



Høgskulen
på Vestlandet

MASTEROPPGAVE

Dybdelæring i matematikk ved arbeid med
matematisk modellering

Deep Learning in Mathematics when Working with
Mathematical Modelling

Thurka Vasantharajan

Master i undervisningsvitenskap – fordypning i
matematikkdidaktikk

Fakultetet for lærerutdanning, kultur og idrett (FLKI)

Veileder Ragnhild Hansen

15. mai 2020

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle
kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 12-1.

FORORD

Jeg startet på grunnskolelærerutdanningen 1-7 i 2014 ved det som tidligere het Høgskolen i Bergen. Etter endt 4-årig utdanning ønsket jeg fordypning i matematikk og startet derfor på master i undervisningsvitenskap i 2018. Den dag i dag har jeg levert inn en masteroppgave som en avslutning på denne utdanningen. Tiden med denne oppgaven har vært ganske spennende og jeg har kost meg med skrivingen. Det skal også sies at det til tider har vært krevende og utfordrende, men selve prosessen har vært enormt lærerik.

Jeg vil takke min veileder Ragnhild Hansen som har vært med i denne prosessen. Hun har bidratt med tilbakemeldinger og veiledet meg på rett spor med oppgaven.

Jeg vil takke rektor, avdelingsleder, kollegaer og elever som har stilt opp for meg gjennom hele denne prosessen. Rektor stilte opp med skole, avdelingsleder har hjulpet med permisjoner og tilrettelagt for at jeg kunne dra på høyskolen når det trengtes. Kollegaene mine har vært gode lyttere, motivert meg og vært til stede når det trengtes. Jeg vil også takke mine elever, som har stilt opp med elevarbeid.

Jeg vil rette en stor takk til mine foreldre som har sørget for at jeg står her i dag. De flyktet fra krig og kom til Norge med tomme hender. Jeg er veldig takknemlig for at de har stått på og skapt en fremtid for meg, og hvor jeg den dag i dag har fullført denne graden. De har alltid vært der for meg gjennom hele mitt utdanningsløp, og motivert meg til å bli lærer.

Jeg vil takke kjæresten min Andreas Fjereide som har vært tilstede som en utrolig god støttespiller gjennom hele prosessen. Korrekturlest og motivert meg når det har vært tungt. Denne opplevelsen hadde ikke vært den samme uten han ved min side.

Jeg vil også takke mine venner Kari Nyhus og Tahreem Siddiqui som har hjulpet meg med å lese korrektur, spurt hvordan det går underveis i prosessen og vist interesse. De har også støttet meg når ting har vært på det tyngste. Dette betyr enormt mye for meg!

Thurka Vasantharajan

Mai, 2020.

SAMMENDRAG

Høsten 2020 trer de nye læreplanene i kraft med fokus på dybdelæring i de ulike fagene. I matematikkfaget har det blitt utarbeidet seks kjerneelementer som skal bidra til at elever oppnår dybdelæring i faget, hvorav matematisk modellering er ett av disse elementene. I denne studien er det blitt undersøkt hvordan dybdelæring foregår i matematikk ved arbeid med matematisk modellering og hvordan lærere kan tilrettelegge for dette. For å svare på denne problemstillingen er studien avgrenset med to forskningsspørsmål som tar for seg:

1. Hvilke matematiske læringsprosesser kan gjenkjennes hos elever i arbeid med en modelleringsaktivitet?
2. Hvordan bidrar modelleringsfremmende aktiviteter til kvaliteten på dybdelæring hos elever?

Elevene i denne studien arbeidet først med modelleringsfremmende aktiviteter med temaet statistikk som forarbeid til en modelleringsaktivitet. Modelleringsaktiviteten ble brukt til å samle inn data i form av lydopptak og spørreundersøkelse av seks elever i en 7. klasse.

Opplegget og datainnsamlingen ble gjort av meg som både lærer og forsker. Innsamlet data er blitt analysert ved hjelp av kvalitativ metode (Kvale & Brinkmann, 2015; Thagaard, 1998).

For å besvare det første forskningsspørsmålet er det brukt fem komponenter satt sammen av Nosrati og Wæge (2018) i analysen og diskusjonen, for å si hvilke læringsprosesser som kan gjenkjennes i elevenes arbeid med modelleringsaktiviteten. I denne oppgaven er det kommet frem til at en kan gjenkjenne komponentene begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap, anvendelse, resonnement og metakognisjon og selvregulering i elevarbeidet.

I forhold til det andre forskningsspørsmålet er det i denne studien kommet frem til at modelleringsfremmende aktiviteter bidrar til å forberede elever på modelleringsaktiviteter. Det er også vist at modelleringsfremmende aktiviteter og modellering bidrar til dybdelæring i matematikk. I denne studien er det også funnet ut at modelleringsfremmende aktiviteter har en sterk innflytelse på hvordan elevene arbeidet med modelleringsaktiviteten. Det er også funnet ut at lærere kan tilrettelegge for dybdelæring ved arbeid med matematisk modellering, ved å jobbe med modelleringsfremmende aktiviteter som forarbeid til modelleringsaktiviteten.

ABSTRACT

Autumn 2020 a new set of guidelines is going to be implemented in the Norwegian curriculum. The aim is to improve deep learning knowledge across all subjects in primary school. In mathematics, six objectives are developed to help pupils improve their deep learning skills with mathematical modelling being one of these objectives.

The current study investigates how deep learning occur in mathematics when working with a mathematical modelling activity and how teachers can facilitate this. Thus, there are two research questions formulated:

1. What mathematical learning processes can be recognised when pupils are working with a mathematical modelling task?
2. How does Model-Eliciting activities (MEA) contribute to the quality of deep learning among pupils?

The pupils in the current study firstly worked with MEA as a preparatory work for the modelling activity task. All the tasks for the pupils were statistical tasks, and the modelling task was a part of the data collection for the current study. Tape recordings and questionnaires were collected from six pupils in 7th grade. The data collection and modelling activity were prepared by the researcher, who is also the teacher for the 7th grade. The data was analysed using qualitative methodology (Kvale & Brinkmann, 2015; Thagaard, 1998).

To examine the first research question the current study used a five-component model set up by Nosrati and Wæge (2018). This model was used to analyse and discuss which learning processes the pupils were exposed to when working with mathematical modelling. The current study found that the pupils were able to recognise conceptual understanding, procedural knowledge, application, reasoning, metacognition and self-regulation, during a modelling task.

After examining the second research question, the results indicate that MEA contributes to improve the modelling activity amongst the pupils. Moreover, this indicates that using MEAs and modelling facilitates deep learning in mathematics. In addition, the current study found a relationship between MEA and how the pupils worked with the modelling activity. Another find in this study is that teachers can facilitate deep learning by working with modelling, when MEA are used as a preparatory work for the modelling activity task.

Innhold

FORORD.....	1
SAMMENDRAG	2
ABSTRACT	3
1. Innledning.....	8
1.1 Problemstilling, forskningsspørsmål og begrepsforklaring.....	9
1.2 Bakgrunn for valg av tema	10
1.3 Tidligere forskning.....	12
1.4 Oppbygningen av oppgaven.....	14
2. Teori.....	15
2.1 Matematisk modellering.....	15
2.1.1 Hvordan kan elever arbeide med modelleringsprosessen?.....	16
2.2 Forarbeid til modelleringsaktiviteten	19
2.2.1 Modelleringsfremmende aktiviteter	19
2.2.2 Seks prinsipper for å lage modelleringsfremmende aktiviteter	20
2.2.3 Hvordan skille modelleringsfremmende aktiviteter fra «vanlige oppgaver»	21
2.2.4 Forskning som viser til modelleringsfremmende aktiviteter.....	23
2.3 Matematiske læringsprosesser.....	24
2.3.1 Fem komponenter som beskriver dybdelæring	27
2.4 Statistikk.....	34
2.4.1 Arbeid med beskrivende statistikk	35
3. Metode.....	36
3.1 Lærere som forsker.....	36
3.2 Innsamling av datamateriale ved bruk av en modelleringsaktivitet	37
3.3 Studiens bruk av kvalitativ og kvantitativ metode	39
3.3.1 Lydopptak.....	40
3.3.2 Spørreskjema med åpne svaralternativer.....	41
3.4 Metode anvendt for å analysere datamaterialet.....	43
3.4.1 Metode anvendt for å skrive analysen og diskusjonen	45

3.5 Tolkning, gyldighet og pålitelighet	46
3.6 Etikk	47
4. Analyse og diskusjon.....	49
4.1 Lydopptakene	49
4.1.1 Gruppe 1	49
4.1.2 Gruppe 2	57
4.1.3 Oppsummering av modelleringsaktiviteten.....	64
4.2 Spørreskjemaene	67
4.2.1 Elev 1 (vedlegg 2)	67
4.2.2 Elev 2 (vedlegg 3)	69
4.2.3 Elev 3 (vedlegg 4)	71
4.2.4 Elev 4 (vedlegg 5)	73
4.2.5 Elev 5 (vedlegg 6)	74
4.2.6 Elev 6 (vedlegg 7)	76
4.2.7 Oppsummering av spørreskjemaene til elevene	78
4.3 Modelleringsfremmende aktiviteter	81
4.3.1 Undervisning av modelleringsfremmende aktiviteter?.....	81
4.3.2 Analyse og diskusjon av modelleringsfremmende aktiviteter.....	85
4.3.3 Oppsummering av dagene med modelleringsfremmende aktiviteter	89
5. Resultater og konklusjon	92
5.1 Resultatet av lydopptakene.....	92
5.2 Resultatet av spørreskjemaene	93
5.3 Hvordan foregår dybdeløring i matematikk ved arbeid med matematisk modellering og hvordan kan lærere tilrettelegge for dette?	93
6. Avslutning	96
7. Litteraturliste	99

Vedlegg

Vedlegg 1 – Spørreskjemaet elevene fikk utdelt	106
Vedlegg 2 – Spørreskjemaet til elev 1	109
Vedlegg 3 – Spørreskjemaet til elev 2	112
Vedlegg 4 – Spørreskjemaet til elev 3	115
Vedlegg 5 – Spørreskjemaet til elev 4	118
Vedlegg 6 – Spørreskjemaet til elev 5	121
Vedlegg 7 – Spørreskjemaet til elev 6	124
Vedlegg 8 – Samtykkeskjema sendt til foreldre	127

Figurer

Figur 1: Modell over matematisk modelleringsprosess (Blomhøj, 2003)	17
Figur 2: Dybdelæring versus overflatelæring (Sawyer, 2013)	25
Figur 3: Eksempel på analyseskjema	44
Figur 4: Søjlediagram over resultatet på komponenter under dybdelæring	78
Figur 5: Søjlediagram over resultatet på forståelses begrepet til Skemp (1987)	80

1. Innledning

I dag kan du treffe på matematiske modeller overalt. Skal du for eksempel ut å reise med kollektivtransport er du nødt til å lese og forstå rutetabeller og linjekart. Blar du i et magasin eller i en avis kan du støte på undersøkelser som viser til grafer og modeller. For at elever skal kunne avkode slike modeller kan det være en god øvelse å bruke modellering i undervisning på skolen, slik at elever får prøve seg på å lage, avkode og være kritiske til modeller.

Jeg har blitt spurt en del ganger av elever hvorfor de må lære ulike ting i matematikktimen, og om hvor relevant det de skal lære er for fremtiden og hverdagen deres. De uttrykker tydelig frustrasjon fordi de ved enkelte tilfeller ikke ser mening og formål med innholdet i faget.

Ifølge Saxena, Shrivastava og Bhardway (2016) kan det derfor være positivt for elever at de får høre argumenter om at matematikk ikke kun er et skolefag. Matematikk er også noe de har bruk for i sitt dagligliv. I tillegg til burde elever også erfare dette i matematikkundervisningen ved at de får oppgaver som er relatert til ting i hverdagen deres, eller at de får oppgaver som er koblet til noe praktisk og hensiktsmessig i deres liv.

Matematikk er også relevant i de fleste yrkesgrupper, og dermed noe elever etter all sannsynlighet må forholde seg til når de kommer ut i arbeidslivet. Saxena et al. (2016) mener at matematisk modellering kan bidra til å vise elever konkret hvordan matematikk kan kobles til den virkelige verden, og tydeliggjøre hvordan matematikk er en del av deres hverdag.

Høsten 2020 trer de nye læreplanene i kraft. I læreplanene er det spesifisert visse kjerneelementer som definerer det viktigste elever skal lære i hvert fag, og de metodene elever skal bruke for å lære og mestre faget (Kunnskapsdepartementet, 2018a). I matematikkfaget er det totalt seks kjerneelementer, og et av disse er modellering og anvendelse.

Utdanningsdirektoratet (2018) oppgir at det vil være et stort fokus på dybdeløring i undervisningen når de nye læreplanene trer i kraft. De mener videre at denne læringsformen har fått en helt sentral plass i de nye læreplanene. Her blir det også påpekt at kjerneelementene skal bidra til at elever oppnår dybdeløring i de ulike fagene. Flere forskere (Blomhøj, 2003; Haines & Crouch, 2001; Mass, 2006) støtter at det burde være mer av modellering i undervisningen. Dette trer nå i kraft med denne nye lærerplanen.

1.1 Problemstilling, forskningsspørsmål og begrepsforklaring

Med bakgrunn i det overnevnte er følgende problemstilling blitt formulert:

Hvordan foregår dybdeløring i matematikk ved arbeid med matematisk modellering og hvordan kan lærere legge til rette for dette?

For å svare på denne problemstillingen er det laget to forskningsspørsmål:

1. Hvilke matematiske læringsprosesser kan gjenkjennes hos elever i arbeid med en modelleringsaktivitet?
2. Hvordan bidrar modelleringsfremmende aktiviteter til kvaliteten av dybdeløring hos elever?

I problemstillingen og forskningsspørsmålene er begrepene dybdeløring, modellering og modelleringsfremmende aktiviteter blitt brukt. Disse begrepene er kort forklart nedenfor, og i teorikapitlet er begrepene grundigere forklart. Dybdeløring handler om at elever skal utvikle kunnskap og varig forståelse av begreper, sammenhenger og metoder i og mellom fag. Det betyr at elever skal reflektere over egen læring og bruke det de har lært i kjente og ukjente situasjoner (Utdanningsdirektoratet, 2018). Dybdeløring innenfor matematikkfaget kan handle om arbeid med fem komponenter satt sammen av Nosrati og Wæge (2018). Komponentene er begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap, anvendelse, resonnement og metakognisjon og selvregulering. Disse fem komponentene er ulike læringsprosesser elever kan gå inn i for å oppnå dybdeløring i matematikk.

Modellering handler om at elever har forståelse av hvordan matematikk brukes i dagligliv, samfunnsliv, vitenskap og teknologi (Kunnskapsdepartementet, 2018b). Under arbeid med modellering velger elever en problemstilling fra virkeligheten som skal omformuleres til en matematisk modell, og tolkes i lys av den opprinnelige situasjonen (Blomhøj, 2003, Våge, 2000, Ärlebäck, 2013).

Deretter har vi begrepet modelleringsfremmende aktiviteter, hvorav det engelske begrepet er Model-Eliciting Activities (MEA). I denne oppgaven er det valgt å omtale dette begrepet som modelleringsfremmende aktiviteter. Innholdet i dette begrepet viser til oppgaver eller aktiviteter som har til hensikt å motivere elever til å skape og utforske modeller (Garfield, DelMas & Zieffler, 2012). Elever arbeider med modelleringsfremmende aktiviteter som forberedelse til modellering (Eric, 2010; Yoon, Dreyfus & Thomas, 2010).

1.2 Bakgrunn for valg av tema

Slik det er nevnt i innledningen er en av årsakene til at modellering og dybdeløring er valgt som temaer i denne oppgaven, den nye læreplanen som trer i kraft. Dybdeløring har fått stort fokus i disse læreplanene, og i matematikkfaget er det utarbeidet kjerneelementer som skal bidra til dybdeløring. Modellering er et av disse kjerneelementene i matematikkfaget og det vil dermed være fokus på modellering i matematikkundervisningen fremover. Bonotto (2009), English (2010) og Yasa og Karatas (2018) foreslår at det kan være lurt å starte med modellering fra tidlig av, og fortsette med dette til høyere trinn om elevene skal få utbytte av modellering. I en artikkel av Ferri (2011) påpeker hun også viktigheten av å starte med modellering tidlig i utdanningsløpet. Ulike studier (Bonotto, 2009; English, 2010; Ferri, 2011; Yasa & Karatas, 2018) anbefaler å jobbe med modellering i barneskolen. Dette gjør at det er viktig at matematikklærere i grunnskolen setter seg inn i hva modellering går ut på, slik at de kan arbeide med modellering i matematikkundervisningen i tråd med forskning gjort på området og den nye læreplanen.

Den neste årsaken til valg av tema ble også nevnt i innledningen, hvor det er beskrevet hvordan elever er frustrerte over innholdet i matematikkfaget og at elevene ikke klarer å koble matematikk til virkeligheten. Saxena et al. (2016) påpeker at det er viktig at lærere gjør matematikk interessant for elever, slik at de synes det er spennende å ta utfordringer i faget. Ifølge Saxena et al. kan dette gjøres ved å relatere matematikk til virkeligheten. Saxena et al. sammenligner matematisk modellering med en bro, som forbinder matematikk med den virkelige verden. Dette kan tolkes som at det i undervisningssammenheng vil være nyttig å bruke modellering som et verktøy til å vise elevene konkret hvordan matematikk kan kobles til den virkelige verden. Eksempler på hvor modellering kan brukes til å illustrere dette kan være studier av forurensningsnivåer, populasjon/befolkningsvekst og spredning av sykdommer.

Det er viktig at lærere varierer matematikkundervisningen, ettersom elever har ulike forutsetninger og lærer på ulike måter. Modelleringsaktiviteter kan medføre variasjon av undervisningen ved at elever arbeider med en aktivitet som ikke er tatt fra opplæringsboka. Forskning viser at det er lett for at matematikkundervisningen blir en form for tradisjonell undervisning. Dette innebærer at læreren viser fremgangsmåten for en viss algoritme, hvor så elever jobber individuelt i bøkene med oppgaver hvor algoritmen brukes. Læreboka står gjerne sentralt i denne formen for tradisjonell undervisning (Alseth, 2009). Oppgavediskurs av Mellin-Olsen (1996) er et annet begrep for å beskrive den tradisjonelle undervisning, hvor

oppgaveløsning står sentralt i matematikkundervisningen. Elever følger læreboka og regner oppgave etter oppgave, kapittel etter kapittel. Oppgavene kommer etter hverandre. Etter at en er ferdig med én oppgave går de videre på neste, enten om det er i denne timen, i lekse eller til boka er ferdig. Det starter med oppgaveløsning allerede i 1. klasse og fortsetter helt til en eksamen avlegges (Mellin-Olsen, 1996). Denne måten å jobbe på med fokus på oppgaveregning kalles også oppgaveparadigmet (Skovsmose, 2003). Elevene i denne studien spurte ofte om de skulle regne i boka når matematikktimene startet. De ga tydelig uttrykk for at det ikke er motiverende å arbeide i boka. Det har derfor vært interessant for meg å undersøke et tema som skiller seg fra den tradisjonelle undervisningen.

På Høyskolen på Vestlandet jobbes det med et prosjekt kalt LATACME (Learning About Teaching Argumentation for Critical Mathematics Education in multilingual classrooms). Dette prosjektet blant andre prosjekter ble presentert for oss studentene før arbeidet med masteroppgaven startet. Under presentasjonen til LATACME ble modellering nevnt, og dette forsterket mitt ønske om å skrive om dette temaet. Siden jeg i utgangspunktet var interessert i å knytte min undersøkelse opp mot modellering, ga LATACME meg en mulighet til å bygge på med erfaringer fra forskning allerede gjort ved instituttet.

1.3 Tidligere forskning

Det finnes lite forskning på kombinasjonen dybdeløring og modellering. Det er derfor valgt å referere til forskning på dybdeløring og deretter forskning på modellering i korte trekk i dette kapitlet. I teorikapitlet er mer forskning om dybdeløring, modellering og modelleringsfremmende aktiviteter referert til. Forskningen som blir presentert i dette delkapitlet er tatt med for å forsterke begrunnelsen av valg av problemstilling, forskningsspørsmål og metode.

Først går vi inn på et studie som er gjort på dybdeløring. Sheild og Dole (2012) har gjort et studie på om matematikklørebøker kan fremme dybdeløring. De har kommet frem til at lørebøkene som er brukt i studiet fremmer dybdekunnskap i svært liten grad. Bøkene er opptatt av å vise frem hvordan ulike algoritmer brukes for å løse regnestykker, mens de er mindre opptatt av å fremheve koblingen mellom ulike problemtyper. Dette viser at når den nye løreplanen trer i kraft, burde lærere fokusere mindre på løreboka for å oppnå dybdeløring i matematikkfaget. Dette kommer også an på om det blir produsert lørebøker som tilrettelegger for dybdeløring i større grad enn det som blir vist til i studiet til Shield og Dole (2012). Dette legger også grunnlag for at lærere burde anvende andre undervisningsformer enn den tradisjonelle lærerbokstyrte undervisningen. Det er derfor i denne studien valgt å finne ut av hvordan dybdeløring foregår i matematikk ved arbeid med modellering, og om hvordan lærere kan tilrettelegge for dette.

Deretter går vi videre på forskning gjort på modellering. Studiet gjort av Özdemir og Üzel (2012) har skapt rom for valg av metode for å samle inn data i forhold til denne studien. I studien til Özdemir og Üzel har de samlet inn meningene til 6., 7. og 8. trinns elever om hva de mener om et undervisningsopplegg basert på matematisk modellering. Det viste seg at flertallet av elevene hadde en positiv opplevelse av undervisningen. Noen elever mente de erfarte et annerledes klasse miljø, og at modellering førte til at de lærte matematikk effektivt. Andre studenter uttrykte at modellering var anvendbart og gøy å arbeide med, mens andre igjen kom med negative meninger grunnet angst for prøve. Dette førte til at jeg ikke ønsket å bruke prøve i etterkant av undervisningen for å teste elevene markant. Jeg valgte heller å bruke en spørreundersøkelse for å teste elevene indirekte og for å samle inn data. Slik kan elevene forhåpentligvis sitte igjen med en positiv erfaring ved arbeid med modellering. Det kom også frem i studiet til Özdemir og Üzel (2012) at elevene i studiet uttrykte at de var positive til modelleringsaktiviteter i undervisningen. Med bakgrunn i dette ble det valgt å

anvende modelleringsfremmende aktiviteter i min studie. Jeg valgte dette for å finne ut av om det kunne bidra til en bedre kvalitet på dybdeløring ved arbeid med en modelleringsaktivitet.

Deretter går vi over på forskning gjort på modellering, hvor forskningen gir rom for trekke frem en av komponentene sammensatt av Nosrati og Wæge (2018), som er resonnement. Dette er en av fem komponenter som bidrar til dybdeløring i matematikk. Barbosa (2009) har forsket på en gruppe studenter som får samme aktivitet, hvor studentene skal analysere en artikkel i en nyhetsavis. De skal så lage en graf basert på den informasjonen de har fra artikkelen for å finne ut av det de lurer på. Basert på informasjonen denne artikkelen gir, klarer to grupper å lage to forskjellige grafer hvor de har tatt utgangspunkt i ulike variabler. Det er spennende å se hvordan to grupper med studenter som fikk samme aktivitet har tenkt ulikt og fått ulike svar. Dette skaper bane for diskusjon i faget. Studentene resonnerer sammen i gruppene på hvordan de skulle løse aktiviteten, og slik kom to grupper frem til to ulike tankeganger, som igjen førte til at de løste aktiviteten ulikt. Det samme skjedde i forskningen til English (2010), hvor elevene i hver sin gruppe ved hjelp av resonnement og argumentasjon, ble enige om hvordan de skulle løse aktiviteten. English trekker frem resonnement i sin studie i forhold til hvordan elevenes tankegang bidrar til fremgang av modelleringsaktiviteten og hvordan resultatet utarter seg.

Begge aktivitetene i studiene (Barbosa, 2009; English, 2010) er åpne aktiviteter og gir ikke forslag til hvordan elevene skal løse dem. Dette kjennetegner modelleringsaktiviteter slik de er vist i flere studier (Barbosa, 2009; English, 2012; Saxena, Shrivastava & Bhardway, 2016). Elever burde diskutere sammen og stå fritt til å finne den løsningsmetoden de mener er best egnet for modelleringsaktiviteten. Dette fremmer resonneringsevnen deres. Resonnement er en av de fem komponentene sammensatt av Nosrati og Wæge (2018), som de mener kan være dybdeløring i matematikkfaget når de er satt sammen. Studiene gjort av Barbosa (2009) og English (2010) viser at elevenes evne til å resonnerer sammen i en gruppe har mye å si for hvordan modelleringsaktiviteten blir løst.

1.4 Oppbygningen av oppgaven

Kapittel 1 starter med en innledning til denne studien med fokus på temaene modellering og dybdelæring. Etterfulgt av dette er problemstillingen og forskningsspørsmålene til studien presentert med begrepsavklaringer. Deretter er bakgrunnen for valg av temaer oppgitt. Til slutt er forskning innenfor dybdelæring og modellering beskrevet, for å plassere denne studien i forhold til andre forskning.

Kapittel 2 inneholder ulike teorier og forskning som har vært til nytte i analysen og diskusjonen. Hovedkildene er Blomhøj (2003), og Nosrati og Wæge (2018). Dette kapitlet tar for seg modellering, modelleringsfremmende aktiviteter og matematiske læringsprosesser med fokus på dybdelæring, hvor fem komponenter sammensatt Nosrati og Wæge (2018) er sentrale. Til slutt er et delkapittel med begreper i statistikk blitt presentert. Statistikk har vært sentralt i arbeidet til elevene med flere modelleringsfremmende- og én modelleringsaktivitet.

Kapittel 3 inneholder metodene som er brukt i denne studien, hvorav lærer- og forskerrollen er utøvd av meg. Deretter er det forklart hvordan modelleringsaktiviteten foregikk i undervisningen, hvor data ble samlet inn fra elever i en 7. klasse ved bruk av lydopptak og spørreundersøkelse (Christoffersen & Johannessen, 2012; Postholm & Jacobsen, 2018). Kvalitativ metode (Kvale & Brinkmann, 2015; Thagaard, 1998) er anvendt for å analysere innsamlet data. Avsluttende er tolkningen, gyldigheten og påliteligheten av data presentert, og til slutt blir etiske valg som er gjort i forhold til studien omtalt.

Kapittel 4 tar for seg analyse og diskusjon av innsamlet data. Først er lydopptakene av begge gruppene analysert og diskutert, og så er spørreskjemaene til de seks elevene analysert og diskutert i lys av de fem komponentene satt sammen av Nosrati og Wæge (2018). Etterfulgt av dette er undervisningsoppleggene med modelleringsfremmende aktiviteter analysert og diskutert. Under hver analyse og diskusjon er det presentert en oppsummering.

Kapittel 5 inneholder resultatene og konklusjonene på forskningsspørsmålene og problemstillingen.

Kapittel 6 tar for seg avslutningen på oppgaven, videre arbeid og hva mine funn i denne studien kan bidra med.

Kapittel 7 inneholder listen med litteratur som er brukt i denne studien.

2. Teori

I dette kapitlet er det gjort rede for relevant teori og forskning som har til hensikt å styrke denne oppgaven. Teorien og forskningen som er presentert her legger føringer for analysen og diskusjonen som er beskrevet senere i oppgaven. Problemstillingen i denne oppgaven handler om hvordan dybdeløring foregår i matematikk ved arbeid med matematisk modellering og hvordan lærere kan tilrettelegge for dette. I forhold til denne problemstillingen er det nødvendig å trekke frem litteratur på modellering, modelleringsfremmende aktiviteter og dybdeløring. I og med at elevene i denne studien arbeidet med statistikk i forhold til modellering og modelleringsfremmende aktiviteter, er det også relevant å trekke frem begreper innenfor statistikk i dette kapitlet.

2.1 Matematisk modellering

Det finnes ulike forklaringer og definisjoner på begrepet matematisk modellering (Blomhøj, 2009; Våge, 2000; Ärlebäck, 2013). Med bakgrunn i de ulike definisjonene er det mulig å blant annet konkludere med at matematisk modellering er en prosess. Under er det satt sammen en kort forklaring på denne prosessen basert på de ulike overnevnte forskerne:

Modelleringsprosessen starter med et problem fra virkeligheten som skal løses ved bruk av matematikk. Problemet må matematiseres, og dette gir rom for å lage en modell som presenterer problemet. Denne modellen har som formål å lage en kobling mellom problemet fra den virkelige verden og det matematiske. Ved å tolke og vurdere modellen kan en finne mulige løsninger på problemet fra den virkelige verden.

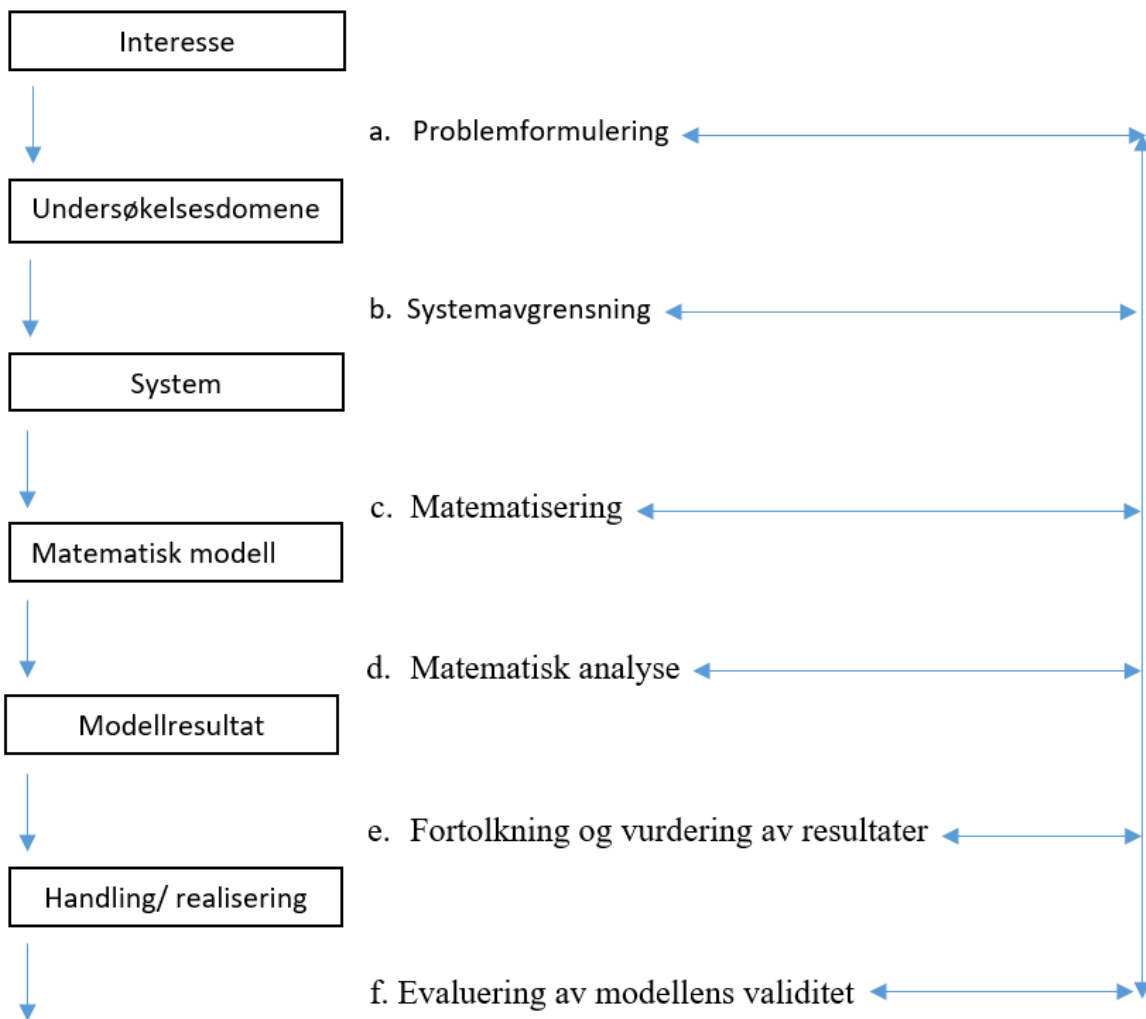
I tråd med dette er kan en trekke frem Kunnskapsdepartementet (2018b) som hevder at modellering innebærer at elever skal ta for seg en problemstilling fra virkeligheten. De skal så omformulere denne problemstillingen til en matematisk modell som de tolker med bakgrunn i den opprinnelige situasjonen. Denne formuleringen viser også til at modellering er en prosess.

2.1.1 Hvordan kan elever arbeide med modelleringsprosessen?

Over er det presentert en kort beskrivelse av hva modellering går ut på med utgangspunkt i modelleringsprosessen. I dette kapitlet er det gått dypere inn på hvordan elever kan arbeide med modelleringsprosessen. Dette delkapitlet har vært sentralt i analysen og diskusjonen av elevarbeidet med modelleringsaktiviteten som er brukt for å samle inn data.

Ärlebäck (2013) mener at modellering av en virkelig situasjon handler om å bevege seg mellom virkeligheten og matematikk. Ifølge Ärlebäck starter denne prosessen med en virkelig situasjon som skal beskrives, forutses eller forklares noen aspekter av. Prosessen setter i gang å idealisere og strukturere den virkelige situasjonen, slik at en problemstilling kan identifiseres. Ärlebäck mener at dette fører til en forenkling og en mer avgrenset forståelse av den virkelige situasjonen og problemstillingen. Han skriver så at neste steg er å samle inn empirisk data for å forklare fenomenet som studeres. Når problemstillingen og den virkelige situasjonen er gjort mer tilgjengelig og håndterbar oversettes den til matematikk. Da skapes det en matematisk modell som kan analyseres ved hjelp av matematiske metoder, verktøy og strategier. Denne matematiske behandlingen av problemstillingen gir matematiske resultater. Disse må så oversettes tilbake til den virkelige situasjonen der de tolkes og valideres. Videre har han skrevet at dersom resultatet ikke er rimelig eller meningsfullt, må det gås tilbake og granskes kritisk over alle stegene i prosessen, gjerne flere ganger, og modellen og løsningsforslaget må modifiseres. Deretter kan det kommes vends med et akseptabelt, rimelig og meningsfullt svar på problemstillingen.

Det finnes ulike fremstillinger av modelleringsprosessen. Ferri (2006) har i sin artikkel kommentert flere slike fremstillinger. Modellen til Blomhøj (2003) er en av fremstillingene som er omtalt i artikkelen til Ferri (2006). Denne modellen (Blomhøj, 2003) har jeg valgt å bruke i min studie, da jeg ser på Blomhøjs modell som oversiktlig og et godt verktøy for å analysere elevarbeidet i denne studien. Under er denne modellen nærmere forklart.



Figur 1: Modell over en matematisk modelleringsprosess. Fra *Modellering som undervisningsform.* (s. 67) av M. Blomhøj, 2003, København: L&R Uddannelse.

Denne modellen tar for seg den matematiske modelleringsprosessen. Denne prosessen inneholder forskjellige delprosesser, som går fra a til e, problemformulering, systemavgrensning, matematisering, matematisk analyse, fortolkning og vurdering av resultater. Blomhøj (2003) hevder at en typisk matematisk modelleringsprosess i prinsippet vil inneholde alle disse delprosessene. Videre formidler han at i undervisningssammenheng trengs det nødvendigvis ikke å følge alle disse stegene systematisk. Det er mulig å gå frem og tilbake i modellen og hoppe over enkelte prosesser.

Blomhøj og Højgaard (2003) hevder at det er mulig å gjenta flere av stegene i modellen til Blomhøj (2003). De mener at det også er mulig å jobbe baklengs med modellen, at man for eksempel kan begynne på punkt f, så gå oppover til punkt e og så til punkt d osv. Blomhøj og Højgaard (2003) viser til at dette er indikert med pilen på høyre side i figur 1, da pilen peker i begge retninger. Denne pilen er langstrakt og ikke brutt opp i flere deler. Det kan tolkes som at det ikke trengs å arbeide igjennom de ulike punktene stegvis og i en rekkefølge. Den langstrakte pilen gjør det mulig å tolke modellen som at det er rom for å arbeide fleksibelt med de ulike punktene, og at det ikke spiller noen rolle om du hopper frem og tilbake mellom punktene eller om du gjentar punkter. Denne tolkningen kan relateres til Blomhøj og Højgaard (2003)s tolking.

Det som er skrevet av Ärlebäck (2013) lenger oppe om modelleringsprosessen er gjenkjennbart i modellen til Blomhøj (2003). Modellen viser også at i modelleringssyklusen må en arbeide gjennom ulike prosesser. Når elever arbeider med modelleringsprosessen, sett i lys av modellen til Blomhøj (2003), handler det i korte trekk om å finne noe fra virkeligheten som skal undersøkes og så formulere et problem som det skal jobbes med. Deretter må en avgrense systemet og finne data som en kan anvende for å finne resultatet på problemet. Neste steg er å matematisere problemet slik at det kan representeres i en modell. Deretter skal en foreta en matematisk analyse av modellen som i sin tur fører til et modellresultat. Videre skal en tolke og vurdere resultatet for å se om dette kan realiseres i forhold til det opprinnelige problemet. Til slutt skal det foretas en evaluering av modellens validitet. Dersom det blir avgjort at modellen ikke er gyldig eller at svaret ikke stemmer, må en hoppe litt frem og tilbake i modellen til Blomhøj (2003) for å komme frem til det riktige resultatet. Denne tolkningen av figur 1 viser at det er en parallell mellom modellen og tolkningen til Ärlebäck (2013) av modelleringsprosessen. En kan se at tolkningen av modelleringsprosessen beskrevet av Ärlebäck (2013) samsvarer med denne tolkningen av modellen til Blomhøj (2003).

2.2 Forarbeid til modelleringsaktiviteten

Forskningsspørsmål 2 spør om hvordan modelleringsfremmende aktiviteter bidrar til kvaliteten på dybdelæring hos elever. For å svare på dette forskningsspørsmålet må vi få en ide om hva modelleringsfremmende aktiviteter er. Elevene i denne studien hadde på forhånd ikke særlig erfaring med modelleringsaktiviteter. Dette ble konkludert med etter å ha snakket med kontaktlærer og tidligere matematikklærere som denne klassen har hatt. Studiet til Eric (2008) viser blant annet at modelleringsfremmende aktiviteter i undervisning kan føre til at elever kan arbeide bedre med modelleringsaktiviteter. Under modelleringsfremmende aktiviteter arbeidet elevene med dataprogrammet Excel og lærte sentrale begreper innad statistikk, som var temaet under denne perioden.

2.2.1 Modelleringsfremmende aktiviteter

«Model-Eliciting Activities» er det engelske begrepet for modelleringsfremmende aktiviteter, som jeg har oversatt og valgt å anvende i denne oppgaven. Dette innebærer aktiviteter eller oppgaver som har som formål å motivere elever til å skape og utforske modeller, og resultatet på slike aktiviteter skal være åpent. Hensikten er å utfordre elever til å lage egne modeller som kan gi resultater på komplekse og virkelighetsnære oppgaver, mener Garfield, DelMas og Zieffler (2012).

Arbeid med modelleringsfremmende aktiviteter kan foregå på to forskjellige måter ifølge Lesh, Yoon og Zawojewski (2007):

1. Lærer kan velge å gjøre matematikken i aktiviteten praktisk.
2. Elever kan trene på det matematiske når det matematiske dukker opp i arbeid med en modelleringsfremmende aktivitet.

Punkt 1 handler om at elever arbeider med modelleringsfremmende aktiviteter hvor matematikk brukes praktisk i aktiviteten. For å klare dette må det i forkant av aktiviteten bli undervist i det matematiske temaet elever må å lære og skjønne for å løse den modelleringsfremmende aktiviteten. Deretter kan de sette i gang med aktiviteten og ta i bruk det de tidligere har lært for å løse matematikken i aktiviteten. Punkt 2 handler ifølge Lesh et al. (2007) om at elever begynner med å arbeide med den modelleringsfremmende aktiviteten uten å få den nødvendige kunnskapen som trengs for å løse aktiviteten. Når elever sitter fast i aktiviteten, skal de bruke læreren som veileder til å vise dem hvordan de kan komme forbi

denne hindringen. Da skal læreren gi elevene den matematiske kunnskapen som trengs for at de skal kunne komme seg forbi hindringen og finne aktivitetens resultat. Lesh et al. (2007) mener at det siste punktet fører til at elever tilegner seg matematisk forståelse på en bedre måte.

Altså handler disse to ulike kategoriene om hvilke tidspunkt elever skal få den modelleringsfremmende aktiviteten. Skal det være en leksjon først, hvor elever blir undervist i momenter som er viktige for at de skal kunne løse aktiviteten? Eller skal de få utlevert modelleringsfremmende aktiviteter med det samme, og deretter få veiledning underveis når de står fast, slik at de kan komme seg videre for å finne resultatet?

2.2.2 Seks prinsipper for å lage modelleringsfremmende aktiviteter

I ulike studier (Yu og Chang, 2011; Yoon, Dreyfus og Thomas, 2010) har det blitt brukt modelleringsfremmende aktiviteter som forarbeid til modelleringsaktiviteter. Disse studiene er nærmere omtalt i kapittel 2.2.4. I de overnevnte studiene har de ulike forskerne tatt utgangspunkt i seks prinsipper, laget av Lesh og Doerr (2003), for å lage modelleringsfremmende aktiviteter. Under er disse seks prinsippene av Lesh og Doerr oversatt og presentert:

1. **Modellkonstruksjonsprinsippet:** Det er viktig at en ikke lager modelleringsfremmende aktiviteter som elever raskt kan løse ved å bruke en tiltenkt formel. Modellkonstruksjonsprinsippet innebærer at elever selv skal velge en metode for å finne resultatet. Det kan gjøres ved at de lager en eksplisitt beskrivelse, forklaring, prosedyre, eller anslår en meningsfull løsning på den gitte matematiske situasjonen for den modelleringsfremmende aktiviteten.
2. **Realitetsprinsippet:** I dette prinsippet skal den modelleringsfremmende aktiviteten være designet slik at elever kan bruke den på en fornuftig måte, uavhengig av sine matematiske forutsetninger og generelle kunnskaper. I tillegg skal aktiviteten konstruere et problem som kunne oppstått i den virkelige verden.
3. **Selvvurderingsprinsippet:** Forsikrer at aktiviteten inneholder kriterier som elever gjenkjenner og kan bruke for å utprøve resultatene sine, samtidig som aktiviteten inneholder informasjon som gjør at elever kan revurdere nytten av alternative resultater.

4. **Dokumenteringsprinsippet:** Sørger for at den modelleringsfremmende aktiviteten gir rom for at elever kan vise og dokumentere strategien de har anvendt for å løse aktiviteten. Innunder dette prinsippet er det ikke viktig om en velger å forklare tankegangen skriftlig eller muntlig, så lenge det blir gjort på en eller annen måte.
5. **Prinsippet om evnen til å dele og gjenbruke:** Krever at den modelleringsfremmende aktiviteten fører til at elever kan finne mer generelle løsningsmetoder som andre kan bruke, eller løsningsstrategier som kan gjenbrukes i liknende situasjoner eller oppgaver. Det forventes at elever skal kunne dele resultatet, og på slutten av aktiviteten skal elevene kunne presentere og dele modellen sin med andre.
6. **Effektiviseringsprinsippet:** Forsikrer at resultatet er så enkelt som mulig, samtidig som at det er matematisk relevant og illustrerer nyttige resultater som kan brukes i lignende situasjoner.

2.2.3 Hvordan skille modelleringsfremmende aktiviteter fra «vanlige oppgaver»

Modelleringsfremmende aktiviteter er annerledes enn «vanlige oppgaver» som elever jobber med i undervisningen eller hjemme som lekser. Garfield et al. (2012) har sammenlignet modelleringsfremmende aktiviteter med «vanlige oppgaver» innenfor statistikk som kan brukes i undervisningen. Med begrepet «vanlige oppgaver» kan det tolkes som at det blir vist til oppgaver en kan finne i for eksempel ordinære matematikkbøker som anvendes i opplæringen.

Garfield et al. (2012) viser til at ved arbeid med modelleringsfremmende aktiviteter i undervisningen er det kun mulig å bruke et fåtall aktiviteter i løpet av en undervisningstime. Dette i motsetning til under arbeid med «vanlig oppgaver», hvor elever kan regne en god del oppgaver i løpet av en time. Videre sier de at modelleringsfremmende aktiviteter blir brukt for å fremme elevens evne til å tenke og resonnerer, slik at aktiviteten kan legge et grunnlag for fremtidig læring av et konsept eller en prosedyre.

Målet med modelleringsfremmende aktiviteter er å utvikle en modell som kan brukes for å løse et problem, men det er ikke forventet at elever skal lage en modell som er den «riktige» modellen. Disse forskerne mener at modelleringsfremmende aktiviteter skal føre til ulike konklusjoner og resultater som elever må forklare og rettferdiggjøre. Et annet punkt som trekkes frem er at modelleringsfremmende aktiviteter legger til rette for en klasseromsdiskurs

hvor elever diskuterer og kritiserer ulike resultater og fremgangsmåter. Her er det mulig å sammenligne elevens måter å løse aktiviteten på, uten at det blir gitt et resultat som er det riktige. På slutten av timen er det mulig å gi elevene et løsningsforslag laget av en ekspert, slik at de kan få et sammenligningsgrunnlag.

Ifølge Garfield et al. skal problemet i en slik aktivitet gi et åpent svar, og det skal ikke være en stegvis forklaring som elevene skal følge. De mener at det skal være mulig for elever å bestemme selv når resultatet deres er funnet og aktiviteten fullført, basert på tilgjengelig informasjon. I «vanlige oppgaver» er det mulig å finne ord i tekstoppgaven som peker på hvilken regnemetode som skal brukes. For eksempel er det vanlig å bruke ordet «færre» når en skal anvende subtraksjon og ordet «mer enn» når en skal anvende addisjon. Videre kan en «vanlig oppgave» inneholde flere deloppgaver hvor elever ofte bruker svaret de fikk i oppgave a til å finne svaret i oppgave b. Slik kan «vanlige oppgaver» lede elever til å finne den rette løsningsmetoden for å finne svaret i oppgaven.

Garfield et al. hevder at det er viktig at problemet i en modelleringsfremmende aktivitet er virkelighetsnært og basert på ekte data. Et av de siste punktene de viser til er at når elever arbeider med slike aktiviteter skal de starte med å lese oppgaven og tenke ut noen spørsmål alene. Deretter skal elevene gå sammen i grupper hvor de alle samarbeider om å lage en modell, og så forklarer modellen etterpå.

Til forskjell fra modelleringsfremmende oppgaver fører «vanlige oppgaver» til at elever sitter en og en mens de regner oppgave etter oppgave, side etter side i boka (Mellin-Olsen, 1996). Fokuset er på at elever snart får en prøve eller eksamen hvor de skal bli vurdert som har noe å si for elevens fremtid. I forkant av slike oppgaver underviser læreren gjerne den nødvendige algoritmen elevene trenger for å løse oppgavene som skal jobbes med resten av timen (Alseth, 2009; Skovsmose, 2003). I slike timer er det heller ikke vanlig at elever deler svarene de har kommet frem til med hverandre, ettersom det oftest kun er ett svar som er riktig. Man kan oppsummere med at det er kontrast mellom modelleringsfremmende aktiviteter og «vanlige oppgaver».

2.2.4 Forskning som viser til modelleringsfremmende aktiviteter

Under er det vist til ulike studier om modelleringsfremmende aktiviteter. Disse studiene viser blant annet hvordan modelleringsfremmende aktiviteter kan brukes til å tilrettelegge for matematisk modellering. Dermed har disse studiene vært med på å avgjøre bruken av slike aktiviteter i denne studien for å besvare den delen av problemstillingen som tar for seg hvordan lærere kan legge til rette for matematisk modellering.

Yu og Chang (2011) studerte 16 matematikklærere fra Taiwan som arbeidet med modelleringsfremmende aktiviteter, laget egne aktiviteter og som fikk en innføring i hvordan elever skal jobbe med modelleringsfremmende aktiviteter. Lærerne hadde positive tanker om emnet og det å undervise i modellering. De mente blant annet at modellering og modelleringsfremmende aktiviteter kunne illustrere for elever hvordan matematikk kan kobles til den verdenen de lever i. De ulike aktivitetene som ble arbeidet med mente lærerne kunne bidra til å forbedre elevens kompetanse for å lære matematikk. De taiwanske lærerne mente også at implementering av modelleringsfremmende aktiviteter i undervisningen kan føre til at elever kan lære samhandling og kommunikasjon. I prosessen med å jobbe med slike aktiviteter burde elever kommunisere og samhandle seg imellom for å bli inspirert til å tenke over modelleringsproblemet. Elevene kan også lære at man må ta hensyn, vise respekt og høre på hverandre. Dette kan være med på å bygge gode relasjoner mellom elever i en klasse.

Til tross for dette var det ikke kun positive sider som ble poengtert i dette studiet. Lærerne fant også negative sider ved bruk av modelleringsfremmende aktiviteter og det å undervise i modellering. Modelleringsfremmende aktiviteter og modellering er ikke nevnt i den taiwanske læreplanen i matematikkfaget. Arbeid med dette kan derfor ikke hjelpe elever som skal ta opptakseksamen for videre utdanning, da dette ikke er en del av målene i faget. Så hvorfor skal de bruke tid på noe som ikke kan hjelpe elevene videre i utdanningen.

Påstandene disse taiwanske lærerne poengterer og som Yu og Chang (2011) konkluderer med, trenger nødvendigvis ikke å være en hindring i Norge. Vi i den norske skolen kan arbeide med modelleringsfremmende aktiviteter og modellering med tanke på den nye læreplanen som trer i kraft i 2020. Det er som tidligere nevnt konkret sagt i den nye læreplanen i matematikk at modellering og anvendelse er et av kjerneelementene i matematikkfaget og at dette skal anvendes i undervisningen. Den nye læreplanen gir inntrykk av at vi skal ha mer fokus på dybdeløring i faget fremover, og modellering kan være med på å bidra til dette i matematikk slik det er beskrevet i læreplanen. Med bakgrunn i den nye læreplanen i matematikk kan det

altså her fastslås at mot-argumentene til de taiwanske lærerne ikke gjelder i den norske skolen.

I en annen studie (Yoon et al., 2010) ble det brukt 16 elever som arbeidet med en modelleringsfremmende aktivitet. Elevene fikk innføring i nødvendige matematiske komponenter i forkant av den modelleringsfremmende aktiviteten, men det viste seg at dette tilstrekkelig. Elevene klarte fint å matematisere konteksten i aktiviteten, men de klarte ikke å bruke matematikken de hadde lært på forhånd til å finne resultatet.

Dette indikerer at det er viktig å gjøre et grundig forarbeid før en introduserer elevene for modelleringsfremmende aktiviteter hvor man har som hensikt er forberede elever på modelleringsaktiviteter. Dersom forarbeidet ikke er gjort grundig kan formålet med modelleringsfremmende aktiviteter slå feil, og i stedet utvikle seg til en modelleringsaktivitet der elever ikke klarer eller strever med å løse oppgaven. Dette kan bli frustrerende og lite motiverende for elevene, ettersom de ikke har den grunnleggende kunnskapen som trengs for å mestre modelleringsaktiviteten (Yoon et al., 2010).

2.3 Matematiske læringsprosesser

I stedet for å skrive om læringsprosesser generelt og for å snevre oppgaven inn mot problemstillingen og forskningsspørsmålene har det blitt valgt å ha fokus på dybdelæring innenfor læringsprosesser i dette kapitlet. Innenfor dybdelæring er det valgt å holde fokus på fem komponenter satt sammen av Nosrati og Wæge (2018) som de mener kan gi dybdelæring i matematikk. Disse komponentene er brukt i analysen for å besvare det første forskningsspørsmålet som omhandler hvilke matematiske læringsprosesser som kan gjenkjennes hos elever i arbeid med en modelleringsaktivitet.

Læringsprosesser kan deles i to kategorier, dybdelæring og overflatelæring. Dybdelæring skjer når elever har lært noe så godt at de klarer å anvende tidligere lært kunnskap i nye situasjoner (Pellegrino & Hilton, 2012). Ifølge Utdanningsdirektoratet (2019) handler dybdelæring om å utvikle kunnskap og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i et fag og mellom fagområder. De sier videre at elever da må reflektere over egen læring og bruke det de har lært på ulike måter i både kjente og ukjente situasjoner. Sawyer (2013) mener at dybdelæring kan føre til at elever klarer å generalisere en kontekst til en videre forstand. Det påpekes også at elever får dybdelæring når de jobber med aktiviteter

som ligner på aktiviteter fra virkeligheten. Da modellering innehar aktiviteter fra virkeligheten (Blomhøj, 2003; Ärleback, 2013), kan det ifølge påstanden til Sawyer (2013) tolkes som at modellering kan bidra til dybdelæring. Med aktiviteter fra virkeligheten kan det tolkes som at det er snakk om konkrete aktiviteter i virkeligheten som kan matematiseres. Det kan være forurensningsnivåer, populasjon/befolkningsvekst og spredning av sykdommer.

I motsetning til dybdelæring har vi overflatelæring som innebærer at elever pugger fakta og lærer ny kunnskap uten noe særlig kontekst (Melby-Lervåg, 2019). Overflatelæring fører til at elever ikke klarer å anvende tidligere lært kunnskap i nye situasjoner, i tillegg til at elever ofte raskt glemmer kunnskapen de har tilegnet seg på denne måten. Nosrati og Wæge (2018) karakteriserer overflatelæring som at elever tilegner seg ny kunnskap uten å koble det til tidligere lært kunnskap. De mener at under overflatelæring blir fakta og prosedyrer pugget uten særlig refleksjon og forståelse. Dette gjør at elever får vansker med å overføre kunnskapen til nye situasjoner og problemstillinger.

Sawyer (2013) har laget en tabell om dybdelæring versus overflatelæring. Denne modellen er oversatt til norsk i NOU 2014: 7 (2004, s. 36).

<i>Learning Knowledge Deeply (Findings from Cognitive Science)</i>	<i>Traditional Classroom Practices (Instructionism)</i>
Deep learning requires that learners relate new ideas and concepts to previous knowledge and experience.	Learners treat course material as unrelated to what they already know.
Deep learning requires that learners integrate their knowledge into interrelated conceptual systems.	Learners treat course material as disconnected bits of knowledge.
Deep learning requires that learners look for patterns and underlying principles.	Learners memorize facts and carry out procedures without understanding how or why.
Deep learning requires that learners evaluate new ideas, and relate them to conclusions.	Learners have difficulty making sense of new ideas that are different from what they encountered in the textbook.
Deep learning requires that learners understand the process of dialogue through which knowledge is created, and they examine the logic of an argument critically.	Learners treat facts and procedures as static knowledge, handed down from an all-knowing authority.
Deep learning requires that learners reflect on their own understanding and their own process of learning.	Learners memorize without reflecting on the purpose or on their own learning strategies.

Figur 2: Dybdelæring versus overflatelæring. Fra *Handbook of the learning sciences*. (s. 4) av R.K. Sawyer, 2013, Cambridge: Cambridge University Press.

I tabellen til Sawyer (2013) står det at dybdelæring fører til at elever kan relatere nye ideer og begreper til tidligere kunnskap og erfaringer, hvor de organiserer kunnskap i egne begreppssystemer som henger sammen. Videre under dybdelæring vil elever prøve å se etter mønstre og underliggende prinsipper. De vil vurdere nye ideer og knytte dem til konklusjoner. Sawyer mener også at dybdelæring fører til at elever forstår hvordan kunnskap blir til igjennom dialog og vurderer logikken i et argument kritisk. Til slutt poengteres det at dybdelæring fører til at elever reflekterer over egen forståelse og læringsprosess.

Flere forskere (Ludvigsen, 2016; Rosenlund & Gulaker, 2018; Sawyer, 2013) viser til at dybdelæring er positivt og er den foretrukne læringsprosessen. Sawyer (2013) påpeker at forskere på 1980-tallet kom frem til at dybdelæring fører til at elever klarer å huske kunnskap de tilegner seg bedre. Sawyer mener at dybdelæring fører til at elever kan generalisere en kontekst i en mer dypere forstand, i motsetning til det de klarer ved overflatelæring. Han skriver videre at dybdelæring fører til at elever innehar kunnskap på en bedre måte enn ved overflatelæring. Rosenlund og Gulaker (2018) sikter til at dybdelæring kan være med på å fremme elevens motivasjon i matematikkfaget. Ludvigsen (2016) argumenterer for at dybdelæring er viktig i vår samtid og i fremtiden.

I en pressemelding om nye læreplaner for bedre læring i fremtidens skole har Kunnskapsdepartementet (2019) skrevet om dybdelæring. Her står det blant annet at Kunnskapsdepartementet ønsker mer dybdelæring og mer handlingsrom i de nye læreplanene. Dette fordi de mener at dybdelæring fører til at elever kan utvikle evne til å reflektere over det de lærer, og for at elevene skal kunne se sammenhenger i og mellom fagområder.

Dybdelæring er spesifikt nevnt i læreplanverket (Utdanningsdirektoratet, 2017) under overordnet del. Her står det at skolen skal ha fokus på dybdelæring slik at elever kan utvikle forståelse av sentrale elementer og sammenhenger innen fag og mellom fag, samt at elever lærer å bruke faglige kunnskaper og ferdigheter i kjente og ukjente sammenhenger. De har her definert dybdelæring i fag som at elever kan anvende kunnskaper og ferdigheter på ulike måter, og at dette til sammen skal føre til at elever over tid kan mestre ulike typer faglige utfordringer alene og sammen med andre.

2.3.1 Fem komponenter som beskriver dybdeløring

Kilpatrick og Swafford (2001) er to kjente forskere som har kommet frem til at det er fem komponenter som må knyttes sammen for at hvem som helst skal kunne lære seg matematikk. Disse fem komponentene mener de er begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap, strategisk kompetanse, fleksibel resoneringsevne og produktiv plassering av matematikk. Disse komponentene sier kun om det generelle for å lære matematikk, og ikke spesifikt om dybdeløring. Dermed egner det seg ikke å bruke disse komponentene for å svare på problemstillingen i denne oppgaven som omhandler dybdeløring spesifikt.

Nosrati og Wæge (2018) har brukt tabellen i figur 2, og valgt ut fem komponenter som de mener kan beskrive hva dybdeløring i matematikkfaget kan være. De har presentert komponenter som går direkte på dybdeløring i matematikk, i motsetning til Kilpatrick og Swafford (2001) som har presentert komponenter som går generelt på matematikk. Dette gjør det hensiktsmessig å bruke komponentene sammensatt av Nosrati og Wæge (2018) som analyseverktøy i denne studien, for å si noe om hvordan dybdeløring foregår i matematikk ved arbeid med matematisk modellering, som er en del av problemstillingen.

Disse fem komponentene satt sammen av Nosrati og Wæge (2018) er begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap, anvendelse, resonnering og til slutt metakognisjon og selvregulering. De hevder at disse fem komponentene må støtte hverandre og utvikles parallelt, og at disse komponentene på hver sin måte kan bidra til dybdeløring slik de har definert det. Ut i fra artikkelen kan det tolkes som at Nosrati og Wæge mener at elever burde jobbe med disse fem komponentene for å oppnå dybdeløring i matematikk. De definerer dybdeløring som følgende:

Dybdeløring derimot innebærer at elevene gradvis og over tid utvikler sin forståelse av begreper og sammenhenger innenfor et fag. Elevenes læringsutbytte øker når de utvikler en helhetlig forståelse av fag og ser sammenhenger mellom fag, samt greier å anvende det de har lært til å løse problemer og oppgaver i nye sammenhenger. Elevene er i stand til å regulere egen læringsprosess, bruke relevante læringsstrategier og reflektere over egen læring. (Nosrati & Wæge, 2018)

Videre i dette kapitlet er disse fem komponentene nærmere forklart. Først blir det henvist til begrepsforklaringen til Nosrati og Wæge og deretter er dette supplert med flere kilder for å støtte og bygge opp disse begrepsforklaringene.

2.3.1.1 Begrepsmessig forståelse

Ifølge Nosrati og Wæge (2018) handler begrepsmessig forståelse om at elever har bygd opp begrepsmessige strukturer og kan se sammenhenger mellom ulike begreper, ideer og prosedyrer. De mener at begrepsmessig forståelse innebærer at elever må kunne mer enn bare isolerte fakta og regler, de må forstå hvorfor en matematisk idé er viktig. Elever må kunne knytte nye ideer til matematiske ideer som er møtt tidligere. Nosrati og Wæge mener at begrepsmessig forståelse er rik på relasjoner, og er viktig som de individuelle delene med fakta og informasjon som er pugget. Fakta og metoder som er lært med forståelse er knyttet sammen, dermed er fakta og metodene lettere å huske og bruke. De kan kjapt gjenhentes hvis man glemmer de. McCormick (1997) mener også at elever som har begrepsmessig forståelse kan se relasjoner mellom kunnskap lært i ulike fagområder og at de kan identifisere disse relasjonene.

Elever som har utviklet begrepsmessig forståelse klarer å tolke, forstå og benytte ulike representasjoner, og de klarer å velge representasjoner som er nyttige i den gitte situasjonen (Nosrati & Wæge, 2018). Et annet tegn på at elever har begrepsforståelse kan være at de klarer å representere et matematisk objekt (Justnes, 2018). Å representere et matematisk objekt handler om å bruke ulike tilnærminger for å forklare det matematiske. Et multiplikasjonsstykke, som er et matematisk objekt, kan for eksempel representeres via symboler hvor utregningen er symbolsk. På en annen side kan en heller velge å representere det samme multiplikasjonsstykket ved hjelp av en regnefortelling. På en tredje side kan man velge å bruke konkreter for å representere det matematiske objektet (Enge & Valenta, 2013).

Instrumentell og relasjonell forståelse

Begrepsforklaringen til Nosrati og Wæge (2018) om begrepsmessig forståelse kan relateres til relasjonell forståelse, som er et begrep av Mellin-Olsen (1981) og Skemp (1987). Dermed blir det relevant å trekke frem begrepene instrumentell- og relasjonell forståelse innunder begrepsmessig forståelse.

Mellin-Olsen (1981) hevder at elever som har instrumentell forståelse tenker på regler og ikke struktur og relasjoner. Skemp (1987) refererer til Mellin-Olsen for introduksjonen av disse to begrepene. Skemp mener at elever som har instrumentell forståelse er opptatt av å pugge hvilke metoder som kan anvendes til de ulike oppgavene. Elever med denne forståelsen klarer kun å huske nylig lært kunnskap i en kort periode. Ved instrumentell forståelse er ikke elever motivert til å lære, det er heller nok å kunne regler og vite hvor disse kan anvendes for å løse en oppgave. Ut ifra dette kan det tenkes at ved instrumentell forståelse er elevens mål kun å

løse oppgaven, og resultatet trenger nødvendigvis ikke å gi dem noen form for sammenheng eller mening. Denne forståelsen vil derfor trolig føre til at når elever stagnerer i en oppgave vil de ikke klare å hente seg inn igjen. Dette fordi de ikke har noen dypere forståelse og reglene som er pugget ikke kan hjelpe dem for å komme videre.

Elever med relasjonell forståelse har laget en begrepsmessig struktur eller et mentalt kart (Skemp, 1987). Dette kan tolkes som at Skemp mener at elever som har relasjonell forståelse klarer å forstå ulike sammenhenger i faget. De klarer å koble tidligere lært kunnskap inn i et nytt konsept som en naturlig kobling. Skemp mener at elever med relasjonell forståelse ønsker å forstå hvorfor ting er som de er og at de ønsker en dypere forståelse i faget, i motsetning til elever med instrumentell forståelse som arbeider mer overfladisk.

Ut ifra begrepsforklaringene på begrepsmessig-, relasjonell- og instrumentell forståelse kan en se at det er en kobling mellom disse tre forståelsestypene. For at elever skal ha en god begrepsmessig forståelse er det hensiktsmessig at de har relasjonell forståelse i matematikk. Dette begrunnes med at Nosrati og Wæge (2018) hevder at elever som har begrepsmessig forståelse må kunne mer enn bare isolerte fakta og regler, de må forstå hvorfor en matematisk ide er viktig. Dette kan en elev med relasjonell forståelse mestre bedre enn en elev med instrumentell forståelse. McCormick (1997) påpeker at elever som har begrepsmessig forståelse kan se relasjoner mellom ulike kunnskapsområder og kan identifisere disse.

Med bakgrunn i Mellin-Olsen (1981), Nosrati og Wæge (2018), Sawyer (2013) og Skemp (1987) kan det konkluderes med at relasjonell forståelse vil bidra til dybdelæring, mens instrumentell forståelse vil bidra med overflatelæring i matematikk.

2.3.1.2 Prosedyrekunnskap

Prosedyrekunnskap handler om at elever må ha kunnskap om matematiske algoritmer og har kjennskap til prosedyrer som må til for å løse konkrete oppgaver i matematikk (McCormick, 1997). Nosrati og Wæge (2018) hevder at elever som har prosedyrekunnskap har kunnskap om ulike matematiske prosedyrer og at elever kan utføre disse prosedyrene nøyaktig, fleksibelt og hensiktsmessig. Prosedyrekunnskap gir rom for at elever klarer å veksle mellom ulike prosedyrer og velge den som er mest hensiktsmessig i en gitt situasjon for å løse oppgaven. De mener at elever til en viss grad må automatisere prosedyrer, slik at de kan arbeide med en matematisk problemstilling med frigjort kapasitet. Det er viktig at elever ikke bare vet hvordan en prosedyre skal gjennomføres, men at de også vet hvordan den er gyldig.

Nosrati og Wæge (2018) mener at en må se prosedyrekunnskap hånd i hånd med begrepsmessig forståelse, da disse begrepene bygger på hverandre. Slik det er drøftet tidligere er det bedre at elever har relasjonell forståelse, ettersom de da kan se sammenhenger og bruke ulike alternativer for å finne løsningen på en matematisk oppgave. Med bakgrunn i det som er skrevet under begrepsmessig forståelse er det mulig å konkludere med at elever som kun har instrumentell forståelse ikke vil klare å se sammenhenger, og dermed kan det være vanskelig for disse elevene å utføre en prosedyre fleksibelt og hensiktsmessig. Dersom de bommer et sted vil det være vanskelig for dem å hente seg inn igjen, og derfor vil de trenge veiledning og hjelp til å komme seg videre. I motsetning til dette vil en elev med relasjonell forståelse se sammenhenger, og dermed klare å hente seg inn igjen om eleven bommer et sted.

Det overnevnte kan støttes av studiet til Rittle-Johnson og Alibali (1999) som har forsket på relasjonen mellom begrepsmessig forståelse og prosedyrekunnskap. De har konkludert studiet med at begge disse to begrepene påvirker hverandre på ulike måter. I deres studie viste det seg at det å undervise konseptet bak matematisk ekvivalensproblem, istedenfor å vise prosedyren som kan brukes for å løse problemet, førte til at problemløsningsferdigheten og den begrepsmessige forståelsen hos elevene ble fremmet. Ut ifra det de har funnet ut, foreslår Rittle-Johnson og Alibali at begrepsmessig forståelse kan ha mer påvirkning på prosedyrekunnskap enn motsatt.

2.3.1.3 Anvendelse

«Anvendelse eller strategisk tankegang innebærer å kunne gjenkjenne og formulere matematiske problemer, representere dem på ulik vis, utvikle en løsningsstrategi og vurdere hvor rimelig en løsning er» (Nosrati & Wæge, 2018, s. 5). Nosrati og Wæge har definert matematiske problemer i denne sammenhengen som problemer fra hverdagen eller samfunnet der matematikk brukes. Det matematiske problemet kan også inneholde mer abstrakte spørsmål. Denne definisjonen av anvendelse (Nosrati og Wæge, 2018) kan kobles til figur 1 på side 17. Figur 1 er en modell over den matematiske modelleringsprosessen som er skissert av Blomhøj (2003). Punkt c) i denne modellen handler om matematisering, her skal problemet som ble formulert under punkt a) matematiseres. Denne prosessen kan kobles til Nosrati og Wæge (2018) som sier at under anvendelse skal elever gjenkjenne og formulere matematiske problemer. Etter punkt c) i figur 1 står det modell, hvor hensikten er å lage en modell som representerer problemet. Denne prosessen kan kobles videre til definisjonen av Nosrati og Wæge (2018) som sier at elever skal representere problemet på ulike vis. Deretter kommer vi

til punkt d) i figur 1 som omhandler analyse, og punkt e) med fortolkning og vurdering av resultater. Dette kan ses i sammenheng med «(...) utvikle en løsningsstrategi og vurdere hvor rimelig løsningen er» (Nosrati & Wæge, 2018, s. 5). Slik det er vist her har komponenten «anvendelse» av Nosrati og Wæge (2018) noen punkter til felles med modelleringsprosessen til Blomhøj (2003).

Nosrati og Wæge (2018) mener innunder anvendelse at dersom elever skal bli effektive på å løse matematiske problemer, må de lære seg å lage mentale representasjoner av problemene, finne matematiske sammenhenger og utvikle nye løsningsmetoder når det viser seg å være nødvendig. Det er viktig å være fleksibel i denne prosessen. Dette hevder også Valenta (2016) og hun skriver videre at anvendelse kan omtales som strategisk tankegang. Dette: “(...) innebærer å kunne gjenkjenne og formulere matematiske problemer, representere dem på en hensiktsmessig måte, tenke fleksibelt i utvikling av en løsningsstrategi og vurdere hvor rimelige løsningene er” (s. 20).

Definisjonen til Stedøy (2018) er med på å styrke definisjonene til Nosrati og Wæge (2018) og Valenta (2016), hvor hun mener at anvendelse handler om å kunne gjenkjenne og formulere matematiske problemer. Stedøy (2018) mener at elever under arbeid med anvendelse skal oversette fra det hverdagslige språket til det matematiske språket og symbolspråk. Elever skal så planlegge og gjennomføre løsningen med bruk av passende representasjoner. Til slutt skal elever vurdere hvor rimelig løsningen er i forhold til det gitte problemet. Stedøy (2018) definerer matematiske problemer som problemer fra hverdagslivet, arbeidslivet og samfunnslivet hvor en kan bruke matematikk for å løse problemet. Det kan også være mer abstrakte matematiske problemer. Stedøy (2018) hevder så videre at hvilken modell elever velger kommer an på deres forkunnskaper. Det kan ikke forventes at elever skal bruke modeller og funksjoner de ikke har lært i en modelleringsaktivitet.

Anvendelse henger sammen med komponenten begrepsmessig forståelse og prosedyrekunnskap. Slik Nosrati og Wæge (2018) definerer anvendelse skal elever som innehar denne komponenten kunne gjenkjenne og formulere et matematisk problem, de må representere problemet, utvikle en løsningsstrategi og vurdere hvor rimelig denne løsningen er. For at elever skal klare dette burde de ha begrepsmessig forståelse, for dette gjør det mulig for å se sammenhenger mellom begreper, ideer og prosedyrer. Anvendelse, prosedyrekunnskap og begrepsmessig forståelse er viktige komponenter elever burde ha for at de skal klare å gjenkjenne og formulere matematiske problemer, og for at de skal lage passende representasjonsformer for problemet, samt for å utvikle løsningsstrategier. Dersom

elever skal vurdere hvor rimelig løsningen er kan det være hensiktsmessig at de har relasjonellforståelse, da elever som har relasjonell forståelse er mer opptatt av å se sammenhenger og forstå dypere sammenheng i faget (Skemp, 1987). Dersom elever har prosedyrekunnskap vil de kunne arbeide med komponenten anvendelse på en fleksibel og hensiktsmessig måte, fordi elevene da innehar kompetanse om ulike matematiske prosedyrer og kan utføre de nøyaktig.

2.3.1.4 Resonnement

Nosrati og Wæge mener at: «resonnement handler om å kunne forklare hvordan man tenker, kunne følge med i et logisk resonnement og kunne vurdere dets gyldighet,» (2018, s. 6). Resonnering handler også om at elever må kunne se og begrunne sammenhenger mellom ulike begreper, fremgangsmåter og egenskaper. Innenfor resonnement burde elever klare å “(...)argumentere gyldigheten av en hypotese ved å utforme et resonnement,” (Nosrati & Wæge, 2018, s. 6). Da kan elever for eksempel ta utgangspunkt i noe de kan fra før og bygge videre på dette med det som er ukjent og som det skal finnes ut av. Elever må tenke logisk og bruke argumenter som er gyldige for å forklare og bevise en løsning.

Niss og Jensen (2002) omtaler resonnement som et av åtte kompetanser elever må tilegne seg for å beherske matematikkfaget. Ifølge Niss og Jensen innebærer denne kompetansen at elever skal kunne følge og bedømme et matematisk resonnement. Dette betyr at elever skal overbevise seg selv eller andre om at en påstand er gyldig. Dette mener Niss og Jensen kan handle om regler og setningers riktighet, men også om kunne svare på spørsmål, oppgaver eller problemer på en riktig og tilstrekkelig måte. Videre skriver de at denne kompetansen også omhandler at elever skal rettfærdiggjøre svar og løsninger. Dette fører til at denne kompetansen er nært knyttet til modellerings- og problemløsningskompetansen, og utgjør den «juridiske kompetansen». Altså avgjør denne kompetansen om noe er rett eller galt, hevder Niss og Jensen (2002).

Resonnement er også en del av kjerneelementene i matematikkfaget i den nye læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2018b). Her står det at resonnement handler om at elever skal forstå matematiske regler og at resultater ikke er tilfeldige, de må ha klare begrunnelser. Elever skal klare å kunne følge og vurdere matematiske resonnementer, og også å utforme sine egne for å løse problemer og for å argumentere for fremgangsmåter og løsninger.

2.3.1.5 Metakognisjon og selvregulering

Til slutt har vi den siste komponenten til Nosrati og Wæge. Metakognisjon: «(...) handler om det å kunne ta et (mentalt) steg tilbake fra det man holder på med eller lærer om og bevisst tenke gjennom egne fremgangsmåter og kognitive prosesser,» (2018, s.6). Selvregulering kan defineres som ferdigheter elever trenger å ha for å kontrollere sine egne tanker, oppfatninger og handlinger i utfordrende situasjoner. Disse ferdighetene trengs for at elever skal klare å oppnå de målene de har satt seg (Weinstein, Bråten & Andreassen 2006). Selvregulering skjer når elever begynner å bli bevisst på egne læringsprosesser og strategier, for da står de i en bedre posisjon til å gå inn og regulere dem (Nosrati & Wæge, 2018).

Stillman (2011) har forsket på koblingen mellom modellering og metakognisjon, hvor hun hevder at metakognisjon spiller en rolle når elever arbeider med modellering. I studiet til Stillman viste det seg at metakognitiv tankegang slår inn når elever stagnerer med en oppgave. Da må læreren sette seg inn i tankegangen til elevene for å hjelpe dem, slik at elevene kan komme på riktig spor igjen. Stillman hevder at det å gjenkjenne og velge riktig strategi er relevant for modellering. Hun uttrykker at måten elever arbeider med modellering i grupper er viktig, da dette kan fremme eller hindre metakognitive aktiviteter, slik som analyseringen av oppgaven, planleggingen, gjennomføringen, valideringen og refleksjonene. En annen ting som blir trukket frem i dette studiet er at man må tenke over modelleringssyklusen (se kap. 2.1.1) og at den ikke er lineær. Når elever arbeider med modelleringssyklusen vil metakognisjon være en del av hver syklus som kan føre til at elever kan overkomme små hindringer. Ferri (2011) kaller dette for metakognitiv-syklus.

2.4 Statistikk

Elever på 7. trinn skal ifølge kompetansenemålene etter 7. trinn i matematikk lære om statistikk (Utdanningsdirektoratet, 2006). I og med at det er LK06, kunnskapsløftet, som er gjeldende ved arbeid med denne oppgaven ble relevante kompetansemål implementert i undervisningsoppleggene, både i den modelleringsfremmende aktiviteten og i modelleringsaktiviteten. Under statistikk og sannsynlighet står det blant annet at eleven skal kunne planlegge og samle inn data ved hjelp av spørreundersøkelser, og representere data i tabeller og diagrammer som er fremstilt med digitale verktøy. De skal lese og tolke fremstillingene og vurdere hvor nyttige de er. Et annet mål er at eleven skal kunne finne median, typetall og gjennomsnitt i enkle datasett og vurdere de ulike sentralmålene i forhold til hverandre. Under vil det derfor bli gitt en innføring i sentrale momenter som har vært en del av den modelleringsfremmende aktiviteten og modelleringsaktiviteten som er anvendt i undervisningen.

Statistikk kan deles inn i ulike kategorier og ifølge Hinna, Rinvold og Gustavsen (2012) er det mulig å dele statistikk inn i to former. Disse formene har de kalt for beskrivende statistikk og beslutningsstatistikk. Den første formen, som er relevant for denne oppgaven, handler om å samle inn datamateriale, ordne innsamlet data og presenterer data eller et statistisk materiale. Hinna et al. (2012) mener at datamateriale består av en rekke opplysninger, som kan være om en rekke personer, ting eller fenomener. Materiale er som regel tall, bokstaver eller ord. Eksempler på datamateriale kan være befolkningsvekst over en gitt tidsperiode, antall gutter og jenter i en klasse, osv. Den andre kategorien, beslutningsstatistikk, handler om at man kan trekke beslutninger basert på innsamlet og ordnet datamateriale.

Statistikk er mye brukt overalt og er tatt med i betraktning når ulike emner og saker skal avgjøres i samfunnet. Skal kommunen bygge flere sykehjem, barnehager og skoler må de ha oversikt over befolkningen. Dersom det ser ut til at antall barn i befolkningen i et gitt område vil øke fremover i tid trengs det flere skoler og barnehager i området. I slike tilfeller trengs pålitelige statistikker som viser om det vil lønne seg å bygge ut eller ei. Den dag i dag er det veldig mye snakk om miljøet i media, politiske debatter, næringslivet, transportsektoren, osv. I slike debatter er det vanlig å danne meninger basert på statistikk som er laget av forskere som forsker på miljøet. Skal man forstå slike dagsaktuelle temaer er det viktig at en klarer å søke opp kilden og gjøre opp egne meninger. Dermed kan arbeid med statistikk være et godt grunnlag for elevenes fremtid.

2.4.1 Arbeid med beskrivende statistikk

Hinna et al. (2012) har et forslag på hvordan en kan arbeide med beskrivende statistikk. Det må naturlig nok startes med å finne ut av hva som skal undersøkes i studien. Neste steg blir å samle inn datamateriale som grunnlag for å finne svar på undersøkelsen. Da kan det være lurt å lage en tabell enten i forkant eller etter at en har samlet inn data. En tabell gir mer oversikt og dataene kan ordnes oversiktlig (Hinna et al., 2012). Etter at dette er gjort blir neste steg å lage et diagram basert på det en har av innsamlet datamateriale. Et diagram er en visuell representasjon som konkretiserer innsamlet data. Det finnes ulike diagrammer å velge blant, som for eksempel søylediagram (stolpediagram) og sektordiagram (kakediagram). I et søylediagram blir dataene grafisk fremstilt på en måte hvor det er én søyle for hver dataverdi. Et sektordiagram innebærer en grafisk fremstilling av data i en sirkel som er delt opp i ulike sektorer, hvor hver sektor har sin egen verdi (Hinna et al., 2012). For å fremstille slike diagrammer er det mulig å blant annet bruke det digitale verktøyet ved navn Microsoft Excel.

3. Metode

For å svare på problemstillingen og forskningsspørsmålene i kapittel 1.1 har det blitt arbeidet med å samle inn data fra seks elever i en 7. klasse. Som utgangspunkt for datainnsamlingen ble det brukt en modelleringsaktivitet, og for å forberede elevene på denne aktiviteten ble det brukt modelleringsfremmede aktiviteter. All undervisning og innsamling av data er gjort av meg som både undervisende lærer og forsker. Det ble samlet inn data ved bruk av lydopptak og spørreundersøkelse (Christoffersen & Johannessen, 2012; Postholm & Jacobsen, 2018), og det er brukt kvalitativ analysemetode (Kvale & Brinkmann, 2015; Thagaard, 1998) for å analysere datamaterialet.

3.1 Lærere som forsker

Det har vært vanskelig å finne en lærer å samarbeide med, og dette resulterte i at jeg påtok meg rollen som både forsker og lærer under innsamling av data i en klasse jeg underviser i matematikk. Forskere har ulike syn på effekten av at lærere forsker på egen klasse. To forskere som er positive til dette er Furu (2013) og Stenhouse (1975). Ifølge Furu (2013) har læreren som forsker i eget klasserom fordelen med at de kjenner virksomheten fra innsiden. Stenhouse (1975) mener det samme og i tillegg mener han at læreren er den beste forskeren i eget klasserom, da læreren kjenner elevenes historie best og bakgrunnen for aktivitetene som foregår i klasserommet. En annen side som er viktig å vurdere er hvor objektive lærere klarer å være i forhold til innsamling og analyse av data, og dermed hvilke metoder en skal anvende.

I stortingsmelding nr. 11 står det at:

Lærere i skolen trenger kunnskap fra forskning i de fagene de underviser i, og om hvordan fagene kan formidles og læres. Det er derfor nødvendig for lærere å kunne orientere seg i den aktuelle skoleforskningen og pedagogiske forskningen og kunne ta ny kunnskap i bruk. Den læreren som har en reflektert holdning til sin egen undervisningspraksis, og som selv er motivert for å delta i og gjennomføre systematisk utviklingsarbeid, vil være best i stand til å bidra til utvikling ved egen skole.

(Kunnskapsdepartementet, 2009, s. 24)

For min del har denne studien bidratt med oversikt over forskning på modellering i matematikkundervisningen (Koyuncu et al., 2017; Mass, 2006; Mass, 2007; Saxena et al. 2016; Våge, 2000; Ärlebäck, 2013) og på effekter av modelleringsfremmende aktiviteter (Eric, 2010; Lesh et al., 2007; Yoon et al., 2010; Yu & Chang, 2011). Dette har gitt meg erfaring med hvordan jeg kan formidle temaet statistikk ved bruk av disse metodene i undervisningen. Analysen av innsamlet data har gitt meg en indikasjon på i hvilken grad dybdeløring i matematikk foregår ved å implementere modelleringsfremmende- og modelleringsaktiviteter i undervisningen. Denne metoden å arbeide på har også gitt rom for at jeg som både lærer og forsker har kunnet orientere meg i aktuell forskning i forhold til modelleringsfremmende aktiviteter og modellering, og tatt i bruk den nye kunnskapen til å lage egne undervisningsopplegg. Elevarbeidet med modelleringsaktiviteten og modelleringsfremmende aktiviteter er videre blitt analysert og diskutert. Dette har gitt meg svar på hvordan dybdeløring i matematikk foregår ved arbeid med matematisk modellering, og hvordan en lærer kan tilrettelegge for dette. Denne metoden har bidratt til at jeg som lærer har fått en mer reflektert holdning til min egen undervisningspraksis og hvordan jeg kan utforme undervisningsopplegg med bedre kvalitet. Dersom jeg fortsetter med en slik praksis vil jeg anta at jeg er i god stand til å bidra med utvikling av skolen hvor jeg jobber. Det har vært enormt motiverende å anvende en slik metode under arbeid med denne studien.

3.2 Innsamling av datamateriale ved bruk av en modelleringsaktivitet

Problemstillingen tar for seg hvordan dybdeløring foregår i matematikk ved arbeid med matematisk modellering og hvordan lærere kan legge til rette for dette. For å svare på problemstillingen ble modelleringsfremmende aktiviteter (se kapittel 4.3) anvendt for å undersøke om lærere kan tilrettelegge for dybdeløring ved arbeid med en etterfølgende modelleringsaktivitet. Under modelleringsaktiviteten ble det samlet inn data ved bruk av lydopptak og spørreskjema. Analysen og diskusjonen av innsamlet data representerer forskningsspørsmål 1, hvor det er gjenkjent ulike læringsprosesser hos elever. Denne analysen og diskusjonen gjør det mulig å si noe om hvordan modelleringsfremmende aktiviteter bidro til kvaliteten av dybdeløring hos elever, som er forskningsspørsmål 2. Under er modelleringsaktiviteten forklart.

På tavlen skrev jeg opp rammene for modelleringsaktiviteten, som var følgende:

1. Lag en spørreundersøkelse om noe dere ønsker å finne ut av.
2. Fremfør funn.
3. Svar på min spørreundersøkelse.

Punkt 1 og 2 er lik det elevene gjorde på dag 2 med modelleringsfremmende aktiviteter, elevene lagde her egne spørreundersøkelser. Punkt 3 var for at jeg skulle samle inn data til denne oppgaven, hvor spørreundersøkelsen i vedlegg 1 er anvendt. Punktene over skrev jeg opp på tavlen før elevene kom inn i klasserommet. På kateteret la jeg frem datamaskiner, A-3 ark og blyanter. Etter at elevene kom inn i klasserommet delte jeg de inn i grupper på tre elever per gruppe. Det ble valgt ut to grupper med seks elever totalt som det ble tatt lydopptak av under arbeid med denne aktiviteten. Dette valgte jeg å gjøre med bakgrunn i Ferri (2011), som uttaler at det er vanlig å løse modelleringsaktiviteter i grupper med flere deltakere.

Elevene ble delt i grupper basert på deres faglige ståsted etter hvordan de skåret på helårsprøven i fjor, og fordelingen var slik at gruppene bestod av elever med ulikt ståsted. Jank, Meyer og Christiansen (2006) mener at det er mulig å dele elever i grupper etter ulike kriterier ved arbeid med oppgaver, og ett av disse kriteriene kan være å dele elevgruppen opp etter deres faglige ståsted. Grunnen til at jeg valgte dette var håp om at dette ville gi rom for samtale og diskusjoner blant elevene. Dette er kalt medeleveeffekten av Kunnskapsdepartementet (2017).

Elevene satte seg i de gruppene de ble delt inn i, og fikk beskjed om at de skulle se på tavlen for å komme i gang. De kunne bruke det som var satt frem på kateteret ved behov. Elevene satte i gang med å jobbe i grupper og laget spørreundersøkelser sammen. De fikk så utdelt egne klasser som kunne brukes for å samle inn data. Etter å ha samlet inn data, ble neste steg å ordne disse og presentere dem i en modell. De fleste gruppene hentet datamaskiner, mens en gruppe valgte å bruke ark for å løse oppgaven. De som hentet datamaskin valgte å bruke dataprogrammet Excel til å lage tabeller og diagrammer. Gruppen som brukte ark, laget diagrammet for hånd. Alle gruppene valgte på eget initiativ å regne ut sentralmålene. Avslutningsvis hadde de ulike gruppene en presentasjon hvor de presenterte sine funn, viste diagrammet og påpekte sentralmålene. Etter at modelleringsaktiviteten var ferdig, fikk alle elevene svare på spørreundersøkelsen (vedlegg 1). Jeg valgte å gjøre det slik for å ikke skille ut disse seks elevene markant i klassen. Undersøkelsen til hele klassen ble også brukt til et annet formål.

3.3 Studiens bruk av kvalitativ og kvantitativ metode

For å samle inn data til en studie er det mulig å velge blant ulike datainnsamlingsmetoder. De to mest kjente metodene å bruke er kvalitative og kvantitative metoder. Disse metodene innad igjen har ulike alternativer en kan velge imellom. I denne oppgaven har jeg valgt å bruke en blanding av både kvalitativ og kvantitativ datainnsamlingsmetode, hvor datamaterialet er analyser ved bruk av den kvalitative metoden.

Kvalitative metoder innebærer å innhente informasjon fra virkeligheten gjennom ord og språk. Postholm og Jacobsen (2018) mener at ved bruk av denne metoden samles data inn i form av ord som er rettet mot det å beskrive og forstå folks handlinger og meninger. Dette samsvarer med Christoffersen og Johannessen (2012) som mener at kvalitativ metode innebærer å bruke ord og sanser for å samle inn data. De mener at denne metoden gir inntrykk av å være en mer åpen metode enn den kvantitative metoden. I den kvalitative metoden kan forskningsdeltakerne få mye spillerom som kan føre til at deltakerne står i en friere posisjon til å bidra med mye data (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Kvantitative metoder baserer seg på informasjon om virkeligheten som formidles ved hjelp av tall. I denne metoden blir sosiale fenomener omgjort til tallmessige størrelser som behandles med statistiske analyser (Christoffersen & Johannessen, 2012). Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) er spørreundersøkelse den vanligste metoden å bruke innenfor kvantitative metoder, hvor spørreskjemaet har forhåndsbestemte svaralternativer som avkrysses. Kvantitativ metode er en relativt lukket metode for å samle inn data, i motsetning til den kvalitative metoden. Postholm og Jacobsen (2018) mener med dette at når forskeren utformer en spørreundersøkelse kan forskeren velge forhåndsdefinerte svar som forskningsobjektet kun skal krysse av. De hevder at kvantitativ metode er en mer fokusert måte å innsamle data, noe som kan være både positivt og negativt. Kvantitativ metode gjør det mulig å bruke et flertall av forskningsobjekter for å samle inn data (Postholm & Jacobsen, 2018).

Det vil alltid være fordeler og ulemper uansett hvilke metode som blir valgt. I denne studien er det valgt å bruke en kombinasjon av begge metodene. Jeg stod i en posisjon som både lærer og forsker da data ble samlet inn. Dette innebar at jeg måtte velge to innsamlingsmetoder som ikke krevde så mye tilstedeværelse fra min side. Det ble derfor valgt å bruke lydopptak og spørreundersøkelse. Det kunne ha bli valgt andre metoder fremfor de jeg har valgt. Jeg vurderte det som nødvendig å velge to innsamlingsmetoder hvor elevene i liten grad ble påvirket av meg som lærer, og at jeg ikke kunne ha en objektiv rolle. Noe påvirkning vil

selvfølgelig elevene likevel få om det er en lærer som samler inn data, fremfor en fremmed forsker. I en situasjon hvor en skal samle inn data som både lærer og forsker, tenker jeg det er gunstig for en lærer å velge disse metodene som jeg har valgt. Da slipper en for eksempel å bruke mye tid på å transkribere intervju med enkeltelever eller grupper. Det er lettere og mer effektivt å lese av spørreundersøkelser som elever har besvart for videre arbeid.

3.3.1 Lydopptak

I denne studien ble det tatt lydopptak av to elevgrupper. Elevene ble informert om at jeg skulle ta opptak av dem mens de arbeidet med modelleringsaktiviteten. De ble tatt med ut på gangen individuelt og ble informert om lydopptakerne som skulle brukes. Her ble det spurt om de var komfortable og trygge på det som skulle gjøres, og det ble forsikret om at de kunne trekke seg når som helst dersom det ble ukomfortabelt. Lydopptakerne var synlige for elevene så lenge de var i bruk.

Bruk av lydopptak gir rom for å samle inn data på en kvalitativ metode, da lydopptak gjør det mulig å innhente informasjon fra virkeligheten gjennom språk (Postholm & Jacobsen, 2018). Dette samsvarer også med Christoffersen og Johannessen (2012) som mener at kvalitativ metode innebærer å samle data ved bruk av ord. Lydopptak er en ganske åpen metode å bruke, ettersom data samles inn fortløpende mens elevene snakker. Elevene står i denne kvalitative metoden i en fri posisjon til å si akkurat det de vil og bidrar med mye data (Christoffersen & Johannessen, 2012). Lydopptakene gjorde det mulig å samle inn elevenes konkrete utsagn i arbeidet med modelleringsaktiviteten.

På lydopptakene er det mulig å høre hvordan elevene samarbeidet, hva slags meninger de hadde og avgjørelser de tok for å løse modelleringsaktiviteten. Lydopptakene ble transkribert og analysert med en kvalitativ metode, som er nærmere forklart i kapittel 3.4. Lydopptakene har bidratt med konkrete kommunikasjonselementer fra elevene i gruppene, som har gjort det mulig å gjenkjenne ulike læringsprosesser hos elevene i kapittel 4.1.

3.3.2 Spørreskjema med åpne svaralternativer

Postholm og Jacobsen (2018) hevder at metoden spørreskjema dominerer ved innsamling av primærdata i kvantitativ metode. Det henvises da til spørreskjema med lukkede svaralternativer, med forhåndsbestemte spørsmål som forskningsobjektet skal besvare. Forskningsobjektet kan da kun svare innenfor de rammene som er gitt i skjemaet. De “tvinges” inn i svaralternativer som de må forholde seg til. Det finnes også spørreskjema med åpne svaralternativer. Slike spørreskjemaer legger ingen begrensninger på hva den enkelte kan svare, her er det fritt spillerom til å skrive ned det en selv tenker og mener (Postholm & Jacobsen, 2018). Denne typen spørreundersøkelse er blitt kategorisert som spørreskjema med åpne spørsmål av Christoffersen og Johannessen (2012).

Spørreskjema med åpne spørsmål er metoden jeg har valgt å anvende, da dette gir rom for mer utfyllende data som kan analyseres i forhold til problemstillingen og forskningsspørsmålene i denne studien. Åpne spørsmål åpner opp for at elever kan svare fritt på spørsmålene og skrive ned det de tenker og mener (Postholm & Jacobsen, 2018). Dette ga datamateriale som ble kodet og ga kvantitativ informasjon. For å supplere lydopptakene med mer data så jeg det nødvendig å ha en spørreundersøkelse.

Komponentene satt sammen av Nosrati og Wæge (2018) i sammenheng med annen forskning som er nevnt i kapittel 2.3 gjenspeiler spørsmålene som er formulert i spørreskjemaet, se vedlegg 1. Disse komponentene er anvendt i spørreskjemaet for å få samlet inn konkrete data. I neste kapittel utdypes det hvorfor spørreskjemaet er egnet til å studere komponentene. Dette har blitt videre analysert og diskutert i kapittel 4.2 og ledet til en konklusjon på forskningsspørsmål 1. I neste delkapittel er spørsmålene i spørreskjemaet koblet til komponentene under dybdelæring, omtalt i kapittel 2.3. Til tross for at spørsmålene ble bearbeidet og formet på en systematisk måte i forkant av datainnsamlingen, viste det seg i analysen og diskusjonen at det er mulig å gjenkjenne komponenter i de ulike svarene til elevene på spørsmål som hadde andre tiltenkte komponenter.

3.4.2.1 Spørsmålene i spørreskjemaet (vedlegg 1)

Spørsmål 1 ber elevene forklare hvordan de valgte å løse oppgaven. Spørsmålet er laget med utgangspunkt i komponenten prosedyrekunnskap, som handler om at elever må ha kunnskap om hvordan noe bestemt skal gjøres (McCormick, 1997).

Spørsmål 2 ber elevene forklare og beskrive resultatet av forsøket. Her må de altså vurdere løsningen sin for å forklare resultatet. Dette går på komponenten anvendelse (Nosrati & Wæge, 2018; Valenta, 2016).

Spørsmål 3 ber elevene forklare utregningen og verdiene til sentralmålene. Dette spørsmålet er laget for å teste om elevene gjenkjenner begrepet sentralmål med typetall, median og gjennomsnitt. For å finne verdiene på målene må elevene ha prosedyrekunnskap. For å kunne gjenkjenne hensikten med begrepet må elevene ha begrepsmessig forståelse (Nosrati & Wæge, 2018; McCormick, 1997; Skemp, 1987).

Spørsmål 4 ber elevene sammenligne søylene og skrive om dem i forhold til sentralmålene, som går på begrepsmessig forståelse (McCormick, 1997). Dersom elevene skal klare å sammenligne søylene er de nødt til å se relasjonen mellom verdiene til de ulike sentralmålene, og sammenligne dem med søylene i diagrammet de har laget. Klarer de å finne ut av hvilket av sentralmålene som beskriver diagrammet deres best? Dette går da også på forståelsen til elevene (Mellin-Olsen, 1981; Skemp, 1987)

Spørsmål 5 ber elevene forklare om andre kan bruke modellen deres til å ta en avgjørelse basert på undersøkelsen de har gjort. Synonymer til ordet «anvendelse» kan være «å bruke» og «å nytte». Når elevene skal forklare om noen andre kan bruke modellen deres til å ta en avgjørelse, handler det om at elevene skal forklare om modellen de har laget er brukbar, og om det er noe nytteverdi i deres modell. Dette går på komponenten anvendelse.

Spørsmål 6 ber elevene fortelle hva han/ hun syntes var vanskelig med oppgaven. Hensikten med å stille dette spørsmålet er å få innsikt i komponenten metakognisjon (Nosrati & Wæge, 2018). For å svare på dette spørsmålet må elevene bevisst tenke gjennom egne fremgangsmåter og kognitive prosesser anvendt for å løse modelleringsaktiviteten. Dette spørsmålet tas videre i spørsmål 7, som spør elevene om hva de gjorde for å løse det som var vanskelig, altså hva gjorde de når det stagnerte for dem? Dette faller innunder begrepet selvregulering, som handler om at elever må være bevisst egne læringsprosesser og strategier, og styre dette (Nosrati & Wæge, 2018).

3.4 Metode anvendt for å analysere datamaterialet

I denne studien ble det samlet inn data ved hjelp av lydopptak og spørreskjema.

Transkripsjonene av lydopptakene, sammen med spørreskjemaene ga materiale som ble analysert ved bruk av den kvalitative metoden for å besvare det første forskningsspørsmålet. I dette kapitlet har jeg derfor valgt å skrive om hva analysemetoden går ut på, og hvordan jeg har brukt denne metoden for å analysere datamaterialet til å besvare det første forskningsspørsmålet. Innunder kvalitativ metode er det anbefalt å ha få deltakere for å få et rikt beskrivende datamateriale (Helsebiblioteket, 2016). I denne studien er det anvendt seks elever som utgangspunkt for å samle inn data ved bruk av disse utvalgte innsamlingsmetoder.

Andersen (2007) hevder at innunder kvalitativ analyse skal forskeren fortolke empirien. I denne studiens tilfelle er det det elevene sier i lydopptakene og elevenes skriftlige forklaringer i spørreskjemaene som er fortolket. Ifølge Andersen skal en begynne analysen av datamaterialet med å gjøre seg kjent med materialet. Thagaard (1998) deler analysearbeidet av materialet i to faser, en deskriptiv og en tolkende fase. Den første fasen innebærer å kode materialet, fordi det er viktig for forskeren å få en oversikt over sentrale elementer i materialet. Den siste fasen handler om å få en dypere forståelse av datamaterialet. Dette betyr ifølge Thagaard at koding reflekterer hele analyseprosessen fra bearbeiding til tolkning av datamaterialet. Thagaard mener at kodene fremhever tekstens meningsinnhold. I videre arbeid med analysen reflekterer forskeren over hvordan innholdet i data kan tolkes. Slik det er vist i figur 3 har jeg valgt å bruke teoretiske koder (Thagaard, 1998), som betyr at jeg har valgt ut setninger i transkriberingene og spørreundersøkelsene som kunne knyttes til relevante faglige begreper.

Kodingen er skrevet i kapitlet om analyse og diskusjon, kapittel 4. Her ble kodingen tatt videre og analysert og diskutert i lys av teorikapitlet. Kodingene har bidratt med konkrete data som har gjort det mulig å påpeke komponentene satt sammen av Nosrati og Wæge (2018).

Jeg arbeidet med koding ved å høre på lydopptakene flere ganger, før jeg så transkriberte dem. Under transkripsjonen var det deler av opptaket jeg utelot, som jeg ikke så nødvendig å transkribere. Dette kunne være samtaler mellom elevene som ikke omhandlet temaet. Etter transkripsjonen gikk jeg over alle tekstene og markerte elevenes utsagn med ulike fargede merkelapper. De ulike fargene representerte de ulike komponentene sammensatt av Nosrati og Wæge (2018). Det samme gjorde jeg med spørreskjemaene, jeg leste over svarene til elevene et par ganger. Deretter gikk jeg igjennom besvarelsene grundigere ved å bruke fargede

merkelapper som ble satt ved siden av svar som indikerte på komponentene sammensatt av Nosrati og Wæge (2018). Etter dette laget jeg et skjema hvor jeg skrev inn de ulike setningene eller det elevene sa ut ifra hvilken komponent de tilhørte, se figur 3. Dette arbeidet blir kalt for koding av Kvale og Brinkmann (2015) og koding og begrepsfesting av Thagaard (1998).

Gruppe:	Komponent:	Innhold fra transkripsjon:	Begrunnelse:
1	Resonnement	<p>Elev 3: Vi hadde en undersøkelse om hvilken kake 5B likte best. Vi hadde alternativene brownies, gulrotkake, pavlova, marsipankake, ostekake, sjokoladekake, og bløtkake. Brownies vant, med 13 stemmer over den nest høyeste.</p> <p>Elev 2: Nei, 15.</p> <p>Elev 3: Nei, men med 13 over det nest høyeste, sa jeg.</p>	<p>Elev 3 viser her evne til å resonnerer matematisk ved at han forklarte sin tankegang høyt for klassen. Han argumenterte for at brownies vant, fordi den fikk 13 stemmer fler enn det kaken som lå nest høyest fikk. Ved at elev 3 bruker ordet nest høyest kan det kobles til at han har sammenlignet de to søylene for å finne løsningen, og for å argumentere hvorfor brownies vant. Elev 3 klarte også å overbevise elev 2 som mente det var 15 stemmer, ved at han påpekte at han mente 13 stemmer <u>mer</u> enn kaken som fikk nest flest stemmer.</p>
2	Begrepsmessig forståelse og prosedyrekunnskap	<p>Elev 4: Gjorde vi sånn her på tirsdag?</p> <p>Elev 6: Ja, husker du det? Dere.. eh.. eh.. Høyden til folk og sånne ting?</p> <p>Elev 4: Hæ?</p> <p>Elev 6: Høyden til folk.</p>	<p>Elev 4 viser i denne samtalen om å regne ut sentralmålene, at han er kjent med begrepene typetall og median.</p> <p>Han viser at han er kjent med at han kan bruke disse begrepene for videre arbeid med undersøkelsen sin.</p>

		<p>Elev 4: Hæ? Jeg husker ikke.</p> <p>Elev 6: Hun skrev opp høyden på alle folkene.</p> <p>Elev 4: Ja, det ja. Det ja. Det var jo typetall og medianen og sånt. Sant?</p>	
--	--	--	--

Figur 3: Eksempel på analyseskjema.

3.4.1 Metode anvendt for å skrive analysen og diskusjonen

Da jeg har vært opptatt av å ha en objektiv rolle i størst mulig grad ved innsamling av datamateriale har dette ført til at jeg ikke har fått tilstrekkelig med data. Dermed er analysen og diskusjonen av forskningsspørsmål 1, bygget opp på følgende måte. Først i analysen er det skrevet et kort sammendrag basert på min tolkning av lydopptakene, på hvordan elevgruppene gikk frem for å løse modelleringsaktiviteten. Deretter har jeg skrevet opp de ulike komponentene satt sammen av Nosrati og Wæge (2018) med en liten relevant forklaring i henhold til teorikapitlet. Der hvor det er konkrete utsagn fra lydopptakene som indikerer komponenten, er dette også tatt med her (se figur 3). Dette lar seg ikke gjøre under alle komponenter, derfor er det under analyse og diskusjon heller vist til min tolkning av transkripsjonene. Videre følger analysen og diskusjonen av komponenten med bakgrunn i beskrivelsen, og noen steder er annen forskning trukket frem. Disse komponentene kan ikke skilles så tydelig i en vanlig samtale, slik det virker i analysen og diskusjonen. Jeg har lagt vekt på avsnitt i transkripsjonene hvor jeg har tolket det til en bestemt komponent, slik at det kommer tydeligere frem. Dette er også gjort for å finne svar på hvilke matematiske læringsprosesser som kan gjenkjennes hos elever ved arbeid med en modelleringsaktivitet. Der hvor konkrete utsagn fra transkripsjonene er vist til i analyse og diskusjonskapitlet, er den kvalitative analysemetoden og figur 3 anvendt som en del av analyse arbeidet.

I det neste delkapitlet er elevenes besvarelse av spørreskjema (vedlegg 1) analysert og diskutert. Siden elevenes besvarelser er tatt med som vedlegg, vil dette kapitlet bli analysert og diskutert annerledes enn lydopptakene. Besvarelsen til elevene er analysert og diskutert en etter en. Selve analysen er gjort ved at det enten er funnet konkrete utsagn i besvarelsene som

viser til en komponent som er tolket og analysert, slik som i figur 3, eller så har jeg foretatt en tolkning av elevenes arbeid med aktiviteten sett i lys av deres besvarelse. Dette for å analysere og diskutere i forhold til de ulike komponentene satt sammen av Nosrati og Wæge (2018).

Deretter er de ulike modelleringsfremmende aktivitetene beskrevet, samt analysert og begrunnet. Analysen og diskusjonen av hvordan elevene arbeidet med modelleringsaktiviteten gir svar på det første forskningsspørsmål. Dette gir videre svar på hvordan dybdeløring i matematikk foregår ved arbeid med matematisk modellering. I og med at modelleringsfremmende aktiviteter ble brukt som forberedende arbeid, vil besvarelse på det første forskningsspørsmålet si noe om hvordan modelleringsfremmende aktiviteter bidrar til kvaliteten av dybdeløring hos elever.

3.5 Tolkning, gyldighet og pålitelighet

Validitet handler om gyldighet, hvor godt eller relevant innsamlet data representerer fenomenet som det forskes på (Christoffersen & Johannessen, 2012). I denne oppgaven har det blitt brukt 7. klasseelever som har jobbet med temaet statistikk ved hjelp av flere modelleringsfremmende- og en modelleringsaktivitet. Kompetansemålene for 7. trinn som er relevant for dette temaet er blitt brukt for å forme undervisningsoppleggene. Med bakgrunn i dette er det mest hensiktsmessig å bruke elever på 7. trinn. De fleste elevene i denne klassen er modne og tar ansvar for egen læring på et høyt nivå, noe de har vist i undervisningssammenheng. I tillegg til dette er spørreskjemaene, hvor man skal lese og svare bedre egnet for 7. klasseelever enn de yngste på barneskolen.

Dermed kan det konkluderes med at disse elevene er egnede og relevante forskningsobjekter for datainnsamling i dette tilfellet. Elevene og jeg har elev-lærer-relasjon, noe som gjør at jeg kunne stole på at de ville yte etter beste evne i deres bidrag med data. Denne relasjonen vil også kunne være med på å påvirke forskningen, med tanke på at mitt syn på den enkelte elev kan påvirke analysen og diskusjonen av datamaterialet. Problemstillingen i denne studien omhandler elevers arbeid med læringsprosesser og hvordan lærere kan tilrettelegge for dybdeløring ved arbeid med modellering. Dermed er det relevant å bruke elever og en lærer for å representere fenomenene som det er forsket på. Analysen og konklusjonen viser at datamaterialet representerer forskningsspørsmålene og problemstillingen på en sterk måte.

Postholm og Jacobsen (2018) mener at pålitelighet handler om i hvor stor grad vi kan stole på de funnene som er gjort i et forskningsprosjekt. Ifølge Christoffersen og Johannessen (2012) kalles pålitelighet for reliabilitet i forskningssammenheng. «Reliabilitet knytter seg til nøyaktigheten av undersøkelsens data; hvilke data skal brukes, den måten det samles inn på, og hvordan de bearbeides.» (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 23).

Hoel (2000) viser til at det for en forsker i lærersituasjonen kan være utfordringer i tolkningssituasjonen. Med bakgrunn i dette ble det i denne studien valgt å bruke lydopptak og spørreskjema for å samle inn data. Under innsamling av data har jeg deltatt i en svært liten grad. Jeg har kun vært til stede som lærer for elevene. I undervisningen har jeg prøvd å svare på spørsmål fra elevene med et nytt spørsmål, for å ikke påvirke dem for mye med mitt svar. Under analysen er elevenes utsagn brukt slik de er tolket deretter for å besvare problemstillingen og forskningsspørsmålene.

3.6 Etikk

Christoffersen og Johannessen (2012) mener at deltakelse skal være frivillig og ingen skal presses til å delta. Dette er et sentralt forskningsetisk prinsipp. Før studiet startet og data ble samlet inn tok jeg en prat med elevene for å høre om de kunne tenke seg å delta i en studie. Det ble også fortalt til elevene at det vil være helt frivillig, og de ble gitt muligheten til å trekke seg underveis eller i ettertid. Jeg var tydelig på at det ikke ville være noen negative konsekvenser for elevene ved å trekke seg. I denne studien har det vært viktig for meg at dersom elever skal være med skal det være av fri vilje. De skulle ikke føle seg presset til å delta og heller ikke være ukomfortable med å ta et valg.

Jeg ser på det å gi rikelig med informasjon som et etisk ansvar overfor elevene og deres foreldre. Etter at elevene ga sine muntlige samtykker om deltakelse ble spørreskjemaet (vedlegg 1) og et skriv til foreldrene for å få deres skriftlige godkjenning (vedlegg 8), utformet. Skrivet til foreldrene er laget i samarbeid med LATACME-prosjektet som denne oppgaven er en del av. Spørreskjemaet og skrivet til foreldrene ble sendt inn til NSD (Norsk senter for forskningsdata) for godkjenning av en fra LATACME-prosjektet. Etter at søknaden og informasjonsskrivet ble godkjent hos NSD, ble skrivet videresendt med elevene hjem for underskrift av foreldre. I forkant av utsendelsen av informasjonsskrivet fikk alle foreldrene i denne klassen en felles mail for å forberede dem på informasjonsskrivet som de skulle skrive under.

Lydopptak av stemmene til elever regnes som personopplysninger, ifølge datatilsynet (2018). De har definert personopplysning som opplysninger eller vurderinger som kan identifisere enkeltpersoner. De påpeker at lydopptak kan kun finne sted dersom personen(e) det blir tatt opptak av er kjent med det og er blitt informert på forhånd. Det kan kun tas lydopptak til klare og relevante formål. Opptaket skal heller ikke holdes lagret lenger enn det som er nødvendig. Videre skal det være rettslig grunnlag for det, og informasjonssikkerheten i opptaket skal ivaretas på en tilfredsstillende måte. Et annet forskningsetisk prinsipp, ifølge Christoffersen og Johannessen (2012), er at all informasjon som formidles skal være anonymisert. Det skal altså ikke være mulig å gjenkjenne elevene som har deltatt i forskningen.

I denne oppgaven har jeg valgt å omtale elevene som elev 1, elev 2 osv., for å ta hensyn til elevens anonymitet. Det skal ikke være mulig å gjenkjenne elevene, og ingenting i denne forskningen kan kobles tilbake til elevene som har deltatt og bidratt med data. Elevene det ble tatt opptak av var kjent med dette under hele prosessen. Lydopptakerne var synlig plassert på pulten mens den var i bruk. På samtykkeskjemaet med lydopptakene stod formålet forklart, når opptakene vil bli slettet og at de ikke vil bli lagret lenger enn det som er nødvendig. Dette er informasjon foreldrene også kjenner til, da de har signert skjemaet.

Informasjonssikkerheten i lydopptakene ble ivaretatt ved at lydopptakene ble lagret på en ekstern harddisk, og kun ble jobbet med ved å bruke en datamaskin uten tilgang til internett. Det kan derfor konkluderes med at elevenes personopplysninger er ivaretatt i denne studien.

4. Analyse og diskusjon

Forskningsspørsmålene er utformet for å konkretisere problemstillingen. Det første forskningsspørsmålet tar for seg hvilke matematiske læringsprosesser som kan gjenkjennes hos elever i arbeid med en modelleringsaktivitet. For å svare på dette forskningsspørsmålet begynner dette kapitlet med analyse og diskusjon av transkripsjonene gjort av lydopptakene. Deretter er spørreskjemaene til elevene analysert og diskutert. I kapittel 4.1 og 4.2 er det tatt utgangspunkt i komponentene begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap, anvendelse, resonnement og selvregulering og metakognisjon for å analysere innsamlet data. Det som ble skrevet inn i analyseskjemaet, slik det er vist i figur 3, er videre tatt med i denne analysen hvor de drøftes i lys av relevant teori.

Forskningsspørsmål 2 handler om hvordan modelleringsfremmende aktiviteter bidrar til kvaliteten på dybdelæring hos elever. Dermed er det i det siste delkapitlet gjort analyse og diskusjon på de ulike dagene med modelleringsfremmende aktiviteter. Denne analysen og diskusjonen settes i sammenheng med det som er gjort tidligere av analyse og diskusjon av elevarbeidet med modelleringsaktiviteten.

4.1 Lydopptakene

4.1.1 Gruppe 1

Sammendrag: Elevene i denne gruppen satte i gang med å drøfte hva de ønsket å finne ut av. En elev foreslo at de kunne ha en spørreundersøkelse om favorittartist. Dette forslaget ble aktivt diskutert i gruppen. En annen elev mente dette ikke er interessant og at det kan være vanskelig for elever på 5. trinn å delta på noe slikt. Andre forslag som kom frem var om de kunne ha spørreundersøkelse om kosebukse, te-sorter og om folk har drukket eller spist. Til slutt falt avgjørelsen på at de skulle ha en undersøkelse på hvilken kaketype som er best likt. Etter at valget ble tatt om hva de skulle undersøke, diskuterte elevene om de skulle skrive på et ark. Dette resulterte i at elevene begynte å diskutere ulike kaketyper som de skrev ned på arket.

Deretter gikk elevene til en 5. klasse hvor de spurte klassens elever om hvilken kaketype de likte best, basert på alternativene som var laget på forhånd. Da elevene var ferdig med å samle inn data gikk de tilbake til sin egen klasse og diskuterte funnene sine innad i gruppen. Her kom det blant annet frem at elevene i elevgruppen ramset opp alle alternativene før elevene i 5. klasse fikk velge kaketype. På den måten var elevene i 5. klasse kjent med alternativene de kunne velge blant før selve undersøkelsen startet.

Etterfulgt av litt prat valgte elevene å bruke datamaskin og programmet Excel til å lage tabell og diagram. De regnet så ut sentralmålene og noterte dette ned. I fremføringen presenterte de diagrammet sitt, og de fortalte at Brownies fikk flest stemmer. Til slutt ble sentralmålene presentert med de ulike verdiene til median, gjennomsnitt og typetall.

Prosedyrekunnskap

Beskrivelse: Ved arbeid med beskrivende statistikk (Hinna et al. (2012), er prosedyren som følger: lage en undersøkelse, samle inn data og bearbeide innsamlet data. Under prosedyrekunnskap kan elever vise at de har denne metoden automatisert (Nosrati & Wæge, 2018), når de gjør ting i denne rekkefølgen selvstendig. Når elever arbeider med sentralmål kan de vise at de har prosedyrekunnskap ved at de har kjennskap til algoritmene som skal anvendes for å finne gjennomsnitt, median og typetall.

Analyse og diskusjon: Elevene viser at de har skjønnet prosessen ved at de startet med å diskutere hva de ønsket å finne ut av, og deretter laget en problemstilling. Så laget elevene i gruppen alternativer den utvalgte 5. klassen kunne velge blant. Innsamlet data ble brukt til å lage tabell og søylediagram. Elevene regnet også ut sentralmålene på en korrekt måte. Dette viser at de også er kjent med prosedyren som brukes for å regne ut de ulike sentralmålene. Det kan konkluderes med at denne elevgruppen mestrer prosedyrekunnskap.

Under arbeid med sentralmålene har elevene i denne gruppen vist at de kan bruke verdiene fra sin undersøkelse til å finne verdien på disse målene. Det elevene derimot ikke klarer, er å bruke verdiene til å si noe om løsningen. Dette samsvarer noenlunde med det som skjedde i studiet til Yoon et al. (2010), bare at i det studiet klarte elevene å matematisere konteksten, men de klarte ikke å bruke matematikken til å finne løsningen på problemet. I dette tilfellet klarte ikke elevene å bruke matematikken til å si noe om løsningen på modellen sin.

Alternativer å velge blant

Beskrivelse: Denne elevgruppen har valgt å lage alternativer til undersøkelsen på forhånd, som deltakerne kunne velge blant.

Analyse og diskusjon: Dette fører til at undersøkelsen blir snevret inn til å være valg mellom konkrete svaralternativer, med andre ord en form for spørreundersøkelse med lukkede svaralternativer (Postholm & Jacobsen, 2018). Dette skyldes at elevene som skal svare på spørreundersøkelsen blir «tvunget» til å velge blant alternativene som er der fra før av. Elevene i gruppe 1 har ikke sagt noe konkret i lydopptakene om hvorfor de har valgt å gjøre det på denne måten.

Under arbeidet med modelleringsfremmende aktiviteter anvendte jeg ikke forhåndsbestemte alternativer som elevene kunne velge blant. Alternativene kom opp gradvis mens undersøkelsen foregikk. Det er dermed et funn i denne studien at elevene velger å lage alternativer før de utfører undersøkelsen og samler inne data.

Anvendelse

Beskrivelse: «Anvendelse eller strategisk tankegang innebærer å kunne gjenkjenne og formulere matematiske problemer, representere dem på ulikt vis, utvikle en løsningsstrategi og vurdere hvor rimelig en løsning er» (Nosrati & Wæge, 2018, s. 5).

Analyse og diskusjon: Elevene arbeidet sammen om å formulere et problem: Hvilken kaketype er best likt? Deretter utviklet de en løsningsstrategi, hvor de blant annet noterte ned ulike alternativer til kaketyper som det kunne velges blant. De gikk så til en 5. klasse for å samle inn data, laget en tabell og et søylediagram på Excel, som er to representasjoner av deres innsamlede data. Under fremføringen vurderte elevene søylene i diagrammet sitt og konkluderte med at Brownies fikk flest stemmer. De sammenlignet også denne søylen med søylen til kaken som kom på andre plass, hvor de påpekte forskjellen på antall stemmer. Elevene har arbeidet med anvendelse.

Et annet funn gjort her er at elevene ikke vurderer rimeligheten av sine løsninger på undersøkelsen. Dette til tross for at det ble en stor diskusjon på dag 2, hvor vi arbeidet med aktiviteten om skobutikkeieren Petter. De overnevnte forskerne mener at det å vurdere rimeligheten av sine løsninger er en del av komponenten anvendelse. Det kan konkluderes med at komponenten anvendelse er til stede i en viss grad.

Begrepsmessig forståelse, relasjonell- eller instrumentell forståelse?

Beskrivelse: Begrepsmessig forståelse handler om å se sammenhenger (Nosrati og Wæge, 2018). Det handler også om å kunne anvende ulike representasjoner og tolke disse (Nosrati & Wæge, 2018; McCormick, 1997). Innunder her kan vi trekke frem hva slags forståelse elever har. Ser de sammenhenger, eller er kunnskap pugget og uten sammenheng, altså relasjonell- eller instrumentell- forståelse (Skemp, 1987).

Analyse og diskusjon: Gruppe 1 sammenlignet og vurderte ikke sentralmålene med de ulike søylene. I lydopptakene viser elevene i denne gruppen tegn på at de klarer å benytte ulike representasjoner, de har laget tabell og søylediagram. De valgte å anvende disse representasjonene på egenhånd og viste under fremføringen at de kunne tolke søylene sine. Dette gjorde de ved at de fortalte hvilken kake som var best likt, og sammenlignet antall stemmer denne kaken fikk med kaken på andre plass. Elevene har ikke sammenlignet og vurdert sentralmålene med diagrammet sitt.

På en annen side så klarer elevene å koble det de har lært tidligere under modelleringsfremmende aktiviteter, inn i denne aktiviteten. Slik som hvordan de skal jobbe for å fullføre denne aktiviteten. De velger representasjoner som de lærte å bruke under modelleringsfremmende aktiviteter og de regner ut sentralmålene på eget initiativ. Dette betyr at elevene har begrepsmessig forståelse til en viss grad, og dette må en se i lys av hvilken type forståelse elever kan ha i matematikkfaget.

Da kommer vi inn på instrumentell og relasjonell forståelse. Det virker som at elevene i denne gruppen til sammen viser å ha instrumentell forståelse i arbeid med sentralmålene. Elevene viser at de kan regne ut disse målene og har kommet frem til de rette svarene, men under arbeidet i gruppen og på fremføringen viste de ikke tegn til at de klarte å se sammenhenger og drøfte hvilke av målene som representerte deres data best. De sa heller ingenting om hvordan målene så ut på diagrammet deres og sammenlignet heller ikke søylene med verdiene til de ulike sentralmålene. Dette setter et spørsmålstegn ved relasjonell forståelse, og gir heller rom for at det kan konkluderes med at elevene i denne gruppen har instrumentell forståelse når de gjelder sentralmålene.

Resonnement

Beskrivelse: Resonnering handler om å forklare ens tankegang, tenke logisk, argumentere og bevise (Nosrati & Wæge, 2018). Niss og Jensen (2002) mener at når elever har denne kompetansen kan de følge og bedømme et matematisk resonnement. Dette innebærer at elever klarer å overbevise seg selv eller andre om at en påstand er gyldig. Niss og Jensen hevder også at elever skal rettferdiggjøre deres svar og løsninger. For å analysere matematisk resonnement i gruppen er det valgt å bruke følgende utdrag fra transkripsjonen:

Elev 3: Vi hadde en undersøkelse om hvilken kake 5B likte best. Vi hadde alternativene brownies, gulrotkake, pavlova, marsipankake, ostekake, sjokoladecake og bløtkake. Brownies vant, med 13 stemmer over det nest høyeste.

Elev 2: Nei, 15.

Elev 3: Nei, men med 13 over det nest høyeste, sa jeg.

Analyse og diskusjon: Elev 3 konkluderer gruppens studie ned at brownies er kaken som er best likt, da den vant med 13 stemmer mer enn kaken som havnet på andreplass. Det virker som at elev 2 ikke får med seg at elev 3 poengterer med at brownies har fått 13 stemmer mer. Det virker heller som at hun tror at han sier at brownies fikk 13 stemmer. Hun korrigerer ham ved å si 15. Dette reagerer elev 3 på og retter på henne. Han poengterer at han sa 13 stemmer over det nest høyeste, ved å avslutte med ordene «sa jeg».

Elev 3 viser her evne til å resonnerer matematisk ved at han forklarte sin tankegang høyt for klassen. Han argumenterte for at brownies vant, fordi den fikk 13 stemmer fler enn det kaken som lå nest høyest fikk. Ved at elev 3 bruker ordet nest høyest kan det kobles til at han har sammenlignet de to søylene for å finne løsningen, og for å argumentere hvor hvorfor brownies vant. Elev 3 klarte også å overbevise elev 2 som mente det var 15 stemmer, ved at han påpekte at han mente 13 stemmer mer enn kaken som fikk nest flest stemmer. Det kan konkluderes at denne gruppen også viser evne til å resonnerer matematisk.

Metakognisjon og selvregulering

Beskrivelse: Ifølge Stillman (2011) har elever jobbet med metakognisjon når de har jobbet med analysering, planlegging, gjennomføring, validering og refleksjon i en aktivitet. Stillman (2011) hevder at måten elever arbeider med modellering i gruppen fører til at metakognitive aktiviteter blir hindret eller fremmet. Under vil det komme konkrete eksempler fra transkripsjonene som støtter dette:

Elev 2: Nå skal vi samle inn data. Nei, nå skal vi representere data. Nei, hva er det vi skal gjøre nå?

Lærer: Ja, hva er det dere skal gjøre nå?

Elev 3: Vi skal representere data.

Elev 2: Åja, okei.

Elev 3: Også skal vi ha presentasjon.

I et annet eksempel kan vi se hvordan en elev validerer det en annen elev sier og som fremmer matematiske metakognitive prosesser:

Elev 3: Vi hadde en undersøkelse om hvilken kake 5B likte best. Da var alternativene brownies, gulrotkake, pavlova, marsipankake, ostekake, sjokoladecake og bløtkake. Brownies vant, med 13 stemmer over det nest høyeste.

Elev 2: Nei, 15.

Elev 3: Nei, men med 13 over det nest høyeste sa, jeg.

Analyse og diskusjon: Elevene har vist med denne aktiviteten at de kan analysere kriteriene på tavlen, som de har brukt til å planlegge en undersøkelse som de også har gjennomført. Elevene har sammen reflektert en del underveis for å gjennomføre dette opplegget. Det er ingen data på validering. Alt i alt vil dette si at elevene har jobbet med metakognitive aktiviteter under denne modelleringsaktiviteten slik Stillman definerer det.

Tre elever i denne gruppen samarbeidet om å løse denne modelleringsaktiviteten. Måten denne gruppen samarbeidet og jobbet på indikerer at denne modelleringsaktiviteten er med på å fremme metakognitive aktiviteter innenfor statistiske begreper, og i forhold til praktisk planlegging av gjennomføringen av modelleringsaktiviteten.

På utdraget fra transkripsjonen kan vi se hvordan elev 2 startet denne samtalen fordi hun hadde sett på rammene for timen på tavlen og prøvde å finne ut av hvor langt de hadde kommet. Elev 3 hørte samtalen mellom elev 2 og læreren, og responderte deretter. Dette førte til at elev 2 fikk et svar og forstod hvor langt de hadde kommet, og dette viser hun ved å bekrefte det elev 3 sier.

Denne samtalen indikerer at elevene analyserer det de holder på med opp mot kriteriene til timen. Dersom elev 3 ikke hadde deltatt i samtalen, kan det hende elev 2 fortsatt hadde vært usikker på prosessen. Tidligere er det blitt nevnt hvordan elevene sammen planla det de holdt på med. Dette gjorde de ved å drøfte hva de ønsket å undersøke. Samtaleutdraget viser at elevene sammen er med på å fremme generelle metakognitive aktiviteter generelt i forhold til gjennomføringen av modelleringsaktiviteten.

I det andre utdraget fra transkripsjonen kan vi se hvordan elev 2 fulgte nøye med på det elev 3 presenterte, men hun fikk ikke med seg at elev 3 brukte ordet «over». Dermed rettet hun på det han sa, for brownies fikk totalt 15 stemmer. Dette responderte elev 3 på og gjentok med trykk på «over». Da nikket elev 2 og var enig. I eksemplet over får vi også frem en refleksjon av elev 3, hvor han har sammenlignet to søyler og konkluderte med hvor mange antall det er i forskjell. Igjen arbeides det her med matematiske metakognitive prosesser, hvor elev 3 prøver å hjelpe elev 2 med å forstå det som ble presentert. Med andre ord kan en si at elev 3 bidrar til å sette i gang metakognitive prosesser hos elev 2.

Metakognisjon ved arbeid med modelleringszyklusen

Beskrivelse: Stillman (2011) mener at modelleringszyklusen er et metakognitivt arbeid.

Dermed kan en se nærmere på hvordan denne gruppen jobbet sammen med modelleringszyklusen til Blomhøj (2003) for å kommentere den matematiske modelleringsprosessen til elevene. Punkt a innebærer problemformulering, punkt b innebærer avgrensning av systemet, punkt c innebærer matematisering av problemet, da neste steg er å lage en matematisk modell. Punkt d innebærer matematisk analyse, så kommer modellresultatet, punkt e innebærer fortolkning og vurdering av resultater, og til slutt punkt f som handler om evaluering av modellens validitet.

Analyse og diskusjon: På punkt a diskuterte elevene frem og tilbake før de klarte å bli enige om hva de skulle undersøke. Til slutt endte de opp med problemet: Hvilken kake er best likt? På punkt b valgte elevene å lage ulike alternativer som elevene på 5. trinn kunne velge blant. Under matematiseringsprosessen laget elevene en tabell for å få oversikt over antall respondenter som valgte de forskjellige alternativene. I den første tabellen, i kladdeboka, benyttet de tellerstreker, og i den andre tabellen som ble laget i Excel, skrev de antallet ved siden av kategoriene det gjaldt. Deretter presenterte de disse dataene i et søylediagram, som er en matematisk modell. Videre regnet elevene ut sentralmålene og analyserte resultatet, noe som kommer innunder prosess d, matematisk analyse. Deretter har vi prosessen fortolkning og vurdering av resultater. Her vurderte elevene kun søylene og sammenlignet høydene. De brukte ikke sentralmålene til å tolke eller vurdere diagrammet. Den siste prosessen i modellen til Blomhøj (2003) handler om evaluering. Elev 3 evaluerte modellen ved å si hvilken kake som fikk flest stemmer, men de sier ikke noe om modellens validitet. De kommenterte heller ikke om det er mulig å bruke modellen til noe. Blomhøj (2003) og Blomhøj og Højgaard (2003) har kommentert at det ikke er nødvendig å jobbe med alle prosessene i denne syklusen i undervisningssammenheng. Det er også vanlig å hoppe litt frem og tilbake i modellen til Blomhøj (2003).

Det er vanskelig å si noe om læringsprosessen selvregulering, da det ikke er konkrete eksempler på dette i lydopptakene.

4.1.2 Gruppe 2

Sammendrag: I denne gruppen brukte elevene mye tid på å diskutere hva de skulle undersøke. Elevene kom frem til ulike forslag etter en del tid med drøfting, men alle var ikke enige med disse forslagene. Da foreslo elev 5 fotball som tema, som videreutviklet seg til: Hva slags idretter holder folk på med? Dette problemet er alle med på og de setter i gang å skrive ulike alternativer deltakerne kan velge.

Et interessant funn her er måten elev 4 utmerker seg på. Han velger å ta lederrollen og styrer arbeidet. Han jobber aktivt for at alle i gruppen skal komme i gang med å finne ut hva de skal undersøke, og passer hele tiden på at det de gjør er relevant for oppgaven.

Etter at elevene laget en tabell i boka med alternativer deltakerne kunne velge blant, besøkte de en 5. klasse hvor de utførte undersøkelsen. Etter innsamling av data, gikk elevene i gruppen over resultatene. Her kom det frem at elevene ikke leste opp alle alternativene for 5. klasse før de satte i gang med undersøkelsen. Elevgruppen hadde laget et alternativ kalt «noe annet», slik at de som ikke rakk opp hånda på de utvalgte alternativene kunne rekke opp hånda her. Under samtalen kom det også frem at elevene angret på at de ikke hadde tatt med et alternativ kalt Taekwondo, som de var sikre på at mange elever holdt på med. En annen ting som dukker opp i en samtale er hvordan klassen arbeidet med modelleringsfremmende aktiviteter for å regne ut sentralmål:

Elev 4: Gjorde vi noe sånn her på tirsdag?

Elev 6: Ja, husker du det? Dere.. Eh.. Eh.. Høyden til folk og sånne ting?

Elev 4: Hæ?

Elev 6: Høyden til folk.

Elev 4: Hæ, jeg husker ikke.

Elev 6: Hun skrev opp høyden på alle folkene.

Elev 4: Ja, det ja. Det ja. Det var jo til typetall og medianen og sånt. Sant?

Elev 6: Ja, vi skal gjøre det.

De prøver å hente elev 5 inn i samtalen, men hun valgte heller å jobbe på datamaskinen med å lage en tabell i Excel.

Elev 6: Jo, vi skal finne typetall, median og gjennomsnitt. Sikkert ikke så vanskelig.

Elev 4: Typetallet er jo 19

Elev 6: 2, faktisk!

Elev 4: Typetallet er 2.

Elev 6: Gjennomsnittet er 36 delt på 6. Da er det 6.

Slik ble disse guttene enige om å regne ut sentralmålene, mens den siste eleven laget representasjoner for dataene de hadde samlet inn.

Under fremføringen presenterte de problemet og viste frem søylediagrammet de hadde laget. Deretter ramset de opp alle alternativene deltakerne kunne velge blant, og konkluderte med at fotball vant med flest stemmer. De avsluttet presentasjonen med å presentere de ulike verdiene for gjennomsnitt, median og typetall.

Prosedyrekunnskap

Beskrivelse: Prosedyrekunnskap handler i korte trekk om elever er kjent med prosedyren for å utføre og finne løsningen på en oppgave (McCormick, 1997; Nosrati & Wæge, 2018).

Elever som innehar denne kunnskapen skal også kunne velge den prosedyren som er mest hensiktsmessig i en gitt situasjon for å løse en oppgave (Nosrati & Wæge, 2018). Når en jobber med beskrivende statistikk (Hinna et al., 2012) går denne prosedyren ut på å lage en undersøkelse, samle inn data og representere innsamlet data i et diagram.

Analyse og diskusjon: Elevene startet modelleringsarbeidet med at de diskuterte hva de ønsket å undersøke. Elev 5 kom da med forslaget om å ha en undersøkelse om fotball, før hun bygget videre på dette forslaget med andre idretter. Slik endte denne gruppen opp med å lage en undersøkelse om hvilken idrett elever driver med på fritiden. Gruppen lagde alternativer som deltakerne kunne velge blant. Deretter oppsøkte gruppen en 5. klasse for å samle inn data ved å utføre undersøkelsen på de. De skrev ned resultatene i kladdeboken sin. Etter dette valgte elevene å lage en tabell i Excel, slik de hadde laget i kladdeboken da de samlet inn data. Elev 5 sier så: «Vi kan lage sånne der søylediagram også da». Dermed laget gruppen søylediagram i Excel i tillegg til tabellen. Dette tyder på at elevene har prosedyrekunnskap for å arbeide med beskrivende statistikk. Elevene er kjent med prosessen for å lage en undersøkelse, utføre, fremstille data i modeller og til slutt finne løsningen på undersøkelsen.

Elevene viser også at de har prosedyrekunnskap når det gjelder prosedyren for å regne ut de ulike sentralmålene. De valgte på eget initiativ å regne dem ut, og de regnet ut målene riktig. Elevene viser her at de klarer å bruke matematikk til å finne løsningene på sentralmålene, men uten å bruke disse verdiene til å vurdere løsningen. Dette er noenlunde det samme av det som skjedde i studiet til Yoon et al. (2010), hvor elevene kunne matematisere konteksten, men ikke bruke matematikken til å finne løsningen. I dette tilfellet klarte elevene å regne ut sentralmålene og bruke matematikken, men de klarte ikke å bruke disse verdiene til å si noe om løsningen. Elevene i denne gruppen har prosedyrekunnskap.

Alternativer å velge blant

Beskrivelse: I likhet med elevgruppe 1, valgte også gruppe 2 å lage alternativer på forhånd av undersøkelsen.

Analyse og diskusjon: Dette fører til at deltakerne av undersøkelsen blir «tvunget» til å velge blant alternativene som er satt opp. Elevene i denne gruppen har ikke påpekt hvorfor de har valgt å gjøre det slik. Problemstilling oppstod etter at elev 5 foreslo fotball som tema, og videre diskusjon innad i gruppen førte til konklusjon vedrørende ulike idretter.

Anvendelse

Beskrivelse: «Anvendelse eller strategisk tankegang innebærer å kunne gjenkjenne og formulere matematiske problemer, representere dem på ulike vis, utvikle en løsningsstrategi og vurdere hvor rimelig en løsning er» (Nosrati & Wæge, 2018, s. 5).

Analyse og diskusjon: Gruppen formulerte følgende problem: «Hvilken idrett driver elevene i 5. klasse med på fritiden?». Ved utarbeidelsen av dette problemet valgte elevene også å lage alternativer deltakerne av undersøkelsen kunne velge blant. Dette er en del av denne gruppens løsningsstrategi for å utføre undersøkelsen og for å samle inn data. Datainnsamlingen foregikk ved å utføre undersøkelsen i en annen klasse. Elevene valgte så å presentere resultatene i modeller, tabell og søylediagram.

Det eneste elevene ikke gjør i arbeidet med denne aktiviteten er å vurdere hvor rimelig løsningen deres er. Det er ingen data i lydopptakene som viser til dette. Man kan derfor konkludere med at elevene i denne gruppen har jobbet med komponenten anvendelse til en viss grad.

Begrepsmessig forståelse, relasjonell eller instrumentell forståelse?

Beskrivelse: Elever som har begrepsmessig forståelse skal ifølge Nosrati og Wæge (2018) klare å tolke, forstå og benytte ulike representasjoner. De må også klare å velge representasjoner som er nyttige i den gitte situasjonen. Dersom elever har begrepsmessig forståelse skal de også kunne automatisere kunnskap, slik at det går fort å jobbe med ulike oppgaver i matematikk (Nosrati & Wæge, 2018). Det er også viktig å kunne se relasjoner og identifisere disse (McCormick, 1997). Innunder begrepsmessig forståelse kan vi trekke frem hva slags forståelse elever har. Ser de sammenhenger, eller er kunnskap pugget og uten sammenheng, altså relasjonell eller instrumentell forståelse (Skemp, 1987).

For å analysere begrepsmessig forståelse er følgende utdrag benyttet:

Elev 6: Jo, vi skal finne typetall, median og gjennomsnitt. Sikkert ikke så vanskelig.

Et annet utdrag:

Elev 6: Håndball er på gjennomsnittet. Noe annet er over. Fotball er over.

Analyse og diskusjon: Slik det er nevnt tidligere har denne elevgruppen klart å benytte ulike representasjoner for å representere sine innsamlede data. De har også vist evne til å tolke, ved at de har kommet frem til et resultat av undersøkelsen og konkludert problemstillingen med hvilken idrett elevene i 5. klasse holder på med på fritiden.

Slik det er vist til tidligere snakket elev 4 og elev 6 om sentralmålene, og da sa elev 6: «Jo, vi skal finne typetall, median og gjennomsnitt. Sikkert ikke så vanskelig». Denne kommentaren dukket opp i en samtale, hvor disse elevene tenkte over hva de hadde gjort under arbeidet med modelleringsfremmende aktiviteter. Denne samtalen gir rom for å trekke frem komponenten begrepsmessig forståelse. Elevene satte i gang med å regne ut verdiene til de ulike sentralmålene de hadde lært på forhånd. Dette viser at metoden som brukes for å regne ut sentralmålene er automatisert, i og med at de husket hvordan de skulle regne ut disse. Elevene viser også her at de klarer å se sammenheng mellom det de lærte tidligere under modelleringsfremmende aktiviteter, og denne modelleringsaktiviteten. De prøver her å sette tidligere lært kunnskap inn i denne nye situasjonen.

Elev 6 har brukt verdien til gjennomsnittet for å vurdere søylene. Han har kommentert i lydopptaket at: «Håndball er på gjennomsnittet. Noe annet er over. Fotball er over.». Denne eleven viser med dette at han har relasjonell forståelse, da han har evne til å se sammenhengen

mellom verdiene til sentralmålene og søylene sine. Denne eleven har også vist tegn på at han klarer å se relasjoner og identifisere disse, som også er tegn på begrepsmessig forståelse.

Dette gir rom for å trekke inn studiet til Rittle-Johnson og Alibali (1999), hvor de finner ut at begrepsmessig forståelse har større innvirkning på prosedyrekunnskap enn motsatt. I og med at elev 6 viser tegn på at han har relasjonell forståelse fører dette til at han kan bruke denne kunnskapen til å arbeide dypere med prosedyrekunnskap. Dette viser denne eleven ved at han klarer både å regne ut sentralmålene, trekke paralleller og se sammenhengen mellom disse verdiene og søylene i diagrammet sitt.

Resonnement

Beskrivelse: Resonnement ifølge Niss og Jensen (2002) handler om at elever skal klare å overbevise seg selv eller andre om at en påstand er gyldig. Kunnskapsdepartementet (2018b) hevder at resonnement handler om at elever skal forstå at matematiske resultater ikke er tilfeldige og at elever må ha klare begrunnelser for dette. Elever skal også kunne klare å argumentere for løsninger innad resonnement.

Etter at elevene hadde samlet inn data gikk de gjennom resultatene sammen. Her er et utdrag fra samtalen:

Elev 5: Fotball var det mange da.

Elev 4: Hæ?

Elev 5: Det er ekstra mange på fotball. Det er sånn hele klassen. Minus fire stykker, tror jeg. Ja, fire stykker.

Elev 4: Det var ikke tre folk.

Elev 5: Ja, det var bare fire stykker som ikke gikk på fotball.

Et annet utdrag fra transkripsjonen som er fra fremføringen:

Elev 6: Ja, alternativene var (ramser opp alle). Fotball vant. Ja. Ja, ganske soleklart (peker på diagrammet).

Analyse og diskusjon: I utdraget over kommer elevene frem til at fotball har fått flest stemmer, og dermed er idretten flest i 5. klasse holder på med i fritiden. Elev 5 konkluderer med at det er mange som spiller fotball, og elev 4 henger ikke helt med på dette. Derfor

forklarer elev 5 at på fotball er det mange, at det er nesten hele klassen utenom fire elever. Elev 4 misforstår dette og er ikke enig med elev 5. Så elev 5 prøver å forklare igjen med å si at det bare er fire elever som ikke går på fotball. Her prøver altså elev 5 å resonnerer matematisk, ved at hun viser til tall i tabellen og diagrammet sitt for å overbevise elev 4, som ikke helt henger med på det hun prøver å formidle. Hun klarer slik å overbevise elev 4 om at fotball fikk flest stemmer.

I det andre utdraget har elev 6 konkludert med at fotball fikk flest stemmer. Han begrunner dette med å vise diagrammet sitt, og peker på søylen til fotball. Her har han også kommentert at det er soleklart ved å visuelt vise de ulike søylene, som viser at fotball skiller ut markant. Her viser denne eleven at dette matematiske resultatet ikke er tilfeldig, men noe de har kommet frem til ved å utføre en undersøkelse. Elev 6 argumenterer for dette ved å vise frem diagrammet sitt, hvor han peker på denne søylen, som visuelt viser for de andre at dette argumentet er gyldig.

Metakognisjon og selvregulering

Beskrivelse: Stillman (2011) hevder at modelleringsaktiviteter enten kan fremme eller hemme metakognitive aktiviteter ut ifra hvordan aktivitetene jobbes med i grupper. Videre handler metakognitive aktiviteter handler om at elever må kunne analysere, planlegge, gjennomføre, vurdere og reflektere i en aktivitet (Stillman, 2011).

Selvregulering handler om at elever skal ha ferdigheter hvor de kan kontrollere sine egne tanker, handlinger og oppfatninger i utfordrende situasjoner (Weinstein et al., 2006). Dette skjer når elever blir bevisst egne læringsprosesser og strategier (Nosrati & Wæge, 2018).

Analyse og diskusjon: Elev 4 er på fra starten av hvor han tar ledelsen og styrer gruppen inn mot oppgaven. Han presser gruppen til å ta avgjørelser på hva de skal undersøke og stiller spørsmål til medelevene i gruppen for å få alle med. Dette betyr at elev 4 setter i gang en generell metakognitiv prosess hos alle i gruppen. Dette fører til at elev 4 er med på å fremme metakognitive aktiviteter i gruppen.

Elevene i denne gruppen viser at de har analysert kriteriene for timen ved at de kommer i gang med modelleringsaktiviteten og fullfører den slik det er hensiktsmessig å gjøre ifølge kriteriene. Elevene satte så i gang med å drøfte hva de ønsket å finne ut av i undersøkelsen. De reflekterte sammen over hvordan de skulle gjennomføre dette opplegget. Elevene foreslo

ulike kategorier og fant ut ifra dette en problemstilling. De gjennomførte dette opplegget og vurderte sine løsninger, og de brukte et av sentralmålene til å vurdere sine søyler. De har også klart å finne en konklusjon på problemstillingen. Dette tyder på at elevene har jobbet med metakognitive aktiviteter.

Gruppen strevde først med å finne ut hva de ønsket å undersøke. Gjentatte ganger spør flere av elevene de andre i gruppen om hva de skal undersøke. Elev 4 prøver å spørre en annen gruppe om de har noen tips til hva de kan ha om. Dette viser at denne eleven arbeider med selvregulering. I dette tilfellet har gruppen møtt på en utfordrende situasjon hvor de ikke klarer å finne ut av hva de skal undersøke. Denne eleven prøver å nå ut til en annen gruppe for å hjelpe hans gruppe med å komme over hindringen. Eleven skjønner at gruppen hans ikke kommer på noe, så han går bevisst inn for å regulere læringsprosessen ved å spørre en annen gruppe om hjelp.

Metakognisjon ved arbeid med modelleringssyklusen

Beskrivelse: Stillman (2011) mener at modelleringssyklusen er metakognitivt arbeid. Derfor er det mulig å bruke modellen over modelleringssyklusen som Blomhøj (2003) har laget for å vurdere hvordan disse elevene arbeidet i forhold til læringsprosessen metakognisjon. Punkt a innebærer problemformulering, punkt b innebærer avgrensning av systemet, punkt c innebærer matematisering av problemet (å lage en matematisk modell), prosess d innebærer matematisk analyse, (modellresultatet), punkt e innebærer fortolkning og vurdering av resultater, og til slutt punkt f som innebærer evaluering av modellens validitet.

Validitet handler om gyldighet, hvor godt eller relevant innsamlet data representerer fenomenet som skal forskes på (Christoffersen & Johannessen, 2012). Dette må en se i lys av Blomhøj (2003) som mener at elever nødvendigvis ikke jobber med alle stegene i modelleringssyklusen ved arbeid med en modelleringsaktivitet.

Analyse og diskusjon: Elevene har klart å formulere et problem, hvor de ønsket å finne ut av idretten elevene i 5. klasse holder på med. Dette er problemformuleringsfasen i modellen til Blomhøj. Elevene skrev ned forhåndsutvalgte alternativer deltakerne kunne velge blant, altså systemavgrensning. Ved at elevene valgte å avgrense undersøkelsen til få, forhåndsbestemte alternativer fører dette til at deltakerne blir snevret inn til konkrete alternativer å velge blant. I matematiseringsprosessen har elevene valgt å telle opp antall deltakere som driver med de ulike idrettene og skrive dette inn i en tabell. De har også valgt å regne ut median,

gjennomsnitt og typetall. Elevene lager dermed to matematiske modeller som representerer deres funn: tabell og søylediagram. Elev 6 anvendte disse verdiene til å gjøre en matematisk analyse, fordi han brukte verdiene til å si noe om idretter som ligger over og under gjennomsnittet.

Neste steg på modellen er fortolkning og vurdering av resultatet. Elevene har vist tegn på at de har vurdert resultatet, da de under presentasjon konkluderte med at fotball vant, samtidig som de sammenlignet antallet svar på ulike idretter med hverandre. Det siste punktet i modellen er evaluering av modellens validitet, og dette er det ikke spor av i lydopptakene.

Elevene har ikke kommentert noe om hvor godt eller relevant deres innsamlede data representerer hvilken idrett respondentene holder på med. Burde de ha gjort undersøkelsen på flere elever, og hvorfor har de valgt denne undersøkelsen? Hva kan innsamlet data hjelpe med? Hva bidrar denne undersøkelsen med?

4.1.3 Oppsummering av modelleringsaktiviteten

Forskningsspørsmål 1 lyder som følger: Hvilke matematiske læringsprosesser kan gjenkjennes i arbeid med en modelleringsaktivitet. Problemstillingen handler blant annet om hvordan dybdelæring foregår i matematikk ved arbeid med matematisk modellering. For å besvare disse spørsmålene har det vært nødvendig å lage en modelleringsaktivitet elevene kunne jobbe med som inkluderte innsamling av data. For å besvare problemstillingen var det nødvendig å finne læringsprosesser som gir dybdelæring. Det ble derfor brukt fem komponenter satt sammen av Nosrati og Wæge (2018), som de mener kan gi dybdelæring i matematikk. Disse brukte jeg for å analysere lydopptakene. Komponentene er begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap, anvendelse, resonnement og metakognisjon, og selvregulering. I dette kapitlet er analysen av lydopptakene i forhold til disse komponentene oppsummert.

Det kan konkluderes med at begge elevgruppene skårer bra når det gjelder prosedyrekunnskap. Elevene har vist at de er bevisste på de ulike prosedyrene som må til for å utføre en undersøkelse og de kan regnemetodene for å regne ut de ulike sentralmålene.

Når det er snakk om resonnering har dette også vært til stede under arbeid med denne modelleringsaktiviteten. Elevene har vist tegn på at de kan argumentere. De har brukt sine undersøkelser som utgangspunkt til å argumentere og vise at argumenter er gyldige ved å henvise til resultatet av undersøkelsene sine. Slik elevene arbeidet med denne aktiviteten

samsvarer med det som er vist i studiene Barbosa (2009), English (2010) og Yu og Chang (2011), at kommunikasjon og samhandling gir føringer på hvordan en modelleringsaktivitet blir løst. Her viser det seg at medeleveeffekten (Jank et al., 2006; Kunnskapsdepartementet, 2017) spiller en rolle når elever jobber med modelleringsaktiviteten i grupper. Denne er med på å legge føringer for hvordan elevene ender opp med å løse aktiviteten.

Lydopptakene av elevarbeidet har gitt data som i analysen og diskusjonen redegjør for at elevene mestret å jobbe med komponenten anvendelse til en viss grad. Elevene i begge elevgruppene har vist at de kan gjenkjenne og formulere et matematisk problem. De har klart å oversette fra et hverdagspråk til et matematisk språk, ved å lage problemstilling og samle inn data. De jobbet med det matematiske, fremstilte innsamlet data i modeller som de så oversatte til hverdagspråk og fant svaret på problemstillingen (Stedøy, 2018). Elevene i begge gruppene har også klart å presentere sine innsamlede data på to forskjellige måter, i både tabell og søylediagram (Nosrati & Wæge, 2018). Elevene har vist tegn på at de hadde automatisert en løsningsstrategi som de har anvendt under hele arbeidet med modelleringsaktiviteten. Løsningsstrategien begge elevgruppene brukte er som følgende: de drøftet først hva de ønsket å finne ut av, for å finne en problemstilling. Deretter lagde de en tabell i kladdeboka med forhåndsbestemte alternativer, basert på problemstillingen sin. Det er et interessant funn at begge gruppene valgte å lage alternativer på forhånd til tross for at dette ikke ble gjort av meg som lærer under arbeidet med modelleringsfremmende aktiviteter. Tabellen med forhåndsbestemte alternativer brukte de da de utførte undersøkelsen i en annen klasse hvor de samlet inn data. Til slutt valgte begge gruppene å regne ut sentralmålene. De presenterte også data på en hensiktsfull måte (Valenta, 2016) under fremføringen. Det som gjør at elevene ikke har mestret læringsprosessen helt og ordnet er at ingen av gruppene har klart å vurdere hvor rimelig løsningen er, som er en del av anvendelse (Nosrati & Wæge, 2018; Stedøy, 2018; Valenta, 2016).

I den metakognitive læringsprosessen ble det fokusert på modelleringssyklusen. Elevene jobbet med flere prosesser i modelleringssyklusen til Blomhøj (2003). Noe elevene ikke gjorde var å kommentere validiteten til modellen sin. I og med at Blomhøj og Højgaard (2003) mener at elever i undervisningssammenheng ikke nødvendigvis trenger å jobbe med alle prosessene i denne syklusen, er det ikke nødvendig å trekke elevene ned på denne komponenten. Dermed vil det her blir konkludert med at elevene mestret å jobbe med denne komponenten.

Det er lite data samlet sett på selvregulering. Én gruppe har klart å jobbe med denne komponenten, hvor en elev kontrollerte sin handling i en utfordrende situasjon (Nosrati & Wæge, 2018). Denne eleven innså at gruppa hadde stagnert da de brukte lang tid på å finne en problemstilling for det de ønsket å undersøke. Han gikk da aktivt inn for å finne en løsning på dette, og spurte en annen elevgruppe om tips.

Til slutt har vi komponenten begrepsmessig forståelse. I motsetning til de andre komponentene, hvor begge elevgruppene ligger likt an i terrenget, er gruppene forskjellige her. Elevgruppe 1 gjør det svakere enn den andre gruppen under denne komponenten, og det viser seg at de har instrumentell forståelse når det gjelder sentralmålene, fordi de kun har regnet ut de ulike verdiene. Elevene har ikke brukt disse verdiene til å se sammenhenger i diagrammet og resultatene, og vurdert dette. Dette fører til at sentralmålene ikke har noen hensikt i dette tilfellet, hvor de står for seg selv.

I motsetning til dette har elevgruppe 2 gitt bedre utslag på begrepsmessig forståelse og de har vist tegn på å ha relasjonell forståelse. Dette er fordi denne elevgruppen har klart å bruke et av sentralmålene, gjennomsnittet, til å sammenligne sine søyler med. Det er en liten hake her til tross for dette, fordi elevene ikke nevner de andre sentralmålene. Hvordan kan de være sikre på at gjennomsnittet representerer dataene bedre enn verdien til de andre sentralmålene? Med dette kan det tenkes at denne gruppen også er i grensekanten når det gjelder å ha instrumentell eller relasjonell forståelse. Det er blitt konkludert i analysen at de har relasjonell forståelse, grunnet at de i det minste har prøvd å se sammenhenger med en av verdiene.

Ifølge Rittle-Johnson og Alibali (1999) har begrepsmessig forståelse større innvirkning på prosedyrekunnskap enn motsatt. Slik det er funnet ut her ser vi at når elever har relasjonell forståelse gir dette en bedre begrepsmessig forståelse, mens elever som har instrumentell forståelse får en svakere begrepsmessig forståelse. Dette har igjen gitt utslag på prosedyrekunnskap, da elever som har relasjonell forståelse klarer å jobbe videre med denne prosedyrekunnskapen. De går mer i dybden på ting og forsøker å se sammenhenger, mens elever med instrumentell forståelse holder seg til kun å vise prosedyren, og jobber ikke videre med å se sammenhengene.

Alt i alt har det vist seg i disse kapitlene at elevene har jobbet med alle de fem sammensatte komponentene til Nosrati og Wæge (2018), som de mener kan gi dybdelæring i matematikkfaget.

4.2 Spørreskjemaene

I dette delkapitlet er svarene til elevene på spørreskjemaet blitt analysert. Analysen er en del av forskningsspørsmål 1, som omhandler hvilke matematiske læringsprosesser som kan gjenkjennes hos elever i arbeid med en modelleringsaktivitet. Spørsmålene i spørreskjemaet er følgende:

1. Hvordan valgte dere å løse oppgaven? Forklar stegvis hva dere gjorde.
2. Kan du forklare og beskrive resultatet av forsøket ditt?
3. Hva er sentralmålene i deres undersøkelse, hvordan fant dere disse?
4. Kan du sammenligne søylene og skrive noe om dette i forhold til sentralmålene?
5. Kan noen andre bruke diagrammet deres til å ta en avgjørelse basert på det dere har undersøkt, om ja argumenter for hvorfor?
6. Hva synes du var vanskelig med denne oppgaven?
7. Hva gjorde du for å løse dette?

4.2.1 Elev 1 (vedlegg 2)

Begrepsmessig forståelse: Elev 1 har skrevet på det første spørsmålet at de laget et søylediagram. Dette indikerer at gruppen har klart å velge en hensiktsmessig representasjonsform for den gitte oppgaven (Enghe & Valenta, 2013). Eleven viser også at han har evnen til å tolke representasjonen, ettersom han har skrevet under spørsmål 2: «Brownies vant enkelt. Men det var langt fra andreplassen til førsteplassen». Her har han tolket den lengste og den nest lengste søylen, og han har også sammenlignet dem. Eleven viser med dette at han forstår bruken av disse representasjonene. Denne gutten har videre på spørsmål 3 svart på hva de ulike sentralmålene er, og regnet verdiene. På spørsmål 4 har han ikke klart å bruke sentralmålene til å sammenligne søylene. I stedet har han skrevet resultatene de fikk på de ulike kakene. Dette viser tegn på at eleven har instrumentell forståelse når det gjelder sentralmålene. Det virker som han har pugget kunnskapen som trengs for å regne ut målene. Han har ikke klart å koble sentralmålene opp imot resultatene og sett sammenhengen. På en annen side ser eleven relasjonen at man kan bruke grafen hans i en annen sammenheng, noe han beviser på spørsmål 5. Her har han svart følgende: «Hvis de skal lage en kake til klassen. Vet de hvilken kake som er favoritten». Dette tyder på at eleven har begrepsmessig forståelse, da han kan koble sammenhenger.

Prosedyre kunnskap: På spørsmål 1 har eleven forklart hvordan de gikk frem for å løse denne modelleringsaktiviteten. Han har skrevet at de snakket sammen, fant ut av hva de ønsket å undersøke, før de gikk inn til en annen klasse for å samle inn data og brukte dette til å lage et søylediagram. Eleven viser på dette spørsmålet at han har kontroll over prosedyren for å gjøre en undersøkelse (McCormick, 1997; Nosrati & Wæge, 2018). Han har også prosedyre kunnskap på å regne ut sentralmålene, da han har regnet dette riktig og forklart hvordan en regner ut median under spørsmål 3.

Anvendelse: Denne eleven viser på spørsmål 1 at gruppen kan gjenkjenne og formulere et problem. Hensikten med denne modelleringsaktiviteten var å lage en spørreundersøkelse. Dette klarte de å fullføre. De formulerte et problem, utviklet en løsningsstrategi ved å lage og utføre en undersøkelse på en annen klasse og lagde et diagram som representerte funnene. Han har også brukt funnene til å konkludere problemstillingen sin, hvor han i spørsmål 2 har skrevet resultatet på undersøkelsen. Elev 1 har også vurdert rimeligheten i sin løsning ved at han har kommentert at andre kan bruke diagrammet deres til å ta en avgjørelse.

Resonnement: På spørsmål 5 har eleven argumentert for hvorfor andre kan bruke løsningen hans, ved å vurdere en konkret situasjon hvor diagrammet kan gjelde, og beviser slik at gruppens løsning er gyldig. Her forklarer eleven hvordan han tenker, og dette er i samsvar med begrepsforklaringen til Nosrati og Wæge (2018) om resonnement. Ved å bruke et konkret tilfelle for hvor en kan bruke resultatet i diagrammet til gruppen, overbeviser eleven oss om at denne undersøkelsen er gyldig (Niss & Jensen, 2002). Under spørsmål 2 har eleven tolket og vurdert resultatet sitt, og har skrevet: «Brownies vant enkelt. Men det var langt fra andreplassen til førsteplassen». Her prøver eleven å argumentere for at brownies vant med mange stemmer, sammenlignet med kaken som havnet på andre plass. Her viser eleven evne til å resonnerer matematisk, da han trekker en slutning basert på høyden til søylene, i og med at han bruker ordet «langt», som karakteriserer høyden på søylen.

Metakognisjon: Denne eleven har tenkt bevisst gjennom egen fremgangsmåte på spørsmål 1, hvor han har skrevet ned den kronologiske rekkefølgen over hvordan gruppen gikk frem for å løse oppgaven. Under spørsmål 6 har han skrevet at ingenting har vært vanskelig med oppgaven, noe som tyder på at han har tenkt igjennom prosessen med å løse oppgaven, og kommet frem til at han ikke møtte på noen hinder.

Selvregulering: Spørsmål 7 var et oppfølgingsspørsmål til spørsmål 6, hvor elevene skulle svare på hva de gjorde for å løse det som var vanskelig. Siden denne eleven ikke møtte på noe

hinder hadde han heller ikke behov for å løse dette. Formålet med dette siste spørsmålet var å få data på hvordan elevene styrte sin egen læringsprosess når det stagnerte for dem, som er en del av selvregulering. Det er ingen data i denne spørreundersøkelsen som tyder på at eleven har arbeidet med selvregulering.

4.2.2 Elev 2 (vedlegg 3)

Prosedyrekunnskap: På spørsmål 1 har elev 2 skrevet ned hvordan hun jobbet for å løse denne aktiviteten. Her kan vi trekke inn komponenten prosedyrekunnskap. På dette spørsmålet har hun først skrevet at de fant ut hva de skulle undersøke, og dette undersøkte de i en annen klasse. Gruppen skrev ned resultatene på et ark og så på en datamaskin, før de til slutt hadde de en fremføring. Dette svaret viser at eleven har klart å tolke rammene for timen og slik løst aktiviteten på denne måten. Gruppen har også klart å bruke ulike representasjoner, tabell og diagram for å representere innsamlet data. Dette er representasjoner som er nyttige å bruke under arbeid med beskrivende statistikk (Hinna et al., 2012), og blir dermed nyttig å bruke i denne modelleringsaktiviteten. Svaret til eleven på dette spørsmålet, indikerer at de som gruppe har gjennomgått en prosedyre for å fullføre oppgaven og slik kommet frem til et resultat. De har valgt en prosedyre som er hensiktsmessig i forhold til denne aktiviteten (McCormick; 1997; Nosrati & Wæge, 2018). Det er derfor mulig å konkludere med at denne eleven har prosedyrekunnskap. Eleven har også vist på spørsmål 3 at hun kan regne ut sentralmålene. Dette er gjort riktig og dette tyder da på at eleven har prosedyrekunnskap om regnemethoden for å finne de ulike sentralmålene.

Begrepsmessig forståelse: Slik det er nevnt over har denne eleven vist at hun kan velge ulike representasjonsformer for å representere sine funn. Gruppen har sammen klart å velge hensiktsmessige representasjoner som er en del av å ha begrepsmessig forståelse (Nosrati & Wæge, 2018). Elev 2 viser også evnen til å se sammenhenger, da hun under spørsmål 5 har kommentert at det er mulig å bruke denne undersøkelsen når en skal bake kake til denne klassen. Dette viser at eleven klarer å gjøre undersøkelsen relevant, ved at hun kobler undersøkelsen opp imot en konkret hendelse hvor dette kan gjelde. Når elever kan se sammenhenger er også dette en del av å ha begrepsmessig forståelse (Nosrati & Wæge, 2018). En annen ting som kan komme innunder denne komponenten, er at eleven viser spørsmål 3 at hun har lært at under sentralmål kan en regne ut gjennomsnitt, median og typetall. Dette er begrepsmessig forståelse. Vi kan her trekke frem hvilken forståelse denne eleven viser å ha i arbeid med denne modelleringsaktiviteten. Spørsmål 4 ber eleven om å sammenligne søylene

og skrive noe om dette i forhold til sentralmålene. Hun har sammenlignet gulrotkake og pavlova med antall stemmer, men hun har ikke brukt sentralmålene for å vurdere resultatene. Dette indikerer på at eleven har instrumentell forståelse (Skemp, 1987) når det gjelder arbeid med sentralmålene, da hun ikke klarer å se sammenheng mellom søylene/ innsamlet data og sentralmålene. Det virker som at eleven kun har pugget kunnskap som er nødvendig for å regne ut sentralmålene, og automatisert denne regnemetoden. Hun ser ikke bruksverdien i disse sentralmålene, og hun viser ikke evne til å kunne koble disse verdiene til hennes funn. Dette fører til at det er forgjeves å regne ut disse verdiene.

Anvendelse: Dette har eleven vist at hun har jobbet med under spørsmål 1. Her har hun vist at hun kjenner til prosessen med å jobbe med en modelleringsaktivitet som omhandler statistikk. Hun har besvart spørsmålet med hvordan gruppen har gått frem for å løse denne aktiviteten. Elev 2 har også vurdert rimeligheten av sin løsning på en kritisk måte. Dette kan sees i hennes svar på spørsmål 5, som spør om andre kan bruke diagrammet deres til å fatte en beslutning. Her har hun skrevet: «Vi har bare spurt én klasse og vi hadde ikke så mange kaker, så kanskje ikke. Hvis noen skulle lage kake til denne klassen så kan de bruke den, for det er klart at de fleste liker brownies best». Her har denne eleven vært kritisk til sitt innsamlet data, da hun poengterer at det kun er én klasse de har spurt, og at de ikke hadde med så mange kaketyper. Hun har så konkludert med at det er mulig å bruke diagrammet dersom noen skal lage en kake til akkurat denne klassen.

Resonnement: Eleven har resonnert matematisk på spørsmål 5, hvor hun har skrevet ned hva hun tenkte og har argumentert for hva hun mener om resultatet av gruppens diagram. Hun påpeker styrker og svakheter, men overbeviser om at det er mulig å bruke denne undersøkelsen til noe (Kunnskapsdepartementet, 2018b; Niss & Jensen, 2002; Nosrati & Wæge, 2018). Når hun har skrevet at det er klart at de fleste liker brownies, kan det konkluderes med at hun har sett på tabellen eller diagrammet for å avgjøre dette. Det vil si at hun har brukt en matematisk verdi, ved å se på flest antall, til å fatte denne beslutning og konkludere undersøkelsen.

Metakognisjon: På spørsmål 6 blir det spurt om eleven synes noe var vanskelig med denne oppgaven. Dette spørsmålet krever at eleven tenker over arbeidet med aktiviteten og sin egen læringsprosess. Hun har skrevet at hun ikke syntes noe var vanskelig. Eleven viser at hun har jobbet metakognitivt (Nosrati & Wæge, 2018) for å besvare dette spørsmålet i og med at spørsmålet krever at hun tenker tilbake på egne fremgangsmåter. Slik har hun kommet frem til at det ikke stoppet opp for henne noen plass.

Selvregulering: Spørsmål 7 ber eleven skrive hva hun gjorde for å løse dette. På dette spørsmålet har eleven skrevet at hun samarbeidet med gruppen, og da klarte de seg veldig bra. Eleven brukte altså de andre i gruppen når det stagnerte for henne, og som et middel for å oppnå målet sitt. Det kan tolkes som at hun brukte de andre for å få en klarhet i det som stod i veien for at hun skulle klare å fullføre oppgaven (Weinstein, Bråten & Andreassen, 2006). Elev 2 har regulert egen læringsprosess ved hjelp av gruppearbeid.

4.2.3 Elev 3 (vedlegg 4)

Elev 3 har valgt å ikke svare på alle spørsmålene i spørreundersøkelsen. Dette har ført til at spørreundersøkelsen gir lite data til analyse og diskusjon.

Anvendelse: Elev 3 har skrevet på spørsmål 1 at de diskuterte hva denne undersøkelsen skulle være om, og kom frem til at de skulle finne ut av hvilken kake som er best likt. For å finne ut av dette hadde de en løsningsstrategi som gikk ut på at de gikk til en annen klasse for å samle inn data. Etter å ha samlet inn data brukte de en datamaskin til å fremstille svarene i ulike representasjoner, tabell og søylediagram. Disse definisjonene påpeker også at elever må vurdere hvor rimelig en løsning er, noe denne eleven har gjort på spørsmål 5. Her hevder han at: «... hvis det er en bursdag og de skal bestemme hvilken kake de skal ha.» Dette kan tolkes som at eleven mener at det er mulig å bruke undersøkelsen dersom noen skal lage en kake til en bursdagsfeiring. Her har eleven vurdert rimeligheten ved sin løsning ved at han har kommet på et konkret eksempel på hvor denne undersøkelsen kan være gyldig.

Prosedyrekunnskap: Ut ifra det overnevnte har eleven vist at han er kjent med prosedyren for å jobbe med statistikk og har dermed klart å fullføre denne aktiviteten. Dette viser at eleven har prosedyrekunnskap i arbeid med statistikk. På spørsmål 3 har eleven skrevet verdiene til de ulike sentralmålene. Disse verdiene samsvarer med resten av gruppen og er riktig utregnet. Dette viser at eleven også har prosedyrekunnskap når det gjelder å regne ut sentralmålene. På spørsmål 3 skal eleven skrive hva verdiene til sentralmålene er. På dette spørsmålet har han skrevet ned verdiene til de ulike målene og vist utregning på gjennomsnitt. Selv om eleven kan dette, tyder ikke dette på at han har en dypere forståelse på hva sentralmålene går ut på og hensikten med de. Dette avgjøres med bakgrunn i at han ikke har svart på spørsmål 4, hvor eleven blir bedt om å sammenligne søylene og skrive noe om dette i forhold til sentralmålene.

Begrepsmessig forståelse: Eleven viser at han har begrepsmessig forståelse, ved at han under spørsmål 1 viser at han vet hvordan han skal arbeide med statistikk, og han har vist under presentasjonen at han med gruppen kunne anvende to representasjonsformer for å representere sine innsamlede data. Dersom vi går mer i dybden på dette kan det konkluderes med at eleven har instrumentell forståelse av begrepet sentralmål, da han ikke klarer å koble sentralmål til diagrammet eller se sammenhengen mellom sentralmålene og gruppens innsamlede data.

Resonnement: Denne eleven har under spørsmål 5 svart med at det er mulig å bruke diagrammet, dersom noen skal lage kake til en bursdag i denne klassen. Dette betyr at eleven tar utgangspunkt i kaken som fikk flest antall stemmer under undersøkelsen og konkluderer med at denne kaken kan bakes. Eleven viser her evne til å resonnerer matematisk, da han argumenterer med bakgrunn i det han har kommet frem til i en undersøkelse. Han sier ikke konkret hvilken kake dette er. Dette trekker påstanden hans litt ned, da han ikke bruker konklusjonen til undersøkelsen for å underbygge argumentet sitt. På en annen side har eleven også resonnert under spørsmål 2: «Den som fikk mest stemmer var brownies med femten stemmer. De andre var 2, 2, 1, 1, 0 og 0». Igjen viser denne eleven at han kan resonnerer matematisk, ved at han bruker tallene i resultatet for å si noe om antall stemmer de ulike kakene fikk, og basert på dette trekker en konklusjon om at brownies vant. Når han skriver ned alle tallene på denne måten, er det enkelt for leseren å se at det eleven sier med at brownies vant stemmer, fordi en kan se at de andre kakene har fått svært få stemmer sammenlignet med brownies.

Metakognisjon: Når det gjelder metakognisjon er fokuset på svaret til eleven på spørsmål 6, her har han skrevet: «Egentlig ingenting» på hva han synes var vanskelig med denne oppgaven. Dette indikerer at eleven har tenkt over sin egen læringsprosess og hvordan gruppen har løst oppgaven, og kommet frem til at det ikke var noe vanskelig med denne oppgaven.

Selvregulering: Eleven har ikke svart på spørsmål 7 og dermed er det ingen grunnlag for å si noe om dette.

4.2.4 Elev 4 (vedlegg 5)

Begrepsmessig forståelse: Denne eleven er den eneste eleven som har brukt ordene undersøkelse, svaralternativ, spørreundersøkelse og diagram. Dette tyder på at eleven har fått med seg ulike begreper som brukes innenfor statistikk. Eleven har skrevet på spørsmål 1 at gruppen har brukt diagram, som er tegn på at de kan representere et matematisk objekt (Justnes, 2018). Eleven klarer å se relasjoner mellom resultatet av undersøkelsen sin og hvor en kan bruke denne undersøkelsen for å ta en avgjørelse. Eleven viser derfor tegn på ha begrepsmessig forståelse da han kan se relasjoner og identifisere disse (McCormick, 1997). Når det er snakk om relasjonell- eller instrumentell forståelse (Skemp, 1987), heller denne eleven på instrumentell forståelse i arbeid med sentralmålene. Denne eleven viser på spørsmålet om sentralmål, spørsmål 3, at han kan han regne ut median, typetall og gjennomsnitt. På spørsmål 4 klarer han ikke å koble disse verdiene til diagrammet som gruppen har laget. Det virker som at han kun har pugget hvordan han skal regne ut sentralmålene og automatisert dette, men at han ikke har forstått formålet med disse målene.

Prosedyrekunnskap: Under spørsmål 1, har eleven vist at han har prosedyrekunnskap ved at han har beskrevet i kronologisk rekkefølge over hvordan gruppen valgte å løse aktiviteten. Eleven har besvart spørsmål 1 med følgende: «Først planla vi om hva vi skulle skrive om. Vi valgte idrett som vår undersøkelse. Så etter det skrev vi opp svaralternativene. Så gikk vi inn og gjorde spørreundersøkelsen. Så lagde vi et diagram om hva folk valgte, så fremførte vi det.» Her viser eleven at han har prosedyrekunnskap for å arbeide med beskrivende statistikk. Svaret til denne eleven på spørsmål 1 viser til at gruppen har anvendte ulike prosedyrer for å løse aktiviteten og valgt den som er mest hensiktsmessig (Nosrati og Wæge, 2018). Først lagde de en undersøkelse med alternativer, deretter samlet de inn data, så fremstilte de data i et diagram. Eleven har i spørsmål 3 forklart regnemethodene for de ulike sentralmålene, noe som viser at han også har prosedyrekunnskap på dette.

Elev 4 har på spørsmål 1 poengtert at de valgte å lage svaralternativer før de utførte undersøkelsen i en annen klasse. De har da ment at det har vært hensiktsmessig å ha svaralternativene klare på forhånd. Han har ikke kommentert noe om hvorfor de har valgt å gjøre det slik. Å lage svaralternativer på forhånd fører til at de som skal ta undersøkelsen blir tvunget til å velge blant alternativer som allerede er der, noe som gir mindre rom for utfoldelse (Postholm & Jacobsen, 2018). Dette har heller ikke blitt gjort under modelleringsfremmende aktiviteter, så det kan undres hvorfor denne gruppen har valgt å gjøre dette slik i denne aktiviteten.

Anvendelse: Svaret på spørsmål 1 tyder også på at eleven har arbeidet med komponenten anvendelse. Eleven har på dette spørsmålet vist at gruppen har klart å formulere et matematisk problem, lage en undersøkelse, samle inn data i forhold til dette og represente innsamlet data ved å lage et diagram og tabell. Han har også under spørsmål 2 vurdert resultatene og notert ned hvor mange stemmer de ulike idrettene fikk. De har også utformet en løsningsstrategi ved å lage svaralternativer på forhånd, slik at undersøkelsen blir snevret inn og gjør det mer effektivt å samle inn data (Nosrati & Wæge, 2018; Postholm & Jacobsen, 2018; Stedøy, 2018; Valenta, 2016). En annen del som tilhører komponenten anvendelse, er at elever kan vurdere rimeligheten av sin løsning. Dette har eleven gjort under spørsmål 5, hvor han har svart på om andre kan bruke undersøkelsen deres til å fatte en mening. Her har han skrevet at lærere kan se hvilken sport de skal ha i gymtimen. Det kan sies at han med dette prøver å overbevise andre om at undersøkelsen deres er gyldig, som vil si at det kan indikere at denne eleven har resonneringskompetanse (Niss & Jensen, 2002). Argumentet til eleven blir litt trukket ned her, da han ikke konkret trekker inn konklusjonen til undersøkelse for forsterke argumentet. Under spørsmål 2 har eleven har eleven konkludert med at fotball fikk flest stemmer, 19 stemmer. Her skriver han også opp stemmene de andre idrettene fikk. Eleven viser her evne til å resonnerer matematisk, da han trekker en konklusjon basert på matematiske verdier som er oppstått ved å utføre en undersøkelse.

Metakognisjon og selvregulering: Eleven har ikke svart på spørsmål 6, men han har svart på spørsmål 7, bare at svaret her ikke har noen sammenheng med hva spørsmålet spør etter. Dermed er det ingen data som kan bli analysert i forhold til metakognisjon og selvregulering.

4.2.5 Elev 5 (vedlegg 6)

Begrepsmessig forståelse: Denne eleven har vist at hun har begrepsmessig forståelse i større grad. Dette er avgjort med bakgrunn i at hun er den eneste eleven som har klart å se sammenhengen mellom gjennomsnittet og innsamlet data. Hun har brukt gjennomsnittet til å si noe om hvilken idrett som skårer høyere og under denne verdien. Dette viser at denne eleven klarer å se relasjoner, som er en del av begrepsmessig forståelse (McCormick, 1997). På spørsmål 2 blir eleven bedt om å forklare og beskrive resultatene i forsøket til gruppen, hvor hun har tolket diagrammet sitt som har gjort det mulig å trekke en konklusjon. På spørsmål 1 viser hun til at de har brukt representasjonen søylediagram for å representere deres innsamlede data, som også er en betegnelse på å ha begrepsmessig forståelse (Justnes, 2018; Nosrati & Wæge, 2018). Når det gjelder instrumentell og relasjonell forståelse, virker det som

eleven heller mot relasjonell forståelse. Eleven har prøvd å bruke gjennomsnittsverdien til å vurdere søylene i diagrammet gruppen lagde. Hun har også på spørsmål 3 skrevet ned sentralmålene gjennomsnitt, median og typetall og verdiene deres. Denne eleven viser at hun klarer å se sammenhengen mellom gjennomsnitt og deres innsamlede data, og dette tyder på at hun har relasjonell forståelse (Skemp, 1987). Det kan settes spørsmåltegn ved at hun ikke har brukt de andre verdiene til noe, og heller ikke har hun påpekt hvilken av de tre verdiene som beskriver sine data best. Til tross for dette blir det her konkludert med at hun har relasjonell forståelse, da hun har klart å se sammenhengen mellom en verdi og sin innsamlede data.

Prosedyrekunnskap: Når det gjelder prosedyrekunnskap viser denne eleven at hun har forstått hvordan hun skal løse denne modelleringsaktiviteten. Dette har hun vist på spørsmål 1, hvor hun har skrevet hvordan gruppen løste oppgaven. Hun har skrevet: «Vi begynte med å diskutere hva vi skulle ha om. Når vi fant det ut skrev vi det opp på et ark. Vi skrev opp alternativene. Så gikk vi inn i 5B for å undersøke. Så brukte vi pc for å lage søylediagram. Så fant vi ut typetall, median og gjennomsnitt. Så fremførte vi det for klassen,». Eleven viser med dette at hun er kjent med prosedyren som kan anvendes for å løse lignende aktiviteter. Videre så har elevene også regnet ut sentralmålene riktig, dette tyder også på at denne eleven har prosedyrekunnskap for å finne sentralmålene.

Anvendelse: I det overnevnte svaret viser også elev 5 at hun har arbeidet med komponenten anvendelse. De som gruppe har klart å gjenkjenne og formulere et problem, de har representert det i et søylediagram og utviklet en løsningsstrategi, hvor de på forhånd lagde alternativer de andre elevene kunne velge blant (Nosrati & Wæge, 2018; Stedøy, 1997; Valenta, 2018). Når det gjelder å vurdere løsningen, har denne eleven prøvd å vurdere svarene opp imot gjennomsnittet, men det kommer ingen helhetlig konklusjon på dette. Hun poengterer kun hvilken idrett som var over og under gjennomsnittet. Eleven har ikke skrevet noe om hva dette betyr for deres undersøkelse. På spørsmål 5, som spør om noen andre kan bruke undersøkelsen deres til å fatte en mening, har hun gjort en vurdering. Her har hun skrevet at fotball var det mest populære alternativet og dermed kan man lage flere fotballag eller fotballbaner. Hun har kommet frem til at det er mulig å anvende undersøkelsen i en annen sammenheng.

Resonnement: Det overnevnte tyder også på at eleven har evnen til å resonnerer, hun prøver å forklare tankegangen hennes i denne spørreundersøkelsen. Elev 5 viser at hun prøver å tenke logisk ved å si noe om andre kan bruke denne undersøkelsen, og i så fall hvordan. Hun argumenterer på et vis for at denne undersøkelsen er gyldig en annen plass. For at eleven skal klare å gjøre denne vurderingen må hun ha sett på resultat av undersøkelsen og brukt dette til å finne en sammenheng hvor den er gyldig. Ved å gjøre dette viser eleven at hun har evne til å resonnerer matematisk, da hun bruker undersøkelsen til å gjøre opp denne vurderingen (Niss & Jensen, 2002; Nosrati og Wæge, 2018). Under spørsmål 5 er eleven både for og imot til at andre kan bruke diagrammet hennes, dette viser at hun er kritisk, men hun kommenterer ikke hva hun tenker med dette.

Metakognisjon og selvregulering: Spørsmål 6 spør eleven om hva hun synes var vanskelig med denne oppgaven. Her har denne eleven tenkt over gruppens fremgangsmåte og hva de har gjort, og til slutt konkludert med at hun syntes det var vanskelig å finne ut av hva de skulle ha om, altså hva de skulle undersøke. Hun er dermed bevisst egen læringsprosess og for å styre dette, har hun skrevet på spørsmål 7, at hun fikk hjelp av lærer og sidemann.

4.2.6 Elev 6 (vedlegg 7)

Det er minimalt som er svart på denne spørreundersøkelsen, dette gir lite data å analysere og diskutere. Analysen og diskusjonen er derfor gjort basert på de få svarene som er oppgitt av eleven. Her har eleven blant annet ikke svart på spørsmål 6 og 7, dermed er det ingen data som kan brukes til å analysere og diskutere komponentene selvregulering og metakognisjon.

Prosedyrekunnskap og anvendelse: På spørsmål 1 har eleven svart: «Først prøvde vi å finne ut av hva vi skulle ha om. Så ble det til at vi skulle ha om idrett. Så fant vi noen alternativer. Vi spurte 5B om hvilken idrett de gikk på. Så rakk de opp hånden og vi telte dem». Svaret til eleven på dette spørsmålet viser at eleven har forstått og tolket oppgaven riktig, og dermed klart å fullføre den. Han har ikke kommentert noe om at de har laget en tabell og et søylediagram, men dette er vist i arbeidet med oppgaven. Elevene har klart å benytte ulike representasjonsformer som er relevante for å løse denne oppgaven. Denne fremgangsmåten og deres tolkning av oppgaven har gitt dem en løsning og en metode å jobbe på. Han har også skrevet under spørsmål 1 at gruppen valgte å skrive opp alternativene på forhånd, men han kommenterer ingenting om hvorfor de har valgt å gjøre det slik. Når en velger å lage alternativer på forhånd fører dette til at deltakerne blir lukket til å velge blant de gitte

alternativene (Postholm & Jacobsen, 2018). Dette indikerer på at eleven har arbeidet med prosedyrekunnskap og anvendelse (Nosrati & Wæge, 2018).

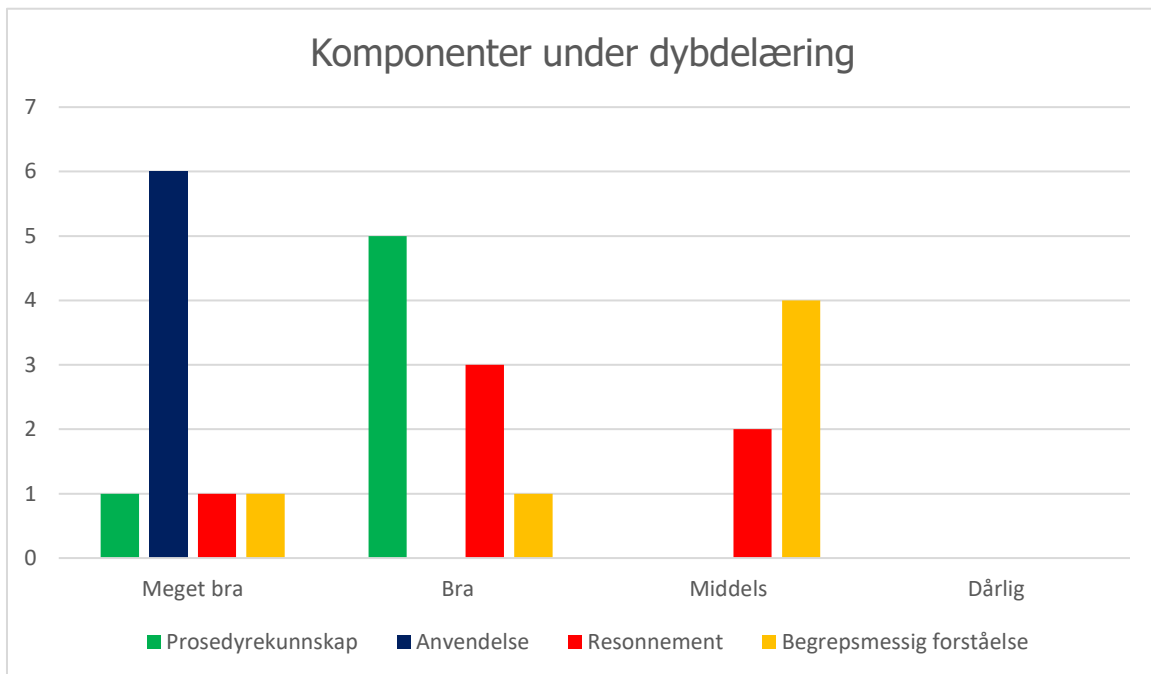
Anvendelse og resonnement: Videre så viser også eleven evne til å vurdere løsningen sin. Det gjør han på spørsmål 5, som spør om noen andre kan ta en beslutning basert på den undersøkelsen gruppen har gjort. Her har eleven skrevet: «Ja. Fordi da kan vi ha mer fotball på skolen». På spørsmål 2 kom eleven frem til at fotball fikk flest stemmer, eleven mener at dette skal gi grunnlag for at det skal være mer fotball på skolen. Her viser eleven at han jobbet med komponenten anvendelse og resonnement. Grunnen til at komponenten resonnement trekkes inn her, er fordi eleven viser evne til å trekke konklusjon basert på resultatet av undersøkelsen sin. Med bakgrunn i undersøkelsen argumenterer eleven for at det skal være mer fotball i skolen, fordi det er så mange som liker det. Han prøver her å vise til at undersøkelsen deres er gyldig, og overbeviser at andre kan bruke undersøkelsen til noe. Dette kommer innunder resonneringskompetansen til Niss og Jensen (2002).

Begrepsmessig forståelse: På spørsmål 3, viser eleven at han har skjønt at gjennomsnitt, median og typetall er deler av begrepet sentralmål. Han har også skrevet ned verdiene til de ulike målene under dette spørsmålet. Dette tyder på at eleven har begrepsmessig forståelse (Nosrati & Wæge, 2018). Eleven har videre på spørsmål 1 vist at han har forstått og tolket oppgaven hensiktsmessig basert på kriteriene for timen. Han har brukt ulike representasjoner for å fremstille data (Justnes, 2018), de har også funnet resultatet på undersøkelsen. Han har tolket resultatet deres og skrevet på spørsmål 5 at det er mulig å anvende denne undersøkelsen i en annen sammenheng (McCormick, 1997). Her viser eleven at han har begrepsmessig forståelse. Elev 6 har ikke brukt verdiene til de ulike sentralmålene som han har skrevet på spørsmål 3 til å svare på spørsmål 4. Dette kan indikere at denne eleven har instrumentell forståelse. Han kjenner til kategoriene innunder sentralmål og han kan regne disse ut, som han må ha gjort for å kunne skrive verdiene på spørsmål 3. Når eleven ikke klarer å bruke disse verdiene til å se sammenhenger og tolke diagrammet, gir dette en indikasjon på at han ikke har noe dypere forståelse av begrepet sentralmål. Det kan med bakgrunn i dette antas at eleven har instrumentell forståelse (Skemp, 1987).

Metakognisjon og selvregulering: Eleven har ikke svar på spørsmål 6 og 7, dermed er det ingen data på disse komponentene.

4.2.7 Oppsummering av spørreskjemaene til elevene

I dette kapitlet er spørreskjemaenes resultater oppsummert, og det er laget to figurer for å presentere resultatene. I den første figuren er fire av de fem komponentene til dybdeløring trukket frem, mens i den andre figuren er resultatet på relasjonell og instrumentell forståelse (Skemp, 1987) trukket frem. Det er vanskelig å presentere metakognisjon og selvregulering i et diagram, da det ikke er nok konkrete data til å trekke konklusjoner på disse komponentene. Det er også vanskelig å analysere graden elevene har jobbet med dette i denne aktiviteten. Ut i fra data som er tilgjengelig på selvregulering, har 2/6 elever jobbet med dette. Under metakognisjon er det data fra 4/8 elever, som viser at de også har tatt stilling til denne komponenten.



Figur 4: Komponenter under dybdeløring.

Tallene langs y-aksen på figur 4 representerer antall elever som har oppnådd de ulike komponentene. X-aksen indikerer hvordan elevene har arbeidet med disse komponentene, dette er nærmere forklart under.

På prosedyrekunnskap skårer én elev meget bra, siden denne eleven klarte å se sammenhengen med å bruke sentralmål til å vurdere resultatene. Resterende elever havner på bra under prosedyrekunnskap. De har vist at de oppfyller kriteriene for å ha prosedyrekunnskap, men i og med at de ikke har klart å koble denne parallellen faller de på bra og ikke meget bra.

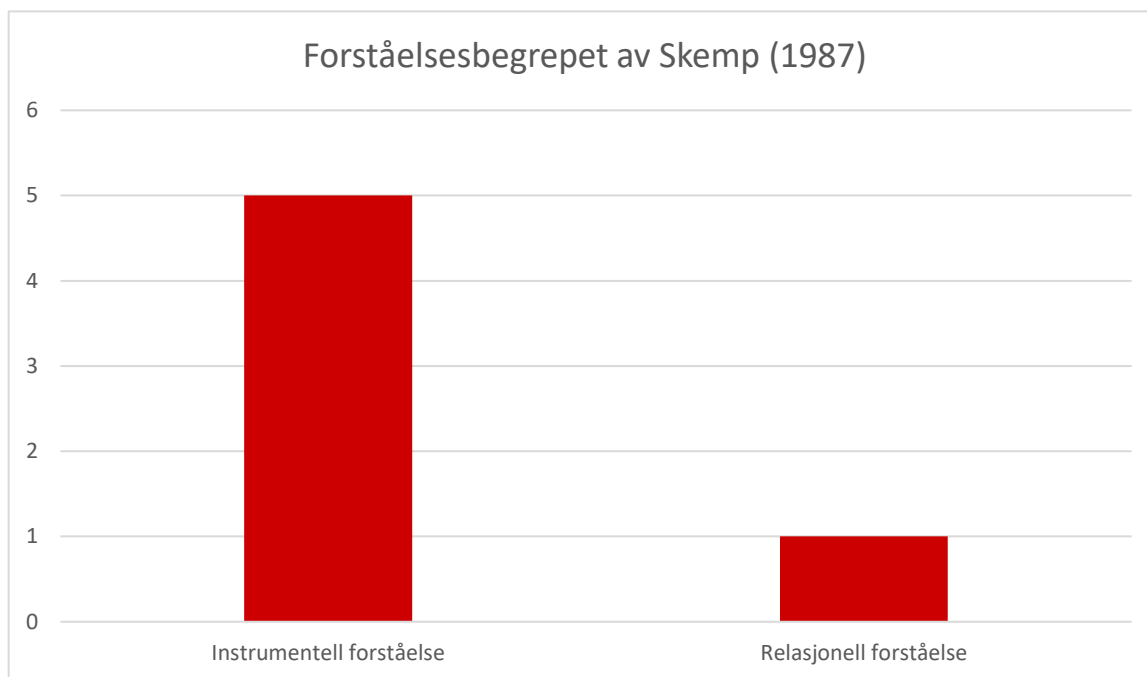
Når det gjelder anvendelse har alle elevene havnet på meget bra. Dette skyldes at elevene har gitt data som oppfyller kravene til komponenten anvendelse.

Under resonnement har én elev klart å skåre meget bra, da hun er den eneste som er kritisk til at andre kan anvende deres undersøkelse med tanke på antallet det er undersøkt på. Tre elever har havnet i kategorien bra, da de har vist evne til å bruke resultatet av undersøkelsen for å argumentere for bruksområde av sine undersøkelser. De to siste elevene havner på middels, da de under spørsmål 5 ikke har brukt resultatet til å resonnerer og argumentere for bruken av sine undersøkelser.

Til slutt ser vi på begrepsmessig forståelse at elevene har havnet ulikt. Én elev har havnet på meget bra, og dette skyldes at hun i spørreundersøkelsen har brukt gjennomsnittet til å si noe om gruppens innsamlede data, og hun sammenlignet resultatene med dette. Hun viser med det at hun har en dypere forståelse enn de andre elevene. En annen elev har endt på bra, da han på spørreundersøkelsen har valgt å anvende begreper innenfor statistikk, noe de andre elevene ikke gjør. Dette viser at denne eleven har fått med seg disse faglige begrepene under modelleringsfremmende aktiviteter. De fire resterende elevene har havnet på middels, og dette skyldes at de har begrepsmessig forståelse slik det er definert i teorikapitlet. Det som trekker disse elevene ned, er deres forståelse av sentralmålene.

Det er viktig å se sammenhengen mellom begrepsmessig forståelse og hva slags forståelse elevene har i matematikkfaget. Det er konkludert tidligere at det er å foretrekke at elever har relasjonell forståelse, da dette fører til at elevene har en sterkere begrepsmessig forståelse enn elever som har instrumentell forståelse.

Dermed er det relevant å trekke frem en oppsummering på relasjonell og instrumentell forståelse:



Figur 5: Forståelsesbegrepet av Skemp (1987).

I kapittel 2.3.1.1 er begrepsmessig forståelse nærmere omtalt. I dette kapitlet er det også påpekt en kobling mellom begrepsmessig forståelse og instrumentell og relasjonell forståelse. Dermed er det hensiktsmessig å drøfte hvordan elevene i denne oppgaven har prestert i forhold til relasjonell og instrumentell forståelse.

Når det gjelder å ha instrumentell eller relasjonell forståelse innad begrepsmessig forståelse har fem elever havnet på instrumentell forståelse, mens kun én elev har kommet innunder relasjonell forståelse. Det er et spesielt funn gjort i dette studiet at flertallet av elevene viser til å ha instrumentell forståelse ved arbeid med denne modelleringsaktiviteten, da modellering i prinsippet skal gi mer relasjonell forståelse enn ved tradisjonell undervisning.

Det kan være ulike faktorer som kan ha ført til at analysen og diskusjonen her viser til at de fleste elevene har instrumentell forståelse. Faktorer som kan ha påvirket elevene kan være at de ikke syntes arbeidet med sentralmålene var interessant, så interessen med å følge med i undervisningen falt av. De kan ha tenkt at så lenge de kan regne ut sentralmålene er det bra nok, og ikke anstrengt seg for å forstå formålet med disse verdiene.

Elevene ble oppfordret til å finne egne strategier og eget språk for å forklare sentralmålene under arbeidet med modelleringsfremmende aktiviteter. Det kan gå på læreren som på dag 2 under modelleringsfremmende aktiviteter ikke var konsekvent nok på hva sentralmålene

brukes til. Altså kan kvaliteten på undervisningen ha vært dårlig. Under fremføringen av undersøkelsen på dag 2, presenterte elevene kun verdiene til de ulike sentralmålene. Læreren burde da ha grepet inn her og stilt elevene flere spørsmål om sentralmålene for at de skulle ha fått en bedre forståelse av hensikten.

4.3 Modelleringsfremmende aktiviteter

Det ble arbeidet med modelleringsfremmende aktiviteter i matematikktimene to timer hver dag over tre dager. I dette kapitlet blir aktivitetene presentert, analysert og diskutert. Dette er gjort for å finne svar på forskningsspørsmål 2, som handler om hvordan modelleringsfremmende aktiviteter bidrar til kvaliteten på dybdelæring hos elever.

Modelleringsfremmende aktiviteter er brukt i undervisningen som et forarbeid til modelleringsaktiviteten som ble brukt for å samle inn data. Hensikten med bruk av modelleringsfremmende aktiviteter var å tilrettelegge for dybdelæring i matematikk hos elever ved arbeid med modelleringsaktiviteter. Det har vært viktig å få frem i analysen og diskusjonen hva slags mål disse aktivitetene hadde for elevene, sett i lys av komponentene sammensatt av Nosrati og Wæge (2018).

Ifølge Lesh et al. (2007) kan modelleringsfremmende arbeid foregå på to måter, beskrevet i kapittel 2.2.1. Innunder disse måtene har jeg valgt å gå for nummer 2. Den handler om at en lærer velger å lære elevene matematikken som er nødvendig underveis i arbeidet med en modelleringsfremmende aktivitet, og ikke i forkant av aktiviteten. Dette ble også gjort i studiet til Yoon et al. (2010). Lesh et al. (2007). De mener at dette fører til at elever tilegner seg matematisk forståelse på en bedre måte enn ved at elevene lærer matematikken som er nødvendig før aktiviteten settes i gang.

4.3.1 Beskrivelse av undervisningen med modelleringsfremmende aktiviteter

Data ble samlet inn ved bruk av en modelleringsaktivitet med statistikk som tema. For at elevene skulle lære om nødvendige matematiske komponenter i forhold til modelleringsaktiviteten, ble det brukt modelleringsfremmende aktiviteter i undervisningen. Med matematiske komponenter er det snakk om bruk av dataprogrammet Microsoft Excel for å fremstille modeller, diagrammer og tabeller. En annen matematisk komponent er sentralmål,

hvor gjennomsnitt, median og typetall stod sentralt. Det ble blant annet avgjort å bruke modelleringsfremmende aktiviteter i denne studien med bakgrunn i studiet til Yoon et al. (2010) og Yu og Chang (2011), se kap. 2.2.4. De modelleringsfremmende aktivitetene som er presentert under er laget basert på prinsippene til Lesh og Doerr (2003), Lesh et al. (2007) som sier noe om når aktivitetene skal gis, og Garfield et al. (2012) som skiller slike aktiviteter fra «vanlige oppgaver». Dette er synlig i analysen og diskusjonen som er gjort i kapittel 4.3.2.

4.3.1.1 Dag 1, introduksjon til modellering og tolkning av grafer

Dag én startet med at jeg snakket med elevene om hva modellering er på et forståelig språk, med utgangspunkt i det som står i teorikapitlet over. Elevene ble kjent med at de i denne perioden skulle arbeide med å lage undersøkelser, samle inn data, lage tabeller og diagrammer, og presentere funn med et kritisk blikk. Med kritisk blikk kan det være at de skal tenke over utvalget de har brukt for å samle inn data. Representerer dette antallet respondenter problemstillingen til undersøkelsen godt nok? Hvilke sentralmål beskriver grafen best og hva burde en tenke over når man leser grafer? Elevene kom med egne innspill på hvor de bruker matematikk i dagliglivet, og ulike arbeidsgrupper som bruker matematikk i yrkessammenheng.

Jeg viste et eksempel på smarttavlen på hvordan en kan bruke modellering. Det handlet om en familie som skulle kjøre fra Bergen til Oslo, og lurte på hvor lang tid de måtte beregne for denne kjøreturen. Da må de først finne ut av avstanden fra Bergen til Oslo. Deretter sa jeg basert på erfaring, at vi kan si snitthastigheten på denne turen er cirka 70 km/t. Når vi nå har strekningen og snitthastigheten er det mulig å bruke vei-fart-tid-formelen for å regne ut hvor lang tid denne reisen vil ta. Dette regnet jeg først ut på tavlen, og deretter søkte vi det opp på Google Maps. Utrekningen min og utregningen til programmet var noen lunde det samme, kun en liten forskjell på antall minutter.

Elevene uttrykte at de syntes det var fascinerende at jeg klarte å regne dette ut på tavlen og få omtrent det samme svaret som dataprogrammet. Jeg forklarte så for elevene at dette er et eksempel på modellering, for her tar jeg en reell situasjon, matematiserer den og finner en løsning som jeg tolker om til hverdagspråket (Ärleback, 2013) Dermed kan jeg si noe om hvor lang tid reisen vil ta.

I innledningsfasen til statistikk og det å tolke grafer brukte vi nettsiden til Statistisk Sentralbyrå (SSB). Der fant vi en side hvor en kunne søke opp navn. Min pc ble koblet til

smarttavlen slik at alle kunne se, og deretter foreslo elevene navn vi kunne søke opp. For hvert søk viste nettsiden en graf over prosentandelen menn eller kvinner i befolkningen med det aktuelle navnet til fornavn i, illustrert over en lengre tidsperiode. Elevene tolket grafen for å finne ut av når navnet var mest populært og for å si noe om utviklingen til navnet over tid.

4.3.1.2 Dag 2, modelleringsfremmende aktivitet felles i klassen med begrepsinnlæring

Elevene fikk et scenario: Petter jobber i en skobutikk og ønsker å bestille inn en ny skomodell av Nike, unisex, som nylig har kommet på markedet. Han tenker at denne skomodellen er mest populær blant 11-12 år gamle barn. Problemet er at han ikke er sikker på hvilke skostørrelser som er vanlig å bruke blant barna i denne aldersgruppen. Hvilke skostørrelser burde han bestille og er det noen skostørrelser han burde bestille mer av enn andre?

Jeg startet med å spørre elevene i klassen en etter en om hvilken skostørrelse de bruker. Dette ble skrevet opp på tavlen fortløpende, uten et system. Det ble uoversiktlig med mange tall, så da konkluderte vi med at en tabell kunne være mer oversiktlig. Derfor laget jeg en tabell på tavlen, med én kolonne for skostørrelser og én kolonne for antall elever med de ulike størrelsene. Deretter åpnet jeg dataprogrammet Microsoft Excel på smarttavlen, slik at elevene kunne følge med. Her laget jeg den samme tabellen som på tavlen, og et søylediagram basert på dataene i tabellen. Deretter viste jeg elevene stegvis hvordan jeg lagde tabellen og søylediagrammet, slik at de kunne klare det på egenhånd senere.

Etter at søylediagrammet var ferdig fremstilt snakket vi i plenum om de ulike søylene, og vi tolket her den matematiske fremstillingen av vår undersøkelse. Tolkningen av diagrammet ga svar på hvilke skostørrelser Petter burde bestille. Elevene kommenterte hvilke skostørrelse som de fleste og færreste bruker i klassen. Ut i fra dette prøvde de å konkludere med hvilke størrelser han burde bestille mer og mindre av. Da elevene drøftet hvilken skostørrelse som var mest brukt i klassen, introduserte jeg begrepet typetall. Elevene prøvde så å finne ut av hva som var den typiske størrelsen i klassen, og her stagnerte det for dem. De hadde ingen verktøy å bruke for å finne svar på dette. Da valgte jeg å presentere begrepet sentralmål. Jeg forklarte hva sentralmål er, og at man kan bruke gjennomsnitt, median og typetall til å si noe om det som er i midten og det som er mest typisk. Deretter forklarte jeg hvordan man kunne regne ut de forskjellige. Elevene prøvde så selv å finne ut av de tre komponentene i forhold til tabellen og diagrammet vi hadde laget. Etter at elevene kom med svaret, snakket vi om hvordan de regnet det ut. Disse tallene brukte vi til å diskutere hva Petter burde gjøre når han

skal bestille. Burde han bestille flest av størrelsen på gjennomsnittet? Eller burde Petter ta sjansen på å bestille det som er typetallet i denne klassen? Hvorfor/ hvorfor ikke? Hva tenker dere om svaret dere kom frem til nå og svaret dere hadde før dere visste om sentralmålene?

Etter dette satte elevene i gang parvis med å lage spørreundersøkelser, som de så foretok på hverandre i klassen og noterte ned i kladdebøkene. De brukte notatene i boka til å lage en tabell i Excel som videre resulterte i ulike diagrammer. Noen valgte å bruke søylediagram, mens andre gikk for sektordiagram. Derfor tok vi også en prat om de ulike diagramtypene, og om ulike sammenhenger hvor det kan lønne seg å bruke den ene eller den andre typen. Vi avsluttet opplegget med at elevene presenterte undersøkelsene og funnene sine. Så snakket vi litt om diagrammene deres med fokus på sentralmålene og hva de ulike sentralmålene ble.

4.3.1.3 Dag 3, en siste felles repetisjon med en modelleringsfremmende aktivitet

I denne timen ble det utført en siste felles repetisjon i å lage en spørreundersøkelse for å forberede de på modelleringsaktiviteten.

Jeg startet undersøkelsen med å spørre elevene en etter en om høyden deres, og førte tallene inn i en tabell i Excel. Deretter ble disse verdiene brukt til å fremstille et søylediagram. Elevene regnet så ut sentralmålene parvis, hvor det var fokus på å snakke om fremgangsmåten for utregningen. Noen utvalgte elever fikk etterpå forklare til klassen hvordan han/ hun regnet ut de ulike målene og hva svaret ble. Deretter snakket vi om hvordan vi kunne bruke disse sentralmålene til å sammenligne de ulike søylene i diagrammet. Elevene bidro med ulike forslag og kommenterte blant annet høyder som var over og under gjennomsnittet, og hvilken høyde som er den mest typiske ifølge diagrammet.

I begge tilfellene hvor jeg laget en undersøkelse med et diagram på tavlen, endte det med at median og gjennomsnitt var i nærheten av hverandre. Derfor valgte jeg å vise et annet eksempel hvor dataene hadde tall med stort sprik i mellom. Eksemplet gikk ut på at Kari er bestemor til fem barnebarn, og alle barnebarna arvet 50 000 kr av henne. Det ene barnebarnet hadde i tillegg til å arve tjent 20 000 kr det året. Samlet sett hadde fire barnebarn spart 50 000 kr i løpet av året, mens det siste barnebarnet hadde spart opp 70 000 kr. Når elevene regnet ut sentralmålene til denne oppgaven var det et stort sprik mellom typetall og median på den ene siden, og gjennomsnittet på den andre siden. Så her var elevene nødt til å drøfte hvilket av sentralmålene som var best egnet å bruke for å representere dataene.

4.3.2 Analyse og diskusjon av modelleringsfremmende aktiviteter

4.3.2.1 Dag 1

Tanken bak aktiviteten som handlet om kjøreturen fra Bergen til Oslo, var å vise elevene et konkret tilfelle hvor matematikk ved hjelp av modellering kan anvendes i hverdagslivet, og slik motivere elevene til å jobbe med modelleringsfremmende aktiviteter og modellering i undervisningen fremover (Saxena et al., 2016). Matematikk i dette eksemplet er brukt for å kartlegge en kjøretur. Ved hjelp av matematisk utregning kan en estimere hvor lang tid en reise vil ta når man har to av målene for tid, strekning eller gjennomsnittshastigheten. Svaret i denne aktiviteten er ikke så abstrakt, med tanke på at tiden reisen tar er noe denne konkrete familien trenger å vite for å planlegge turen sin. Dette var kun en innledende aktivitet, så her er ikke komponentene tatt med i betraktning.

Deretter ble det anvendt et opplegg som gikk ut på at elevene skulle lære seg å tolke ulike grafer og finne informasjon. Her var tanken at elevene skulle få bruke noe som berørte dem selv for å utforske og finne informasjon. Arbeid med denne oppgaven skulle gi elevene innsikt i hvordan grafer er bygget opp med x-akse og y-akse, og hvordan man kobler disse sammen for å tolke grafer. Dermed landet jeg på å ta i bruk SSBs nettside med søkefunksjonen på navn. Hensikten med å velge slike grafer var å fenge elevenes oppmerksomhet, da de kunne relatere disse grafene til sitt eget navn og navnets bruk over tid. Elevene uttrykte at de syntes det var spennende å søke opp sine egne navn og tolke grafene. De var ivrige på å søke opp navn og jobbet aktivt for å tolke grafene, kommentere når navnet var mest populært og for å drøfte hvordan kurven så ut. Her var det fokus på å arbeide med komponenten *raisonnement*.

Helhetlig var det denne dagen planlagt å starte rolig med implementering av modellering og statistikk i undervisningen. Det var derfor viktig å lage opplegg hvor elevene konkret kunne oppleve et eksempel på hvordan man kan bruke modellering i hverdagen. Det var også viktig at elevene startet med å drøfte og samtale om ulike grafer i stedet for å begynne rett på utregning. Derfor valgte jeg å ha den sistnevnte aktiviteten.

4.3.2.2 Dag 2

I denne undervisningstimen var det fokus på å arbeide med en problemstilling som var motiverende og virkelighetsnær (Saxena et al., 2016). Dagen startet med en modelleringsfremmende aktivitet, skobutikkeieren Petter, hvor formålet med oppgaven var å arbeide med en spørreundersøkelse, lære å lage tabell, fremstille resultatene i et diagram og avslutningsvis tolke diagrammet, under komponenten anvendelse og begrepsmessigforståelse. Det ble implementert prosedyrekunnskap ved å jobbe med oppgaven helhetlig og regne ut sentralmålene. Metakognisjon og selvregulering spilte en rolle når det stagnerte for elevene, og hvor lærer måtte inn og veilede.

Aktiviteten er basert på de seks prinsippene som kan benyttes når en skal lage modelleringsfremmende aktiviteter (Lesh & Doerr, 2003). Denne modelleringsfremmende aktiviteten har vært den mest sentrale av alle da dette skulle legge grunnlaget for modelleringsaktiviteten. Dermed ble det brukt en del tid på å utforme aktiviteten, basert på de seks prinsippene til Lesh og Doerr (2003):

1. **Modellkonstruksjonsprinsippet:** Det er ikke tiltenkt at elevene skal bruke en formel eller en viss algoritme for å kunne besvare denne oppgaven. Elevene skal kun bruke den kunnskapen de har fra før av. Aktiviteten ble presentert med spørsmål om Petter som har en skobutikk og ønsker å kjøpe inn ulike størrelser. Han er usikker på hvilke størrelser og hvor mange par av de ulike størrelsene han burde kjøpe inn. Her er det opp til elevene sammen med meg å lage en metode for å finne løsningen på dette.
2. **Realitetsprinsippet:** Denne aktiviteten kan elevene tolke på en meningsfull måte uavhengig av deres faglige ståsted. Hensikten med aktiviteten er å være så virkelighetsnær som mulig, at den kan kobles til en hendelse som kan skje i virkeligheten. Dette kan være et reelt problem for en som jobber i en skobutikk. Elevene kan bruke store deler av fornuften for å utarbeide en metode som kan gi løsningen på svaret.
3. **Selvvurderingsprinsippet:** Denne undersøkelsen ble kun gjort på denne klassen. Det var et håp ved planleggingen at elevene skulle tenke over at det kanskje ikke er gunstig å gjøre i kun én klasse, og elevene ville argumentere for at man burde bruke et større antall mennesker for å få sikrere data. Dette skulle gi rom for at elevene kunne vurdere løsningsstrategien.
4. **Dokumenteringsprinsippet:** Under dette prinsippet var det viktig å vise elevene hvordan en kan bruke representasjoner som tabell og diagram til å fremstille data.

Elevene skulle også innunder dette prinsippet bli kjent med dataprogrammet Excel og hvordan en kan bruke programmet til å fremstille tabeller og diagrammer.

5. **Prinsippet om evnen til å dele og gjenbruke:** Løsningsstrategien som ble brukt for å løse denne oppgaven, var den jeg så for meg at elevene skulle automatisere, slik at de kunne bruke denne strategien ved andre lignende oppgaver, som modelleringsaktiviteten det ble samlet inn data fra.
6. **Effektivitetsprinsippet:** Her ble det vist og drøftet med elevene at det var lurt å lage tabell for å sortere innsamlede data på en oversiktlig måte. Det ble også laget en tabell og et søylediagram i Excel, slik at elevene kunne lære seg å lage effektive modeller basert på innsamlet data. Slike diagrammer har til hensikt å være et hjelpemiddel for å visualisere resultater, som en kan trekke konklusjoner ut i fra og bruke sentralmålene til å vurdere.

Etter at denne aktiviteten var ferdig fikk elevene mulighet til å jobbe med å lage egne undersøkelser som neste aktivitet. De skulle da bruke metoden som ble brukt under aktiviteten om skobutikken til Petter for å utføre denne aktiviteten. Altså finne noe de ønsker å undersøke, samle inn data, lage tabell og diagram, finne sentralmålene og til slutt tolke og analysere innsamlet data for å trekke en konklusjon. Her er det snakk om komponenten begrepsmessig forståelse og anvendelse. De jobbet med prosedyrekunnskap for å få til aktiviteten. Under fremføringen av resultatene ble resonnement implementert. Da elevene mestret denne aktiviteten, var det ikke nødvendig å tenke over metakognisjon og selvregulering.

En ting som ble lagt merke til i denne aktiviteten var at elevene laget en spørreundersøkelse med alternativer som medelevene kunne velge blant. Dette gjorde alle elevgruppene, uten å snakke med hverandre. Dette er en motsetning til aktiviteten vi tok i plenum. I opplegget med Petter var det ingen svaralternativer å velge mellom, skostørrelsene kom underveis da elevene ble spurt en etter en om deres skostørrelse.

En annen hendelse under arbeidet med skobutikken til Petter, var en høylytt diskusjon blant elevene. Noen elever mente denne undersøkelsen ikke var bra nok, da det var for få antall undersøkelsen ble gjort på. De mente dette kunne gi lite nøyaktig data og at Petter burde ta undersøkelsen på flere barn i aldersgruppen. Det kom også opp spørsmål om dette var en skobutikk som kun tilhørte Bergen? Var det kun én butikk i sentrum, eller hadde han flere butikker i byen? Kanskje i flere byer? Hva med hele landet? Elevene mente man måtte vite

slike ting for å kunne tenke over hvor mange barn han skal samle inn data fra i en slik undersøkelse. Her jobbet vi med komponenten resonnement.

Den andre aktiviteten åpnet opp for diskusjon om valg av ulike diagrammer. Noen elever hadde brukt søylediagram for å representere sine data, mens andre hadde brukt sektordiagram. Dermed ga denne modelleringsfremmende aktiviteten rom for å lære om ulike diagramtyper, hvor det i dette tilfellet ble presentert søylediagram, sektordiagram og linjediagram. Under presentasjonen ga elevene uttrykk for at de kun hadde pugget de ulike sentralmål-begrepene gjennomsnitt, median og typetall. De hadde klart å regne de ut og under fremføringen presenterte de verdiene, men de brukte ikke disse verdiene til å si noe mer om søylene eller sine innsamlede data. De poengterte heller ikke hvilke av målene som representerte sine data best. Her viste elevene tegn på at de opparbeidet seg instrumentell forståelse (Skemp, 1987) av sentralmålene.

4.3.2.3 Dag 3 med modelleringsfremmende arbeid

Denne dagen var formålet å repetere og gjøre elevene klare for modelleringsaktiviteten. Målet var å samle inn data, føre innsamlet data i en tabell, regne ut sentralmålene og fremstille innsamlet data i et diagram på Excel. Det ble utført en modelleringsfremmende aktivitet på tavlen som gikk på høyden til elevene i klassen. Det ble nøye gjennomgått stegvis hvordan en jobber med spørreundersøkelse, lager en problemstilling/ problemformulering, samler inn data som er relevant for problemstillingen, fører dette opp i en tabell for å holde oversikt, representerer data inn i et diagram, regner ut sentralmålene og bruker verdiene til å vurdere diagrammet. Denne aktiviteten gikk greit, uten noen hindringer. Dermed ga det ikke rom for å jobbe med metakognisjon og selvregulering. Utenom dette ble det jobbet med komponentene begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap, anvendelse og resonnement.

Dagen i forveien arbeidet elevene med sentralmålene på en måte som ikke var tilstrekkelig, da de viste tegn på instrumentell forståelse. De viste at de kunne regne ut de ulike verdiene, men ingen av elevparene brukte disse verdiene til å vurdere diagrammene sine. De sa for eksempel ingenting om hva det innebærer å være under gjennomsnittet eller hvilken av målene som representerer «midten» best. Igjen viste det seg med denne aktiviteten, om høyden til elevene, at elevene ikke skjønnte hva de skulle bruke sentralmålene til. Det virket som at de tolket sentralmålene som noe man regner ut fordi det er en del av å løse en slik aktivitet, men videre bruksverdi skjønnte ikke elevene at sentralmålene har.

Dette førte til at det trengtes å ta et nytt eksempel for elevene for å gi dem en bedre forståelse av sentralmålene og jobbe med å få relasjonell forståelse (Skemp, 1987). Dermed ble det tatt et siste eksempel på tavlen om noen barn som hadde spart penger i ett år. Her ble det brukt tall med to ulike størrelser, og disse tallene hadde et stort sprik i mellom. Sentralmålene var ulike, og dette førte til at elevene måtte drøfte hvilket av sentralmålene som hadde den beste verdien å sammenligne data med. Tidligere hadde de ulike verdiene på sentralmålene vært noenlunde like, men denne gangen ble verdiene ulike på noen av målene. Dette burde da ha vist elevene hvorfor vi må drøfte sentralmålene og finne de/ det som representerer dataene hensiktsmessig. I dette tilfelle var det sentralt å jobbe med begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap, anvendelse, resonnement og metakognisjon.

4.3.3 Oppsummering av dagene med modelleringsfremmende aktiviteter

Garfield et al. (2012), omtalt i kapittel 2.2.3, har skildret hvordan modelleringsfremmende aktiviteter skiller seg fra «vanlige oppgaver». Disse tre dagene viser at ved bruk av modelleringsfremmende aktiviteter i undervisningen er det kun mulig å bruke et fåtall av aktiviteter i løpet av timen. Dersom en hadde valgt å bruke oppgaveboken i matematikk med «vanlige oppgaver», ville nok elevene ha klart å regne et høyere antall oppgaver. Det er vist i studiet til Sheild og Dole (2012) at flere matematikkbøker ikke fremmer dybdekunnskap. Dermed har det vært viktig å bruke andre aktiviteter for å fremme dette, da dybdelæring er et av fokusområdene i problemstillingen til denne studien.

Under arbeid med modelleringsfremmende aktiviteter på dag 2, aktiviteten om Petter, resonnererte elevene og var kritiske til bruken av denne undersøkelsen til å fatte en mening. Under arbeidet med modelleringsaktiviteten viser også elevene på opptakene at de tenker høyløst sammen for å løse aktiviteten, og i spørreundersøkelsene er det spor etter elevens resonnement. Dette mener Garfield et al. (2012) er et av forskjellene på jobbe med modelleringsfremmende aktiviteter og «vanlige oppgaver». Under den sistnevnte aktiviteten er det ikke særlig rom eller tid for at elever skal resonnerere og tenke høyt sammen. Elevene er heller tvunget til å være og arbeide selvstendig.

En annet ting disse aktivitetene er opptatt av er at løsningene nødvendigvis ikke trenger å være like (Garfield et al., 2012). Det er mulig å komme frem til ulike løsninger og det godtas. Slik er det ikke i «vanlige oppgaver». Der er det som regel kun ett svar, og det er kun det svaret som godtas. Aktivitetene som er brukt i denne studien har åpne svar. Videre kan

elevene relatere seg selv og livene sine til disse aktivitetene. Dermed gir disse aktivitetene større mening å jobbe med og motiverer elever på en annen måte enn det «vanlige oppgaver» gjør. Dette kaller Garfield et al. (2012) virkelighetsnære aktiviteter, og de må baseres på ekte data. I disse tilfellene er det brukt ekte data, som i oppgavene med elvenes skostørrelser og høyde.

Under arbeid med modelleringsfremmende aktiviteter har det vært fokus på de fem komponentene sammensatt av Nosrati og Wæge (2018). Da de skulle brukes for å analysere og diskutere elevarbeidet med modelleringsaktiviteten for å besvare det første forskningsspørsmålet. Det er tydelig at de modelleringsfremmende aktivitetene som ble brukt i forkant av studien har hatt en innvirkning på elevene på hvordan de valgte å løse modelleringsaktiviteten. Under modelleringsfremmende aktiviteter brukte vi sentralmålene til å analysere diagrammet og ikke dataene i tabellen. Dette gjenspeilte hos elevene i arbeid med modelleringsaktiviteten. De elevene som prøvde å sammenligne verdiene til sentralmålene med resultatet brukte diagrammet som verktøy til å analysere og ikke tabellen.

Videre har elevene trukket paralleller til modelleringsfremmende aktiviteter under arbeid med modelleringsaktiviteten. Gruppe 2, elev 4 og elev 6, snakket om ting de hadde gjort tidligere i timen om sentralmålene. Under denne samtalen snakket disse to guttene om sentralmålene og prøvde å tenke tilbake på hvilke mål som var innunder dette begrepet. Slik kom de frem til at de skulle regne ut verdiene til gjennomsnitt, median og typetall. De jobbet sammen om å regne ut disse verdiene. Dette vil si at modelleringsfremmende aktiviteter har bidratt med at disse elevene har lært om sentralmål. Slik så de så en mulighet i modelleringsaktiviteten hvor de kunne anvende disse begrepene.

Innunder begrepsmessig forståelse skåret elevene forskjellig, og samme med hvor god forståelse de har. De fleste elevene har vist de har instrumentell forståelse ved arbeid med sentralmålene, mens én elev har vist at hun har relasjonell forståelse. Dette kan komme av at elevene ikke forstod så godt under modelleringsfremmende aktiviteten hva som var hensikten med disse verdiene. Det kan også være at for disse elevene var det godt nok å bare vite hvordan man regner ut sentralmålene og at de ikke ser nødvendigheten med å koble dette opp mot statistikk. Et annet moment kan være at det var tidspress på hvor lang tid vi kunne bruke på dette, og det medførte at elevene ikke fikk nok tid til å sette seg godt inn i begrepene.

Hvilken modell elever velger å lage i en modelleringsaktivitet kommer an på deres forkunnskaper. Det kan altså ikke forventes at elever skal bruke modeller og funksjoner de ikke har lært i en modelleringsaktivitet (Stedøy, 2018). Under modelleringsfremmende aktiviteter var det fokus på å lage tabeller og søylediagram. Dette var da med på å bygge elevenes kunnskaper om at når man jobber med undersøkelser i undervisning, så bruker man søylediagram. I og med at det kun var fokus på disse representasjonsformene, kan det ikke forventes at elevene skulle bruke noen andre i modelleringsaktiviteten. Det ble heller naturlig for elevene å velge de modellene de var kjent med og som de hadde brukt tidligere, noe de også gjorde.

Under modelleringsfremmende aktiviteter var det ikke tilstrekkelig med fokus på å vurdere hvor rimelig løsningen er, altså en del av komponenten anvendelse. Under aktiviteten med Petter som skulle kjøpe inn sko ble det en del diskusjon om at Petter ikke kunne kjøpe inn sko basert på én undersøkelse gjort i en klasse med et lite antall elever, sammenlignet med hvor mange 7. klassinger det er i området, Bergen, landet osv. Her stilte elevene seg kritiske til at Petter kun anvendte en så liten undersøkelse for å fatte en beslutning. Han burde undersøke blant flere barn for å få et sikrere datagrunnlag å gå ut ifra. Til tross for dette har det vist i analysen og diskusjonen av elevarbeidet med modelleringsaktiviteten, at elevene ikke har klart å vurdere hvor rimelig løsningene deres er.

Elevene har heller ikke vurdert validiteten av modellene sine og de har ikke vist evnen til å være kritisk til undersøkelsene sine. Det burde ha vært mer fokus på modellering som kritikk (Barbosa, 2006), slik at elevene kunne ha jobbet med å være kritiske til bruk av modeller og modeller de lager selv i undervisningen. Dette ble ikke tatt med i betraktning ved utførelsen av modelleringsfremmende aktiviteter, og dermed kan dette heller ikke forventes at elevene skulle gjøre i modelleringsaktiviteten. Det er også viktig å poengtere at det i undervisningssammenheng ikke alltid er nødvendig å følge alle stegene i modelleringsprosessen (Blomhøj, 2003).

5. Resultater og konklusjon

I dette kapitlet er resultater av analysen og diskusjonen presentert. Først blir resultatene av de ulike komponentene innad dybdeløring (Nosrati & Wæge, 2018) presentert, sett i lys av lydopptakene og spørreundersøkelsene. Dette gir rom for å trekke en konklusjon på det første forskningsspørsmålet som dreier seg om: «Hvilke matematiske læringsprosesser kan gjenkjennes hos elever i arbeid med en modelleringsaktivitet?».

Deretter er resultatene for modelleringsfremmende aktiviteter trukket frem, hvor disse punktene er med på å gi en konklusjon på det andre forskningsspørsmålet: «Hvordan bidrar modelleringsfremmende aktiviteter til kvaliteten på dybdeløring hos elever».

Til slutt er problemstillingen for denne oppgaven besvart i henhold til konklusjonene som er trukket i forhold til forskningsspørsmålene.

5.1 Resultatet av lydopptakene

Kapittel 4.1 tar for seg analyse, diskusjon og oppsummering av hvordan de to elevgruppene har jobbet med de ulike komponentene sammensatt av Nosrati og Wæge (2018) for dybdeløring i matematikkfaget.

Basert på det som er skrevet i kapittel 4.1.3, kan det her konkluderes med at begge gruppene har prosedyrekunnskap for å arbeide med denne modelleringsaktiviteten. Komponenten anvendelse er bare tilstede i en viss grad, ettersom det ikke er data på at elevene vurderer rimeligheten av løsningen sin. Utenom dette har elevene arbeidet med komponenten anvendelse slik det er definert i teorikapitlet. Når det gjelder komponenten resonnement er det mulig å påpeke at elevene har klart å resonnerer matematisk i arbeid med denne aktiviteten. Metakognisjon mestrer elevene. For å analysere komponenten selvregulering har det ikke vært tilstrekkelig med data fra den ene gruppen, gruppe 1. Gruppe 2 derimot har vist at de har arbeidet med dette. Til slutt har vi komponenten begrepsmessig forståelse. Her viser begge gruppene at de har denne forståelsen i arbeid med modelleringsaktiviteten. Når det gjelder instrumentell og relasjonell forståelse skårer begge gruppene ulikt. Den ene gruppen viser evnen til å bruke sentralmålene for å vurdere sine løsninger. Det gjør ikke den andre gruppen. Dermed er det bestemt at den ene gruppen har relasjonell forståelse, mens den andre gruppen har instrumentell forståelse.

5.2 Resultatet av spørreskjemaene

Ut i fra figur 4 og figur 5 som er presentert i kapittel 4.2.7, kan det konkret kommenteres på hvordan elevene arbeidet med de ulike komponentene sammensatt av Nosrati og Wæge (2018). Resultatet på figur 4 viser at én elev har skåret meget bra og fem elever har skåret bra på prosedyrekunnskap. På anvendelse har alle elevene skåret meget bra. Når det gjelder komponenten resonnement har én elev skåret meget bra, tre elever skåret bra og to elever havnet på middels. Under komponenten begrepsmessig forståelse har én elev havnet på meget bra, én på bra og resterende havnet på middels. Figur 5 viser at fem elever har instrumentell forståelse og én elev har relasjonell forståelse. Da det er lite data på metakognisjon og selvregulering er disse komponentene utelatt i figuren, men noen av elevene har vist at de har jobbet med de komponentene også.

5.3 Hvordan foregår dybdelæring i matematikk ved arbeid med matematisk modellering og hvordan kan lærere tilrettelegge for dette?

Slik lyder problemstillingen for denne studien. Det er tatt utgangspunkt i forskningsspørsmålene for å svare på denne problemstillingen.

Forskningsspørsmål 1

Hvilke matematiske læringsprosesser kan gjenkjennes hos elever i arbeid med en modelleringsaktivitet?

Dette spørsmålet kan besvares basert på analysen, diskusjonen og resultatet som er foretatt i denne studien. Det er her valgt å se etter fem komponenter som er satt sammen av Nosrati og Wæge (2018), altså begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap, anvendelse, resonnement og metakognisjon og selvregulering. De mener disse komponentene er egnet til å beskrive hva dybdelæring er i matematikkfaget. Det konkluderes med at elevene har vært innom alle disse komponentene i arbeid med modelleringsaktiviteten. I og med at disse komponentene gjenkjennes i elevarbeidet, er det også mulig å trekke en konklusjon på at det har vært arbeidet med dybdelæring i denne modelleringsaktiviteten, slik Nosrati og Wæge (2018) definerer dybdelæring:

Dybdelæring derimot innebærer at elevene gradvis og over tid utvikler sin forståelse av begreper og sammenhenger innenfor et fag. Elevenes læringsutbytte øker når de utvikler en helhetlig forståelse av fag og ser sammenhenger mellom fag, samt greier å anvende det de har lært til å løse problemer og oppgaver i nye sammenhenger. Elevene er i stand til å regulere egen læringsprosess, bruke relevante læringsstrategier og reflektere over egen læring. (Nosrati & Wæge, 2018)

Forskningsspørsmål 2

Hvordan bidrar modelleringsfremmende aktiviteter til kvaliteten på dybdelæring hos elever?»

Slik det er nevnt over har modelleringsfremmende aktiviteter bidratt til at elevene har tilegnet seg prosedyrekunnskap for hvordan de skal arbeide med undersøkelser og regne ut sentralmål. Elevene har anvendt denne kunnskapen for å løse modelleringsaktiviteten. Elevene har også lært under modelleringsfremmende aktiviteter om anvendelse når det gjelder arbeid med beskrivende statistikk, som også er synlig i modelleringsaktiviteten. Det har også blitt arbeidet med resonnement under modelleringsfremmende aktiviteter ved at elevene blant annet diskuterte om undersøkelsen til Petter kunne være gyldig. Komponenten metakognisjon og selvregulering har det ikke blitt jobbet konkret med under arbeidet med modelleringsfremmende aktiviteter, men dette kunne elevene tenke over i spørreundersøkelsen. Det er også jobbet med begrepsmessig forståelse til en viss grad.

Det har vært noen begrensninger ved modelleringsfremmende arbeid som har gitt sin innvirkning på de ulike komponentene det har vært fokus på i denne oppgaven. Da henvises det til begrepsmessig forståelse. Elevene har klart å oppnå dette på ulikt nivå, og flertallet sitter igjen med instrumentell forståelse av sentralmålene. Grunnen kan være så mangt, og noen av begrunnelsene er nevnt tidligere. Dette betyr at arbeidet med sentralmålene burde ha blitt gjort annerledes under modelleringsfremmende aktiviteter. Det kan også skyldes at det har vært behov for mer tid. Å tenke og vurdere kritisk, og vurdere om modellen er rimelig å anvende er et annet punkt som det også burde blitt jobbet mer med under modelleringsfremmende aktiviteter. Dermed kunne elevene ha skåret bedre på læringsprosessene anvendelse og resonnement.

Alt i alt er det viktig å tenke over at elevene ikke har arbeidet med statistikk på denne måten tidligere. Det er under modelleringsfremmende aktiviteter elevene har lært nødvendige kunnskaper. I og med at det under forskningsspørsmål 1 er konkludert med at det er vist dybdeløring i modelleringsaktiviteten, er det disse modelleringsfremmende aktivitetene som har bidratt med dette.

Problemstillingen

Alt i alt vil det her bli konkludert med at modelleringsfremmende arbeid har hatt en stor innvirkning på elevene under arbeidet med modelleringsaktiviteten og hvordan de har svart på spørreundersøkelsen. Det er synlig at arbeidet med modelleringsfremmende aktiviteter har ført til at det er mulig å trekke en konklusjon på at denne modelleringsaktiviteten bidro til dybdeløring i matematikkfaget. Det er også mulig å si at arbeidet med modelleringsfremmende aktiviteter er avgjørende for at elevene i det hele tatt skulle ha klart modelleringsaktiviteten. Arbeidet med modelleringsfremmende aktiviteter har gitt utfallet for hvordan modelleringsaktiviteten gikk, og har vært avgjørende for at elevene oppnådde dybdeløring ved arbeid med denne aktiviteten. Lærere kan altså tilrettelegge for dybdeløring i matematikk ved arbeid med modellering, ved at lærere anvender modelleringsfremmende aktiviteter som forberedende til modellering. Dybdeløring kan gjenkjennes i modellering når elevene arbeider med begrepsmessigforståelse, prosedyrekunnskap, anvendelse, resonnement og metakognisjon og selvregulering ifølge Nosrati og Wæge (2018). Disse komponentene har vært gjenkjennbar i modelleringsaktiviteten. Dermed kan det trekkes konklusjon på at dybdeløring har vært til stede ved arbeid med denne aktiviteten.

6. Avslutning

I denne oppgaven ønsket jeg å finne ut av hvordan dybdelæring foregår i matematikk ved arbeid med matematisk modellering og hvordan lærere kan tilrettelegge for dette. For å svare på denne problemstillingen ble to forskningsspørsmål utformet:

1. Hvilke matematiske læringsprosesser kan gjenkjennes hos elever i arbeid med en modelleringsaktivitet?
2. Hvordan bidrar modelleringsfremmende aktiviteter til kvaliteten på dybdelæring hos elever?

Basert på det som er gjort i denne studien viser det seg at modelleringsfremmende aktiviteter og modellering bidrar til dybdelæring i matematikk. Dette begrunnes med at de fem komponentene Nosrati og Wæge (2018) mener kan beskrive dybdelæring i matematikkfaget kan gjenkjennes i elevarbeidet med modelleringsaktiviteten. Alt i alt kan det konkluderes med at dybdelæring foregår når komponentene begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap, resonnement, anvendelse og metakognisjon og selvregulering er tilrettelagt i arbeid med modellering.

Modelleringsfremmende aktiviteter har vært med på å forberede elevene på å jobbe med modelleringsaktiviteten. Her har de blant annet lært nødvendige matematiske komponenter, laget spørreundersøkelser, regnet sentralmål og brukt dataprogrammet Excel til å lage tabeller og diagrammer for å kunne mestre modelleringsaktiviteten. Modelleringsfremmende aktiviteter la føringen for hvordan modelleringsaktiviteten formet seg. Dette vises i analysen ved at det er lite data på komponenter som det ikke ble lagt mye fokus på i undervisningen med modelleringsaktiviteter. Yoon et al. (2010) poengterte at det er viktig å gjøre et godt forarbeid ved bruk av modelleringsfremmende aktiviteter i undervisningen. Det viste seg også med disse komponentene at forarbeidet burde ha vært mer nøye, slik som arbeid med vurdering av rimeligheten av en undersøkelse, matematisk resonnement, og det burde ha vært mer fokus på relasjonell forståelse i arbeid med sentralmålene. Alt i alt er det mulig å konkludere studiet med at modelleringsfremmende aktiviteter er med på å bidra til dybdelæring hos elever ved arbeid med modellering, og at lærere kan tilrettelegge for dette ved å bruke modelleringsfremmende aktiviteter som forberedende til modelleringsaktiviteter.

Videre arbeid

I forhold til det som er gjort i denne studien, er det gjort ulike funn det kan være interessant å forske videre på:

1. I denne oppgaven er det kun blitt brukt komponentene sammensatt av Nosrati og Wæge (2018) til å analysere og diskutere elevarbeidet. Det har kun vært fokus på å gjenkjenne disse komponentene i denne oppgaven. I og med at det er en begrensning på hvor mye en kan skrive i en slik oppgave, har det ikke vært mulig å ta hensyn til hva det er elevene mestrer og ikke. Dette kan være av interesse å forske videre på.
2. Hvordan gruppesammensetningen fungerer ved modelleringsarbeid. I denne oppgaven var det mulig å høre på lydopptakene at elev 4 tok ansvar for å lede resten av gruppen.
3. Under arbeidet med modelleringsfremmende aktiviteter ble det ikke lagt stor vekt på arbeid med validitet. Til tross for dette har elevene jobbet med validitet som er synlig i spørreundersøkelsen. Dette kunne ha vært interessant å forske videre på.
4. I analysen av komponenten anvendelse ble modelleringssyklusen til Blomhøj (2003) brukt. Det siste punktet på denne syklusen som handler om evaluering av modellens validitet, er ikke blitt jobbet særlig med under modelleringsfremmende aktiviteter. Dermed er ikke dette synlig under arbeidet med modelleringsaktiviteten. Det kunne derfor vært interessant å forske mer på anvendelse av modellering som kritikk i undervisningen, og kombinert dette med den siste prosessen i modelleringssyklusen til Blomhøj (2003).

Hva kan mine funn bidra med?

Denne studien er en del av et større prosjekt ved navn LATAACME (Learning About Teaching Argumentation for Critical Mathematical Education in multilingual classrooms). Dette prosjektet har hovedfokus på argumentasjon og kritisk matematikdidaktikk. Målet med dette prosjektet er å finne ut av hva som fremmer eller hemmer lærerstudenter i å lære om å undervise i argumentasjon og kritisk matematikdidaktikk for elever i flerspråklig klasserom på barnetrinnet. Hvorav dette prosjektet er delt inn i tre underprosjekter, og denne studien kommer innunder underprosjektet modellering. Mer om dette prosjektet kan leses på deres nettside: <https://prosjekt.hvl.no/latacme/>. Det vil være interessant og spennende å følge videre med på LATAACME-prosjektet og dets resultater. Jeg håper dermed at denne studien sammen med mine medstudenters studier, som er en liten del av LATAACME, vil være til nytte og

motiverende for fremtidige masterstudenter som ønsker å knytte seg opp mot LATACME-prosjektet.

For lærere kan det være krevende å tilrettelegge og gjennomføre en undervisning, som utvikler kompetanse hos elever til å oppstille, analysere og kritisere matematiske modeller. Dette krever et brudd med lærebokstyrt undervisning med teorigjennomgang og tilhørende oppgaveregning (Blomhøj, 2003). Dette kalles tradisjonell undervisning i matematikk, se kapittel 1.2. Modellering kan sammenlignet med tradisjonell undervisning virke som noe mer tidkrevende og vanskeligere å utføre. Når den nye læreplanen i matematikk trer i kraft høsten 2020, vil det være stort fokus på dybdelæring generelt i all fag. Siden modellering er et av kjerneelementene, vil det derfor også være et stort fokus på modellering i matematikkundervisningen. I denne studien er det blant annet konkludert med at modellering kan fremme dybdelæring i matematikk, som bekrefter den nye læreplanen. Arbeid med modellering i den norske skolen vil være svært aktuelt i forhold til den nye læreplanen. Denne studien bidrar med at andre lærere kan se hvordan det er å jobbe med modelleringsfremmende aktiviteter og modellering i undervisningssammenheng, og hva det er viktig å tenke over ved arbeid med slike oppgaver.

Jeg vil påstå at denne oppgaven har bidratt med å styrke min læreridentitet som forsker i skolen. I min fremtid som lærer ønsker jeg sterkt å jobbe med å lage flere undervisningsopplegg som er forskningsbasert. Denne oppgaven har lært meg hvordan jeg i en lærerrolle kan anvende forskning og teori til å utvikle min undervisningspraksis. Etter å ha bearbeidet data og konkludert resultater, ser jeg styrker og svakheter med modelleringsfremmende aktiviteter og hva slags komponenter jeg må jobbe mer med. Denne måten å samle inn data, på en systematisk måte, og analysen av dette som har gitt resultater, motiverer meg sterkt til å anvende mer av slikt arbeid i min praksis fremover. Jeg håper denne studien kan motivere andre til å gjøre det samme, slik at vi får flere lærere i skolen som bruker forskningsbasert undervisning.

7. Litteraturliste

- Alseth, B. (2009). Grunnleggende ferdigheter i matematikk. I H. Traavik, O. Hallås & A. Ørving (Red.), *Grunnleggende ferdigheter i alle fag* (s. 104–127). Oslo: Universitetsforlaget.
- Andersen, G. (2007, 13. august). Forskningsprosessen: Veiledningshefte for elever i videregående skoletrinn. Hentet fra http://torhenrik.no/wp-content/uploads/2016/05/veiledn_hefte_web.pdf
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: A critical and discursive perspective. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38 (3). 293 – 301. Doi: 10.1007/BF02652812
- Barbosa, J. C. (2009). Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions. I S. Blomhøj & S. Carreira (Red.), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics, Proceedings from Topic Study Group 21 at the 11th International Congress on Mathematical Education* (s. 133–143). Monterrey, Mexico.
- Blomhøj, M. & Højgaard, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching mathematics and its applications*, 22 (3), 123–135. <https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123>
- Blomhøj, M. (2003). Modelling som undervisningsform. I O. Skovsmose, & M. Blomhøj (Red.), *Kan det virkelig passe?: om matematikklæring*. København: L&R Uddannelse.
- Bonotto C. (2010). Realistic Mathematical Modeling and Problem Posing. I R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines & A. Hurford (Red.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (s. 399–408). Boston, MA: Springer.
- Christoffersen, L & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Datatilsynet. (2018, 18. juni). Lydopptak av samtaler. Hentet fra <https://www.datatilsynet.no/personvern-pa-ulike-omrader/overvaking-og-sporing/lydopptak/?id=2343>

- Enge, O. & Valenta, A. (2013). Varierte representasjoner. *Tangenten*, 1, 8–12. Hentet fra http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-12/Enge_Valenta_representasjoner_tangenten_1_2013.pdf
- English, L. D. (2010). Young Children's Early Modelling with Data. *Mathematics Education Research Journal*, 22(2), 24–47. DOI: [10.1007/BF03217564](https://doi.org/10.1007/BF03217564)
- Eric, C. C. M. (2008). Using Model-Eliciting Activities for Primary Mathematics Classrooms. *The Mathematics Educator*, 11 (1), 47–66. Hentet fra <https://repository.nie.edu.sg/bitstream/10497/135/1/TME-11-1-47.pdf>
- Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process, *ZDM*, 38 (2), 86–95. DOI: [10.1007/BF02655883](https://doi.org/10.1007/BF02655883)
- Ferri, R. (2011). Effective Mathematical Modelling without Blockages – A Commentary. I *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling: ICTMA14*, (1), 181–185. Dordrecht: Springer Netherlands. DOI: [10.1007/978-94-007-0910-2_19](https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_19)
- Furu, E. M. (2013). Lærerstudenten som aksjonslærer i klasserommet. I M. Brekke & T. Tiller (Red.), *Læreren som forsker – Innføring i forskningsarbeid i skolen*. (s. 45–61). Oslo: Universitetsforlaget.
- Garfield, J., DelMas, R., & Zieffler, A. (2012). Developing statistical modelers and thinkers in an introductory, tertiary-level statistics course. *ZDM*, 44(7), 883-898. DOI: [10.1007/s11858-012-0447-5](https://doi.org/10.1007/s11858-012-0447-5)
- Haines, C. & Crouch, R. (2001). Recognizing constructs within mathematical modelling. *Teaching Mathematics and its Application*, 20 (3), 129–138. DOI: [10.1093/teamat/20.3.129](https://doi.org/10.1093/teamat/20.3.129)
- Helsebiblioteket. (2016, 07. juni). Kvalitativ metode. Hentet fra <https://www.helsebiblioteket.no/kunnskapsbasert-praksis/kritisk-vurdering/kvalitativ-metode>
- Hinna, K. R. C., Rinvold, R. A & Gustavsen, T. S. (2012). *QED 1-7, Matematikk for grunnskolelærerutdanningen*, Bind 1. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Hoel, T. L. (2000). Forskning i eget klasserom – Noen praktisk-metodisk dilemma av etisk karakter. *Nordisk Pedagogik*, 20 (3).

- Jank, W., Meyer, H. & Christiansen, J. P. (2006). *Didaktiske modeller*. Grundbog i didaktik. Odense: Gyldendals lærerbibliotek.
- Justnes, C. N. (2018). *Representasjoner i matematikk*. Hentet fra http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-12/Hva%20er%20representasjoner%20i%20matematikk%2018.11.29_0.pdf
- Kilpatrick, J. & Swafford, J. (2001). *Adding it up – helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Koyuncu, I., Guzeller, C. O. & Akyuz, D. (2017). The development of Self-efficacy scale for mathematical modeling competencies. *International Journal of Assessment Tools in Education*, 4 (1), 19–36. DOI: 10.21449/ijate.256552.
- Kunnskapsdepartementet. (2009). *Læreren - Rollen og utdanningen*. (Meld. St. 11 (2008-2009)). Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/dce0159e067d445aacc82c55e364ce83/no/pdfs/stm200820090011000dddpdfs.pdf>
- Kunnskapsdepartementet. (2014, 03. juni). *Innfører femårig lærerutdanning på masternivå*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/Innforer-5-arig-grunnskolelærerutdanning-pa-masterniva/id761439/>
- Kunnskapsdepartementet. (2017). *Veiledning om organisering av elever av elevene, Opplæringsloven § 8-2 m.m.* Hentet fra https://www.regjeringen.no/contentassets/f94154aa3d2b491ba1ac2f7f658cb019/veiledning-om-organisering-av-elevene_oppdatert-april-2017.pdf
- Kunnskapsdepartementet. (2018a, 26. juni). *Forny innholdet i skolen*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/forny-innholdet-i-skolen/id2606028/>
- Kunnskapsdepartementet. (2018b, 26. juni). *Kjerneelementer i fag*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/3d659278ae55449f9d8373fff5de4f65/kjerneelementer-i-fag-for-utforming-av-lareplaner-for-fag-i-lk20-og-lk20s-fastsatt-av-kd.pdf>
- Kunnskapsdepartementet. (2019, 18. mars). *Nye læreplaner for bedre læring i fremtidens skole*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/nye-lareplaner-for-bedre-laring-i-fremtidens-skole/id2632829/>

- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju*. Oslo: Gyldendal.
- Lesh, R. & Doerr, H. M. (2003). *Beyond constructivism: models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching*. Oxfordshire: Taylor & Francis Inc.
- Lesh, R., Yoon, C. & Zawojewski, J. (2007). John Dewey revisited – making mathematical practical versus making practice mathematical. I R. Lesh, E. Hamilton & J. Kaput (red.), *Foundations for the future in mathematics education* (s. 315–348). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Ludvigsen, S. (2016, 20. oktober). Dybdeløring er forutsetning for fremtidens skole. *Aftenposten*. Hentet fra <https://www.aftenposten.no/meninger/debatt/i/oa33j/dybdelaering-er-forutsetning-for-fremtidens-skole-sten-ludvigsen>
- Maaß, K. (2006). Wat are modelling competencies? *The international journal on mathematics education, ZDM*, 38 (2), 113–142. DOI: 10.1007/BF02655885.
- Maaß, K. (2007). Modelling in Class: What Do We Want the Students to Learn? *Mathematical Modelling, ICTMA*, 12, 63–78. DOI: 10.1533/9780857099419.2.63.
- McCormick, R. (1997). Conceptual and Procedural Knowledge. *International Journal of Technology and Design Education*, 7, 141– 159. DOI: 10.1023/A:1008819912213.
- Mellin-Olsen, S. (1981). Instrumentalism as an educational concept. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 351– 367. DOI: 10.1007/BF00311065.
- Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). Kompetanser og matematiklæring. *Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie*, 18 – 2002. Hentet fra <https://www.matematikkenteret.no/sites/default/files/attachments/page/Kompetencer%20og%20matematikl%C3%A6ring.pdf>
- Nosrati, M. & Wæge, K. (2018, april). *Dybdeløring i matematikk*. Hentet fra http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/MN%20KW%20dybdel%C3%A6ring%2015.04.18_0.pdf
- NOU 2014: 7. (2014). *Elevenes læring I fremtidens skole*. Oslo: Kunnskapsdepartementet.

- Pellegrino, J. W. og Hilton, M. I. (2012). *Education for Life and Work: Developing Transferable Knowledge and Skills in the 21st Century*. Washington, D. C.: The National Academics Press.
- Postholm, M. B & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Rittle-Johnson, B. & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology*, 91 (1), 175-189. DOI: 10.1037/0022-0663.91.1.175.
- Rosenlund, M. R & Gulaker, D. T. F. (2018). Hvordan skape motivasjon for matematikk? I T. A. Fiskum, D. Gulaker & H. P. Andersen (Red.), *Den engasjerte eleven – utfordrende, utforskende og aktiviserende undervisning i skolen* (s.169–189). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Sawyer, R. K. (2013). Introduction: The new science of learning. In K. Sawyer (Ed.) *Handbook of the learning sciences* (pp.1-16). Cambridge: Cambridge University Press.
- Saxena, Shrivastava & Bhardway. (2016). Teaching Mathematical Modelling in Mathematics Education. *Journal of Education and Practise*, 7 (11), 34–44. Hentet fra <https://iiste.org/Journals/index.php/JEP/article/view/29843/30655>
- Shield, M. & Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 183–199. DOI: 10.1007/s10649-012-9415-9
- Skemp, R. (1987). *The psychology of learning mathematics* (Expanded American ed.). Hillesdale, N.J: Lawrence Erlbaum Associates.
- Skovsmose, O. (2003). Undersølgelseslandskaber. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kan det virkelig passe? – om matematiklæring* (s. 143–157). København: L&R Uddannelse: Tjørneserien.
- Stedøy, I. M. (2018). *Matematisk kompetanse*. Hentet fra <http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/T1.P2.M2A%208-13%20Sted%C3%B8y%20Matematisk%20kompetanse.pdf>

- Stenhouse, L. (1975). *An introduction to Curriculum Research and Development*. London: Heineman.
- Stillman, G. (2011). Applying Metacognitive Knowledge and Strategies in Applications and Modelling Tasks at Secondary School. I *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling: ICTMA14* (1), 165–180. Dordrecht: Springer Netherlands. DOI: 10.1007/978-94-007-0910-2_18
- Thagaard, T. (1998). *Systematikk og innvielse – En innføring i kvalitativ metode*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Utdanningsdirektoratet. (2006). *Læreplanen i matematikk fellesfag(MAT1-04)*. Hentet fra <https://www.udir.no/kl06/mat1-04/hele/kompetansemaal/kompetansemaal-etter-7.-arssteget>
- Utdanningsdirektoratet. (2017). *Overordnet del – Kompetanse i fagene*. Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/kompetanse-i-fagene/>
- Utdanningsdirektoratet. (2018, 19. oktober). Film: Dybdeløring. Hentet 04.01.20 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stottemateriell-til-overordnet-del/film-dybdeloring/>
- Utdanningsdirektoratet. (2019, 13. mars). Dybdeløring. Hentet 29.10.2019 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdeloring/>
- Valenta, A. (2006). Tallforståelse - anvendelse og engasjement. *Tangenten*, 4, 20-26. Hentet fra <http://www.caspar.no/wp-content/uploads/2016/12/Valente.pdf>
- Våge, J. (2000). Matematisk modellering. I G. Gjone & T. Onstad (Red.), *Mathema 2000: Festskrift til Ragnar Solvang* (s. 158–169). Oslo: NKS-Forlaget.
- Weinstein, C. E, Bråten, I. & Andreassen, R. (2006): Læringsstrategier og selvregulert læring: teoretisk beskrivelse, kartlegging og undervisning. I E. Elstad & A. Turmo (Red.), *Læringsstrategier. Søkelys på lærernes praksis* (s. 27–50). Oslo: Universitetsforlaget.
- Yoon, C., Dreyfus, T. & Thomas, M. O. J. (2010). How high is the tramping track? Mathematizing and applying in a calculus model-eliciting activity. *Mathematics Education Research Journal*, 22 (2), 141–157. DOI: 10.1007/BF03217571

- Yu, S. Y. & Chang, C. K. (2011). What Did Taiwan Mathematics Teachers Think of Model-Eliciting Activities and Modelling Teaching? *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, 1, 147–156. DOI: 10.1007/978-94-007-0910-2_16
- Ärlebäck, J. B. (2013). Matematiska modeller och modellering - vad är det? *Nämnamnaren*, 3, 21–26.
- Özdemir, E & Üzel, D. (2012). Student Opinions On Teaching Based On Mathematical Modelling. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 55, 1207–1214. DOI: 10.1016/j.sbspro.2012.09.616

Vedlegg 1: Spørreskjemaet elevene fikk utdelt.

1. Hvordan valgte dere å løse oppgaven? Forklar stegvis hva dere gjorde.

2. Kan du forklare og beskrive resultatet av forsøket ditt?

3. Hva er sentralmålene i deres undersøkelse, hvordan fant dere disse?

4. Kan du sammenligne søylene og skrive noe om dette i forhold til sentralmålene?

5. Kan noen andre bruke diagrammet deres til å ta en avgjørelse basert på det dere har undersøkt, om ja argumenter for hvorfor?

6. Hva synes du var vanskelig med denne oppgaven?

7. Hva gjorde du for å løse dette?

Vedlegg 2: Spørreskjemaet til elev 1.

4 1 4

Elev 1

Spørreundersøkelse

1. Hvordan valgte dere å løse oppgaven? Forklare stegvis hva dere gjorde.

- Først snakket vi bare, om ideer og sønn. Senere sa «vi kan ta en undersøkelse om vilke kake de liker best, og så gikk vi inn, spurte, og skrev ned hvor mange sønn rakte opp hånden, og så la lagde vi et Søylediagram

2. Kan du forklare og beskrive resultatet av forsøket ditt?

- Brownie var enkelt. Men det var langt fra andreplassene til søstreplassen.

3. Hva er sentralmålene i deres undersøkelse, hvordan fant dere disse?

- Medianen var 1. Det var enkelt og finne ut siden det gikk fra lavest til høyest på listen. Typetallet var 0, 1 og 2, og Gjennomsnittet var 3.

4. Kan du sammenligne søylene og skrive noe om dette i forhold til sentralmålene?

Ingen hadde blatekake og sjokolade-
kake som favoritt. 1 hadde ostek-
ake, 1 hadde matsjirorokake.
2 hadde kanelbrot, 2 hadde
gulrotkake og 15 hadde baurne

5. Kan noen andre bruke diagrammet deres til å ta en avgjørelse basert på det dere har undersøkt, om ja argumenter for hvorfor?

Hvis de skal lage en kake
til klassen, vet de ikke
kake er favoritten

6. Hva synes du var vanskelig med denne oppgaven?

egentlig, ingenting.

sp. 11

7. Hva gjorde du for å løse dette?

Det var ingen problemer.



Vedlegg 3: Spørreskjemaet til elev 2.

ELEV 2

Spørreundersøkelse

1. Hvordan valgte dere å løse oppgaven? Forklare stegvis hva dere gjorde.

først så fant vi hva vi skulle undersøke om, så undersøkte vi i 5a, så skrev vi det ned på ark så skrev vi det ned på Pc etter på så framførte vi.

2. Kan du forklare og beskrive resultatet av forsøket ditt?

vi undersøkte kaker, de fleste likte brownie og ingen likte sjokoladekake og bløtekake med det gikk veldig bra.

3. Hva er sentralmålene i deres undersøkelse, hvordan fant dere disse?

Medianen: 1

Typetall: 1 og 2

Gjennomsnitt: 3

$$21 : 7 = \underline{\underline{3}}$$

4. Kan du sammenligne søylene og skrive noe om dette i forhold til sentralmålene?

Gulrotkake og paulov fikk 2 og

Brownie fikk 15 så det er 13.

i mellom de, mellom brownie og marsipankake

og ostekake var det 14

5. Kan noen andre bruke diagrammet deres til å ta en avgjørelse basert på det dere har undersøkt, om ja argumenter for hvorfor?

vi har bare spurt en klasse

og vi hadde ikke så mange

kaker så kanskje ikke, men

vist noen skulle laget kake til

klassen så kunne de brukt den

for det er klart at de fleste

like brownie best.

6. Hva synes du var vanskelig med denne oppgaven?

Jeg syntes ikke at det var

vanstelig.

7. Hva gjorde du for å løse dette?

Jeg samarbeidet med gruppen
min og da klarte vi det
veldig bra.

Vedlegg 4: Spørreskjemaet til elev 3.

Elev 3

Spørreundersøkelse

1. Hvordan valgte dere å løse oppgaven? Forklare stegvis hva dere gjorde.

Først diskuterte vi hva undersøkelsen skulle være om. Da gikk vi til klassen vi skulle spørre. Etter det skrev vi alt inn på p.

2. Kan du forklare og beskrive resultatet av forsøket ditt?

Den som fikk mest stemmer var Brownie med femten stemmer. De andre var 2, 2, 1, 1, 0 og 0.

3. Hva er sentralmålene i deres undersøkelse, hvordan fant dere disse?

Gjennomsnitt: 3 $21:7=3$

Median: 1

Typetall: 1 og 2

4. Kan du sammenligne søylene og skrive noe om dette i forhold til sentralmålene?

5. Kan noen andre bruke diagrammet deres til å ta en avgjørelse basert på det dere har undersøkt, om ja argumenter for hvorfor?

Ja, f.eks. hvis det er en bursdag og de skal bestemme hvilke kake de skal ha.

6. Hva synes du var vanskelig med denne oppgaven?

Egentlig ingenting

7. Hva gjorde du for å løse dette?



,

Vedlegg 5: Spørreskjemaet til elev 4.

Elev 4

Spørreund

1. Hvordan valgte dere å løse oppgaven? Forklare stegvis hva dere gjorde.

- Først planla vi om hva vi skulle skrive om. Vi valgte idrett som våres undersøkelse. Så etter det skrev vi opp svaralternativene. Så gikk vi inn og gjorde spørreundersøkelsen.
- Så lagde vi et diagram om hva som falt valgte mest, så framfarte vi det.

2. Kan du forklare og beskrive resultatet av forsøket ditt?

- Resultatet var at fotball var mest av
- og det var 19, så håndball: 6 og svømming: 6
- Turn: 2 så basket: 2 og vass annet: 2.

3. Hva er sentralmålene i deres undersøkelse, hvordan fant dere disse?

- Tyngstetall: 2, vi så hvilket tall som var flest av.
- Median: 4, vi stekte tallene i rekke og vi fant det i midten.
- Gjennomsnitt: 6 Vi delte hvor mange det var til sammen og så delte vi det på hvor mange sifre det var.

4. Kan du sammenligne søylene og skrive noe om dette i forhold til sentralmålene?

Sammenligning var
og i forhold til sentralmålene
ja ja ja ja ja ja ja ja ja ja
ja ja ja ja ja ja ja ja ja ja
ja ja ja ja ja ja ja ja ja ja
ja ja ja ja ja ja ja ja ja ja

5. Kan noen andre bruke diagrammet deres til å ta en avgjørelse basert på det dere har undersøkt, om ja argumenter for hvorfor?

For da kan lærerne se hva slags
spørsmål de skal ta i gymmen.
ja ja ja ja ja ja ja ja ja ja
ja ja ja ja ja ja ja ja ja ja
ja ja ja ja ja ja ja ja ja ja
ja ja ja ja ja ja ja ja ja ja

6. Hva synes du var vanskelig med denne oppgaven?

ja ja ja ja ja ja ja ja ja ja
ja ja ja ja ja ja ja ja ja ja
ja ja ja ja ja ja ja ja ja ja
ja ja ja ja ja ja ja ja ja ja

7. Hva gjorde du for å løse dette?

Vi lagde en spørreundersøkelse.

Vedlegg 6: Spørreskjemaet til elev 5.

4. Kan du sammenligne søylene og skrive noe om dette i forhold til sentralmålene?

Fotball er over gjennomsnittet, Håndball er gjennomsnittet, Svømming er under gjennomsnittet, Turn er under gjennomsnittet, Basketball er under gjennomsnittet og Noe annet er over gjennomsnittet.

5. Kan noen andre bruke diagrammet deres til å ta en avgjørelse basert på det dere har undersøkt, om ja argumenter for hvorfor?

Ja og Nei. Fotball var det mest populære alternativet. Så man kan jo lage flere fotballag/fotballbaner.

6. Hva synes du var vanskelig med denne oppgaven?

Finne ut hva vi skulle ha om

7. Hva gjorde du for å løse dette?

Jeg fikk hjelp av lærer og sidemann.

Vedlegg 7: Spørreskjemaet til elev 6.

Elev 6

Spørreundersøkelse

1. Hvordan valgte dere å løse oppgaven? Forklare stegvis hva dere gjorde.

Først prøvde vi å finne ut hva vi skulle ha om. Så ble det tid at vi skulle ha om idrett. Så fant vi noen alternativer. Vi spurte 5B om hvilken idrett de gikk på. Så rakk de også hånden og vi telte dem.

2. Kan du forklare og beskrive resultatet av forsøket ditt?

Fotball vant med 19 av 23.

3. Hva er sentralmålene i deres undersøkelse, hvordan fant dere disse?

typetall: 2
Median: 4
Gjennomsnitt: 6

4. Kan du sammenligne søylene og skrive noe om dette i forhold til sentralmålene?

5. Kan noen andre bruke diagrammet deres til å ta en avgjørelse basert på det dere har undersøkt, om ja argumenter for hvorfor?

Ja.

Fordi da kan vi ha mer
fotball på skolen

6. Hva synes du var vanskelig med denne oppgaven?

7. Hva gjorde du for å løse dette?



Vedlegg 8: Samtykkeskjema sendt ut til foreldre.

Forespørsel til foresatte om barns deltakelse i forskningsprosjektet

«Matematisk modellering og læringsprosesser i matematikkfaget»

Som masterstudent ved Høgskulen på Vestlandet (HVL) ønsker jeg å gjennomføre en studie ved Fridalen skole. Formålet med studien er å undersøke hvordan en kan legge til rette for matematiske læringsprosesser for elever på 7. trinn ved bruk av modellering som arbeidsmåte. Modellering er et av kjerneelementene i fagfornyelsen som trer i kraft høsten 2020. Studien er tilknyttet et overordnet prosjekt LATACME («Learning about teaching argumentation for critical mathematics education in multilingual classrooms»). LATAME prosjektet varer til 31.12.2023 og har en prosjektgruppe bestående av masterstudenter, PhD-studenter og tilsatte ved HVL som arbeider med matematikkundervisning. Prosjektet har også tilknyttet nasjonale og internasjonale samarbeidspartnere. I dette skrevet informerer jeg om innholdet i min studie og hva det innebærer for ditt barn å delta.

Formålet med prosjektet

Jeg, Thurka Vasantharajan, ønsker å finne ut av hvilke matematisk læringsprosesser elever går inn i og på hvilken måte modellering bidrar til kvaliteten av disse læringsprosessene. Prosjektet mitt varer i underkant av et år og baserer seg på elevers arbeid med disse komponentene. I etterkant av datainnsamlingen vil det bli skrevet en masteroppgave basert på dataene. Denne kan publiseres og tilgjengeliggjøres for lærere, forskere og andre interesserte.

Hva innebærer det å delta?

Deltagelse i denne studien vil innebære at elevene deltar i flere undervisningstimer hvor de arbeider med matematisk modellering. Alle elevene deltar i undervisningen, men kun de som gir samtykke blir observert med lydopptak, og svarer på spørreskjema. Etter samtykke, kan også skriftlig elevarbeid bli samlet inn.

Personvern – Hva skjer med opplysningene?

Alle personopplysninger blir behandlet konfidensielt og materiale med personopplysninger lagres på HVL. Kun forskere i prosjektgruppen vil ha tilgang til datamaterialet. Deltakere vil ikke kunne bli identifisert i publikasjoner.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31.12.2023, og alle opptak vil bli slettet når prosjektet avsluttes.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Barnet ditt går på Fridalen skole som er en praksisskole for HVL.

Frivillig deltagelse

Det er frivillig å delta i studien og man kan trekke seg uten å oppgi grunn, så lenge studien pågår.

Dine rettigheter

Så lenge ditt barn kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om ditt barn,
- å få rettet personopplysninger om ditt barn,
- få slettet personopplysninger om ditt barn,
- få utlevert en kopi av personopplysninger om ditt barn
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av personopplysninger om ditt barn.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om ditt barn?

Vi behandler opplysninger om ditt barn basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra HVL – Høgskulen på Vestlandet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Høgskulen på Vestlandet er ansvarlig for prosjektet, og det er ledet av Professor Tamsin Meaney. Prosjektet gjennomføres i samarbeid med Bergen Kommune, og er støttet av Norges forskningsråd.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Dersom du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Ansvarlig for prosjektet ved Høgskulen på Vestlandet: Tamsin Meaney,
Epost: Tamsin.Jillian.Meaney@hvl.no
- HVLs personvernombud, Advokat Halfdan Mellbye, personvernombud@hvl.no
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

.....

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt og forstått informasjon om studien «Matematisk modellering og læringsprosessen i matematikkfaget» og har fått anledning til å stille spørsmål.

Jeg samtykker til at barnet mitt (navn) kan

- bli observert med lydopptak
- delta på spørreskjema
- delta med elevarbeid

Jeg samtykker til at opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, 31.12.2023.

(Signert av foresatte til eleven, dato)