen oppgaver kunne inneholde trekk som minnet om problemløsing, men likevel hadde mangler for å utelukkende være en problemløsningsoppgave. Dette gjorde at vi fikk et behov for å se nærmere på hvordan vi definerer begrepet problemløsing i arbeid med analysen.
For å kunne si noe om hvordan problemløsing kommer til uttrykk i en oppgave tok vi derfor utgangspunkt i teorien som ble presentert i kapittel 3. I den vertikale analysen undersøkte vi i første omgang hvordan vi kunne skille problemløsningsoppgaver fra andre oppgavetyper. For å kunne skille problemløsingsoppgavene fra de resterende oppgavetypene ble det nødvendig presisere hva begrepet problemløsing innebærer, og hvilke elementer vi mener at begrepet består av. Ved å se på teorien om problemløsing så vi at et gjennomgående tema er hvem som skal løse problemet. I denne oppgaven er det elever på 4.trinn som er problemløserne. For at en oppgavene skal oppleves som et problem for elevene må det ifølge Hana (2014) gå utover allerede etablert kunnskap. Wæge og Nosrati (2018) beskriver dette som genuine utfordringer og mener dette kan knyttes til hvilke kognitive krav oppgaven stiller til elevene.

Et annet aspekt som vi fant gjentakende i mye av litteraturen var fremgangsmåten i arbeid med en problemløsningsoppgave. Billstein et al. (2014), Olafsen og Maugesten (2015) og Wæge og Nosrati (2018) mener at fremgangsmåten skal være ukjent og at elevene skal måtte bygge på sin eksisterende kunnskap for å komme frem til en løsning på problemet. Dette er med på å øke de kognitive kravene en oppgave stiller til elevene.

Dersom fremgangsmåten er ukjent og elevene må anvende kunnskap for å komme frem til en løsningsmetode kan det resultere i at elevene går inn i en prosess. Som tidligere nevnt ble problemløsingsprosessen først presentert av Polya (1985), og senere skrevet om i annen litteratur som blant annet Carlsson og Bloom (2005). Felles for denne prosessen er at den starter med en analysedel eller en orienteringsdel hvor en leser problemet og henter ut informasjon for å finne ut hva oppgaven spør etter. Videre må eleven legge en plan som kan resultere i et svar på problemet som er gitt. Det tredje punktet i prosessen er selve utførelsen av planen, og til slutt skal prosessen gjennomgås for å verifisere og forsvare de valgene som er tatt. Selv om problemløsingsprosessene er ulike og består av forskjellige trinn går disse fire elementene igjen i samtlige prosesser, og vi mener derfor de oppsummerer ulike syn på problemløsingsprosessen godt.

I arbeid med problemløsing og prosessen dette innebærer er det utarbeidet egne strategier, også kalt heuristikker. Heuristikkene være til hjelp i flere deler av prosessen og er ifølge Solvang (1992) ofte en innøvd ferdighet hos erfarne problemløsere. Noen eksempler på slike strategier er abstrahering, automatisering, algoritmebehandling, generalisering og dekomponering (Gjøvik & Torkildsen, 2019).

Med utgangspunkt i teorien utarbeidet vi et analyseverktøy bestående av fire kriterier som vi har brukt i arbeid med den vertikale analysen i alle delene av Dragonbox Skole. Punktene er basert på de sentrale gjentakende temaene som blir tatt opp i teorien om problemløsing. Vi har oppsummert punktene i tabell 7 for å gi en ryddig og mer oversiktlig oversikt over de kriteriene som vi har satt til en problemløsingsoppgave.

Tabell 7

Problemløsingsoppgaver
Oppgaven har flere mulige fremgangsmåter
Oppgaven gir en genuin utfordring til en elev på 4.trinn - kognitivt krevende
Oppfordrer til prosess: orientering, legge en plan, utførelse og gjennomgang.
Kan ta i bruk heuristikker

Kravene som stilles til problemløsing i denne oppgaven samsvarer ikke nødvendigvis med Dragonbox sitt syn på hva problemløsing er for elever på 4.trinn. Vi fant ikke en spesifikk definisjon på hva Dragonbox anser som problemløsing, men vi fant noen punkter som kan avklare hva de legger i begreper. I boken Mattesnakk for 4.trinn står det at de "ønsker at boken skal stimulere til kreativ tenking, og ønsker at elevene skal oppleve at de mestrer, og at de har selvtillit og motivasjon til å løse problemer uten gitte fremgangsmåter" (Mattesnakk, s.2). I utsagnet ser vi at de knytter ukjente fremgangsmåter til problemløsing, noe som samsvarer med kriteriene i analyseverktøyet for denne oppgaven. Videre står det beskrevet at "Oppdragene krever kompleks og sammensatt matematisk kompetanse" (Mattesnakk, s.2), som kan knyttes til det vi referer til som kognitivt krevende oppgaver.

I arbeid med den vertikale analysen tok vi i bruk rammeverket som ble presentert i kapittel 3 og kriteriene som er presentert over for å kunne gjenkjenne potensiale for problemløsing. Vi oppdaget underveis i analysen at det ble utfordrende å kun dele oppgavene inn i enten problemløsningsoppgaver eller ikke problemløsningsoppgaver. Dette var fordi vi kom over oppgaver som kun oppfylte noen av kriteriene i tabell 7. Vi mente det både ble feil å kategorisere disse som ikke problemløsing og som problemløsing, og fant derfor ut at det ble nødvendig med å lage nyanseringer. Om vi utelukkende hadde sett etter oppgaver som treffer samtlige punkter i rammeverket vårt, ville resultatet blitt for snevert og lite nyansert med tanke på den store og varierte elevmassen vi finner i skolen. Dette kunne også resultert i at vi mulig hadde oversett mye av det potensialet som ligger i de oppgavene som bare dekker noen av problemløsingselementene. Å bruke flere kategorier gjør derfor at vi øker sannsynligheten for å fange opp mer av potensialet, samtidig som vi skiller mellom ulik grad av problemløsingsoppgaver. Som tidligere nevnt i teorikapittelet henger problemløsing tett sammen med problemløseren. Oppgaver kan derfor oppleves som et problem for en elev og som en rutineoppgave for en annen. Ettersom vi i denne oppgaven ser etter hvordan det legges opp til arbeid med problemløsing i Dragonbox Skole, har vi kategorisert oppgavene etter hvor mange problemløsingselementer vi har funnet.

Med dette som grunnlag for den vertikale analysen gikk vi i gang med å analysere oppgavene med nye kriterier og kategorier. Noen oppgaver består bare av en oppgave, mens andre oppgaver er delt inn i mindre deloppgaver. Deloppgavene er analysert hver for seg i den forstand at de teller som en oppgave, men de er ikke analysert uavhengig av hverandre. Et eksempel kan være en oppgave som er delt inn i a, b og c. For å gi et mest mulig representativt bilde av oppgavene har vi analysert denne som tre oppgaver. Vi oppdaget likevel at slike deloppgaver henger sammen og at del a kan påvirke løsningen på del b. Eksempelvis kan det være slik at den første deloppgaven presenterer en løsningsmetode for elevene som de kan ta i bruk på neste deloppgave. Dette vil ha innvirkning på oppgavens potensial for problemløsing fordi det kan påvirke oppgavens fremgangsmåte og problemløsingsprosessen elevene går igjennom i møte med oppgaven. Dersom en metode allerede er gjort kjent kan dette eksempelvis bidra til å senke oppgavens problemløsingspotensial.

For å gi leseren bedre innsikt i hvordan vi har tenkt i gjennomføringen av analysen har vi i neste kapittel, kap. 5 om analyse, lagt vekt på å velge eksempeloppgaver som vi mener kan plasseres i de ulike kategoriene vi har utviklet. For å vise mest mulig omfang har vi i de kategoriene det har vært mulig valgt å inkludere en oppgave fra de analoge delene og en oppgave fra den digitale plattformen, ettersom de analoge og digitale oppgavene har noe ulikt grunnlag for analyse. For å understreke mangfoldet av oppgavetyper har vi hentet oppgaver vi mener er representative og interessante fra både Mattestreker 4A, Mattestreker 4B og Mattesnakk. I tillegg har vi valgt å ta med et eksempel på læringsquiz og et eksempel på læringslab fra den digitale plattformen. Dette gjør at leseren i kapittelet om analyse og resultat får et helhetlig innblikk i hvordan vi har analysert alle deler av læreverket. I tillegg til eksempeloppgavene finnes det en fullstendig oversikt over alle oppgavene vi har analysert i vedlegg 2.

4.3 Mål for kvalitet

Mål for kvalitet baserer seg i stor grad på hvordan utførelsen av studien har foregått og blir kommunisert til leseren. Det er ikke et krav at studien skal være feilfri, men mål for kvalitet handler om å reflektere over hvilke segmenter av studien som eventuelt kan føre til usikkerhet i resultatene. Dette handler i hovedsak om reliabilitet, altså oppgavens pålitelighet, og validitet, feil som kan oppstå underveis i arbeid med en studie. Målet med dette delkapittelet å forklare og begrunne grep vi har gjort for å styrke oppgavens reliabilitet og validitet samt se på etiske valg. Dette har vi valgt å ha med i oppgaven for å belyse hvilke valg og refleksjoner vi har gjort underveis i vårt arbeid for å styrke oppgaven vår. I tillegg har vi inkludert analyseavklaringer og forskningsetiske betraktninger. I analyseavklaringer forklarer vi utfordringer og valg vi har støtt på underveis, og i de forskningetiske betraktningene reflekterer vi rundt hvordan vi har forholdt oss til etiske spørsmål.

4.3.1 Validitet

Begrepet validitet handler i følge Krumsvik (2014) om at man i kvalitativ forskning har undersøkt det som man har som hensikt å undersøke. Vår hensikt er å undersøke hvordan lærebøkene Dragonbox legger til rette for elevers problemløsing. Gjennom begrepsavklaringer og et klart uttalt teorigrunnlag for analysen ønsker vi å styrke validiteten. Teorigrunnlaget bygger på teorien som er presentert i kapittel 2 og ytterligere presisert i kapittel 3. Dette setter tydelige rammer for undersøkelsen slik at det hele veien er potensiale for problemløsing som var i fokus når vi analyserte oppgavene. For å på best mulig måte undersøke potensiale til oppgavene i læreverket brukte vi flere nyanseringer i vårt analyseverktøy. Disse nyanseringene er ment til å dekke over flere aspekter ved det vi definerer som problemløsing i oppgaven. Dette gjorde vi for å inkludere mest mulig av de teoretiske elementene som problemløsing inneholder. Om analysen vi har gjort på det gitte utvalget representerer hele læreverket kan diskuteres. Det er mulig å se likheter og forskjeller mellom de to oppdragene, likevel kan vi ikke dra slutninger om at resultatene vi har kommet frem til gjelder alle oppdragene i Dragonbox Skole. På grunn av dette kan vi ikke si at denne undersøkelsen har ekstern validitet. Ekstern validitet brukes dersom målingene som er gjort på utvalget er gyldige for hele populasjonen som i dette tilfellet er læreverket på 4.trinn (Krogtoft & Sjøvoll, 2018).

Christoffersen og Johannessen (2011) utvider begrepet validitet og beskriver det som relasjonen mellom dataene og det fenomenet som undersøkes, og belyser viktigheten av gode og valide representasjoner av det virkelige fenomenet. Vi presenterer dataen på ulike måter gjennom oppgaven for å skape variasjon. Læreverket blir presentert både gjennom bilder, beskrivelser av hva vi ser og hva som står. Vi skiller mellom sitater og egne beskrivelser for å gjøre det tydelig for leseren når det er direkte representasjoner av læreverket, og representerer det gjennom egne beskrivelser.

Triangulering er også en strategi som vi har brukt for å styrke validiteten i oppgaven. Triangulering kan eksempelvis være å være flere som analyserer samme materiale, eller å bruke ulike metoder eller flere ulike teorier for å belyse et tema (Merriam, 1998). I denne oppgaven har vi blant annet brukt triangulering i analysen. Vi har diskutert eksempeloppgaver og reflektert med to veiledere i arbeid med å analysere oppgavene. Merriam (1998) skriver om ekstern validitet, altså om de funnene som blir gjort i undersøkelsen har en overføringsverdi til andre situasjoner. Den eksterne validiteten kan styrkes gjennom ulike strategier. Eksempelvis kan den eksterne validiteten styrkes gjennom å se på flere enkeltdeler som alle brukes til å studere samme fenomen (Merriam,1998). For å styrke den eksterne validiteten i oppgaven har vi analysert to kapitler. Dette kan bidra til å se sammenhenger mellom resultatene. En mer omfattende analyse som tar for seg flere kapitler, kunne ha bidratt til å styrke den eksterne validiteten i oppgaven ytterligere.

Creswell (2014) skriver om triangulering som en måte å styrke validitet. Han skriver også om å formidle funn på en utfyllende måte som en av måtene å styrke validiteten på. Dette har vi forsøkt å gjengi gjennom detaljerte beskrivelser av hvordan vi har gjennomført analyser både i analyseavklaringer, men også gjennom eksempler på hvordan vi har analysert enkeltoppgaver. Detaljerte beskrivelser av eksempler, begreper og begrunnelser gjør at resultatene i oppgaven blir mer realistiske (Creswell, 2014). Også i teoridelen har vi et mål om å styrke validiteten med bruk av triangulering ved å presentere tydelige begrepsavklaringer.

4.3.2 Reliabilitet

Reliabilitet handler om datamaterialets pålitelighet, og ifølge Grønmo (2016) kommer påliteligheten til uttrykk dersom en får samme resultater ved å bruke samme undersøkelsesopplegg til å gjøre nye undersøkelser på samme fenomen i etterkant. Dette kalles etterprøvbarhet. Likevel blir det stadig diskutert om reliabilitet egentlig er et relevant kriterium i kvalitative studier. Grønmo (2016) begrunner dette med at det er utfordrende og ikke alltid mulig å gjennomføre akkurat samme undersøkelser på samme fenomen på en nøyaktig måte. På grunn av dette er det viktig at forskeren er tydelig på hvordan dataene er blitt utviklet og behandlet i løpet av forskningsprosessen for å argumentere for forskningens reliabilitet. Dette omtales som transparens (Thagaard, 2013).

For å styrke reliabilitet i oppgaven har vi lagt ved tabeller med detaljerte oversikter over resultatene våre. Dette gjør at man i ettertid kan gå tilbake til hver enkelt oppgave for å se på hvordan vi har kategorisert den og hvilke elementer av problemløsing vi eventuelt har funnet. Vi mener dette vil styrke reliabiliteten, ettersom det i enda større grad tydeliggjør hvordan vi har tenkt og hva vi har vektlagt når vi har kategorisert oppgavene. I tillegg har vi tatt med syv eksempeloppgaver med tilhørende analyse for at leseren skal få et mer detaljert innblikk i hvordan vi har arbeidet med analysen og hvilke muligheter og begrensninger vi har observert i de ulike oppgavene. Vi har valgt å ha med to eksempeloppgaver for hver kategori, og vi har hentet eksempeloppgaver fra alle elementene som Dragonbox Skole består av. På denne måten har vi gitt leseren innblikk i hvordan vi har sett på både de digitale og analoge delene av læreverket, noe vi tror er viktig ettersom oppgavetype kan ha innvirkning på analysen.

4.4 Forskningsetiske betraktninger

Duedahl og Jacobsen (2010) presiserer at et arbeid med dokumentanalyse ikke er fritatt fra etiske vurderinger selv om det ikke er direkte arbeid med mennesker, som for eksempel intervju eller observasjon. I arbeid med dokumentanalyse kommer forskerens syn til uttrykk gjennom valg, bearbeiding og fortolking i arbeid med dokumentene. Dette er noe av det som Creswell (2014) omtaler som forskerens rolle. Sammen med dette følger det et etisk ansvar, hvor forskeren må underbygge og dokumentere validiteten og reliabiliteten av fortolkninger som er gjort i prosessen. Dette går igjen i retningslinjene for forskningsetikk som NESH har utviklet (Befring, 2002). Ved å gjøre dette kan leseren se over og vurdere hvorvidt dokumentanalysen er tilstrekkelig grundig utført. På bakgrunn av dette har vi valgt å inkludere egne delkapitler om validitet og reliabilitet hvor vi har reflektert over hvilke styrker og svakheter oppgaven har.

En annen viktig faktor når det gjelder etisk bevissthet er å være klar over egne fordommer. Vi har forsøkt å være bevisste på egne fordommer. For eksempel har vi lest en del tidligere forskning på problemløsing i lærebøker som viser at det er lite vektlagt. Vi har også opplevd bruk av digitale ressurser i matematikkundervisningen tidligere og erfart at dette ofte er drilloppgaver som kun er tillagt dynamiske elementer. Både tidligere forskning og egne erfaringer tilsier derfor at vi kan ha vært skeptiske til at Dragonbox Skole kan være et læreverk med gode digitale ressurser og mye problemløsing. Vi har likevel forsøkt å stille oss så objektive som mulig til analysen og være åpne for alle typer funn. Duedahl og Jacobsen (2010) hevder likevel at det er vanskelig å stille seg helt nøytral til dokumentene som analyseres, men ved å ha en bevisst holdning kan en redusere innvirkningen på arbeidet som har blitt gjort.

Duedahl og Jacobsen (2010) påpeker også at det er viktig å under hele skriveprosessen sjekke referansene som brukes og referere til disse på rett måte. NESH påpeker at dette er en forutsetning for etterprøvbarhet og et grunnlag for videre forskning (*Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*, 2016). Vi har i arbeid med oppgaven vært oppmerksomme på hvilke referanser vi har brukt og sjekket at disse er pålitelige. Dette har vi gjort gjennom å se om referansene er fagfellevurdert, i tillegg til å prøve å finne originalkildene dersom vi har hentet informasjon fra artikler som omtaler annen teori. I tillegg har vi gjort grundige litteratursøk og sett på hvordan flere ulike forfattere har skrevet om blant annet problemløsing. Vi mener det er en styrke å bygge på flere teorier heller enn å kun basere seg på hva en forfatter har skrevet. Vi har også oppdatert oss på APA 7 for å være sikre på at vi refererer til litteratur på rett måte. Dette har vi gjort både for å kreditere de som har skrevet det vi refererer til, og for at det skal bli lettere for leseren å finne litteraturen vi har brukt.

For å kunne utføre en etisk god analyse ovenfor de som har utviklet læreverket har vi også hatt dialog med Dragonbox Skole. Før vi begynte å skrive hadde vi en samtale hvor vi fikk innføring i hvordan læreverket er tenkt brukt, og hvordan de selv stiller seg til problemløsing. Vi mener det er viktig å ha kunnskap om hvordan de tenker og hvorfor læreverket er satt sammen slik det er for å kunne gjøre en rettferdig analyse. Det gjør også at vi kan ta høyde for deres oppfatninger av problemløsing og forhindrer at analysen kun baserer seg på det vi selv tenker.

Kapittel 5: Analyse og Resultater

I dette kapittelet starter vi med den horisontale analysen der vi gir en detaljert beskrivelse av de ulike elementene i læreverket, etterfulgt av en oversikt fra analysen. Den horisontale analysen er en beskrivelse av de ulike elementene og baserer seg på innholdet i elementene og opptelling. Målet med denne er å gi leseren oversikt over læreverket. I den vertikale analysen går vi dypere inn i noen deler av læreverket, og det er dermed her de grundige analysene befinner seg. Videre kommer en beskrivelse av hvordan vi har gjennomført den vertikale analysen, etterfulgt av eksempler samt en oversikt over resultatene fra den vertikale analysen.

5.1 Horisontal analyse

Gjennom den horisontale analysen har hensikten vært å skape oversikt over læreverket, både de digitale og analoge elementene. Dette mener vi er viktig fordi det gjør det lettere å følge teksten videre inn i den vertikale analysen, men også for å få en forståelse av hvordan læreverket er bygget opp. Vi har utarbeidet ulike tabeller for å skape en best mulig oversikt over de analoge elementene hos Dragonbox, Mattestreker 4A og 4B og mattesnakk, i tillegg til de digitale elementene.

5.1.1 Analoge elementer

5.1.1.1 Mattestreker 4A og 4B

Mattestrekbøkene er analoge oppgavebøker som ligner det vi tradisjonelt kjenner igjen som oppgavebøker i matematikkfaget. Disse er delt inn i ti ulike temabaserte oppdrag, og vi finner fem av oppdragene i Mattestreker 4A og fem av oppdragene i mattestreker 4B. Alle oppdragene består av mellom 9 og 12 delkapitler, og hvert av disse delkapitlene inneholder oppgaver om et spesifisert tema. Sidene er fargerike og fulle av figurer elevene kjenner igjen DragonBox sier selv at disse bøkene passer godt sammen med mattesnakkboka

Bilde 1 hentet fra Dragonbox

og innholdet i DragonBox Skole-appen. Det finnes også kopiark med mer utfordringer for de elevene som trenger det (Dragonbox).

I tabell 8 og tabell 9 viser vi en oversikt over den horisontale analysen av Mattestreker 4A og 4B. Tabellene er delt inn etter oppdragene som boken består av, og viser kort oppsummert hva som er innholdet i de ulike oppdragene. Tabellen har også med sidetall for oppdragene, slik at leseren får en oversikt over hvor stor plass de ulike oppdragene har fått i boken.

Bilde 2 hentet fra Dragonbox

Tabell 8

Mattestreker 4A		
Oppdrag	*Innhold (kort oppsummert)*	*Sideantall*
Divisjon	-Sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon -Dele i like grupper	18
Plassverdi opp til 10 000	-Tallene til 200 -Tallene til 1000 -Tallene til 10 000	18
Måling	-Standardiserte og ikke-standardiserte måleenheter -Areal og volum	24
Divisjon med tallene 0-100	-Målings- og delingsdivisjon -Ulike representasjoner -Divisjon med rest	24
Addisjon og subtraksjon	-Regnestrategier -Tre- og firesifrede tall -Tekstoppgave	23

Tabell 9

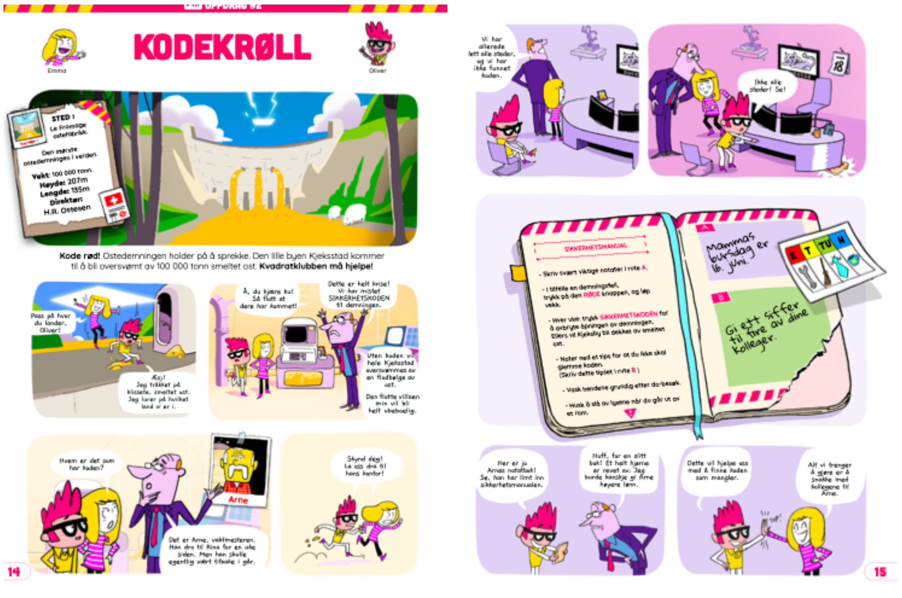
Mattestreker 4B		
Oppdrag	*Innhold (kort oppsummert)*	*Sideantall*
Algoritmer og mønstre	-Algoritmer med løkker og betingelser -Algoritmer med variabler	18
Divisjon med tallene 0-100	-Divisjon med rutenett, plassverdi og blokkmodell -Regnestrategier	18
De fire regneartene	-Sammenhenger mellom regneartene -Regnestrategier	24
Divisjon med tallene 0-1000	-Divisjon med plassverdi, tallinje og rutenett	24
Geometri	-2- og 3-dimensjonale figurer -Vinkler og parallelle linjer	17

5.1.1.2 Mattesnakk

Mattesnakkboka er en bok som ifølge Dragonbox skal stimulere til kreativ tenkning, og de ønsker at boka skal bidra til at elevene skal oppleve mestring, motivasjon og selvtillit ved å løse problemer uten gitte fremgangsmåter. Dragonbox omtaler selv Mattesnakk som en problemløsingsbok, og sier at boka dekker flere matematiske områder og tar problemene inn i en spennende og eventyrlig kontekst. De påpeker at de fargerike illustrasjonene, historiene og den eventyrlige konteksten har som mål å stimulere til kreativitet, fantasi og læring på barnas premisser. DragonBox legger også opp til at elevene skal kunne bruke boka tverrfaglig. Historiene kan eksempelvis brukes som skrivestartere eller som små dramafortellinger, og det kan også være spennende å ta de inn i kunst og håndverk.

Mattesnakkboka er altså laget for å skape undring og utforskning og til å oppfordre til gode og dype matematiske samtaler. Boka er ment til å brukes sammen med Mattestreker og Dragonbox-appen, og inneholder de samme oppdragene som finnes i de andre elementene. Dragonbox sier selv at Mattesnakk kan være fin å ta frem etter at elevene er ferdige med et oppdrag, ettersom den bygger på kunnskapen de har lært. Likevel krever oppgavene i boka sammensatt og kompleks kompetanse, og det er derfor lagt opp til at elevene skal samarbeide og samtale om boka. Dette kan enten gjøres i klasserommet eller hjemme i samtale med foreldre (Dragonbox, 2021).

I tabellen under viser vi en oversikt over den horisontale analysen av Mattesnakk. Tabellen er delt inn etter oppdragene som boken består av. Ettersom boken kun består av en oppsummerende oppgave for hvert oppdrag har vi valgt å ta med oppgavenavn i stedet for innhold i denne analysen. Dette er en endring fra slik vi har beskrevet Mattesnakk 4A og 4B. I tillegg til dette har analysen med sidetall for oppdragene, slik at leseren får en oversikt over hvor stor plass de ulike oppdragene har fått i boken. Vi ser her at hvert oppdrag har nøyaktig likt antall sider.



Bilde 3 hentet fra Dragonbox

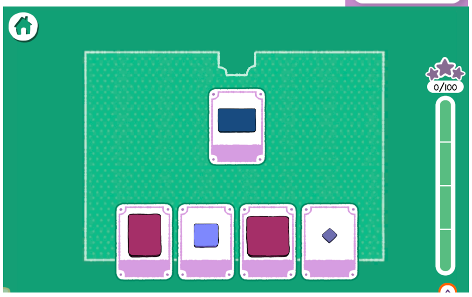
Tabell 10

Mattesnakk		
Oppdrag	*Oppgave*	*Sideantall*
Introduksjon	Velkommen til Kvadratklubben	4
Divisjon	Fugl og fjas	4
Plassverdi opp til 10000	Kodekrøll	4
Måling	Mystiske målinger	4
Divisjon med tallene 0-100	Burger-bonanza	4
Addisjon og subtraksjon	Spill med stil	4
Algoritmer og mønstre	Hundehenting	4
Divisjon med tallene 0-100	Rask med boss	4
De fire regneartene	Tre trehytter	4
Divisjon med tallene 0-1000	Sure sokker	4
Geometri	Tempeltull	4

5.1.2 Dragonbox Skole-appen

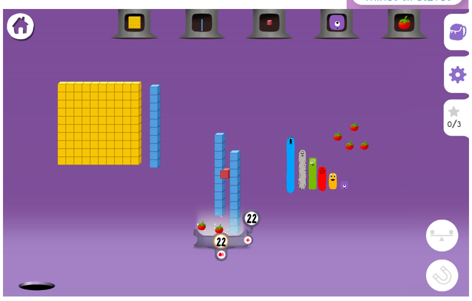
I Dragonbox Skole-appen finner vi de digitale ressursene. Disse er delt inn i de samme oppdragene som vi finner i de andre elementene. Her kan elevene trykke seg inn på oppdraget de jobber med, og videre inn i de samme delkapitlene som vi finner i Mattestrekerbøkene. I appen finner elevene i hovedsak to ulike ressurser, nemlig læringsquizer og læringslaber.

Læringsquizene er markert med grønt og disse oppfordrer elevene til å anvende det de har lært om temaet de holder på med. I hovedsak brukes disse til øving, og de er i stor grad selvinstruerende. I DragonBox Skole-appen finner vi mange ulike læringsquizer, men ettersom de tar hensyn til hvilket tallområde og hvilken regneart elevene jobber med kan elevene møte de samme typene læringsquizer flere ganger i løpet av året. Når elevene jobber med læringsquizene og løser en quizoppgave får de ikke bare vite om svaret er rett eller galt, men også hvorfor.



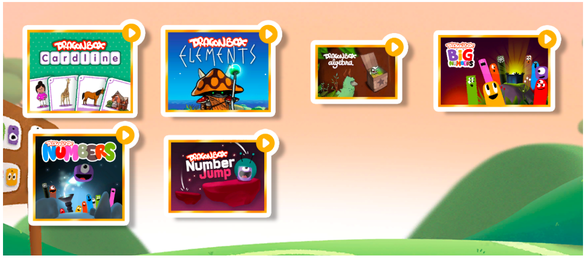
Bilde 4 hentet fra Dragonbox

Læringslaber er markert med rosa og inneholder digitale konkreter som er laget for å gjøre matematiske konsepter forståelige gjennom utforskning og matematisk samtale. Her er hensikten å trigge utforskertrangen hos elevene, og legge til rette for at de oppdager og erfarer ting som kan føre til matematiske samtaler i klasserommet. DragonBox mener selv at deres læringslaber er det eneste digitale verktøyet for småskolen som fremmer forståelse gjennom utforskning og læringsfremmende samtaler, noe Utdanningsdirektoratet påpeker at digitale verktøy skal gjøre.



Bilde 5 hentet fra Dragonbox

I tillegg til læreverket Dragonbox Skole har også Dragonbox flere prisbelønte spill i DragonBox-serien. Disse er en integrert del av læreverket, men spillene i seg selv følger ikke læreplanen og er derfor ikke inkludert i analysen i denne oppgaven. For 4.trinn finner vi spillene DragonBox cardline, DragonBox elements, DragonBox algebra, DragonBox big numbers, DragonBox numbers og DragonBox number jump. Disse ligger tilgjengelig for elevene i DragonBox Skole appen.



Bilde 6 hentet fra Dragonbox

I tabellen under viser vi en oversikt over den horisontale analysen for den digitale plattformen. Ved opptelling av de digitale oppgavene fant vi 39 ulike oppgavetyper, så for å gjøre analysen så oversiktlig som mulig har vi valgt å kun dele inn oppgavene etter de tre hovedoppgavetypene Dragonbox bruker, altså læringsquiz, læringslab og spill. Vi mener dette lar seg gjøre ettersom Dragonbox selv mener at alle oppgavene innen hovedoppgavetypene har samme kjennetegn og funksjon. I vedlegg 1 er det mer detaljerte tabeller hvor vi har analysert hvert oppdrag på den digitale plattformen og delt oppgavene inn i samtlige oppgavetyper.

Tabell 11

Digital plattform				
Oppdrag	*Læringsquiz*	*Læringslab*	*Spill*	*Totalt*
1. Divisjon	38	8	0	46
2. Plassverdi til 10000	51	8	2	61
3. Måling	77	0	3	80
4. Divisjon med tallene 0-100	63	11	3	77
5. Addisjon og subtraksjon	71	11	3	85
6. Algoritmer og mønstre	32	12	2	46
7. Divisjon med tallene 1-100	44	8	2	54
8. De fire regneartene	71	22	3	96
9. Divisjon med tallene 0-1000	63	12	3	78
10. Geometri	55	4	2	61
Totalt	**565**	**96**	**23**	**684**

5.2 Vertikal analyse

Som beskrevet i kapittel 4 har vi tatt utgangspunkt i teori for å kunne si noe om hva problemløsing innebærer. Ut fra den presenterte teorien kom vi frem til fire punkter som er sentralt i arbeid med problemløsing. Disse punktene er flere ulike fremgangsmåter, problemløsingsprosessen, heuristikker og kognitive krav.

Selv om vi hadde fire ulike punkter som oppsummerte begrepet problemløsing oppdaget vi i første del av analysearbeidet vårt at det var nødvendig med flere nyanseringer. Punktene hjalp oss å gjenkjenne en problemløsingsoppgave, men vi oppdaget at fåtallet av oppgavene inneholdt samtlige punkter. Vi ble da nødt til å ta stilling til om oppgavene som kun inneholdt noen av punktene kunne kategoriseres som problemløsingsoppgaver eller ikke. Etter å ha reflektert over ulike løsninger kom vi frem til at det vil være naturlig at oppgaver inneholder ulik grad av problemløsing. Det er ikke nødvendigvis slik at en oppgave enten er en problemløsingsoppgave eller ikke, det finnes flere nyanseringer mellom disse ytterpunktene. Å kun telle de oppgavene som traff på alle punktene vi brukte for å kjenne igjen problemløsing ville gitt snevre resultater, og vi ville gått glipp av mange funn i analysen vår. For å bedre fange opp hva som finnes av potensial for problemløsing i oppgavene utviklet vi derfor et nytt sett med kategorier hvor oppgavene ble plassert etter hvor mye problemløsing de inneholdt. Disse kategoriene er visualisert i figur 1, som er utformet som en skala. Denne skalaen skal være med å vise at kategoriene inneholder økende grad av problemløsing.

Figur 1

Den første kategorien er satt som en samlebetegnelse på oppgaver som ikke inneholder noen av elementene vi har satt som kjennetegn på problemløsing. Det er likevel mangfold og variasjon også mellom oppgaver innenfor denne kategorien, og oppgaver som ikke inneholder elementer av problemløsing kan være nyttige og nødvendige for å bygge elevene sin matematiske forståelse. Vi går ikke dypere inn i dette i oppgaven ettersom det ikke bidrar til å svare på problemstillingen.

Oppgaver som har få elementer av problemløsing inneholder ett eller to punkter fra våre kjennetegn på problemløsingsoppgaver. Det er ikke gitt at oppgavene i denne kategorien har de samme elementene av problemløsing. Noen av oppgavene kan eksempelvis stille høye kognitive krav og ha flere løsningsmetoder som sine elementer, mens andre oppgaver kan ha elementer som oppfordring til prosess og bruk av heuristikker. Det vil derfor være variasjon også innad i kategoriene.

Oppgaver som har flere elementer av problemløsing, inneholder tre punkter fra våre kjennetegn på problemløsing. Det er også her ikke slik at alle oppgavene nødvendigvis har de samme elementene, men de vil likevel regnes i samme kategori ettersom de alle inneholder tre punkter. Ettersom oppgavene kan inneholde ulike punkter vil ikke nødvendigvis alle oppgaver innad i kategorien ha nøyaktig samme problemløsingspotensial, men vi legger likevel til grunn at potensialet blir større jo flere punkter oppgaven treffer på. Vi regner derfor med at oppgavene innad i kategorien har omtrent samme potensial for problemløsing.

Den siste kategorien, det vi har valgt å kalle for *ren problemløsing,* består av oppgaver som inneholder alle de fire elementene som vi ser på som sentrale i problemløsingsoppgaver. Dette er oppgaver som vi mener vil oppleves som problemløsing for en elev som går på fjerde trinn, og oppgavene innad i denne kategorien vil være mer tilsvarende hverandre ettersom de alle inneholder de samme punktene.

Selv med tydelige kategorier er det gråsoner som gjør at det i noen tilfeller har vært utfordrende å plassere oppgavene innenfor en bestemt kategori. Det kan eksempelvis forekomme deler av en prosess i en oppgave, og vi har da måtte avgjøre om det skal regnes som et element eller ikke. Dette har mye å si for hvilken kategori oppgaven plasseres i. For å tydeliggjøre hvordan vi forholdt oss til dette når vi har analysert har vi tatt med noen eksempler på oppgaver innenfor de ulike kategoriseringene. Disse blir presentert i kapittel 5.2.1.

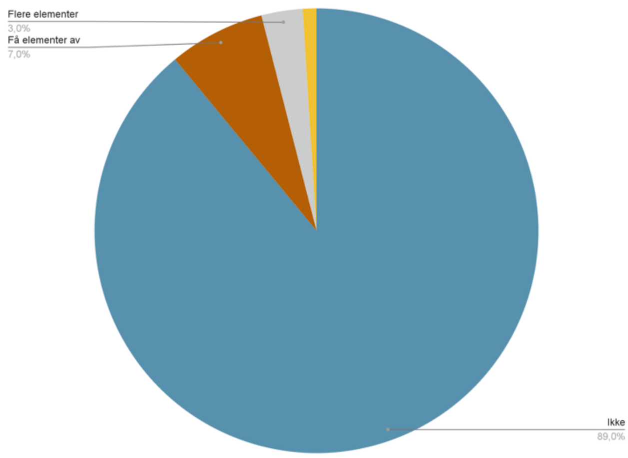
Selv om eksempeloppgavene er mest sentrale den mest sentrale delen av den vertikale analysen og viser svært viktige funn og analyse har vi valgt å introdusere leseren for tabeller med resultatene før eksempeloppgavene. Dette er fordi resultatene blir nevnt i eksempeloppgavene, og vi ser det også som nyttig for leseren å få en oversikt over fordelingen av de ulike oppgavetypene før det gis en grundig gjennomgang av eksempler. Leseren vil da også ha mer bakgrunnsinformasjon når det gis begrunnelser for hvordan eksempeloppgavene er analysert og hvorfor de ulike oppgavene er plassert til i en gitt kategori.

I tabellen nedenfor vises en oversikt over funnene vi gjorde i den vertikale analysen. I tabellen presenteres funnene fra oppdrag 3 om måling, oppdrag 10 om geometri og de to oppdragene samlet. Tabellen er delt inn slik at venstre side viser de ulike kategoriene som er brukt i arbeid med analysen. Den nederste raden viser totalt antall oppgaver i kapittelet, slik at leseren får innblikk i hvor stor del av oppgavene de ulike kategoriene utgjør.

Tabell 12

	Måling		**Geometri**		**Samlet**	
	Antall	Prosent	Antall	Prosent	Antall	Prosent
Ikke problemløsing	106	92,2%	72	85,7%	178	89,4%
Få elementer	5	4,3%	8	9,5%	13	6,5%
Flere elementer	3	2,6%	3	3,6%	6	3,0%
Ren problemløsing	1	0,9%	1	1,3%	2	1,0%
Totalt:	**115**	**100%**	**84**	**100%**	**199**	**100%**

For å visualisere resultatene våre og gjøre det lettere for leseren å se fordelingen av oppgaver har vi laget et sektordiagram. Dette diagrammet viser funnene våre fra både oppdrag 3 om måling og kapittel 10 om geometri samlet. Her utgjør det blå feltet kategorien ikke problemløsing, det oransje feltet kategorien få elementer av problemløsing, det grå feltet kategorien flere elementer av problemløsing og det gule feltet kategorien ren problemløsing. Vi mener dette diagrammet gir et godt bilde på forholdet mellom de ulike kategoriene, og viser at kategorien ikke problemløsing er svært dominerende.



Figur 2

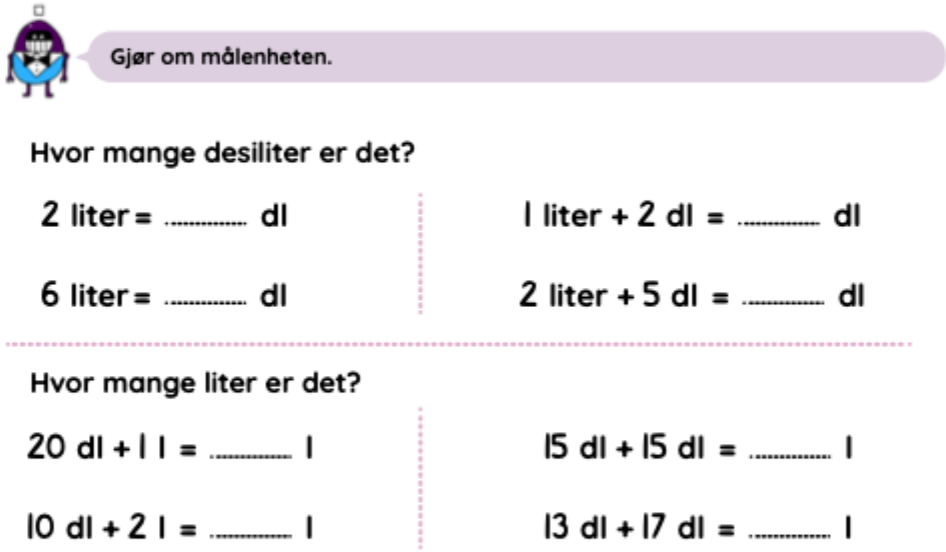
5.2.1 Eksempeloppgaver

For at leseren skal få innblikk i hvordan vi har analysert oppgavene i den vertikale analysen har vi valgt å inkludere eksempeloppgaver fra alle de fire kategoriene. For at teksten skal bli mest mulig oversiktlig har vi valgt å ha samme struktur på beskrivelsene av samtlige eksempeloppgaver. Denne strukturen er basert på tabell 7 fra kapittel 4 som viser hvilke elementer vi mener problemløsing består av. I begynnelsen av alle analysebeskrivelsene har vi med en begrunnelse for hvorfor vi har valgt å inkludere akkurat denne oppgaven som eksempeloppgave. Videre går vi inn på de ulike problemløsingselementene. Her følger vi tabell 7 og diskuterer først om oppgaven har flere ulike fremgangsmåter, så om oppgaven er kognitivt krevende for en 4.klassing, deretter om oppgaven oppfordrer til prosess, og til slutt om elevene kan ta i bruk heuristikker. I hvert element har vi prøvd å se på oppgaven fra flere ulike elevperspektiver og reflektert rundt hvordan elever kan oppfatte og løse oppgavene på ulike måter. På slutten av hver eksempeloppgave har vi valgt å inkludere noen refleksjoner rundt hvilke endringer som kunne blitt gjort for å øke oppgavens potensial til problemløsing.

Selv om vi har analysert samtlige oppgaver på bakgrunn av de samme kjennetegnene på problemløsing mener vi at det ikke er naturlig å forvente at alle oppgavene skal ha samme problemløsingspotensial. Et læreverk vil alltid ha en balanse mellom ulike oppgavetyper, og utforskning og problemløsing er kun ett av flere kjerneelementer i LK20. Det er derfor en selvfølge at Dragonbox Skole har valgt å ha fokus på andre temaer og oppgaver i tillegg til problemløsing. Når vi påpeker at noen oppgaver har lite eller ikke noen problemløsingspotensiale ser vi derfor ikke på dette som kritikk av læreverket, men som en del av prosessen med å gjenkjenne kjennetegn på problemløsing i oppgavene.

5.2.1.1. Ikke problemløsing

5.2.1.1.1 Oppgave 3.11 B



Bilde 7 hentet fra Dragonbox

Denne oppgaven er hentet fra mattestreker 4A under oppdrag måling. Grunnen til at vi har valgt å ta med denne oppgaven som eksempeloppgave er at den har flere likheter med det mange kjenner som en tradisjonell drilloppgave. Å ta med analysen av denne oppgaven vil derfor blant annet belyse hva som skiller slike oppgaver fra oppgaver som har elementer av problemløsing. Vi har dermed valgt å ta med denne oppgaven for å vise kontraster mellom oppgavene i de ulike kategoriene, og samtidig vise hvordan vi mener en oppgave uten problemløsingspotensial ser ut.

Formålet med oppgaven er å gjøre om mellom måleenhetene liter og desiliter. Oppgaven har tydelige instrukser, og er delt inn i to deler. I den første delen skal elevene oppgi svaret i desiliter, og i den andre delen skal de oppgi svaret i liter. Oppgaven krever kun at elevene skal skrive korrekt svar på linjen, og det legges ikke opp til videre refleksjon eller formuleringer av hvordan elevene har tenkt i møte med oppgaven. Vi kan likevel se for oss at elevene tar i bruk ulike strategier og fremgangsmåter for å finne riktig svar, alt ettersom hvilke forkunnskaper og erfaringer elevene har med seg fra før. Elevene kan for eksempel se for seg et litermål delt inn i 10 desiliter og ut i fra dette finne ut av hvor mange litermål som fylles for å finne ut av hvor mange desiliter det er totalt. Andre elever kan memorert forholdet mellom liter og desiliter, og heller bruke dette til å løse oppgaven. I oppgavene hvor det brukes både desiliter og liter kan det være ulikt hvordan elevene har gått frem for å få samme måleenhet. Noen kan eksempelvis ha gjort om liter til desiliter først, mens andre har gått motsatt vei. Likevel vil elevene sitte igjen med samme svar på oppgaven, ettersom det kun er ett svar som er korrekt. Selv om det er flere måter å tilnærme seg denne oppgaven på mener vi at den ikke kvalifiserer seg til å dekke punktet "flere ulike fremgangsmåter" ettersom elevene ikke blir bedt om å vise hvordan de har tenkt eller reflektere over løsningsmetoden.

Oppgaven bygger på kunnskap som allerede er innarbeidet hos elevene, og det blir ikke invitert til noe videre refleksjon. Fokuset i oppgaven er å se sammenhenger mellom måleenhetene, men det stilles ingen krav til at elevene reflekterer rundt dette forholdet eller at elevene gjør seg tanker rundt om det kan generaliseres. Dette samsvarer med den inndelingen av kognitive krav som Smith og Stein (2018) omtaler som memorering. Vi kan likevel ikke utelukke at noen elever vil reflektere videre rundt forholdet mellom liter og desiliter. Noen elever vil for eksempel kanskje undersøke om forholdet er konstant eller om det endres ut ifra mengden. Det kan også være tilfelle at noen elever ikke drar kjennskap på måleenhetene og dermed heller ikke har tilstrekkelig med kunnskap om relasjonen mellom dem for å kunne besvare oppgaven. Dette vil gjøre oppgaven mer til et problem ettersom elevene da først må orientere seg og finne ut mer om måleenhetene, og deretter undersøke hvordan forholdet mellom dem henger sammen. Vi legger likevel til grunn at 4. klassinger har kunnskap om dette fra før, ettersom vi finner dette kompetansemålet under 3. trinn*:* «å bruke ulike måleiningar for lengd og masse i praktiske situasjonar og grunngi valet av måleining». (Utdanningsdirektoratet, 2019).

Utførelsen av oppgaven legger ikke opp til en prosess som eleven må gjennom, ettersom de kun skal øve på å bruke kunnskap som allerede er innlært. Det å bruke kunnskap fra tidligere erfaringer kan sees på som en prosess dersom elevene ikke har tilstrekkelig med den kunnskapen som oppgaven forventer. Da krever det at eleven orienterer seg og legger en strategi for å tilegne seg denne kunnskapen for å kunne svare på det oppgaven spør om. Da kan eleven ta i bruk heuristikker som for eksempel konkretisering for å forstå måleenhetene og sammenhengen mellom dem, slik at eleven kan gi et korrekt svar. Likevel legger vi til grunn i vår analyse at dette er kunnskap som elever på 4. trinn allerede skal være kjent med, ettersom Dragonbox følger læreplanen og kompetansemålene for hvert trinn. Det er derfor lite sannsynlig at oppgaven anses som et problem for en 4. klassing, men det vil selvsagt være tilfeller der elever mangler nødvendig kunnskap for å finne løsningen.

For å øke oppgavenes potensial for problemløsing kunne det vært mulig å løfte oppgaven til et høyere kognitivt nivå. Dette kunne blitt gjort gjennom å eksempelvis stille flere spørsmål om refleksjoner rundt sammenhengen mellom måleenhetene. Oppgaven kunne også ha oppfordret elevene til å konkretisere oppgaven i form av illustrasjoner for å styrke forståelsen av de matematiske begrepene, men også for å visualisere hvordan de har tenkt i arbeid med oppgaven. Videre kunne det å oppfordre elevene til å generalisere forholdet mellom liter og desiliter styrket den relasjonelle forståelsen, slik at det elevene lærer i denne oppgaven vil være overførbart til oppgaver som omhandler samme tematikk. Kunnskapen kunne da fått en nyttig overføringsverdi og satt krav til at elevene reflekterer rundt aspekter som for eksempel om forholdet er konstant.

5.2.1.1.2. Oppgave 10.5

Bilde 8 hentet fra Dragonbox

Denne oppgaven er en læringsquiz-oppgave hentet fra den digitale plattformen til oppdrag 10 om Geometri. Her får elevene opp bilder av ulike mangekanter og skal koble disse sammen med riktig navn på figuren. I oppgaven ser vi kjennetegn på det som vi i teoridelen omtalte som en klassisk digital ressurs. Dette er oppgaver som ofte oppfattes som drill- og treningsoppgaver tillagt grafikk og bilder. I denne oppgaven skal elevene bruke en "dra-og-slipp"-funksjon, og dersom svaret er rett belønnes det med en stjerne. Denne type belønning er også typiske kjennetegn på klassiske digitale ressurser.

Grunnen til at vi har valgt å ha med denne oppgaven som eksempeloppgave er at det er en oppgavetype som forekommer hyppig. I oppdrag 10 er det 29 læringsquizer tilgjengelig digitalt, og 17 av disse er av denne oppgavetypen. Denne oppgaven vil derfor være representativ for det elevene møter av oppgaver på den digitale plattformen. I tillegg har vi valgt å ta med oppgaven for å vise at digitale ressurser ikke nødvendigvis stimulerer til mer utforskning og relasjonell forståelse selv om digitale oppgaver på noen måter kan være mer dynamiske.

Oppgaven er hentet fra oppdragets delkapittel 5 og elevene vil være kjente med fremgangsmåten for å løse oppgaven ettersom de har løst samme type oppgave flere ganger før. Oppgaven er lagt opp på en sånn måte at kortene forsvinner etter hvert som elevene kobler kortene sammen på rett måte. Dersom elevene har koblet kortet som heter "3 kanter" sammen med kortet med den trekantede formen vil begge disse forsvinne og elevene kan derfor ikke velge å bruke disse flere ganger. Dette gjør at det blir færre og færre valgmuligheter etter hvert som kortene kobles sammen på korrekt måte. For å løse oppgaven vil derfor elevene i all hovedsak ta i bruk elimineringsmetoden, enten om det er bevisst eller ei. Det er likevel ulike måter å tenke på i møte med denne oppgavetypen, og vi ikke utelukke at en del elever først sitter og tenker gjennom alle hvilke kort som hører sammen før de begynner og dra figurene. Mange 4.klassinger vil nok starte med formene de er trygge på og avvente med å svare på de andre formene slik at det blir færre alternativer å velge mellom. Dersom noen er veldig nysgjerrige kan det likevel hende at de vil starte med formen som er minst standardisert for å finne ut om de klarer å svare rett på denne først.

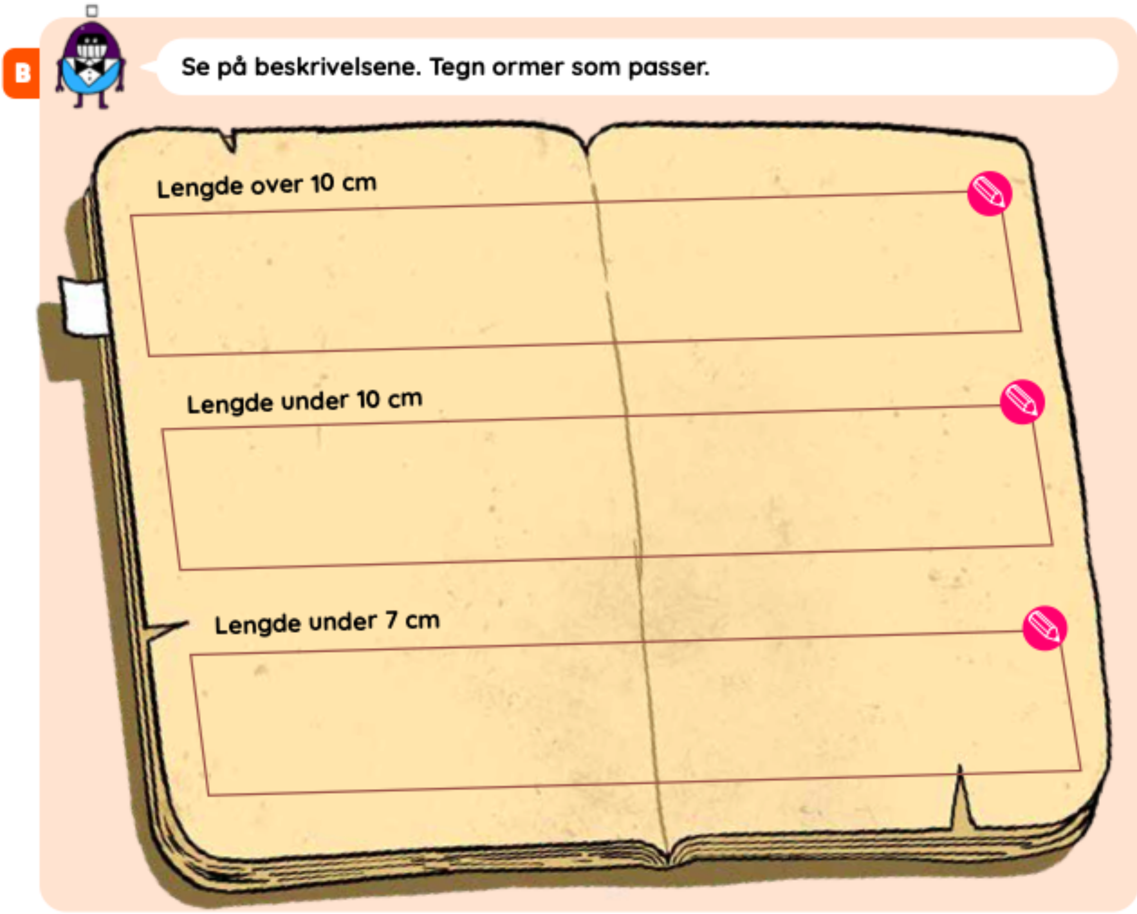
Oppgaven stiller ikke høye kognitive krav til elevene, men det er likevel noen aspekter ved oppgaven det er verdt å bemerke seg. Vi regner med at 4.klassinger er godt kjent med trekanter og firkanter, men femkanter og åttekanter er former de nødvendigvis ikke har like mye kunnskap om. Femkanten som er avbildet er ikke en standardisert representasjon av en typisk femkant, men en konkav polygon som kan åpne opp for undring og refleksjon. Elevene vil ikke nødvendigvis være kjente med indre vinkler, og dette kan gjøre det til en utfordring å finne ut av hvor mange kanter formen faktisk har. Åttekanten kan også være utfordrende ettersom det er mange og tette kanter, og elevene er derfor nødt til å sikre seg at de teller riktig antall. Likevel senkes de kognitive kravene til elevene når oppgaven er lagt opp på en slik måte at elevene kan eliminere vekk trekanten og firkanten og sitte igjen med de to figurene som kan oppleves som mer utfordrende. Elevene har i realiteten derfor kun to alternativer å velge mellom, og trenger i utgangspunktet kun å se på hvilken av figurene som har flest kanter. Dette er flere av de punktene som Smith og Stein (2018) bruker for å kategorisere oppgaver som ikke regnes som kognitivt krevende. At oppgaven er en klassisk digital ressurs, påvirker også oppgavens kognitive krav. I utgangspunktet trenger elevene kun å dra svaret til rett plass, uten at de trenger å tenke på begrunnelsen for valget. De får også beskjed med en gang dersom svaret er feil. Dette samsvarer med det Erfjord og Haara (2018) skriver om klassiske digitale ressurser, og de poengterer også at gjennom mengdetrening kan noen elever utvikle gode ferdigheter til å løse denne typen oppgaver og få mange riktige svar, uten at de nødvendigvis øker den relasjonelle matematiske forståelsen.

Det er mulig at elevene umiddelbart vil legge en plan for hvordan de skal løse oppgaven ettersom det er en oppgavetype de er kjent med fra før. De gjør seg gjerne noen tanker om hvilke former de kan få rett svar på umiddelbart og som det derfor kan være lurt å begynne med. Likevel krever ikke oppgaven at elevene legger en spesifikk plan om hvordan de skal gå frem for å få rett svar på oppgaven eller at de går gjennom en prosess på vei mot løsningen. Oppgaven stiller heller ingen krav til at elevene må ta i bruk heuristikker ettersom de bare kan prøve og feile frem til de har funnet kortene som hører sammen. Det kan likevel være at noen elever bruker heuristikker i møte med denne oppgaven, men det kreves ikke og vi vil ikke tro at det vil være naturlig for en 4.klassing i dette tilfellet.

For å øke oppgavenes potensial for problemløsing kunne det vært mulig å bruke kortene flere ganger. Det ville da ikke være mulig å bruke eliminasjonsmetoden og elevene ville være nødt til å tenke mer gjennom hvilke kort som hører sammen. I møte med den konkave femkanten ville det være mer kognitivt krevende å finne ut om den hadde tre, fire, fem eller åtte kanter, heller enn om den hadde fem eller åtte kanter. Det kunne også økt potensialet dersom flere av figurene var mindre standardiserte geometriske former som elevene ikke kjenner like godt som formene som er brukt.

5.2.1.2 Få elementer av problemløsing

5.2.1.2.1 Oppgave 3.3B



Bilde 9 hentet fra Dragonbox

Oppgave 3.3 B er hentet fra Mattestreker 4A under oppdraget om måling. Grunnen til at vi har valgt å bruke denne oppgaven som eksempeloppgave er at det er en oppgave med få og korte instrukser som ved første øyekast ser simpel ut, men som likevel åpner opp for flere muligheter til å utforske lengde og forhold. Derfor ser vi det som nyttig at leseren får innblikk i hvordan vi har valgt å analysere oppgaven.

I denne oppgaven blir elevene bedt om å tegne tre ormer som passer til tre ulike beskrivelser. Den første skal ha lengde over 10 cm, den andre skal ha lengde under 10 cm og den siste skal ha lengde under 7 cm. Oppgaven har et tydelig krav til hver orm, men så lenge dette er oppfylt kan elevene velge å tegne ormene akkurat slik de selv ønsker. Det er derfor flere ulike fremgangsmåter som kan tas i bruk, og dermed også flere korrekte svar. Elevene vil mest sannsynlig tenke ulikt i møte med denne oppgaven. Den første ormen som skal tegnes må ha lengde over 10 cm. Noen vil kanskje da tegne en orm som er 10,1 cm lang, mens andre vil tegne en orm som er 15 cm lang. Det samme gjelder i neste oppgave. Her vil kanskje noen tegne en orm som er 9,5 cm lang, mens andre vil tegne en som er 0,5 cm lang. Ormen i den siste oppgaven har forutsetninger for å kunne tegnes like lang som ormen over, sett at denne er under 7 cm. Noen elever vil kanskje se på dette som en mulighet, mens andre vil ende opp med to ormer som har helt ulik lengde. Det finnes med andre ord mange ulike måter å gå frem for å lage ormer som møter kriteriene. Det er også sannsynlig å tenke at det i en skoleklasse vil finnes svært få ormer som ender opp med å se nøyaktig lik ut.

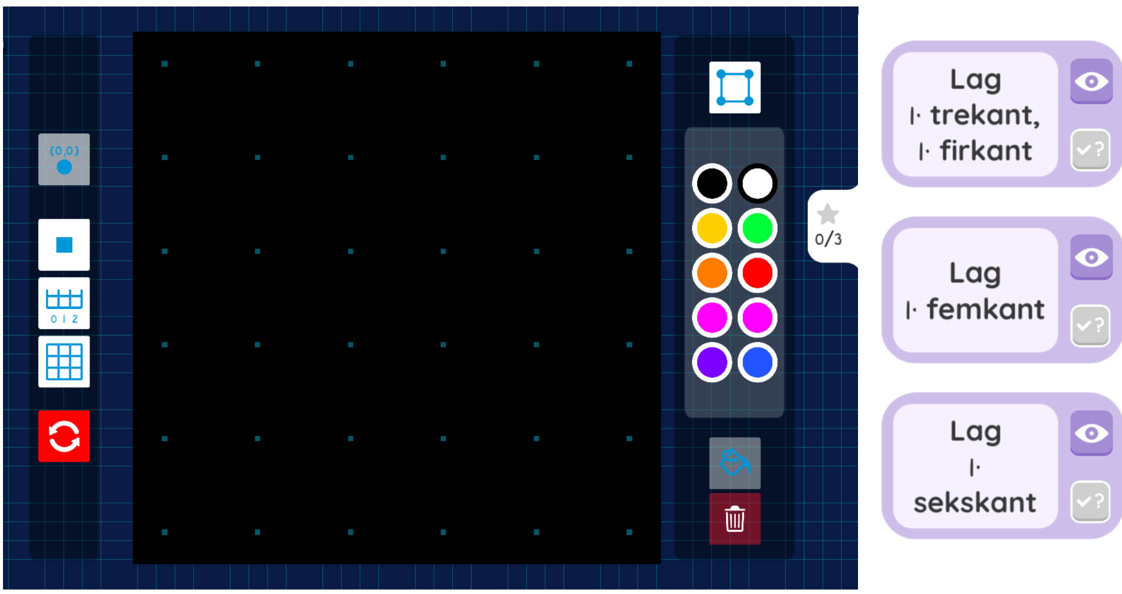
En faktor som vi ser på som relevant i arbeid med denne oppgaven er om elevene har tilgang på linjal eller ikke. Dette vil også til en viss grad kunne påvirke hvilke kognitive krav oppgaven stiller til elever på 4. trinn. Har elevene tilgang på linjal krever det at eleven kan lese av linjalen og finne ut av hvor mye 1 cm er på måleverktøyet. Om elevene derimot ikke har tilgang på linjal kreves det at elevene har forståelse av hvor lang 1 cm er, og at de med denne kunnskapen klarer å visualisere hvor mye 10 cm ser ut. Det krever altså at elevene har kunnskap om lengden på en centimeter og kan ta i bruk denne kunnskapen for at oppgaven skal kunne løses uten bruk av linjal. En annen faktor som kan variere er formen på ormene elevene tegner. De fleste elevene vil mest sannsynlig tegne rette ormer som det er enkelt å måle, men noen kan velge å tegne buede ormer eller ormer seg kveiler seg. Dette gjør det mer utfordrende å måle lengden, og kan være med på å øke de kognitive kravene oppgaven stiller til elevene. Som beskrevet over er oppgaven også åpen for flere måter å tilnærme seg på. Det medfører at eleven, med eller uten linjal, blir tvunget til å ta valg ettersom det ikke står en eksakt lengde ormen skal være. Dette kan åpne opp for at noen elever reflekterer og utforsker med ormen som skal være under 10 cm og ormen som skal være under 7 cm. Det er ikke gitt at ormen under 7 cm må være kortere enn ormen som skal være under 10 cm, og dette kan åpne opp for refleksjon og utforsking hos noen elever. Likevel er det ikke noe oppgaven eksplisitt påpeker, og den åpner ikke opp for videre spørsmål eller oppfølging rundt forholdet mellom lengden på ormene.

Vi mener at oppgaven som helhet faller inn det Smith & Stein (2018) omtaler som prosedyrer uten sammenheng i sin inndeling av kognitive krav. Dette er fordi oppgavens formål er at elevene skal øve på måling, noe som de har gjort på flere ulike måter gjennom oppdraget. Selv om det ikke er fokus på korrekte svar og oppgaven har flere mulige fremgangsmåter havner den i denne kategorien ettersom oppgaven ikke krever at elevene reflekterer rundt valg de har tatt og sammenhengen mellom ormene.

Ettersom oppgaven har flere fremgangsmåter og korrekte svar kreves det at elevene tar valg underveis i oppgaven. For noen elever kan dette oppmuntre til en prosess på vei til rett løsning av oppgaven. Noen elever vil kanskje også ende opp med å legge en plan for hvordan ormene skal se ut, og reflektere rundt hvordan de kan se ut i forhold til hverandre. Det er også mulig at noen vil gå tilbake å se på ormene når de er ferdige og etterprøve at de stemmer med kriteriene oppgaven har satt. Vi ser likevel ikke at oppgaven legger opp til noe omfattende prosess utenom at elevene må ta valg om lengden på ormene underveis, og kanskje også legge en plan ut fra valgene som er tatt. Oppgaveteksten er tydelig formulert og har klare retningslinjer, så vi mener det er sannsynlig at en 4.klassing ikke har behov for noe videre analyse for å finne ut av hva oppgaven spør om. I møte med denne oppgaven tror vi derfor mange raskt vil tegne tre ormer som passer beskrivelsen uten særlig ettertanke, mens det nok vil være noen som utforsker og eksperimenterer seg frem til forskjellige ormer gjennom ulike prosesser.

For å øke oppgavens potensial for problemløsing hadde det vært mulig å stille flere oppfølgingsspørsmål som krever at elevene reflekterer rundt valgene sine, og om andre valg hadde vært mulig innenfor oppgavens rammer. Et spørsmål kunne for eksempel ha vært *"Kan orm nr. 2 være lengre enn orm nr.3? Begrunn svaret."* Med denne type spørsmål må elevene se sammenhenger mellom ulike lengder og i større grad reflektere rundt hvilke muligheter oppgaven har. Det krever også at eleven setter ord på kunnskap gjennom en begrunnelse. I tillegg kunne det blitt stilt flere krav til lengdene på ormene. For eksempel kunne det blitt gitt en minimumslengde og en maksimumslengde, som at ormen må være lenger enn 3 cm, men kortere enn 6 cm. Dette kunne bidratt til å øke vanskelighetsgraden og skape mer bevisstgjøring rundt sammenhenger. Samtidig kan slike tilføyinger føre til en mer styrt og lukket oppgave.

5.2.1.2.2 Geobrett 10.5



Bilde 10 hentet fra Dragonbox

Oppgaven er en læringslab-oppgave som er hentet fra den digitale plattformen til oppdrag 10 om geometri. Grunnen til at vi har valgt å ta med denne oppgaven som eksempel er fordi det er en læringslab, som i følge Dragonbox skal være en utforskende digital ressurs. I sammenheng med at oppgaven er lagt opp til å være utforskende ser vi også potensial til problemløsing, og dermed er en av få oppgaver som plasseres i denne kategorien. Læringslab er også en oppgavetype som skiller seg ut fra de digitale læringsquizene, hvor vi ikke har funnet noe potensial for problemløsing.

Læringslab-oppgaven er en digital ressurs som faller under kategorien som Svingen & Gilje (2010) omtaler som verktøy eller det Strømsnes & Grevholm (2003) omtaler som verktøyprogrammer. Dette er fordi ressursen har et annet formål enn undervisning, og programmet er fleksibelt med en bestemt syntaks. Det er også et mer avansert program som krever at brukeren setter seg inn i hvordan det skal brukes på rett måte, og på grunn av dette kan det ressursen utføre mer komplekse handlinger.

Oppgavens formål er at elevene skal konstruere ulike mangekanter i geobrettet, først en trekant og en firkant, så en femkant, og til slutt en sekskant. Elevene er nødt til å fullføre oppgavene i den rekkefølgen de står i, men for å få til dette kan de ta i bruk ulike fremgangsmåter. Alle typer figurer blir godkjent så lenge de har rett antall kanter, dermed kan elevene selv velge hvordan formen skal være på de ulike figurene. I oppgaven hvor de skal tegne to figurer kan de også velge hvordan disse skal plasseres i forhold til hverandre. Likevel har programmet krav til hvordan figurene skal lages. For at figurene skal bli godkjente må elevene kun tegne et punkt, og lage resten av kantene ut i fra dette. Dersom figuren lages ut ifra flere punkter, som det også er mulig å gjøre, blir den ikke godkjent selv om figuren da også oppfyller kravene til å være en mangekant. Vi antar at elever som har brukt Dragonbox tidligere er kjente med hvordan geobrett brukes og ikke vil møte på problemer i forbindelse med dette. Likevel ser vi på dette som en faktor som kan skape begrensninger, da det utelukker fremgangsmåter og gir elever som har løst oppgaven på en annen måte feil svar. Dette kan også skape forvirring dersom elevene faktisk har laget rett mangekant, men likevel ikke får rett svar på grunn av tekniske årsaker.

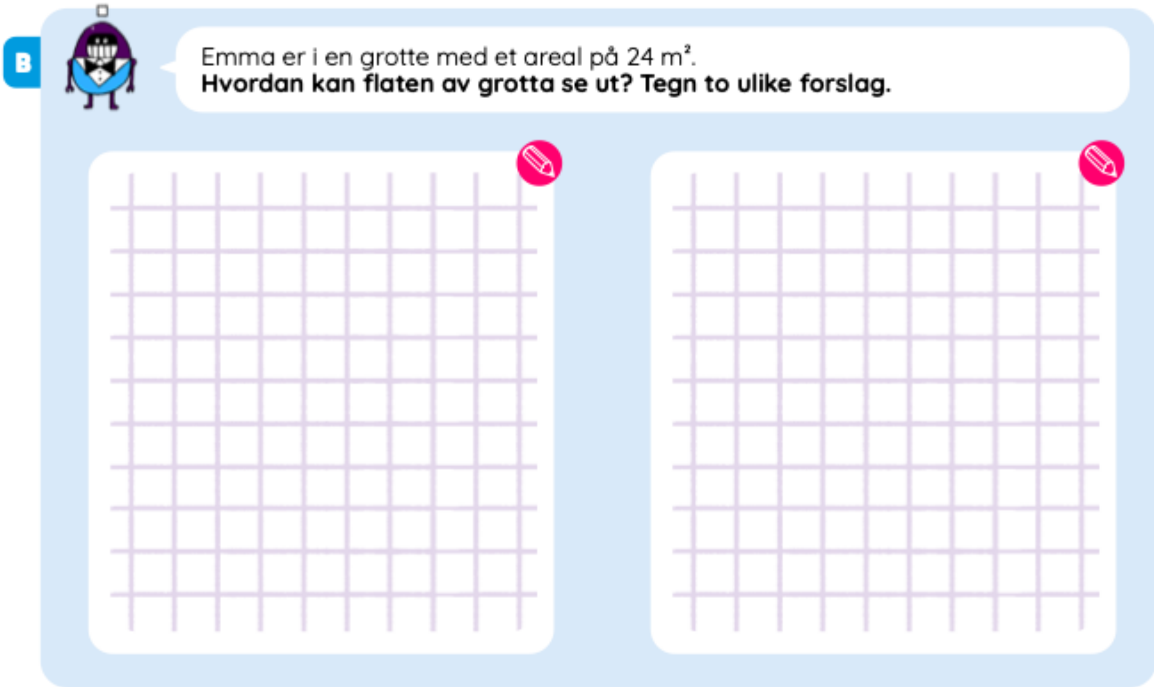
Oppgaven kan oppleves som kognitivt krevende for elever på 4.trinn ettersom denne oppgaven krever at elevene skal lage figurene i stedet for å gjenkjenne dem. Dette krever at elevene må bruke kunnskapen sin på en annen måte, og for å kunne løse oppgaven må de være bevisste på hva som faktisk gjør en trekant til en trekant, en firkant til en firkant osv. Vi regner med at 4.klassinger vil være godt kjent med hvordan trekanter og firkanter ser ut, men å skulle lage femkanter og sekskanter kan nok by på større utfordringer for noen. Det er ikke sikkert alle har en visuell illusjon om hvordan disse figurene ser ut, og det kan derfor også kreve mer å skulle tegne disse. Noen elever vil kanskje eksperimentere med formene og prøve seg frem for å få figuren godkjent. Dette kan også være med på å skape bedre forståelse for egenskaper og sammenhenger. Det er også mulig at noen elever begynner med trekanten og deretter prøver seg frem for å se om de kan bygge den ut slik at det etter hvert blir en firkant, så en femkant, og til slutt en sekskant. Vi mener denne oppgaven faller under Smith & Stein (2018) prosedyrer med sammenheng i sin inndeling av kognitive krav. Oppgaven krever ikke direkte at elevene ser sammenhenger og viser dette, men likevel må elevene ha tilstrekkelig med kunnskap om geometriske former for å kunne lage mangekantene på korrekt måte. Geobrettet legger også opp til konkretisering, noe som igjen kan føre til bedre matematisk forståelse for de ulike mangekantene.

For å løse oppgaven kan det være at noen elever vil legge en plan for hvordan prosessen frem til rett svar skal se ut, men det kreves ikke konkret av oppgaven. Mange elever vil mest sannsynlig starte med å prøve seg frem, og på den måten finne ut av hvordan de skal få det til. En sentral faktor her er hvor godt kjent elevene er med læringslab-ressursen. Dersom eleven aldri har vært borti denne typen oppgave før vil det kreve mer å sette seg inn i hvordan det fungerer og hvordan man skal gå frem for å få rett svar. Dersom eleven er godt kjent med programmet og er trygg på hvordan det skal brukes vil det sannsynligvis ikke være behov for å tenke særlig gjennom hvordan oppgaven skal løses. Vi ser dermed at noen elever kan velge å gå gjennom en prosess, men det er ikke noe oppgaven eksplisitt legger opp til.

For å øke oppgavens potensial for problemløsing hadde det vært mulig å stille flere krav til figurene som skal tegnes. Disse kravene kunne også ha utfordret elevene til å se sammenhenger. For eksempel kunne de først og blitt bedt om å lage en rettvinklet trekant, for så å gjøre om denne til et kvadrat. Dette kunne vært mer kognitivt krevende og stimulert den matematiske forståelsen i større grad. Det hadde også vært mulig å knytte flere begreper innen geometri til oppgave, for eksempel at vinklene skal ha et gitt antall grader eller at vinkelsummen skal være et bestemt tall. En annen mulighet er at alle figurene elevene lager skal ha samme areal. Dette ville kreve at elevene både ser sammenheng mellom ulike figurer og størrelse. Likevel kan slike spesifikasjoner føre til at oppgaven blir mer lukket og dermed utelukker noen av de utforskende elementene som læringslab- oppgavene skal legge til rette for.

5.2.1.3 Flere elementer av problemløsing

5.2.1.3.1 Oppgave 3.6B



Bilde 11 hentet fra Dragonbox

Denne oppgaven er hentet fra oppdrag 3 i mattesnakk 4A.Oppgaven er en av få som vi ifølge vår analyse plasserer i kategorien flere elementer av problemløsing. Grunnen til at vi har valgt å ta med denne oppgaven som eksempeloppgave er fordi den med første øyekast ser ut som rutineoppgave med et tradisjonelt rutenett, men ved nærmere analyse kan vise andre egenskaper.

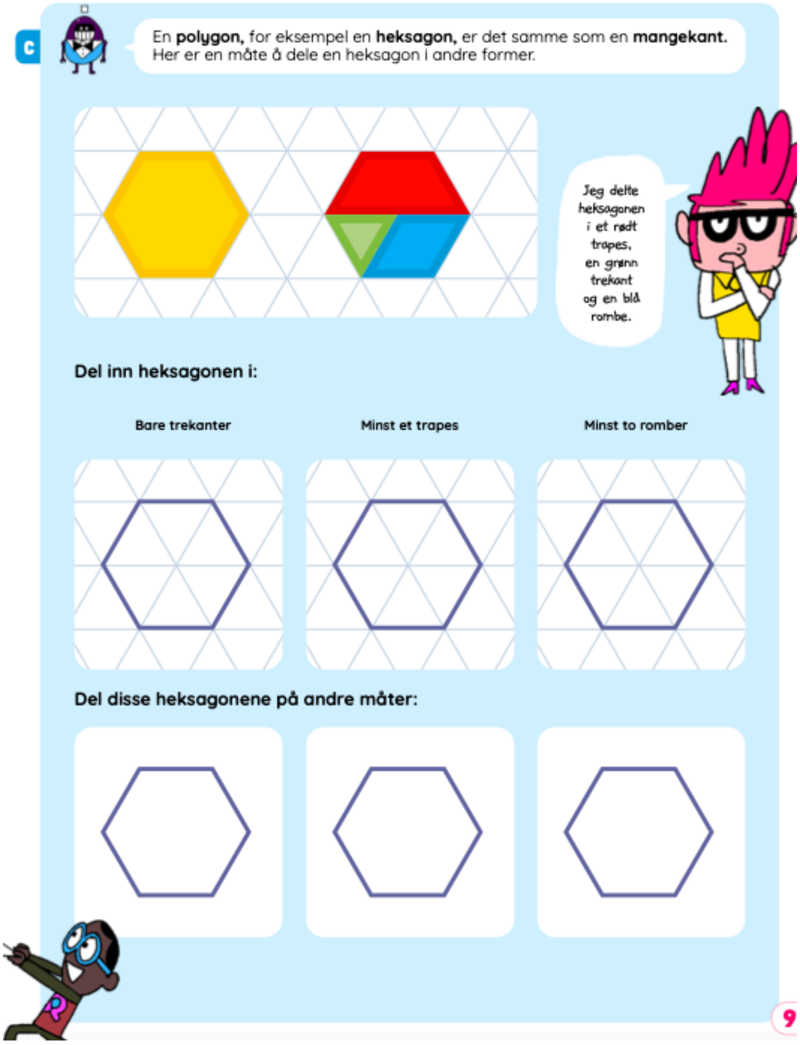
Oppgaven instruerer elevene til å tegne to ulike grotter, og begge grottene må ha et areal på 24m^2. Dette er en oppgave med mange ulike løsninger, og dermed også mange ulike fremgangsmåter. Dersom elevene ser sammenhengen mellom at hver rute representerer 1 m^2 vil den enkleste måten å løse oppgaven på være å fargelegge 24 ruter i det ene rutenettet, for så å velge 24 andre ruter å fargelegge i det andre rutenettet. En annen fremgangsmåte er at elevene ser sammenhengen mellom areal og multiplikasjon, og finner ulike multiplikasjonsstykker hvor svaret blir 24. Eksempelvis kan de da lage et rektangel hvor arealet er 6m*4m og et rektangel hvor arealet er 8m*3m. Noen elever kan kanskje fristes til å lage et rektangel som eksempelvis er 6m*4m og et annet som er 4m*6m, selv om oppgaven krever at grottene skal se forskjellige ut. Det kan da diskuteres om elevene faktisk har laget to ulike grotter, eller om det er samme grotte sett fra ulike vinkler. Dersom de egentlig har tegnet samme grotte to ganger har de tross alt ikke svart tilstrekkelig på oppgaven innenfor de rammene som er satt. At det står i oppgaveteksten av elevene skal tegne grotter vil også ha innvirkning på hvilke fremgangsmåter som blir brukt. Elevene vil ha ulike oppfatninger av hvordan en grotte skal se ut, og dermed vil også tegningene bli forskjellige. Noen ser kanskje for seg at grotter er runde eller asymmetriske, og dette kan gjøre det mer utfordrende å finne arealet av figuren. Det kan da tenkes at kunnskap om hvordan regne areal av en sirkel blir nyttig. Andre elever ser kanskje for seg at grotten er kantete, og må da ta i bruk annen kunnskap for å finne rett areal. Det kan likevel være utfordrende å telle ruter som ikke er hele, noe som kan forekomme i en kantete grotte. Dette medfører at elevene må ta i bruk nye strategier og fremgangsmåter for å kunne etterprøve at grotten er på 24 kvadratmeter.

Det er altså ulike tilnærminger til oppgaven som krever ulik kunnskap for å kunne løse oppgaven. Fokuset i oppgaven er dermed ikke en spesifikk algoritme, men den krever at elevene har forståelse for kvadratmeter og at de kan se sammenheng mellom ulike figurer med samme areal. Det er heller ikke nok at elevene kun har kunnskap om areal, ettersom elevene i dette tilfellet må klare å ta i bruk og anvende kunnskapen for å skape sammenhenger. Fordi det er flere ulike løsningsmetoder med ulik vanskelighetsgrad krever ikke oppgaven at elevene nødvendigvis går utover sin eksisterende kunnskap. Dersom elevene velger å telle opp hele ruter eller lage rektangler basert på multiplikasjonsstykker er det ikke sikker at oppgaven vil oppleves som kognitivt krevende. Likevel kan dette være med på å skape bevisstgjøring rundt formelen for areal og formen på figurene. Eleven vet at arealet totalt sett skal bestå av 24 kvadratmeter, men må selv reflektere rundt hvor lange sidene til firkanten må være for at det skal resultere i nettopp 24 kvadratmeter. Oppgaven vil variere i vanskelighetsgrad ut ifra hvordan elevene velger å tilnærme seg den, men siden oppgaven ikke bare krever at elevene anvender kunnskap og legger opp til bruk av generelle strategier har vi plassert den i det nest øverste nivået i modellen til Smith og Stein (2018), nemlig prosedyrer uten sammenheng.

Oppgaven legger som tidligere nevnt opp til at elevene skal ta i bruk generelle strategier, og prosessen er i fokus. Det første steget i prosessen for å løse denne oppgaven vil være å lese oppgaveteksten hvor det står at Emma er i en grotte på 24 kvadratmeter. Dersom elevene har relasjonell forståelse for måleenhetene ser de fort at rutenettet ikke er delt inn i kvadratmeter. Her krever oppgaven at eleven reflekterer rundt og tar en beslutning på hva som er en kvadratmeter i sin modell. Det naturlige er å si at en rute i det gitte rutenettet er en kvadratmeter, ettersom det da blir nok ruter til at arealet kan gå over 24 av rutene i rutenettet. Det er ikke presisert i oppgaven at en rute faktisk representerer en kvadratmeter, og det er derfor et forhold eleven selv må reflektere over. Videre er det åpent for eleven å legge en plan for hvordan grotten skal se ut, og hvilken strategi som må til for å gjennomføre planen. Strategien er varierende ut fra hvilket resultat elevene ønsker seg, og selve utførelsen av planen vil derfor også være ulik. I tillegg må det reflekteres og planlegges på en slik måte at grotten blir utseendemessig forskjellig i de to forslagene, men at arealet likevel blir det samme. Det krever at elevene ser likheter og ulikheter med figurer. I prosessen forekommer også en gjennomgang, der elevene kan gå over sin egen utførelse og etterprøve om den er innenfor de gitte kriteriene. Det kan også være et alternativ å ha en gjennomgang i samlet klasse slik at elevene får se andre løsningsmetoder. Gjennom samtale med medelever er det også mulig å diskutere kritiske spørsmål som kan føre til refleksjon rundt matematiske sammenhenger. Det kan eksempelvis være om en elev som har laget et rektangel som er 4m*6m i ene rutenettet og 6m*4m i det andre egentlig har svart på oppgaven. Likevel står det ingenting i oppgaven om hvordan elevene skal gå frem for å løse oppgaven og det er ikke et krav at elevene må lage en plan. Det kan derfor tenkes at noen elever utfører oppgaven uten tanker rundt prosessen de går gjennom og uten videre refleksjon eller gjennomgang av valgene de har tatt. .

For å øke oppgavens potensial for problemløsing hadde det vært mulig å bruke et annet areal enn 24 kvadratmeter. 24 er et velkjent tall for elevene, og det er også et tall vi finner i både togangen, tregangen, firegangen, seksgangen og åttegangen. Dette gir elevene mange muligheter til å gjøre det enkelt for seg selv og tegne et rektangel ut i fra et velkjent multiplikasjonsstykke. Dersom arealet eksempelvis hadde vært 22 eller 23 ville det vært mer utfordrende å gå for den enkleste løsningen, og oppgaven ville på den måten utfordret elevene til å tenke mer. Oppgaven kunne også satt flere krav til hvordan grotten skal se ut. For eksempel kunne det vært krav til et bestemt antall hjørner eller minst en buet side. Dette hadde gjort oppgaven mer kognitivt krevende for elevene, men samtidig ville det gjort oppgaven mindre åpen og tillatt færre fremgangsmåter. Til slutt kunne oppgaven oppfordret elevene mer til å se sammenhenger mellom figurer og areal ved å stille spørsmål om valg elevene har tatt og om hva som gjør at figurene har likt areal.

5.2.1.3.2 Oppgave 10.5C



Bilde 12 hentet fra Dragonbox

Denne oppgaven er hentet fra oppdrag 10 om geometri i Mattestreker 4B. Grunnen til at vi har valgt å ta med denne oppgaven som eksempeloppgave er at det er en oppgave med flere deloppgaver hvor elevene kan ta i bruk problemløsing på ulike måter. Det er også en av få oppgaver som faller inn under kategorien flere elementer av problemløsing.

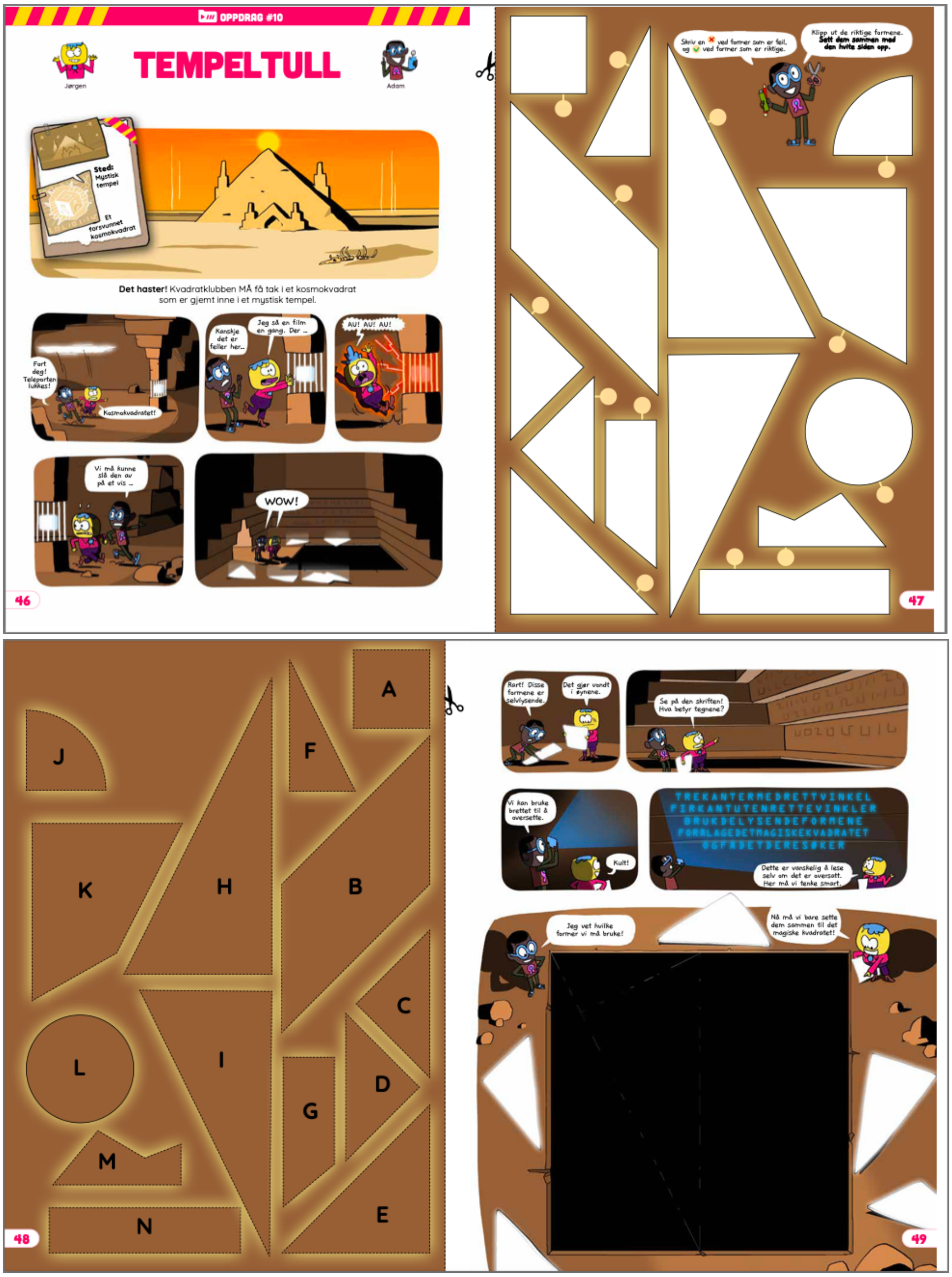
I denne oppgaven skal elevene dele heksagoner inn i ulike geometriske former. I første del av oppgaven er det satt kriterier for hvilke former som skal brukes og hvor mange, mens det i den andre delen av oppgaven er fritt frem for elevene å dele de inn slik de selv ønsker. Når det gjelder ulike fremgangsmåter vil dette variere ut i fra deloppgavene ettersom det er varierende kriterier. I den første oppgaven skal heksagonet deles inn i trekanter, og her er det kun en rett løsning. I den andre oppgaven skal heksagonet deles inn i minst et trapes. Her er det flere muligheter for hvor elevene kan plassere trapeset, og det er også plass til opp til tre trapes dersom elevene ønsker det. Her er det altså mulig å gå frem på ulike måter og få ulike svar, alt ettersom hvordan hver enkelt elev tenker og ser figuren. Det samme gjelder i den tredje oppgaven. Her skal elevene plassere minst to romber i heksagonet. Disse kan plasseres på ulike måter, og det er også plass til å plassere tre romber dersom elevene plasserer de på en bestemt måte. Her vil nok noen elever kun gjøre minstekravet av det oppgaven spør om, mens andre elever vil eksperimentere med ulike fremgangsmåter og se på hvordan de kan få plassert flest former inni heksagonet. I den andre delen av oppgaven skal heksagonet deles inn på andre måter, men det er ikke spesifisert noe mer konkret enn dette. Her kan altså elevene gå frem på den måten de selv ønsker. Det står heller ikke konkret at det må brukes geometriske figurer. Dette gjør at oppgaven mest sannsynlig vil løses på mange forskjellige måter. Noen vil kanskje lage mønstre og fylle heksagonet med stjerner og hjerter, mens andre vil bruke konkrete geometriske former og se på hvordan disse kan brukes om hverandre. På grunn av dette vil det være fremgangsmåten for å løse denne oppgaven variere fra elev til elev, og ingen fremgangsmåter er mer korrekte enn andre.

I den første oppgaven ser vi at vanskelighetsgraden stiger og at oppgavene blir mer og mer kognitivt krevende. I den første deloppgaven er trekanter i fokus. Dette er en geometrisk form som 4.klassinger kjenner godt til og som de fleste vil se på som lett å kjenne igjen. Ettersom rutenettet som er på innsiden av heksagonet også er delt inn i trekanter vil det være lett for elevene å tegne over disse strekene og få frem seks trekanter. Det er ikke mulig å lage trekanter på andre måter enn å følge strekene, og vi mener at dette er en oppgave de aller fleste 4.klassinger lett får til. De neste oppgavene utfordrer elevene ved å spørre etter geometriske former som de fleste ikke er like trygge på som trekanter, nemlig trapes og romber. Boken har introdusert disse begrepene i det foregående delkapittelet, men vi tror likevel at dette er former elevene ikke har inngående kunnskap om i 4.klasse. I tillegg til at figurene som skal brukes er mer fremmed for elevene er det også krav til hvor mange av disse figurene som skal få plass inne i heksagonet. Dette gjør at elevene må forholde seg til flere kriterier, noe som bidrar til å skape kognitive utfordringer. I tillegg til at oppgavene har flere kriterier stiller de også krav til at elevene ser sammenhenger mellom de ulike geometriske formene. Elevene er nødt til å ta stilling til hva som kjennetegner et trapes og en rombe, og hvordan disse kan tegnes inn i samme rutenett. For noen kan dette skape en bevisstgjøring rundt at romber og trapes faktisk kan se helt like ut. Til slutt må også elevene tenke gjennom hvordan figurene kan plasseres for å få plass til så mange som oppgaven ber om. Den andre delen av oppgaven er mye mer åpen, og hvor kognitivt krevende denne vil være kommer an på hvordan elevene velger å løse den. Som nevnt tidligere vil nok en del elever velge å løse den raskt ved å lage tilfeldige streker eller former som de syns er fine. Andre elever kan derimot utfordre seg selv ved å bestemme seg for hvilke geometriske former de vil bruke og utforske hvordan ulike former kan passe sammen i heksagonet. Selv om den andre delen av oppgaven er veldig åpen mener vi at oppgaven som helhet faller inn det Smith & Stein (2018) omtaler som prosedyrer med sammenheng i sin inndeling av kognitive krav. Dette er fordi det ikke er fokus på å finne korrekt svar, men heller på å skape forståelse og se sammenhenger. Det legges også opp til at elevene skal bruke generelle strategier, og oppgaven er konkretisert med figurer.

For å kunne løse oppgaven er det nødvendig at elevene legger en plan. I den første delen av oppgavene må elevene tenke gjennom hvordan formene ser ut og hvordan de skal få plass til rett antall, hvis de bare prøver seg frem risikerer de å lage feil former eller å ikke få plass til alle. Unntaket er den første deloppgaven med trekanter, her vil nok de fleste kunne gå i gang uten å tenke så mye i forkant. Den andre delen av oppgaven krever i enda større grad at elevene legger en plan fordi det er færre retningslinjer. Her må derfor elevene orientere seg om oppgaven spør om, ta selvstendige valg og tenke gjennom hvordan de selv ønsker å dele inn de tre heksagonene. De må også eksempelvis ta et valg om de ønsker å bruke linjal til å lage formene eller om de kun skal bruke blyant. Til slutt er det nødvendig å se på inndelingene de har laget og ta en gjennomgang for å kontrollere at de har delt heksagonet inn på tre ulike måter.

For å øke oppgavens potensial for problemløsing hadde det vært mulig stille flere kriterier i begge deler av oppgaven. I den første delen kunne oppgaven for eksempel ha spurt om å plassere både romber og trapes i heksagonet for å understreke sammenhengen mellom formene. Rutenettet kunne også være delt i flere trekanter slik at elevene hadde hatt flere muligheter til å både lage og plassere figurer. I den andre delen av oppgaven kunne det vært presisert mer tydelig hvordan heksagonene skulle deles inn. Hadde det eksempelvis stått at elevene måtte bruke geometriske former ville muligheten for å tegne hjerter og blomster blitt borte. Elevene ville da være nødt til å tenke mer gjennom hvordan de ville løse oppgaven, og den kognitive utfordringen ville være større. Oppgaven kunne også spurt bedt om at et heksagon skulle deles inn i så mange geometriske former som mulig for å skape mer utforskning og eksperimentering blant elevene.

5.2.1.4 Ren problemløsing



Bilde 13 hentet fra Dragonbox

Denne oppgaven er hentet fra mattesnakkboken under oppdraget om geometri. Grunnen til at vi har valgt å bruke denne oppgaven som eksempeloppgave er at den er hentet fra mattesnakkboken, altså den boken som Dragonbox selv mener består av problemløsingsoppgaver. Dette samsvarer med resultatene fra vår analyse, og vi ønsker derfor at leseren skal få innblikk i hvordan Dragonbox selv mener elevene skal arbeide med problemløsing. Dette er en av to oppgaver som i analysen faller inn under kategorien ren problemløsing, men ettersom den andre oppgaven også er hentet fra mattesnakkboken og har mange likheter har vi valgt å kun bruke en av oppgavene som eksempel. Denne oppgaven tar oss med inn i en tegneserieverden og elevene tas med på en iscenesatt reise hvor de møter på problemer. I dette oppdraget er Kvadratklubben inne i et mystisk tempel på jakt etter et kosmoskvadrat. For å finne dette er tegneseriefigurene nødt til å fylle et magisk kvadrat i gulvet med ulike geometriske former. Spørsmålet blir dermed hvordan de ulike formene kan settes sammen for å det magiske kvadratet skal fylles igjen. Denne måten å presentere et problem på kan være viktig for inngangsfasen til problemløsingen fordi det kan bidra til å engasjere elever. Dette er viktig fordi at det å arbeide med et problem tar ofte mer enn noen minutter og krever derfor ofte at en setter seg godt inn i problemet (Hana, 2014).

For å løse problemet ser vi for oss at elevene kan ta i bruk ulike fremgangsmåter. Det første oppgaven ber elevene om er å finne ut av hvilke former som de mener kan passe inn og hvilke former som de mener kan utelukkes. På denne måten hjelper oppgaven elevene litt på vei. De får et hint om at ikke alle figurene skal brukes, og de blir nødt til å tenke gjennom hvilke former som det kan være realistisk at kan passe. Videre skal elevene klippe ut formene de mener at skal brukes. Noen elever vil kanskje allerede nå se hvordan formene skal settes sammen, men for de fleste vil oppgaven fremdeles oppleves som utfordrende. Vi vil tro at omtrent alle elevene tenker seg til at sirkelen og den buede formen kan utelukkes, men utenom dette er det få former som umiddelbart kan utelukkes. Videre i oppgaven får elevene enda et hint med en kode på veggen, her presiseres det at det kun er trekanter med rette vinkler og firkanter uten rette vinkler som skal brukes. Dette gjør at elevene kan eliminere enda fler av formene de har klippet ut. Vi ser nå for oss at noen elever velger å benytte seg av å prøve og feile frem til de har funnet riktig løsning, mens andre bruker mer av kunnskapen de har opparbeidet seg og prøver å finne løsningen gjennom systematisk gjetting. Denne måten å tilnærme seg oppgaven minner om det Hana (2014) beskriver som "*metoden med gjentatte tilnærminger*" som han beskriver som en systematisk form for prøving og feiling som baserer seg på å studere forsøkene som allerede er gjort for å komme nærmere en løsning på oppgaven. Det er også mulig at noen elever har sett bort i fra hintene og har løst oppgaven på en helt annen måte.

I oppgaveteksten dukker det opp flere matematiske begreper som elevene har vært gjennom tidligere i oppdraget gjennom mattesnakkboken og på den digitale plattformen. Eksempler på slike begreper er rette vinkler, trekant, kvadrat og firkant. For å løse oppgaven må elevene vite hva disse begrepene betyr og se sammenheng mellom dem. For eksempel må de kunne knytte rette vinkler til firkanter, selv om de tidligere kun har jobbet med dette i forbindelse med trekanter. På den måten må elevene anvende kunnskapen sin på nye måter, og dette er med på å skape en bredere begrepsforståelse. I oppgaven må også elevene begrunne og vurdere valgene de tar. De må kontinuerlig gjøre vurderinger på om formene de bruker er de rette, og gjennomgå dette på nytt når de får mer informasjon. Dette er noen av de sentrale punktene i det øverste nivået av Smith og Stein (2018) sin inndeling av kognitive krav, nemlig å gjøre matematikk. For noen elever byr denne typen oppgave på utfordringer ettersom de selv er nødt til å starte en problemløsingsprosess. Hintene om at noen av formene må elimineres og koden på veggen vil være til hjelp for disse elevene som syns det er vanskelig å komme i gang. I tillegg til hintene er det skissert svake linjer i halvparten av det magiske kvadratet som de skal fylle. Disse linjene hjelper elevene på vei med å se hvilke figurer som kan passe og hvordan de skal settes sammen. Oppgaven oppfordrer ikke til å bruke disse linjene til hjelp og oppgaven har flere løsningsalternativer, men for elever som syns strever med å finne ut av løsningen kan disse være til hjelp.

Oppgavebeskrivelsen har en tydelig formulering, men med flere ukjente faktorer. Teksten krever at eleven orienterer seg og sorterer ut hvilken informasjon oppgaven gir, både gjennom instrukser som å velge ut spesifikke geometriske figurer, men også mer skjult som i den hemmelige beskjeden på veggen. Elevene må derfor velge ut hvilke informasjon de vil bruke, og legge en plan for hvordan de skal løse oppgaven. Oppgaven legger også opp til bruk av flere heuristikker ettersom selve oppgaven eksempelvis må leses flere ganger eller deles opp for at eleven skal klare å sette i gang med å lage en plan for hvordan løse de skal problemet. Planen kan være ulik fra elev til elev, og som tidligere nevnt kan det også tenkes at noen elever bare prøver seg frem til de geometriske figurene dekker hele kvadratet. Oppgaven oppfordrer elevene til å sortere ut figurer og dermed sette i gang med en systematisk plan for utførelsen. Når elevene legger figurer i kvadratet gjør de seg kanskje erfaringer som påvirker hvordan planen blir videre. Det kan være positivt at elevene samarbeider eller at oppgaven diskuteres i plenum i klasserommet, slik at elevene kan dele løsningsmetoder og fremgangsmåter seg imellom.

For å øke oppgavens potensial for problemløsing hadde det vært mulig å gi mindre føringer om hvordan oppgaven kan løses, eksempelvis gjennom å fjerne teksten på veggen og linjene i det magiske kvadratet. De aller sterkeste elevene kan oppleve at problemløsingspotensialet forsvinner når det blir gitt mange hint og oppgaven sier noe om hvordan elevene skal gå frem for å løse problemet. Likevel kunne det å fjerne denne informasjonen føre til at oppgaven ville blitt for utfordrende for flere elever, og dermed ville den også stått i fare for å miste problemløsingspotensialet. En mulighet kan være å ha færre hint i selve oppgaven, men at disse for eksempel heller står på en annen side som elevene aktivt må slå opp på for å få hjelp. På den måten kan de sterke elevene få mer utfordring, og elevene som trenger mer hjelp kan fremdeles få det ved behov.

Kapittel 6: Diskusjon

Formålet med oppgaven vår er å undersøke hvordan Dragonbox Skole legger til rette for elevers problemløsing i matematikk. I dette delkapittelet vil vi diskutere hvilke funn vi har gjort i analysen og knytte dette opp mot teori, tidligere forskning og begrensninger. Til slutt vil vi reflektere rundt veien videre for oppgavens problemstilling.

6.1 Svar på problemstilling

For å kunne svare på problemstillingen som er satt for denne oppgaven har vi sett det som nødvendig å nyansere begrepet problemløsing. Dette behovet oppstod i analyseprosessen da vi i møte med oppgaver opplevde at det var noen oppgaver som ikke nødvendigvis utelukkende var problemløsingsoppgaver, men som likevel hadde noen elementer av problemløsing. Videre førte dette til at vi oppdaget et behov i analysen vår fordi vi innså at oppgaver ikke nødvendigvis kun er problemløsing eller ikke problemløsing, det er langt mer nyansert og mer å regne som en kontinuerlig skala der oppgavene fordeler over hele spekteret. Vi så derfor behovet for å lage en mer nyansert kategorisering av oppgaver for å kunne gi svar på hvordan Dragonbox Skole legge til rette for elever sin problemløsing i matematikkfaget. Gjennom de fire kategoriene som har blitt beskrevet tidligere i oppgaven og som har lagt grunnlaget for analysen har vi kunnet si mer om potensialet som ligger i oppgavene som ikke er rene problemløsingsoppgaver. Oppgaver som vi har elementer av problemløsing kan også bidra til å øke problemløsingferdighetene til elevene. Dette kan for eksempel være en oppgave som oppfordrer til prosess og bruk av heuristikker. Det er ikke nødvendigvis slik at oppgaven byr på et genuint problem for eleven, men likevel kan eleven tilegne seg ferdigheter som kan være til hjelp i møte med en problemløsingsoppgave ved senere anledninger. Derfor kan vi si at oppgaver som ikke er det vi har valgt å omtale som rene problemløsingsoppgaver også bidrar til å fremme elevens evne til problemløsing i matematikkfaget. Dette gjør at den nyanserte kategoriseringen bidrar til å gi et svar på problemstillingen.

Gjennom den vertikale analysen kommer det frem at de to oppgavene som er rene problemløsingsoppgaver befinner seg i boken mattesnakk. Dette er beskrevet som problemløingselementet i Dragonbox Skole. Selv om vi kun har analysert oppdraget om måling og oppdraget om geometri er det derfor likevel å anta at de resterende åtte oppdragene i denne boken også er rettet mot problemløsing. I analysen finner vi ikke rene problemløsingsoppgaver i andre deler av læreverket, verken i de andre analoge bøkene eller i Dragonbox Skole-appen. Selv om det er oppgaver som inneholder elementer av problemløsing og dermed kan bidra til å styrke evnene i møte med problemer, kan det være en svakhet å kun ha en ren problemløsingsoppgave innenfor hvert oppdrag. En elevmasse er mangfoldig, og det vil dermed variere fra elev til elev hvordan de opplever oppgavene. Et problem for noen er ikke nødvendigvis et problem for alle. Om en oppgave er en problemløsingsoppgave eller ikke er dermed avhengig av problemløseren. Når det kun er èn oppgave innenfor hvert oppdrag som møter de kravene vi har satt til en ren problemløsingsoppgave, kan det føre til at noen elever ikke får tatt del i problemløsingsprossen fordi de i utgangspunktet ikke ser på oppgaven som et problem. Dette er fordi alle opplever problemer ulikt fordi alle stiller med ulike forkunnskaper. Kanskje oppleves oppgaven for utfordrende eller for lett. For disse elevene faller da problemløsingselementet i dette oppdraget bort. Det kan også tenkes at oppgavene som har elementer av problemløsing ikke oppleves som en utfordring for elever som generelt ligger på et høyt nivå i faget.

Elever som befinner seg på et lavt mestringsnivå i faget kan også risikere å ikke få bidratt i problemløsingsprosessen som mattesnakk byr på. Det kan være et problem som er for vanskelig å løse med utgangspunkt i kunnskapsgrunnlaget til den eleven. Oppgaver som har elementer av problemløsing, om det er få eller flere elementer, kan muligens også oppfattes som rene problemløsingsoppgaver for noen elever. Derfor kan potensielt ressurser utenom mattesnakk også supplere med rene problemløsingsoppgaver basert på hvilket utgangspunkt og kunnskapsgrunnlag eleven møter oppgaven med.

De samlede funnene våre viser at det er overvekt av oppgaver som ikke kunne kategoriseres som problemløsing, i denne kategorien finner vi 178 oppgaver. Dette utgjør 89,5% av det totale antall oppgaver, altså vil omtrent 9 av 10 oppgaver i læreverket ha fokus på andre elementer enn problemløsing. Utforsking og problemløsing er et av de seks kjerneelementene i matematikkfaget i LK20. De fem andre kjerneelementene (modellering og anvendelser, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, abstraskjon og generalisering og matematiske kunnskapsområder) skal også har plass i matematikkfaget. Problemløsing er også bare en del av et kjerneelement og det kan reflekteres rundt hvor stor del hvert kjerneelement skal ha i matematikklærebøker. Det er ikke satt en spesifisert andel av et læreverk som skal være problemløsing og det er dermed ingen fasit på hvor stor del av oppgavene som skal reflektere nettopp dette kjerneelementet. Likevel kan man argumentere for at det er hensiktsmessig å ha flere problemløsingsoppgaver nettopp på bakgrunn av at problemløseren har en sentral rolle i møte med problemløsingsoppgaver. Det kan derfor tenkes at gjennom å ha ulike typer problemløsingsoppgaver kan lærebøker nå flere elever. Det er også slik at begreper fra de andre fem kjerneelementene, som for eksempel generalisering og representasjon, er noe som kan knyttes til problemløsing. Generalisering og representasjon er nemlig notert som noen av heuristikkene som kan være nyttig redskaper å ta i bruk i arbeid med et problemer.

Ettersom vi bare har gjennomført vertikale analyser av oppdragene måling og geometri er det kun disse to oppdragene vi kan si noe om. Felles for begge oppdragene er at de rene problemløsingsoppgavene er plassert i boken mattesnakk. Begge temaene har også en jevn fordeling av oppgaver i kategoriene ikke problemløsing, få elementer av problemløsing og flere elementer av problemløsing. Et annet fellestrekk er at vi har plassert flertallet av oppgavene i begge oppdragene i kategorien ikke problemløsing. Selv om vi ser at dette er ting som samsvarer mellom oppdragene måling og geometri kan vi ikke trekke slutninger om at det er slik i de resterende oppdragene, ettersom vi ikke har noe analytisk grunnlag for å vurdere disse. Likevel kan den horisontale analysen gi oss et innblikk i hvordan Dragonbox Skole har vektlagt de ulike oppdragene. Tabell 8, 9 og 10 viser at fordelingen av sider per oppdrag er relativt jevn. I boken mattesnakk er fordelingen av sider helt lik, og i Mattestreker 4A og 4B er det den største differansen i sideantall 7 sider per oppdrag. Sideantallet kan vise konturene av hvordan innholdet i læreverket er fordelt, men samtidig kan det også være misvisende. Det er ikke nødvendigvis slik at likt sideantall betyr at det er likt antall oppgaver, da oppgavene har ulik størrelse og visuelt fremstår ulikt. Det er heller ikke mulig å si noe om hvordan det er lagt til rette for problemløsing ut ifra antall sider, ettersom dette avhenger av oppgavene. Tabell 11 viser oversikten over Dragonbox Skole-appen og antall oppgaver per oppdrag. Denne tabellen viser at det på den digitale plattformen er mer variasjon i antall oppgaver per oppdrag, i tillegg til at det er variasjon i oppgavetyper. Likevel ser vi et mønster hvor det er en stor overvekt av læringsquizer fremfor læringslaber. Læringslabene er de digitale oppgavene som skal være utforskende, mens læringsquizene er digitale oppgaver som skal brukes til øving og innlæring. Vi kan på bakgrunn av dette si at det er størst fokus på læringsquizer i Dragonbox Skole-appen, men ettersom vi ikke har analysert læringslabene i de andre oppdragene kan vi ikke si noe om hvordan disse legger til rette for problemløsing.

Ut ifra vår analyse kan vi derfor si at Dragonbox Skole legger mest til rette for elevers problemløsing gjennom boken mattesnakk. Det finnes også oppgaver med elementer av problemløsing i Mattestreker 4A og 4B og i Dragonbox Skole-appen, men her har vi kun funnet et fåtall oppgaver med få eller flere elementer av problemløsing. Det ser dermed ut til at Dragonbox har lagt opp til at elevene skal arbeide med problemløsing i hvert oppdrag gjennom oppgaven i mattesnakk, samtidig som de også vil møte på elementer av problemløsing i oppgavene i Mattestreker 4A og 4B og i Dragonbox Skole-appen.

6.2 Funn sett opp mot teori

Som skrevet i teorikapittelet finnes det flere definisjoner på et problem, perspektiver på problemløsing og ulike inndelinger av problemløsingsprosessen. Hana (2014), Solvang (1992) og Stedøy et al. (2018) beskriver en ukjent faktor i møte med et problem. Det er den ukjente løsningen som skiller en oppgave fra et problem. Dette henge tett sammen med Funke et al. (2018) sin påstand om at for å kunne definere et problem er det viktig å ha inngående kunnskap om problemløseren selv. Uten å vite noe om hvem skal løse oppgaven kan vi ikke si noe om det er ukjent for individet hvordan de skal løse problemet. Vi har i analysen prøvd å se oppgavene i lys av fjerdeklassinger sine kunnskaper i sammenheng basert på kunnskapsmål i læreplanen, men også med oppgavens plassering i læreverket. Om det har vært lignende oppgaver tidligere i læreverket og eksempeloppgaver som presenterer en bestemt strategi kan det påvirke eleven sin måte å tilnærme seg oppgaven på.

For å ha et behov for å gå inn i den problemløsingsprosessen som blant annet Polya (1985) og Carlsson og Broom (2005) har beskrevet, må det oppstå et problem. De beskriver denne prosessen med fire steg noe som vi har tatt med oss inn i analysen av oppgavene da denne prosessen i stor grad er det vi kan kalle problemløsing. Det er i denne prosessen at det kan være å anta at noen problemløsere tar i bruk heuristikkene. Det vi imidlertid oppdaget underveis var at det var oppgaver som la opp til deler av denne problemløsingsprosessen selv når oppgaven ikke i seg selv hadde en helt ukjent løsningsmetode, og i den forstand ikke er et problem. Likevel så vi at oppgaven kan bidra til deler av en prosess som kan bidra til å fremme elever sin evne til å møte problemer ved senere anledninger. Derfor kan en på en måte se på disse oppgavene som bidrag til å fremme problemløsingsferdigheter hos elevene.

Problemløsing blir kategorisert på ulike måter i litteraturen. Det finnes flere måter å kategorisere den på. Olafsen & Maugesten (2015) skiller mellom ren matematisk problemløsing og problemløsing i "virkeligheten" men som man bruker matematikk for å løse. Et annet eksempel er Billstein et al. (2014) som skiller mellom ulik motivasjon for å tilnærme seg problemløsing på. Uansett hvilke kategoriseringer eller nyanseringer som er gjort av problemløsing handler det i stor grad om hvilke formål problemløsingen har.

Formålet kan være å bli bedre kjent med prosessen, eller lære matematiske ferdigheter og begreper. Uansett hvilke formål problemløsingen har inngår det som problemløsing, derfor er ikke våre funn nyansert ytterligere ut fra hva problemøsingsoppgaven skal lære bort av matematiske ferdigheter, men om oppgaven i seg selv legger opp til problemløsing.

6.3 Funn sett opp mot forskning

Ettersom vi ikke har funnet noe tidligere forskning på Dragonbox Skole og problemløsing kan vi ikke sammenligne resultatene våre med tidligere funn om samme tema. Likevel ser vi det som relevant å se resultatene våre opp mot deler av tidligere forskning på Dragonbox Skole som omhandler bruk av læreverket og IKT.

Både Siddiq et al. (2017) og Vennerød-Diesen et al. (2021) har gjennom sin forskning på Dragonbox Skole funnet ut at det læreverkets digitale ressursene og lærerveiledningen er mest brukt av læreverket. Siddiq et al. fant også ut at kun en sjettedel av lærerne i sin studie tok i bruk de analoge elementene. Det må poengteres at dette var en pilotundersøkelse og at de ulike elementene i læreverket var utformet på en annen måte enn slik de er i dag. Likevel viser både forskningen til Siddiq et al. og Vennerød-Diesen et al. at de ulike elementene i læreverket ikke nødvendigvis blir likeverdig brukt av lærere. Dette vil være problematisk i forhold til hvordan Dragonbox har lagt til rette for elevenes problemløsing. Resultatene våre viser at vi bare har funnet rene problemløsingsoppgaver i Mattesnakkboken, og flesteparten av oppgaven med få eller flere elementer av problemløsing er plassert i de analoge elementene. Det er derfor avgjørende for elevene at de analoge bøkene blir brukt dersom de skal eksponeres for flesteparten av oppgavene som inneholder problemløsing. Det er likevel slik den siste oppgaven i hvert oppdrag i Dragonbox Skole appen spør etter svaret på oppdragets oppgave i Mattesnakkboken, så det er en mulighet at lærere kan regne Mattesnakkboken under de digitale ressursene.

Vennerød-Diesen et al. (2021) poengterer at årsaken til at lærerveiledningen er mye brukt er at lærere ikke har tid til å sette seg skikkelig inn i læreverket. Dette kan bidra til at de ikke utnytter læreverkets fulle potensial, noe som igjen kan føre til at elevene ikke opplever problemløsing slik Dragonbox har tenkt. Elementene er ment til å utfylle hverandre og det er det komplette læreverket samlet som følger læreplanen. Dersom lærerne ikke er inneforstått med hvordan elementene er ment brukt sammen kan det derfor gå ut over elevenes læring. Ettersom alle elementene inneholder de samme oppdragene kan det virke som om elevene eksponeres for det samme uansett hvilke elementer som brukes, men resultatene våre viser at de ulike elementene inneholder ulike oppgavetyper og har ulike formål. Det er derfor viktig at lærerne brukes tilstrekkelig tid til å sette seg inn i læreverket sitt oppsett, men vi mener også at det er viktig at Dragonbox selv er tydelige på at problemløsingsoppgavene er plassert i mattesnakkboken.

Lorange et al. (2022) fant i sin studie ut at de dynamiske elementene i læringslabene i Dragonbox Skole-appen både hadde fordeler og ulemper. De poengterer at læringslabene ofte inneholder automatiserte operasjoner som fjerner noe av utfordringen for elevene. Dette samsvarer med det vi erfarte da vi gikk gjennom oppgavene i Dragonbox Skole-appen. Vi så ofte at læringsquizene og læringslabene inneholdt automatiske operasjoner som gjorde oppgavene enklere å utføre for elevene. Dette kan være positivt ettersom elevene som regel vil klare oppgavene uten hjelp fra læreren, men samtidig kan det også fjerne elementer av problemløsing. Dette kan knyttes sammen med at Vennerød-Diesen et al. (2021) fant ut at flesteparten av lærerne i deres undersøkelse mente at Dragonbox Skole ikke legger opp til tilpasset opplæring. De automatiserte operasjonene kan være til hjelp for elever ligger på et lavt nivå i matematikk, men samtidig kan det fjerne oppgavenes problemløsingspotensial for elever som ligger på et høyt nivå. Tilpasset opplæring er også relevant i forhold til Mattesnakkboka. Alle oppgavene vi har kategorisert som ren problemløsing er i denne boka, men vi har ikke funnet informasjon om hvordan disse kan tilpasses elever på høyt og lavt nivå. Ettersom at det som tidligere nevnt er de som løser problemet som avgjør om det oppfattes som problemløsing eller ikke er det ikke sikkert at disse oppgavene vil være problemløsingsoppgaver for alle. Vi har også sett at de rene problemløsingsoppgavene vi har analysert har inneholdt mange hint og føringer, som kanskje kan fjerne problemløsingspotensialet for elever på høyt nivå. Det ville derfor vært positivt dersom Dragonbox hadde lagt til rette for mulige forenklinger og mulige utfordringer slik at problemløsingsoppgavene ville truffet enda flere elever.

6.4 Oppgavens betydning

Denne oppgaven kan bidra til å understreke viktigheten av å sette seg inn i læreverk og bruke dem på rett måte, slik at hele læreverkets potensial utnyttes. Gjennom å ha inngående kunnskap om et læreverk får en nemlig også mest mulig utbytte av det læreverket. En observasjon som vi har gjort oss i arbeid med analysen av Dragonbox Skole, er at å velge bort deler av læreverket kan få konsekvenser for mangfoldet i oppgave typene. Funnene våre viser at Dragonbox Skole har valgt å plassere de rene problemløsingsoppgavene i den analoge boken mattesnakk, samtidig som forskning viser at flesteparten av lærerne som bruker læreverket ikke fokuserer på de analoge elementene. Om denne delen av læreverket blir valgt bort i undervisningen kan man som lærer derfor risikere at elevene potensielt mister verdifullt arbeid problemløsing. Vi ser det dermed som nyttig for lærere å vite at å vektlegge ulike deler av læreverk forskjellig kan føre til at elever blir eksponert for oppgavetyper og kjerneelementer i ulik grad. Dette vil sannsynligvis bli mer relevant fremover, ettersom flere læreverk går fra å kun ha analoge bøker til å inneholde ulike elementer på forskjellige plattformer. Dette kan selvsagt være positivt og gi både lærere og elever flere muligheter for læring, samtidig som det krever mer for læreren å orientere seg og å velge ut innhold. Her bør derfor også læreverkene selv være tydelige på hvordan læreverket er organisert, og informere brukere om hvordan det er tenkt anvendt, slik at lærere er klar over hva de eventuelt utelater ved å bruke læreverket på en annen måte.

6.5 Hva kan vi ikke si noe om?

Ettersom vi kun har analysert oppdragene om måling og geometri er det kun disse to vi kan bruke til å svare på problemstillingen vår. Vi kan på grunnlag av dette si noe om hvordan Dragonbox Skole legger til rette for problemløsing i de to oppdragene, og vi kan se på likheter og ulikheter mellom disse. I tillegg kan vi gjennom den horisontale analysen si noe om hvordan resten av læreverket er bygd opp, men ettersom vi ikke har analysert hvert oppdrag vertikalt kan vi ikke med sikkerhet si noe om hvordan det legges til rette for problemløsing i de resterende oppdragene.

Vi har også kun sett på Dragonbox Skole for 4.trinn, og vi kan dermed ikke uttale oss om hvordan læreverket er lagt på 1., 2., og 3.trinn. Det kan derfor være at Dragonbox legger til rette for problemløsing på andre måter i læreverkene for de lavere trinnene. For å gi et sikrere svar på problemstillingen som det hadde vært mulig å trekke generaliseringer ut ifra måtte vi derfor ha utført vertikale analyser av samtlige oppdrag på alle trinn. Dette har ikke vært mulig for oss å gjennomføre på grunn av tidsbegrensningen for en masteroppgave, og vi sitter derfor igjen med et datamateriale som det ikke er mulig å trekke generaliseringer ut ifra.

Ettersom vi kun har sett på to av ti oppdrag er det mulig at resultatene våre hadde sett annerledes ut dersom vi hadde valgt å heller analysere andre oppdrag. Ut ifra den horisontale analysen vår ser det basert på sidetall ut til at oppdragene er jevnt fordelt. Den horisontale analysen av Dragonbox Skole-appen viser derimot at det er det stor variasjon i antall oppgaver og oppgavetyper. Fra oppdraget med færrest oppgaver til oppdraget med flest oppgaver er det en differanse på hele 50 oppgaver. Dette viser at det er store forskjeller i oppsett og vektlegging. På bakgrunn av dette kan det derfor tenkes at den vertikale analysen hadde gitt andre resultater dersom vi hadde valgt andre oppdrag enn måling og geometri. Dette kan vi likevel ikke si noe sikkert om på grunn av det begrensede datamaterialet.

6.6 Konklusjon

Det vi kan konkludere med ut fra funnene som vi har gjort gjennom den horisontale og vertikale analysen av to oppdrag i Dragonbox Skole er det i hovedsak legges til rette for problemløsing gjennom oppgavene i den analoge boken mattesnakk. I tillegg er flere oppgaver med elementer av problemløsing i de andre delene av læreverket. Det ser derfor ut til at Dragonbox ønsker å stadig eksponere elevene for elementer av problemløsing, men at hovedvekten av problemløsingsoppgavene er plassert i mattesnakkboken. Å ha hovedvekten av problemløsingsoppgavene i en separat bok kan sees på som en måte å legge til rette for problemløsing på, ettersom det da blir lettere for læreren å bruke problemløsingsoppgaver bevisst i undervisningen. Oppgavene er da lett tilgjengelig, og det at Dragonbox Skole har valgt å prioritere en egen bok for oppgavetypen viser at problemløsing er et sentralt tema å jobbe med. Samtidig kan det å plassere problemløsingsoppgavene i en egen bok også ha sine ulemper, eksempelvis hvis boken utelates eller blir glemt i undervisningen. Det kan også være en svakhet at det ifølge vår analyse kun er en ren problemløsingsoppgave per oppdrag, og at det ikke legges til rette at denne kan tilpasses elevenes nivå. Risikoen vil da være at oppgaven ikke oppleves som en problemløsingsoppgave for samtlige elever, enten fordi den er for vanskelig eller for lett.

En viktig del av arbeidet med denne oppgaven har også vært erfaringen med at problemløsing er et nyansert begrep. Selv om vi har hatt tydelige definisjoner på hva begrepet inneholder har det vært utfordrende å kategorisere hvilke oppgaver som legger til rette for problemløsing og hvilke som ikke gjør det. Dette er fordi problemløsingsoppgaver kan oppleves svært ulikt ut i fra hvem som er problemløseren, og også fordi noen oppgaver kun inneholder noen problemløsingselementer. Selv etter å ha brutt ned begrepet problemløsing til flere kategorier etter hvor mange elementer de inneholder har det vært utfordrende skille oppgavene i de ulike kategoriene, nettopp fordi det hvordan de oppfattes er så subjektivt. Dette har gjort oss bevisste på viktigheten av å tilpasse undervisningen for å legge til rette for problemløsing for samtlige elever.

Gjennom arbeidet med oppgaven har vi også erfart at et sammensatt læreverk som består av flere deler kan inneholde forskjellige oppgavetyper i de ulike delene. Dette tilsier at lærere bør ha inngående kunnskap om læreverkene de bruker, både for å bruke de riktig og for å utnytte deres fulle potensial. Å bruke et læreverk uten å ha kunnskap om hvordan det er bygd opp kan gjøre at man bruker det på en annen måte enn slik de er tenkt, og da kan det også være at undervisningen som legges opp ikke følger læreplanen. Her har også læreverkene et ansvar for å informere og legge til rette for riktig bruk, slik at det blir enkelt for lærere å legge opp god undervisning som følger gjeldende læreplan.

"All life is problem solving" sier filosofen Karl Popper. Om vi skal si oss enig med Popper sitt utsagn er problemløsing i aller høyeste grad relevant for å bidra til utdanning av elever som kan bidra i et samfunn som er i konstant utvikling. Problemløsing er da ikke bare et kjerneelement i matematikkfaget, men en ferdighet som kan bidra til å utvikle samfunnet på flere områder utenfor det som omhandler matematikk.

6.7 Veien videre

Gjennom vår oppgave har vi kun analysert to oppdrag i Dragonbox Skole for 4.trinn, og som tidligere nevnt setter dette tydelige begrensninger for hva vi kan si om læreverket som helhet. Det ville derfor vært interessant å videre ta for seg større deler av læreverket, og sett på om funnene våre kun gjelder oppdragene om måling og geometri på 4.trinn, eller om resten av læreverket gjenspeiler det samme. Med et større datamateriale hadde det altså vært mulig å si mer om hvordan Dragonbox Skole legger til rette for problemløsing, og det hadde vært mulig å sett mønstre og gjort generaliseringer. Ved å undersøke hele Dragonbox Skole kunne en også ha sett på om andelen problemløsingsoppgaver er forskjellig på de ulike trinnene, og om det er variasjon i hvor i læreverket de er plassert. Et større datamateriale hadde også gjort det mulig å se på flere aspekter ved temaet, som å gjøre undersøkelser på om det legges til rette for problemløsing på ulik måte på de forskjellige trinnene. En førsteklassing og en fjerdeklassing vil for eksempel ha ulike utgangspunkt for læring, og det ville derfor vært interessant å sett på om det er noe forskjell på hvordan problemløsingsoppgavene er lagt opp i disse ytterpunktene av læreverket. En kunne også satt søkelys på ulike sider av problemløsing og sett hvordan dette er lagt til rette for. Eksempelvis kunne en undersøkt hvordan det legges opp til at elevene skal gjennomføre problemløsingsprosessen. Her kunne en sett på hvor mye fokus det er tillagt de ulike trinnene, og om det legges opp til ulike prosesser på de ulike trinnene. En kunne også ha tatt for seg heuristikker og sett på om det oppfordres til bruk av disse, og eventuelt hvilke læreverket har fokus på og hvorfor. Det hadde også vært mulig å undersøke hvordan Dragonbox Skole legger til rette for de resterende kjerneelementene i LK20, og undersøkt hvordan fordelingen av disse er.

Undervisning og læreverk blir stadig mer digitalisert, og vi tror derfor at flere læreverk med tiden vil ligne Dragonbox Skole og ha økt fokus på bruk av digitale ressurser. Som videre forskning kunne det vært interessant å se på hvordan problemløsingsoppgaver kommuniseres til elevene i analoge og digitale elementer, og sett på om det er forskjeller på kjennetegn og potensial. Digitale ressurser gir mange muligheter, men hvordan kan disse benyttes på best mulig for å invitere til problemløsing? Og finnes det kvaliteter ved analoge oppgaver som ikke kan erstattes med digitale alternativer?

Referanseliste

Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi. (2016). (4. utg. utg.). De nasjonale forskningsetiske komiteene.

Alseth, B., Breiteig, T. & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering : matematikkfaget som kasus* (Bd. 02/2003). Telemarksforsking.

Befring, E. (2014). *Forskningsmetode med etikk og statistikk*. Det Norske Samlaget.

Billstein, R., Libeskind, S. & Lott, J. W. (2014). *A problem solving approach to mathematics for elementary school teachers* (Eleventh edition.; Pearson new international edition. utg.). Pearson.

Botten, G. (2009). *Meningsfylt matematikk : nærhet og engasjement i læringen* (3. utg. utg.). Caspar forlag.

Carlson, M. P. & Bloom, I. (2005). The Cyclic Nature of Problem Solving: An Emergent Multidimensional Problem-Solving Framework. *Educational studies in mathematics*, *58*(1), 45-75. https://doi.org/10.1007/s10649-005-0808-x

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y. & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical thinking and learning*, *12*(2), 117-151. https://doi.org/10.1080/10986060903460070

Christiansen, A. (2020, 2/11). *Har du sett anmeldelsen av den nye matteboken?* https://www.aftenposten.no/meninger/kronikk/i/PRReg6/har-du-sett-anmeldelsen-av-den-nye-matteboken

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forl.

Creswell, J. W. (2014). *Research design : qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4th ; International student. utg.). SAGE.

Dragonbox. (2021). *Mattesnakk - 4.trinn*. Kahoot! Dragonbox

Dragonbox. (u.å.). *About us*. https://dragonbox.com/about

Dragonbox. (u.å.). *Utforsk innholdet i 4.trinn*. https://www.dragonbox.no/skole/4trinn

Duedahl, P. & Hviid Jacobsen, M. (2010). *Introduktion til dokumentanalyse* (Bd. vol. 394). Syddansk Universitetsforlag.

Erfjord, I. & Haara, F. O. (2018). Digitale ressurser i matematikkundervisningen. I A.

Norstein & F. O. Haara (Red.), *Matematikkundervisning i en digital verden* (s. 11-25). Cappelen Damm akademisk.

Fandin, L. S. (2016). *Algebra på nye veier. En kvalitativ studie av elevers tenkemåter etter å ha spilt algebraspillet DragonBox* [UiT Norges arktiske universitet].

Friesen, N. (2012). Report: Defining Blended Learning. 1-10. https://www.normfriesen.info/papers/Defining_Blended_Learning_NF.pdf

Funke, J., Fischer, A. & Holt, D. V. (2018). Competencies for complexity: problem solving in the twenty-first century. I *Assessment and teaching of 21st century skills* (s. 41-53). Springer.

Gilje, Ø., Ingulfsen, L., Dolonen, J., Furberg, A., Rasmussen, I. & Kluge, A. (2016). Med ARK&APP. Bruk av læremidler og ressurser for læring på tvers av arbeidsformer [Use of learning resources for learning across teaching practices]. I. Report. University of Oslo.

Gjøvik, Ø. & Torkildsen, H. A. (2019). Algoritmisk tenkning. *Tangenten–tidsskrift for matematikkundervisning*, *30*(3), 31-37.

Graham, C. R. (2006). Blended learning systems. *The handbook of blended learning: Global perspectives, local designs*, *1*, 3-21.

Grønmo, S. (2016). *Samfunnsvitenskapelige metoder* (2. utg. utg.). Fagbokforl.

Grønmo, S. (2021, 1/3 2021). *Utvalg* https://snl.no/utvalg

Hana, G. M. (2014). *Matematiske tenkemåter*. Caspar forlag.

Hatlevik, O. E., Egeberg, G., Gudmundsdottir, G., Loftsgarden, M. & Loi, M. (2013). Monitor skole 2013. *Om digital kompetanse og erfaringer med bruk av IKT i skolen [Monitor School 2013. On digital competence and experiences with use of ICT in schools], Oslo: Senter for IKT i utdanning*.

Imsen, G. (2016). *Lærerens verden : innføring i generell didaktikk* (5. utg. utg.). Universitetsforlaget.

Johansson, M. (2003). *Textbooks in mathematics education: A study of textbooks as the potentially implemented curriculum* [Luleå tekniska universitet].

Johnsen, E. B. (1999). *Lærebokkunnskap : innføring i sjanger og bruk*. Tano Aschehoug.

Johnsen-Høines, M. (2020). *Begynneropplæringen : matematikkdidaktikk - barnetrinnet*. Caspar forlag AS.

Kluge, A. & Dolonen, J. A. (2014). Algebra som spill. *Tangenten: Tidsskrift for Matematikk i Grunnskolen*, *25*(3), 23-30.

Kongelf, T. R. (2019). Matematisk innhold og matematiske metoder i lærebøker brukt på ungdomstrinnet i Norge: Gullgruve eller fallgruve for utvikling av matematisk kompetanse i problemløsning og algebra? *Doctoral dissertations at University of Agder*.

Krumsvik, R. J. (2014). *Forskingsdesign og kvalitativ metode : ei innføring*. Fagbokforl.

Liebich, H. (2012). *Kronikk: Læreboka er under press*. https://forskning.no/skole-og-utdanning-kronikk/kronikk-laereboka-er-under-press/1176730

Lorange, A., Sjaastad, J. & Carlsen, M. (2022). Affordances and constraints of the Dragonbox School teaching material. *CERME proceedings*.

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education. Revised and Expanded from «Case Study Research in Education»*. ERIC.

Olafsen, A. R. & Maugesten, M. (2015). *Matematikkdidaktikk i klasserommet* (2. utg. utg.). Universitetsforlaget.

Polya, G. & Conway, J. H. (2014). *How to Solve It : A New Aspect of Mathematical Method* (Expanded Princeton Science Library edition. utg.). Princeton University Press.

Sandene, I. M. & Haara, F. O. (2018). Likningsløysing med Dragonbox. I A. Norstein & F. O. Haara (Red.), *Matematikkundervisning i en digital verden* (s. 27-48). Cappelen Damm akademisk.

Schoenfeld, A. H. (2013). *Cognitive science and mathematics education*. Routledge.

Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of education (Boston, Mass.)*, *196*(2), 1-38. https://doi.org/10.1177/002205741619600202

Siddiq, F., Bugge, M., Ulriksen, R. & Tømte, C. (2017). Matematikk på nye måter: Erfaringer fra pilotering av Dragonbox ved 10 skoler i Skedsmo kommune.

Skemp, R. R. (1989). *Mathematics in the primary school*. Routledge.

Skott, J., Skott, C. K., Jess, K. & Hansen, H. C. (2018). *Matematik for lærerstuderende : Delta 2.0 Fagdidaktik, 1.-10. klasse* (2. udg. utg.). Samfundslitteratur.

Smith, M. S. & Stein, M. K. (1998). Reflections on Practice: Selecting and Creating mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics teaching in the middle school*, *3*(5), 344-350.

Solvang, R. & Norheim, B. (1992). *Matematikk-didaktikk* (2. utg. utg.). NKI.

Staker, H. & Horn, M. B. (2012). Classifying K–12 blended learning.

Stedøy, A. I. M., Torkildsen, S. & Halmos, P. (2018). Hvorfor problemløsing? *Hentet fra https://www. matematikksenteret. no/sites/default/files/attachments/resources/Hvo rfor% 20problemløsing. pdf.*

Strømsnes, H. & Grevholm, B. (2003). *Matematikk for skolen*. Fagbokforlaget.

Svingen, O. L. & Gilje, Ø. (2018). Kunnskapsgrunnlag for kvalitetskriterium for læremiddel i matematikk. https://www.udir.no/tall-og-forskning/finn-forskning/rapporter/kunnskapsgrunnlag-for-kvalitetskriterium-for-laremiddel-i-matematikk/

Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitativ metode* (4. utg. utg.). Fagbokforl.

Tisthammer, F. (2014). *Dragonbox og MathRun: Undervisning i nytt format: En analyse av gameplay elementer i spill, og vurdering av positive konsekvenser i en undervisningssituasjon*.

Tufte, P. A. (2018). *Hvordan lese kvantitativ forskning?* Cappelen Damm akademisk.

Undervisningsdepartementet, K.-o. (1987). Mønsterplan for grunnskolen. I. Oslo, Aschehoug.

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag* (MAT1-04). https://www.udir.no/kl06/mat1-04/hele/kompetansemaal/kompetansemal-etter-7.-arssteget

Utdanningsdirektoratet. (2019). *Hva er kjerneelementer?* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/

Utdanningsdirektoratet. (2019). *Kompetansemål og vurdering etter 3.trinn* (MAT01-05). https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv22

Utdanningsdirektoratet. (2019, 18.november 2019). *Hva er nytt i læreplanverket?* Utdanningsdirektoratet. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-nytt-i-lareplanverket/

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.-10.trinn* (MAT01-05). https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob

Veiteberg, J. (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. Nasjonalt læremiddelsenter.

Vennerød-Disen, F. F., Siddiq, F., Smedsrud, J., Bugge, M. & Daus, S. (2021). Innovativ matematikkundervisning på barnetrinnet førte til positive resultater. *NIFU*, *11-2021*.

Wæge, K. & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforlaget.

Vedlegg

Vedlegg 1: horisontal analyse

Dragonbox Skole: Digital plattform					
1. Plassverdi til 10 000					
Lab	Antall	**Læringsquiz**	Antall	**Kjeller**	Antall
Dobbel hundreboks	1	Plassverdi	10	Butikk	2
Plassverdi	7	Sammenlikning	6	Avrunding	1
Total	**8**	Fra ord til store tall	5	Sammenlikning	4
		Likninger	1	Tallspretten	4
		Kort i rekkefølge	1	Større tall: noomer	2
		Tallmønstre	1	Kort i rekkefølge	3
		Dekoder	1	Fra ord til store tall	1
		Total	**25**	Puslespill	2
				Kategorisering	1
				Rutenett	1
				Areal	1
				To og to	1
				Store tall med lyd	2
				Plassverdi	1
				Dragonbox elements	1
				Talltris	1
				Total	**28**

Dragonbox Skole: Digital plattform					
2. Måling					
Lab	Antall	**Læringsquiz**	Antall	**Kjeller**	Antall
		Kort i rekkefølge	20	Gruppering	3
Total	**0**	Multiplikanoom	5	Tallninja	3
		Sammenlikning	9	Tallspretten	4
		To og to	1	Puslespill	2
		Plassverdi	5	Sammenlikning	1

	Dekoder	1	Tallinja	1
	Total	**41**	Butikk	3
			Likninger	1
			To og to	2
			Større tall: noomer	3
			Plassverdi	1
			Avrunding	4
			Rutenett	1
			Kategorisering	1
			Store tall med lyd	2
			Fra ord til Store tall	3
			Ulike operasjoner	1
			Dragonbox elements	1
			Talltris	2
			Total	**39**

Dragonbox Skole: Digital plattform					
3. Divisjon med tallene 0-100					
Lab	Antall	**Læringsquiz**	Antall	**Kjeller**	Antall
Gruppering	7	Gruppering	14	Ulike operasjoner	3
Rutenett	4	Rutenett	7	Tallmønstre	1
Total	**11**	Multiplikanoom	3	Avrunding	3
		Likninger	9	Svele	5
		Dekoder	1	Fra ord til store tall	2
		Total	**34**	Superpoliti	4
				Store tall med lyd	1
				To og to	1
				Plassverdi	2
				Kort i rekkefølge	2
				Sammenlikning	2
				Større tall: Noomer	2
				Kategorisering	3
				Talltris	2
				Dragonbox elements	1
				Total	**32**

Dragonbox Skole: Digital plattform

4. Addisjon og subtraksjon

Lab	Antall	**Læringsquiz**	Antall	**Kjeller**	Antall
Avansert tallinje	5	Avansert tallinje	6	Fra ord til store tall	3
Oppstilte stykker	6	Likninger	7	Avrunding	1
Total	**11**	Plassverdi	20	Tallninja	11
		Dekoder	1	Tallspretten	3
		Total	**34**	To og to	5
				Store tall med lyd	4
				Puslespill	2
				Talltris	2
				Plassverdi	1
				Likninger	3
				Sammenligning	4
				Dragonbox Elements	1
				Total	**40**

Dragonbox Skole: Digital plattform

5. Algoritmer og mønstre

Lab	Antall	**Læringsquiz**	Antall	**Kjeller**	Antall
Algodansen	8	Algotegning	4	Fra ord til store tall	2
Algobot	4	Dekoder	1	Butikk	2
Total	**12**	**Total**	**5**	Tallspretten	3
				To og to	2
				Multiplikanoom	1
				Kategorisering	2
				Gruppering	2
				Areal	1
				Store tall med lyd	1
				Plassverdi	1
				Kort i rekkefølge	2
				Større tall: Noomer	1
				Puslespill	1
				Rutenett	1

		Tallninja	2
		Sammenlikning	3
		Talltris	1
		Dragonbox Elements	1
		Total	**29**

Dragonbox Skole: Digital plattform					
6. Divisjon med tallene 0-100					
Lab	Antall	**Læringsquiz**	Antall	**Kjeller**	Antall
Gruppering	4	Gruppering	8	Fra ord til store tall	2
Tekst og blokkmodell	2	Rutenett	1	Større tall: noomer	1
Rutenett	2	Tallninja	1	Kort i rekkefølge	3
Total	**8**	Plassverdi	8	Butikk	2
		Multiplikanoom	1	Svele	4
		Areal	1	Likninger	2
		Likninger	1	Sammenlikning	2
		Dekoder	1	Plassverdi	1
		Total	**22**	Avrunding	1
				Store tall med lyd	1
				Superpoliti	3
				Multiplikanoom	1
				Talltris	1
				Dragonbox Elements	1
				Total	**24**

Dragonbox Skole: Digital plattform					
7. De fire regneartene					
Lab	Antall	**Læringsquiz**	Antall	**Kjeller**	Antall
Tekst og blokkmodell	11	Avansert tallinje	5	Butikk	2
Avansert tallinje	7	Plassverdi	5	Sammenlikning	5
Rutenett	4	Likninger	5	Tallspretten	4
Total	**22**	Tallninja	6	Større tall: noomer	1
		Større tall: noomer	2	Kategorisering	2
		Gruppering	3	Plassverdi	3

	Rutenett	4	Puslespill	3
	Multiplikanoom	1	Større tall: noomer	1
	Ulike operasjoner	2	Tallninja	1
	Gardin: tell penger	1	Ulike operasjoner	1
	Dekoder	1	Kort i rekkefølge	3
	Total	**35**	Rutenett	1
			Avrunding	2
			Areal	1
			To og to	1
			Store tall med lyd	2
			Gruppering	2
			Fra ord til store tall	1
			Talltris	2
			DragonBox Elements	1
			Total	**39**

Dragonbox Skole: Digital plattform					
8. Divisjon med tallene 0-1000					
Lab	Antall	**Læringsquiz**	Antall	**Kjeller**	Antall
Gruppering	6	Gruppering	10	Fra ord til store tall	2
Tekst og blokkmodell	2	Likninger	5	Butikk	1
Rutenett	2	Plassverdi	4	Superpoliti	6
Avansert tallinje	2	Tallninja	4	Sammenlikning	2
Total	**12**	Rutenett	8	Større tall: noomer	1
		Avansert tallinje	2	Svele	3
		Dekoder	1	Likninger	3
		Total	**32**	Ulike operasjoner	3
				Tallninja	4
				Kort i rekkefølge	1
				Plassverdi	1
				Gruppering	1
				Avrunding	1
				Rutenett	1
				Store tall med lyd	1
				Talltris	2

		DragonBox Elements	1
		Total	**34**

Dragonbox Skole: Digital plattform

9. Geometri

Lab	Antall	**Læringsquiz**	Antall	**Kjeller**	Antall
Geobrett	4	To og to	17	Butikk	2
Total	**4**	Kort i rekkefølge	10	Sammenlikning	1
		Kategorisering	1	Tallspretten	3
		Dekoder	1	Tallninja	2
		Total	**29**	Fra ord til store tall	1
				Sammenlikning	3
				Tallinja	1
				Kategorisering	1
				Plassverdi	1
				Avrunding	3
				Gruppering	2
				Store tall med lyd	1
				Multiplikanoom	2
				Puslespill	1
				To og to	1
				Areal	1
				Talltris	1
				DragonBox Elements	1
				Total	**28**

Vedlegg 2: vertikal analyse

Geometri

Oppgave	Problemløsing?	Begrunnelse
10.1 A	Nei	
10.1B	Få elementer	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder.
10.2 A	Nei	
10.2 B	Nei	
10.2 C	Nei	
10.2 D	Få elementer	Elementer: Prosess Flere løsningsmetoder
10.3 A	Nei	
10.3 B	Nei	
10. 4 A	Nei	
10.5 A	Nei	
10.5 B	Flere elementer	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder Prosess Ukjent løsningsmetode uten en gitt fremgangsmåte.
10.5 C	Flere elementer	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder Prosess Ukjent løsningsmetode uten en gitt fremgangsmåte.
10.6 A	Nei	
10.6 B	Få elementer	Elementer: Prosess Flere løsningsmetoder
10.6 C	Få elementer.	Elementer: Prosess Flere løsningsmetoder
10.6 D	Flere elementer.	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder Prosess Ukjent løsningsmetode uten en gitt fremgangsmåte.
10.7 A	Nei	

10.7 B	Nei	
10.7 C	Nei	
10.8 A	Nei	
10.8 B	Nei	
10.8 C	Nei	
10.9 A	Nei	

Digitale økter: Geometri

Oppgave	Type ressurs	Problemløsing?	Begrunnelse
		TREKANTER	
10.1	Lab - Geobrett	Få elementer	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder
10.1	Quiz - To og to	Nei	
10.1	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
10.1	Quiz - to og to	Nei	
10.1	Quiz - butikk	Nei	
10.1	Quiz - sammenligning	Nei	
10.1	Quiz - tallspretten	Nei	
		PARALLELLE LINJER	
10.2	Quiz - to og to	Nei	
10.2	Quiz - to og to	Nei	
10.2	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
10.2	Quiz- to og to,	Nei	
10.2	Quiz - tallinjen	Nei	
10.2	Quiz - tallene 0-10000	Nei	
10.2	Quiz - vekt 1- 500 kg	Nei	
10.2	Quiz - tallinjen 0-10000	Nei	

VINKLER			
10.3	Quiz - To og to	Nei	
10.3	Quiz- Kort i rekkefølge	Nei	
10.3	Quiz - To og to	Nei	
10.3	Quiz- Kort i rekkefølge	Nei	
10.3	Quiz- Kategorisering	Nei	
10.3	Quiz- Plassverdi	Nei	
10.3	Quiz - Avrunding	Nei	
10.3	Quiz- Gruppering	Nei	
FIRKANTER			
10.4	Lab - Geobrett	Få elementer	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder
10.4	Quiz - To og to	Nei	
10.4	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
10.4	Quiz - To og to	Nei	
10.4	Quiz - Store tall med lyd	Nei	
10.4	Quiz- Multiplikanoom	Nei	
10.4	Quiz - Tallspretten	Nei	
MANGEKANTER			
10.5	Lab - Geobrett	Få elementer	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder
10.5	Quiz - To og to	Nei	
10.5	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
10.5	Quiz - To og to	Nei	
10.5	Quiz - Puslespill	Nei*?	
10.5	Quiz - Gruppering	Nei	
10.5	Quiz - Avrunding	Nei	
10.5	Quiz - Sammenligning	Nei	

VINKLER I TODIMENSJONALE FIGURER			
10.6	Lab - Geobrett	Få elementer	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder
10.6	Quiz - To og to	Nei	
10.6	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
10.6	Quiz - to og to	Nei	
10.6	Quiz - Tallinje	Nei	
10.6	Quiz - Sammenligning	Nei	
10.6	Quiz - Multiplikanoom	Nei	
10.6	Quiz - to og to	Nei	
TREDIMENSJONALE FIGURER. KANTER HJØRNER OG FLATER			
10.7	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
10.7	Quiz - To og to	Nei	
10.7	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
10.7	Quiz - To og to	Nei	
10.7	Quiz - Multiplikanoom	Nei	
10.7	Quiz - avrunding	Nei	
10.7	App (?) - Talltris	Nei	
TREDIMENSJONALE FIGURER - ULIKE FORMER			
10.8	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
10.8	Quiz - To og to	Nei	
10.8	Quiz - Kategorisering	Nei	
10.08	Quiz - To og to	Nei	
10.8	Quiz - Butikk	Nei	
10.8	Quiz - Areal	Nei	
10.8	Quiz - Tallspretten	Nei	
OPPDRAGET			

10.9	Quiz - tempeltull	Ren Problemløsing.	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder Prosess Ukjent løsningsmetode uten en gitt fremgangsmåte. Genuin utfordring Kan bruke heuristikker
10.9	Dragonbox elements	Nei	

Mattestreker 4A: Måling

Oppgave	Problemløsing?	Begrunnelse
3.1 A	Flere elementer	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder Prosess Ukjent løsningsmetode uten en gitt fremgangsmåte.
3.1B	Få elementer	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder Prosess
3.2 A	Nei	
3.2 B	Nei	
3.3 A	Nei	
3.3 B	Få elementer	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder
3.3 C	Nei	
3. 4 A	Nei	
3.4 B	Nei	
3.4 C	Nei	
3.5 A	Nei	
3.5 B	Nei	
3.5 C	Flere elementer	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder Prosess Ukjent løsningsmetode uten en gitt fremgangsmåte. Kognitivt krevende
3.6 A	Nei	

3.6 B	Flere elementer	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder Prosess Ukjent løsningsmetode uten en gitt fremgangsmåte.
3.6 C	Nei	
3.6 D	Nei	
3.7 A	Nei	
3.7 B	Nei	
3.7 C	Kan ha elementer	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder
3.7 D	Nei	
3.8 A	Nei	
3.8 B	Nei	
3.8 C	Få elementer	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder
3.9 A	Nei	
3.9 B	Nei	
3.9 C	Få elementer	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder
3.10 A	Nei	
3.10 B	Nei	
3.10 C	Nei	
3.10 D	Nei	
3.11 A	Nei	
3.11 B	Nei	
3.11 C	Nei	
3.12 A	Nei	

Digitale økter: Måling

Oppgave	Type ressurs	Problemløsing	Begrunnelse
Måling			
3.1	Quiz - Multiplikanoom	Nei	
3.1	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.1	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.1	Quiz - Tallninja	Nei	
31	Quiz - gruppering	Nei	
3.1	Quiz - tallspretten	Nei	
Måle flater med ulike måleenheter			
3.2	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.2	Quiz - Multiplikanoom	Nei	
3.2	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.2	Quiz - Likninger	Nei	
3.2	Quiz - Butikk	Nei	
3.2	Quiz - sammenligning	Nei	
3.2	Quiz - puslespill	Nei	
Måle lengde			
3.3	Quiz - Sammenligning	Nei	
3.3	Quiz- Kort i rekkefølge	Nei	
3.3	Quiz - To og to	Nei	
3.3	Quiz- Kort i rekkefølge	Nei	
3.3	Quiz- To og to	Nei	
3.3	Quiz- Større tall	Nei	
3.3	Quiz - Noomer	Nei	
3.3	Quiz- Tallspretten	Nei	
Kvadratmeter og kvadratcentimeter			
3.4	Quiz - Sammenligning	Nei	
3.4	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.4	Quiz - Multiplikanoom	Nei	

3.4	Quiz -Plassverdi	Nei	
3.4	Quiz- Rutenett	Nei	
3.4	Quiz - Tallninja	Nei	
3.4	Quiz- Avrunding	Nei	
Sammenlikne former og størrelser			
3.5	Quiz - Multiplikanoom	Nei	
3.5	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.5	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.5	Quiz - Sammenligning	Nei	
3.5	Quiz - Kategorisering	Nei	
3.5	Quiz - Gruppering	Nei	
3.5	Quiz - Store tall med lyd	Nei	
3.5	Quiz - Gruppering	Nei	
Tekstoppgaver med areal			
3.6	Quiz - Multiplikanoom	Nei	
3.6	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.6	Quiz - Sammenligning	Nei	
3.6	Quiz - Fra ord til store tall	Nei	
3.6	Quiz - Avrunding	Nei	
3.6	Quiz - Tallspretten	Nei	
Volum med ikke standardiserte måleenheter			
3.7	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.7	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.7	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.7	Quiz - Plassverdi	Nei	

3.7	Quiz - Ulike operasjoner	Nei	
3.7	Quiz - Fra ord til store tall	Nei	
3.7	App (?) - Talltris	Nei	
Måle volum med kubikkcentimeter			
3.8	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.8	Quiz - Plassverdi	Nei	
3.8	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.8	Quiz - Sammenligning	Nei	
3.8	Quiz - Puslespill	Nei	
3.8	Quiz - Butikk	Nei	
3.8	Quiz - Gruppering	Nei	
3.8	Quiz - To og to	Nei	
Anslå volum med ikke standardiserte måleenheter			
3.9	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.9	Quiz - Plassverdi	Nei	
3.9	Quiz - Sammenligning	Nei	
3.9	Quiz - Tallninja	Nei	
3.9	Quiz - Større tall: noomer	Nei	
3.9	Quiz - Tallinja	Nei	
3.9	Quiz - fra ord til stpre tall	Nei	
Måle volum med standardiserte måleenheter			
3.10	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.10	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	

3.10	Quiz - Sammenligning	Nei	
3.10	Quiz - Plassverdi	Nei	
3.10	Quiz - Avrunding	Nei	
3.10	Quiz - Store tall med lyd	Nei	
3.10	Quiz- Tallspretten	Nei	
Gjør om mellom liter og desiliter			
3.11	Quiz - Kort i rekkefølge	Nei	
3.11	Quiz - Plassverdi	Nei	
3.11	Quiz - Sammenligning	Nei	
3.11	Quiz - Sammenligning	Nei	
3.11	Quiz - Større tall: noomer	Nei	
3.11	Quiz - Avrunding	Nei	
3.11	Spill - Talltris	Nei	
Dekoder			
3.12	Quiz -Dekoder	Ren Problemløsing.	Elementer: Finnes flere løsningsmetoder Prosess Ukjent løsningsmetode uten en gitt fremgangsmåte. Genuin utfordring Kan bruke heuristikker
3.12	Spill - Dragonbox elements	Nei	

Samskrivingsdokument

Vi bekrefter at vi har samarbeidet og at vi begge har levert likeverdige bidrag i arbeidet med masteroppgaven. Oppgaven er skrevet i Google Docs hvor vi begge har hatt mulighet til å redigere dokumentet. Vi har fordelt delkapitlene likt mellom oss, og alt analysearbeidet har vi gjort sammen. Vi har ved flere anledninger gått gjennom oppgaven sammen og godkjent hverandres arbeid, slik at vi begge har fått eierskap til hele oppgaven. Begge har deltatt på samtlige veiledningstimer og bidratt til å utvikle oppgaven etter kommentarene vi har fått.

Thea Kristine Johnsen, Bergen 16/5/22

Maren Stenseide, Bergen 16/5/22