



Høgskulen
på Vestlandet

MASTEROPPGAVE

«Men se da...»

Kvaliteter ved matematisk argumentasjon

- en studie av egenskaper som kan bidra positivt i elevers kompetanseuttrykk

Qualities in mathematical argumentation

- a study of features that can contribute positively in students' expression of competence

Andrea Louise Østbø Sjøstrøm

Master i undervisningsvitenskap, fordypning i matematikk

Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett

Institutt for språk, litteratur, matematikk og tolkning

Veileder: Beate Lode

15. mai 2020

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 12-1.

Forord

Med denne oppgaven er fem år på lærerutdanninga ved Høgskolen på Vestlandet over. Årene på HVL har gitt meg kunnskap, frustrasjon, glede og venner for livet. Takk til mine medstudenter gjennom alle disse årene for en fin studietid. Jeg har utviklet meg innen profesjon som jeg nå gleder meg til å ta fatt på i hverdagen.

Arbeidet med denne oppgaven har til tider vært krevende og frustrerende, men det har også vært lærerikt og spennende. Jeg ønsker å takke gjengen på lesesalen for en fin tid sammen før karantenetiden og hjemmekontor tok over. Jeg vil i den sammenheng rette en spesiell takk til mine gode romkamerater, Julia og Astrid, for at dere har gjort denne spesielle tiden rundt innspurten på oppgaven så fin.

Takk til min familie som alltid er støttende når jeg trenger det.

Videre vil jeg rette en takk til lærere og elever på informantskolen for at vi fikk ta av tiden deres. Takk til gjengen på LATACME-prosjektet for at jeg har fått være en del av dere i disse månedene. Til slutt, takk til min veileder, Beate Lode for gode innspill til oppgaven.

Andrea Louise Østbø Sjøstrøm

Bergen, 15. mai 2020

Sammendrag

Denne studien har søkt innsikt i kvaliteter ved elevers matematiske argumentasjon som særlig støtter deres prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. Bakgrunnen for interessen ligger i den nye læreplanen som trer i kraft høsten 2020, hvor resonnering og argumentasjon er deler av kjerneelementene i matematikkfaget (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 3). I tillegg har NOU-utredningen (NOU 2015: 8, 2015) som fremhever viktigheten av matematisk kompetanse i årene fremover bidratt til oppgavens fokus.

Oppgaven er skrevet ut fra et elevperspektiv, men er skrevet med et ønske om å bidra positivt til at lærere kan praktisere en matematikkundervisning hvor de får innsikt i elevers matematiske kompetanse. I studien er muntlige og skriftlige oppgavebesvarelser til elever på sjuende trinn systematisert og analysert for så å identifisere kvaliteter ved argumentasjonen som har en positiv virkning i deres uttrykk for kompetanse. På grunn av deres innflytelse på feltet er Toulmin (2003), Krummheuer (2009) og Kilpatrick (2001) benyttet som teoretisk og analytisk tilnærming til studien.

Analysene av elevenes besvarelser viser at argumentasjonskvalitetene som identifiseres i forbindelse med deres uttrykk for matematisk kompetanse ikke nødvendigvis er de samme i skriftlig og muntlig argumentasjon. I elevenes skriftlige besvarelser er kvalitetene ulik representasjon, hoderegning, forklaring ved tall samt verbal forklaring særlig sentrale i deres prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. I elevenes muntlige besvarelser er det derimot hoderegning, tenkepause og fortsettende ytringer som særlig fremstår som betydningsfulle argumentasjonskvaliteter i prosessen med å uttrykke kompetanse. Felles for disse kvalitetene er at alle kan være verdifulle for læreres søken etter innsikt i elevers matematiske kompetanse.

Et annet sentralt element studien belyser er viktigheten av å variere måtene elever besvarer oppgaver på, og jeg håper at det er noe som kan virke positivt for læreres undervisning.

Abstract

This study has sought insight into qualities in students' mathematical reasoning, which in particular supports their process of expressing mathematical proficiency. The background for this interest lies in the new curriculum which comes into force in the fall of 2020. This curriculum contains reasoning and argumentation as a part of the core elements in mathematics (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 3). The NOU report (NOU 2015: 8, 2015) which emphasizes the importance of mathematical proficiency in the coming years has also contributed to the focus of the thesis.

The thesis is written from a students' perspective. It is written with a desire to contribute positively to teachers being able to practice a mathematical teaching where they can achieve insight in students' mathematical proficiency. Oral and written assignments from students in seventh grade were systematized and analysed to identify qualities with their reasoning that are positive in their expression of proficiency. Because of their impact in the field, Toulmin (2003), Krummheuer (2009) and Kilpatrick (2001) have been used as theoretical and analytical approaches to the study.

The analyses of the students' assignments shows that the qualities that are identified in connection with their expressions of mathematical proficiency are not necessarily the same in written and oral arguments. In the written arguments it is the qualities *different representation*, *mental arithmetic*, *explanation with numbers* and *verbal explanation* that plays a particularly pivotal role in students' process of expressing mathematical proficiency. In the oral arguments on the other hand, it is *mental arithmetic*, *thinking breaks* and *continuing utterances* that appear to be important argumentative qualities in the process of expressing proficiency. Common to all these qualities is that all of them can be valuable in teachers' search for insight in students' mathematical competence.

Another key element the study highlights is the importance of varying the way students answer assignments. I hope that this is something that can be positive for teacher's classroom practice.

Innhold

| | |
|--|------------|
| Forord | I |
| Sammendrag | II |
| Abstract | III |
| Innhold | IV |
| Figuroversikt | VI |
| 1 Innledning | 1 |
| 1.1 Bakgrunn for valg av tema..... | 1 |
| 1.2 Formål med oppgaven og avgrensede problemstilling | 3 |
| 1.2.1 <i>En del av LATACME-prosjektet ved HVL</i> | 5 |
| 1.3 Læring som sosialt betinget | 5 |
| 1.4 Oppgavens disposisjon | 6 |
| 2 Teoretisk rammeverk | 7 |
| 2.1 Kvalitetsbegrepet slik det brukes i denne oppgaven | 7 |
| 2.2 Hva er matematisk argumentasjon? | 8 |
| 2.2.1 <i>Argumentasjon på et generelt plan</i> | 8 |
| 2.2.2 <i>Matematisk argumentasjon</i> | 9 |
| 2.2.3 <i>Argumentere for å lære eller lære for å argumentere?</i> | 11 |
| 2.2.4 <i>Matematiske representasjonsformer brukt i argumentasjon</i> | 12 |
| 2.3 Tidligere forskning..... | 12 |
| 2.3.1 <i>Elevers muntlige argumentasjon i matematikkfaget</i> | 14 |
| 2.3.2 <i>Elevers skriftlige argumentasjon i matematikkfaget</i> | 15 |
| 2.4 Teoretisk rammeverk for analyse..... | 18 |
| 2.4.1 <i>Toulmin (2003) sin argumentasjonsmodell forstått i lys av Krummheuer (2009)</i> | 18 |
| 2.4.2 <i>Operasjonalisering av matematisk kompetanse</i> | 22 |
| 3 Metode | 26 |
| 3.1 Metodisk tilnærming | 26 |
| 3.2 Datainnsamling..... | 28 |
| 3.2.1 <i>Utvalg og kontekst</i> | 28 |
| 3.2.2 <i>Utforming av oppgavesett</i> | 29 |
| 3.2.3 <i>Gjennomføring av datainnsamlingen</i> | 31 |
| 3.2.4 <i>Dokumentasjon av datainnsamlingen</i> | 31 |
| 3.3 Analyseprosessen | 32 |
| 3.3.1 <i>Fremstilling av resultater</i> | 35 |
| 3.4 Etske overveielser..... | 36 |

| | | |
|----------------|--|-----------|
| 3.4.1 | <i>Ivaretagelse av personopplysninger</i> | 36 |
| 3.4.2 | <i>Samtykke</i> | 37 |
| 3.5 | Studiens kvalitet | 37 |
| 4 | Resultater og analyse | 40 |
| 4.1 | Analyse av elevenes muntlige argumentasjon | 42 |
| 4.1.1 | <i>Jens</i> | 42 |
| 4.1.2 | <i>Lasse</i> | 48 |
| 4.2 | Analyse av elevenes skriftlige argumentasjon | 56 |
| 4.2.1 | <i>Trym</i> | 56 |
| 4.2.2 | <i>Vilde</i> | 62 |
| 5 | Diskusjon | 69 |
| 5.1 | Hva kan analysene fortelle om kvaliteter ved elevers muntlige argumentasjon i matematikk? 70 | |
| 5.1.1 | <i>Hoderegning, tenkepause og fortsettende ytringer er hyppig identifisert</i> | 70 |
| 5.1.2 | <i>Hva er det med linking words, spørrende ytringer og verbale forklaringer?</i> | 72 |
| 5.1.3 | <i>Mangfoldighet som en forutsetning for å identifisere andre kvaliteter?</i> | 74 |
| 5.2 | Hva kan analysene fortelle om kvaliteter ved elevers skriftlige argumentasjon i matematikk? 74 | |
| 5.2.1 | <i>Kvaliteter som er identifisert med høy frekvens</i> | 74 |
| 5.2.2 | <i>Linking words i de skriftlige besvarelsene</i> | 78 |
| 5.3 | Skriftlig og muntlig matematisk argumentasjon sett i sammenheng med hverandre | 78 |
| 5.3.1 | <i>Matematisk kompetanse handler om mer enn riktige svar</i> | 78 |
| 5.3.2 | <i>Hvorfor uttrykkes det mer matematisk kompetanse i skriftlige besvarelser enn i muntlige?</i> | 79 |
| 5.3.3 | <i>Hvorfor identifiseres ikke spørrende ytringer med høyere frekvens?</i> | 80 |
| 5.3.4 | <i>Elevenes engasjement for matematikkfaget</i> | 81 |
| 5.3.5 | <i>Viktigheten av å variere måter elevene kan avgi besvarelser på</i> | 81 |
| 6 | Avslutning | 82 |
| 6.1 | Avsluttende refleksjoner og implikasjoner for undervisning | 82 |
| 6.2 | Veien videre | 84 |
| 7 | Litteraturliste | 86 |
| Vedlegg | | a |
| Vedlegg 1: | Utleverte oppgaver | a |
| Vedlegg 2: | Informasjonsskriv og samtykkeskjema | c |
| Vedlegg 3: | Transkribering Anna og Trym | e |
| Vedlegg 4: | Annas skriftlige besvarelse | f |

Figuroversikt

| | |
|---|----|
| Figur 1: Belegg og påstand slik Toulmin (2003) presenterte det | 20 |
| Figur 2: Kjernen i argumentet slik Toulmin presenterte det: belegg, påstand og hjemmel | 21 |
| Figur 3: Toulminmodellen slik Krummheuer benytter den i matematikklasserommet..... | 22 |
| Figur 4: Fremstilling av kvaliteter ved elevers skriftlige argumentasjon ut fra hvor mange ganger de identifiseres i elevenes besvarelser | 41 |
| Figur 5: Fremstilling av kvaliteter ved elevers muntlige argumentasjon ut fra hvor mange ganger de identifiseres i elevenes besvarelser | 42 |
| Figur 6: Jens sine argumenterende ytringer systematisert i Toulmins modell | 44 |
| Figur 7: Presentasjon av Jens sine ytringer ved Toulmins modell, matematiske kompetanser og argumentasjonskvaliteter | 47 |
| Figur 8: Lasse sine argumenterende ytringer systematisert i Toulmins modell | 50 |
| Figur 9: Presentasjon av Lasse sine ytringer ved Toulmins modell, matematiske kompetanser og argumentasjonskvaliteter | 53 |
| Figur 10: Identifisering av verbal forklaring i Lasses muntlige besvarelse | 55 |
| Figur 11: Trym sin skriftlige besvarelse | 56 |
| Figur 12: Trym sine argumenterende ytringer systematisert i Toulmins modell..... | 57 |
| Figur 13: Presentasjon av Trym sine ytringer ved Toulmins modell, matematiske kompetanser og argumentasjonskvaliteter | 60 |
| Figur 14: Vilde sin skriftlige besvarelse | 62 |
| Figur 15: Vilde sine argumenterende ytringer systematisert i Toulmins modell..... | 64 |
| Figur 16: Presentasjon av Vilde sine ytringer ved Toulmins modell, matematiske kompetanser og argumentasjonskvaliteter | 67 |
| Figur 17: Deler av Vildes skriftlige matematiske besvarelse hvor særlig argumentasjonskvaliteten hoderegning identifiseres..... | 76 |
| Figur 18: Deler av Annas skriftlige matematiske besvarelse hvor særlig argumentasjonskvaliteten hoderegning identifiseres..... | 76 |

1 Innledning

I denne studien er kvaliteter ved matematiske argumentasjon blitt undersøkt. Søkelyset settes på kvaliteter ved skriftlig og muntlig argumentasjon som særlig kan ha en positiv virkning i elever på sjuende trinns prosess med å uttrykke matematiske kompetanse. Med bakgrunn i Toulmin (2003) sin betydning for nyere argumentasjonsteori og Krummheuers (2009) forståelse av denne teorien i forhold til matematikkfaget er det disse i tillegg til Kilpatrick, Swafford, & Findell (2001) som er brukt som teoretisk rammeverk for analysene.

I de følgende avsnittene vil jeg presentere bakgrunn for hvorfor valget om å skrive om kvaliteter ved elevers matematiske argumentasjon er tatt, formålet med oppgaven samt en avgrensende problemstilling. Videre vil studiens læringsyn presenteres før det til slutt i kapittelet redegjøres for oppgavens oppbygning.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

I denne oppgaven har det overordnede fokuset vært på matematisk argumentasjon, da flere studier viser at undervisningsmetoder og arbeidsmåter som inneholder argumentasjon kan føre til økt læringsutbytte (Carpenter, Franke & Levi 2003; Cross, 2008; Krummheuer 2007; Krummheuer, 2009; Yackel, 2001). Matematikk handler ifølge Enge & Valenta (2011) om mer enn å komme frem til et korrekt svar, det handler om å forstå hvorfor noe er riktig og å kunne gjøre rede for fremgangsmåter og beregninger. Da argumentasjon handler om å gjøre rede for et syn eller en forståelse er det tydelig at matematikk og argumentasjon henger sammen (Toulmin, 2003).

Gjennom hele grunnskolen skal elevene oppfordres til å forklare og sette ord på sine matematiske tanker, fremgangsmåter og løsninger. Det gjøres blant annet ved å argumentere (Cross, 2008, s. 20). Elevene kan med det få en forståelse for hvorfor matematiske konsepter og prosedyrer er som de er gjennom sin og sine medelevers matematisk argumentasjon (Carpenter et al., 2003, s. 85). At elever setter ord på matematiske tanker og ideer ved argumentasjon kan også gi rom for å uttrykke matematisk kompetanse. Jeg er derfor nysgjerrig på om kvaliteter ved argumentasjon kan fungere som et verktøy lærere kan benytte for å få innsikt i elevers matematiske kompetanse.

Cross (2008, s. 4) fremmer matematisk argumentasjon som er preget av at matematiske ideer deles, forklares og rettfærdiggjøres. Hun hevder at klasseromsdiskusjoner hvor elevene oppfordres til å gjøre dette er en av de mest effektive strategiene for kunnskapsbygging. Dette kan forklare hvorfor matematisk argumentasjon lenge er ansett som en verdifull læringsaktivitet, både skriftlig og muntlig. I LK06 kommer dette frem ved at matematisk argumentasjon blir trukket frem i begge de grunnleggende ferdighetene skrijving og muntlighet (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 4).

Med bakgrunn i den gamle læreplanen fremkommer det at matematisk argumentasjon lenge har vært et aktuelt tema. Denne oppgaven fokuserer imidlertid på ideene bak den nye læreplanen som trer i kraft i 2020. Det viktigste elevene skal lære i hvert fag blir i den nye planen presentert gjennom kjerneelementene. I matematikkfaget er resonnering og argumentasjon et av disse elementene (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 3). Samtidig trekkes argumentasjon fremdeles frem som sentralt både i de muntlige og i de skriftlige ferdighetene, selv om det er noe mer implisitt enn i LK06. I den nye planen (Utdanningsdirektoratet) står det om grunnleggende ferdigheter: «Å kunne skrive i matematikk inneber å beskrive og forklare sammenhengar, oppdagingar og idear ved hjelp av formålstenlege representasjonar», mens «munnlege ferdigheiter i matematikk inneber å skape meining gjennom å samtale i og om matematikk. Det vil seie å kommunisere idear og drøfte matematiske problem, strategiar og løysingar med andre» (2019, s. 4). Videre bærer flere av kompetansemålene preg av argumentasjon og det å begrunne egne tanker og løsninger (Utdanningsdirektoratet, 2019). Kjerneelementene, de grunnleggende ferdighetene samt kompetansemålene tydeliggjør hvor aktuelt det vil være med argumentasjon i skolen i årene som kommer.

I 2015 utredet Ludvigsenutvalget NOU-utredningen *Fremtidens skole*. Denne har spilt en betydelig rolle for utformingen av den nye læreplanen og dermed anses den som sentral for studien. I utredningen ble det blant annet presentert et kunnskapsgrunnlag og foreslått valg for kompetanser for fremtidens skole (NOU 2015: 8, 2015, s. 8). Som en del av det ble fire kompetanser vurdert sentrale for elevenes læring de neste tiårene. De fire kompetansene er 1. fagspesifikk kompetanse 2. kompetanse i å lære, 3. kompetanse i å kommunisere, samhandle og delta, og 4. kompetanse i å utforske og skape (NOU 2015: 8, 2015, s. 18). Punktene er utformet ved et fremtidsrettet perspektiv og de har alle vært sentrale for fornyelsen av skolens fag frem mot høsten 2020 (NOU 2015: 8, 2015, s. 39). Som en del av den

fagspesifikke kompetansen inngår matematisk kompetanse, og utvalget er blant annet opptatt av at denne kompetansen bør øke i skolen i årene fremover (NOU 2015: 8, 2015, s. 47). I årene som kommer vil det altså være et behov for lærere som har økende kunnskap om matematiske kompetanser.

Kompetansebegrepet er i denne studien forstått slik Ludvigsenutvalget definerer det. De skriver at kompetanse innebærer å håndtere utfordringer og å løse oppgaver i forskjellige situasjoner. Videre uttrykkes kompetanse gjennom de handlinger en person foretar seg i ulike aktiviteter (NOU 2015: 8, 2015, s. 19), og argumentasjon blir i denne studien sett på som en slik aktivitet hvor matematisk kompetanse kan uttrykkes.

Slik kompetansebegrepet brukes i denne oppgaven kan det knyttes til kompetanser for læring i matematikk slik Mogens Niss skriver: representasjon- symbol og formalisme- kommunikasjon- hjelpemiddel- resonnement- modellering- problembehandling- og tankegangskompetanse (Niss & Højgaard, 2011). Ludvigsenutvalget viser imidlertid til Kilpatrick et al. (2001) sin forståelse av begrepet knyttet til matematikkfaget (se kapittel 2.4.2 for utgreiing om kompetanser). Følgelig er det denne forståelsen oppgaven viser til. Ludvigsenutvalgets bevisstgjøring av matematiske kompetanser og fagfornyelsens fokus på argumentasjon gjør at studiens tema anses som relevant og viktig for fremtidens skole. For å fremheve viktigheten av studien rundt matematisk argumentasjon ytterligere trekkes Carpenter et al. (2003, s. 85) frem. De skriver at argumentasjon er en så sentral del av matematikken at selv ikke de yngste elevene kan oppnå matematisk forståelse uten å bli oppfordret til å argumentere.

1.2 Formål med oppgaven og avgrensende problemstilling

Formålet med denne oppgaven er å gi lærere et bevisst forhold til kvaliteter ved elevers argumentasjon som bidrar positivt i deres prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. Ved å skape bevissthet rundt argumentasjonskvaliteter kan studien bidra positivt til at lærere kan praktisere en matematikkundervisning som legger til rette for at de får innsikt i elevenes matematiske kompetanse gjennom argumentasjon. I studien undersøkes kvaliteter ved både skriftlig og muntlig argumentasjon. Dette gir en bredere tilnærming og kan virke positivt for elevers muligheter til å uttrykke matematisk kompetanse. Det begrunnes med en studie gjort

av Cross (2008). Hun fant at elever som deltar i matematiske aktiviteter som kombinerer muntlig og skriftlig argumentasjon kan oppnå større forståelse for matematikken enn elever som arbeider med muntlig eller skriftlig argumentasjon alene.

Skolen skal ifølge Kunnskapsdepartementet (2018b) «gi alle elever likeverdige muligheter til læring og utvikling, uavhengig av deres forutsetninger». Med elevmangfoldet som er i skolen må arbeidsformer, uttrykksformer og oppgavebesvarelser derfor tilpasses og varieres for å møte den enkelte eleven og dens behov. Ved å undersøke både den skriftlige og den muntlige uttrykksformen legges det opp til at elever kan møte lærere med kunnskap som gjør at de kan ta hensyn til nettopp deres behov. Studiet rettes derfor også mot elevmangfoldet det er i skolen, og studien har med det et elevperspektiv.

Kunnskap som fremkommer gjennom arbeid med studien gir innsikt og lærdom jeg som individ vil ta med meg videre i mitt yrkesliv. Et supplerende mål er at den også vil styrke andre læreres innsikt, og oppgavens målgruppe er med det vid. På den måten vil oppgaven kunne styrke profesjonen og ikke bare min praksis.

For å peke på kvaliteter ved matematiske argumentasjon som bidrar i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse er oppgaven begrenset til å omhandle følgende problemstilling:

Hvilke kvaliteter kan man finne i elevers matematiske argumentasjon som særlig støtter deres prosess med å uttrykke matematisk kompetanse?

Med denne problemstillingen rettes fokus i oppgaven mot kvaliteter ved matematisk argumentasjon generelt. For at studiet skal ha verdi for et stort elevmangfold, og med bakgrunn i Cross (2008) sin studie velger jeg å jobbe med følgende konkrete forskningsspørsmål:

- 1. Hvilke kvaliteter ved muntlig matematisk argumentasjon kan ha en positiv virkning i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse?*
- 2. Hvilke kvaliteter ved skriftlig matematisk argumentasjon kan ha en positiv virkning i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse?*

For å svare på problemstillingen er oppgavebesvarelser til en sjuendeklasse observert og videre systematisert i Toulmins (2003) modell for argumentasjon. Besvarelsene er så analysert

i forhold til Kilpatrick et al. (2001) sin forståelse av matematiske kompetanser. Til slutt er to dimensjoner ved matematisk argumentasjon undersøkt. For det første har jeg vært interessert i hvilke semiotiske ressurser elever benytter i argumentasjon og som kan virke inn på deres prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. Med det menes både språkbruk og andre representasjoner som benyttes og som fremstår som en del av selve argumentasjonen. For det andre er det sett etter andre kvalitative egenskaper ved muntlig og skriftlig argumentasjon som kan virke inn på elevers uttrykk for matematisk kompetanse.

Ut fra de to dimensjonene er det identifisert noen felles egenskaper som har en positiv virkning i elevers prosess med å argumentere og uttrykke matematisk kompetanse. Det er slike felles egenskaper som trekkes frem som kvaliteter ved elevers matematiske argumentasjon. Ved å benytte Toulminmodellen (2003) og Kilpatrick et al. (2001) sine komponenter for matematisk kompetanse er det sikret at kvalitetene som trekkes frem er deler av et argument, og ikke en ordinær samtale.

1.2.1 En del av LATAcME-prosjektet ved HVL

Oppgaven er en del av LATAcME-prosjektet (Learning about teaching argumentation for critical mathematics education in multilingual classrooms) ved Høgskolen på Vestlandet. Prosjektet går over fire år og har et faglig fokus på Argumentasjon og Kritisk matematikdidaktikk i flerspråklig klasserom. Forskningsoppgaven er under delprosjektet argumentasjon og språklig mangfold. Et overordnet formål med oppgaven vil derfor være å støtte LATAcME-prosjektets mål om å «få innsikt i hva som fremmer eller hemmer lærerstudenter i å lære om å undervise i AKM for elever i flerspråklige klasserom på barnetrinnet» (LATAcME, 2019).

1.3 Læring som sosialt betinget

For å gi leseren en dypere forståelse av forskningsoppgaven og dens stilling i forhold til læring i dagens skole vil jeg kort plassere den innenfor sosiokulturell læringsteori. Studien har utgangspunkt i Vygotskys tanker, hvor et av grunnprinsippene er at læring utspilles i en sosial virksomhet (Lave & Wenger, 2003, s. 43). Det kan utdypes med at læring i denne oppgaven forstås som situert, distribuert og mediert (Dysthe, 2001, s. 43). Førstnevnte omhandler

hvilken sammenheng læring foregår i og at omgivelsene påvirker læringen. Van de Walle, Karp, Bay-Williams, Wray & Brown (2015, s. 51) skriver imidlertid at et individs holdning og handling påvirker og påvirkes av sosiokulturelle praksiser. Dermed er det ikke bare de ytre omgivelsene som påvirker læringen, individet er selv med å påvirke både læring og interaksjon. Konteksten rundt denne studiens datamateriale blir nærmere beskrevet i kapittel 3.2.1.

Læring som distribuert handler om at kunnskap deles mellom deltakerne og at læring derfor er et sosialt fenomen. At læring er distribuert kommer i denne studien tydeligst frem gjennom den muntlige delen av besvarelsene. Disse besvarelsene fremkom i samtaleform hvor kunnskapen ble delt direkte mellom elevene. Jeg velger likevel å plassere også de skriftlige besvarelsene under en sosial læringsteori da elevene også her var mottakerbevisste. Elevenes tanker og ideer ble delt ved å notere dem på arket. På den måten legges det til rette for at en utenforstående mottaker kan få innsikt i deres tanker.

Læring som mediert går inn på at i læringsprosesser er ressursene som benyttes i deling av kunnskap avgjørende for hvordan læringen blir. I opplæringssammenheng er språket den viktigste ressursen (Dysthe, 2001, s. 47). I forbindelse med denne studien ser jeg likevel hele repertoaret av elevenes representasjonsmåter som verdifulle. Det begrunnes med at ulike måter å uttrykke seg på gir ulike muligheter for å uttrykke matematisk kompetanse (Ulland et al., 2018). Derfor kan alle ressursene som benyttes i elevens kunnskapsdeling være aktuelle i prosessen med å identifisere kvaliteter ved deres matematiske argumentasjon.

Sentralt i et sosialt læringssyn er den proksimale utviklingssonen (Lave & Wenger, 2003, s. 147). Lave & Wenger (2003) beskriver denne sonen som avstanden mellom problemløsningsoppgaver en elev evner å løse alene og det en får til ved støtte av, eller ved å arbeide sammen med en som har en annen forståelse enn det en selv har. I studien er utviklingssonen særlig aktuell i elevenes muntlige besvarelser.

1.4 Oppgavens disposisjon

Slik oppgaven er bygget opp trekker jeg i kapittel 2 først frem det som er studiens teoretiske rammeverk. Det innebærer å peke på hvordan kvalitetsbegrepet brukes i oppgaven for så å gjøre rede for matematisk argumentasjon. Det gjøres ved å først vise til Toulmin (2003) og

Krummheuer (2009) sin forståelse for argumentasjon på et vidt plan, før en smalere forståelse berøres ved å se konkret på hva som legges i *matematisk* argumentasjon. Videre belyses tidligere forskning som er særlig sentral for studien. Til slutt blir det teoretiske rammeverket for analyse lagt frem. Det innebærer å greie ut om Toulmins (2003) argumentasjonsmodell samt Kilpatrick et al. (2001) sin forståelse for matematisk kompetanse.

I kapittel 3 forklarer jeg hvordan jeg har gått frem for å svare på problemstillingen. Dette kapittelet er inndelt i flere underkapitler for å best mulig gjøre rede for datainnsamling, analyseprosess samt etiske hensyn og valg som er tatt. Elevbesvarelser fra datainnsamlingen analyseres så i kapittel 4. Her kommenteres særlig fire besvarelser for å gi et detaljert innblikk i de argumentasjonskvalitetene som identifiseres i forbindelse med elevenes prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. I etterkant av analysene er det i kapittel 5 diskutert ulike sider ved funnene for å gi leseren en differensiert forståelse for studiens resultater. Sentrale funn ses også i lys av tidligere studier som kan knyttes til kvaliteter ved elevers matematiske argumentasjon.

I kapittel 6 kommer noen avsluttende ord samt implikasjoner for undervisning før jeg til slutt kommer med noen forslag til videre forskning på temaet.

2 Teoretisk rammeverk

Denne delen av oppgaven inneholder begrepsavklaringer og teori som er sentrale for studien. Gjennom kapittelet vil jeg først gjøre rede for hvordan kvalitetsbegrepet blir brukt i oppgaven da det er sentralt for leserens forståelse av studien. Videre gjøres det rede for matematisk argumentasjon før studier som er sentrale for valg av tema og valg av analyseverktøy presenteres. Dette er for å plassere min forskning i et større perspektiv og se den i lys av andre forskeres funn. Til slutt i kapittelet legges det teoretiske rammeverket for analyse frem.

2.1 Kvalitetsbegrepet slik det brukes i denne oppgaven

Kvalitetsbegrepet har lenge blitt diskutert av ulike aktører, både generelt og innenfor utdanningssektoren. Enda er det likevel ingen enighet om felles definisjoner og innad i utdanningssektoren florerer det ulike forståelser av begrepet (Skulberg & Aaslid, 2019). De

forståelsene for kvalitet i utdanningen som Skulberg & Aaslid trekker frem retter et fokus mot utdannessystemet i et vidt perspektiv. Denne måten å referere til begrepet kvalitet på er imidlertid ikke slik det gjøres i denne oppgaven, da det blir for konkret for studiens fokus. Jeg viser heller til en generell forståelse av begrepet, hentet fra Det Norske Akademis Ordbok (NAOB). Her omtales begrepet som «grad av gode egenskaper» og det er denne forståelsen jeg går ut ifra i studien.

Skulberg & Aaslid peker imidlertid på at for at begrepet skal ha mening må det knyttes til noe utenfor seg selv. De skriver at «Kvalitet er avhengig av kontekst, utdanningsprosesser er ikke effektive intervensjoner, og for å forstå kvalitet må man analysere prosesser og små data i lokale sammenhenger» (Skulberg & Aaslid, 2019, s. 14). Kvalitetsbegrepet må altså sees sammen med en kontekst. I denne studien sees det i sammenheng med elevers matematiske argumentasjon og deres prosess med å uttrykke matematisk kompetanse.

Oppgavens fokus er som tidligere nevnt kvaliteter ved matematisk argumentasjon som særlig støtter elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. De kvalitetene jeg trekker frem i analysene blir sett på som styrkemarkører for argumentasjonen på den måten at de særlig har en positiv virkning i elevenes muligheter til å uttrykke matematisk kompetanse. Kvalitet i denne oppgaven blir med det forstått som felles egenskaper som eksplisitt eller implisitt er resurser i elevenes argumentasjon, og slik støtter deres prosess med å uttrykke kompetanse.

2.2 Hva er matematisk argumentasjon?

2.2.1 Argumentasjon på et generelt plan

Definisjonene på argumentasjon er mange. Jeg vil i denne oppgaven hovedsakelig vise til Toulmin (2003) sin definisjon, forankret i Krummheuers (2009) forståelse av den. Dette fordi Krummheuers forståelse av Toulmins modell for argumentasjon er en betydelig del av det analytiske rammeverket. Toulmin definerer argumentasjon som en påstand og dens medfølgende begrunnelser. Videre slår han fast at argumentasjonen fungerer som et hjelpemiddel til å fronte et syn eller en forståelse. Grepstad (1997, s. 168) utdyper Toulmin sin definisjon med å skrive at «argumentasjon er i vid forstand resonnement som inneheld minst to informasjonar, der den eine informasjonen grunngir den andre». Krummheuer (2009) har

studert argumentasjon på barnetrinnet og har en lignende definisjon. Han sier at argumentasjon vanligvis består av flere påstander som alle spiller en egen rolle i utformingen av argumentet (Krummheuer, 2009, s. 239). Videre skriver han at en argumentasjon fungerer på den måten at en ytring er sikret ved å presentere en konklusjon som ikke blir betvilt (Krummheuer 2009, s. 240). Både Grepstad og Krummheuer sin formulering er i samsvar med slik Toulmins argumentasjonsmodell er utformet. Modellen belyses ytterligere i kapittel 2.4.1.

2.2.2 Matematisk argumentasjon

I den nye læreplanen i matematikk står det at «argumentasjon i matematikk handler om at elevane grunngir framgangsmåtar, resonnement og løysingar og beviser at dei er gyldige» (Utdanningsdirektoratet, 2019). Det knyttes til Pedemonte & Balacheff (2016, s. 105) som hevder matematisk argumentasjon skjer ved at en forsøke å overbevise seg selv eller andre om at et matematisk fenomen, uttrykk eller en påstand er riktig. Ved å se på den nye læreplanen samt Pedemonte & Balacheff blir det klart hvorfor Enge & Valenta (2011) kan hevde, som det fremkom innledningsvis, at matematikk handler om hvorfor noe er riktig, ikke bare hva som er riktig.

Matematisk argumentasjon henger tett sammen med bevis. Bevis baseres på et teorem, en definisjon eller et aksiom og følger en streng logisk oppbygning (Pedemonte & Balacheff, 2016, s. 105). Krummheuer (2009, s. 235) skriver at analyse av argumentasjon i et klasserom ofte oppfattes som en analyse av nettopp bevis. Han skriver imidlertid at dette er en misoppfatning, og at argumentasjon ikke nødvendigvis trenger å knyttes opp mot en logisk slutning slik vi kjenner fra bevisføring. Det følges opp med å si at «There are more human activities and human efforts that are argumentative, but not in a strictly logical sense» (Krummheuer, 2009, s. 235). Dersom de formelt korrekte måtene å argumentere på skulle vært de eneste gyldige formene for matematisk argumentasjon, hevder Toulmin (1969, referert i Krummheuer, 2009, s. 235) at argumentasjon som kommunikasjonsform ikke ville vært aktuelt i hverdagen eller for elever på barneskolen. I så tilfelle ville det ikke hatt noe for seg å undersøke argumentasjon i denne studien. Nå er det imidlertid slik at holdbarheten til et argument ikke nødvendigvis avhenger av om en kommer frem til en konklusjon gjennom

en formelt gyldig argumentasjon. Hva som er et holdbart argument bør ifølge Grepstad (1997, s. 169) heller avhenge av både emne og kontekst.

Grepstads forståelse bygger på Toulmins (2003) to argumentasjonstyper. For å vise at det er behov for ulike argumentasjonsmåter presenterte Toulmin nemlig to ulike typer for argumentasjon. Den første knyttes til matematisk gyldige bevis og omtales som analytisk argumentasjon. En analytisk argumentasjon består av logisk korrekt bevisføring hvor argumentet til slutt består av et utsagn som med logisk nødvendighet må være sann (Toulmin 2003, s. 116).

I en barneskoleklasse som denne studien rettes mot er det imidlertid sjeldent at en ser analytiske argumentasjonsformer (Krummheuer, 2009, s. 236). Det har bakgrunn i elever på barneskolens matematikk- og argumentasjonskunnskaper, og kan knyttes til Piagets teori om barns kognitive utvikling. Han mente at barnet først blir i stand til å tenke abstrakt og løse problemer på en logisk måte når det er elleve-tolv år (Woolfolk, 2004, s. 56). Da elevene først når den alderen mot slutten av barneskolen kan det tenkes at det er årsaken til at kunnskapen og argumentasjonen til elever på barnetrinnet ofte stammer fra konkrete objekter. Konkrete objekter kan være telling på fingre og det å stole på uttalelser og forklaringer til autoritære personer (Krummheuer, 2009). En annen vanlig argumentasjon blant de yngre elevene består av en konklusjon trukket på bakgrunn av noen få tilfeller (Pedemonte & Balacheff, 2016, s. 105). Argumentasjonsformene som er nevnt over og som dominerer på barneskolen presenterte Toulmin som en substansiell argumentasjon (Toulmin, 2003, s. 116).

Krummheuer (2009, s. 249) viser til Toulmins to argumentasjonsformer og hevder i likhet med Grepstad (1997) at hvilken av de to som anses som gyldig avhenger av det feltet du er på og situasjonen argumentasjonen blir til i. Dette knyttes til begrepet sosiomatematiske normer som omhandler normative aspekter ved elevs matematiske aktivitet (Yackel & Cobb, 1996, s. 458). Yackel & Cobb (1996, s. 562) skriver videre at en type sosiomatematisk norm er å opparbeide en felles oppfatning innad i matematikklasserommet om hva som er en gyldig matematisk forklaring. Slike oppfatninger vil variere fra klasserom til klasserom, og standarden for argumentasjon kan dermed ikke bli fastslått på en spesifikk måte. Derfor skal vi heller ikke fremheve den ene eller den andre argumentasjonstypen som en idealtipe. Med

bakgrunn i barneskoleelevers argumentasjonskompetanse vil hovedvekten i denne oppgaven likevel være på substansielle argumentasjonsformer.

I sammenheng med sosiomatematiske normer er det verdifullt å også nevne begrepet «taken as shared» (Yackel, 2001). Med det menes at det i en klasse etter hvert utvikles en norm for hva som oppfattes som felles forståelser og hva som ikke er det. Det som innad i en klasse anses som en felles forståelse er det ikke nødvendig å utdype ytterligere. Derimot er det avgjørende at det som ikke oppfattes som felles forståelser utdypes for å kunne skape mening eller et gyldig argument.

2.2.3 Argumentere for å lære eller lære for å argumentere?

Forholdet mellom argumentasjon og læring er komplekst på grunn av de mange aspektene ved argumentasjon (Schwarz, 2009, s. 92). På en side kobles argumentasjon til skolens samfunnsoppdrag (Kunnskapsdepartementet, 2018a). Dette utdypes Mork (2006, s. 127) ved å si at elevene skal oppdras til å etter hvert kunne delta som aktive og deltakende borgere i et demokratisk samfunn. På en annen side trekkes argumentasjon frem som et middel for å oppnå faglig forståelse i skolen (Mork, 2006, s. 130). Disse to aspektene kan sees i sammenheng med den tosidige forståelse av forholdet mellom argumentasjon og læring som Schwarz skriver om:

“Learning to argue” involves the acquisition of general skills such as justifying, challenging, counterchallenging, or conceding. In contrast “Arguing to learn” often fits a specific goal fulfilled through argumentation, and in an educational framework, the (implicit) goal is to understand or to construct specific knowledge. (2009, s. 92)

Begge aspektene er sentrale for hvorfor argumentasjon skal inn i undervisningen. Videre i denne studien vil det likevel legges vekt på «å argumentere for å lære» fremfor «å lære for å argumentere». Dette er med bakgrunn i forskningsspørsmålet hvor fokuset er på kvaliteter ved matematisk argumentasjon som særlig støtter elevers prosess med å uttrykke matematiske kompetanse, fremfor kvaliteter ved argumentasjonen i seg selv.

2.2.4 Matematiske representasjonsformer brukt i argumentasjon

Ulland, Røskeland & Herheim (2018, s. 125) viser til det matematikdidaktiske begrepet representasjoner for ulike måter å dele kunnskap og uttrykke mening på. I tillegg til det muntlige og skriftlige ord inngår både matematiske symboler, figurer, formler, tabeller, diagrammer, illustrasjoner og grafer som ulike matematiske representasjoner. Også kroppsspråk som å telle på fingrene kan inngå som en representasjonsform innenfor matematikket (Ulland et al., 2018, s. 125), men kroppsspråk som en representasjon vil ikke få oppmerksomhet i denne oppgaven da det er rene muntlige og rene skriftlige besvarelser som undersøkes. Kilpatrick et al. (2001, s. 371) hevder at å kommunisere matematisk og å oppnå en god matematisk forståelse innebærer at en evner å benytte de representasjonene som matematikket byr på, både konkrete og etter hvert også abstrakte. Ved et sosialt læringssyn som denne studien er bygget rundt er det gjennom interaksjon og aktiviteter i klasserommet at det utvikles mening av de ulike representasjonene (Van de Walle et al. 2015, s. 51).

For å skape mening i en matematisk situasjon, skriftlig eller muntlig, benytter en seg ofte av flere representasjoner på en gang. En matematisk tekst forutsetter derfor forståelse for ulike tegnsystemer (Ulland et al., 2018, s. 125). Dette ser jeg som gjeldende også for matematisk argumentasjon, da en matematisk tekst ofte inneholder argumentasjon. Hovik & Solem (2003) bekrefter dette ved å skrive at elever på barnetrinnet ofte benytter flere representasjoner i sine matematiske argumenter. Det kan med det hevdes at matematisk argumentasjon ofte er multimodal (Ulland et al., 2018, s. 125.)

Noen matematiske representasjoner trekkes i denne studien frem som kvaliteter ved elevers argumentasjon. De aktuelle representasjonene anses da som støttende i elevenes prosess med å uttrykke matematisk kompetanse.

2.3 Tidligere forskning

Først og fremst vil jeg trekke frem Stephen Toulmin og hans argumentasjonsstudier. Han har gjennom sine studier (Toulmin, 2003) utformet et analyseredskap for argumentasjon på en generell basis, uavhengig av fagtermer. Han viser til ulike elementer ved argumentasjon som må til for at et argument skal oppfattes som gyldig av alle deltakerne i argumentasjonen.

Elementene som trekkes frem forstås som kvaliteter ved argumentasjon, og de kan benyttes til analyse av både muntlige og skriftlige argumentasjonsprosesser. Et sentralt punkt ved Toulmin sitt analyseredskap er at det retter seg direkte mot gyldigheten av et argument ved å se på forholdet mellom de ulike komponentene i det. Pedemonte & Balacheff skriver:

Toulmin's model is a monological model in the sense that it emphasizes the structure of the argument itself. What is important in this kind of model is not the relationships that exist between arguments, but the relationships between the different components of a given argument. (2016, s. 106)

Ved å se på de ulike komponentene i en elevs argument og forholdet mellom dem kan modellen fungere som et redskap for å identifisere elevens argumentasjonskompetanse.

Pedemonte & Balacheff (2016) viser til et analyseredskap som er videreutviklet fra Toulmin-modellen og som er tilpasset matematisk argumentasjon. Denne tilpassede modellen er navngitt cKÇ modellen. I den trekkes, i tillegg til Toulmins kvaliteter, matematiske representasjoner og handlinger frem som kvaliteter ved matematisk argumentasjon (Pedemonte & Balacheff, 2016, s. 107). Også denne modellen retter seg mot kvaliteter ved elevenes *argumentasjonskompetanse*, fremfor kvaliteter som støtter elever i deres prosess med å uttrykke *matematisk kompetanse* (Pedemonte & Balacheff, 2016, s. 104). Pedemonte & Balacheff (2016) skriver:

We also realized that Toulmin's model was an effective tool to characterize the argumentation in mathematics but that it did not account for the complexity of the knowledge system which is at the basis of argumentation. The introduction of the cKÇ model into the Toulmin's model allows the enrichment of the representation in order to describe some important elements of students' argumentations such as topoi (s. 107).

I likhet med Toulminmodellen er konsentrasjonen med andre ord hovedsakelig rettet mot å lære for å argumentere fremfor å argumentere for å lære (Schwarz, 2009). Sistnevnte er det som er aktuelt i denne studien. Elementene det pekes på i cKÇ modellen forstår jeg som kvaliteter ved matematisk argumentasjon generelt. Noen av kvalitetene som identifiseres ved å analysere studiens datamateriale kan plasseres under disse elementene, da modellen har vært en inspirasjon til hva som kan forstås som kvaliteter ved matematisk argumentasjon. I denne studien er imidlertid en mer konkret vinkling av interesse og modellen vil derfor ikke omtales i stor grad.

2.3.1 Elevers muntlige argumentasjon i matematikkfaget

Samtalen i matematikkfaget har de siste årene fått omtale som et redskap for læring og forståelse (Ulland et al., 2018, s. 123) og jeg vil nå peke på kvaliteter ved muntlige samtaler. Jeg velger å se disse kvalitetene i sammenheng med muntlig argumentasjon, da den muntlige argumentasjonen som undersøkes i studien fremkommer gjennom en muntlig samtalekontekst. Samtalene som det vises til i dette kapitlet kan i noen tilfeller også ha kommet til uttrykk gjennom argumentasjon selv om det ikke er eksplisitt uttrykt. Jeg ser derfor samtalene fra studiene under som relevante til min oppgave, selv om de ikke eksplisitt knyttes til argumentasjon.

Rangnes (2016, s. 74) peker gjennom sin studie på mangfoldighet som en sentral kvalitet ved muntlighet. Hun begrunner det med at elevene får mulighet til å delta i flere samtaletyper enn det typiske IRF-mønsteret (Initiativ-Response-Feedback). En samtale der eleven skal få uttrykke sine tanker og meninger kan ofte være mer gunstig for å få innsikt i elevens matematiske kompetanse enn der eleven svarer på et konkret spørsmål som lærer med en gang evaluerer og gir en tilbakemelding på. En samtale som bryter med det typiske IRF-mønsteret kan også virke inviterende i forhold til å resonnere og argumentere for sine synspunkt og tankemønstre.

Alrø & Skovsmose (2002) har gjennom sin studie rundt dialog og læring i matematikkopplæringen utviklet IC-modellen som peker på ulike kvaliteter ved dialogen i matematikkundervisningen. Aktuelt for denne studien er blant annet deres funn rundt spørsmål. De fant at spørsmål som «hvorfor» ofte fører til «hva om-spørsmål» som igjen kan føre til forsøk på å begrunne. Det utdypes med at i et forsøk på begrunnelse fungerer elevens perspektiv som en kilde til denne begrunnelsen. Dette er i tråd med Herheim (2016) sin studie, hvor han omtaler det å stille spørsmål er en kvalitet ved samtaler. Også andre studier har vist at det kan være læringsfremmende å ytre ideer og tanker i form av spørsmål (Johnsen-Høines & Alrø, 2012; Teasley & Roschelle, 1993).

Som et resultat av spørsmålstypene omtalt i avsnittet over peker Alrø & Skovsmose (2002) også på det å tenke høyt som en kvalitet ved dialogen. Kvaliteten gir rom for at elevenes refleksjoner blir tilgjengelige for medelever og lærer. Det er nødvendig å presisere at et

argument som legges frem ved å tenke høyt ikke nødvendigvis ytres som en absolutt sannhet, men som noe som kan bli vurdert som en.

Et siste moment fra studien til Alrø & Skovsmose (2002) er omformulering. Med det menes å gjenta det som allerede er blitt sagt, men med en annen formulering, for på den måten å skape mening og forståelse for hverandres perspektiv. Videre sier de at omformulering kan føre til at elevene fortsetter på hverandres ytringer. Herheim (2016) hevder at det å fortsette på hverandres ytringer legger til rette for at elevene kan vise interesse for hverandres tanker samtidig som de engasjerer seg i eget perspektiv. På den måten er slike ytringer et godt grunnlag for å diskutere hverandres synspunkter og slik dele sine refleksjoner. Da dette kan gi økt læring ser Herheim fortsettende ytringer som en kvalitet ved matematiske samtaler (2016, s. 81).

Som et avsluttende avsnitt rundt kvaliteter ved elevenes muntlige samtaler vil jeg vise til Geir Mosaker og hans studie omkring samtalepausen (Mosaker, 2009). Av samme årsaker som tidligere velger jeg å se også denne samtalen i sammenheng med elevenes muntlige argumentasjon. Mosaker definerer en samtalepause som «det stille tidsrommet, lengre enn eitt sekund, som oppstår når turtaking finn eller kunne ha funne stad» (2009, s. 20). Med turtaking menes et skifte i hvem som snakker (Mosaker, 2009, s. 19). Han skriver videre at pausene som opptrer i klasserommet kan være potensiale til økt læring, men for at pausene skal være et slikt potensiale må elevene selv ta kontroll over pausen. Mosaker fant gjennom sin studie at det skjer når den kommende ytringen er forventet å komme fra en elev, i tillegg til at ytringen må være meningsbærende i forhold til den samtalen som er under konstruksjon (Mosaker, 2009, s. 20). Samtalepauser som er kontrollert av elevene selv kan føre til både aktive, tenkende, og reflekterte elever. På denne måten kan en samtalepause være et godt utgangspunkt for læring (Mosaker, 2009, s. 21). I denne studien brukes det Mosaker skriver om samtalepausen til å identifisere en argumentasjonskvalitet som omtales som tenkepause. Dette vil bli ytterligere kommentert under analyse- og diskusjonskapittelet.

2.3.2 Elevers skriftlige argumentasjon i matematikkfaget

Som ved samtalene som er belyst ovenfor vil jeg også her knytte argumentasjonen til en kontekst litt utenfor seg selv, nemlig skrivning. Skriftlige forklaringer er en måte for elever å

systematisere tanker på, samt en måte å uttrykke hvordan de tenker (Meaney, Trinick & Fairhall, 2012). Knyttet det til Toulmin (2003) som skriver at argumentasjon er et hjelpemiddel til å fronte et syn eller en forståelse, blir klart at skriving i matematikken kan innebære argumentasjon.

Skriving i faget har ifølge Opsal (2013) ikke fått oppmerksomhet i samme store skala i Norge som det samtalen har. Jeg vil likevel trekke frem at det skrives mye i matematikkfaget, både gjennom hverdagspråk og gjennom et mer formelt symbolspråk (Ulland et al., 2018, s. 122). Studien til Opsal (2013, s. 193) viser at når elevene skriver i matematikkfaget er det ofte i en sammendragsform som gjerne preges av hverdagspråk. Dette funnet støttes av flere studier (se blant annet Clarke, Waywood & Stephens 1993; Ulland et al., 2018). En slik hverdagslig måte å skrive matematisk på innebærer lite bearbeiding av stoff, og gjerne en del avskrift. Clarke et al. (1993, referert i Opsal, 2013, s. 193) hevder at ved å skrive på denne måten formes ikke elevenes matematiske kunnskap. Dette knyttes til fokuset i denne oppgaven da argumentasjon basert på avskrift og gjenfortelling gjerne er bygget på noe en autoritær person har fortalt, for eksempel en lærer. Elevenes autentiske kompetanse er dermed ikke den som kommer til uttrykk. Enge & Valenta (2011, s. 30) viser til Schifter, Bastable & Russel (2008) sitt begrep «å referere til autoriteter» om en slik argumentasjon hvor elevenes egne tanker og ideer ikke er dem som uttrykkes.

Ulland et al. (2018) har funnet at en kombinasjon av utregning og verbal forklaring kan gi et bredere innblikk i elevens forståelse for matematikken enn dersom eleven viser til utregningen alene. Ulland et al. (2018) hevder derfor at læreren får et bedre utgangspunkt for å støtte elevene i sin matematiske utvikling dersom de oppfordres til å skrive en forklarende tekst i tillegg til å vise utregningen. Ulland et al. mener også at det å uttrykke samme informasjon ved hjelp ulike representasjoner er et godt kjennetegn på matematisk forståelse. For å knytte dette til min studie forstår jeg ulike representasjoner som en kvalitet ved skriftlige besvarelser.

Studiene som er nevnt i avsnittene ovenfor omhandler skriving i matematikkfaget generelt, men en studie som tydelig trekker frem en kvalitet med skriftlig argumentasjon er gjort av Cohen, Casa, Miller & Firmender (2015). Ved å benytte Toulmin-modellen som analyseredskap fant de at allerede i andre klasse bruker elevene flittig det de omtaler som «linking words»

(ord som derfor, siden, fordi, dermed, men) for å binde de ulike delene av argumentasjonen sammen. Cohen et al. viser videre til Simpson & Zakaria (2004) som gjennomførte en undersøkelse på voksne der det kom frem at studenter som viste en dyp konseptuell forståelse av matematikken benyttet «linking words» hyppigere enn studentene som kun viste prosedyremessig kompetanse. Konseptuell forståelse kan knyttes opp mot Skemps (1976) begrep relasjonell forståelse, som innebærer å vite hva som kan gjøres og hvorfor det kan gjøres slik i en gitt matematisk situasjon. Det motsatte er en instrumentell forståelse og det knyttes til prosedyremessig kunnskap. Det innebærer å gjøre en matematisk prosedyre uten å ha forståelse for hvorfor den benyttes og hvorfor den fungerer som den gjør.

Også Cross (2008) har foretatt en studie som tydelig rettes mot argumentasjon. Hun sier at skriving i matematikk er en aktivitet som fremmer elevers metakognitive tenking. Som følge av det kan skrivingen øke elevers forståelse for matematiske konsepter. Hennes funn er imidlertid at elever som er deltakende i både skriftlig og muntlig matematisk argumentasjon oppnår mer læring enn elever som kun benytter en av delene, eller ingen argumentasjon i det hele tatt.

Mye av forskningen (se for eksempel Clarke et al., 1993; Herheim 2016; Rangnes, 2016; Ulland et al., 2018) som er pekt på i dette kapittelet er rettet mot skriftlige og muntlige besvarelser i matematikk uten å eksplisitt knytte det til elevenes argumentasjon. Jeg har likevel valgt å se disse studiene i sammenheng med min studie da de kvalitetene ved argumentasjon det vises til i mine analyser er uttrykt gjennom samtaler og skriftlige besvarelser. Nå er det imidlertid slik at ikke all skriving og muntlig deltakelse i matematikkundervisningen innebærer argumentasjon. Jeg ønsker derfor å gjennomføre en studie som retter blikket utelukkende mot argumentasjonen i elevenes muntlige og skriftlige ytringer i matematikktimene. På den måten sikres det at de kvalitetene jeg finner er knyttet direkte til elevenes matematiske argumentasjon.

Tidligere studier (se blant annet Evens & Houssart, 2004; Pehkonen, 2000) hvor matematikkoppgaver er blitt gitt til elevene har vist at en majoritet av elevene i mange tilfeller forstår både oppgaven samt selve matematikken. Likevel evner de ikke å gi tilfredsstillende matematiske forklaringer. Elevenes argumentasjonskompetanse kan dermed ikke ukritisk kobles til nivå av matematikkfaglige kompetanse. Med bakgrunn i det ser jeg et behov for å

finne kvaliteter ved elevers argumentasjon som kan ha en positiv virkning i deres prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. Slik jeg ser det trengs det mer forskning på argumentasjon for å lære fremfor å lære for å argumentere, som Toulmin (2003) og Pedemonte & Balacheff (2016) retter seg mot.

2.4 Teoretisk rammeverk for analyse

For å identifisere kvaliteter ved elevers muntlige og skriftlige matematiske argumentasjon som virker støttende i deres prosess med å uttrykke matematisk kompetanse er det nødvendig å greie ut om det teoretiske rammeverket som analysene baserer seg på. Toulmins (2003) tilnærming til argumentasjon, forankret i Krummheuer (2009) dekker argumentasjonsdelen av problemstillingen. Videre er Kilpatrick et al. (2001) sin forståelse av matematisk kompetanse sentral for å belyse problemstillingens kompetansedel. Krummheuers forståelse av Toulminmodellen sammen med Kilpatrick et al. sin forståelse for matematisk kompetanse utgjør med det teoretiske rammeverket for studiens analyser.

2.4.1 Toulmin (2003) sin argumentasjonsmodell forstått i lys av Krummheuer (2009)

For å peke på kvaliteter ved argumentasjon som kan ha en positiv virkning i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse er det nødvendig å først gjenkjenne elevenes argumentasjon. Som grunnlag for å analysere studiens datamateriale er derfor Toulmins (2003) modell for argumentasjon benyttet for å systematisere elevenes besvarelser. I utgangspunktet ble modellen utviklet for allmenn argumentasjonsteori og var opprinnelig ikke utformet til matematikkfaget (Stephen Toulmin, 2019). For å knytte modellen til matematikk vises det gjennom oppgaven derfor til Krummheuers (2009) tilnærming, da han har trukket modellen inn i faget.

Krummheuer (2009, s. 239-240) skriver at modellen tar utgangspunkt i at argumentasjon vanligvis består av ulike ytringer som alle spiller en egen rolle i argumentet som vokser frem. Videre bygger modellen på at det er forsøkt å støtte en påstand ved å trekke slutninger fra en annen ytring. I følge Krummheuer utviklet Toulmin modellen for å skjematisk plassere de ulike delene av argumentet for slik å få innsikt i hvordan argumentet er bygget opp. Slik viser modellen hvilke elementer et argument bør inneholde og hvordan de fungerer i forhold til

hverandre. Krummheuer (2009) poengterer at vi vanligvis kun vil se deler av elementene i modellen og at de ofte fremkommer i en annen form enn slik de opprinnelig er beskrevet av Toulmin. For å kunne skissere et bilde av studiens funn blir det i kapittel 3.3 beskrevet hvordan de ulike delene av elevenes argumentasjon kjennes igjen og systematiseres i denne studien.

2.4.1.1 Modellens ulike komponenter

Toulmins (2003) argumentasjonsmodell består opprinnelig av seks komponenter. Med bakgrunn i barneskoleelevers argumentasjonskompetanse som omtalt under kapittelet om matematisk argumentasjon vil jeg videre i studien kun bruke de fire komponentene som Krummheuer (2009) viser til. De to siste blir brukt i mer komplekse argumentasjoner enn det de fleste elevene i studien evner å utforme. Begrepene Krummheuer bruker er conclusion, data, warrant og backing. For å føre et flytende språk i teksten benyttes Grepstad (1997, s. 171) sin oversettelse. Begrepene som blir benyttet videre i oppgaven er derfor henholdsvis påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning.

Påstand og belegg

Toulmins (2003) definisjon på argumentasjon er som nevnt at en påstand og dens medfølgende begrunnelser. Dette utdypes av Krummheuer (2009, s. 240) som sier at argumentasjon fungerer slik at en påstands gyldighet sikres ved å fremlegge en faktaopplysning som ikke betviles, for så å presentere påstanden som en konklusjon. Påstanden som skal sikres blir med andre ord støttet ved å bruke opplysninger vi vet er sanne (Grepstad, 1997, s. 171). For at argumentet skal være gyldig må disse faktaopplysningene oppfattes som gjeldende for alle argumentasjonens deltakere.

I Toulmins argumentasjonsmodell kalles hovedpåstanden for påstand og den støttende faktaopplysningen for belegg. Hvordan disse elementene er fremstilt i modellen er presentert i figur 1:



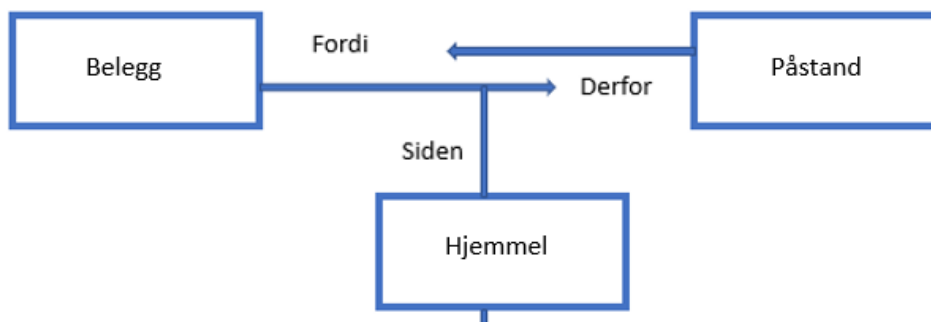
Figur 1: Belegg og påstand slik Toulmin (2003) presenterte det

Som vist i figur 1 kan altså deler av et argument uttrykkes som påstand, fordi belegg eller belegg, derfor påstand (Krummheuer, 2009, s. 241). Krummheuer skriver videre at enhver argumentasjon bestående av en påstand som blir ansett som sann er avhengig av en slik faktaopplysning som belegget opererer som. Dette kan knyttes til det Grepstad (1997, s. 168) skriver om at det er nødvendig med to informasjoner for at man skal ha et argument.

Hjemmel

Ytringer som i en argumentasjon fungerer som belegg kan også betviles. Krummheuer (2009, s. 241) skriver at dersom de ulike aktørene i en argumentasjon ikke enes om gyldigheten til en faktaopplysning kan det bli behov for en ytterligere komponent for å bekrefte påstanden. Denne argumentasjonskomponenten presenterte Toulmin (2003) som hjemmel. Hjemmelens oppgave er å knytte belegget til påstanden ved å legitimere eller utdype belegget ved generelle, hypotetiske påstander (Krummheuer, 2009, s. 242). Da elevene i denne oppgaven er bedt om å argumentere ut fra en konkret oppgave velger jeg imidlertid å se bort fra at hjemmelen må være generelle, hypotetiske påstander. Som Meaney (2007, s. 684) ser jeg hjemmelen i et videre perspektiv, slik at den kan være en hvilken som helst ytring så lenge den knytter belegget til påstanden.

For å visualisere beleggets rolle kan skjemaet utvides som vist i figur 2:



Figur 2: Kjernen i argumentet slik Toulmin presenterte det: belegg, påstand og hjemmel

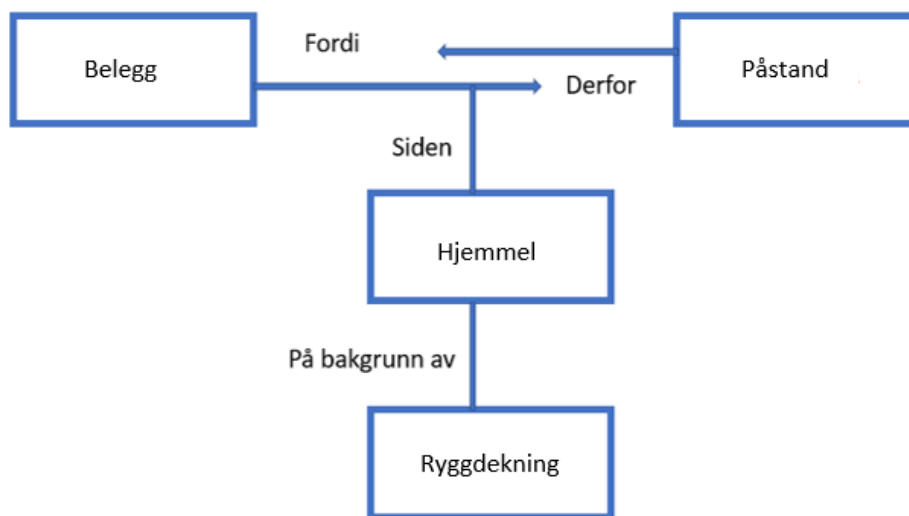
Det som fremkommer i figuren over omtales som kjernen i et argument og er formelt sett den minste formen for argumentasjon (Krummheuer, 2009, s. 243). I denne studien er det argumentasjon bestående av minst kjernen som danner grunnlaget for å identifisere kvaliteter som har en positiv virkning i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. Krummheuer viser videre til Toulmin (1969) som sier at "Provided that correct warrant is employed, any argument can be expressed in the form 'data;warrant; so conclusion' and so become formally valid" (2009, s. 243). Med dette forstår jeg at har du kjernen til elevenes argumentasjon kan den uttrykkes som belegg, siden hjemmel, derfor påstand. Argumentet vil da oppfattes som gyldig.

I følge Singletary & Conner (2015) er hjemmelen den delen av en argumentasjon hvor resonnering uttrykkes. Dermed er det tydelig at hjemmelen er sentral i denne oppgaven, da resonnering slik det fremkommer i kapittel 2.4.2 er del av elevers matematiske kompetanse (Kilpatrick et al., 2001, s. 129).

Ryggdekning

I noen sammenhenger kan det være gunstig å stille seg spørsmålet hvorfor en gitt hjemmel skal aksepteres som en autoritet. Hva er det med hjemmelen som kobler belegget til påstanden? For å sikre hjemmelen utviklet Toulmin enda en komponent til modellen, omtalt som ryggdekning (Krummheuer, 2009, s. 243). I følge Krummheuer (2009, s. 249) kan kjernen i et argument sikres ved at den gjennom ryggdekningen knyttes til allment aksepterte påstander. I matematikksammenheng kan slike påstander være i form av regler, splitte opp tall, symbolisere tall eller å ta i bruk konkreter (Krummheuer, 2009, s. 244). Ved å vise til noen

av de mest anerkjente argumentasjonsstrategiene blant andreklassinger gjør Krummheuer det klart at i hvilken grad en ryggdekning oppfattes som allmenn er kontekststavhengig. Dette har å gjøre med elevers varierende matematiske kompetanse samt sosiomatematiske normer som er utarbeidet i det gitte klasserommet (Yackel, 2001). Hva andreklassinger oppfatter som en allment akseptert ytring kan være ulik det en matematiker anser som universelt. På samme måte kan elevene som deltok i denne studien ha andre oppfatninger om hva som er allment aksepterte ytringer enn det jeg som forsker anser som universelt.



Figur 3: Toulminmodellen slik Krummheuer benytter den i matematikklaserommet

Figur 3 gir en visuell fremstilling av Toulminmodellen slik Krummheuer benytter den i matematikklaserommet (Meaney, 2007, s.683). Som følge av det går denne studien også kun inn på påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning.

2.4.2 Operasjonalisering av matematisk kompetanse

Matematisk kompetanse er et sentralt begrep i oppgavens problemstilling. For å kunne diskutere problemstillingen på en tilfredsstillende måte vil det derfor nå gjøres rede for hva som legges i matematisk kompetanse i denne studien. Ved å gjøre det legger jeg til rette for å kjenne igjen hvor og hvordan matematiske kompetanse kommer til uttrykk når elever argumenterer matematisk.

2.4.2.1 Kilpatrick, Swafford & Findell (2001) sin forståelse av matematisk kompetanse

Kompetanse innen matematikk er et veldiskutert tema og flere oversikter er laget for at det skal være mulig å operasjonalisere kompetansen. Med bakgrunn i NOU-utredningen *Fremtidens skole* (NOU 2015: 8, 2015) og dens betydning for fagfornyelsen i de nye læreplanene har jeg valgt å vektlegge utvalgets forståelse av kompetansebegrepet i matematikk. Som en overordnet definisjon på kompetansebegrepet i skolen skrives det:

Kompetanse betyr å kunne mestre utfordringer og løse oppgaver i ulike sammenhenger og omfatter både kognitiv, praktisk, sosial og emosjonell læring og utvikling, inkludert holdninger, verdier og etiske vurderinger. Kompetanse kan utvikles og læres og kommer til uttrykk gjennom hva personer gjør i ulike aktiviteter og situasjoner. Kunnskaper, ferdigheter, holdninger og etiske vurderinger er forutsetninger for og deler av det å utvikle kompetanse. For å vise kompetanse må elevene ofte bruke ulike kunnskaper, ferdigheter og holdninger i sammenheng. (NOU 2015: 8, 2015, s. 19)

For å få en fagspesifikk forståelse av kompetansebegrepet viser utvalget også til fem komponenter for matematisk kompetanse. Disse er opprinnelig utviklet av Kilpatrick et al. (2001). Det vil derfor henvises til disse forfatterne videre i oppgaven, med to unntak: begrepsbruk og språk. Kilpatrick et al. (2001) bruker nemlig begrepet matematisk *kyndighet* som et samlebegrep for de momentene de mener er nødvendige for en suksessfull matematikkopplæring. Derimot er matematisk *kompetanse* mer kjent i norsk sammenheng og det er dette begrepet Ludvigsenutvalget (NOU 2015: 8, 2015) benytter. Som følge av det er det kompetansebegrepet som blir benyttet i studien. De fem komponentene Kilpatrick et al. (2001) belyser er *conceptual understanding*, *procedural fluency*, *strategic competence*, *adaptive reasoning* og *productive disposition*. For å føre et flytende språk i teksten vil de norske oversettelsene som Ludvigsenutvalget bruker være de som benyttes. Når jeg nå skal gå nærmere inn på de fem komponentene for matematisk kompetanse vil de derfor omtales som henholdsvis *forståelse*, *beregning*, *anvendelse (strategisk tankegang)*, *resonnering* og *engasjement* (NOU 2015: 8, 2015, s. 57).

Kilpatrick, Swafford & Findell's (2001) fem komponenter for matematisk kompetanse

Når de fem komponentene nå skal belyses er det nødvendig å først poengtere at de hører sammen og er avhengige av hverandre i utviklingen av matematisk kompetanse. Kilpatrick et al. (2001, s. 116) hevder at kompetanse i matematikk ikke kan bli oppnådd dersom fokuset er

på kun en eller to av disse komponentene. Det kan forklares med at de sees på som ulike aspekter av en kompleks og flerfoldig helhet. Sammen danner de et rammeverk for å diskutere kunnskap, ferdigheter og evner som utgjør matematisk kompetanse.

Den første komponenten som belyses er *forståelse*. Elever med forståelse for matematikken kan mer enn rene matematiske fakta og det å memorere løsningsstrategier. Dette innebærer at de forstår hvorfor en matematisk ide er viktig og i hvilke kontekster den er hensiktsmessig å bruke (Kilpatrick et al., 2001, s. 118). Slik jeg ser det kan forståelseskomponenten knyttes opp mot Skemp (1976) sin bruk av begrepet relasjonelle forståelse.

Videre skriver Kilpatrick et al. (2001) at elever med høy grad av forståelse ser sammenhenger mellom begrep, prosedyrer og matematiske ideer. Det gjør det mulig å ta til seg ny lærdom ved å knytte det til eksisterende kunnskap. Kilpatrick et al. hevder at en klar indikator på forståelse hos en elev er dersom eleven evner å representere en matematisk situasjon på ulike måter. Å være klar over at ulike representasjoner passer i ulike matematiske sammenhenger indikerer at eleven har forståelse for emnet det jobbes med. Dette begrunnes med at det å tolke, forstå, benytte og veksle mellom ulike representasjoner er sentralt innenfor forståelseskomponenten (Kilpatrick et al., 2001, s. 119).

Et siste poeng jeg vil belyse i sammenheng med forståelse er at lærere ofte ser etter tegn på forståelse hos elevene ved å se på hvordan de uttrykker seg verbalt om konsepter og representasjoner. Dette fører gjerne til en misledende oppfatning av elevens forståelse, da forståelsen ifølge Kilpatrick et al. (2001, s. 118) ikke må å være eksplisitt. Det følges opp ved å si at elevene ofte forstår før de evner å uttrykke hva som er forstått og hvordan de har forstått det.

Videre gjøres det rede for komponenten *beregning* som handler om prosedyrekunnskap. Det innebærer kunnskap om når og hvordan ulike prosedyrer utføres hensiktsmessig, nøyaktig og fleksibelt (Kilpatrick et al., 2001, s. 121). Kilpatrick et al. skriver videre at i bergringekomponenten ligger også det å være effektiv og korrekt i utførelsen av prosedyrer. Eleven må dermed ha et vidt spekter av ulike prosedyrer å kunne veksle mellom for å velge den som er passende i en gitt matematisk situasjon.

Den neste komponenten Kilpatrick et al. (2001, s. 124) viser til er *anvendelse (strategisk tankegang)*. For å føre en ryddig struktur vil jeg videre i oppgaven hovedsakelig kun bruke

anvendelse der jeg omtaler komponenten. Den handler om elevers evne til å identifisere og å formulere matematiske problem, for så å kunne representere dem på ulike måter. Tall, symboler, ord og grafer trekkes frem som eksempler på representasjoner som elever benytter for å uttrykke matematiske problem. For å gi uttrykk for matematisk kompetanse ved anvendelseskomponenten skriver Kilpatrick et al. i tillegg at eleven må evne å finne en gyldig løsningsstrategi for å løse det matematiske problemet han eller hun står over.

Komponenten gjenkjennes også ved at elever varierer mellom å resonnerer, gjette- og sjekke, benytte algebraiske løsningsmåter samt andre løsningsmetoder som passer det gitte problemet og konteksten det befinner seg i. En elev med strategisk tankegang i en problemløsningsprosess kan altså komme opp med ulike tilnærminger til et gitt problem (Kilpatrick, 2001, s. 127).

Et annet moment det pekes på i artikkelen er at for å representere et problem riktig må eleven fremstille en representasjon som får frem kjerneelementene i det matematiske problemet. Eleven må også evne å se bort fra uviktig informasjon (Kilpatrick et al., 2001, s. 124). Det hevdes videre at for å kunne trekke ut kjernen i problemet må eleven skille hva som er kjent og hva problemet spør etter (Kilpatrick et al., 2001, s. 125).

Resonnering er den komponenten det så redegjøres for. Ifølge Kilpatrick et al. (2001, s. 129) viser den til evnen til å tenke logisk rundt sammenhenger mellom konsept og situasjon. Komponenter handler om å kunne forklare sin tankegang, følge med i andres resonnering og vurdere hvor gyldig et resonnering er. I det ligger evnen til å rettferdiggjøre den matematiske ytringen som legges frem (Kilpatrick et al., 2001, s. 130). Resonneringskomponenten henger i seg selv sterkt sammen med matematisk argumentasjon.

Endelig belyses *engasjement*. Slik komponenten av matematisk kompetanse beskrives av Kilpatrick et al. (2001, s. 131) innebærer den å se matematikken som både verdifull og nyttig. Å se at innsats fører til læring blir trukket frem som sentralt. Avslutningsvis pekes det på at å se mening med matematikken er nødvendig for at de fire andre komponentene skal utvikles. Engasjementskomponenten er med det avgjørende for elevenes utvikling av komponentene forståelse, beregning, anvendelse og resonnering.

3 Metode

Denne studien har hatt som formål å gi lærere et bevisst forhold til argumentasjonskvaliteter som kan bidra positivt i elevers prosess med å argumentere og uttrykke matematisk kompetanse. I denne delen av oppgaven er det gjort rede for de ulike metodiske valgene som er tatt for å kunne svare på oppgavens problemstilling på en hensiktsmessig og troverdig måte. Da studien er en del av LATACME-prosjektet ved HVL er noen metodiske valg tatt etter rammer der fra. Gjennom kapittelet forklarer jeg hvordan prosessen med å samle inn data har vært og hvorfor jeg mener metoden som er brukt og de data som er samlet inn, egner seg til å kunne svare på problemstillingen. Videre beskriver jeg analyseprosessen og forskningsetiske hensyn som er tatt. Til slutt kommenteres studiens kvalitet.

Gjennomføring av datainnsamling ble gjort sammen med en medstudent da våre prosjekter er utformet på en slik måte at vi kan benytte samme empiri. For å skille metodiske valg vi to har tatt sammen og valg som jeg har tatt alene vil jeg videre i kapittelet benytte *vi* for valg vi har tatt sammen og *jeg* for valg som er tatt av meg.

3.1 Metodisk tilnærming

Med bakgrunn i overnevnte formål er følgende problemstilling formulert: *Hvilke kvaliteter kan man finne i elevers matematiske argumentasjon som særlig støtter deres prosess med å uttrykke matematisk kompetanse?*

To forskningsspørsmål er benyttet for å begrense oppgaven ytterligere:

1. *Hvilke kvaliteter ved muntlig matematisk argumentasjon kan ha en positiv virkning i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse?*
2. *Hvilke kvaliteter ved skriftlig matematisk argumentasjon kan ha en positiv virkning i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse?*

I problemstillingen inngår begrepene matematisk kompetanse og matematisk argumentasjon. Førstnevnte viser til Kilpatrick et al. (2001) sine komponenter for matematisk kompetanse mens argumentasjonsbegrepet i studien er knyttet til Toulmin (2003) og Krummheuers (2009) tilnærming til argumentasjon. Problemstillingens fokus på kvaliteter viser til egenskaper ved elevers argumentasjon som kan ha en positiv virkning i deres prosess med å uttrykke

matematisk kompetanse. Med problemstillingen ønsker jeg å forklare den faktiskliggende situasjonen rundt kvaliteter ved både muntlig og skriftlig argumentasjon, og prosjektet har derfor et deskriptivt formål (Krogtoft & Sjøvoll, 2018, s. 31).

En studie som denne, hvor data samles inn ved hjelp av sanseapparatet, er avhengig av at data bearbeides og tolkes for at konklusjoner skal kunne trekkes og vurderinger tas (Næss & Sjøvoll, 2018, s. 179). For å kunne svare på problemstillingen og kunne peke på den faktiskliggende situasjonen er det derfor arbeidet ved en metode som er inspirert av en hermeneutisk tilnærming. Med det menes det at de besvarelsene elevene avla er bearbeidet og tolket med bakgrunn i min forforståelse. Forforståelse handler om forståelsen en har før en begynner å tolke noe, og i denne sammenhengen innebar det blant annet det som fremkommer i tidligere studier (Kjørup, 2008, s. 75). Forforståelsen min er blitt utfordret ved å studere de ulike delene (elevytringene) for på den måten oppnå en forståelse for helheten (kvaliteter ved matematisk argumentasjon som særlig støtter elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse). Ved å studere delene i forhold til helheten og omvendt i flere omganger har forståelsen vært i en lang revideringsprosess. Med en slik stadig endring i forståelsen har den hermeneutiske spiral vært sentral i utformingen av oppgaven (Dalland, 2012, s. 58).

Metoden for innhenting av data, som innebar observasjon av elever som løste særlig utvalgte oppgaver muntlig, samt innhenting av de samme elevenes skriftlige løsningsforslag på en særlig valgt oppgave er også inspirert av kvalitative metoder. Slike metoder muliggjør ifølge Christoffersen & Johannessen (2012, s. 77) en fleksibel tilnærming til empirien. I tillegg kan den gi meg som forsker dyp innsikt i, samt fylldige og detaljerte beskrivelser av undersøkelsesmaterialet. Det har virket positivt i arbeid med denne studiens problemstilling.

Datamaterialet som er hentet inn og senere analysert er todelt. Del a gikk ut på at et utvalg på åtte elever i par diskuterte en oppgave som la til rette for argumentasjon før de i del b ga en skriftlig, individuell besvarelse på en oppgave. Se vedlegg 1 for oppgavene. For å trekke en vurdering av dataene har jeg foretatt en analyse av elevenes samtaler fra del a samt en analyse av deres skriftlige besvarelser fra del b. Det analytiske rammeverket som er brukt er beskrevet senere i kapittelet. Med denne tilnærmingen har jeg gått i dybden i elevers argumentasjon, og dataene som er samlet inn er innhentet på både gruppe- og individnivå. Dette løftes av Brottveit (2018c, s. 65) frem som kjennetegn på kvalitative studier.

3.2 Datainnsamling

Det er gjennomført en datainnsamling hvor åtte elever fikk utlevert et oppgavesett hvor del a skulle besvares som en muntlig diskusjon i par og del b som en skriftlig, individuell besvarelse. Slik Brottveit (2018a, s. 134) skriver er det viktig å bygge datamateriale på det informantene selv formidler og deres måte å formidle på. Vi har derfor observert og tatt opptak av elevenes diskusjoner. I etterkant av besvarelsene har vi samlet inn de skriftlige besvarelsene for videre analyser. Slik har vi via våre sanser og ved hjelp av lydopptak som supplerende verktøy systematisk samlet inn informasjonen fra elevene slik de uttrykte informasjonen (Næss & Sjøvoll 2018, s. 181) I dette delkapittelet gjøres det rede for valg som er tatt i forhold til informantutvalg og kontekst, utformingen av oppgaver samt gjennomføring og dokumentasjon av datainnsamlingen.

3.2.1 Utvalg og kontekst

Som tidligere nevnt er noen valg gjort av bekvemmelighetsvalg da studien er en del av LATAcME-prosjektet ved HVL. Da LATAcME allerede var i et samarbeid med noen skoler og noen bestemte klasser fikk vi tilbud om å arbeide med en klasse på sjuende trinn. Etter å ha vært i kontakt med læreren i denne klassen ble vi enige om at læreren skulle plukke åtte elever som hadde samtykket om å delta i studien.

I skolesammenheng er det sjeldent at en argumentasjon fremkommer i form av en monolog, og vi kan derfor si at argumentasjon vanligvis er et sosialt fenomen (Krummheuer, 2009, s. 235). I henhold til det sosiale læringssynet som oppgaven er plassert innenfor valgte vi derfor å innhente empiri fra elever i par og ikke individuelt i de muntlige besvarelsene. En innvending her er at vi kunne opplevd å få mer diskusjon i argumentasjonen dersom vi satte flere elever sammen. Vi har likevel valgt å holde oss til par da vi ikke ønsket å risikere passive deltakere, noe som kunne blitt tilfellet ved større grupper.

Før gjennomføring av datainnsamlingen dannet læreren fire elevpar på bakgrunn av hvilke elever som gikk sammen både sosialt og faglig. Et slikt hensiktsmessig utvalg er i tråd med det som er vanlig i kvalitative studier (Thagaard, 1998, s. 51). At vi begrenset oss til åtte informanter har bakgrunn i at kvalitative forskningsmetoder har som hensikt å oppnå detaljrik innsikt og kunnskap om bestemte fenomener (Brottveit, 2018c, s. 66). For å oppnå dette er

det ifølge Thagaard (1998, s. 51) ikke nødvendig med et større utvalg. Ved å konsentrere meg om kun åtte elever har jeg oppnådd en slik detaljrik innsikt og dyp kunnskap om argumentasjonskvalitetene som problemstillingen retter seg mot.

I utgangspunkter ønsket vi at hele klassen skulle arbeide med det samme oppgavesettet av både faglige og sosiale hensyn. Vi ønsket ikke at noen av våre informanter skulle føle på ekskludering og at de gikk glipp av det medelevene deres gjorde i klasserommet. Etter samtale med læreren ble vi likevel samrådd om at det kun var våre informanter som skulle gjennomføre opplegget, og at gjennomgang av oppgavene ble gjort på et grupperom vi fikk tildelt. Det valget rettferdiggjøres med at elevene hadde gitt samtykke til å delta i prosjektet, og at de på ethvert tidspunkt kunne forlate rommet om de ønsket det.

Tidsaspektet ved gjennomføringen av datainnsamlingen ble satt med hensyn til elevenes timeplan og friminutt, igjen med bakgrunn i et ønske om ikke å ekskludere informantene fra det faglige og sosiale som foregår i løpet av en skoledag. Det ble satt av en dobbelttime på gjennomføring av opplegget, og hvert par fikk 30 minutter hver til å gjennomføre oppgavene.

3.2.2 Utforming av oppgavesett

Bakgrunnen for at det er blitt benyttet innsamling av skriftlige oppgavebesvarelser i tillegg til observasjon av muntlige besvarelser bygger på denne studiens plassering innenfor et sosialt læringssyn samt studien til Cross (2008). I hennes studie kommer det frem at elever som deltok i både muntlig og skriftlig argumentasjon viste mer matematisk kunnskap enn de som arbeidet med kun en av delene. Ut fra problemstillingen min samt fokus i min medstudents oppgave ble det utformet et oppgavesett bestående av to deler, del a og del b, se vedlegg 1. Oppgaveteksten presenterte to ulike tilbud som sjefen for Fløibanen kunne benytte for å fikse en ødelagt vogn. I del a ble elevene bedt om å diskutere de ulike alternativene før de i del b individuelt skulle argumentere skriftlig for det alternativet de mente var det beste. Som en måte å differensiere oppgavene på la vi i tillegg med prisinformasjon samt antall reisende med banen hver dag. Kilpatrick et al. (2001) løfter frem kjernen i et matematisk problem som sentral for elevers matematiske kompetanse. I det aktuelle oppgavesettet anses blant annet økonomisk tap i løpet av fire uker ved hjelp av kommunen i forhold til økonomisk tap i løpet av to uker ved hjelp av Rodrigo som problemets kjerne.

Da vi utformet oppgavene hadde vi følgende mål:

- At oppgaven skulle invitere til bruk av argumentasjon
- At oppgaven skulle virke motiverende på elevene slik at de genuint ønsket å løse den

Vi ønsket å lage en oppgave hvor noe var kjent for elevene, men samtidig utfordrende nok til at det var nødvendig med diskusjon for å komme frem til en løsning. Ved å bruke de personlige pronomenene *dere* og *du* i oppgaveteksten har vi ufarliggjort oppgaven, og poengtert at det var deres meninger vi var ute etter. Det finnes ingen riktige og ingen gale svar i en slik oppgaveformulering. For oss var det viktigere at elevene argumenterte fremfor at de kom frem til et riktig svar. Dette ble ikke presisert i oppgaveteksten, men vi gjorde elevene oppmerksomme på det ved gjennomgang før de startet.

Valget om at del a og del b gikk ut på å argumentere for samme situasjon ble tatt fordi da fikk elevene snakket sammen om oppgaven før de gikk for seg selv. På den måten ble det sørget for at alle elevene hadde noe å komme med. Med fokus på *du* i oppgaveteksten til oppgave b ble det tydeliggjort at det likevel var hver enkelt sitt argument som ville bli vektlagt her. Dersom det var uenighet i pardiskusjonen kunne elevene her svare det de selv mente var det beste alternativet.

Da vi ikke møtte elevene på forhånd og ikke visste noe om deres matematikkfaglige nivå, valgte vi å bruke en hverdagslig tone i oppgavene. I oppgave a benyttet vi ord som *venn* for å ufarliggjøre situasjonen, og vi unngikk bevisst å bruke ordet *argumenter* her. Ved å ordlegge oss med *diskuter* og *hvorfor* fikk vi uttrykt samme instruks, men med kjente ord. I oppgave b benyttet vi derimot *argumenter*, da elevene her ville trekke forbindelser til forrige oppgave og på den måten skape mening. For å møte hver enkelt elev og å tilpasse oppgaven til de ulike nivåene elevene var på besluttet vi å ta med informasjon fra Fløibanen. På den måten fikk elevene mulighet til å tilnærme seg oppgaven ut fra nivå og kompetanse.

Som et siste punkt ved oppgaveutforming vil jeg peke på arket som elevene skulle gi sine skriftlige besvarelser på. Her laget vi tre kolonner, hvor hver kolonnen ga rom for ulike representasjonsformer: regne, skrive og tegne. Tanken bak dette var at matematisk argumentasjon er rik i den forstand at det består av ulike representasjoner, og i mange tilfeller er kommunikasjonen multimodal (Ulland et al., 2018). Elevene skulle selv få velge hvilke(n)

representasjonsform de ville bruke, men vi ønsket å gjøre det tydelig at de kunne benytte mer enn verbalspråket for å skape mening.

3.2.3 Gjennomføring av datainnsamlingen

Gjennomføring av datainnsamlingen foregikk gjennom skoledagens to første timer. Vi tok en beslutning om å ikke ha en introduksjonstime med matematisk argumentasjon da vi ønsket å undersøke kvaliteter ved den faktiskliggende argumentasjonen til elevene. Vi startet dermed med å ta med et par inn på tildelt grupperom med en gang timen startet for å gjennomgå oppgaven sammen med elevene før de startet. Elevene pratet seg først gjennom oppgave a før de selv så seg ferdig og startet med notasjoner til oppgave b. Under diskusjonen i oppgave a hadde elevene tilgang på kladdark slik at de som ville kunne benytte det til å notere på. Da den første gruppen var ferdig gikk de tilbake til klasserommet og neste par kom. Slik fortsatte vi til alle fire gruppene hadde gjennomført sine oppgaver.

På forhånd var grad av vår deltakelse og observasjonens åpenhet blitt diskutert. Vi satte klare rammer for våre roller som observatører basert på hva vi anser som hensiktsmessig og etisk forsvarlig. Vi ønsket å få innblikk i elevenes autentiske argumentasjon uten innblanding fra en autoritær person. Vår rolle som observatører gikk derfor ut på å være til stede og observere uten å involvere oss i stor grad. Brottveit (2018b, s. 102) skriver at ved å anvende en slik ikke-deltakende observasjonsmetode vil verdinøytraliteten til observatørobjektene stå sentralt. For å sikre at elevene forstod oppgaven og for å sikre at noe data ble produsert ble vi likevel enige om at vi som forskere kunne bryte inn dersom elevene ikke kom videre. Dette ble gjort en gang og da kun for å peke på andre deler av oppgaveteksten elevene ikke hadde pratet om. Dette vil ikke ha noen betydning for reliabiliteten til empirien da det ikke var ledende mot løsningsmetoder eller argumenter.

3.2.4 Dokumentasjon av datainnsamlingen

Næss & Sjøvoll (2018, s. 181) skriver at observasjon «dreier seg om systematisk innsamling av informasjon fra omverdenen slik den viser seg for oss, og kan ordnes av oss via våre sanser og med supplerende verktøy». Knyttet til vår datainnsamling ser jeg «våre sanser» i sammenheng med at vi var til stede som observatører og noterte hendelser eller utsagn som er vesentlige

for å forstå det som fremkommer i lydopptaket. Lydopptaket ses som «supplerende verktøy», og blir brukt som vår viktigste dokumentasjon gjennom oppgave a.

I oppgave b er det elevbesvarelsene i seg selv som har dannet grunnlaget for dokumentasjonen. Her noterte de på utdelt ark som var klargjort til besvarelsen deres. På forhånd var elevenes navn blitt anonymisert.

3.3 Analyseprosessen

Jeg vil nå gjøre rede for analyseprosessen. Det innebærer å gå nærmere inn på hvordan det analytiske rammeverket er benyttet i nettopp denne studien. Til slutt i kapitlet legges det frem hvordan dataene blir presentert i oppgaven.

For å kunne undersøke forskningsspørsmålene på en tilfredsstillende måte er analyseprosessen delt opp i tre trinn. Trinn 1 innebærer å finne hvor i elevenes besvarelser argumentasjon er til stede for å sikre at kompetansene og kvalitetene som senere trekkes frem inngår i en argumentasjon. Det er gjort ved at transkripsjoner og skriftlige ytringer er systematisert i Toulmins argumentasjonsmodell. Modellen fungerer i denne oppgaven altså *ikke* som et middel for å se på argumentasjonen i seg selv. Krummheuer (2009, s. 247) hevder at de ulike delene i modellen ikke kan bli kjent igjen på overflaten av muntlig språk, de må identifiseres gjennom en passende interaksjonsanalyse. Derfor var transkribering av de muntlige besvarelsene og nøye studering av de skriftlige det første som ble gjort før ytringene ble systematisert i modellen.

Modellens komponenter påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning er alle belyst selv om elevenes argumentasjon ikke oppfyller alle Toulmins (2003) kriterier. En begrunnelse for at alle komponentene likevel belyses i analysene er at modellen fungerer som et nyttig hjelpemiddel i prosessen med å identifisere argumentasjonskvaliteter. At komponentene ikke følger Toulmins strenge kriterier for argumentasjon har gitt meg en større frihet til tolkning, og plasseringen av elevenes ytringer i modellen er dermed kun en mulig måte å systematisere dem på. Under kommenteres derfor kort hva jeg i denne oppgaven legger i de ulike komponentene.

I samsvar med Krummheuer (2009) blir påstanden forstått som en konklusjon på det problemet elevene fikk utlevert. I alle besvarelsene blir påstanden på et vis presentert ved å gi uttrykk for at det er Rodrigo som er det billigste alternativet. Videre fungerer belegget som en faktaopplysning som støtter påstanden, enten ved hjelp av ord eller ved tall som representasjonsform. Da det kun har vært en eller to deltakere i hver av argumentasjonene har det ikke vært viktig om belegget er ansett som gyldig for alle deltakerne. Dette begrunnes også med at jeg i denne studien ikke har vært interessert i elevenes argumentasjonskompetanse.

I prosessen med å plassere ytringer i hjemmelen har jeg særlig vært interessert i å se etter forsøk på resonnering, da det ofte er i hjemmelen dette fremkommer (Singletary & Conner, 2015). Også i hjemmelen har jeg vært åpen for ulike representasjoner som uttrykksform i det elevene knytter belegget til påstanden.

Da hva som oppfattes som allment aksepterte påstander er kontekstavhengig (Krummheuer, 2009) og henger sammen med sosiomatematiske normer (Yackel & Cobb, 1996) har jeg vært åpen for at det kan foreligge implisitte ryggdekninger. Jeg har særlig vært bevisst på begrepet «taken as shared» (Yackel, 2001) som innebærer at allment aksepterte påstander kan oppfattes som så kjente at de oppfattes som unødvendige å kommentere nærmere. Følgelig kan en ytring som antyder at 5 millioner > 2,7 millioner forstås som en implisitt ryggdekning. I de tilfellene hvor ryggdekningen er implisitt og kan knyttes til en konkret matematisk kompetanse eller argumentasjonskvalitet inkluderes den i analysen. I de tilfellene hvor den derimot ikke kan knyttes til en konkret matematisk kompetanse eller til en argumentasjonskvalitet vil den på grunn av problemstillingens fokus ikke kommenteres i stor grad.

Trinn 2 i analyseprosessen innebærer å finne hvor i argumentasjonen elevenes matematiske kompetanse kommer til uttrykk. På den måten sikres det at kvalitetene som forskningsspørsmålet er ute etter kan knyttes til elevenes prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. Dette er gjort ved å undersøke om Kilpatrick et al. (2001) sine komponenter for matematisk kompetanse kan kjennes igjen i elevenes argumenterende ytringer og hvor de i så tilfelle finnes. I denne prosessen er de ulike komponentene kodet som følgende: Forståelse (F), Beregning (B), Anvendelse (A), Resonnering (R) og Engasjement (E).

Kilpatrick et al. (2001) skriver at komponentene er avhengige av hverandre og at man ikke kan oppnå matematisk kompetanse ved å kun fokusere på en av dem. I denne studien vises det likevel grundig til en og en av dem. Jeg vil derfor poengtere at de ulike kvalitetene ikke er støttende i prosessen med å uttrykke en komplett matematisk kompetanse. De fungerer heller som indikatorer på at deler av den matematiske kompetansen uttrykkes.

Av komponentene til Kilpatrick et al. (2001) er det kun i beregningskomponenten at det å være korrekt i utførelsen av prosedyrer bli løftet frem som et kjennetegn. Sees komponentene under ett kommer det frem at matematisk kompetanse innebærer mye mer enn riktige eller gale svar. I søket etter uttrykk for matematisk kompetanse har jeg derfor vært bevisst at det ikke er viktig for studien om elevenes utregninger er riktig utført, eller om det svaret de presenterte var nøyaktig og korrekt. For å begrunne dette ytterligere trekker jeg frem besvarelsen til Vilde (se kapittel 4.2.2 for detaljert analyse). Besvarelsen hennes er noe unøyaktig, men ytringene kommenteres likevel fordi det identifiseres kvaliteter i dem som kan ha en positiv virkning i hennes prosess med å uttrykke kompetanse. Ytringene vil derfor ha verdi for studien, til tross for at ikke alle prosesser er nøyaktig og korrekt utførte.

Analyseprosessens trinn 3 undersøker om det kan identifiseres spesielle egenskaper ved selve argumentasjonen, som er særlig støttende i elevenes prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. I denne prosessen studeres argumenterende ytringer hvor elevene uttrykker matematisk kompetanse, for så å se om det er noen felles egenskaper som virker positive i deres prosess med å uttrykke kompetansen. Disse egenskapene blir i oppgaven trukket frem som kvaliteter ved elevers argumentasjon. I dette tredje trinnet er to dimensjoner ved elevers argumenterende ytringer undersøkt for å identifisere argumentasjonskvaliteter. Dimensjonene er 1) semiotiske ressurser som språk og andre representasjoner og 2) andre kvalitative egenskaper ved matematisk argumentasjon som kan virke støttende i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. Ved å undersøke begge dimensjonene legges det til rette for å kunne identifisere et vidt spekter av kvaliteter.

I prosessen med å undersøke de to dimensjonene er det sett etter kjennetegn på kvaliteter som tidligere er bestemt (Alrø & Skovsmose, 2002; Cohen et al., 2015; Herheim, 2016; Mosaker, 2009; Ulland et al., 2018). I tillegg er det undersøkt om det kan identifiseres nye kvaliteter ved elevers argumentasjon. De nye kvalitetene som identifiseres i tilknytningen til

de argumenterende ytringene vurderes med henblikk på betydningen de kan ha med tanke på uttrykk av matematisk kompetanse hos elever på sjuende trinn.

Det er nødvendig å poengtere at målet har vært å finne kvaliteter som ved flere tilfeller virker støttende i prosessen med å uttrykke matematisk kompetanse, uavhengig av hvor mange elever som benytter den gitte kvaliteten. Så lenge en kvalitet gjennomgående er benyttet fire eller flere ganger anses den som frekvent. Det begrunnes med at dette er en kvalitativ studie hvor et relativt lite datagrunnlag vil være representativt og gyldig for problemstillingen (Thagaard, 1998, s. 51).

3.3.1 Fremstilling av resultater

De tre trinnene er gjennomført på hele datamaterialet som består av åtte skriftlige og åtte muntlige besvarelser. Ved de grundige analysene er det på grunn av omfangsbegrensninger kun presentert fire elevbesvarelser, to fra hver av uttrykksformene. Valg av besvarelser som presenteres er tatt med bakgrunn i elever som uttrykker flere komponenter for matematisk kompetanse i sine argumenterende ytringer. I tillegg er det elever hvor de gjennomgående kvalitetene fremstår som særlig støttende i deres prosess med å uttrykke kompetanse.

Alle kvaliteter som er benyttet ved to eller flere tilfeller er i starten av analysekapittelet presentert ved to søylediagram, et for skriftlige og et for muntlige argumentasjonskvaliteter. Dette er for å gi en oversikt over det store spekteret av kvaliteter som opptrer i besvarelsene. En skjematisk oversikt over kompetanser og kvaliteter er senere i kapittelet også presentert for hver av de fire elevenes besvarelser. Også i den fremstillingen er alle kvaliteter som er benyttet to eller flere ganger tatt med for å vise det vide spekteret av kvaliteter. I de videre analysene av de fire elevene trekkes det derimot hovedsakelig frem eksempler på kvaliteter som fremstår som støttende i elevenes prosess med å uttrykke matematisk kompetanse ved fire eller flere tilfeller. Hovedfokuset i de detaljerte analysene er dermed på kvalitetene som gjennom hele datamaterialet er mest frekvente. Det valget er tatt da det er disse kvalitetene som hyppigst bidrar positivt i prosessen med å uttrykke kompetanse. De kan derfor generaliseres i større grad enn dem med lavere frekvens. I en elevbesvarelse identifiseres imidlertid en kvalitet som så betydningsfull i forbindelse med elevens uttrykk for matematisk

kompetanse at den omtales selv om den ikke er identifisert med høy frekvens i de andre analysene.

Før analysen av den enkelte elev presenteres er selve besvarelsen lagt frem for å gi leseren mulighet til å se ytringene slik de ble ytret av eleven. For å gjøre dialogene leservennlige ber jeg leseren om å være oppmerksom på at de muntlige dialogene som presenteres kun viser ytringer som er aktuelle for studien. Steder i dialogen som ikke anses som relevante i forbindelse med å identifisere argumentasjonskvaliteter som elevene benytter i sin prosess med å uttrykke matematisk kompetanse er derfor utelatt. Dette markeres med fire punktum. Da kvaliteten tenkepause er en usynlig handling er det i tillegg nødvendig å nevne at den i dialogutdraget hovedsakelig kjennes igjen ved følgende notasjon: (...). Dette indikerer et stille tidsrom på lengre enn et sekund, slik Mosaker skriver om samtalepausen (2009, s. 20). Der kvaliteten kjennes igjen på annet vis vil det bli kommentert og diskutert.

3.4 Ethiske overveielser

Ethiske overveielser knyttes til vurderinger og avgjørelser som tas for å håndtere etiske utfordringer et forskningsprosjekt kan medføre. Sentralt i de etiske overveielsene som er tatt er det at deltakerne skal føle tillit til forskeren ved at personopplysninger blir håndtert på en forsvarlig måte (Dalland, 2012, s. 95). Under pekes det derfor på hvordan personvernet er ivaretatt gjennom dette prosjektet. Det gjøres ved å greie ut om behandling av personopplysninger, frivillig deltakelse samt krav om samtykke fra foresatte.

3.4.1 Ivaretagelse av personopplysninger

Alle forskningsprosjekter som innebærer behandling av personopplysninger skal meldes til Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste, NSD (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 252). Da studien er en del av LATAcME-prosjektet dekkes den av NSD godkjenningen til LATAcME. All data som er hentet inn gjennom lydopptak og skriftlige oppgavebesvarelser er anonymisert og det er ikke være mulig å trekke ut personidentifiserbare opplysninger. Lydopptakene som er gjort blir oppbevart på en ekstern harddisk og vil bli slettet ved LATAcME-prosjektets slutt. Innsamlet og lagret data vil kun benyttes av personer med tillatelse og tilhørighet til LATAcME-prosjektet.

3.4.2 Samtykke

En forutsetning for å kunne gjennomføre en observasjon er at det blir søkt om nødvendige godkjenninger og at samtykke er gitt før observasjonen utføres (Brottveit, 2018b, s. 103). Før datainnsamlingen ble det derfor utlevert et samtykkeskjema til prosjektklassens foresatte (vedlegg 2). Som en del av dette skjemaet var også informasjon om prosjektet, hva det innebar for deres barn å delta, samt deres rettigheter som deltakere i et forskningsprosjekt i regi av LATACME. Vi gjorde det også klart at det var frivillig å delta og at det var mulig å trekke seg fra prosjektet så lenge det fortsatt er pågående. Ved å inkludere dette er det informerte samtykket ivaretatt (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 247). Da alle mine informanter var under 18 år har vi krevd samtykke fra foresatte for å møte personopplysningslovens krav om samtykke til forskning (Christoffersen & Johnnessen, 2012, s.45).

Å forske på barn krever særlig vurdering av etiske spørsmål. For å kunne svare på problemstillingen har det ikke vært nødvendig med innsamling av sensitive opplysninger og opplysningene som er innhentet er av lite inngripende karakter. Jeg har derfor vurdert det slik at i dette tilfelle er det ingen betydelige innvendinger mot å gjennomføre studien på elever i sjuende klasse. Jeg har likevel gjennom hele studien hatt med meg at å forske på andre mennesker krever et mellommenneskelig samspill (Brottveit, 2018b, s. 103). Jeg har derfor utøvd etisk skjønn og forsøkt å få deltakerne til å føle seg så trygge og ivaretatt som mulig.

3.5 Studiens kvalitet

Gjennom arbeidet med hele dette prosjektet er ulike overveielser tatt for å kunne ta forsvarlige valg omkring valg av metode, datainnsamling og analyseprosess, samt for å fremstille data på en troverdig og gyldig måte. I de kommende avsnittene diskuteres studiens kvalitet ved å kommentere resultatenes reliabilitet og validitet (Tjora, 2010, s. 175).

Det første jeg vil peke på for å vise til studiens kvalitet er resultatenes *reliabilitet*, som omhandler påliteligheten til studien (Tjora, 2010, s. 175). I oppgaven er det foretatt en kvalitativ undersøkelse, og Brottveit (2018c) sier at «kvalitative undersøkelser legger ikke opp til at resultatene skal etterprøves, da det er menneskelig handling og opplevelser som er i sentrum» (s. 68). Menneskelig handling kan endres fra situasjon til situasjon, og det samme gjelder for elevene som har vært deltakere i denne studien. Datamaterialet omfatter kun åtte

deltakere og resultatene viser derfor til kvaliteter som virker positive i disse elevenes uttrykk for matematisk kompetanse. På grunn av det lille utvalget og at undersøkelsen kun er utført en gang kan resultatene ikke generaliseres til å gjelde alle elever. Jeg ser derfor et behov for å forske mer på temaet for å kunne trekke generaliserte beslutninger. For ordens skyld vil jeg påpeke at det ikke har vært hensikten med denne oppgaven å trekke generaliserte slutninger.

Gjennom metodekapittelet er det detaljert gjort rede for valg av informanter, utforming av oppgaver, gjennomføring av datainnsamling og analyseprosess. Med denne beskrivelsen er det lagt til rette for at andre kan bruke en lignende metode dersom det er ønskelig å videreføre forskningen. Selv om metoden i seg selv er gjenbrukbar vil likevel en annen forsker og andre deltakere kunne gi et annet utfall. Det er fordi det vi observerer tolkes, og tolkningen påvirkes av subjektive elementer (Næss & Sjøvoll, 2018, s. 182). Med en hermeneutisk tilnærming til studien innebærer det blant annet tolkerens forforståelse (Kjørup, 2008, s. 75). I tillegg er denne studies utfall påvirket av elevenes erfaringer, forståelser og ytringer rundt matematikkfaget, noe som i stor grad kan variere fra elev til elev. Dette henger sammen med sitatet til Brottveit (2018c) tidligere i kapittelet.

Videre vil jeg peke på oppgavens *validitet*, eller gyldighet, som en del av oppgavens kvalitetssikring (Tjora, 2010, s. 179). I en skolesituasjon er sosial interaksjon sentralt for at læring oppstår, og interaksjonen vil ha en påvirkning på alle læringssituasjoner (Van de Walle, 2015). Ved et sosiokulturelt læringssyn er det nødvendig å være bevisst at både læringssituasjonen, hvordan elevenes tanker og ideer blir delt samt hvilket medium som blir brukt til å dele kunnskap spiller inn på læringsresultatene (Dysthe, 2001). Sentralt i arbeid med denne studien er at data som er innsamlet er kontekstavhengig. Særlig konteksten med observasjon kan føre til at elevene fremstiller seg annerledes enn når de arbeider i en kjent kontekst. En ukjent setting som dette kan ifølge Næss & Sjøvoll (2018, s. 186) gi misvisende resultater da læringssituasjonen er uvant, noe som kan gjøre elevene usikre. På en annen side kan denne konteksten borte fra de trygge rammene i klasserommet ha ført til at elevene forstod alvorret ved situasjonen. Det igjen kan ha medført at elevene gjorde sitt beste, noe jeg opplever at de gjorde da de arbeidet konsentrert gjennom hele opplegget.

Det kan imidlertid tenkes at elevene ved noen tilfeller kan ha utelatt informasjon i de skriftlige besvarelsene. Det kan komme av at det ble ansett som unødvendig å notere noe de allerede

hadde pratet om i de muntlige diskusjonene. Dette kan ha en innvirkning på oppgavens gyldighet da de skriftlige besvarelsene kan tenkes å være mangelfulle. På en annen side er det i kapittel 3.2.2 beskrevet hvordan den skriftlige oppgaven fokuserer på at det er den enkelte elevens tanker som skal frem i besvarelsen. Jeg mener derfor at oppgaveteksten elevene fikk utlevert ivaretar resultatenes validitet så godt det lar seg gjøre, men at man ikke kan utelukke at noe informasjon er uteblitt.

Problemstillingen spør etter kvaliteter ved elevers matematiske argumentasjon som særlig støtter deres prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. Ved å undersøke semiotiske ressurser samt andre kvalitative egenskaper ved argumentasjon slik kapittelet skisserer, mener jeg at problemstillingen undersøkes på en pålitelig og gyldig måte.

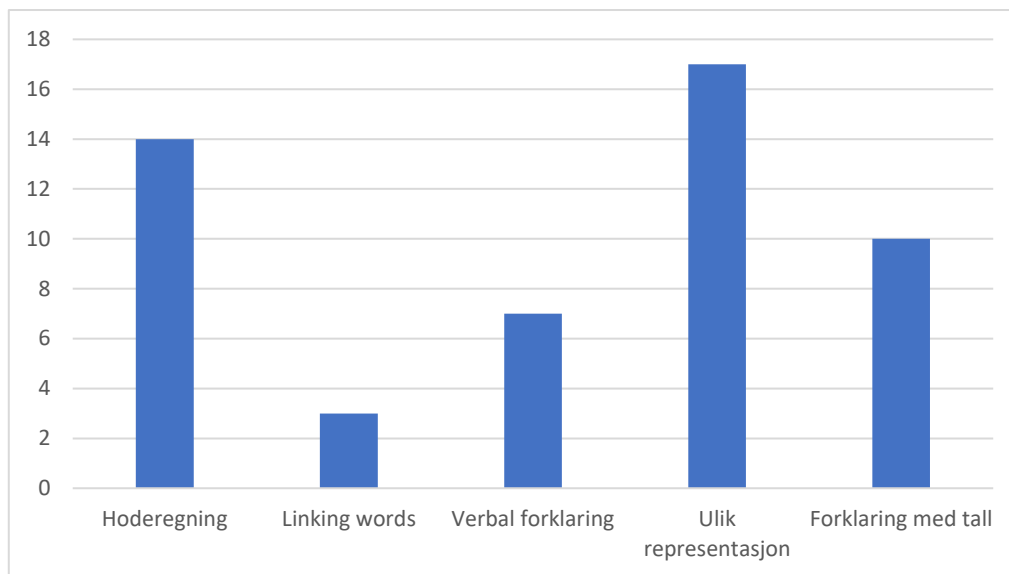
4 Resultater og analyse

I dette kapitlet presenteres en analyse av innsamlede data i en sjuendeklasse. Som en del av arbeidet med studiens validitet og for at utdragene som presenteres skal kunne betegnes som argumentasjon, systematiseres fire elevers besvarelser først gjennom Toulmins (2003) argumentasjonsmodell. Deretter å analyseres de i henhold til Kilpatrick et al. (2001) sine komponenter for matematisk kompetanse. Elevbesvarelsene blir analysert hver for seg med utgangspunkt i oppgavens to forskningsspørsmål:

- 1. Hvilke kvaliteter ved muntlig matematisk argumentasjon kan ha en positiv virkning i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse?*
- 2. Hvilke kvaliteter ved skriftlig matematisk argumentasjon kan ha en positiv virkning i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse?*

Før jeg går inn på de fire elevenes besvarelser vil jeg presentere kvaliteter som ved flere tilfeller fremstår som positive i elevenes prosess med å uttrykke matematiske kompetanse. Oversiktene som følger gir et bilde av kvaliteter som kommer frem av denne studiens elevbesvarelser.

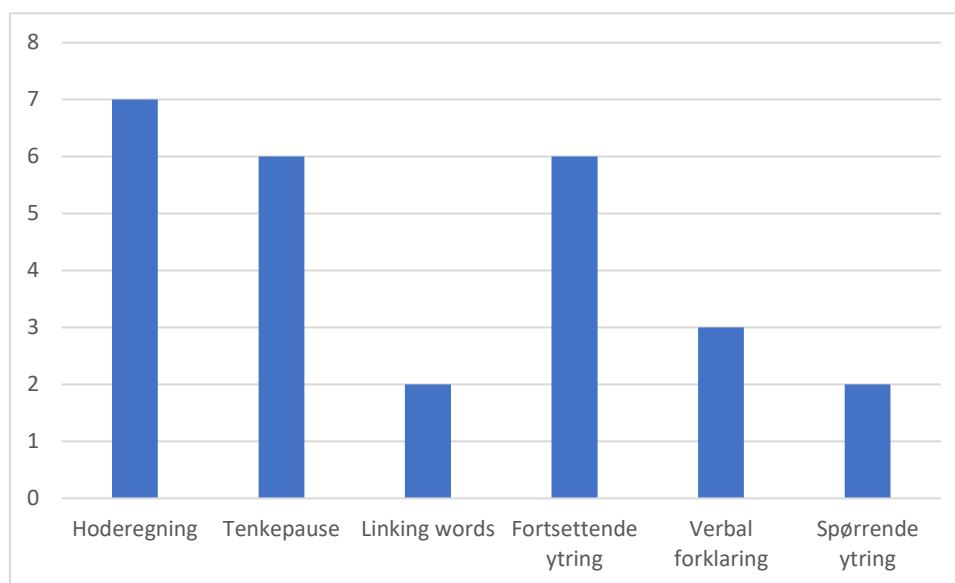
Kvaliteter som viser seg som sentrale i studiens skriftlige besvarelser er hoderegning, linking words, verbal forklaring, ulik representasjon og forklaring ved tall. Oversikten under viser en fordeling av disse kvalitetene slik de identifiseres i elevers skriftlige argumentasjon på sjuende trinn:



Figur 4: Fremstilling av kvaliteter ved elevers skriftlige argumentasjon ut fra hvor mange ganger de identifiseres i elevenes besvarelser

Som det fremkommer av figur 4 er det å bruke ulike representasjoner den kvaliteten som opptrer hyppigst i elevers skriftlige argumentasjon og som kan medvirke til uttrykk for matematisk kompetanse. Med ulike representasjoner menes det at eleven benytter forskjellige uttrykksformer enten i en og samme ytring eller at det benyttes forskjellige representasjoner ulike steder i argumentasjonen. Tall og bokstaver er eksempler på ulike representasjoner som benyttes for å skape mening og forståelse hos mottakeren. Videre følger hoderegning, forklaring ved tall og til slutt verbal forklaring. Hoderegning kjennes igjen der eleven skriver eller sier svaret på et regnestykke uten å ha vist til utregningen. Forklaring ved tall forstås som regnestykker og tall, og som ved flere tilfeller supplerer den verbale argumentasjonen. Verbal forklaring kjennes i studien igjen som en forklaring hovedsakelig bestående av ord. Også linking words (se kapittel 2.3.2) er med i oversikten, da dette er en argumentasjonskvalitet som er synlig ved tre tilfeller.

Kvaliteter ved elevers argumentasjon som kan ha en positiv virkning i prosessen med å uttrykke matematisk kompetanse gjennom deres muntlige argumentasjon er hoderegning, tenkepause, linking words, fortsettende ytring, verbal forklaring og spørrende ytring. Oversikten i figur 5 viser fordeling av disse kvalitetene slik de er identifisert i elever på sjuende trinns skriftlige argumentasjon.



Figur 5: Fremstilling av kvaliteter ved elevers muntlige argumentasjon ut fra hvor mange ganger de identifiseres i elevenes besvarelser

Ved elevenes muntlige argumentasjon ser vi av figur 5 at det er hoderegning etterfulgt av tenkepause og fortsettende ytring som hyppigst kan identifiseres i forbindelse med at elevene uttrykker matematisk kompetanse (pausen og fortsettende ytringer er omtalt i kapittel 2.3.1). Verbale forklaringer, spørrende ytringer og linking words fremstår også i forbindelse med at elevene uttrykker matematisk kompetanse. Som diagrammet viser er de imidlertid kvaliteter som ikke fremkommer like hyppig i den muntlige argumentasjonen som de tre andre kvalitetene.

Gjennomgående var det kvalitetene omtalt i avsnittene over som virket støttende i elevenes prosess med å uttrykke matematisk kompetanse gjennom deres argumentasjon. Særlig fremtredende var det i elevbesvarelsene som omtales videre.

4.1 Analyse av elevenes muntlige argumentasjon

4.1.1 Jens

Jens sin muntlige besvarelse er den første som analyseres nærmere. Ytringene som blir trukket frem ble ytret fra midten av dialogen og frem mot slutten. Disse ytringene kommer i etterkant av at elevene har kommet til en felles forståelse av hva oppgaven spør om og de er blitt enige

om at de skal bruke et kladdemark mens de diskuterer, noe de ender opp med å ikke benytte. Mellom Jens sine ytringer har Mina kommet med innspill. Hennes bidrag i argumentasjonen vil bli kommentert der det ser ut til å være av betydning for Jens sitt uttrykk for matematisk kompetanse i påfølgende ytring. Følgende dialogutdrag er utgangspunkt for analyse av Jens sin besvarelse:

Jens: De tar (...) Ja. I mean. Hvis de kan miste, fem millioner kroner ved å vente fire uker? Og (...)

Mina: hvis de venter to uker så blir det (...)

Jens: Og betaler tohundre tusen kroner for et slikt oppdrag, oppdrag. I tillegg til reiseutgifter på titusen tohundre kroner. Det blir tohundre og ti tusen kroner.

Mina: Men hvorfor står det alternativer? Vent da, det er

Jens: Men det står innen to uker. Vent. Okei, så innen fire uker så blir det fem millioner (...)

Mina: fem millioner. To

Jens: og da blir det to komma fem?

Mina: ja (...) fem (...)

Jens: Okei... to komma fem pluss tohundre og ti tusen? Hva er det for noe? To komma fem millioner pluss tohundre og ti tusen ...

....

Jens: Det blir to (...)

Mina: komma fem

Jens: To komma fem millioner. To blir tjueen tusen.

....

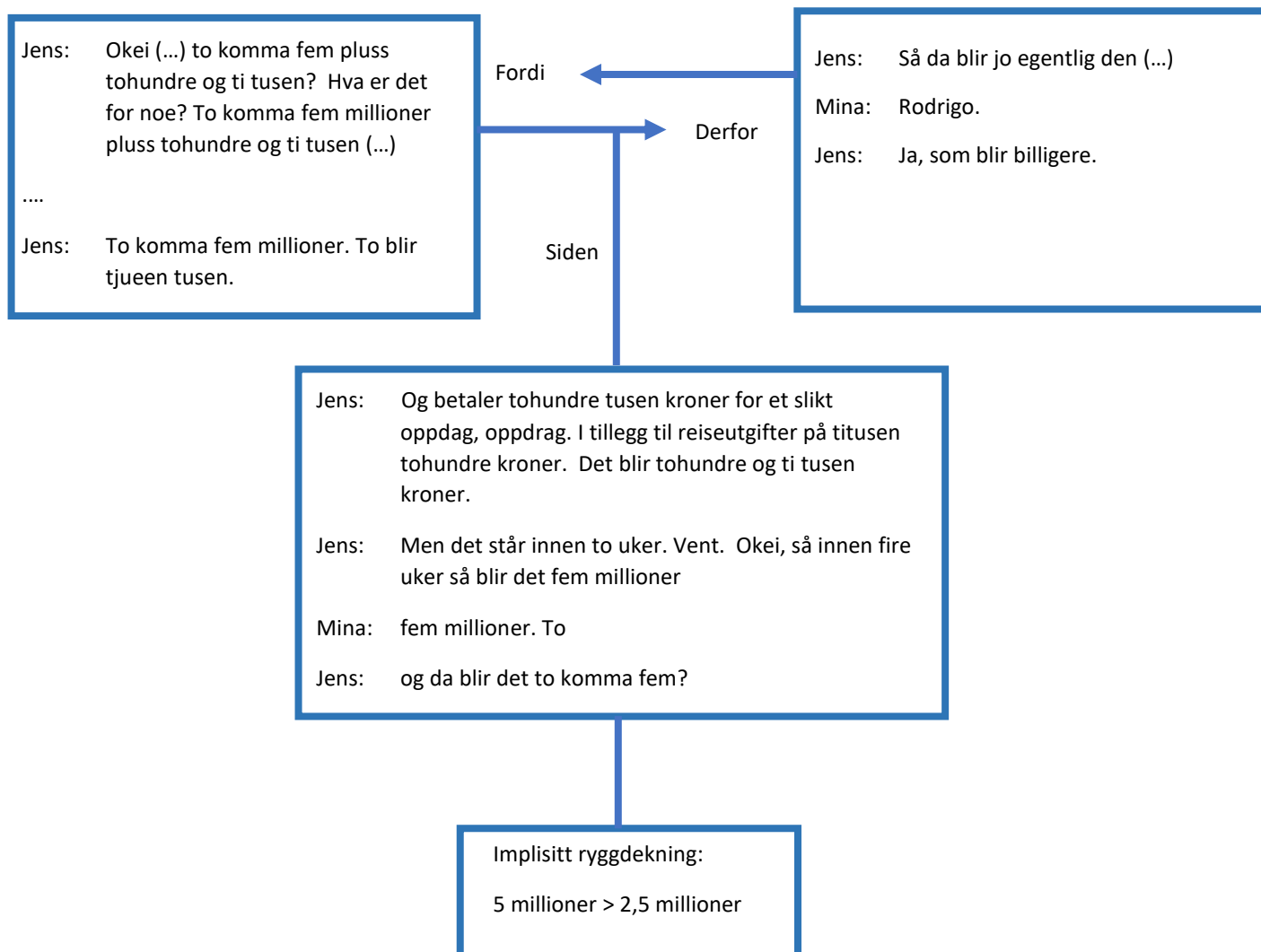
Jens: Så da blir jo egentlig den ...

Mina: Rodrigo.

Jens: Ja, som blir billigere.

4.1.1.1 Trinn 1: Argumentasjonen systematisert i Toulmins skjema

Dialogutdraget over har utgangspunkt i de delene av Jens sin besvarelse som tolkes å være argumenterende ytringer. Under systematiseres argumentasjonen på en mulig måte i Toulmins skjema.



Figur 6: Jens sine argumenterende ytringer systematisert i Toulmins modell

Påstanden til Jens fungerer her som svar på oppgaven han fikk utdelt. Belegget viser til tapet Fløibanen kan ha med det alternativet som påstanden fremmer. Videre er belegget knyttet til påstanden gjennom hjemmelen. Her viser Jens til tilbudet fra kommunen og sier at ved å bruke dem taper de fem millioner i løpet av fire uker. Jens hevder videre at ved hjelp av Rodrigo vil de innen to uker tape 2,5 millioner i tillegg til de 200 000 + 10 000 for arbeid og reiseutgifter som fremkommer i belegget. Selv om det ikke blir ytret direkte ligger det i foregående ytringer at 5 millioner er mer enn 2,5 millioner. Med det kan det tenkes at det er en implisitt ryggdekning.

Til nå er det analysert og sikret at dialogutdraget kan plasseres som del av en argumentasjon, og videre skal systematiseringen i Toulmins modell brukes som grunnlag til å finne uttrykk for matematisk kompetanse i argumentasjonen til Jens.

4.1.1.2 Trinn 2: Identifisering av matematisk kompetanse

Gjennom sine argumenterende ytringer gir Jens uttrykk for flere av Kilpatrick et al. (2001) sine komponenter for matematisk kompetanse. De komponentene som fremkommer gjennom hjemmelen pekes på først, da det er disse som ytres først.

Ved å si «Og betaler tohundre tusen kroner for et slikt oppdag, oppdrag. I tillegg til reiseutgifter på titusen tohundre kroner. Det blir tohundre og ti tusen kroner» og «og da blir det to komma fem?» kommer beregningskomponenten (B) særlig til uttrykk. Han viser kunnskap om hvordan både addisjon og divisjonsprosedyrer utføres hensiktsmessig. I tillegg er han effektiv og korrekt i gjennomførelsen av disse prosedyrene, noe som er sentralt i den nevnte komponenten.

Sammen med det første sitatet over gir følgende sitat uttrykk for anvendelseskomponenten (A): «Men det står innen to uker. Vent. Okei, så innen fire uker så blir det fem millioner». Det begrunnes med et av kjennetegnene på anvendelseskomponenten. Begge ytringene viser nemlig at Jens trekker frem det som er kjernen i problemet og at han ser bort fra uviktig informasjon i problemløsningsprosessen.

Videre kommer resonneringskomponenten (R) til uttrykk i hjemmelen. Først kan den kjennes igjen i sitatet i avsnittet over, og videre i hjemmelens siste ytring. I begge tilfellene viser Jens at han tenker logisk rundt oppgavetekstens informasjon og sine tidligere ytringer. Gyldigheten til hjemmelens første ytring blir vurdert og i de videre ytringene forklarer han hvorfor han er kommet frem til tallet 2,5 millioner og ikke bare 210 000.

I belegget kommer både beregnings- og anvendelseskomponenten til uttrykk. Deler av beregningskomponenten (B) uttrykkes i begge ytringene i belegget ved at Jens viser at han vet at addisjonsprosedyren skal brukes i prosessen med å finne det økonomiske tapet ved å ansette Rodrigo. Ved at han eksplisitt først spør om hva svaret på regnestykket er før han i beleggets siste ytring presenterer et svar som ikke er gyldig, indikerer han at han ikke er trygg

på *hvordan* addisjonsprosedyren skal utføres. Han viser likevel at han vet *når* addisjon kan brukes.

Beleggets siste ytring viser altså at han ikke er korrekt i utførelsen av addisjonsprosedyren. Likevel viser påstanden at han ser at det er Rodrigo som er det billigste alternativet. Det kan da tenkes at han ikke ser det som nødvendig å utføre en prosedyre som gir et nøyaktig svar for å kunne gi en gyldig påstand. Ved å gi det svaret han gjør ser han bort fra informasjon som ikke er avgjørende for å presentere et svar til oppgavens problem. Slik kan løsningsstrategien som er brukt fremstå som hensiktsmessig og gyldig likevel. Dermed uttrykkes også deler av anvendelseskomponenten (A) i argumentasjonens belegg.

4.1.1.3 Trinn 3: Kvalitet ved argumentasjonen

For å komme frem til et gyldig svar på oppgaven benytter Jens ulike formuleringer for å få frem sitt synspunkt. Det ser vi i dialogutdraget, hvor argumentasjonen består av varierende setningstyper og ordvalg. Gjennom ulike uttrykksmåter og ordvalg virker flere kvaliteter ved argumentasjonen støttende i hans prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. Hoderegning, tenkepause, spørrende ytring og fortsettende ytring er kvaliteter som trekkes frem her. I skjemaet under er kvalitetene satt inn sammen med tilhørende Toulminkomponent og bokstavkoding for komponent i den matematiske kompetansen (Kilpatrick et al., 2001).

| Toulmin-komponent | Ytring | Matematisk kompetanse | Kvalitet |
|-------------------|--|-----------------------|--------------------------------|
| Påstand | Jens: Så da blir jo egentlig den (...) Mina: Rodrigo Jens: Ja, som blir billigere. | | |
| Belegg | Jens: Okei (...) to komma fem pluss tohundre og ti tusen? Hva er det for noe? To komma fem millioner pluss tohundre og ti tusen (...) | B | Spørrende ytring Tenkepause |
| | Jens: To komma fem millioner. To blir tjueen tusen. | A B | Fortsettende ytring |
| Hjemmel | Jens: Og betaler tohundre tusen kroner for et slikt oppdag, oppdrag. I tillegg til reiseutgifter på titusen tohundre kroner. Det blir tohundre og ti tusen kroner. | B A | Hoderegning |

| | | | |
|-------------|--|-----|---------------------------------|
| | Jens: Men det står innen to uker. Vent. Okei, så innen fire uker så blir det fem millioner | R A | Tenkepause |
| | Jens: og da blir det to komma fem? | R B | Spørrende ytring Hoderegning |
| Ryggdekning | Implisitt: 5 millioner > 2,5 millioner | | |

Figur 7: Presentasjon av Jens sine ytringer ved Toulmins modell, matematiske kompetanser og argumentasjonskvaliteter

I Jens sin påstand er det ingen direkte henvisning til en matematisk komponent og dermed står også kvalitetskolonnen tom. Derimot er det flere komponenter for matematisk kompetanse som uttrykkes i belegg og hjemmel, og følgelig identifiseres kvaliteter med argumentasjonen der. Videre kommenteres de tre kvalitetene som identifiseres i Jens sin besvarelse, og som har gjennomgående høy frekvens i alle elevenes besvarelser. De argumentasjonskvalitetene er fortsettende ytring, tenkepause og hoderegning.

Tenkepause

Første gang en tenkepause blir synlig som en kvalitet ved Jens' argumentasjon er i hjemmelen. Ved å si «Men det står innen to uker. Vent. Okei, så innen fire uker så blir det fem millioner» ytrer han at han ønsker å fortsette resonneringen sin ved å legge til ordet «vent». Det kan tyde på at Jens har oppdaget noe sentralt ved oppgavetekstens informasjon som igjen viser til at han tenker logisk rundt konsept og situasjon. Han vurderer gyldigheten av det han nettopp ytret, samler tankene sine i hodet før han setter ord på det nyoppdagede og forklarer sin tankegang. Ved å opptre tenkende og reflektert evner han å trekke frem noe av kjernen i problemet etter en kort pause. Tenkepausen virker altså støttende for at Resonnerings- og anvendelseskomponenten uttrykkes.

Også i belegget identifiseres argumentasjonskvaliteten tenkepause som et positivt bidrag i Jens sin prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. Pausen oppstår i det, og i sekundene etter, at han sier «Okei». Pausen kan ha virket positivt til at Jens som en aktiv, tenkende og reflektert elev i etterkant av pausen evnet å foreslå hvilken prosedyre som kunne løse problemet. Med kunnskap om når en addisjonsprosedyre kan utføres berøres dermed beregningskomponenten i hans matematiske kompetanse.

Fortsettende ytring

Den siste ytringen i belegget til Jens synliggjør argumentasjonskvaliteten fortsettende ytring (Herheim, 2016). Grunnen til at denne ytringen anses som fortsettende er at den bygger på foregående ytringer. Se dialogutdraget tidligere i kapittelet. Mina sitt bidrag i dialogen kan tenkes å virke bekreftende for Jens, og på den måten gjøre han sikker på at svaret han foreslo var gyldig og hensiktsmessig ut fra oppgavens problem. Dermed bidrar kvaliteten til at både beregnings- og anvendelseskomponenten kommer til uttrykk. Ytringen til Jens bygger altså på den forståelsen Mina har. Å vise interesse for, og å ta hennes perspektiv med i sin ytring har med det en positiv virkning i prosessen med å uttrykke deler av sin matematiske kompetanse.

Hoderegning

Hoderegning er en siste kvalitet ved Jens sin argumentasjon jeg vil kommentere. Kvaliteten identifiseres ved to tilfeller i hjemmelen. I hjemmelens første ytring adderer han to tall uten å notere eller å si hvordan han kom frem til svaret. Jens har brukt hoderegning som en effektiv løsningsstrategi til dette stykket. Det samme er synlig i den siste ytringen i hjemmelen. Der viser han til det han sier i ytringen før og benytter seg av divisjonsprosedyren for å komme frem til tap i løpet av to uker. Ved å vise kunnskap om hvor og hvordan addisjons- og divisjonsprosedyrer utføres effektivt, hensiktsmessig og korrekt støtter hoderegning som en argumentasjonskvalitet her Jens sin prosess med å uttrykke deler av sin matematiske kompetanse ved beregningskomponenten.

I ytringen «og da blir det to komma fem?» gis tallet 2,5 etter å ha vurdert det som gyldig i forhold til resonneringen i ytringene over. Hoderegning som en argumentasjonskvalitet støtter med andre ord også prosessen med å uttrykke matematisk kompetanse ved resonneringskomponenten.

4.1.2 Lasse

Den muntlige besvarelsen til Lasse skal så analyseres. Ytringene som analyseres oppstår i midtre del av dialogen, og utdraget starter i etterkant av at elevparet har lest gjennom oppgaveteksten og kommentert at tap ved å benytte kommunen er fem millioner. Noen

steder er det Sofie sier så sentralt for utviklingen i dialogen at hennes ytringer kommenteres. På den måten gis Lasses følgende ytring mening. Utdraget under er basert på de delene av besvarelsen som består av argumenterende ytringer og er utgangspunkt for analyse av Lasses besvarelse:

Lasse: Med den andre mister de bare to hundre, eller pluss ti tusen

Sofie: Da, to hundre og ti tusen ja.

Lasse: men så er det også, eller det er to uker og det er halvparten av fem millioner. Da er det cirka to komma fem millioner med det, da.

Sofie: Hæ? Hva mener du?

Lasse: men se da. På fire uker så mister de cirka fem millioner hvis de stenger den

Sofie: åja.

Lasse: Men hvis de kan fikse det inne to uker, og da er jo cirka to uker stengt, og da er det sikkert to hundre og fem, ehm to (...)

Sofie: Ja da blir det to (...)

Lasse: komma fem millioner.

Sofie: [noterer] to (...) komma fem

Lasse: Og da koster det jo bare to komma seks mill.

Sofie: ja

Lasse: i stedet for fem pluss bla, bla, bla. Jeg gidder ikke å regne det.

Sofie: Fem millioner fem tusen kroner?

Lasse: Ja.

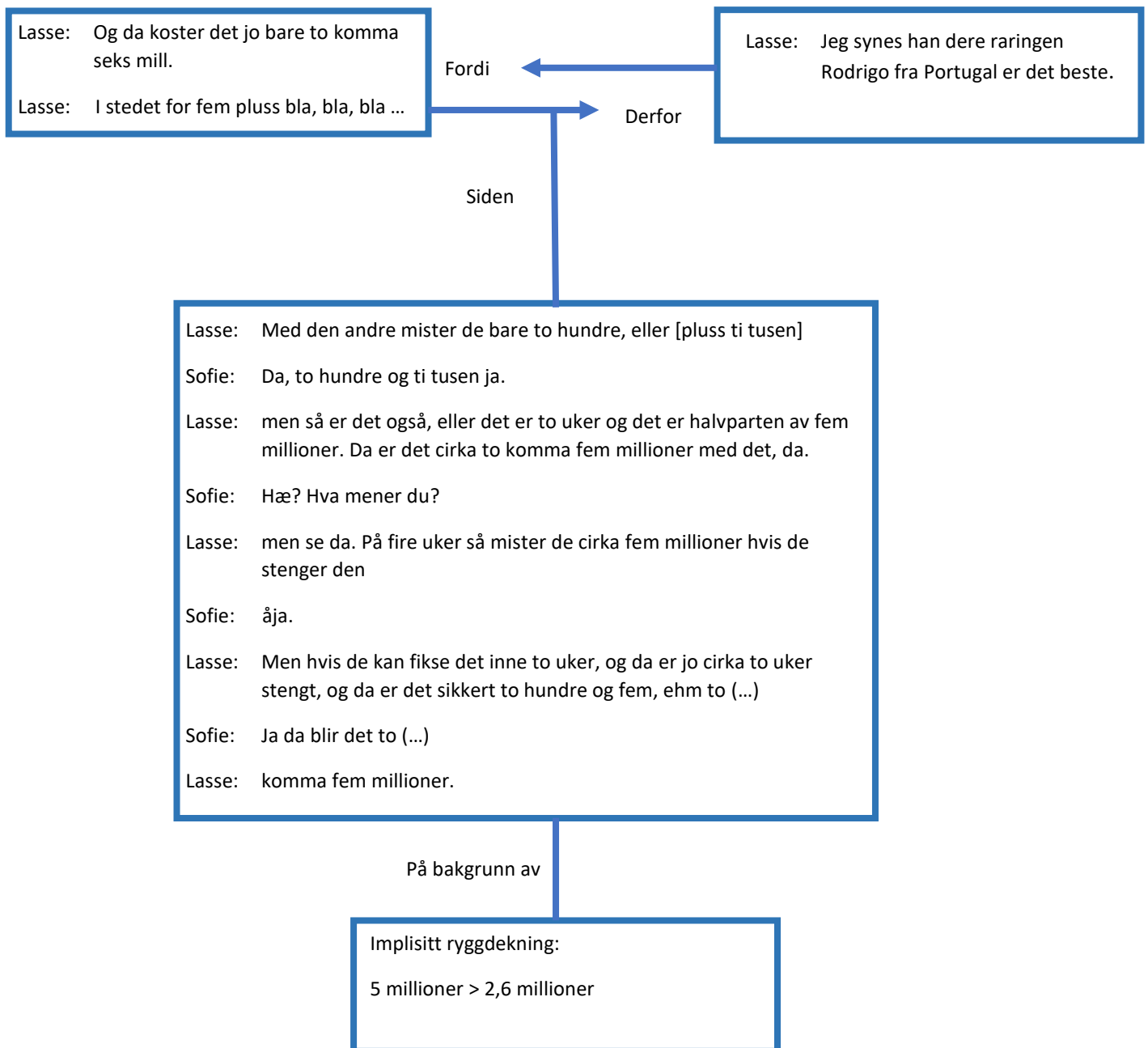
Sofie: Så kan de bruke heller to hundre og (...) To millioner femhundrede og tjuen tusen kroner. Ja da er det jo helt opplagt at det er han andre, da. Synes du ikke?

Lasse: Jeg synes han dere raringen Rodrigo fra Portugal er det beste.

4.1.2.1 Trinn 1: Argumentasjonen systematisert i Toulmins skjema

Figuren under presenterer Lasses argumentasjon systematisert på en mulig måte i Toulmins skjema. Også hos Lasse fungerer påstanden som svar på det oppgaven spør om mens belegget viser til tap ved ansettelse av Rodrigo i forhold til tap ved bruk av kommunen. Hjemmelen knytter videre belegget til påstanden ved å begrunne hvor tallene i belegget kommer fra. I hjemmelen er det implisitt ytret at 2,5 millioner adderes med 210 000 for å få svaret 2,6 millioner (dette er ikke riktig utregning, men det er ikke viktig i denne analysen).

Videre hevder Lasse at de taper 2,6 millioner ved å holde stengt i to uker og ca. fem millioner om de holder stengt i fire uker. I det ligger det implisitt at 5 millioner er mer enn 2,6. Det kan tenkes som en implisitt ryggdekning.



Figur 8: Lasse sine argumenterende ytringer systematisert i Toulmins modell

4.1.2.2 Trinn 2: Identifisering av matematisk kompetanse

Det er nå sikret at ytringene som skal analyseres videre er argumenterende ytringer. Ytringene skal videre sees i sammenheng med Kilpatrick (2001) sine komponenter for matematisk kompetanse. I Lasse sine ytringer er det hovedsakelig i hjemmelen at matematisk kompetanse kommer til uttrykk, og følgelig er det hjemmelens ytringer som trekkes frem i denne analysen.

Først kommenteres hvordan Lasse berører beregningskomponenten (B). Ved å si «...er halvparten av fem millioner. Da er det cirka to komma fem millioner med det, da» viser Lasse at han vet når og hvordan divisjonsprosedyren utføres hensiktsmessig. I tillegg er han effektiv og korrekt i utførelsen av prosedyren, noe som er sentralt i det å vise matematisk kompetanse ved beregningskomponenten. Hans to siste ytringer i hjemmelen inneholder samme informasjon som sitatet over, men i disse ytringene viser han i tillegg at han vet hvordan ulike prosedyrer utføres nøyaktig. Det kommer frem ved at han korrigerer sin egen ytring for å få riktig svar: «... da er det sikkert to hundre og fem, ehm to (...)» «komma fem millioner.» Med det får han ytterligere uttrykt sin matematiske kompetanse gjennom den aktuelle komponenten.

I det første sitatet i avsnittet over bruker Lasse først ord som en representasjon ved å si «halvparten av fem millioner» før han benytter tall og viser til at det tilsvarer 2,5 millioner. Representasjonene i sitatet det vises til fremstiller kjerneelementene i det matematiske problemet som oppgaven fremmer. Videre forklarer Lasse i de tre siste ytringene sine hvordan han tenker ved å benytte andre ord enn i tidligere ytringer. Han bruker nye tilnærminger til det matematiske problemet for på den måten skape mening. Ved å vise til oppgavens kjerneelementer i tillegg til å bruke ulike representasjoner og tilnærminger til det matematiske problemet uttrykkes deler av Lasses matematiske kompetanse gjennom Kilpatrick et al. (2001) sin anvendelseskomponent (A).

Sees alle Lasses ytringer i hjemmelen i sammenheng med hverandre, er resonneringskomponenten (R) særlig frekvent. Eksempelvis viser han logisk tankegang rundt situasjonen (det oppgaven informerer om) og konsept (matematiske prosedyrer). Det kommer frem ved at han kobler tap ved bruk av kommunen til tap ved å ansette Rodrigo ved å anvende en divisjonsprosedyre. Følgende ytring viser det: «men så er det også, eller det er to uker og det er halvparten av fem millioner. Da er det cirka to komma fem millioner med

det, da». Videre forklarer Lasse hvordan han tenker og rettferdiggjør med det den tidligere uttalte ytringen: «men se da. På fire uker så mister de cirka fem millioner hvis de stenger den» og «Men hvis de kan fikse det inne to uker, og da er jo cirka to uker stengt, og da er det sikkert to hundre og fem, ehm to (...)». Momentene det vises til over er ytterligere kjennetegn på resonneringskomponenten i elevers matematiske kompetanse.

Som en siste indikator på at matematisk kompetanse uttrykkes ved resonneringskomponenten (R) viser jeg igjen til det siste sitatet i avsnittet over. Her vurderer Lasse gyldigheten av den ytringen han legger frem. Ved å si «... er det sikkert to hundre og fem, ehm to (...)» retter han på sin egen ytring, før han i hjemmelens siste ytring presenterer det riktige svaret som er «[to] komma fem millioner». At han korrigerer sin egen ytring bidrar altså til at både resonnerings- og beregningskomponenten uttrykkes.

Gjennomgående i Lasses hjemmel er at han representerer den matematiske situasjonen på ulike måter. Lasse viser også at han vet hvorfor divisjon er viktig og han vet at i den aktuelle konteksten er regnearten divisjon hensynsmessig å bruke. Dette er det tidligere vist eksempler på under forholdsvis beregnings- og anvendelseskomponenten, men det er i tillegg med på å identifisere matematisk kompetanse gjennom Kilpatrick et al. (2001) sin forståelseskomponent (F).

4.1.2.3 Trinn 3: Kvalitet ved argumentasjonen

Lasses argumentasjon består av ulike setningstyper og varierende ordbruk. Gjennom ulike uttrykksmåter og andre egenskaper ved argumentasjonen kan det identifiseres kvaliteter ved argumentasjon som har en positiv virkning i hans prosess med å uttrykke matematiske kompetanse. Kvalitetene hoderegning, tenkepause og fortsettende ytring er de som på grunn av hyppighet kommenteres nærmere, men også verbal forklaring blir presentert i skjemaet under.

| Toulmin-komponent | Ytring | Matematisk kompetanse | Kvalitet |
|-------------------|---|-----------------------|----------|
| Påstand | Lasse: Jeg synes han dere raringen Rodrigo fra Portugal er det beste. | F | |
| Belegg | Lasse: Og da koster det jo bare to komma seks mill. | | |

| | | | |
|-------------|---|--|---|
| | Lasse: I stedet for fem pluss bla, bla, bla... | | |
| Hjemmel | <p>Lasse: Med den andre mister de bare to hundre, eller pluss ti tusen</p> <p>Sofie: Da, to hundre og ti tusen ja.</p> <p>Lasse: men så er det også, eller det er to uker og det er halvparten av fem millioner. Da er det cirka to komma fem millioner med det, da.</p> <p>Sofie: Hæ? Hva mener du?</p> <p>Lasse: men se da. På fire uker så mister de cirka fem millioner hvis de stenger den</p> <p>Sofie: åja.</p> <p>Lasse: Men hvis de kan fikse det inne to uker, og da er jo cirka to uker stengt, og da er det sikkert to hundre og fem, ehm to (...)</p> <p>Sofie: Ja da blir det to (...)</p> <p>Lasse: komma fem millioner.</p> | <p>ABFR</p> <p>AFR</p> <p>ABFR</p> <p>BR</p> | <p>Hoderegning</p> <p>Verbal forklaring</p> <p>Verbal forklaring</p> <p>Tenkepause</p> <p>Verbal forklaring</p> <p>Fortsettende ytring</p> <p>Hoderegning</p> |
| Ryggdekning | Implisitt: 5 millioner > 2,6 millioner | | |

Figur 9: Presentasjon av Lasse sine ytringer ved Toulmins modell, matematiske kompetanser og argumentasjonskvaliteter

Tenkepause

I argumentasjonen til Lasse oppstår det en tenkepause i det han har sagt «... to hundre og fem, ehm to (...)». Lasse indikerer usikkerhet ved å si «ehm», og etter å ha sagt «to» blir det en kort pause før Sofie fortsetter samtalen. Ytringene som følger viser at de to elevene kommer frem til en korrekt og nøyaktig utførelse av prosedyren og løsningsstrategien. Det kan tenkes at tenkepausen som oppstod har hatt en positiv virkning til at beregningskomponenten kom til uttrykk.

Ved å vurdere gyldigheten i det han først startet å si for så å korrigere det etter den lille pausen evner Lasse å forklare sin tankegang og rettfærdiggjøre tidligere ytringer. På den måten er tenkepausen som kvalitet også med på å støtte Lasses prosess med å uttrykke matematiske kompetanse ved resonneringskomponenten.

Fortsettende ytring

Som jeg har vært inne på fortsetter Sofie samtalen etter den lille tenkepausen som oppstår etter at Lasse har sagt «ehm to». Sofie sier seg enig i at det korrekte svaret skal være to. Noe lenger enn dette kommer hun ikke før Lasse fortsetter ytringen hennes og sier «komma fem millioner». Den siste ytringen her viser til at Lasse ved hjelp av Sofies bekreftende ytring og det han sa tidligere evner å utføre divisjonsprosedyren nøyaktig og korrekt. Kvaliteten fortsettende ytring ser ut til å bidra positivt for at Lasses matematiske kompetanse uttrykkes ved beregningskomponenten.

Hoderegning

Ved to anledninger bruker Lasse hoderegning for å komme frem til et svar. Første gang er da han forklarer sin tankegang for Sofie i ytringen «men så er det også, eller det er to uker og det er halvparten av fem millioner. Da er det cirka to komma fem millioner med det, da». Andre gang kvaliteten identifiseres er gjennom hjemmelens tre siste ytringer. I begge tilfellene sier han hva halvparten av fem millioner er uten å bruke notasjon som hjelpemiddel. Lasse har valgt en hensiktsmessig prosedyre for å løse oppgaven. I tillegg er han effektiv og korrekt i utførelsen av divisjonen. Hoderegning som en argumentasjonskvalitet virker da støttende i prosessen med å uttrykke matematisk kompetanse ved beregningskomponenten. At Lasse presenterer et korrekt svar på denne delen av oppgaven tyder på at løsningsstrategien er gyldig. Dermed berøres også anvendelseskomponenten ved at hoderegning som en kvalitet blir identifisert og forstås som en støtte i prosessen med å uttrykke kompetanse.

Det blir også gitt uttrykk for forståelseskomponenten ved at hoderegning som kvalitet bidrar positivt i prosessen med å uttrykke kompetanse. I det Lasse ved hjelp av hoderegning finner hva halvparten av fem millioner er, indikerer han nemlig at han forstår hvorfor og når divisjon som regneart er nyttig å bruke.

Verbal forklaring

Selv om verbale forklaringer ikke identifiseres med høy frekvens i elevenes muntlige argumentasjon vil jeg avslutningsvis kort kommentere Lasses bruk av kvaliteten. Det

begrunnes med at den gjennomgående er sentral i hans uttrykk for kompetanse. Som eksemplifisert i avsnittene over har forklaringer ved bruk av ord virket positivt for uttrykk av kompetanse gjennom store deler av hans ytringer. De ulike måtene han ordlegger seg på i de verbale forklaringene i hjemmelen virker særlig støttende i hans prosess med å uttrykke matematisk kompetanse gjennom både forståelses-, beregnings-, anvendelses- og resonneringskomponenten. Særlig i det han forklarer for Sofie hva han mener bidrar kvaliteten positivt i prosessen med å uttrykke kompetanse, se figur 10.

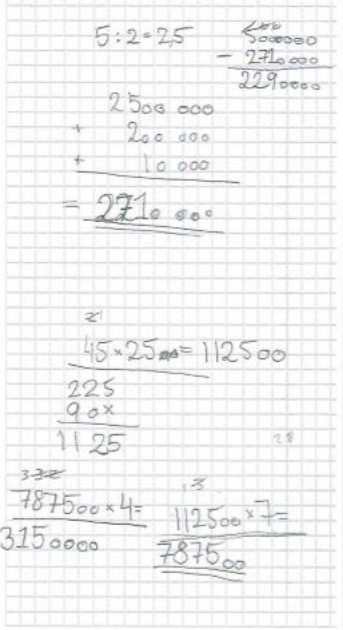
| | | | |
|--------|---|------|---------------------------------|
| Sofie: | Hæ? Hva mener du? | | |
| Lasse: | men se da. På fire uker så mister de cirka fem millioner hvis de stenger den | AFR | Verbal forklaring |
| Sofie: | åja. | | |
| Lasse: | Men hvis de kan fikse det inne to uker, og da er jo cirka to uker stengt, og da er det sikkert to hundre og fem, eh to (...) | ABFR | Tenkepause Verbal forklaring |

Figur 10: Identifisering av verbal forklaring i Lasses muntlige besvarelse

4.2 Analyse av elevenes skriftlige argumentasjon

4.2.1 Trym

Trym sin skriftlige besvarelse analyseres så. Notasjonen i figuren under ble gjort individuelt etter at han sammen med Anna avsluttet diskusjonen i oppgave a.

| Her kan du regne | Her kan du skrive | Her kan du tegne |
|--|---|------------------|
|  | <p>Vente 4 uker blir dyrere. Det blir ca 5 mil kroner.</p> <p>Ringte etter hjelp blir billigst, det blir bare ca. 2,71 mil kroner.</p> <p>Detta er også bedre sann at de som er avhengig av flybanen kan kanskje komme seg på skolen og sånt.</p> <p>Detta blir altså ca. 2,29 mil billigere enn det andre.</p> | |

2

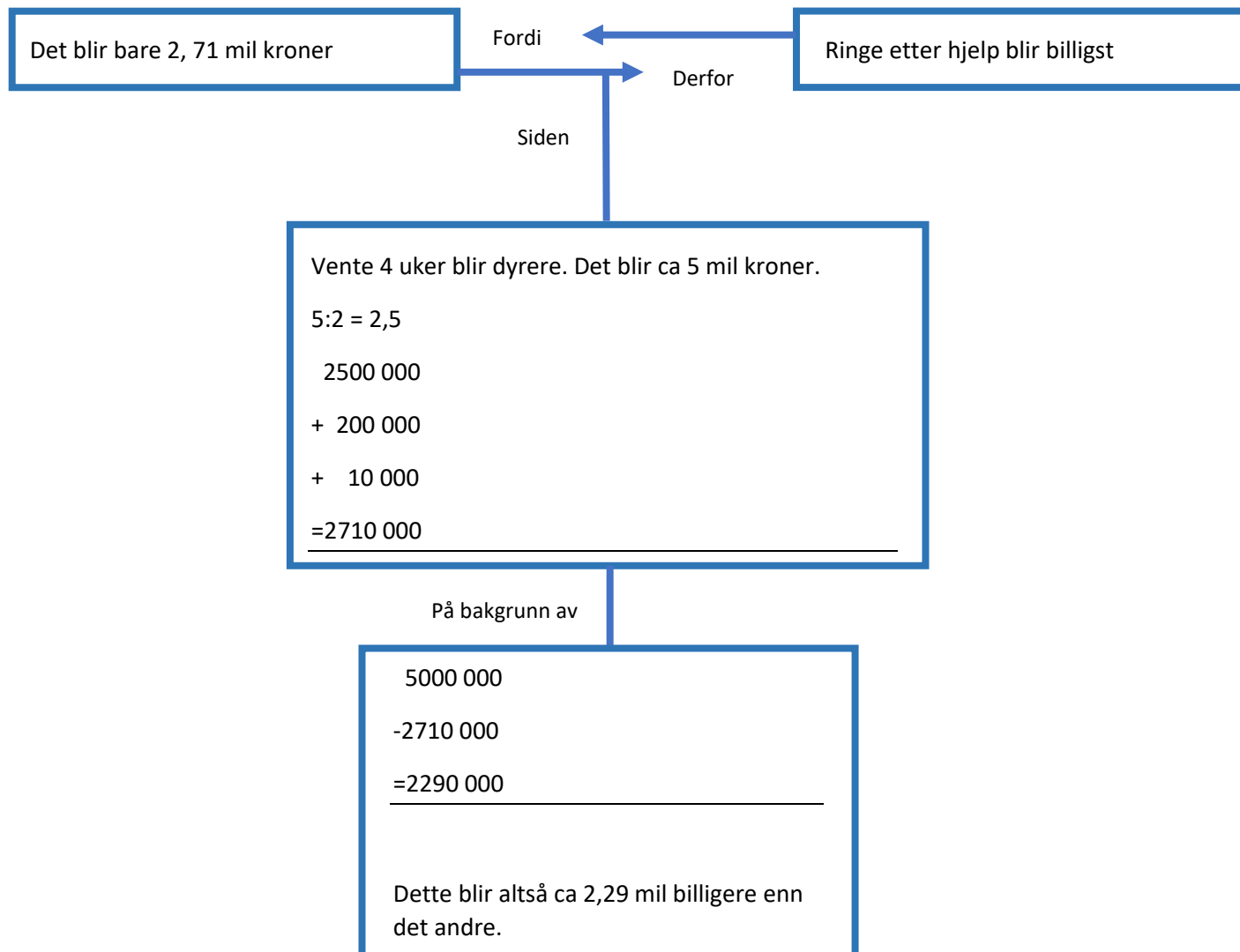
Figur 11: Trym sin skriftlige besvarelse

I besvarelsen er regne- og skrivekolonnen brukt, og eleven skaper mening med å benytte både tall og bokstaver. I de følgende analysene er det elementer som fremkommer i argumenterende ytringer som trekkes frem. Slik identifiseres kvaliteter ved Tryms argumentasjon som har en positiv virkning i hans prosess med å uttrykke matematisk kompetanse.

4.2.1.1 Trinn 1: Argumentasjonen systematisert i Toulmins skjema

Skjemaet under er en måte å systematisere Trym sin argumentasjon på. Påstanden fungerer som en konklusjon på det oppgaveteksten spør om mens belegget presenterer en opplysning om hva tapet vil ligge på ved å ringte etter hjelp. Å ringte etter hjelp forstås som det alternativet hvor Rodrigo blir hentet fra Portugal. Hjemmelen knytter belegget til påstanden ved å forklare hvorfor det blir 2,71 millioner ved å ringte etter hjelp og hvorfor det blir billigere enn dersom

kommunen gjør jobben. Skjemaets siste moment er ryggdekning. Her legger Trym frem hvor mye billigere det blir om de ringer etter hjelp, og ved å gjøre det ytrer han at 5 millioner er mer enn 2,71 millioner, selv om det ikke blir direkte uttalt.



Figur 12: Trym sine argumenterende ytringer systematisert i Toulmins modell

4.2.1.2 Trinn 2: identifisering av matematisk kompetanse

De argumenterende ytringene fra skjemaet over skal nå sees i sammenheng med Kilpatrick et al. (2001) sine komponenter for matematisk kompetanse. Uttrykk for matematisk kompetanse fremkommer hos Trym i alle argumentasjonens elementer. Jeg kommenterer imidlertid kun de tre hvor det er tydelig hvilke kvaliteter ved argumentasjonen som virker støttende i hans prosess med å uttrykke kompetansen. Under kommenteres derfor ytringer i belegg, hjemmel og ryggdekning.

Først vil jeg peke på hvordan Trym i belegget berører anvendelseskomponenten (A). Eleven har her valgt å fremstille det økonomiske tapet ved å ansette Rodrigo med å bruke ulike representasjoner som tall og bokstaver i formuleringen sin. I tillegg til å være et kjennetegn på anvendelseskomponenten i seg selv fremstiller også representasjonene et av kjerneelementene i det matematiske problemet oppgaven skisserer, nemlig tap ved ansettelse av Rodrigo. Som følge av det blir komponenten berørt ytterligere.

Ved å se ytringen i belegget i sammenheng med det som blir uttrykt i hjemmelen blir det enda tydeligere at anvendelseskomponenten (A) i den matematiske kompetansen berøres. Det kan forklares med at addisjonsalgoritmen som ender med en sum på 2 710 000 er en måte å representere det økonomiske tapet på, mens formuleringen i belegget er en annen. Der skriver han 2,71 mil kroner. Trym benytter altså ulike representasjoner på tvers av komponentene i argumentasjonen. At han forstår, benytter og veksler mellom ulike representasjoner viser i tillegg til anvendelseskomponenten (A) også til forståelseskomponenten (F), da han representerer den matematiske situasjonen på ulike måter. Komponentens (F) kjennes i tillegg igjen der han skriver divisjonen $5:2=2,5$. Trym viser her at han ser sammenheng mellom begrep, prosedyre og matematisk ide, da han forkorter fem millioner til 5 for så å dividere med to.

Videre skriver Trym «Vente 4 uker blir dyrere. Det blir ca 5 mil kroner» og fremstiller med det enda et av kjerneelementene i problemet som oppgaven skisserer. Det samme gjelder der han deler 5 på 2, da han ser at fem millioner som er tap i løpet av fire uker må deles på 2 for å få tapet ved to uker. Ved å fremstille disse kjerneelementene med oppgaven gjenkjennes deler av hans matematiske kompetanse også her ved anvendelseskomponenten (A)

I hjemmelen er beregningskomponenten (B) sentral i Trym sitt uttrykk for matematiske kompetanse. Regnestykkene som er notert her er alle utført hensiktsmessig og nøyaktig. I tillegg er utførelsen av divisjons- og addisjonsprosedyrene korrekt. Løsningsstrategien som er benyttet for å løse denne delen av oppgaven er dermed gyldig, og hans matematiske kompetanse er ytterligere berørt ved anvendelseskomponenten (A).

At Trym bruker tall som en representasjon i hjemmelen gjør at mottaker får et innblikk i hvordan han tenker. Regnestykkene fungerer som en måte å rettferdiggjøre ytringen som

legges frem i påstand og belegg. Deler av Tryms matematiske kompetanse kommer dermed også frem gjennom resonneringskomponenten (R).

Som et siste ledd i å finne deler av den matematiske kompetansen til Trym skal hans ytringer i ryggdekningen kommenteres. Også her er anvendelses (A)- og forståelseskomponenten (F) sentral. Tall og bokstaver blir benyttet som ulike representasjoner for å skape mening. På tvers av ytringene er det tydelig at representasjonene støtter hverandre, men også innad i en ytring er det ulike representasjoner. Eleven bruker både bokstaver og tall da han skriver «Dette blir altså ca. 2,29 mil billigere enn det andre». Dette indikerer at han er klar over at ulike representasjoner passer i ulike matematiske sammenhenger.

At han forkorter 2 290 000 til 2,29 viser enda en gang at han ser sammenheng mellom begrep, prosedyre og matematisk ide, noe som støtter opp om at hans matematiske kompetanse uttrykkes gjennom komponenten forståelse (F). Det samme gjelder forkortningen fra 2710 000 til 2,71 millioner i belegget. Måten han varierer hvordan tallene representeres viser også til at han kan representere matematiske problem på ulike måter. Dermed synliggjøres også anvendelseskomponenten (A) i hans matematiske kompetanse.

Også i ryggdekningen uttrykker Trym deler av sin matematiske kompetanse ved beregningskomponenten (B). Han evner å utføre subtraksjonsprosedyren nøyaktig og korrekt, og det indikerer at han vet når og hvordan denne prosedyren skal utføres hensiktsmessig.

Avslutningsvis vil jeg påpeke at ytringene i ryggdekningen også berører resonneringskomponenten (R) da han som i likhet med i hjemmelen forklarer hvordan han tenker i regnestykket. På den måten rettfærdiggjør han ytringen som fremkommer med bokstaver og tall.

4.2.1.3 Trinn 3: kvalitet ved argumentasjonen

Argumentasjonen til Trym inneholder både tall og bokstaver. Ut fra måtene han uttrykker seg på, samt andre kvalitative egenskaper ved argumentasjonen skal det nå identifiseres kvaliteter ved argumentasjon som virker støttende i hans prosess med å uttrykke matematiske kompetanse. Alle argumentasjonskvalitetene som identifiseres hos Trym er kvaliteter som i studien har gjennomgående høy frekvens. Dermed vil alle kvalitetene som presenteres i skjemaet under kommenteres grundigere.

| Toulmin-komponent | Ytring | Matematisk kompetanse | Kvalitet |
|-------------------|--|-----------------------|------------------------------------|
| Påstand | Ringe etter hjelp blir billigst | A | |
| Belegg | Det blir bare 2, 71 mil kroner | ABF | Ulik representasjon Hoderegning |
| Hjemmel | Vente 4 uker blir dyrere. Det blir ca. 5 mil kroner. | A | Ulik representasjon |
| | $5:2 = 2,5$ | ABFR | Forklaring ved tall |
| | $\begin{array}{r} 2500\ 000 \\ + 200\ 000 \\ + \underline{10\ 000} \\ = \underline{\underline{2710\ 000}} \end{array}$ | ABFR | Forklaring ved tall |
| Ryggdekning | $\begin{array}{r} 5000\ 000 \\ - \underline{2710\ 000} \\ = \underline{\underline{2290\ 000}} \end{array}$ | ABFR | Forklaring ved tall |
| | <p>Dette blir altså ca 2,29 mil billigere enn det andre.</p> | ABF | Ulik representasjon Hoderegning |

Figur 13: Presentasjon av Trym sine ytringer ved Toulmins modell, matematiske kompetanser og argumentasjonskvaliteter

Ulik representasjon

I både belegg, hjemmel og ryggdekning fremkommer det å benytte ulike representasjoner i samme ytring som en kvalitet ved Trym sin argumentasjon. I belegget presenterer blandingen av tall og bokstaver i ytringen en mulig representasjon av et av kjerneproblemene i oppgaven. Ulik representasjon som en kvalitet ved argumentasjonen bidrar altså positivt til at deler av hans matematiske kompetanse uttrykkes ved anvendelseskomponenten. I hjemmelen presenteres det samme beløpet som fremkommer i belegget, men her utelukkende ved hjelp av tall. Trym benytter og veksler mellom bruk av ulike representasjonsformer og det kan tyde på at han forstår at ulike representasjoner passer i ulike sammenhenger. Argumentasjonskvaliteten ulik representasjon virker med det positivt til at matematisk kompetanse uttrykkes både ved komponentene anvendelse og forståelse. Særlig tydelig blir det om representasjonene som blir benyttet i de ulike delene av argumentasjonen blir sett i sammenheng med hverandre.

Forklaring ved tall

Forklaring ved tall er en kvalitet ved Trym sin argumentasjon som virker støttende i hans prosess med å uttrykke matematisk kompetanse i både hjemmel og ryggdekning. Særlig komponenten resonnering blir berørt ved at eleven bruker tall for å vise hvordan han tenker. Ved å skrive opp regnestykkene forklarer han hvordan han har kommet frem til svarene. Tankegangen blir presentert ved tall, og kvaliteten blir brukt til å rettferdiggjøre argumentasjonens verbale ytringer.

Ved at Trym benytter tall som representasjon i sin forklaring viser han at han vet hvordan ulike prosedyrer utføres hensiktsmessig og nøyaktig. Da både addisjons-, subtraksjons- og divisjonsprosesser blir benyttet og utført korrekt viser Trym også at han har funnet en gyldig strategi for å svare på oppgavens problem. Dermed berøres også beregningskomponenten ved at Trym bruker forklaring ved tall.

At Trym forklarer sin tankegang ved å bruke tall bidrar til at han presenterer den matematiske situasjonen på ulike måter. Kvaliteten virker med det positivt i Tryms prosess med å uttrykke matematisk kompetanse også ved forståelses- og anvendelseskomponenten.

Hoderegning

Gjennomgående i argumentasjonen til Trym er at han veksler mellom hvordan han uttrykker en og samme tallverdi. I ryggdekningen skriver han en gang 2 290 000 mens han ved et annet tilfelle bruker forkortelsen 2,29 millioner. I hjemmelen skriver han i en ytring 2 710 000, mens samme verdi i belegget er rundet av til 2,71 millioner. I ryggdekningen skriver han 5 000 000 mens han i hjemmelen en gang uttrykker samme tallverdi som 5 mil og en annen gang er den forkortet til kun 5. I besvarelsen kommer det ikke frem hvordan han går frem for å runde av og forkorte tallene han arbeider med. Det kan dermed tenkes at han bruker hoderegning for å løse og presentere noen av delproblemene. Ut fra oppgavens kontekst fungerer hoderegning som en hensiktsmessig måte å løse disse på. Da alle avrundingene og forkortelsene er korrekt utført anses det også som en effektiv prosedyre. Hoderegning identifiseres med det som støttende i prosessen med å uttrykke matematisk kompetanse ved beregningskomponenten.

Kvaliteten bidrar som vist til å presentere det matematiske problemet og tilhørende løsning på ulike måter. Dermed har argumentasjonskvaliteten hoderegning en positiv virkning i prosessen med å uttrykke matematisk kompetanse også gjennom anvendelses- og forståelseskomponenten.

4.2.2 Vilde

Til slutt analyseres Vilde sin skriftlige besvarelse. Notasjonen er gjort individuelt i etterkant av diskusjonen i oppgave a, og som det fremkommer under benytter hun både regne- og skrivekolonnen for å få frem sitt perspektiv.

| Her kan du regne | Her kan du skrive | Her kan du tegne |
|---|---|------------------|
| 140 (Gjennomsnittet) (hr) $740 \cdot 2500$ (Mennesker) 332000 (hr) $332.000 - 28 \cdot (4 \text{ uker})$ 9296000 (hr) | <p>Jeg tror at forbiten kommer til å tape mindre penger hvis de annonserer Rodrigo, fordi hvis de må vente 4 uker for en reparasjon å komme, så mister de flere penger enn når de annonserer Rodrigo som har mer penger enn den andre reparasjonen. Jeg kan lage et regnestykke for å se om jeg har rett!</p> <p>← (Jeg hadde rett U)</p> | |
| <p>→ Men Rodrigo får de (KKE) så mye i fire uker.</p> $9.296.000 : 2 = 4.648.000$ (hr) $200.000 \cdot 74$ (2 uker) $2.800.000$ $4.648.000 + 2.800.000$ $= 7.448.000$ (hr) | | |
| <p>→ Med Rodrigo får de (KKE) så mye i fire uker.</p> | | |

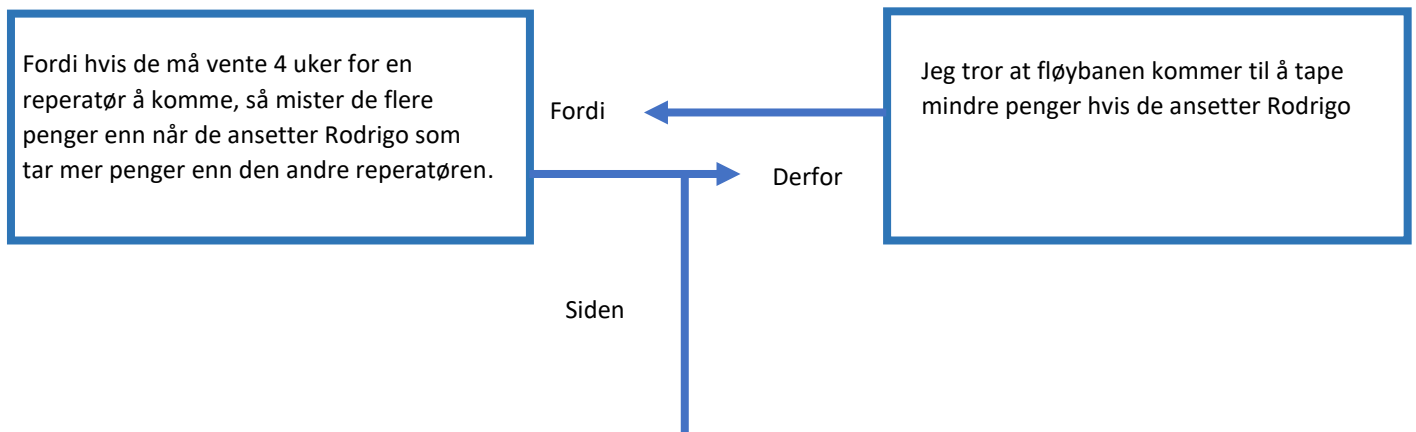
6

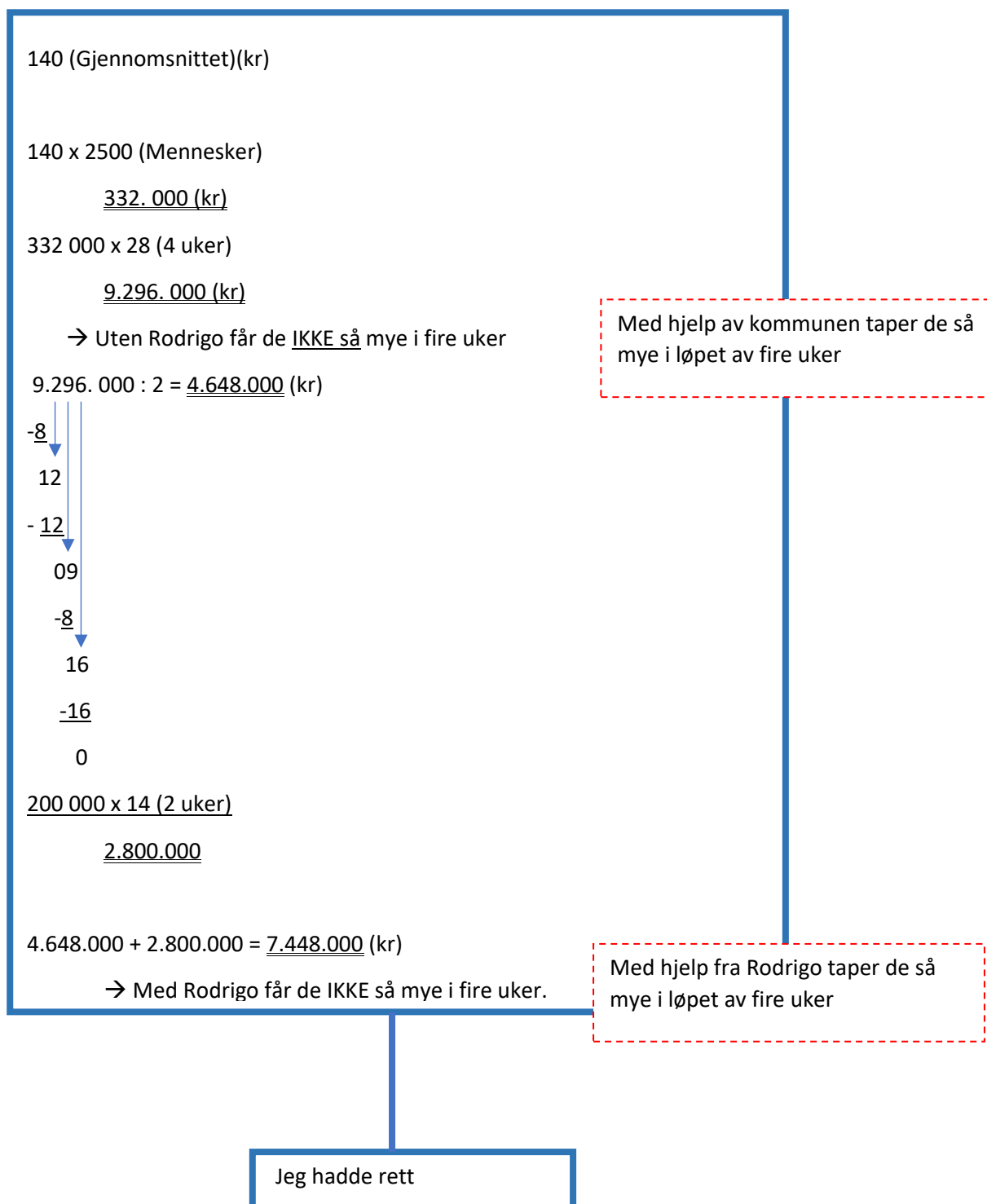
Figur 14: Vilde sin skriftlige besvarelse

Kolonnene er tettskrevet og tall og bokstaver er brukt. I den videre analysen trekkes de delene av besvarelsen som anses som argumenterende ytringer frem. Elementer som er med i hennes uttrykk for matematisk kompetanse pekes så på før kvaliteter med hennes argumentasjon identifiseres.

4.2.2.1 Trinn 1: Argumentasjonen systematisert i Toulmins skjema

Under vises en mulig fremstilling av Vildes argumentasjon i Toulmins skjema. I påstanden presenterer Vilde det som fungerer som svar på det oppgaven problematiserer mens hun i belegget legger frem en faktaopplysning som støtter påstanden. Videre begrunner Vilde i hjemmelen hvorfor hun hevder det hun gjør i belegg og påstand. Ved å vise til utregning får hun frem hvordan hun tenker, og hjemmelen knytter på den måten belegget til påstanden. Det som står i rød, stiplet boks er slik jeg forstår det hun har skrevet. Modellens siste komponent, ryggdekning, blir implisitt ytret også i Vildes besvarelse. Ved å si «Jeg hadde rett» viser hun til påstanden og hevder implisitt at 9,2 millioner er mer enn 7,4 millioner (dette er tall som ikke er riktige, men det har ingen innvirkning på studiens resultater).





Figur 15: Vilde sine argumenterende ytringer systematisert i Toulmins modell

4.2.2.2 Trinn 2: identifisering av matematisk kompetanse

Det er nå sikret at ytringene som skal analyseres videre er argumenterende ytringer. Gjennom disse ytringene uttrykker Vilde matematisk kompetanse i alle Toulmins komponenter. Da det

er i belegg og hjemmel argumentasjonskvalitetene identifiseres som støttende i hennes prosess med å uttrykke matematisk kompetanse er det likevel kun argumentasjonen i disse komponentene som kommenteres under.

Først vil jeg trekke frem hvordan deler av Vildes matematiske kompetanse uttrykkes ved anvendelseskomponenten (A) i belegg og påstand. At oppgaven oppfordrer til å undersøke økonomisk tap ved de forskjellige alternativene trekker Vilde blant annet frem ved å representere deler av problemet ved hjelp av ord i følgende ytring: «Fordi hvis de må vente 4 uker for en reperatur å komme, så mister de flere penger enn når de ansetter Rodrigo som tar mer penger enn den andre reperatureren». I belegget utdyper hun med denne ytringen det som kommer frem i påstanden, og ved å gjøre det setter hun altså ord på deler av oppgavens kjerne. På den måten berøres anvendelseskomponenten som en del av hennes matematiske kompetanse.

Det samme kjennetegnet på anvendelseskomponenten blir berørt også i hjemmelen, men her presenteres kjernen i problemet ved bruk av både tall og bokstaver, ikke utelukkende bokstaver slik det er i belegget. Ved å se på ytringene i belegg og hjemmel sammen er det tydelig at eleven evner å fremstille et matematisk problem og dets løsninger på ulikt vis. De ulike representasjonene Vilde benytter er av den grunn med på å legge til rette for at hun uttrykker matematisk kompetanse gjennom både anvendelses (A)- og forståelseskomponenten (F).

Et siste punkt jeg vil trekke frem ved den matematiske kompetansen Vilde uttrykker ved anvendelseskomponenten (A) er at hun gjennom hele besvarelsen veksler mellom å resonnerer, gjett og sjekke. At hun bruker ordet «tror» i påstanden indikerer at hun ikke er helt sikker på gyldigheten av det hun skriver. I belegget forekommer en slags resonnering ved at hun forklarer hvorfor påstandens antydning kan stemme, før hun i hjemmelen sjekker gyldigheten av de tidligere ytringene. I følge Kilpatrick et al. (2001) er det å veksle mellom å gjette, resonnerer og sjekke et typisk tegn på at anvendelseskomponenten er til stede.

Forståelseskomponenten (F) ved elevers matematiske kompetanse innebærer at elevene forstår hvorfor en matematisk ide er viktig og i hvilke kontekster den er hensiktsmessig (Kilpatrick et al., 2001). Dette viser Vilde tegn på da hun i hjemmelen viser til gjennomsnitt. Selv om gjennomsnittet hun foreslår ikke er riktig viser hun likevel at hun har forståelse for at

det kan være en hensiktsmessig tilnærming til oppgavens problem. Som følge av det ser jeg det slik at forståelseskomponenten styrker hennes uttrykk for matematisk kompetanse ytterligere.

Videre er beregningskomponenten (B) særlig sentral i argumentasjonens hjemmel. Vilde bruker et spekter av prosedyrer for å finne ut om det hun antyder i påstand og belegg stemmer. Hun viser med det kunnskap om når divisjons- multiplikasjons- og addisjonsprosedyren er hensiktsmessig å bruke. I fire av fem tilfeller er prosedyrene korrekt utførte og det kan virke som at hun har valgt effektive løsningsstrategier. Følgelig uttrykkes beregningskomponenten som en del av Vildes matematiske kompetanse.

Som et siste kjennetegn på matematiske kompetanse hos Vilde trekkes resonneringskomponenten frem (R). Den kjennes igjen ved at regnestykker og supplerende ord i hjemmelen i tillegg til resonneringen i belegget sammen er med på å gi mottaker en innsikt i hvordan hun tenker. Tankegangen hennes forklares ved hjelp av både tall og ord, og med det rettfærdiggjør hun den matematiske ytringen som presenteres i påstanden og belegget. I ryggdekningen skriver Vilde «jeg hadde rett», noe som tyder på at hun vurderer gyldigheten av resonnementet sitt. På den måten kjennes resonneringskomponenten igjen også her.

4.2.2.3 Trinn 3: kvalitet ved argumentasjonen

Vilde uttrykker matematisk kompetanse med å uttrykke seg både med tall og med bokstaver. Ulike uttrykksformer og fremgangsmåter gjør at det identifiseres et vidt spekter av argumentasjonskvaliteter som støtter hennes prosess med å uttrykke kompetanse. Ulik representasjon, forklaring ved tall, verbal forklaring og hoderegning kommenteres nærmere. Også linking words er presentert under, men grunnet liten frekvens blant de øvrige elevbesvarelsene kommenteres den ikke ytterligere.

| Toulmin-komponent | Ytring | Matematisk kompetanse | Kvalitet |
|-------------------|--|-----------------------|-------------------|
| Påstand | Jeg tror at fløybanen kommer til å tape mindre penger hvis de ansetter Rodrigo | A | |
| Belegg | Fordi hvis de må vente 4 uker for en reparerør å komme, så mister de flere penger enn når de | ARF | Verbal forklaring |

| | ansetter Rodrigo som tar mer penger enn den andre reparatøren. | | Linking words |
|-------------|--|---|---|
| Hjemmel | <p>140 (Gjennomsnittet)(kr)</p> <p>140 x 2500 (Mennesker) <u>332.000 (kr)</u></p> <p>332 000 x 28 (4 uker) <u>9.296.000 (kr)</u></p> <p>→ Uten Rodrigo får de <u>IKKE</u> så mye i fire uker</p> <p>$9.296.000 : 2 = \underline{4.648.000}$ (kr)</p> <p>$\begin{array}{r} -8 \\ 12 \\ -12 \\ 09 \\ -8 \\ 16 \\ -16 \\ 0 \end{array}$</p> <p><u>200 000 x 14 (2 uker)</u> <u>2.800.000</u></p> <p>$4.648.000 + 2.800.000 = \underline{7.448.000}$ (kr)</p> <p>→ Med Rodrigo får de <u>IKKE</u> så mye i fire uker.</p> | <p>FA</p> <p>BR</p> <p>BR</p> <p>F</p> <p>BR</p> <p>BR</p> <p>BR</p> <p>F</p> | <p>Ulik representasjon</p> <p>Ulik representasjon Hoderegning Forklaring ved tall</p> <p>Ulik representasjon Hoderegning Forklaring ved tall</p> <p>Verbal forklaring</p> <p>Ulik representasjon Forklaring ved tall</p> <p>Ulik representasjon Hoderegning Forklaring ved tall</p> <p>Ulik representasjon Hoderegning Forklaring ved tall</p> <p>Verbal forklaring</p> |
| Ryggdekning | Jeg hadde rett | R | |

Figur 16: Presentasjon av Vilde sine ytringer ved Toulmins modell, matematiske kompetanser og argumentasjonskvaliteter

Ulik representasjon

Den første kvaliteten som trekkes frem ved argumentasjonen til Vilde er bruk av ulike representasjoner. I hjemmelen bidrar kvaliteten positivt i prosessen med å uttrykke matematisk kompetanse i alle ytringene med unntak av to. Sentralt i dette uttrykket for

kompetanse er resonneringskomponenten, da hele hjemmelen preges av at hun rettferdiggjør sine ytringer ved hjelp av ulike representasjoner. Ordene supplert med tall er med på å gi leseren en innsikt i hennes tankegang. Dermed virker argumentasjonskvaliteten ulik representasjon støttende i Vildes prosess med å uttrykke deler av sin matematiske kompetanse. Særlig positiv virker kvaliteten i forbindelse med uttrykk av resonneringskomponenten.

Forklaring ved tall

Neste kvalitet som belyses er forklaring ved tall. Alle tilfellene hvor eleven skriver opp et regnestykke viser til denne kvaliteten. Vilde benytter da tall og regnestykker for å støtte de verbale forklaringene hun også benytter. Å supplere verbale ytringer med regnestykker og tall synliggjør for leseren hva hun tenker og hvordan hun kommer frem til et svar. Denne kvaliteten virker støttende for at deler av hennes matematiske kompetanse uttrykkes ved resonneringskomponenten. Vildes forklaringer ved hjelp av tall viser i tillegg at hun har kunnskap om ulike matematiske prosedyrer og at hun (i de fleste tilfellene) kan utføre ulike prosedyrer hensiktsmessig og korrekt. Argumentasjonskvaliteten forklaring ved tall har dermed en positiv virkning også i prosessen med å uttrykke beregningskomponenten i hennes matematiske kompetanse.

Verbal forklaring

Videre kommenteres argumentasjonskvaliteten verbal forklaring. I belegg og hjemmel setter Vilde ord på noe av det som er det matematiske problemets kjerne ved å anvende verbale forklaringer. Vilde bruker altså ord som en representasjon til å forklare sin tankegang og for å gi en utfyllende forklaring på det regnestykkene viser. De verbale forklaringene bidrar med det positivt i prosessen med å uttrykke matematisk kompetanse gjennom anvendelseskomponenten.

Sentralt i forståelseskomponenten for matematisk kompetanse er det å kunne benytte ulike representasjoner og vite når de ulike representasjonene er nyttige. Dette viser Vilde at hun kan da hun evner å rettferdiggjøre ulike ytringer ved hjelp av ord, i tillegg til å benytte tall der

det er hensiktsmessig. Ved å se på det som er omtalt i dette avsnittet kan det hevdes at deler av Vildes matematiske kompetanse uttrykkes ved både forståelses- og resonneringskomponenten, ved at argumentasjonskvaliteten verbal forklaring anvendes.

Hoderegning

Til slutt vil jeg peke på hoderegning som en kvalitet ved Vildes argumentasjon. Hun har skrevet opp seks regnestykker i argumentasjonen sin, og divisjonsalgoritmene er den eneste hvor det kommer klart frem hvordan hun tenker. I de øvrige regnestykkene er det ingen notasjon som indikerer hvordan hun har kommet frem til svaret. Det kan derfor tenkes at Vilde ved disse utregningene har benyttet en form for hoderegning. Denne hoderegningen er som tidligere nevnt korrekt utført ved nesten alle tilfellene. Det kan indikere at måten hun løser de ulike stykkene på er effektive metoder i forhold til konteksten hun er i og oppgavens problem. Ved å velge hensiktsmessige prosedyrer virker hoderegning som argumentasjonskvalitet støttende i Vildes prosess med å uttrykke beregningskomponenten. Hoderegningen er i tillegg en måte hun får vist hvordan hun tenker med at den er med på å utdype de verbale forklaringene. Kvaliteten viser med det også til resonneringskomponenten.

5 Diskusjon

Formålet med denne oppgaven har vært å gi lærere et bevisst forhold til kvaliteter ved matematisk argumentasjon som bidrar i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. Oppgaven er begrenset til å omhandle følgende problemstilling:

Hvilke kvaliteter kan man finne i elevers matematiske argumentasjon som særlig støtter deres prosess med å uttrykke matematisk kompetanse?

For at studiet skal være av verdi for elevmangfoldet er det arbeidet rundt følgende underspørsmål:

1. *Hvilke kvaliteter ved muntlig matematisk argumentasjon kan ha en positiv virkning i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse?*

2. *Hvilke kvaliteter ved skriftlig matematisk argumentasjon kan ha en positiv virkning i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse?*

For å undersøke problemstillingen er muntlige og skriftlige besvarelser til åtte elever på sjuende trinn systematisert og analysert i henholdsvis Toulmins (2003) argumentasjonsmodell Kilpatrick et al. (2001) sin forståelse av matematiske kompetanser. Til slutt er det identifisert felles kvaliteter ved matematisk argumentasjon som har en positiv virkning i elevers prosess med å argumentere og uttrykke matematisk kompetanse.

Gjennom dette kapitlet diskuteres oppgavens problemstilling med utgangspunkt i besvarelsene til alle de åtte elevene. Sentrale funn som fremkommer av analysene i kapittel 4 ses i lys av tidligere forskning på kvaliteter ved elevers matematiske argumentasjon. Kapitlet starter med å diskutere forhold ved muntlig og skriftlig argumentasjon hver for seg før jeg til slutt drøfter forhold ved de to representasjonsformene i sammenheng med hverandre.

5.1 Hva kan analysene fortelle om kvaliteter ved elevers muntlige argumentasjon i matematikk?

5.1.1 Hoderegning, tenkepause og fortsettende ytringer er hyppig identifisert

Funn fra analysene av elevenes muntlige argumentasjon viser at hoderegning er den kvaliteten som hyppigst identifiseres i forbindelse med at elevene uttrykker matematisk kompetanse. Kvaliteten identifiseres særlig i forbindelse med Kilpatrick et al. (2001) sin beregningskomponent. Det tyder på at ved å være oppmerksom på elevers bruk av hoderegning i argumentasjon kan lærer få innsikt i deres prosedyrekunnskap. Det er imidlertid nødvendig å kommentere hvordan hoderegning som kvalitet ved muntlig argumentasjon er identifisert gjennom denne studien. Ved flere tilfeller er det tydelig at det er hoderegning som identifiseres, men i noen tilfeller kan det stilles spørsmål til om det løsningsforslaget som presenteres innebærer regning. Eksempelvis i det elevene ytrer at halvparten av 5 millioner er 2,5. Er det hoderegning eller er det memorert fra tidligere erfaringer? Så lenge en ikke er kjent med elevenes matematikkompetanse på forhånd og dermed ikke har kjennskap til elevenes strategier eller tenkemåter forblir dette en utfordring. I denne studien er det likevel valgt å inkludere alle ytringer av denne typen som hoderegning da det, slik som jeg ser det, en eller annen gang er benyttet regning for å finne hva halvparten av 5 millioner er. Om det så i

etterkant er memorert og benyttet, viser det at hoderegning kan føre til at prosedyrer utføres hensiktsmessig og nøyaktig.

Videre følger tenkepause og fortsettende ytringer som kvaliteter ved muntlig argumentasjon elevene benytter i deres prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. Tenkepausen knyttes til det Mosaker (2009) skriver om samtalepausen. På grunn av at pausen i denne studien identifiseres i forbindelse med det som kan tenkes å være et tenkende tidsrom, har jeg valgt å omtale kvaliteten som tenkepause fremfor å bruke Mosakers begrep. Pausen er ved flere tilfeller i denne studiens empiri etterfulgt av korrekte svar, og det kan med det hevdes at den fører til tenkende og reflekterte elever, slik Mosaker (2009) skriver. På en annen side er en pause på samme måte som hoderegning en usynlig handling. Som observatør kan en derfor ikke påstå at pausen er avgjørende for det løsningsforslaget som presenteres, da en ikke vet hva som foregår i tankene til den tenkende. Det hevdes derfor at den er et *mulig* bidrag til at elevene finner en passende løsningsstrategi heller enn at den er et *klart* bidrag. Med det kan det tenkes at pausen er en kvalitet som *kan* bidra positivt i elevens prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. Slik jeg ser det kan det være gunstig å vie pauser i elevens muntlige argumentasjon nysgjerrighet og oppmerksomhet. Når det er sagt er det viktig at en som lærer lar eleven ta kontroll over pausen og lar den opptre på elevens premisser (Mosaker, 2009).

Også kvaliteten fortsettende ytringer kan det tenkes at er nyttig å vie oppmerksomhet og nysgjerrighet for å få innblikk i elevens matematiske kompetanse. Slik denne kvaliteten fremkommer gjennom studiens empiri er at en elevs ytring virker støttende for den kommende ytringen. En elev lytter til det en annen sier og på den måten kan mening og forståelse dannes. Slik kan kvaliteten virke positivt til at eleven evner å uttrykke deler av sin matematiske kompetanse. For å identifisere fortsettende ytringer i elevens matematiske argumentasjon er en avhengig av et sosialt samspill hvor kunnskap deles. Kvaliteten kan slik kobles til et sosiokulturelt læringssyn. Fortsettende ytringer oppstår i denne studien i det kunnskap deles ved muntlig språk. Hva om elevene også samarbeidet om den skriftlige delen av oppgavene, kunne skriftlige representasjoner fungert som deler av fortsettende ytringer?

Alrø & Skovsmose (2002) peker på det å tenke høyt som en kvalitet med samtaler. I denne studien er imidlertid ikke den kvaliteten trukket frem som en egen kvalitet. Den kan likevel

sees i sammenheng med fortsettende ytringer. I flere tilfeller fremstår nemlig en elevs ytring som tenkende før en annen plukker opp tråden og fortsetter på den tankerekken som først ble ytret. Dette kommer ikke så tydelig frem blant de to presenterte elevene, men et eksempel som trekkes frem er Anna og Trym (se vedlegg 3). Elevene er kommet et stykke i diskusjonen sin da Anna fremstår tenkende i det hun sier «Så det blir (...) 2,5 (...) 2700, nei to tusen sju hundre og (...) ja noe sånt. Ehm». Tankerekken hennes plukkes så opp av Trym som fortsetter på det hun ytret ved å si «to tusen sju hundre og». Til slutt sier elevene i kor: «ti tusen». I dette eksempelet kan det tenkes at elevenes tanker har bidratt til at begge elevene evnet å komme til et svar.

5.1.2 Hva er det med linking words, spørrende ytringer og verbale forklaringer?

Kvaliteter som ikke identifiseres like hyppig i forbindelse med den matematiske kompetansen til elevene i deres muntlige argumenter er verbal forklaring, spørrende ytring og linking words. Både spørrende ytringer og linking words er omtalt tidligere i oppgaven og er av forholdsvis Herheim (2016) og Cohen et al. (2015) omtalt som kvaliteter ved elevs argumentasjon. Cohen et al. sin studie er imidlertid gjennomført på skriftlig argumentasjon. Ut fra funnene i denne oppgaven ser jeg det likevel som aktuelt også i elevs muntlige argumentasjon i matematikk. Hvor vidt det er en selvstendig kvalitet slik begrepet forstås i oppgaven kan imidlertid diskuteres. En av studiens deltakere, Lasse, sier for eksempel:

Men så er det også, eller det er to uker og det er halvparten av fem millioner. Da er det cirka to komma fem millioner med det, da. (Se kapittel 4.1.2 for fullstendig dialog).

«men» fungerer her som bindeord for å binde argumentasjonen sammen. Konsentrerer vi oss utelukkende om dette kan ordet identifiseres som en kvalitet. Ser vi videre i Lasses ytring er det tydelig at den inneholder en verbal forklaring. Dette er gjennomgående også for de andre elevene hvor linking words identifiseres. Det kan derfor stilles spørsmål ved å om linking words i seg selv virker positivt på elevenes muligheter til å uttrykke matematisk kompetanse, eller om det er i kombinasjonen med verbal forklaring at uttrykk for kompetanse kjennes igjen.

Slik kvaliteten spørrende ytring fremstår av empirien i studien kan også den knyttes til det Alrø & Skovsmose (2002) skiver om å tenke høyt. Det begrunnes med at det å tenke ikke

nødvendigvis ytres som en absolutt sannhet, heller en ide eller en tanke. Følgende ytring eksemplifiserer dette. Jens sier:

Okei (...) to komma fem pluss tohundre og ti tusen? Hva er det for noe? To komma fem millioner pluss tohundre og ti tusen (...). (Se kapittel 4.1.1 for fullstendig dialog).

Slik jeg forstå ytringen fremstår den både som undrende og tenkende. Flere av de andre spørrende ytringene som er identifisert i forbindelse med elevenes uttrykk for matematisk kompetanse bærer også i høy grad preg av å være slike tenkende ytringer. Det er likevel valgt å se bort i fra dette som en kvalitet i denne studien. Det fordi både spørrende og fortsettende ytringer (sistnevnte er diskutert i forrige delkapittel) fremstår som kvaliteter som klart kan knyttes til elevenes prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. Det kan også antas at de inngår i et videre spekter av ytringer enn det å tenke høyt ville gjort.

I motsetning til linking words og spørrende ytringer er ikke verbal forklaring omtalt i oppgavens teoretiske rammeverk. Kvaliteten kan likevel knyttes til noe av det som ble omtalt i rammeverket. Eksempelvis kan verbal formulering inngå i Alrø & Skovsmoses (2002) omformuleringsbegrep. Med det menes at en omformulering kan forekomme i forsøk på å skape mening på en annen måte enn det som tidligere er gjort. I det inngår gjerne en forklaring bestående av muntlige ord. I denne studien har ikke omformuleringsbegrepet fått betydelig oppmerksomhet. Datamaterialet gir dermed ingen eksempler for å bekrefte dette, men i noen sammenhenger kan det likevel tenkes at omformuleringsbegrepet kan knyttes til kvaliteten verbale forklaringer. Derfor kan begrepet forstås som verdifullt for lærere i deres søken etter innsikt i elevers matematiske kompetanse.

At verbal forklaring ble identifisert kun ved tre tilfeller i de muntlige besvarelsene kan ha ulike årsaker. Først og fremst kan det komme av at elevene ikke er vant til denne måten å arbeide med oppgaver i matematikken. En annen mulig årsak er sammensetningen av elevpar og hvor utfordrende oppgavene var. Dersom begge elevene forstod det som ble ytret og det som fremkom i oppgaveteksten kan det tenkes at det ikke har vært nødvendig med en nærmere forklaring. Da elevene som deltok i studien bestod av et hensiktsmessig utvalg elever og par sammensatt av elever som faglig gikk godt sammen, har nivået på elevene innad i et par vært relativt likt. Dermed har det nok ikke vært nødvendig med forklaringer i stor grad. Med det forsvinner også behovet for verbale forklaringer.

At de to andre kvalitetene, spørrende ytringer og linking words ikke ble identifisert så ofte i elevenes muntlige besvarelser opplever jeg som overaskende da dette er elementer som flere studier trekker frem som sentrale i elevers matematiske kompetanse (Herheim, 2016; Alrø & Skovsmose, 2002; Johnsen-Høines & Alrø, 2012; Teasley & Roschelle, 1993). Med dette funnet er det særlig tydelig at min forforståelse er blitt utfordret gjennom arbeid med studien. Tanker rundt spørrende ytringer blir ytterligere diskutert i kapittel 5.3.3.

5.1.3 Mangfoldighet som en forutsetning for å identifisere andre kvaliteter?

Tidligere i oppgaven er det vist til at mangfoldighet kan forstås som en kvalitet ved muntlighet (Rangnes, 2016). Funnene fra denne studien viser imidlertid at brudd ved det typiske IRF-mønsteret er å kjenne igjen i de fleste av elevenes argumenterende samtaler. Alle elevparene i studien var deltakere i mangfoldige samtaler hvor ulike samtaleyper inngikk, blant annet spørrende og fortsettende ytringer. På grunn av studiens fokus vil jeg ikke gå nærmere inn på andre samtaleyper. Mangfoldige samtaler slik Rangnes (2016) skriver knyttes i denne studien ikke til konkrete uttrykk for matematisk kompetanse. Jeg åpner derfor for å se mangfoldighet som en forutsetning for at et rikt spekter av argumentasjonskvaliteter kan identifiseres, heller enn en argumentasjonskvalitet i seg selv.

5.2 Hva kan analysene fortelle om kvaliteter ved elevers skriftlige argumentasjon i matematikk?

5.2.1 Kvaliteter som er identifisert med høy frekvens

Funn fra analysene av elevenes skriftlige argumentasjon i matematikk viser at bruk av ulike representasjon, hoderegning, forklaring ved tall og verbal forklaring er de argumentasjonskvalitetene som oftest identifiseres i forbindelse med deres uttrykk for matematisk kompetanse. Også linking words viser seg å være aktuelle i elevers kompetanseuttrykk. Denne kvaliteten er imidlertid ikke like frekvente som de fire andre.

Først og fremst vil jeg peke på noen sentrale elementer ved argumentasjonskvaliteten ulik representasjon. Den viser seg sentral i alle Toulmins (2003) deler av argumentasjonen med unntak av i påstanden. I tillegg til å være sentral i store deler av elevenes argumentasjon virker kvaliteten gjennomgående positiv i prosessen med å uttrykke flere av Kilpatrick et al. (2001)

sine komponenter for matematisk kompetanse. Det kan derfor hevdes at oppmerksomhet rundt elevers bruk av ulike representasjoner i skriftlig matematisk argumentasjon er verdifull for å få innsikt i deres matematiske kompetanse. Dette er i tråd med Ulland et al. (2018) som skriver at det å uttrykke samme informasjon ved hjelp ulike representasjoner er et godt kjennetegn på matematisk forståelse. En innvending er likevel at slik kvaliteten er identifisert i elevenes besvarelser er det for det meste i form av tall og ord. Ingen elever i denne studien benytter seg av algebraiske representasjonsformer, symboler eller illustrasjoner. Med bakgrunn i Piagets teori om barns kognitive utvikling samt kompetansemål etter sjuende trinn hevder jeg at de representasjonene som fremkommer gjennom denne studien ikke er representative for det nivået elever i sjuende klasse er ventet å være på (Woolfolk, 2004, s. 56; Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 7).

Jeg vil trekke frem hvordan elevene tilnærmet seg oppgaven som en mulig årsak. De fleste av elevene har tatt Rodrigo sin estimering av økonomisk tap som en sannhet. Dermed har de ikke utfordret de prisene han presenterer, og kun et fåtall av elevene har tatt prislisten med i løsning av oppgaven. Slik vi la oppgaven opp er det i denne informasjonen vi la til rette for differensiering, og det er her algebraiske uttrykksformer kunne vært lønnsomme. De elevene som på den andre siden forsøkte å inkludere de ulike prisene i sin oppgave ser likevel ut til å ha tvilt på det de kom frem til. Dette fordi den fremstillingen de har brukt ikke kan systematiseres i noen av delene i Toulmins (2003) modell. Derfor knyttes de heller ikke til resten av argumentasjonen som legges frem.

I tillegg er måten ulike representasjoner blir identifisert på noe ulik fra slik Ulland et al. (2018) skriver. I denne studien er notasjoner identifisert som kvaliteten ulike representasjoner så lenge ulike representasjoner er benyttet i en og samme ytring, uavhengig om de uttrykker samme informasjon eller ikke.

Videre skal jeg kommentere noen sentrale momenter med kvaliteten hoderegning. Som nevnt under diskusjon av de muntlige besvarelsene er hoderegning en usynlig handling. I mange tilfeller kan en derfor ikke påstå at det er hoderegning som fører til løsningen. Flere steder hvor hoderegning identifiseres i de skriftlige besvarelsene innebærer imidlertid mer ukjente tall enn det som fremkommer ved de muntlige besvarelsene. Et eksempel er Vilde som regner ut $332\,000 \times 28$ uten å notere noen mellomregninger før svaret presenteres. Se figuren under:

Figur 17: Deler av Vildes skriftlige matematiske besvarelse hvor særlig argumentasjonskvaliteten hoderegning identifiseres

Dette regnestykket anses ikke som sannsynlig at det er memorert fra tidligere. Grunnlaget for å hevde at hoderegning har en positiv virkning i prosessen med å uttrykke deler av hennes matematiske kompetanse er dermed sterkt. For å vise at dette er gjeldende for også de øvrige elevene velger jeg å vise til Annas skriftlige besvarelse (se vedlegg 4 for fullstendig besvarelse):

| Her kan du skrive |
|--|
| <p>Hvis det vil ta 5 mill på 4 uker vil de ta kun 2,5 mill pluss regningen era Rodrigo som er 200 000 + 10000 fra reisen. Tilsammen vil det bli 271 000. Hvis de ventet på den andre reprotøren som ikke kom før 4 uker, hadde kommen anen kostet 5 mill pluss botstingens til reprotøren.</p> |

Figur 18: Deler av Annas skriftlige matematiske besvarelse hvor særlig argumentasjonskvaliteten hoderegning identifiseres

I kolonnen for skriving legger hun 2,5 millioner sammen med 200 000 og 10 000 for så å få 271 000 uten å notere mellomregninger (det tas ikke stilling til at en 0 mangler for å få riktig svar). Slik jeg ser det er også dette et regnestykke det er lite sannsynlig at er memorert fra tidligere. Gjennom de ulike elevbesvarelsene bidrar kvaliteten gjennomgående til at alle Kilpatrick et al. (2001) sine komponenter uttrykkes. Med det kan hoderegning tenkes som en indikator på at matematisk kompetanse uttrykkes. Slik jeg ser det er det med det viktig å vie

kvaliteten oppmerksomhet i forbindelse med å oppnå innsikt i elevers matematiske kompetanse.

Jeg vil så kommentere argumentasjonskvaliteten forklaring ved tall slik den kjennes igjen i elevenes skriftlige argumentasjon. I de fleste tilfellene har kvaliteten den funksjonen at den viser hvorfor det som fremkommer i påstand og belegg stemmer. Den fungerer med det som en støtte til det som fremkommer gjennom den verbale forklaringen. Hos de to elevene som i oppgaven er presentert i forbindelse med deres skriftlige besvarelser virker kvaliteten positivt i forhold til både resonnerings- og beregningskomponenten (Kilpatrick et al. 2001). Det viser seg å være gjennomgående også hos de øvrige elevene i studien. Felles for alle tilfellene hvor kvaliteten identifiseres er at den er en del av argumentasjonens hjemmel. Dette kan forklare hvorfor resonneringskomponenten er et så sentralt uttrykk for kompetanse der forklaring ved tall identifiseres. Singletary & Conner (2015) skriver som tidligere nevnt at det ofte er i hjemmelen resonnering fremkommer. Det er likevel verdt å nevne at også de andre komponentene i Kilpatrick et al. (2001) sin forståelse for matematisk kompetanse i noen tilfeller kommer til uttrykk der kvaliteten identifiseres. De er likevel ikke like frekvente som de to som er omtalt ovenfor.

Gjennomgående kan en si at elevenes forklaringer ved tall virker støttende i prosessen med å uttrykke deler av deres matematiske kompetanse. Det hevdes derfor at også denne kvaliteten fortjener oppmerksomhet fra lærers side i forbindelse med innsikt i elevers kompetanse.

Argumentasjonskvaliteten verbal forklaring i forbindelse med skriftlig argumentasjon vil så kommenteres. Det er en av kvalitetene som identifiseres flere ganger og hos flere elever i forbindelse med elevenes uttrykk for matematisk kompetanse. Slik det fremstår av alle elevbesvarelsene er kvaliteten også knyttet til alle komponentene (Kilpatrick et al., 2001) med unntak av engasjement. Likevel er verbale forklaringer ikke identifisert i Tryms besvarelse i det hele tatt. En årsak til det være at eleven ikke ser det som nødvendig å gjenta en forklaring som er blitt luftet under den muntlige diskusjonen og dermed kan oppfattes som en felles forståelse. Trym kan med andre ord ha oppfattet forklaringen som «taken as shared» (Yackel, 2001).

Besvarelsen til Trym er derimot preget av flere nøyaktige forklaringer ved tall. Det kan med det tenkes at han veier opp for den manglende verbale forklaringen med å benytte

regnestykker i sin forklaring. Da verbale forklaringer identifiseres med høy frekvens blant de øvrige besvarelsene og i tillegg anses å bidra positivt i uttrykk av flere ulike komponenter mener jeg at den likevel er aktuell for lærere som søker innsikt i elevers matematiske kompetanse.

Avsnittet om forklaringer ved tall trekker frem hvordan kvaliteten fungerer som en støtte til det som fremkommer gjennom den verbale forklaringen. De verbale forklaringene som identifiseres i de muntlige besvarelsene viser at elevene også benytter ord hyppig for å forklare sin tankegang. På den måten er ikke regnestykkene kun et supplement til de verbale forklaringene. De verbale forklaringene anses også som supplement til regnestykkene. Det kan med andre ord sies at de to representasjonsmåtene har en utfyllende, gjensidig funksjon ovenfor hverandre.

5.2.2 Linking words i de skriftlige besvarelsene

Til sist kommenteres kort elevenes bruk av linking words i de skriftlige besvarelsene. Slik jeg ser det kan, om ikke bør, kvalitetene linking words og verbal forklaring sees i sammenheng med hverandre også i de skriftlige elevbesvarelsene. Bakgrunnen for denne tanken er den samme som er drøftet under muntlige besvarelser i kapittel 5.1.2. I likhet med besvarelsene der består skriftlige linking words blant annet av «men» og «fordi», for så en etterfølgende verbal forklaring. Med det vil jeg påstå at det er innholdet i den verbale forklaringen som sterkest kan knyttes til uttrykk for matematisk kompetanse, ikke linking words i seg selv.

5.3 Skriftlig og muntlig matematisk argumentasjon sett i sammenheng med hverandre

Jeg vil nå diskutere forhold som er ut fra analysene er aktuelle både i elevenes muntlige og skriftlige matematiske argumentasjon. Elementer som knytter de to uttrykksmåtene sammen kommenteres også.

5.3.1 Matematisk kompetanse handler om mer enn riktige svar

Matematikk handler om å forstå hvorfor noe er riktig, ikke bare hva som er riktig (Enge & Valenta, 2011). Derfor ligger ikke oppgavens fokus på om elevene evner å presentere et riktig

svar eller ikke. I likhet med Cross (2008) er det gjennom analysene funnet at deler av elevers matematiske kompetanse kan uttrykkes selv om ikke alle deloperasjoner er riktig utført og følgende at riktig løsning presentert. Dette fremstår som gjeldende både i skriftlige og i muntlige besvarelser. Denne tilnærmingen til oppgavens empiri har lagt til rette for at kvalitetene som er identifisert ikke begrenser seg til å virke positive kun i forhold til beregningskomponenten (som er den komponenten som viser til korrekt og nøyaktige løsninger). De andre komponentene er vel så aktuelle i elevers uttrykk for matematisk kompetanse.

En innvending er imidlertid at de fem komponentene for matematisk kompetanse hører sammen og er avhengige av hverandre (Kilpatrick et al., 2001). Det påpekes derfor at å presentere korrekte og nøyaktige svar er sentralt i matematikk. Selv om det ikke anses som avgjørende for denne studiens problemstilling er det ellers nødvendig å se dem i sammenheng for å få et innblikk i elevers utvikling av matematisk kompetanse.

5.3.2 Hvorfor uttrykkes det mer matematisk kompetanse i skriftlige besvarelser enn i muntlige?

Slik det fremkommer av analysene er det identifisert flere ulike kvaliteter som virker støttende i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse ved muntlig argumentasjon enn ved skriftlig. Likevel er kvalitetene identifisert med en høyere frekvens i de skriftlige besvarelsene. Legges de sammen er det gjennomgående funnet flere kjennetegn på kvaliteter i de skriftlige besvarelsene. Det betyr at de identifiserte argumentasjonskvalitetene bidro til mer uttrykk for kompetanse i de skriftlige besvarelsene enn i de muntlige. En grunn til det kan være at skriftlige matematikkbesvarelser er mer kjent for elevene enn det er å diskutere muntlig. Det kan dermed tenkes at å uttrykke sin tankegang muntlig, på en like detaljert måte som ved å notere regnestykker, oppleves som utfordrende. Dette er imidlertid kun en mulig årsak, da jeg som forsker ikke hadde kjennskap til elevenes vaner og kompetanse i matematikk fra før av.

Videre stiller jeg spørsmål ved hvorvidt det har hatt noe å si for de skriftlige besvarelsene at de allerede arbeidet med samme oppgave muntlig. Kan årsaken til at argumentasjonskvalitetene bidrar til mer uttrykk for matematisk kompetanse i skriftlige besvarelser ha en sammenheng med at elevene allerede hadde diskutert oppgaven med en medelev? På en side vil jeg si ja, da elevene har hatt tid til å prosessere oppgaven samtidig

som de kan gi en skriftlig besvarelse med å referere til en medelevs tanker og ideer. For elevene kan dette ha virket mindre skummelt enn i den muntlige diskusjonen. I sistnevnte er det den gitte elevens tanker og ideer som kom til uttrykk, noe som kan være ubehagelig for noen.

På en annen side har elevene i den muntlige besvarelsen vært to om å komme frem til en løsning, og to om å uttrykke kompetanse. Det kan tenkes at siden elevene støttet hverandre mot den proksimale utviklingssonen (Lave & Wenger, 2003) ville mer matematisk kompetanse kommet til uttrykk også ved muntlig argumentasjon. Det er imidlertid slik at den kompetansen som uttrykkes og de kvalitetene som identifiseres ved de muntlige besvarelsene er uttrykt av kun en elev, selv om de var i par. Besvarelsene er analysert ut fra det en av elevene har sagt, og i de fleste tilfeller uttrykkes ikke den samme kompetansen i samme sammenheng av medeleven. I de skriftlige besvarelsene derimot kan eleven som ikke tidligere ga uttrykk for den gitte kompetansen benytte seg av det medeleven ytret. Dermed vil også denne eleven kunne gi uttrykk for matematisk kompetanse, og mer kompetanse kan med det kjennes igjen.

5.3.3 Hvorfor identifiseres ikke spørrende ytringer med høyere frekvens?

Spørrende ytringer er en kvalitet som Herheim (2016) fremhever som kvaliteter ved matematiske samtaler. Likevel er dette en kvalitet som ikke er identifisert hyppig blant elevene i denne undersøkelsen. Det kan tenkes at det har en sammenheng med de sosiomatematiske normene som er utviklet i elevenes matematikklasser (Yackel & Cobb, 1996). Hvilken oppgavetype de er vant til samt hvordan de er vant til å svare på oppgaver kan virke inn på hvordan elevene formulerer sine ytringer og dermed om spørrende ytringer kjennes igjen i analysene. Oppgaven som gis elevene stiller et spørsmål. Det kan hende at det som faller naturlig i en slik sammenheng er å gi svar fremfor å stille spørsmål eller ytringer som virker spørrende.

I de skriftlige besvarelsene identifiseres ikke spørrende ytringer i det hele tatt. Opplevs det for elevene mer som et svar på oppgaven når de skriver fremfor når de kommuniserer muntlig, og følgelig ytrer de seg ikke spørrende i skriftlige besvarelser? En annen mulig årsak er at det føles unaturlig å ytre seg spørrende i de skriftlige besvarelsene da det ikke er noen mottaker som kan svare.

5.3.4 Elevenes engasjement for matematikkfaget

Endelig skal engasjementskomponenten i Kilpatrick et al. (2001) sinn forståelse for matematisk kompetanse kommenteres. Analysene av elevenes muntlige og skriftlige besvarelser viser at engasjementskomponenten i liten grad uttrykkes. I de tilfellene hvor den likevel gjør det, er det ikke identifisert noen argumentasjonskvalitet som kan knyttes til uttrykket for kompetanse. Betyr det at elevene ikke ser matematikkfaget som nyttig og verdifullt? Etter den lille tiden vi hadde med elevene og med tanke på den oppgaven vi ga dem, mener jeg at det ikke ligger et grunnlag for å hevde dette. Slik jeg ser det må elevenes engasjement i faget observeres over tid. Det er også gunstig med innblikk i deres tanker og holdninger ut over det som denne studien la opp til.

5.3.5 Viktigheten av å variere måter elevene kan avgi besvarelser på

Til slutt vil jeg trekke frem hva analysene forteller om viktigheten av å variere måten elevene besvarer oppgaver på. Eksempelvis uttrykker Vilde lite matematisk kompetanse i de muntlige besvarelsene. Likevel er hun en av dem som viser stor grad av matematisk kompetanse i sin skriftlige besvarelse. Motsatt uttrykker Lasse lite matematisk kompetanse i sin skriftlige besvarelse, mens han i den muntlige diskusjonen gir uttrykk for kompetanse i stor grad. Vilde og Lasse er to elever som går i samme klasse, men som helt klart gir uttrykk for matematisk kompetanse på ulikt vis. For at lærere skal kunne møte disse elevene på en tilfredsstillende måte er det behov for varierte måter å besvare oppgaver på. For lærers muligheter til innsikt i elevenes matematiske kompetanse er det også verdifullt med kjennskap til de ulike kvalitetene ved elevenes matematiske argumentasjon, både skriftlig og muntlig.

6 Avslutning

I denne oppgaven er kvaliteter ved elevers matematiske argumentasjon undersøkt. Med studien har jeg ønsket å gi lærere et bevisst forhold til kvaliteter ved elevers argumentasjon som særlig støtter deres prosess med å uttrykke matematisk kompetanse.

Da et mål med studiet har vært å møte elevmangfoldet er to underspørsmål formulert og arbeidet ut fra:

1. *Hvilke kvaliteter ved muntlig matematisk argumentasjon kan ha en positiv virkning i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse?*
2. *Hvilke kvaliteter ved skriftlig matematisk argumentasjon kan ha en positiv virkning i elevers prosess med å uttrykke matematisk kompetanse?*

For å undersøke problemstillingene er muntlige og skriftlige oppgavebesvarelser til åtte elever i sjuende klasse systematisert i Toulmins (2003) argumentasjonsmodell slik Krummheuer (2009) forstår den, for så å bli analysert i forhold til Kilpatrick et al. (2001) sin forståelse for matematiske kompetanser. Til slutt er det identifisert kvaliteter ved argumentasjon som særlig støtter deres prosess med å uttrykke matematisk kompetanse.

Videre i dette kapittelet trekkes tråden til oppgavens formål opp igjen ved at noen avsluttende refleksjoner samt implikasjoner for undervisning gis. Til slutt vies det oppmerksomhet til videre forskning på temaet.

6.1 Avsluttende refleksjoner og implikasjoner for undervisning

Ved å undersøke semiotiske ressurser som språk og representasjoner i tillegg til andre kvalitative egenskaper ved elevers matematiske argumentasjon er flere kvaliteter identifisert i forbindelse med uttrykk for matematisk kompetanse. Et sentralt funn i studien er at kvaliteter som identifiseres i skriftlige matematiske argumenter ikke nødvendigvis er de samme som identifiseres i muntlige. Fremgangsmåten for analyse av de to representasjonsmåtene har vært lik, likevel identifiseres ulike kvaliteter i forbindelse med elevenes prosess med å uttrykke matematisk kompetanse. Kvalitetene identifiseres også ved ulik frekvens i de to uttrykksformene.

I kapittel 4 Fremkommer det av figur 4 at det i elevenes skriftlige besvarelser er kvaliteten ulik representasjon som oftest identifiseres i forbindelse med deres uttrykk for matematisk kompetanse. Videre identifiseres hoderegning, forklaring ved tall samt verbal forklaring som frekvente i forbindelse med elevenes kompetanseuttrykk. De fire nevnte kvalitetene er med det verdifulle for lærere i deres søken etter innsikt i elevers matematiske kompetanse. Kvaliteten Linking words identifiseres ikke like hyppig. I kapittel 5 diskuteres det om sistnevnte kvalitet i det hele tatt er en selvstendig kvalitet eller om den har mest innvirkning på elevers uttrykk for kompetanse om den sees i sammenheng med verbale forklaringer.

Videre fremkommer det av figur 5 at ved elevers muntlige argumentasjon er det hoderegning som hyppigst blir identifisert i forbindelse med elevenes uttrykk for kompetanse. Tett på følger tenkepause og fortsettende ytringer som verdt å vie oppmerksomhet i det lærer ønsker å få innblikk i elevers matematiske kompetanse. Til slutt følger verbal forklaring, linking words og spørrende ytring. Disse identifiseres imidlertid lite hyppig.

Flere argumentasjonskvaliteter identifiseres med høy frekvens i denne studien, men jeg vil særlig trekke frem hoderegning som en verdifull kvalitet for lærere i deres søken etter innblikk i elevers uttrykk for matematisk kompetanse. Det er fordi den identifiseres med høy frekvens i begge uttrykksformene. Dermed er kvaliteten sentral i elevenes prosess med å uttrykke kompetanse i både muntlig og i skriftlig matematisk argumentasjon.

Når det gjelder argumentasjonskvalitetene er det funnet at de identifiseres med høyere frekvens blant de skriftlige besvarelsene, mens flere ulike kvaliteter er identifisert ved de muntlige. Tatt alt i betraktning virker argumentasjonskvalitetene i denne studien mer positive i forhold til elevenes uttrykk for matematiske kompetanse i skriftlige besvarelser enn i muntlige. I diskusjonen i kapittel 5 luftes det at skriftlige matematikkbesvarelser kan være mer kjent for elevene enn muntlige frem som en årsak til dette. Det er likevel nødvendig å påpeke at også i de muntlige besvarelsene er argumentasjonskvalitetene sentrale i elevers uttrykk for kompetanse. Studien viser med det at argumentasjonskvaliteter ved både skriftlige og muntlige representasjonsmåter er gunstige for å få innblikk i elevers matematiske kompetanse. Det kan tenkes at undervisning med økende fokus på muntlig argumentasjon kan gi elever økende muligheter til å uttrykke matematisk kompetanse også gjennom muntlige uttrykksformer.

Når det gjelder funn rundt matematiske kompetanser elevene uttrykker når de argumenterer, er det gjennomgående at deler av kompetansen kan uttrykkes selv om deloperasjoner eller løsningen som presenteres ikke er korrekt. I prosessen med å finne matematisk kompetanse for så å identifisere kvaliteter har jeg sett etter Kilpatrick et al. (2001) sine komponenter hver for seg. Dersom lærer benytter argumentasjonskvalitetene som fremkommer i denne studien som en indikator på elevers matematiske kompetanse, er det derfor nødvendig å være bevisst at det kan være det kun er deler av kompetansen som kommer til uttrykk.

Et særlig viktig funn i studien er viktigheten av å variere måter elevene avgir besvarelser på. Spesielt tydelig er det i besvarelsene til to av elevene, Vilde og Lasse. Vilde viser lite matematisk kompetanse i forbindelse med argumentasjonskvalitetene i sin muntlige besvarelse, men mye i sin skriftlige. Motsatt uttrykker Lasse lite matematisk kompetanse i sin skriftlige besvarelse, men mye i den muntlige. For å ha mulighet til å benytte argumentasjonskvalitetene for å få innsikt i begge disse elevenes matematiske kompetanse er det derfor avgjørende at lærer har kunnskap om både muntlige og skriftlige uttrykksmåter. Ikke minst er det viktig at lærer gir elevene mulighet til å uttrykke seg på begge måtene. Slik vil elevene få mulighet til å uttrykke matematiske kompetanse på en måte som passer seg.

6.2 Veien videre

I denne studien er kvaliteter ved matematisk argumentasjon først identifisert ved å lete etter matematisk kompetanse i argumenterende ytringer. Jeg har gått fra kompetanse til kvalitet. Jeg tenker det er viktig å få frem at det ikke er gitt at matematisk kompetanse kommer til uttrykk ved at kvalitetene som er funnet i studien er til stede. Dersom man først identifiserer kvaliteter for så å lete etter kompetanse er det ikke sikkert at uttrykk for kompetanse kan finnes i alle tilfellene. Dette er fordi kvalitetene som er funnet i denne studien indikerer at matematisk kompetanse *kan* uttrykkes, ikke nødvendigvis *at* den gjør det. For videre studier kan det være av interesse å ta utgangspunkt i denne, og andre studiers funn rundt argumentasjonskvaliteter, for så å undersøke hvordan matematisk kompetanse uttrykkes ved hjelp av dem. Med andre ord å gå fra kvalitet til kompetanse.

En annen interessant vei å ta for å bringe studiens funn videre er å se på forholdet mellom kvaliteter som identifiseres ved skriftlige og muntlige besvarelser. I denne studien er den

muntlige argumentasjonen gjennomført før den skriftlige. For videre undersøkelser er det en ide å gjennomføre en lignende undersøkelse, men at funnene fra de to representasjonsformene ikke kan påvirke hverandre i like stor grad som de kan ha gjort i denne studien.

7 Litteraturliste

- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique*. Dordrecht: Kluwer Academic.
- Brottveit, G. (2018a). Analyse av kvalitative materialer i et vitenskapsteoretisk perspektiv. I: G. Brottveit (Red.), *Vitenskapsteori og kvalitative forskningsmetoder: om å arbeide forskningsrelatert* (s. 129-153). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Brottveit, G. (2018b). Den kvalitative forskningsprosessen og kvalitative forskningsmetoder. I: G. Brottveit (Red.), *Vitenskapsteori og kvalitative forskningsmetoder: om å arbeide forskningsrelatert* (s. 84-106). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Brottveit, G. (2018c). Om forskningsdesign. I: G. Brottveit (Red.), *Vitenskapsteori og kvalitative forskningsmetoder: om å arbeide forskningsrelatert* (s. 62-73). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking Mathematically: Integrating arithmetic & algebra in Elementary School*. Portsmouth: Heinemann.
- Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Clarke, D. J., Waywood, A. og Stephens, M. (1993). Probing the structure of mathematical writing. *Educational Studies in Mathematics*, 25, 235–250. <https://doi.org/10.1007/BF01273863>
- Cohen, J. A., Casa, T.M., Miller, H. C. & Firmender, J. M. (2015). Characteristics of Second Graders' Mathematical Writing. *School, Science and Mathematics*, 115(7), 344-355. <https://doi.org/10.1111/ssm.12138>
- Cross, D. (2008). Creating optimal mathematics learning environments: Combining argumentation and writing to enhance achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education* 7(5), 905-930. <https://doi.org/10.1007/s10763-008-9144-9>
- Dalland, O. (2012). *Metode og oppgaveskriving* (5. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Dysthe, O. (2001). Sosiokulturelle teoriperspektiv på kunnskap og læring. I: Dialog, samspel og læring (s. 33-68). Oslo: Abstrakt forlag.
- Enge, O. & Valenta, A. (2011). Argumentasjon og regnestrategier. *Tangenten*, 22(4), 27-32. Hentet fra: <http://www.caspar.no/tangenten/2011/t-2011-4.pdf>
- Evens, H. & Houssart, J. (2004) Categorizing pupils' written answers to a mathematics test question: 'I know but I can't explain', *Educational Research* 46 (3), s. 269-282. <https://doi.org/10.1080/0013188042000277331>
- Herheim, R. (2016). Ulikskap som grunnlag for å utvikle samtalekvaliteter i matematikk. I: R. Herheim & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler: Undervisning og læring- analytiske perspektiv*. Bergen: Caspar Forlag.
- Johnsen-Høines, M. & Alrø, H. (2012). Trenger en å spørre for å være spørrende? I M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red.), *Læringsamtalen i matematikkfagets praksis- bok 1* (s. 21-36). Bergen: Caspar Forlag.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up. Helping children learn Mathematics*. Washington D.C.: National Academic Press.

- Kjørup, S. (2008). *Menneskevidenskabene 2: Humanistiske forskningstraditioner* (2. utg). Frederiksberg: Roskilde Universitetsforlag.
- Krogtoft, M. & Sjøvoll, J. (2018). Masteroppgaven- fra forskningsskisse til forskningsprosjekt. I M. Krogtoft & J. Sjøvoll (Red.), *Masteroppgaven i lærerutdanninga* (s. 27-44). Oslo: Cappelen Damm AS.
- Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom: Two episodes and related theoretical abductions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(1), s. 60-82. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.02.001>
- Krummheuer, G. (2009). The Ethnography of Argumentation. I P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures* (s. 229-269). New York: Routledge, Taylor & Francis Group.
- Kunnskapsdepartementet. (2018a). *Fornyelse innholdet i skolen*. Hentet fra: <https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/fornyelse-innholdet-i-skolen/id2606028/?expand=factbox2606064>
- Kunnskapsdepartementet. (2018b). *Overordnet del av læreplanverket*. Hentet fra: <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/3.-prinsipper-for-skolens-praksis/3.2-undervisning-og-tilpasset-opplaring/>
- LATACME (2019, 07. februar). Argumentasjon og kritisk matematikk-didaktikk i fleirspråklege Klasserom. Hentet fra: <https://prosjekt.hvl.no/latacme/>
- Lave, J. & Wenger, E. (2003). *Situert læring - og andre tekster*. København: Hans Reitzels Forlag.
- Meaney, T. (2007). Weighing up the influence of context on judgements of mathematical literacy. *International Journal of Science and Mathematical Education*, 5(4), 681-704. <https://doi.org/10.1007/s10763-007-9093-8>
- Meaney, T., Trinick, T. & Fairhall, U. (2012). *Collaboration to Meet Language Challenges in Indigenous Mathematics Classrooms*. Dordrecht: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-1994-1>
- Mork, S. M. (2006). Argumentasjon som læringsstrategi. I E. Elstad & A. Turmo (Red.), *Læringsstrategier: søkelys på lærernes praksis* (s. 127-144). Oslo: Universitetsforlaget.
- Mosaker, G. (2009). Pausen- pinleg eller produktiv? *Tangenten*, 20 (2), 19-21. Hentet fra: <http://www.caspar.no/tangenten/2009/t-2009-2.pdf>
- NAOB. Hentet 09.12.19 fra <https://www.naob.no/ordbok/kvalitet>
- Niss, M. A., & Højgaard, T. (2011). *Competencies and Mathematical Learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Roskilde: Roskilde Universitet.
- NOU 2015: 8. (2015). *Fremtidens skole — Fornyelse av fag og kompetanser*. Hentet fra: <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/>
- Næss, N. G. & Sjøvoll, J. (2018). Observasjon som forskningsmetode. I M. Krogtoft & J. Sjøvoll (Red.), *Masteroppgaven i lærerutdanninga* (s. 179-196). Oslo: Cappelen Damm AS.
- Opsal, H. (2013). *Bruk av elevbøker i matematikk på ungdomssteget: ein kasusstudie* (Doktoravhandling, Universitetet i Agder). Hentet fra <http://hdl.handle.net/11250/138129>

- Pedemonte, B. & Balacheff, N. (2016). Establishing links between conceptions, Argumentation and proof through the ckc-enriched Toulminmodel. *Journal of Mathematical Behavior* 41 (s. 104-122). <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.10.008>
- Pehkonen, L. (2000). How do primary pupils give written arguments in a conflicting mathematical situation. *Nordisk matematikdidaktikk: Nordisk matematikdidaktikk*, 8(1), 23-33.
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter I lærerutdanningen*. Oslo: Cappelen Damm.
- Rangnes, T. E. (2016). Samtalekvaliteter- I og mellom praksiser. I: R. Herheim & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler: Undervisning og læring- analytiske perspektiv*. Bergen: Caspar Forlag.
- Schwarz, B. B. (2009). Argumentation and Learning. I: N. M. Mirza & A. N. Perret-Clermont. (Red.), *Argumentation and Education: Theoretical Foundations and Practices* (s. 91-126). Boston, MA: Springer.
- Singletery, L. M., & Conner, A. (2015). Focusing on mathematical arguments. *Mathematics Teacher*, 109(2), 143-147. <https://doi.org/10.5951/mathteacher.109.2.0143>
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 77(1), 20-26. <http://www.davidtall.com/skemp/pdfs/instrumental-relational.pdf>
- Skulberg, H. & Aaslid, B.E. (2019). Begrepet kvalitet – hva dreier det seg om? Hentet fra <https://www.utdanningsforbundet.no/var-politikk/kunnskapsgrunnlag/publikasjoner/2019/begrepet-kvalitet--hva-dreier-det-seg-om/>
- Stephen Toulmin (2019). I *Store norske leksikon*. Hentet 7. oktober 2019 fra https://snl.no/Stephen_Toulmin
- Teasley, S. D. & Roschelle, J. (1993). Constructing a joint problem space: the computer as a Tool for sharing knowledge. I S. P. Lajoie & S. J. Derry (Red.), *Computers as Cognitive Tools* (s. 229-258). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Thagaard, T. (1998). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitative metoder*. Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.
- Tjora, A. (2010). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis*. Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Toulmin, S. (2003). *The uses of argument*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Ulland, G., Røskeland, M. & Herheim, R. (2018). Språk teller! Om hvordan elever løser, tenker rundt og skriver om et regnestykke. *Nordic Journal of Literacy Research*, 4(1), 121– 141. <http://dx.doi.org/10.23865/njlr.v4.1256>
- Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)*. Hentet fra: <http://data.udir.no/kl06/MAT1-04.pdf>
- Utdanningsdirektoratet. (2019). *Læreplan i matematikk fellesfag 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Hentet fra: <https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-1k20/MAT01-05.pdf>
- Van de Walle, J., Karp, K., Bay-Williams, J., Wray, J., & Brown, E. (2015). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. London: Pearson education limited.
- Woolfolk, A. (2004). *Pedagogisk Psykologi*. Trondhjem: Tapir Akademisk Forlag.
- Yackel, E. (2001). Explanation, Justification and Argumentation in Mathematics Classrooms. Hentet fra <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED466631.pdf>

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477. Hentet fra: <https://www.jstor.org/stable/749877>

Vedlegg

Vedlegg 1: Utleverte oppgaver

Fløibanen med tekniske problemer!

Fløibanen vil bli stengt de neste fire ukene, da den ene vognen står fast midt i banen. Sjefen for banen trenger en oversikt over hvor mye de kan tape ved å holde stengt, og spør deg om hjelp.

Kommunen har tilbudt en reparatør som tar 5000 kr for et slikt oppdrag, men han er ikke tilgjengelig før om fire uker. Fløibanesjefen mener at kommunen må gripe inn og fikse det raskere da han tror de kan tape 5 millioner kr ved å vente i fire uker.

En mulighet er å fly inn Rodrigo fra Portugal som er ekspert på denne typen problemer. Han tar betalt 200 000 kr for et slikt oppdrag, i tillegg til reiseutgifter på 10 000 kr. Rodrigo kan fikse det innen to uker, og da mener sjefen at det økonomiske tapet blir mye mindre.

Informasjon gitt fra Fløibanen

I gjennomsnitt reiser ca. 2500 mennesker med banen hver dag på denne tiden av året. Dette er både barn, voksne og honnør.

Vedlagt ligger prisene for barn, voksne og honnør:

Barn: 45 kr t/r og 25 kr en vei

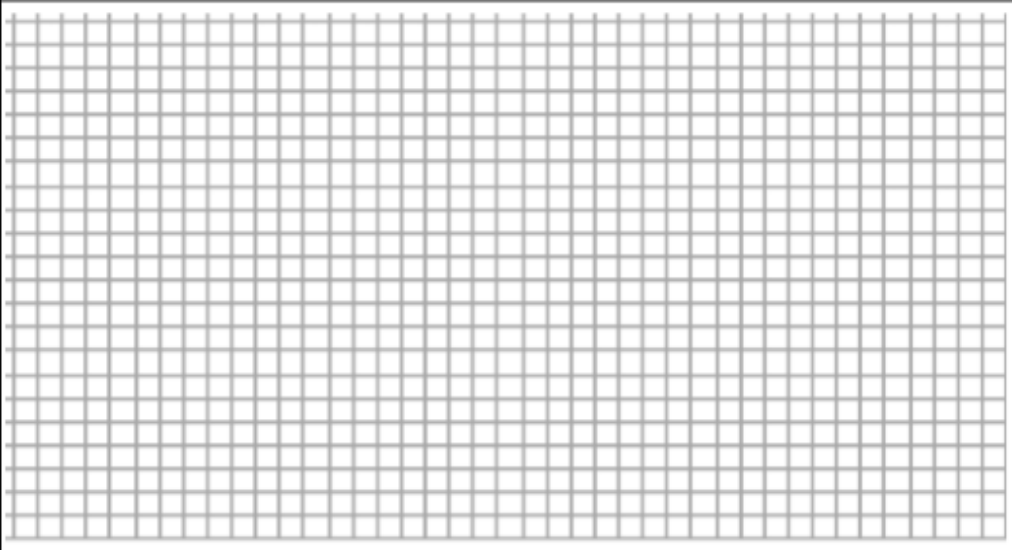
Voksne: 90 kr t/r og 45 kr en vei

Honnør: 45 kr t/r og 25 kr en vei



- Diskuter de ulike alternativene med en venn. Hvilket mener dere er det beste og hvorfor?
- Du skal nå gå for deg selv å fylle ut skjemaet hvor du argumenterer for det alternativet du mener er det beste.

(Hvis du lager en kladd først er det fint om du ikke visker den ut, men lar den stå).

| | |
|--------------------------|--|
| Her kan du regne |  |
| Her kan du skrive | |
| Her kan du tegne | |

Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Forespørsel til foresatte om barns deltakelse i forskningsprosjektet

«Argumentasjon og kritisk matematikkundervisning i flerspråklige klasserom»

Dette skrivet vil gis ut i to utgaver, et på norsk og et på engelsk.

Vi er to masterstudenter ved Høgskulen på Vestlandet (HVL) som skal gjennomføre en studie i en klasse på [xxx] skole. Formålet med studien er å undersøke hvordan elever på barnetrinnet bruker språk og argumentasjon i læring av matematikk. For å finne ut av dette vil vi gi elevene en matematikkoppgave i to deler: en del hvor elevene skal diskutere i par og en del hvor de skriver et individuelt svar. Resultatene av studien vil brukes i to masteroppgaver i programmet «Master i undervisningsvitenskap med fordyping i matematikk». Masteroppgavene våre inngår i et større forskningsprosjekt ved Høgskolen på Vestlandet som handler om argumentasjon og kritisk matematikdidaktikk i flerspråklige klasserom. I dette skrivet informerer vi om innholdet i prosjektet og hva det innebærer for ditt barn å delta.

Formålet med prosjektet

Prosjektet vi er en del av heter LATAcME (Learning about teaching argumentation for critical mathematics education in multilingual classrooms). Målet med prosjektet er å heve lærerstudenters kompetanse i å legge til rette for matematikkundervisning for elever i flerspråklige klasserom på barnetrinnet. Prosjektet varer i fire år og baserer seg på samarbeid mellom lærerutdannere, lærerstudenter, lærere og elever. Prosjektgruppen består av masterstudenter, PhD-studenter og ansatte ved HVL som arbeider med matematikkundervisning, og prosjektet har nasjonale og internasjonale samarbeidspartnere. Det er medlemmer fra prosjektgruppen som samler inn data.

Hva innebærer det å delta?

Elevene som deltar i studien vil få utdelt en matematikkoppgave og i par skal de diskutere rundt denne før de individuelt skal lage en besvarelse på papir. Det blir gjort lydopptak av diskusjonene og de skriftlige besvarelsene vil bli samlet inn. Personopplysninger som registreres om ditt barn er kun barnets stemme på lydopptak.

Personvern – Hva skjer med opplysningene?

Alle personopplysninger blir behandlet konfidensielt og materiale med personopplysninger lagres på HVL sin forskningsserver, sikret med brukernavn og passord. Kun deltakere i prosjektgruppen vil ha tilgang til datamaterialet. Deltakere vil ikke kunne bli identifisert i publikasjoner.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31.12.2023, og alle opptak vil bli slettet når prosjektet avsluttes.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Barnet ditt går på [xxx] skole som er en samarbeids- og praksisskole for Høgskulen på Vestlandet.

Frivillig deltagelse

Det er frivillig å delta i studien og man kan trekke seg uten å oppgi grunn, så lenge studien pågår.

Dine rettigheter

Foresatte har rett til å se oppgavesettet på forhånd dersom det ønskes.

Så lenge ditt barn kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om ditt barn,
å få rettet personopplysninger om ditt barn,
å få slettet personopplysninger om ditt barn,
å få utlevert en kopi av personopplysninger om ditt barn og
å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av personopplysninger om ditt barn.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om ditt barn?

Vi behandler opplysninger om ditt barn basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra HVL – Høgskulen på Vestlandet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Høgskulen på Vestlandet er ansvarlig for prosjektet, og det er ledet av Professor Tamsin Meaney. Prosjektet gjennomføres i samarbeid med Bergen Kommune, og det er støttet av Norges forskningsråd.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Dersom du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Maria Nilssen (masterstudent), Epost: maria.nilssen95@gmail.com, telefon: 95979003

Andrea Louise Østbø Sjøstrøm (masterstudent), Epost: andrea.sjostrom@lyse.net, telefon 99528016

Maria sin hovedveileder Toril Eskeland Rangnes, Epost: tera@hvl.no, telefon: 55 58 57 11

Andrea sin hovedveileder Beate Lode, Epost: Beate.Lode@hvl.no, telefon: 55 58 59 30

Ansvarlig for prosjektet ved Høgskulen på Vestlandet: Tamsin Meaney, Epost:

Tamsin.Jillian.Meaney@hvl.no

HVL's personvernombud, Advokat Halfdan Mellbye, personvernombud@hvl.no

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien

og godkjenner at _____ (navn på eleven) får delta i studien.

(Foresatte sin underskrift / Dato)

Vedlegg 3: Transkribering Anna og Trym

ANNA: okei så (...) Jeg tenker det å fly han Rodrigo er best, det koster bare 210 000, men ehm (...)

TRYM: menne

ANNA: eller fem millioner liksom

TRYM: Ja men også så er det jo sånn at hvis de hadde ventet så hadde de jo for det første tapt masse penger pluss at folk som skulle sånn på skolen og sånt trengte Fløybanen til å komme hjem eller dra på skolen og sånt.

ANNA: Ja

TRYM: Ja, det hadde jo vært litt dumt fordi (...)

ANNA: Ja det koster jo liksom bare 210 000

TRYM: Ja

ANNA: Isteden for 5 millioner

TRYM: Også hvis de taper ca 5 millioner på (...) fire uker, så betyr det jo at på to uker så taper de sirka 2,5 millioner.

ANNA: Ja

....

ANNA: Mmm...

....

TRYM: Så jeg mener at det beste ... er han dere Rodrigo

ANNA: Ja

ANNA: Så det blir (...) 2,5 (...) 2700, nei to tusen sju hundre og (...) ja noe sånt. Ehm

TRYM: to tusen sju hundre og

(begge): ti tusen (de er enige om at det er sju hundre og ti tusen)

ANNA: Som er da billigere enn 5 millioner

TRYM: mhm

Vedlegg 4: Annas skriftlige besvarelse

| Her kan du regne | Her kan du skrive | Her kan du tegne |
|--|---|------------------|
| <p>BATHY TIPS OG HONNØR T/R</p> $\begin{array}{r} 45 \cdot 2500 = \\ 90 \cdot 2000 = 180\,000 \\ 5 \cdot 2000 = 10\,000 \\ 40 \cdot 500 = 20\,000 \\ 5 \cdot 500 = 2\,500 \\ \hline 80\,000 \\ + 10\,000 \\ + 2\,000 \\ + 3\,500 \\ \hline = 94\,500 \end{array}$ <p>NO KSEM T/R</p> $\begin{array}{r} 90 \cdot 2500 = \\ 90 \cdot 2000 = 180\,000 \\ 50 \cdot 500 = 25\,000 \\ \hline 45\,000 \\ + 180\,000 \\ \hline = 224\,000 \end{array}$ | <p>Hvis det vil tape 5 mill på 4 uker vil de tape kun 2,5 mill plassen regningen fra Rodrigo som er 200 000 + 1000 fra reisen. Til sammen vil det bli 271 000. Hvis de ventet på den andre reprodøren som ikke koster 4 uker, hadde kommu- neren mistet 5 mill plass betoningen til reprodøren.</p> | |

Vedlegg 1: Utleverte oppgaver

Fløibanen med tekniske problemer!

Fløibanen vil bli stengt de neste fire ukene, da den ene vognen står fast midt i banen. Sjefen for banen trenger en oversikt over hvor mye de kan tape ved å holde stengt, og spør deg om hjelp.

Kommunen har tilbudt en reparatør som tar 5000 kr for et slikt oppdrag, men han er ikke tilgjengelig før om fire uker. Fløibanesjefen mener at kommunen må gripe inn og fikse det raskere da han tror de kan tape 5 millioner kr ved å vente i fire uker.

En mulighet er å fly inn Rodrigo fra Portugal som er ekspert på denne typen problemer. Han tar betalt 200 000 kr for et slikt oppdrag, i tillegg til reiseutgifter på 10 000 kr. Rodrigo kan fikse det innen to uker, og da mener sjefen at det økonomiske tapet blir mye mindre.

Informasjon gitt fra Fløibanen

I gjennomsnitt reiser ca. 2500 mennesker med banen hver dag på denne tiden av året. Dette er både barn, voksne og honnør.

Vedlagt ligger prisene for barn, voksne og honnør:

Barn: 45 kr t/r og 25 kr en vei

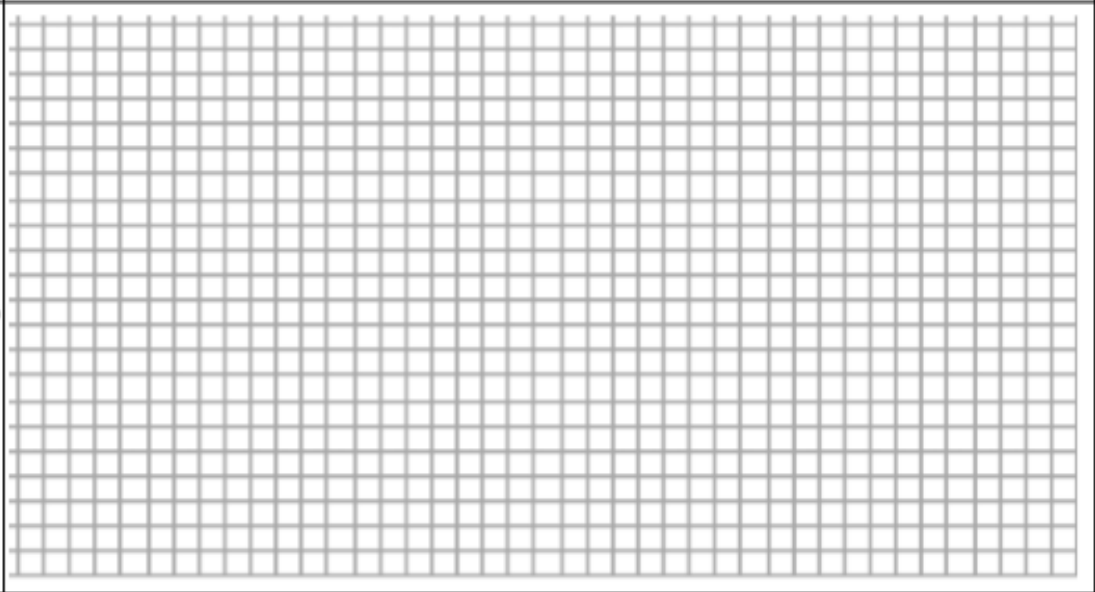
Voksne: 90 kr t/r og 45 kr en vei

Honnør: 45 kr t/r og 25 kr en vei



- Diskuter de ulike alternativene med en venn. Hvilket mener dere er det beste og hvorfor?
- Du skal nå gå for deg selv å fylle ut skjemaet hvor du argumenterer for det alternativet du mener er det beste.

(Hvis du lager en kladd først er det fint om du ikke visker den ut, men lar den stå).

| | |
|--------------------------|--|
| Her kan du tegne | |
| Her kan du skrive | |
| Her kan du regne |  |

Forespørsel til foresatte om barns deltakelse i forskningsprosjektet

«Argumentasjon og kritisk matematikkundervisning i flerspråklige klasserom»

Dette skrevet vil gis ut i to utgaver, et på norsk og et på engelsk.

Vi er to masterstudenter ved Høgskulen på Vestlandet (HVL) som skal gjennomføre en studie i en klasse på [xxx] skole. Formålet med studien er å undersøke hvordan elever på barnetrinnet bruker språk og argumentasjon i læring av matematikk. For å finne ut av dette vil vi gi elevene en matematikkoppgave i to deler: en del hvor elevene skal diskutere i par og en del hvor de skriver et individuelt svar. Resultatene av studien vil brukes i to masteroppgaver i programmet «Master i undervisningsvitenskap med fordyping i matematikk». Masteroppgavene våre inngår i et større forskningsprosjekt ved Høgskolen på Vestlandet som handler om argumentasjon og kritisk matematikdidaktikk i flerspråklige klasserom. I dette skrevet informerer vi om innholdet i prosjektet og hva det innebærer for ditt barn å delta.

Formålet med prosjektet

Prosjektet vi er en del av heter LATAcME (Learning about teaching argumentation for critical mathematics education in multilingual classrooms). Målet med prosjektet er å heve lærerstudenters kompetanse i å legge til rette for matematikkundervisning for elever i flerspråklige klasserom på barnetrinnet. Prosjektet varer i fire år og baserer seg på samarbeid mellom lærerutdannere, lærerstudenter, lærere og elever. Prosjektgruppen består av masterstudenter, PhD-studenter og ansatte ved HVL som arbeider med matematikkundervisning, og prosjektet har nasjonale og internasjonale samarbeidspartnere. Det er medlemmer fra prosjektgruppen som samler inn data.

Hva innebærer det å delta?

Elevene som deltar i studien vil få utdelt en matematikkoppgave og i par skal de diskutere rundt denne før de individuelt skal lage en besvarelse på papir. Det blir gjort lydopptak av diskusjonene og de skriftlige besvarelsene vil bli samlet inn. Personopplysninger som registreres om ditt barn er kun barnets stemme på lydopptak.

Personvern – Hva skjer med opplysningene?

Alle personopplysninger blir behandlet konfidensielt og materiale med personopplysninger lagres på HVL sin forskningsserver, sikret med brukernavn og passord. Kun deltakere i prosjektgruppen vil ha tilgang til datamaterialet. Deltakere vil ikke kunne bli identifisert i publikasjoner. Prosjektet skal etter planen avsluttes 31.12.2023, og alle opptak vil bli slettet når prosjektet avsluttes.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Barnet ditt går på [xxx] skole som er en samarbeids- og praksisskole for Høgskulen på Vestlandet.

Frivillig deltagelse

Det er frivillig å delta i studien og man kan trekke seg uten å oppgi grunn, så lenge studien pågår.

Dine rettigheter

Foresatte har rett til å se oppgavesettet på forhånd dersom det ønskes.

Så lenge ditt barn kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om ditt barn,
å få rettet personopplysninger om ditt barn,
å få slettet personopplysninger om ditt barn,
å få utlevert en kopi av personopplysninger om ditt barn og
å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av personopplysninger om ditt barn.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om ditt barn?

Vi behandler opplysninger om ditt barn basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra HVL – Høgskulen på Vestlandet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Høgskulen på Vestlandet er ansvarlig for prosjektet, og det er ledet av Professor Tamsin Meaney. Prosjektet gjennomføres i samarbeid med Bergen Kommune, og det er støttet av Norges forskningsråd.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Dersom du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Maria Nilssen (masterstudent), Epost: maria.nilssen95@gmail.com, telefon: 95979003

Andrea Louise Østbø Sjøstrøm (masterstudent), Epost: andrea.sjostrom@lyse.net, telefon 99528016

Maria sin hovedveileder Toril Eskeland Rangnes, Epost: tera@hvl.no, telefon: 55 58 57 11

Andrea sin hovedveileder Beate Lode, Epost: Beate.Lode@hvl.no, telefon: 55 58 59 30

Ansvarlig for prosjektet ved Høgskulen på Vestlandet: Tamsin Meaney, Epost:

Tamsin.Jillian.Meaney@hvl.no

HVL's personvernombud, Advokat Halfdan Mellbye, personvernombud@hvl.no

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien

og godkjenner at _____ (navn på eleven) får delta i studien.

(Foresatte sin underskrift / Dato)

Vedlegg 3: Transkribering Anna og Trym

ANNA: okei så (...) Jeg tenker det å fly han Rodrigo er best, det koster bare 210 000, men ehm (...)

TRYM: menne

ANNA: eller fem millioner liksom

TRYM: Ja men også så er det jo sånn at hvis de hadde ventet så hadde de jo for det første tapt masse penger pluss at folk som skulle sånn på skolen og sånt trengte Fløybanen til å komme hjem eller dra på skolen og sånt.

ANNA: Ja

TRYM: Ja, det hadde jo vært litt dumt fordi (...)

ANNA: Ja det koster jo liksom bare 210 000

TRYM: Ja

ANNA: Isteden for 5 millioner

TRYM: Også hvis de taper ca 5 millioner på (...) fire uker, så betyr det jo at på to uker så taper de sirka 2,5 millioner.

ANNA: Ja

....

ANNA: Mmm...

....

TRYM: Så jeg mener at det beste (...) er han dere Rodrigo

ANNA: Ja

ANNA: Så det blir (...) 2,5 (...) 2700, nei to tusen sju hundre og (...) ja noe sånt. Ehm

TRYM: to tusen sju hundre og

(begge): ti tusen (de er enige om at det er sju hundre og ti tusen)

ANNA: Som er da billigere enn 5 millioner

TRYM: mhm

| Her kan du regne | Her kan du skrive | Her kan du tegne |
|---|---|------------------|
| <p>BARNE TIR OG HØNNE TIR</p> $45 \cdot 2500 =$ $40 \cdot 2000 = 80\ 000$ $5 \cdot 2000 = 10\ 000$ $40 \cdot 500 = 20\ 000$ $5 \cdot 500 = 2\ 500$ $80\ 000$ $+ 10\ 000$ $+ 20\ 000$ $+ 2\ 500$ $= 114\ 500$ <p>VIKSEN TIR</p> $30 \cdot 2500 =$ $30 \cdot 2000 = 60\ 000$ $30 \cdot 500 = 15\ 000$ $60\ 000$ $+ 15\ 000$ $= 75\ 000$ | <p>Hvis det vil koste 5 mill på 4 uker vil de koste kun 2,5 mill pluss regningen fra Rodrigo som er 200 000 + 1000 fra reisen. Til sammen vil det bli 271 000. Hvis de ventet på den andre reiseplan som ikke kommer før 4 uker, hadde kommunen mistet 5 mill pluss betoningen til reiseplanen.</p> | |