Høgskulen på Vestlandet

HVL-rapport nr. 3
2020

Minus og minus er fremdeles pluss!

Utvikling i matematikklæringen på barnetrinnet

Av Frode Olav Haara

[Fakultet for lærarutdanning, kultur og idrett]
[Institutt for språk, litteratur, matematikk og tolking]

Høgskulen på Vestlandet
[2020]

HVL-rapport frå Høgskulen på Vestlandet nr. 3

ISSN 2535-8103
ISBN 978-82-93677-15-4

Sammendrag

Lurer du på om det du lærte i matematikk da du gikk på barneskolen skiller seg mye fra det elevene lærer i dag? Synes du som forelder at det av og til er vanskelig å forstå det som står i matematikkbøkene ditt barn bruker, fordi det ikke er det samme som stod i dine lærebøker da du gikk på skolen? Denne boka viser, med et glimt i øyet og lett språk, at du kan slappe av. Det er noe som er nytt, men i praksis ganske mye som er uforandret i barneskolens matematikkfag. Mesteparten av innholdet og prioriterte arbeidsmåter kan du faktisk kjenne igjen fra din egen skolegang, og gjerne mimre om og sammenligne med. Endringene viser seg mest gjennom hvordan man tilnærmer seg noen matematiske emner, og at det er en stadig teknologisk utvikling som også påvirker arbeidet med matematikk på barneskolen.

Samtidig gir denne boka et eksempelbasert grunnlag for å tenke gjennom bruken av læreverk i matematikkfaget i skolen, de vektlegginger som læreverk og lærer står for, og innflytelsen som læreverket har på matematikkundervisningen i mange klasserom. Står læreverket av og til i veien for lærerens utvikling av hvordan det kan arbeides i matematikkfaget, eller utnyttes ikke potensialet som fins i å ha et læreverk i matematikkfaget? Viktigst av alt er uansett at læreverket skal hjelpe til med, og ikke blir stående i veien for, elevens arbeid med matematikk for nåtid og framtid.

Samlet gir boka lærerstudenter, lærere og foreldre grunnlag for en mer felles forståelse av hvordan det er å arbeide med matematikkfaget hjemme og på skolen, og gir deg et bedre grunnlag for å forstå hvordan din elev, eller din datter eller sønn, opplever matematikkfaget på skolen.

EMNEORD: matematikk, læreverk, barnetrinn

Forord

I løpet av de siste 40-50 årene har norsk skole sett en rekke nye læreplaner komme, og bli erstattet. «Det er ikke den læreplan som ikke kan tilpasses min undervisning!», ble det visst med glimt i øyet og til allmenn forlystelse proklamert på et læreplanseminar for noen år siden. En frisk sarkasme der, men kanskje med en undertone av oppgitthet og ønske om at politikere, myndigheter, forskere og andre med meninger om skolen og undervisningen som der blir tilbudt, helst burde la skolen og lærerne være i fred… Det er selvsagt ikke aktuelt. Skolen er altfor viktig til at vi skal overlate den til dem som arbeider der…

Det siste var en fleip. Jeg har genuint tro på at alle som arbeider med skole, og som har arbeidet med skole i Norge, ønsker at elevene som går og har gått i denne skolen skal få den beste utdanning. For å oppnå dette, må skolen hele tiden utvikle seg. Det må gjøres i takt med samfunnet, og kanskje helst litt i forkant av samfunnsutviklingen. Det er ikke lett å få til. Skolen er et stort og tregt system, som flytter seg langsomt. Bygninger er store og dyre, mange av dem som arbeider der har et langt arbeidsliv på samme sted (noe som antagelig er et tegn på trivsel!), og en elev er i grunnskolealder i 10 år. På toppen av dette, eller kanskje heller rundt omkring og innimellom alt dette, har skolen alle skolefagene, og pedagogikk og didaktikk å ta hensyn til. Eller kanskje det burde vært omvendt? At skolefagene, pedagogikken og didaktikken burde ta hensyn til at samfunnet utvikler seg, og skolen med det? Vi får tro det går litt begge veier…

Uansett, det skjer mye på 10 år, og enda mer på 40 år. For eksempel i matematikkfaget i skolen. Skulle vi kanskje tro.

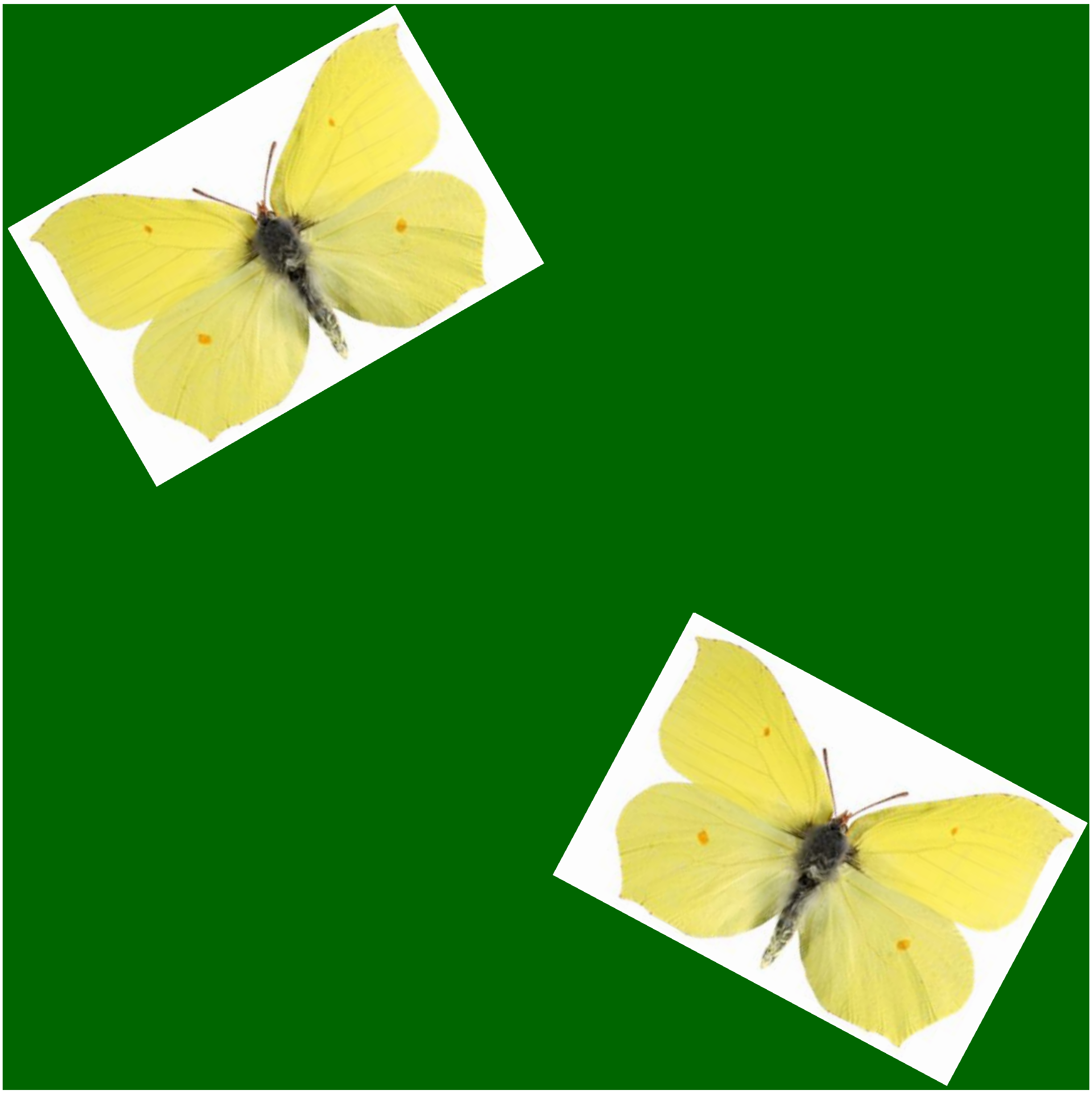
Denne (bilde)boka er utarbeidet for å gi et innblikk i, eller like gjerne for å illustrere med opplevde eksempel, den praktiske utviklingen av skolematematikken på barnetrinnet i Norge. Læreplaner kommer, og læreplaner går, men hvordan ser den operative endringen av matematikkfaget i skolen faktisk ut?

Jeg begynte i første klasse på Odda barneskole i 1979, og fikk Frøken Anna som lærer, blant annet i matematikk. Nesten 40 år senere har jeg hatt æren av å arbeide med matematikkdidaktikk i lærerutdanning i nesten 20 år, og har hatt æren av å følge mine to sønner i deres arbeid med barneskolens matematikk i perioden 2009-2018. Deres åpenhet og vilje til å dele både sine erfaringer med skolens matematikk og sine utskrevne arbeidsbøker med pappa, har vært grunnlaget for å kunne lage denne boka.
Takk, begge to.

Takk også til HVL som gjennom publisering i HVL-Rapport har vært freidig nok til å gi meg muligheten til å gi leserne et kombinert brukerblikk og lærerutdannerblikk på læreverkets posisjon i skolen. Bokas innhold gir forhåpentligvis også læreverkforlagene innspill til ettertanke, og sporer dem forhåpentligvis i retning nye og framtidsretta idéer.

Takk til Norsk Fagbok- og Oversetterforening for økonomisk støtte til utviklingen av boka.

Hafslo, mai 2020
Frode Olav Haara



Til Viktor og Jakob

Gutter, dere imponerer meg.
Pappa.

Innholdsfortegnelse

Kapittel 1: Innledning

Matematikk i skolen er et satsingsområde, og har vært det i lang tid. Likevel påpekes det til stadighet at elever og lærere ikke kan nok matematikk. Vi kan sannelig lure på hva det er som ikke fungerer, eller hva det er vi gjør galt. Hvis det er noe som ikke fungerer da, eller faktisk er galt? Det kan jo rett og slett være slik at matematikk i grunnskolen skal være slitsomt, kjedelig og monotont, simpelthen fordi det er en verden og et språk for seg selv, og ikke noe som elever kan velge å lære fordi det frister dem. Det trengs øving og det trengs repetisjon, for å lære dette faget. De fire regneartene, brøk, standardform, sannsynlighetsregning, målestokk, areal, måling, osv. *Bring it on!*

I den norske skolen har elevene matematikk fra første klasse, kanskje noe pakket sammen med andre fag de første årene, men stort sett mer og mer timeplansegregert ettersom man kommer lenger og lenger opp på småskoletrinnet og mellomtrinnet. Det er vanligvis en matematikklærer som underviser, det vil si en lærer med matematikk i sin fagkrets fra sin lærerutdanning, og eleven har en lærebok fra et av læreverkene som tilbys på det norske markedet. Elevene sitter ved en pult i klasserommet, enten alene eller i par med en annen elev, og det undervises nytt matematikkstoff, vises eksempler, arbeides individuelt eller i par med oppgaver i timen, gis lekse og ønskes vel hjem. Jeg er klar over at det selvsagt fins unntak fra en slik skissering av skolematematikken i den norske barneskolen. Det fins eksempler på at man benytter blokkundervisning, arbeider tverrfaglig, ikke bruker læreverk, at det er ufaglærte lærere som underviser, at undervisningen prioriterer elevaktive læringsformer, at elevene har arbeidsplan og leksefri, osv. Denne skisseringen er likevel høyst levende i norsk skole, og ikke bare det. Den er totalt dominerende, og den er reproduserende.

Jeg har arbeidet som lærerutdanner i matematikk i snart 20 år, og har gjennom disse årene hatt æren av å arbeide sammen med hundrevis av dyktige og interesserte lærerstudenter. De ønsker å lære seg matematikk og hva som ligger til grunn for å utvikle forståelse for matematiske resultater, og de ønsker å lære seg å undervise matematikk. Eller det vil si, det siste tar det ofte litt tid før realiseres. De aller fleste lærerstudenter i matematikk har en lang bakgrunn som elev i norsk grunn- og videregående skole. De er faktisk eksperter på å være elev, med 13 års erfaring å vise til. Når jeg begynner å undervise dem i matematikk i lærerutdanning er det fullt forståelig at de begynner med å forholde seg til dette klasseromsmøtet slik de selv har opplevd det som elev. Forventninger til sosiale normer i klasserommet, organisering av undervisning, innhold i undervisningstimer og metodebruk bobler fram. Selvsagt. Det skulle bare mangle, med en slik omfattende erfaringsbakgrunn. Disse inntrykk og erfaringer, eller snarere disse forventninger om hvordan matematikk kan arbeides med, bruker vi lang tid sammen på å påvirke gjennom å introdusere alternativ. Og det er ikke rart at man er skeptisk til endring, dersom man har erfart, akseptert, tilpasset seg, og funnet seg til rette med organisering, prioritering, struktur og arbeid med matematikkfaget gjennom 13 år, og til og med har valgt å utdanne seg til å undervise det selv.

Studentene har en god del praksis ute i grunnskolen i lærerutdanningen sin. Faglig trygghet er viktig for dem når de er i praksis, for husk på at de kommer inn i et læringsmiljø som allerede er etablert av elevene og deres faste lærere. Når jeg besøker studenter mens de er i praksis, og er med dem i undervisningssituasjoner, slutter jeg aldri å forundre meg over hvordan didaktiske muligheter og alternativer blir oversett eller nedprioritert til fordel for prioritering av faglig sikkerhet og kontroll på elevgruppas aktivitet. En god del av dette skal tilskrives manglende erfaring med undervisning og at man ikke har en etablert relasjon til elevgruppa, men mye av det skal faktisk tilskrives at studentene ved å prioritere den faglige sikkerhet og kontroll i klasserommet faller inn i den norm, den organisering, de prioriteringer og de valg de selv har erfaring med som elev i matematikk. Trygt og forutsigbart for læreren, og dessverre ofte gørr kjedelig for elevene.

Lærerstudentene er potensielle endringsagenter for den framtidige undervisningen i skolen, men de sosialiseres inn i et undervisningsparadigme som elev, som lærerstudent (gjennom å observere matematikklærere i praksis og få positive tilbakemeldinger på egen undervisning som passer i paradigmet), og som kollega når de begynner å arbeide som matematikklærer. Mange matematikklærere underviser i matematikk i skolen i kanskje 30 år eller mer. Tenk om de ikke endrer sin undervisning i løpet av denne tiden. Tenk om de benytter seg av de samme organisatoriske grep, prioriterer likt, og holder på en struktur som de har funnet ut at fungerer (i alle fall for dem selv!), og som de antagelig opplevde mye av som elev selv. Hvor utenkelig tror du at dette er? Det er ikke utenkelig, det er høyst reelt i den norske skolen. Dette er faktisk hverdagen i mange, mange matematikklasserom rundt omkring. Topphol (2012) gjennomførte for noen år siden en undersøkelse av hvordan en typisk matematikktime forløper i norsk grunnskole, og det er forbausende hvor tydelig denne timesignaturen er, og hvor tradisjonell organiseringen av opplæringen i matematikk er. Topphol peker på at individfokuset er svært dominerende i matematikkfaget. Dette viser seg gjennom at omfanget av det individuelle oppgaveløsningsarbeidet er markert, og at læreren har ordet store deler av tiden når det snakkes. Det forklares og vises enten for samlet klasse eller for enkeltelev, men det er lite problemløsning, samtale og diskusjon. Denne smale kompetanseprioriteringen står i kontrast til læreplanens tilrettelegging for styrking av ulike kompetanser i matematikk, og læreplanen av 2020 sin prioritering av tilrettelegging for dybdelæring.

Under ser du to bilder knipset i to norske klasserom. Bildet til venstre er tatt tidlig på 1960-tallet, og bildet til høyre for noen få år siden. Den største forskjellen er nok at på bildet fra 1960-tallet er pultene boltet fast i gulvet, mens pultene i alle fall er mulig å skyve rundt på det nyeste bildet.



Bilde 1.1 og 1.2: Norske klasserom på barnetrinnet fra 1950-tallet og 2010-tallet

Forbausende mye er altså likt i klasserommet som bestemor og bestefar var elev i, og i klasserommet som dagens elever er elev i. Det skyldes i stor grad skolens treghet som system og viljen til å reprodusere.

Hva er det så som gjør at det blir slik? Vi har noen faktorer vi kan skylde på, uten at det kanskje er en spesielt fruktbar vei å gå om vi ønsker endring:

- Vi kan skylde på myndighetene, som gir skolene nye læreplaner å forholde seg til. På den annen side utvikles læreplaner for å tilpasse skolens innhold og prioriteringer til en ny tid og samfunnsutvikling, så slike endringer skal vi kanskje heller ønske velkommen enn ha motforestillinger til…
- Vi kan skylde på kommunene, som ikke prioriterer bygging og ombygging av skolebygg som vil gi bedre rammer for å utvikle det som skal skje i skolebygningen.

- Vi kan skylde på vurderingsordningene som myndighetene fastsetter, som gjør at rektorer og lærere kjenner et press til å prioritere faglige emner på en slik måte at fagets arbeidsmåter og organisering ikke framstår som fornuftig å endre.
- Vi kan skylde på lærerne, som ikke er villige nok til å se etter utvikling av sitt eget arbeid, eller rett og slett ikke orker å oppsøke endring av noe som fungerer greit nok, for dem.
- Vi kan skylde på læreverkene som tilbys, og at de egentlig har enormt stor innflytelse på det som prioriteres i undervisningen av matematikkfaget. Slik sett sitter det en del lærebokforfattere rundt omkring, med ganske stor innflytelse på hva som skjer med matematikkfaget i skolen.

Og kanskje er det slik, at det er disse faktorene sammen som gjør at det faget som i lang tid har vært et satsingsområde ikke ser ut til å ha endret seg så mye som man kanskje kunne tro? Professor Bjørg Brandtzæg Gundem skriver i boka *Perspektiv på læreplanen* (2008) at den norske læreplanvirkeligheten er meget spennende, og hun begrunner dette ved å vise til at to ulike kunnskapssyn står i motsetning til hverandre i skolen. Læreplanen har utviklet seg fram mot et standpunkt om at kunnskap er noe man tar – ikke noe man får (Bergesen, 2006), og det hjelper ikke å få undervisning for å lære i en obligatorisk skolegang uten selv å gripe aktivt inn. Det vil i praksis si at dersom elevene etter læreplanrevisjonen i 1997 (L-97) (KUF, 1997) har møtt et matematikkfag i skolen som av en eller annen grunn ikke er i overensstemmelse med tanken om en elev som aktiv i sin læring av matematikk, så har man vært i utakt med læreplanens intensjon. Utdanningssosiologen Michael Young (1998) framhever at samfunnets hovedfunksjon er å være utdannende. Gjennom å være medlem av samfunnet lærer individene, og sammen former de samfunnet de er del av. For staten som utdanningsansvarlig, skolen som utdanningsinstitusjon, og læreren som ansvarlig for undervisningen, betyr dette at verken staten, skolen eller læreren alene kan drive fram utvikling og endring av hvordan det legges til rette for at eleven skal gripe aktivt inn i læringen. Dette må gjøres i fellesskap.

Hva betyr så dette i praksis, for elevene og lærerne som er inne i matematikklasserommet? Det betyr vel strengt tatt at læreren må tenke over følgende: Hvordan kan elevene jeg underviser få lyst til å lære matematikken som læreplanens kompetansemål legger opp til? Og, hva kan jeg gjøre for å legge til rette for dette? På den annen side er det staten som har anledning til å fornye foreldede vurderingsordninger (dvs. på ungdomstrinn og i videregående skole), og passe på at læreplanutviklingen er i tråd med, og helst i forkant av samfunnsutviklingen. Fagfornyelsen av matematikkfaget i 2020 gir store forhåpninger. Kreativitet, skaping, utforsking, pedagogisk entreprenørskap, problemløsning, programmering, digitale verktøy, osv. har vært prioriterte begrep og løftes fram, og vi skal ha en kompetansehevingssatsing hos lærerne. Bare vurderingsordningene mangler i dette bildet av endring. Men hva blir konsekvensene? Kan vi komme oss bort fra det konformerende, oppgaveløsende klasserommet, til en mer virkelighetsbasert og problemløsende læring av matematikkfaget? Det krever nok at stat, skole og lærer drar i samme retning.

Situasjonsbeskrivelsen jeg har skissert opp så langt i dette kapittelet kommer jeg ikke utenom på det personlige plan heller. Mine to sønners befatning med matematikk på barnetrinnet skiller seg ikke nevneverdig fra det bildet av matematikk i skolen som skisseres. De har lært matematikk, i alle fall en del, men etter hvert som de vokser til viser de ikke noen entusiasme for matematikken i skolen. De forteller om matematikktimer som er preget av oppgavearbeid i lærebok, og dessverre av sin egen og medelevers mangel på interesse og forståelse for faget, med tilhørende frustrasjon, irritasjon, klovneri, likegyldighet og stillhet. De forteller at det er lite variasjon. De gjør alltid det samme, og da viser de til måten faget og undervisningen organiseres på. Det er lite praktisk tilnærming, og enda mindre opplevelse av relevans. Dette virker egentlig til å være organisatorisk og prioriteringsmessig relativt likt den skolehverdagen jeg hadde i matematikk da jeg var barneskoleelev, om du tar bort en del digitale hjelpemidler og verktøy som samfunnet har introdusert for skolen. Det er nesten sjokkerende i seg selv, men som kommentert over, flere grunner til.

Det er altså mange indikasjoner på lite utvikling i undervisningen og organiseringen av matematikkfaget. Læreplan, bygningsmasse, vurderingsordninger og lærer er fire faktorer, men hva så med det femte punktet over; Utviklingen av det matematikkfaglige innholdet i læreverk, og hvordan læreverk legger dette fram? Hvilke endringer er det å finne? Og, hva sier disse endringene om hvordan det undervises i matematikk og arbeides med matematikk i skolen? Er det den samme mangel på utvikling i læreverk, og hvordan matematikklærere bruker læreverket skolen har bestemt seg for å bruke (de aller fleste grunnskoler i Norge har ett læreverk som elevene bruker i matematikk, men skolen, eller i noen tilfeller kommunenivået, bestemmer hvilket læreverk man skal bruke), eller er det tydelig utvikling og endring? Jeg har, i likhet med mange andre, tatt vare på mange av mine gamle skolebøker. Siden jeg arbeider med matematikk i lærerutdanning, er mine lærebøker og kladdebøker i matematikk interessante å kunne hente fram igjen, både i forbindelse med undervisning av lærerstudenter, men i denne sammenheng også som datamateriale. Siden mine to sønner begynte på skolen har de også foret meg med sine utfylte lærebøker (slike som eleven skriver direkte i) og sine utskrevne kladdebøker, fra matematikkfaget. I de kommende syv kapitlene gjør jeg en gjennomgang av hva vi tre har gjort i matematikk i de respektive årene våre i barneskolen, og kommenterer likheter og ulikheter. Det blir selvsagt ikke en vurdering av det vi tre presterte i form av riktige svar, men sett nærmere på faglige prioriteringer i læreverk med omtrent 30 års mellomrom (selvsagt i forståelse med den tid og de mønsterplaner/læreplaner verkene ble laget med bakgrunn i), og hvordan prioriteringer fra læreverk og undervisning viser seg gjennom oppgaveløsningen i bøkene. Særlig viktig blir da observasjon av hva man lærte før og hva man lærer nå, hvilken grad av utvikling dette indikerer, og hva (den eventuelle) utviklingen er basert på. Antagelig er det stor endring på noen områder, og små på andre, og det kan gjelde både faglige og didaktiske prioriteringer hos lærer og læreverk, arbeidsmåter, føring av oppgaver, kalkulatorens og datamaskinens, internettets og smartboardets inntog i skolen, for å nevne noen innvirkningskilder.

Lærebøkene mine ble utarbeidet med *Mønsterplanen av 1974* (M-74) som grunnlag, og de er fra serien MIN MATEMATIKK, utgitt av forlaget Tanum-Norli. På bildet under ser du min samling av lærebøker og kladdebøker brukt i 1. – 6.klasse i perioden 1979 – 1985:

Bilde 1.3: Frode sine lærebøker og kladdebøker fra barnetrinnet

I M-74 var målet med matematikkundervisningen å gi elevene (KUD, 1974, s.132):

- *innsikt i grunnleggende emner og metoder i matematikk i samsvar med den enkeltes forutsetninger,*
- *tallforståelse og ferdighet i tallbehandling,*
- *øvelse i å anvende matematikk på problemer fra det daglige liv og fra andre fag,*
- *en faglig bakgrunn som er egnet med tanke på så vel videregående utdanning som overgang til yrkeslivet.*

Disse fire punktene kunne på mange måter vært hentet fra nyere læreplaner også, og de er i alle fall vide nok til å romme det meste man kunne tenke seg å finne på i matematikkundervisningen på 1970- og 80-tallet.

Videre het det i M-74 (KUD, 1974, s.132):
For å nå disse mål bør det legges vekt på at elevene kan finne glede i arbeidet med faget, og at de så langt råd er, får oppgaver de kan lykkes med. Det er også vesentlig at elevene venner seg til å arbeide selvstendig, prøve forskjellige løsninger og utnytte det de før har lært når de møter nye problemer og nytt stoff. Elevene må også få øving i å samarbeide med hverandre. Dette er gode ord om hva som skal prioriteres i matematikkfaget, tydelig inspirert av spiralprinsippet og individuell utvikling. I en tid sterkt influert av Jean Piaget sin stadieteori om læring, og hans tanker om språkets mangel på betydning for utvikling av faglige kunnskaper og ferdigheter, vil vi utover i denne boka se en rekke eksempler på hvordan læreverket legger til rette for en ytterst individualisert matematikkopplæring i form av nærmest språkløs introduksjon av nytt stoff og mengder av kontekstløse øvingsoppgaver. M-74 la opp til fritt valg av lærestoff for den enkelte skole, og skole og lærer ble selvsagt gitt tillit til å foreta slike valg.

Mine sønner Viktor og Jakob sine lærebøker ble utarbeidet med *Læreplanverket for Kunnskapsløftet* (LK06) som grunnlag, og de er fra læreverkseriene ABAKUS, utgitt av Aschehoug forlag og MULTI, utgitt av Gyldendal forlag (Yngstemann fikk MULTI som læreverk fra 3.klasse, mens eldstemann fikk MULTI som læreverk fra 5.klasse).

Bilde 1.4: Viktor og Jakob sine lærebøker og kladdebøker fra barnetrinnet

I LK06 dominerer det sosiokulturelle læringsperspektivet fullstendig (KD, 2006). Troen på en homogen kultur og enhet i folket byttes ut med forståelse for ulikhet og mangfold. Språk og kommunikasjon tillegges en fundamental betydning for elevenes læring. Planene for fagene er mindre detaljerte enn i sin forgjenger *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen* (L-97) og inneholder tydelige kompetansemål for hva elevene skal mestre etter opplæring på ulike trinn. Disse kompetansemålene skulle være utformet slik at de var egnet som grunnlag for dialog mellom alle aktører som var (og fremdeles er!) involvert i opplæringen, det være seg elever, lærere, foresatte, ledere eller skoleeiere. Avgjørelser som gjelder organisering, metoder og arbeidsmåter, som for eksempel valg av læreverk og bruk av dette, ble derimot fremdeles overlatt til lærestedene.

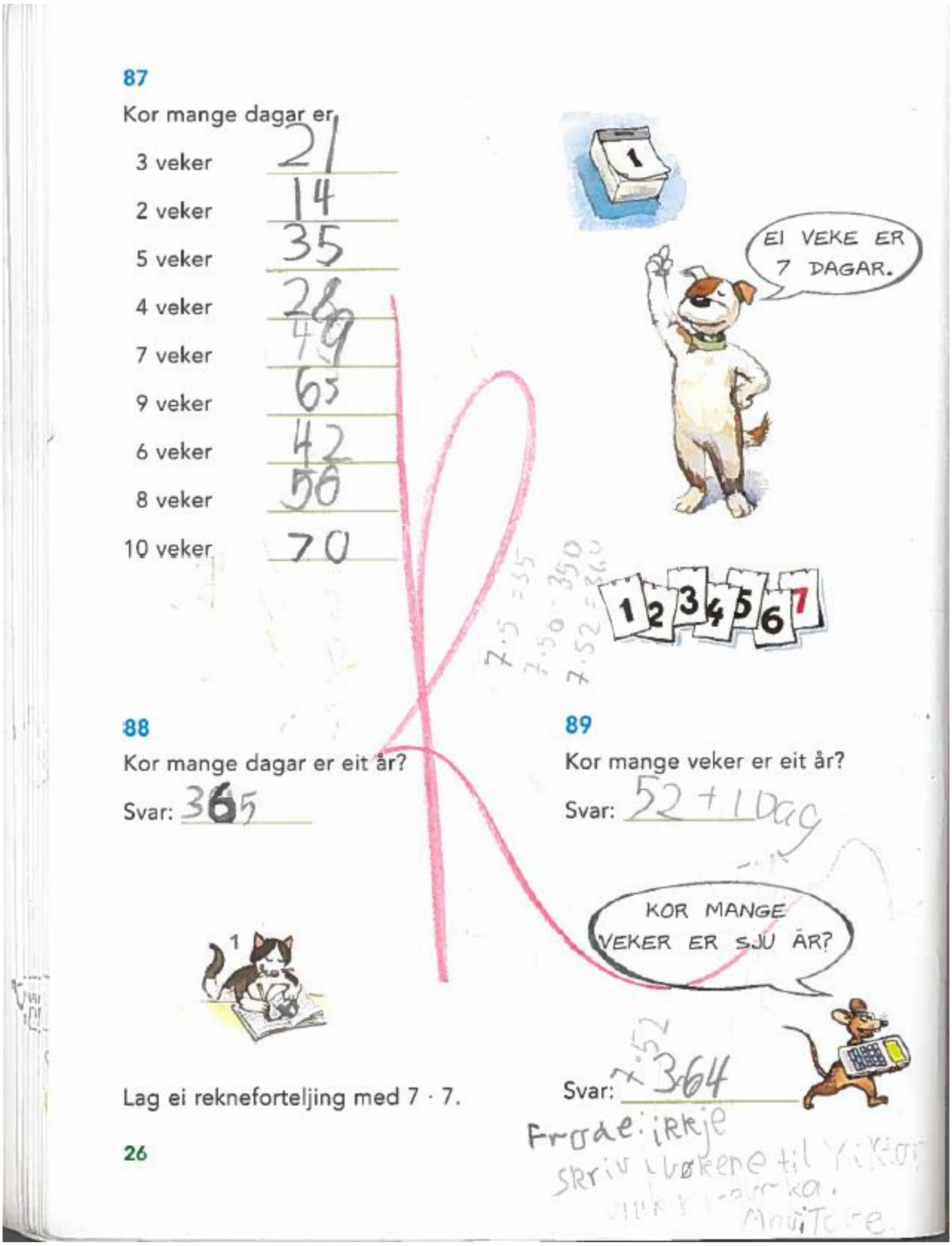
Sett i sammenheng er det altså noen likheter, og noen forskjeller å hente fram ved en enkel, skjematisk sammenligning knyttet til noen sentrale sider ved matematikk og matematikkundervisning i M-74 og LK06, selvsagt helt eller delvis påvirket av vel 40 års samfunnsmessig utvikling:

Tabell 1.1: Noen sentrale sider ved matematikk og matematikkundervisning i M-74 og LK06

	Rådende læringssyn	**Språkets betydning for læring**	**Samarbeid**	**Organisering, metoder og arbeidsmåter**	**Viktigheten av å se skolen som del av samfunnet**	**Problemløsnings-strategier**
M-74	Kognitivisme/ Konstruktivisme	Lite vektlagt	I noen grad vektlagt	Overlatt til skole og lærer	Mye vektlagt	I noen grad vektlagt
LK06	Sosiokulturell læring	Sterkt vektlagt	Sterkt vektlagt	Overlatt til skole og lærer	Mye vektlagt	Mye vektlagt

Likevel, kanskje hadde kanskje ikke matematikklæreren som litt underfundig uttalte at «det er ikke den læreplan som ikke kan tilpasses min undervisning» helt feil, når han sammenlignet sitt virke som lærer i matematikk med planene han hadde undervist etter (Normalplanen av 1939, M-74, M-87, L-97), med den han nå skulle undervise etter (LK06)… Noen faktorer er tydelig like eller lignende, som frihet til å organisere, velge undervisningsmetoder og styre elevenes arbeidsmåter, mens andre i sin overlating til skole og lærer er lette for den som skal planlegge og gjennomføre undervisningen å lese inn i læreplanens utvikling uten faktisk å endre praksis (syn på elevens læring, prioritering av samarbeid, prioritering av matematikk i kontekst, problemløsning). Da er vi nettopp i den motsetning som Brandtzæg Gundem (2008) viser til, mellom at planverk for matematikk i skolen utvikles av staten uten dialog med dem som skal bruke planene til å organisere, planlegge og gjennomføre matematikkundervisningen. Sett ut i fra dette er det kanskje ikke så rart om det er mange likheter å finne i læreverk og kladdebøker i matematikk fra barnetrinnet, med ca. 40 års mellomrom. Men det er i beste fall en spore til ettertanke, og faktisk et signal om at agentene for matematikk i skolen er i kraftig utakt med det vi skal forvente. I verste fall er det signal om at mange elever ikke får den matematikkundervisningen de faktisk har krav på.

Siden jeg kun har sammenlignet innhold fra læreverkene MIN MATEMATIKK, ABAKUS og MULTI, og det er kun tre elever sin skriftlige dokumentasjon av faktisk matematikkarbeid på barnetrinnet som utgjør grunnlaget for mine sammenligninger og konklusjoner, er det ytterst viktig å påpeke at disse tre elevenes arbeid ikke er å regne som representativt for alt som har funnet sted i matematikkarbeidet på barnetrinnet, verken på 70-/80-tallet eller de siste 8-10 årene. Derimot vil jeg få hevde at dokumentasjonen av deres arbeid er en betydelig indikasjon på hvordan hverdagen har artet seg for mange barnetrinnselever og matematikklærere, både før og nå. Og som nevnt innledningsvis; det er gått bortimot 40 år siden jeg hadde matematikk på barnetrinnet, og verden har endret seg mye på disse årene. Jeg ber derfor om at mine sammenligninger og konklusjoner blir sett på som et gløtt inn i matematikklasserommet, med tanke på å se hva elevene faktisk arbeider med, og har arbeidet med, og hvordan læreverk og lærer har lagt opp til at elever skal arbeide for å lære det læreverkene legger til rette for. Slik blir denne boka et innlegg i diskusjonen om matematikkfaget i skolen, som forteller fra elevens synsvinkel.



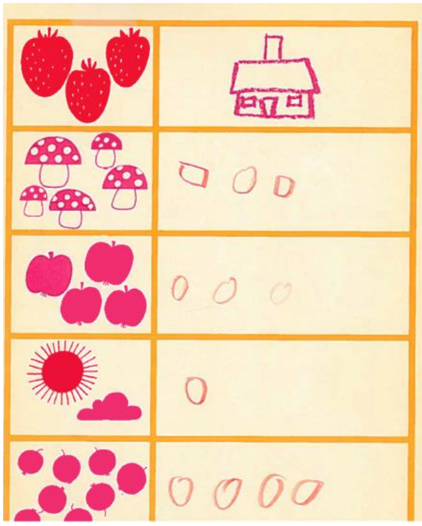
Bilde 1.5: En av sønnene har fått beskjed fra læreren om at pappa ikke skal skrive i sønnens bok, når det hjelpes til med matematikken hjemme…

Kapittel 2: Begrep, størrelse, tall og tid

Mange barn som begynner på skolen har med seg omfattende mengder kunnskap og ferdigheter i matematikk fra hjem, barnehage og andre miljø de er del av. Læreverk skal ikke ta hensyn til dette. Det er det læreren som skal gjøre. Barn har ikke samme bakgrunn eller utvikler seg likt eller i samme tempo. Forutsetningene for læring vil være ulike ved skolestart, og de vil utvikle seg forskjellig i tida man er i skolen.

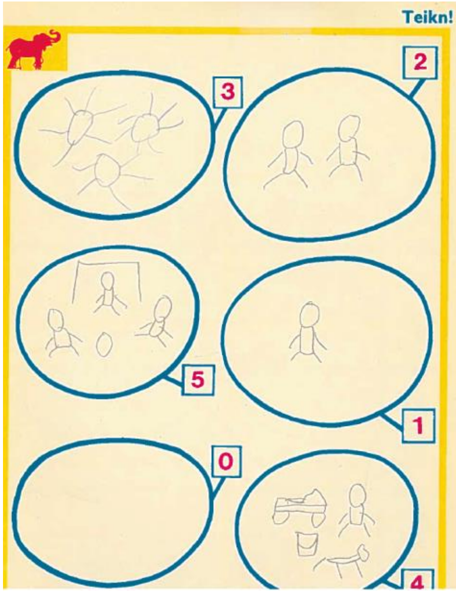
2.1 Begrep og størrelse

De fleste barn har likevel med seg noen erfaringer knyttet til størrelser, parkobling og gruppering, og dette er de innledende prioritering i læreverkene. I læreverket fra slutten av 1970-tallet ser vi påvirkningen fra læringsteoretikeren Jean Piaget. Konstruktivisten Piaget forfektet at den som lærer selv konstruerer sin egen læring, enten gjennom å tilpasse eller justere eksisterende oppfatning (assimilasjon) eller ved å utvikle helt nye oppfatninger (akkomodasjon). Ettersom dette ble oppfattet til å være noe den som lærer gjør kognitivt (tenkende), vektla ikke Piaget språk som en avgjørende faktor for læringen. Derfor ser vi at mengden tekst i lærebøkene jeg brukte da jeg gikk på barnetrinnet har påtagelig lite tekst. Innholdet og oppgaver ble på mange måter regnet for å være selvforklarende. Naturligvis ble det noe samtale om matematisk innhold, oppgaver og eksempler i klasserommet, med læreren som den førende part i undervisningen, men lærebøkene bidro i liten grad i disse samtalene.



Bilde 2.1: Identifisering av «mindre antall enn». Men hvorfor i alle verden relateres tre jordbær til ett hus i lærebokas instruerende eksempel? Et nydelig eksempel på den Piagetinspirerte lærebokas tause informering.

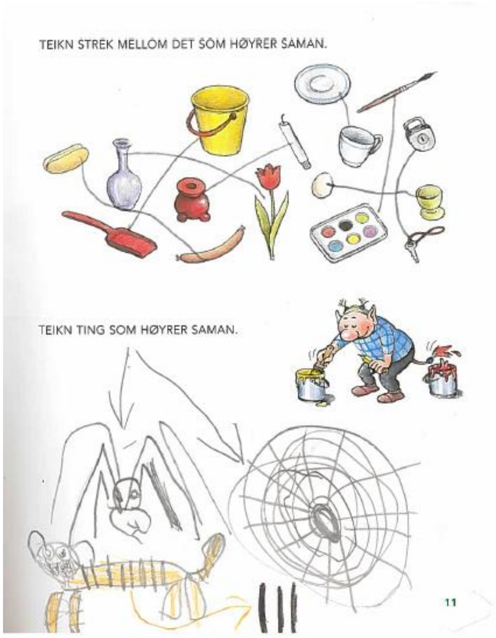
Bilde 2.2: Parkobling – Hva hører sammen?



Bilde 2.3: Den korte informasjonen oppe i høyre hjørne instruerer om at eleven skal tegne et likt antall element som tallet koblet til bobla tilsier. Eleven er kreativ, men kanskje noe omstendelig i sin utførelse. På den annen side, det kan neppe regnes som tegning å bare sette det samme antall kryss som tallet tilsier inne i en boble. Nei, her har eleven (dvs. undertegnede) vært både kreativ og relaterende til egen hverdag, med både fyrstikkpersoner, sol og fotball. «Historien» som fortelles nederst til høyre er derimot litt vanskeligere å tolke også for han som har kreert den, men tolkningsmulighetene er ganske mange, så tolk den gjerne selv!

Bøkene som guttene mine har benyttet på 2010-tallet har en ganske annen vektlegging. Her ser vi en god del tekst, men først og fremst mengder av inntrykk og muligheter for samtale og assosiasjoner i rikt illustrerte sider i læreboka. Dette baserer seg på en forståelse av språk og kommunikasjon som en grunnleggende faktor for læring i samspill med andre. Dette er basert på læringsteori av typen sosialkonstruktivisme og sosiokulturell læring, særlig inspirert av den russiske læringsteoretikeren Lev Vygotsky. Man lærer ved å være sammen med andre, etterligne og støtte seg på andres kunnskap og ferdigheter. Da klarer du først noe sammen med andre, og deretter alene.

Bilde 2.4: To herlige bilder som fokuserer på begreper. Bildene innbyr til assosiasjoner, fantasi og deling av eleverfaringer i store eller små grupper, eller kanskje i par. Uansett, heller dialog enn stille fundering.



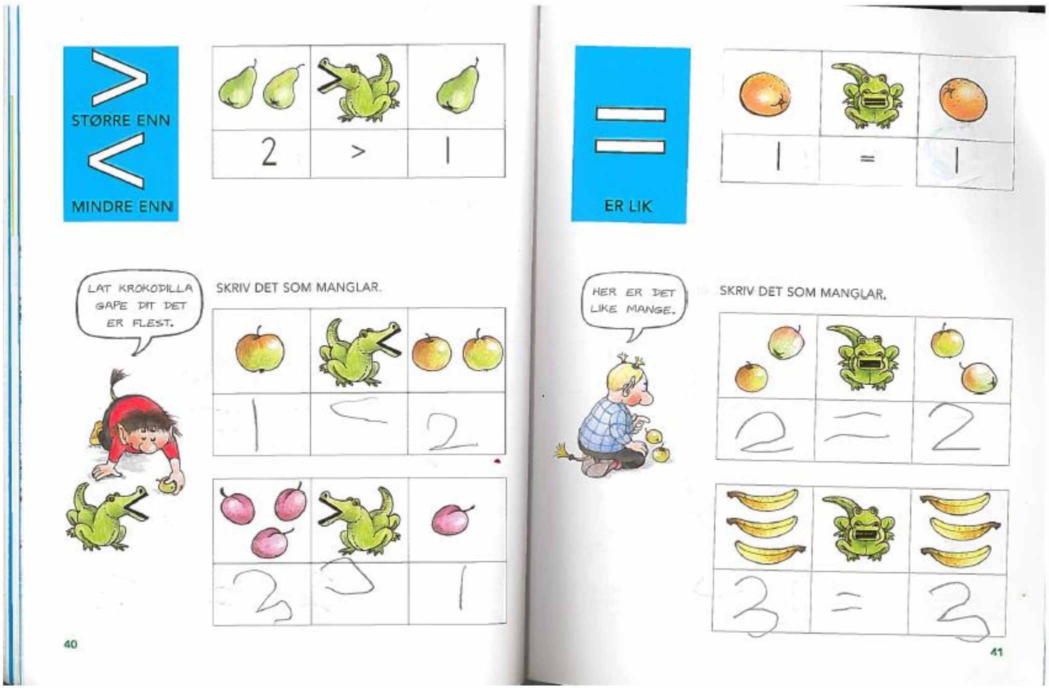
Bilde 2.5: Men bevares, noen øvelser endrer seg ikke så mye på 30 år. I denne oppgaven skal eleven igjen trekke streker mellom artikler som hører sammen. Det nye er vektleggingen av at man også skal tegne slike koblinger helt selv! En edderkopp og et edderkoppnett er grei skuring, men kanskje har den unge eleven gått litt lei når det andre eksempelet er at tigeren hører sammen med striper…? Eller, er han rett og slett litt opptatt av tigre på denne tiden?

Fra bilde 2.1 og bilde 2.3 over ser vi at læreverket fra 1970/80-tallet innførte tallene mer direkte, eller hurtigere om du vil, enn de nyere læreverkene gjør. Guttenes læreverk bruker mer tid på konkretisering av mengder, og gruppering av disse.

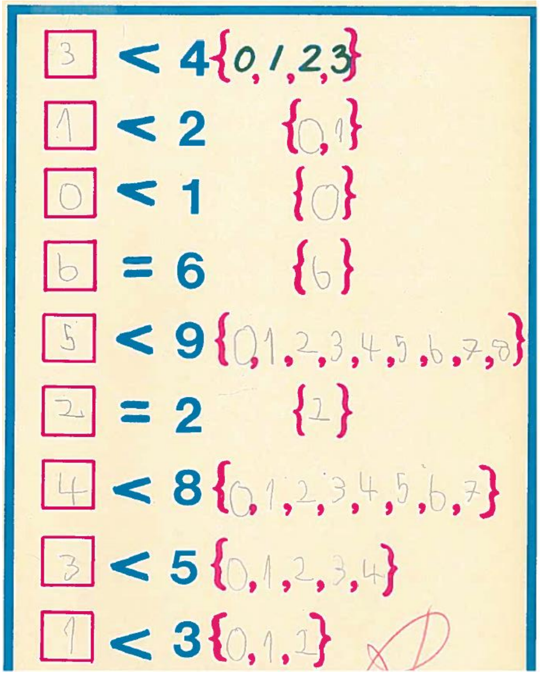
Bilde 2.6: Identifisering av mengde, og gruppering av 2-mengder

Bilde 2.7: Ja, noe endrer seg ikke på 30 år. Også en av guttene lager sin egen vri når det skal tegnes for å illustrere mengder. Her har han tydeligvis gått lei av å tegne maur (eller hva det nå er), og gått over til å tegne dinosaurer. Det er ikke nøye. Det viktigste er jo at det matematiske innholdet er forstått.

Veien mot tallene er rikt illustrert i de nyere læreverkene, og det er også innholdet i innføringen av språktegn. For eksempel er vektleggingen av likevekt markert av symbolet = tydelig. Det blir ikke lagt fram som en operator, da av typen «blir».

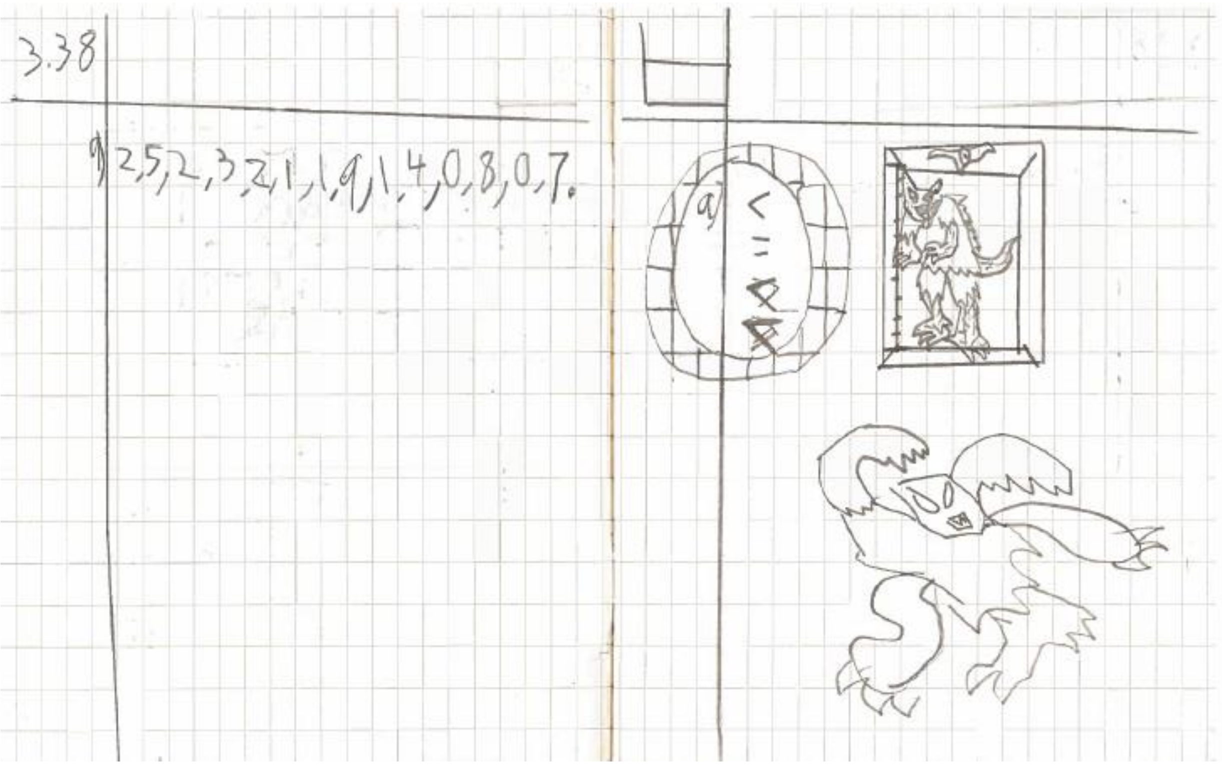


Bilde 2.8: Fremdeles «krokodillegap», men = er vektlagt som likevekt, og ikke som «blir».



Bilde 2.9: Mest fokus på mengde, og lite på symbolenes innhold.

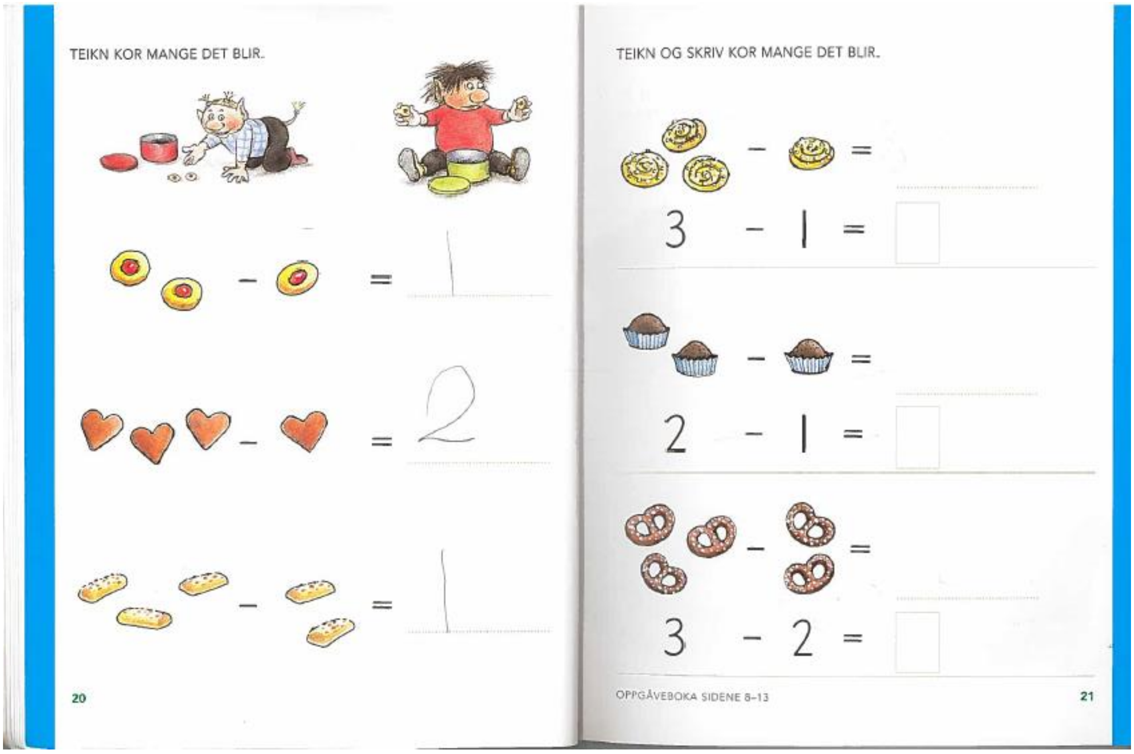
Skrivebøker blir også tatt i bruk av mine sønner i løpet av det første året på skolen, og vi ser at både «krokodillegap» og likhetstegn skrives. Det ser likevel ut til at det også har blitt tid til annet denne matematikktimen…



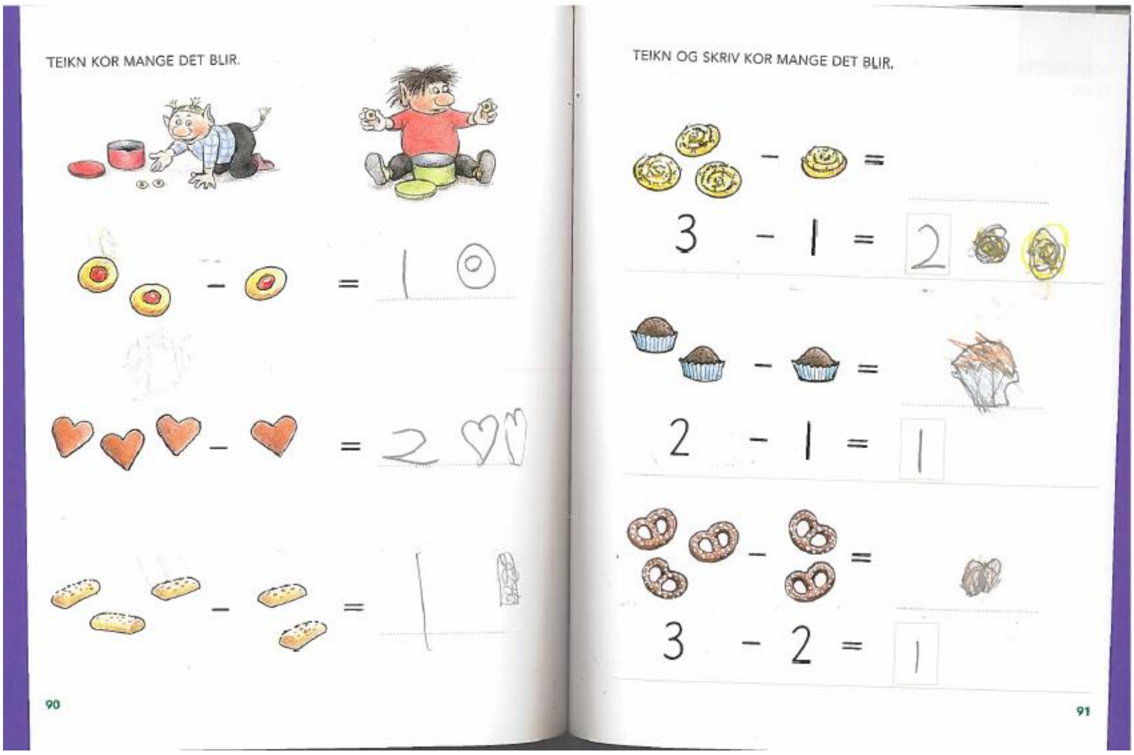
Bilde 2.10: Et tidlig inntrykk fra skrivebok i matematikk på 2010-tallet.

2.2 Tall

Etter hvert begynner de nyere læreverkene å innføre tall og operasjoner side om side med konkretiseringer. Her er to eksempler på dette (dvs. fra begge sønnene mine), i bilde 2.11 og 2.12:

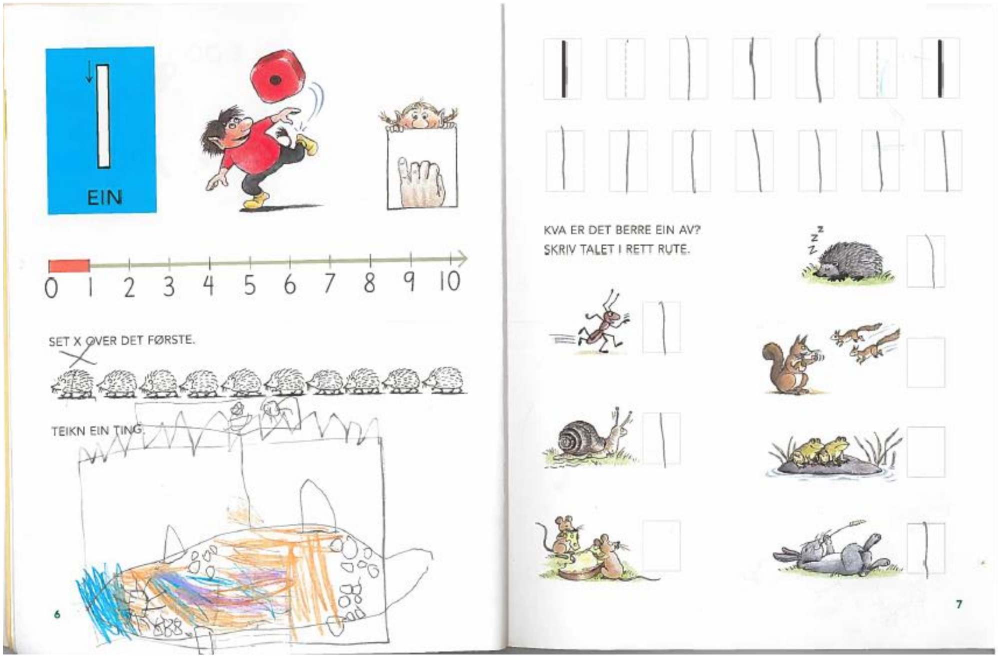


Bilde 2.11: En oppfatning av hvordan dette skal gjøres…



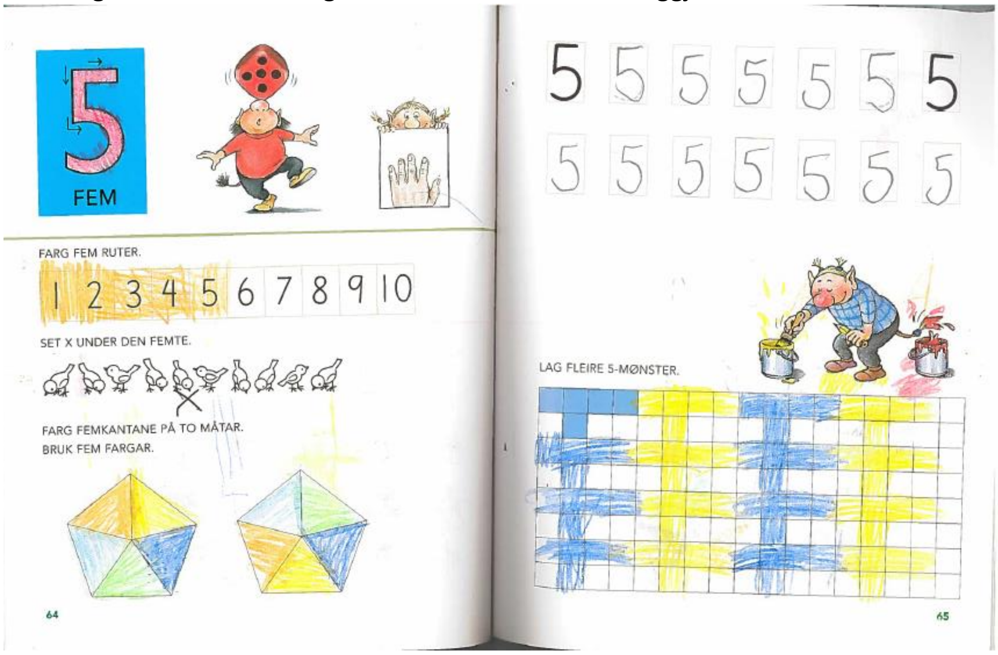
Bilde 2.12: En annen oppfatning av hvordan dette skal gjøres…

Ingen av dem kan vel sies å ha gjort akkurat det som læreverket legger opp til, da førstemann kun har skrevet tall, og andre mann både har skrevet tall, og tegnet. Læreverket ber kun eleven tegne. Antagelig er det blitt gjort slik av guttene fordi de ikke ser betydningen av å tegne i denne sammenheng. De kan overføre fra den konkretiserte mengden til den tallsymbolske presentasjonen. Det matematiske språket er i ferd med å utvikle seg.

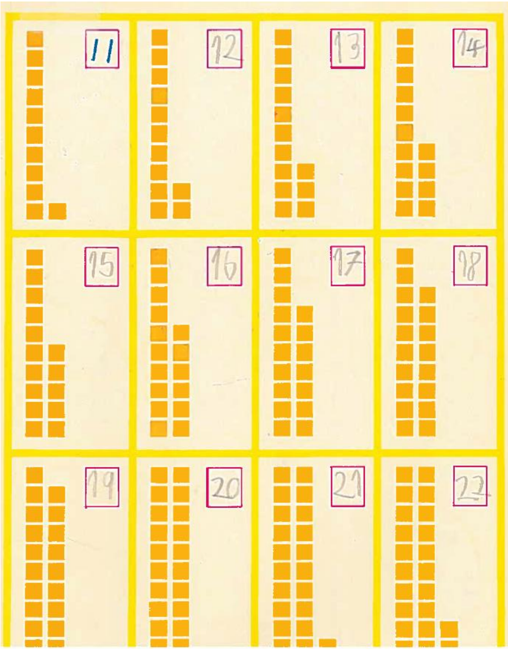


Bilde 2.13: Kanskje går det derfor noe sakte framover i blant? Når eleven har tid til å tegne en såpass forseggjort dinosaurfisk, har det mest trolig gått radig unna med det andre arbeidet på disse to sidene…

Samtidig merker vi oss at også disse boksidene er forseggjorte.

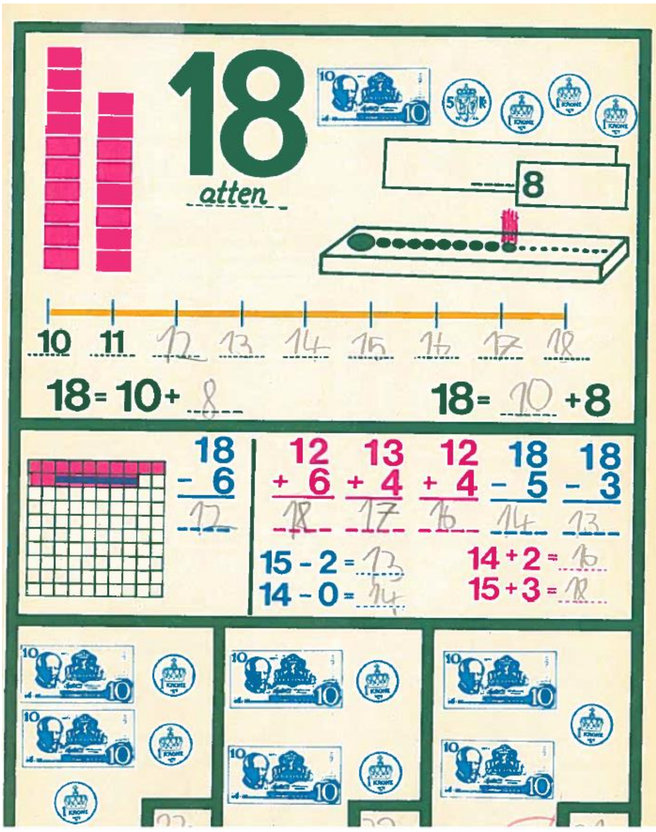


Bilde 2.14: Det er flere elegante koblinger som gjøres til mengden fem og tallsymbolet 5. Fem fingre på en hånd, et pentagon som består av fem likesida trekanter, og invitasjon til et kreativt arbeid med mønster.

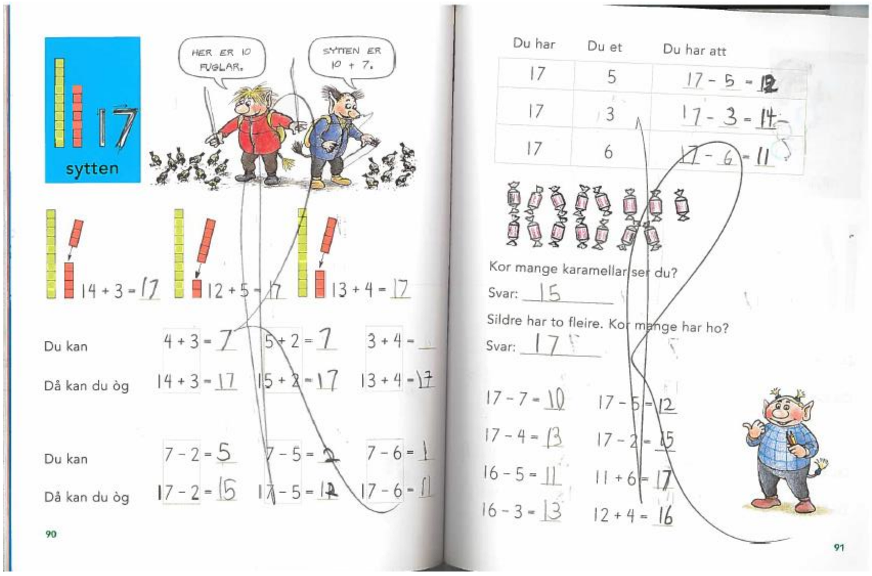


Bilde 2.15: Denne framstillingen av tallmengder fra min lærebok er mer traust…

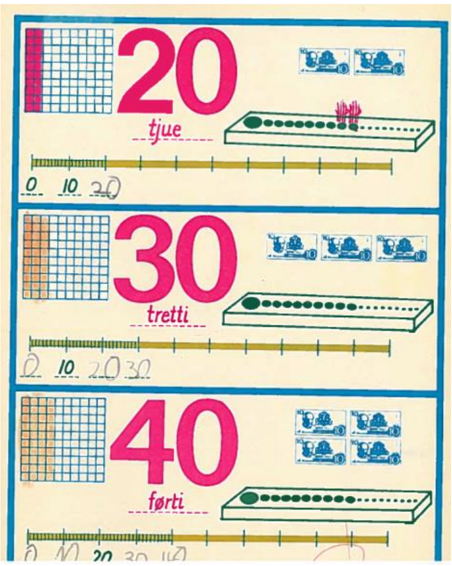
På den annen side knyttet man også i min lærebok kobling mellom konkretiseringer og tallsymbol ved innføring av tallene.



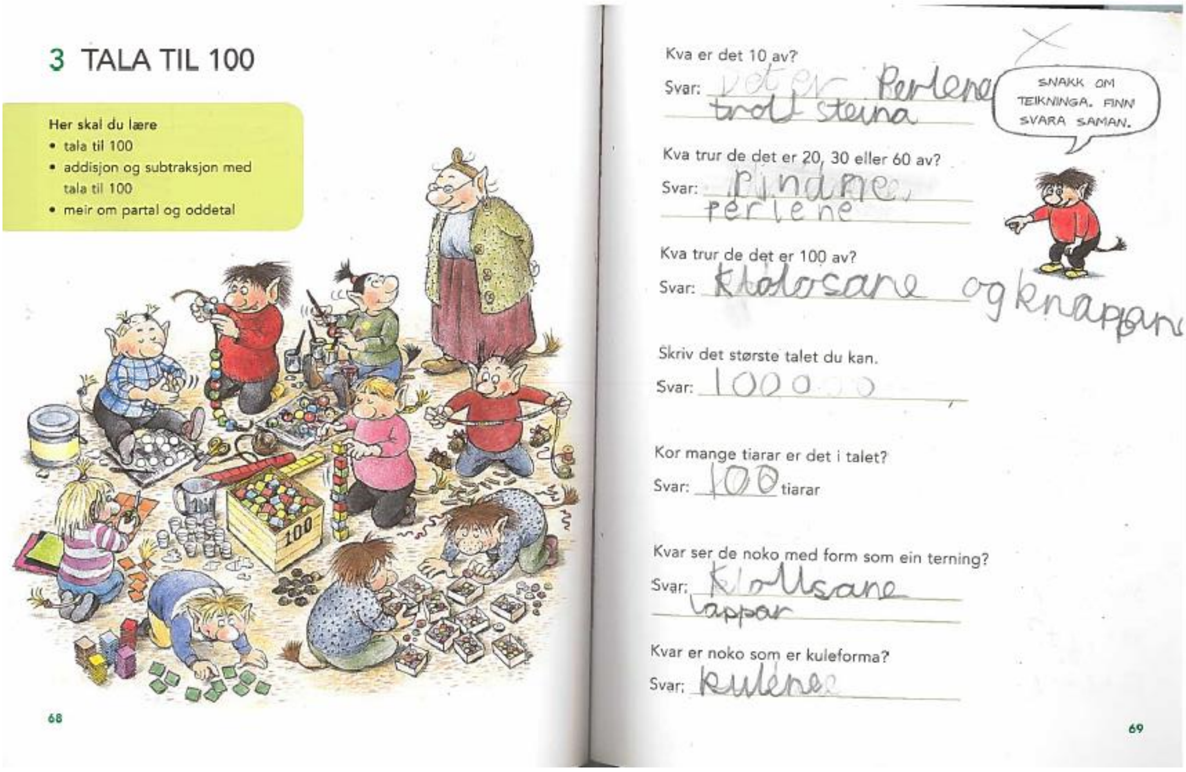
Bilde 2.16: Vi finner illustrasjon med penger (den blå seddelen var en 10-krone), termometer og tallinje, og ikke minst søyler og rutenett. Videre er allerede regnestykker med + og – introdusert (eller blir her en del av «innføringen» av tallet 18), så vi aner vilje til en større effektivitet eller framdrift hos lærebokforfatteren enn det vi finner i nyere læreverk.



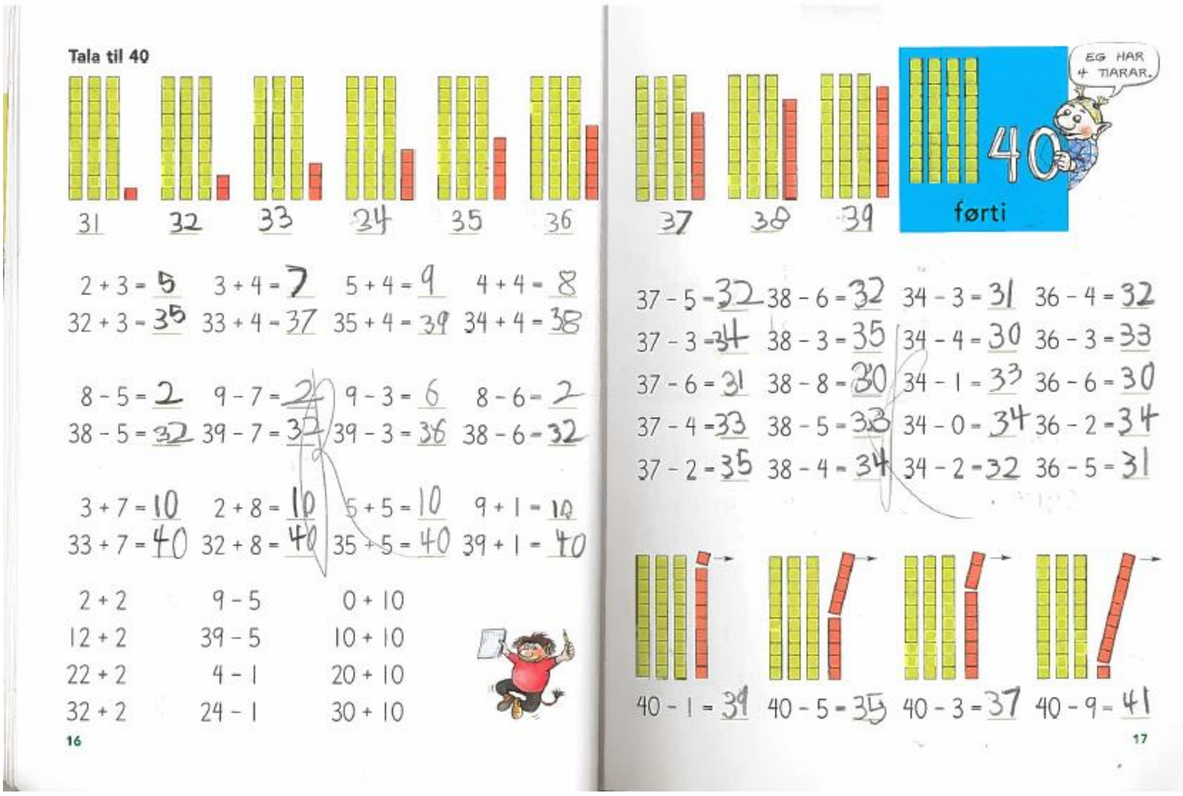
Bilde 2.17: Mye det samme å finne i de nyere læreverkene, men merk deg at her er ikke oppsettet av regnestykker gjort i tråd med oppsettet for standardalgoritmene for addisjon og subtraksjon. Dette er i tråd med den læringsteoretiske utviklingen som i større grad innbyr til at elevene selv skal utvikle måter å løse utregningene på. Etter hvert som utregningene blir mer og mer kompliserte bør så læreren legge til rette for at algoritmer som er effektive på flest mulig utregninger blir synliggjort, og da framstår standardalgoritmene som gode, ja svært gode alternativ. På den annen side er dette i blant en langtekkelig prosess, og mye frustrasjon kunne ofte være unngått gjennom å innføre standardalgoritmene tidlig. Dette er da også en realitet som mange matematikklærere har tatt innover seg, så vi finner nok ikke den store omfavnelsen av alternative algoritmer for de fire regneartene i alle klasserom. På den annen side skal vi være klar over at i framtidas klasserom skal det i større grad enn hittil prioriteres både problemløsning, utforskning og dybdelæring. Det vil i større og større grad kreve arbeid med forståelse for hvordan en algoritme fungerer, og utforsking av nettopp dette. Vet du hvordan multiplikasjonsalgoritmen egentlig fungerer?



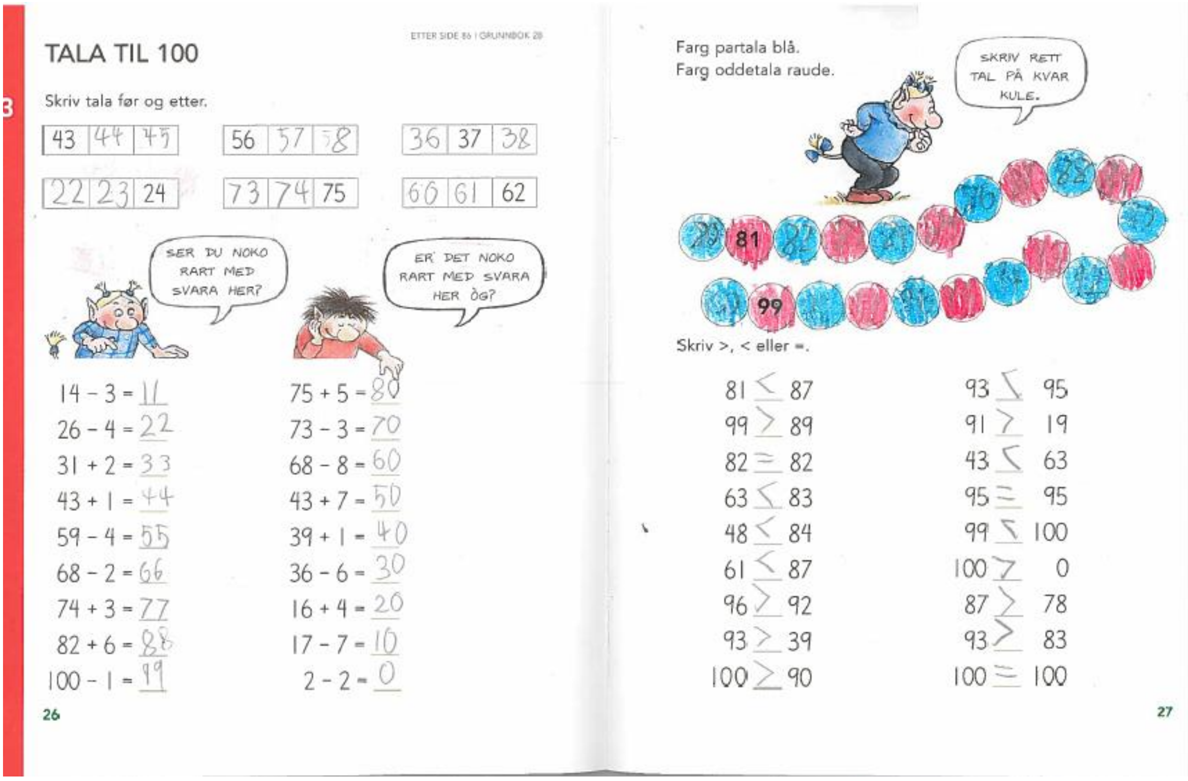
Bilde 2.18 og 2.19: Tallene begynner å bli større, og man begynner å leke med tallfølger. Men, forsvinnende lite tekst!



Bilde 2.20: I det nyere læreverket knyttes også innføringen eller oppdagingen av at det fins store tall til en kontekst. Rommet til venstre (der en voksen er såre fornøyd med at det ser «noe uoversiktlig ut») innbyr til oppdaging av store tallmengder, og dette kobles både til tall og skriving med ord på sida til høyre.



Bilde 2.21: Vi ser også tydelige likheter med vektleggingen i læreverket fra 1970/80-tallet. Bruk av tiersøyler til å illustrere, og ikke minst mengder av øvingsoppgaver.



TALA TIL 100

ETTER SIDE 86 I GRUNNBOK 2B

Skriv tala før og etter.

43	44	45	56	57	58	36	37	38
22	23	24	73	74	75	60	61	62

14 − 3 = 11
26 − 4 = 22
31 + 2 = 33
43 + 1 = 44
59 − 4 = 55
68 − 2 = 66
74 + 3 = 77
82 + 6 = 88
100 − 1 = 99

75 + 5 = 80
73 − 3 = 70
68 − 8 = 60
43 + 7 = 50
39 + 1 = 40
36 − 6 = 30
16 + 4 = 20
17 − 7 = 10
2 − 2 = 0

26

Farg partala blå.
Farg oddetala raude.

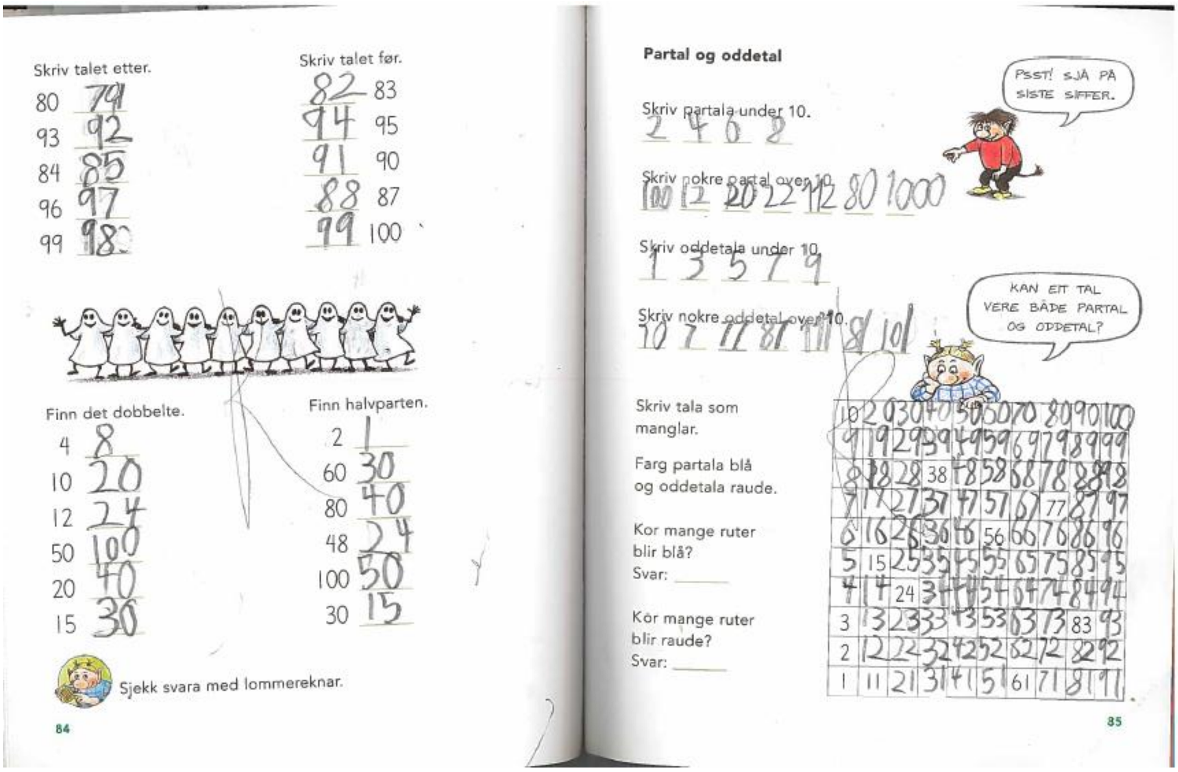
Skriv >, < eller =.

81 < 87
99 > 89
82 = 82
63 < 83
48 < 84
61 < 87
96 > 92
93 > 39
100 > 90

93 < 95
91 > 19
43 < 63
95 = 95
99 < 100
100 > 0
87 > 78
93 > 83
100 = 100

27

Bilde 2.22: Samtidig er det lagt inn mer forklaring (fra kloke og velmenende småtroll), og aktivitet til fundering og ettertanke



Skriv talet etter.
80 79
93 92
84 85
96 97
99 98

Skriv talet før.
82 83
94 95
91 90
88 87
99 100

Finn det dobbelte.
4 8
10 20
12 24
50 100
20 40
15 30

Finn halvparten.
2 1
60 30
80 40
48 24
100 50
30 15

Sjekk svara med lommereknar.

84

Partal og oddetal

Skriv partala under 10.
2 4 6 8

Skriv nokre partal over 10.

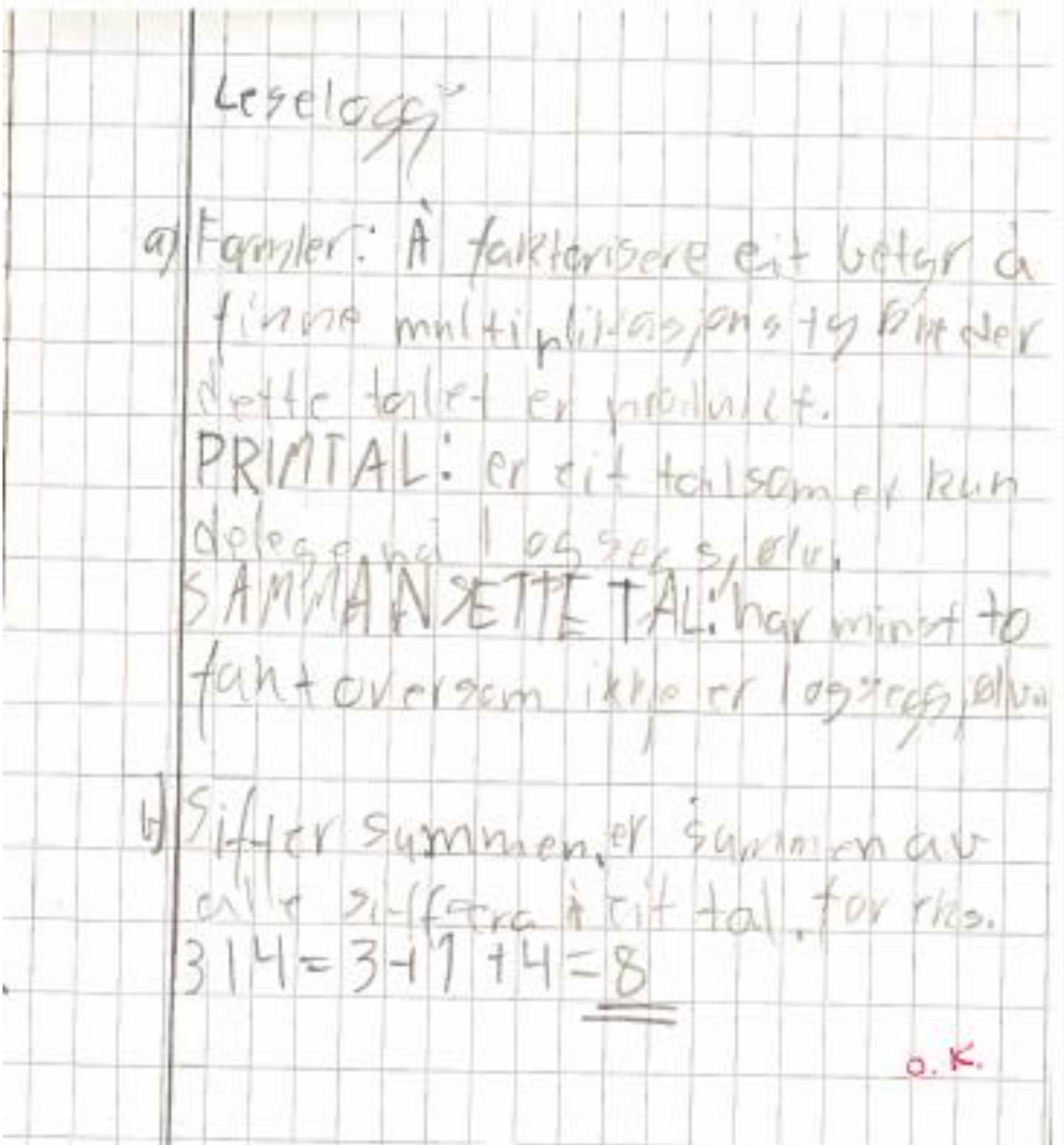
Skriv oddetala under 10.
1 3 5 7 9

Skriv nokre oddetal over 10.

Skriv tala som manglar.
Farg partala blå og oddetala raude.
Kor mange ruter blir blå?
Svar: ______
Kor mange ruter blir raude?
Svar: ______

85

Bilde 2.23: Veien til å bli komfortabel med, og trygg på sammenheng mellom tallene, innebærer utforsking i det nyeste læreverket. Tallfølger brukes til dette, og et første, formelt møte med både mulitplikasjon og divisjon, gjennom dobling og halvering. Sistnevnte er jo også et første møte med brøkregningen.



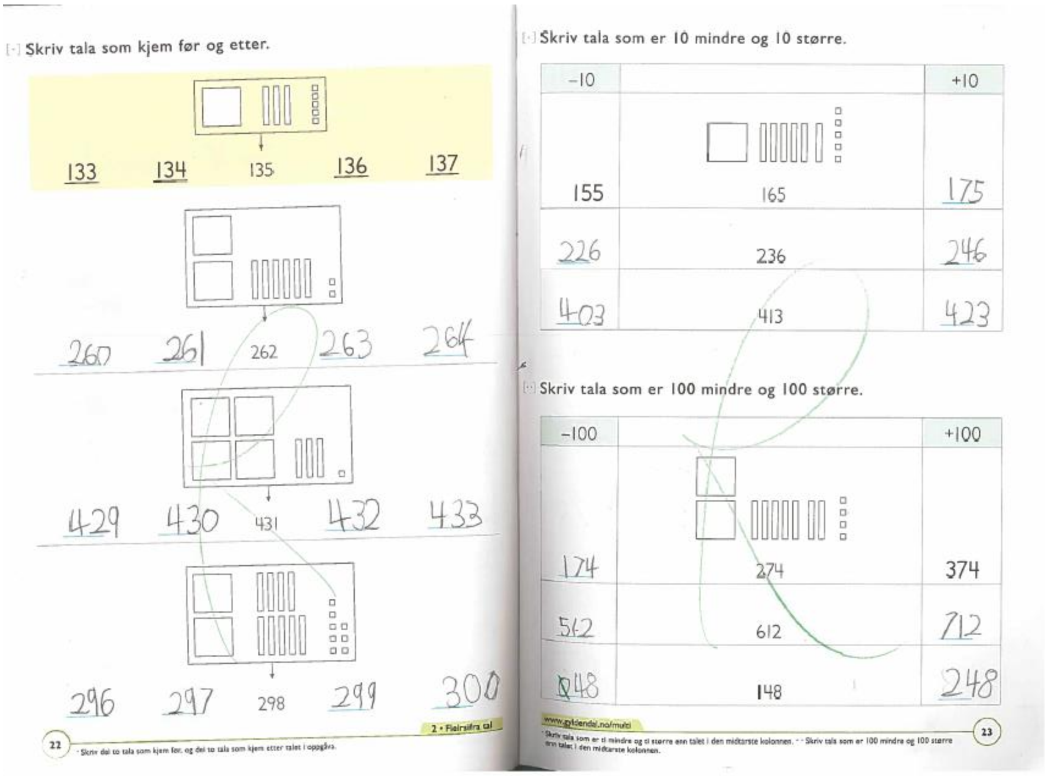
Leselogg

a) Formler: Å faktorisere eit betyr å finne multiplikasjonstykket der dette talet er produktet.
PRIMTAL: er eit tal som er kun delelege med 1 og seg sjølv.
SAMMANSETTE TAL: har minst to faktorar som ikkje er 1 og seg sjølv

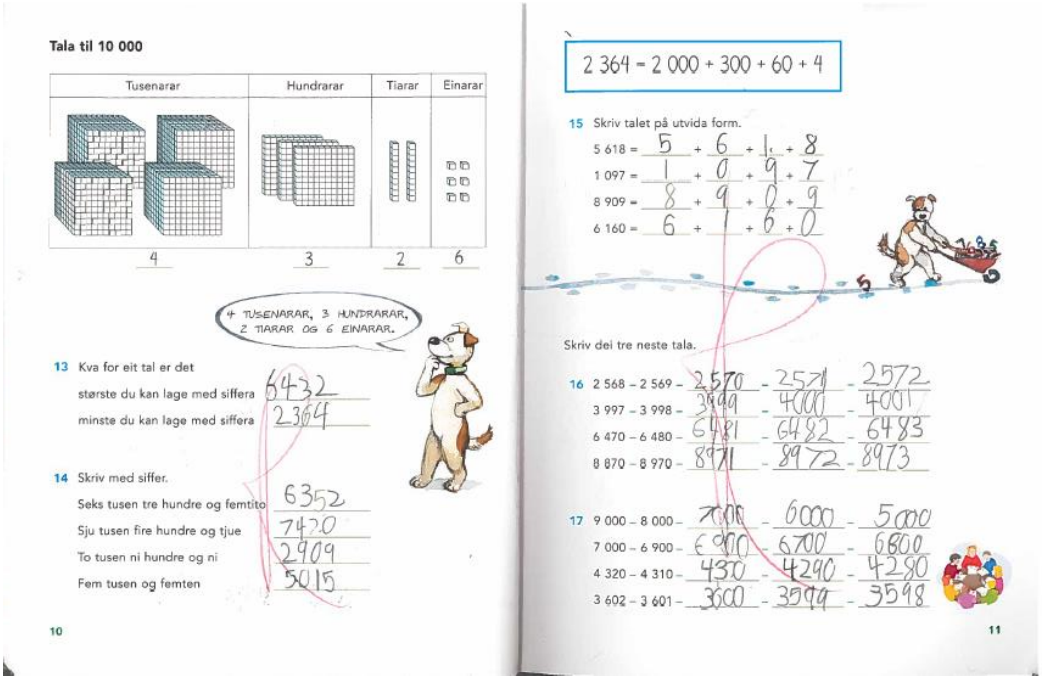
b) Siffersummen er summen av alle siffera i eit tal. for eks.
314 = 3+1+4 = 8

o.k.

Bilde 2.24: En av mine sønners nedskriving av innholdet i nye begrep

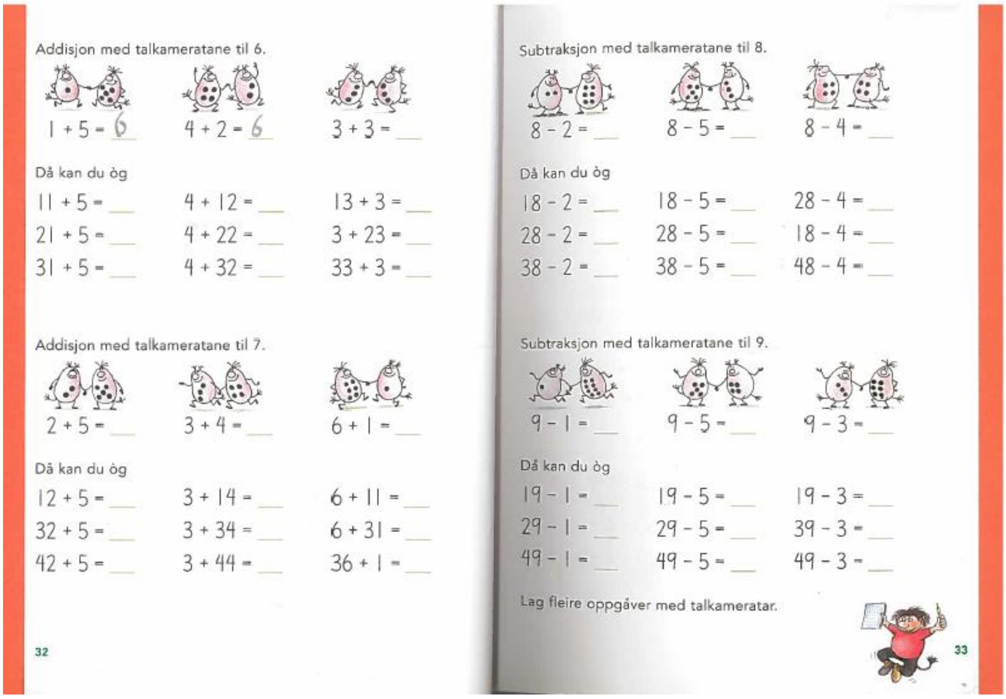


Bilde 2.25: Det er også plass til litt mer nedtonet og ikonisk konkretisering i de nyere læreverkene, slik for eksempel hvordan 100, 10 og 1 her enkelt og greit er visualisert.

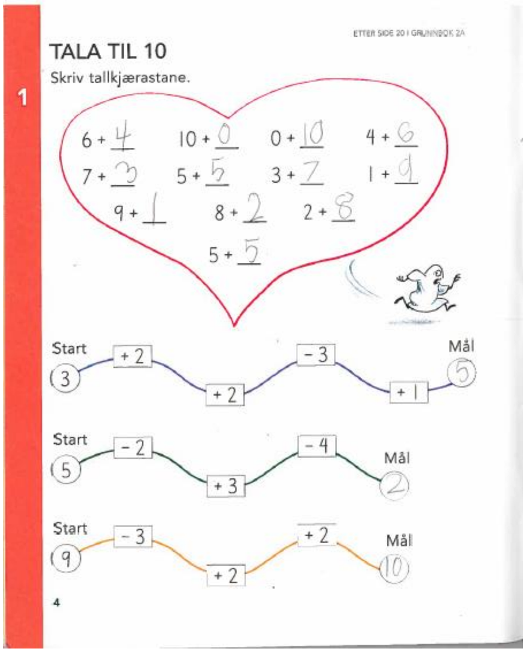


Bilde 2.26: Dette utvides videre, til å illustrere først hundrere i rutenett og deretter 1000 som en klosse. Utvidet form innføres, selv om den ene sønnen ikke helt «catchet» dette i denne omgang…

Men noen ganger går viljen til konkretiseringen i de nyere læreverk over i et farvann der man som lærer bør se at dette ikke fører elevene dit de skal. Begrep som tallvenner, tallkamerater, og ja, tallkjærester, er kommet inn i læreverkvokabular. Det er ikke lett å verken forklare eller forsvare denne humaniseringskonkretiseringen av summasjon av to tall. Det begynte nok med innføringen av tiervenner. To tall som summert gir summen ti, er tiervenner. Dette kan for eksempel ha verdi i hoderegning, eller for å se at addisjon er kommutativ og at subtraksjon ikke er kommutativ. Men å gå derfra til å nærmest fortelle historier av mer mellommenneskelig karakter gjennom illustrasjoner av diverse summasjoner som enten gir et spesifikt tall eller splitter dette tallet, skaper vrangforestillinger hos elevene. For eksempel hevdet en av mine sønner hardnakket at man ikke kunne summere 5 og 6. «Hvorfor kan du ikke det da?», spurte jeg. «Det blir elleve, og da er de ikke tallkamerater!», kom det fra den unge og lærevillige. Dette ordnet seg jo etter hvert, men denne typen innføring av nye begreper, og i alle fall når det er flere begreper som skal representere det samme innholdet, er læreverket for ivrig i tilretteleggingen for å bruke konkretiseringer til å få fram matematiske sammenhenger. Konkretiseringer skal synliggjøre tallsammenhenger, ikke gjøre dem mer tilslørt.


Addisjon med talkameratane til 6.
1 + 5 = 6 4 + 2 = 6 3 + 3 = ___
Då kan du òg
11 + 5 = ___ 4 + 12 = ___ 13 + 3 = ___
21 + 5 = ___ 4 + 22 = ___ 3 + 23 = ___
31 + 5 = ___ 4 + 32 = ___ 33 + 3 = ___
Addisjon med talkameratane til 7.
2 + 5 = ___ 3 + 4 = ___ 6 + 1 = ___
Då kan du òg
12 + 5 = ___ 3 + 14 = ___ 6 + 11 = ___
32 + 5 = ___ 3 + 34 = ___ 6 + 31 = ___
42 + 5 = ___ 3 + 44 = ___ 36 + 1 = ___
32
Subtraksjon med talkameratane til 8.
8 − 2 = ___ 8 − 5 = ___ 8 − 4 = ___
Då kan du òg
18 − 2 = ___ 18 − 5 = ___ 28 − 4 = ___
28 − 2 = ___ 28 − 5 = ___ 18 − 4 = ___
38 − 2 = ___ 38 − 5 = ___ 48 − 4 = ___
Subtraksjon med talkameratane til 9.
9 − 1 = ___ 9 − 5 = ___ 9 − 3 = ___
Då kan du òg
19 − 1 = ___ 19 − 5 = ___ 19 − 3 = ___
29 − 1 = ___ 29 − 5 = ___ 39 − 3 = ___
49 − 1 = ___ 49 − 5 = ___ 49 − 3 = ___
Lag fleire oppgåver med talkamerat.
33

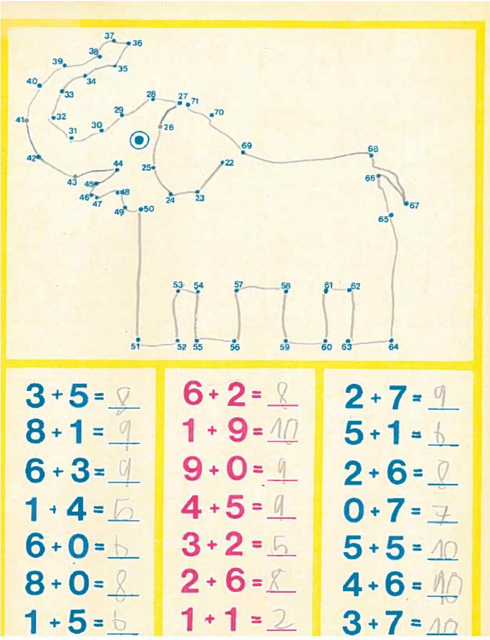
Bilde 2.27: Entusiastiske tallkamerater…Dette så du ikke i læreverkene på 1970/80-tallet!

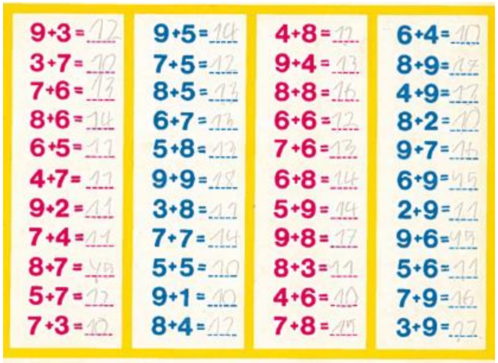

ETTER SIDE 20 I GRUNNBOK 2A
1
TALA TIL 10
Skriv tallkjærastane.
6 + 4 10 + 0 0 + 10 4 + 6
7 + 3 5 + 5 3 + 7 1 + 9
9 + 1 8 + 2 2 + 8
5 + 5
Start 3 + 2 + 2 − 3 + 1 Mål 5
Start 5 − 2 + 3 − 4 Mål 2
Start 9 − 3 + 2 + 2 Mål 10
4

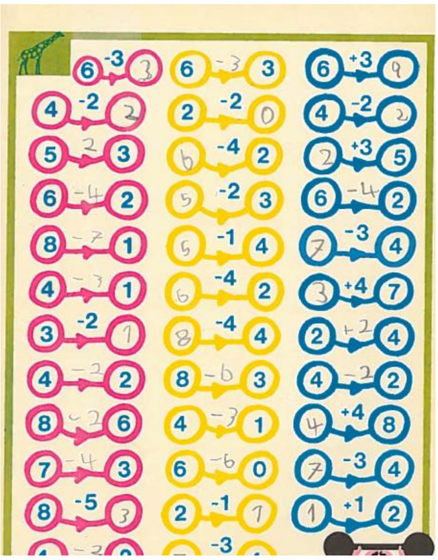
Bilde 2.28: «Here we go!»

2.3 Regning med tall

Læreverket fra 1970/80-tallet overrasker ikke med sin tekstløse tilrettelegging for øving på utregning. Gjennom de forskjellige årene på barnetrinnet var det tydeligvis ikke ende på hvor mange øvingsoppgaver som kunne gjøres. Legg også merke til hvordan likhetstegnet nærmest brukes som en operator. Her er en stilltiende forventning om at det som står på venstre side «blir» det som står på høyre side.

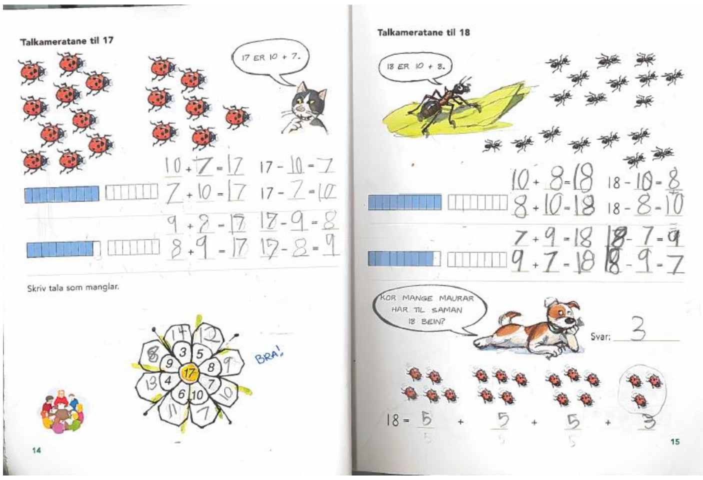




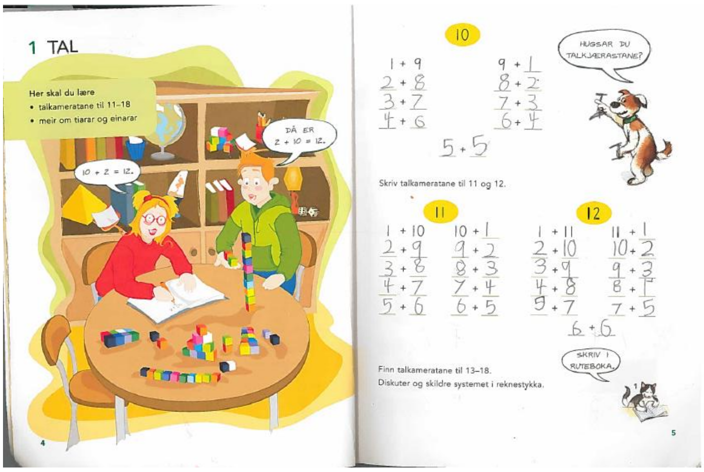


Bilde 2.29, 2.30 og 2.31: Side opp og side ned med øvingsoppgaver. Legg forresten merke til mannen med den tunge vektstangen du aner nede til høyre på bilde 2.31. En indikasjon på at lærebokforfatteren gjør oppmerksom på at dette er utfordrende oppgaver. Det kommer derimot ikke fram noen hint om hva som er utfordrende. Et tidlig standpunkt i forhold til at elever trenger å streve litt? Eller bare rett og slett et utslag av datidens tilknappede forklarings- og innføringsmengde inspirert av Piagets konstruktivistiske læringsteori? Mest trolig det siste…

I nyere læreverk ser vi at ledsagingen av kontekst følger mye tettere og lenger.

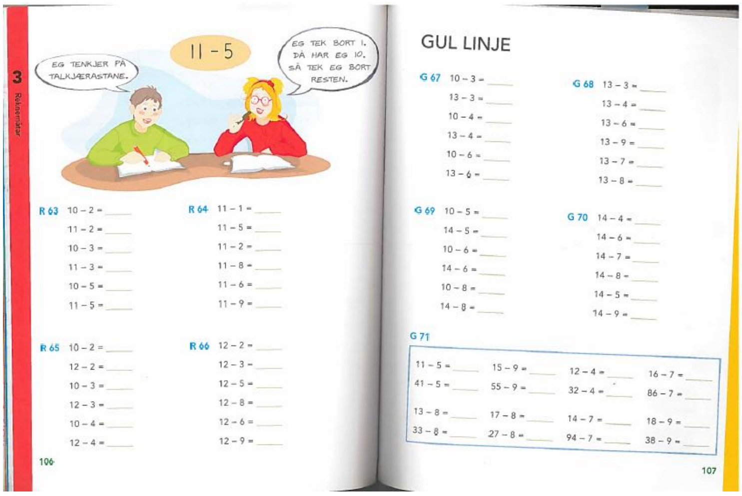


Bilde 2.32: Regneoppgaver følges av kontekst, både gjennom figurer og ikonisering



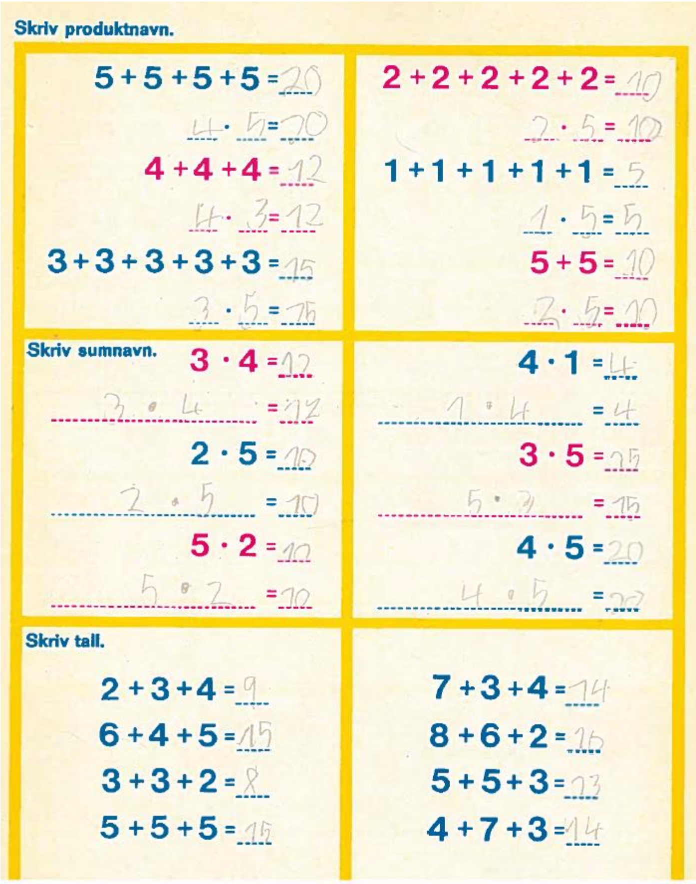
Bilde 2.33: Addisjon er kommutativ

Samtidig er det ikke mangel på instrumentelle øvingsoppgaver også i nyere læreverk. Det er alltid rom for å øve!

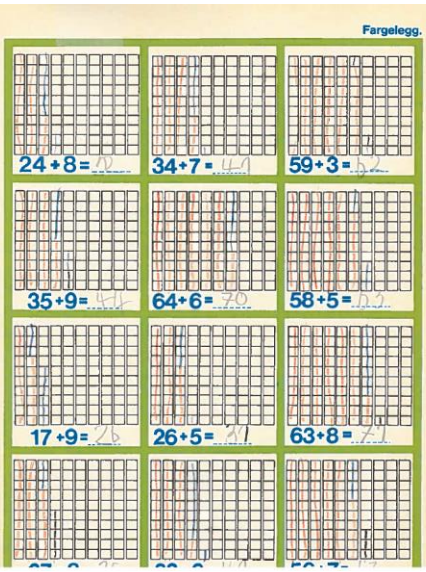


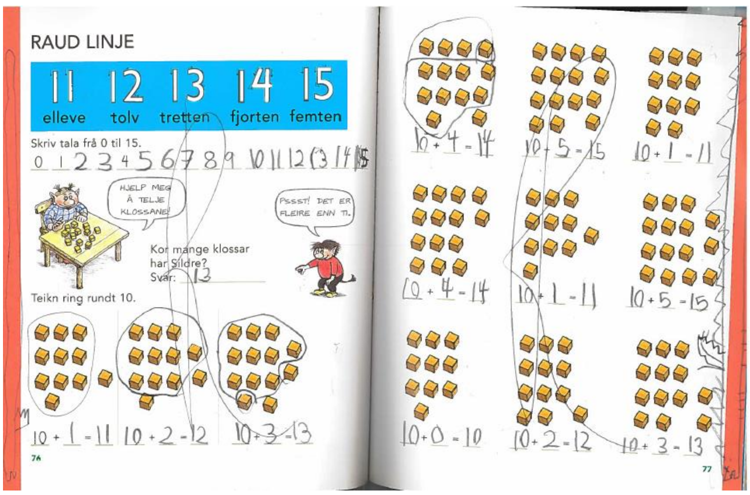
Bilde 2.34: Regn ut. (Men legg også merke til at her brukes likhetstegnet mer som en operator igjen!)

Det kan forresten være en kronglete vei for en ung gutt når man skal lære seg alle disse begrepene, og deres innhold. Her ser vi et utsnitt av mine utfordringer med produktnavn og sumnavn tidlig i skolekarrieren. Jeg hadde nok ikke helt oversikt over hva dette var, men tydeligvis god kontroll på kommutativitet i multiplikasjon og multiplikasjon som gjentatt addisjon!



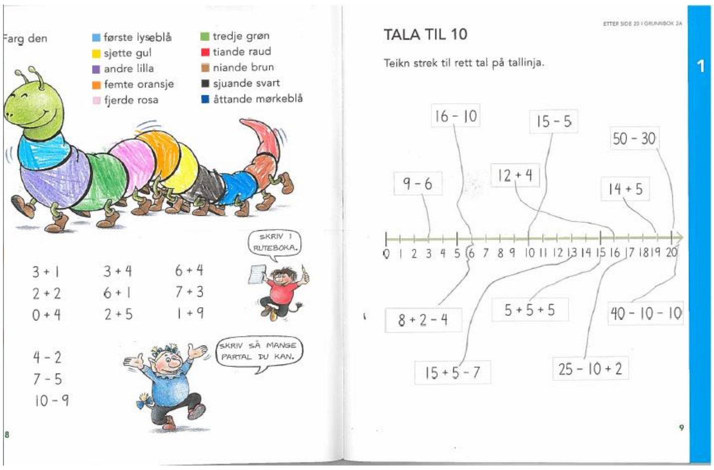
Bilde 2.35: Strever litt med ukjente begrep, men får fram annen kunnskap





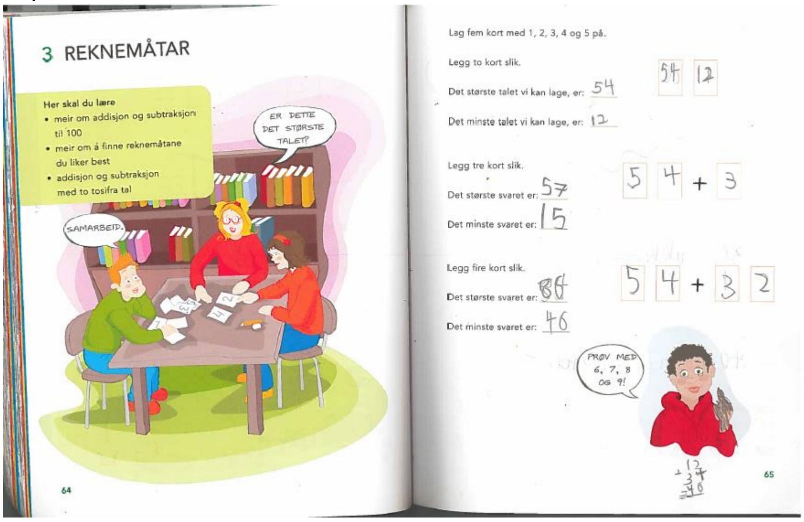
Bilde 2.36 og 2.37: Likt og ulikt, men prinsippene er de samme

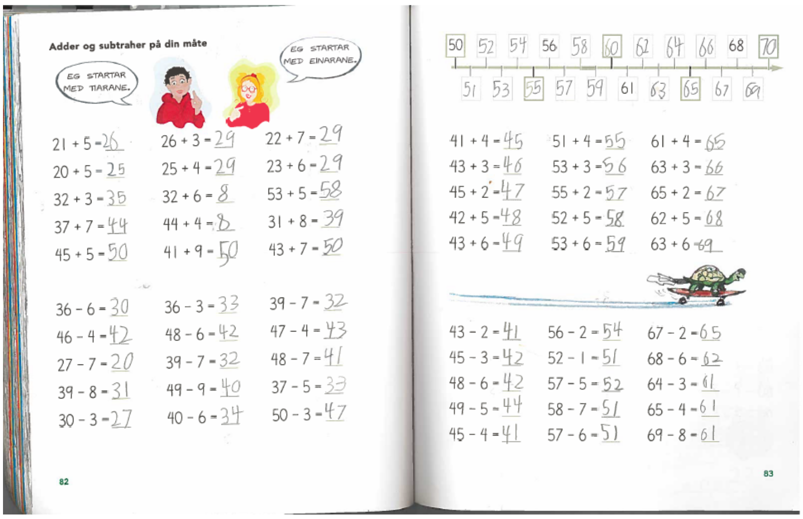
Vi ser også at tallinja er mye brukt i læring av tall og regning med tall. Den går ikke av moten, for å si det slik.



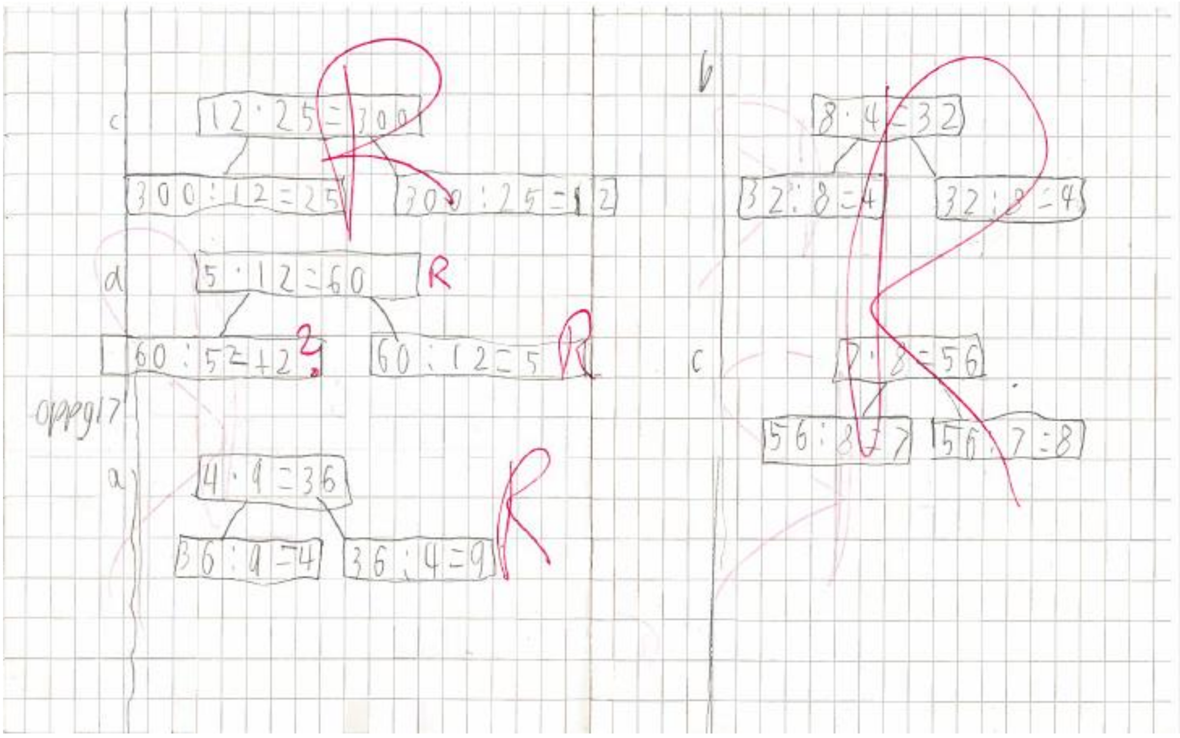
Bilde 2.38: Tall på tallinje

Videre ser vi hvordan læreboka oppmuntrer til varierte regnemåter, slik det ble nevnt tidligere i kapittelet:

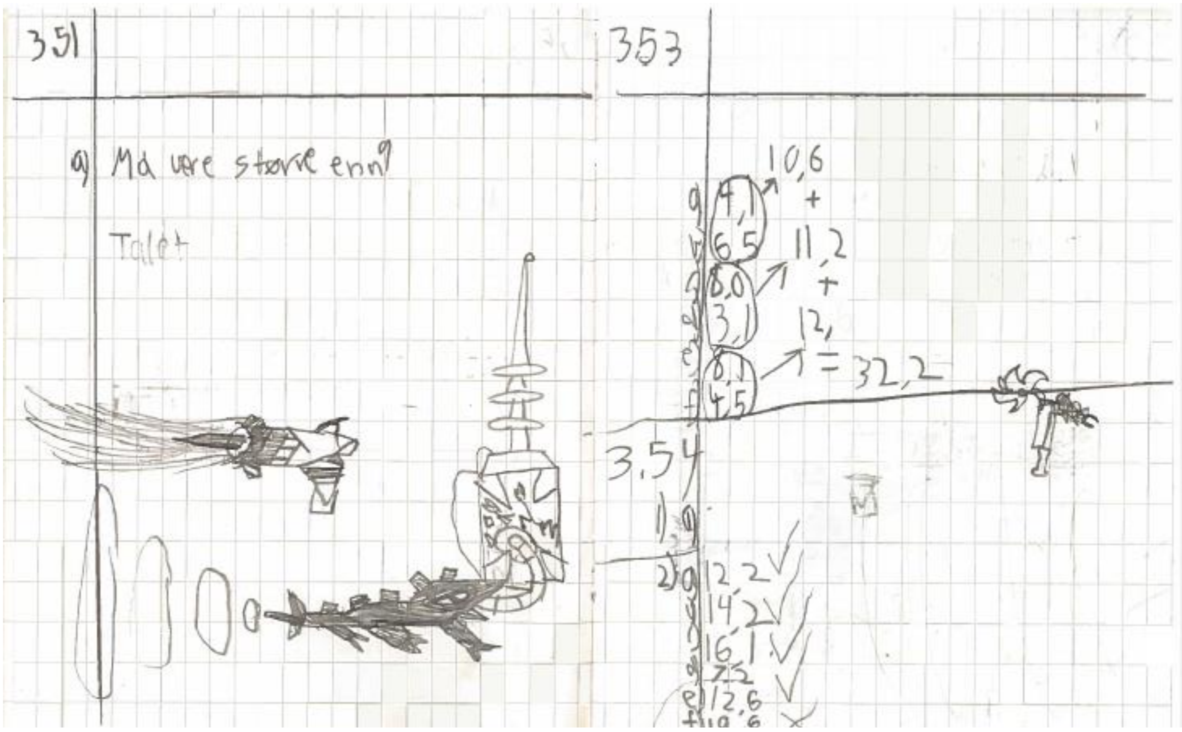




Bilde 2.39 og 2.40: Flere måter å tenke på!



Bilde 2.41: Foranledning til en fordelingsalgoritme kommer her fram i min ene sønns skrivebok. Kan dette være noe læreren har lagt fram og gjennomgått for alle elevene? Godt mulig. Kanskje har klassen (eller kanskje bare min sønn) nådd en kognitiv konflikt hvor lik fordeling er på vei til å materialisere seg i en form for algoritme?



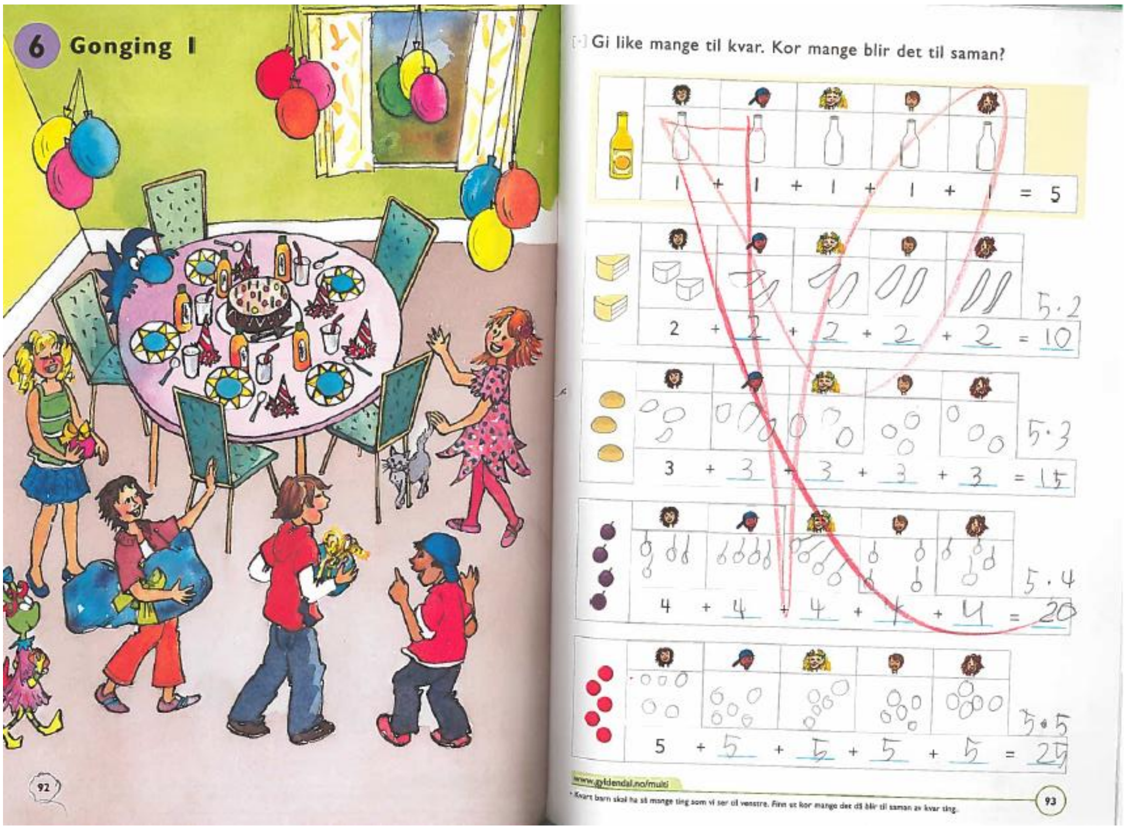
Bilde 2.42: Men bevares, noen ganger stopper det også bare helt opp, og tiden brukes til noe annet…

2.4 Regning med tall i kontekst

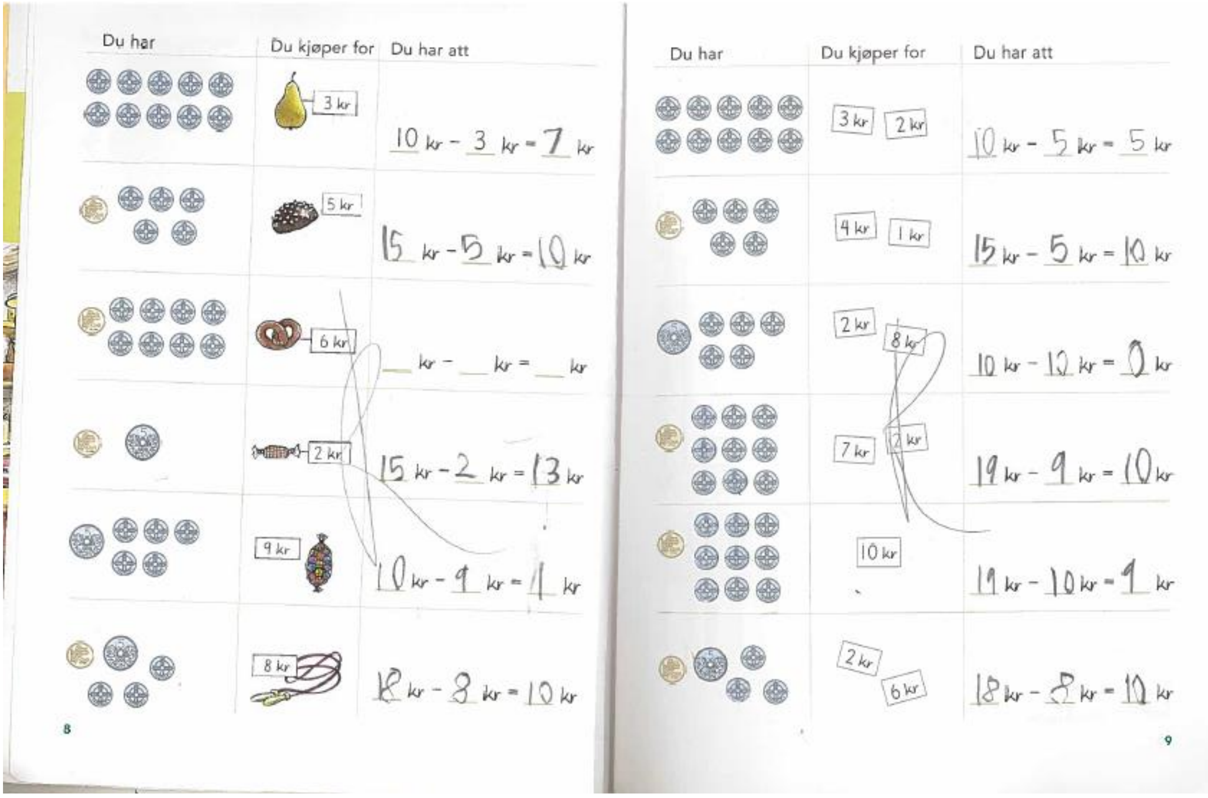
Det er ikke overraskende å poengtere at det er lite kontekst å finne i det 30-40 år gamle læreverket. Men noe er det. Især koblingen til penger tas fram.

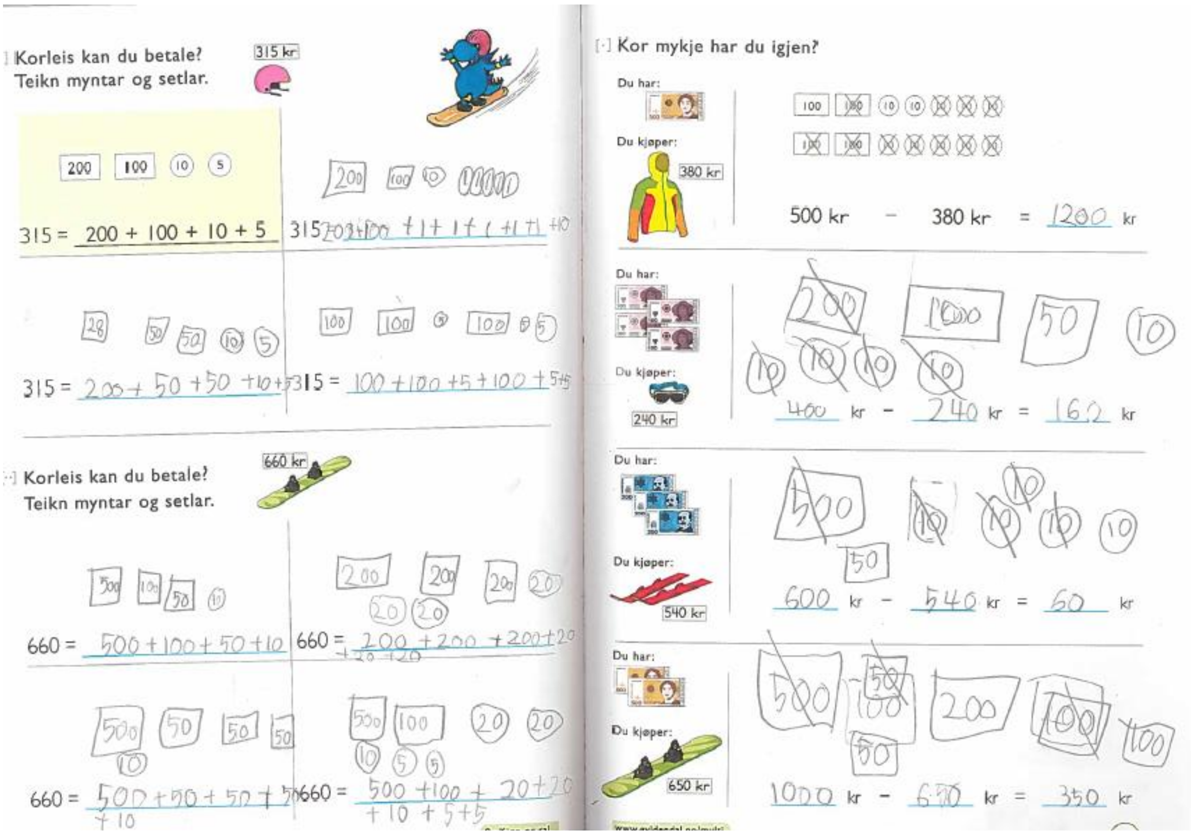
Bilde 2.43: Penger brukes til å konkretisere allerede på 1970/80-tallet

Dette er derimot mye mer gjennomgående i de nyere læreverkene, både ved talende bilder, figurbruk, hyggelige og snedige gjennomgangsskikkelser som gir hint og råd, og ved ikonisering.



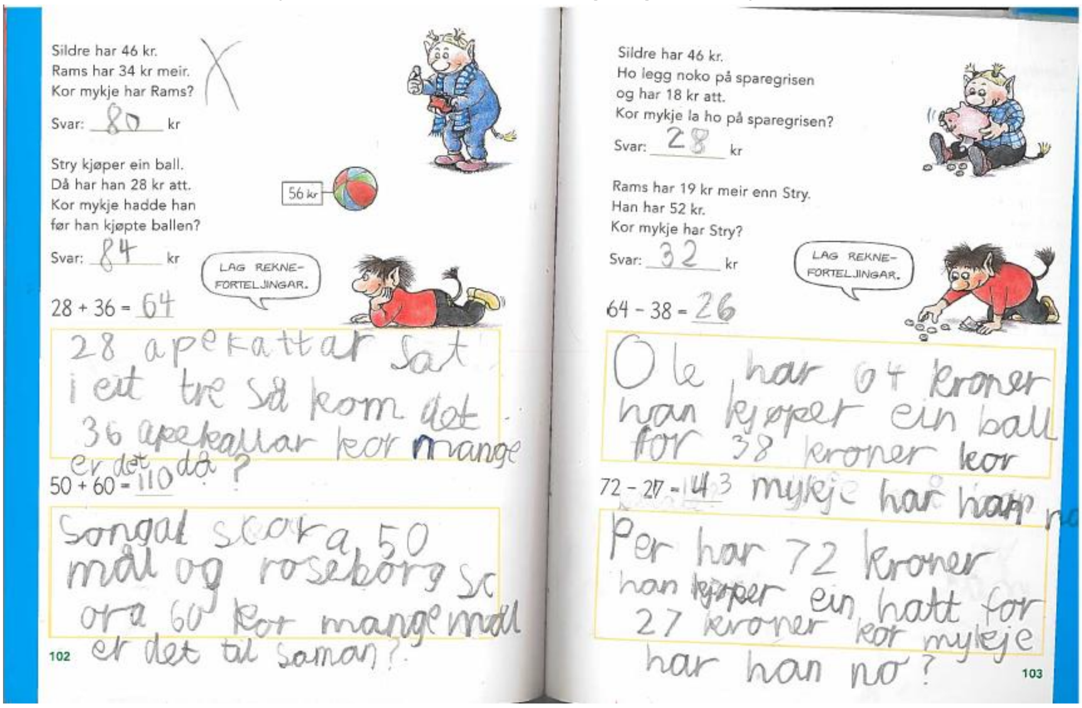
Bilde 2.44: Gjentatt addisjon og multiplikasjon





Bilde 2.45 og 2.46: Penger brukes fremdeles som konkretiseringsmiddel, men hvor langt fram i tid er dette fremdeles virkningsfullt i elevenes læring? Det blir mer og mer bruk av kort, Vipps-betaling og andre overføringer, og mindre og mindre vektlegging av kontantbetaling…

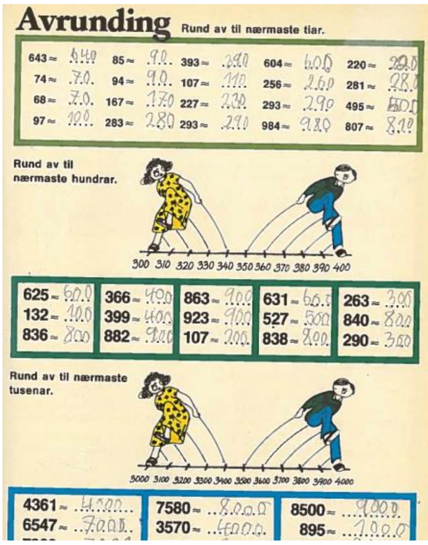
Sist, men ikke minst, prioriterer nyere læreverk skriving av regnefortellinger i tilknytning til utregninger. Det vil altså si at elevene skal lage kontekst som sammenfaller med utregningen. Det skal etableres en situasjon hvor den aktuelle utregning hører hjemme.



Bilde 2.47: Bruk av regnefortellinger er kommet inn i læreverk

2.5 Avrunding og overslag

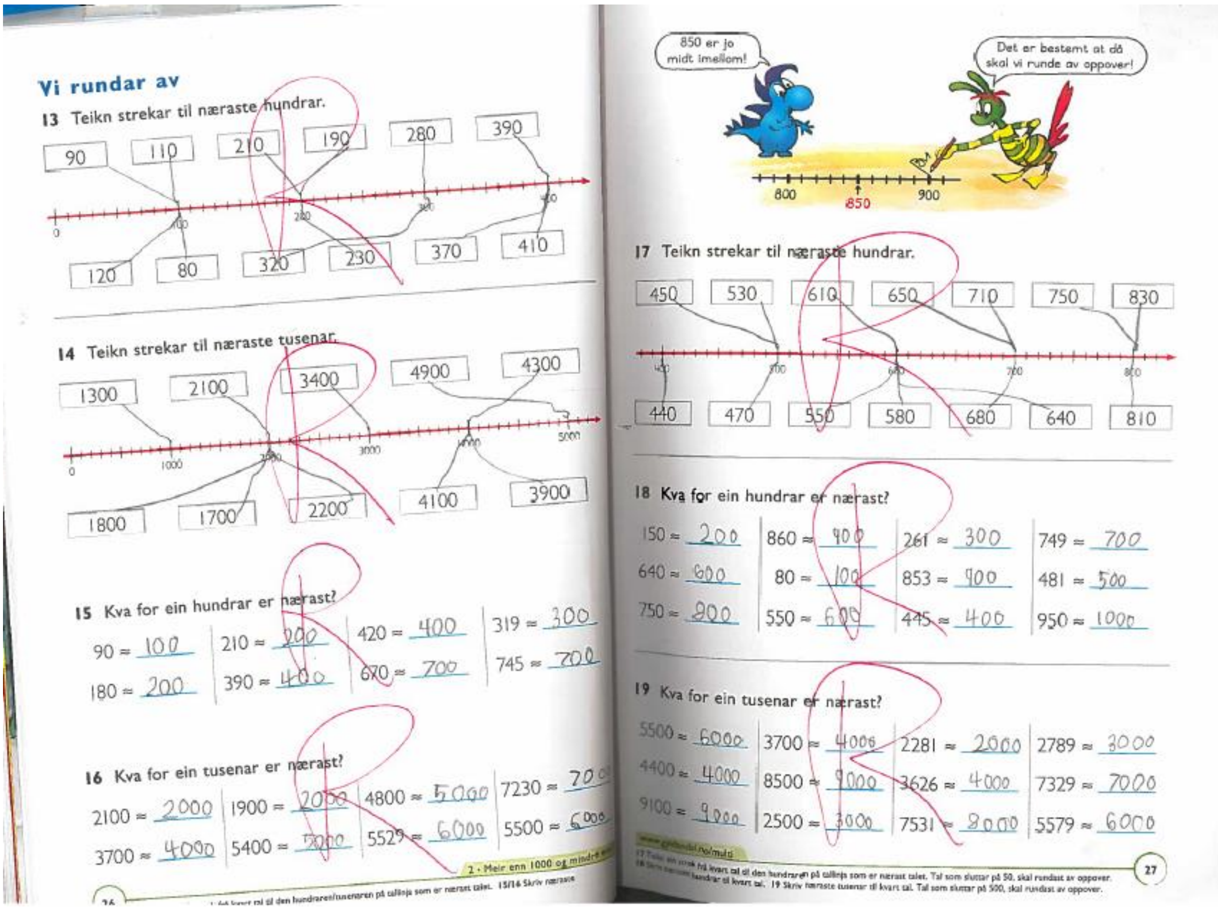
Dette er et tema som praktisk sett først og fremst er sentralt i hoderegning. Regner vi mer eller mindre i hodet enn man gjorde før? Si det. Sjansen er i alle fall til stede for at det er noe mindre av det i butikken, for der man før visste eksakt hvor mye kontanter man hadde i lommeboka, er det nå som regel greit å dra et betalingskort av et eller annet slag i kassen. Det betyr ikke at det er blitt unødvendig å følge med. Det har skjedd meg flere ganger at såkalte tilbudsvarer plutselig ikke er på tilbud, eller at feilslåtte koder i kassen gir en annen pris enn forventet. En gang jeg kjøpte kålrabi til jul (rimelig kilopris…), ble det feilpunchet i kassa og registrert som ingefær (ikke så rimelig kilopris…). Det hadde blitt en dyr julemiddag om ikke det var blitt oppdaget!



Bilde 2.48: Illustrasjon (Jepp!) av avrunding til nærmeste hundrer og tier i læreverk fra 1970/80-tallet

Bilde 2.49: Innføring av regel for avrunding. Kort og greit. Eller hva synes du?

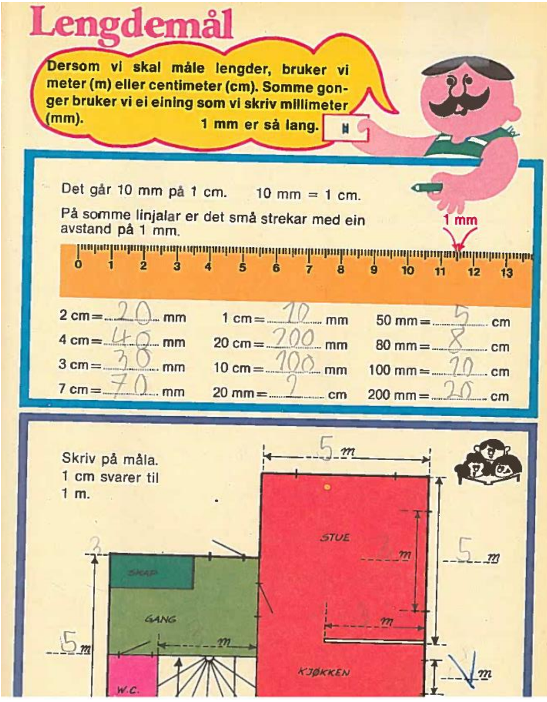
Bilde 2.50: Og så øving...

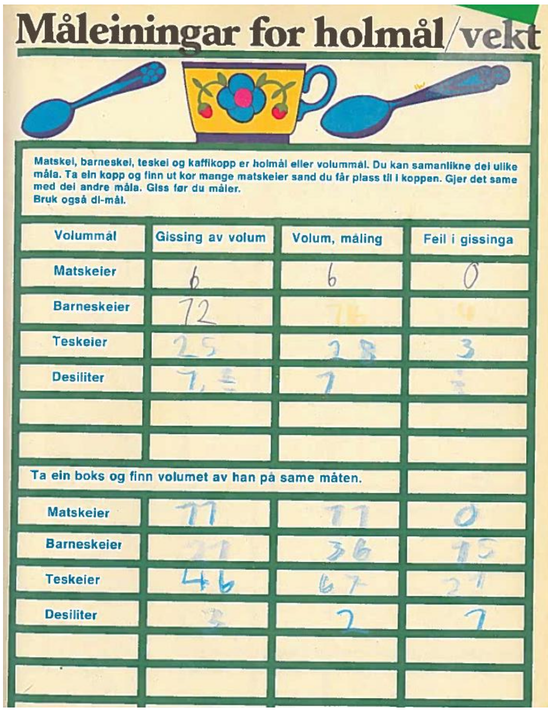


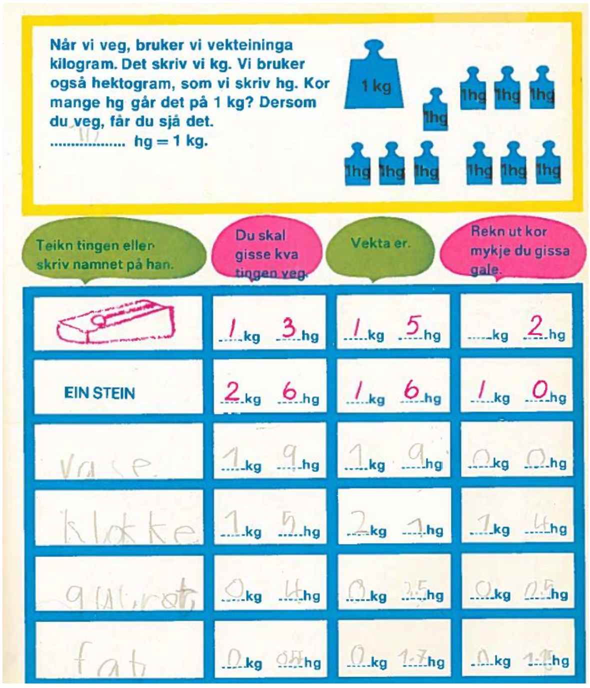
Bilde 2.51: Det er i praksis ikke stor forskjell å spore i nyere læreverk. Ja, vi har med oss noen gode assistenter, men det koker ned til øving.

2.6 Enheter

Etter hvert som elevene blir eldre (fra 3.klasse) innføres flere og flere enheter i læreverket jeg hadde når jeg gikk på barneskolen. Det gjelder lengde, areal, volum, vekt, fart, temperatur og tid. Til disse delene av faget finner vi plutselig mer kontekstrelatering. Nå er man på en måte ferdig med å øve på det rent regnetekniske og det skal etableres kontekster og begreper der regningen kan anvendes, ser det nærmest ut som. Noen av disse læreverksidene er relativt forseggjort, og figurative. Her trengs det tydeligvis noe mer informasjon og tilrettelegging for elevens arbeid og læring:

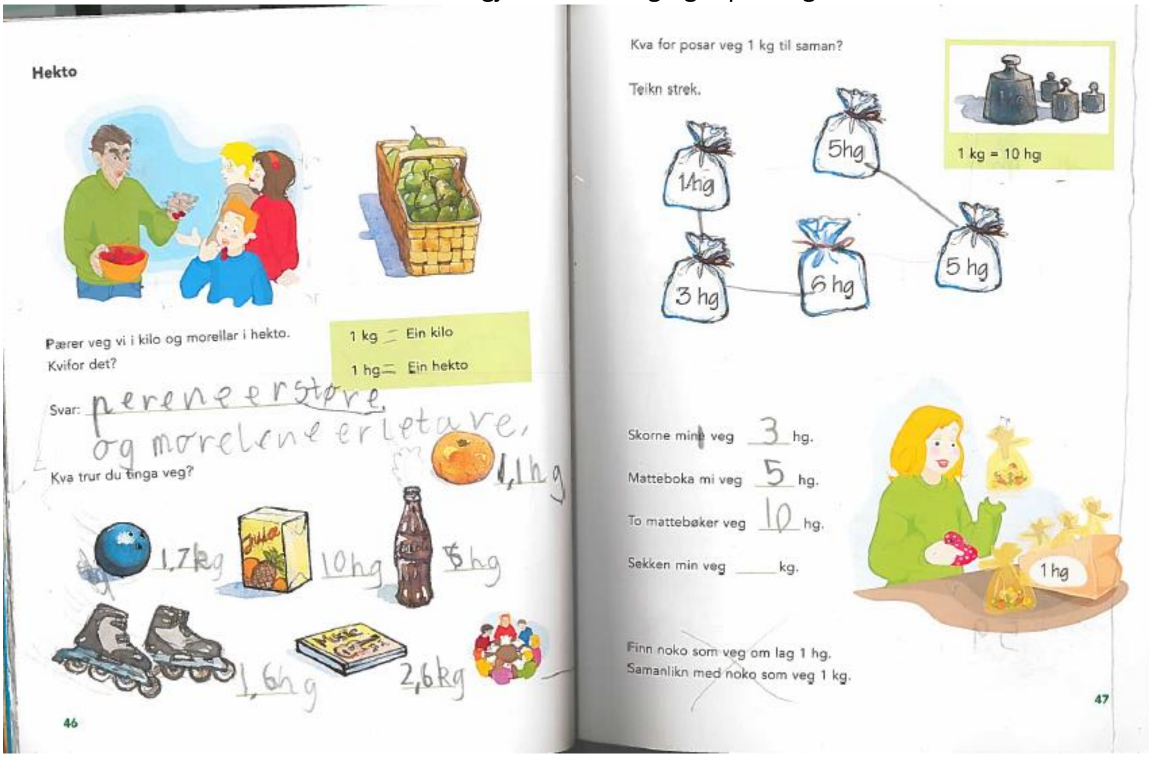




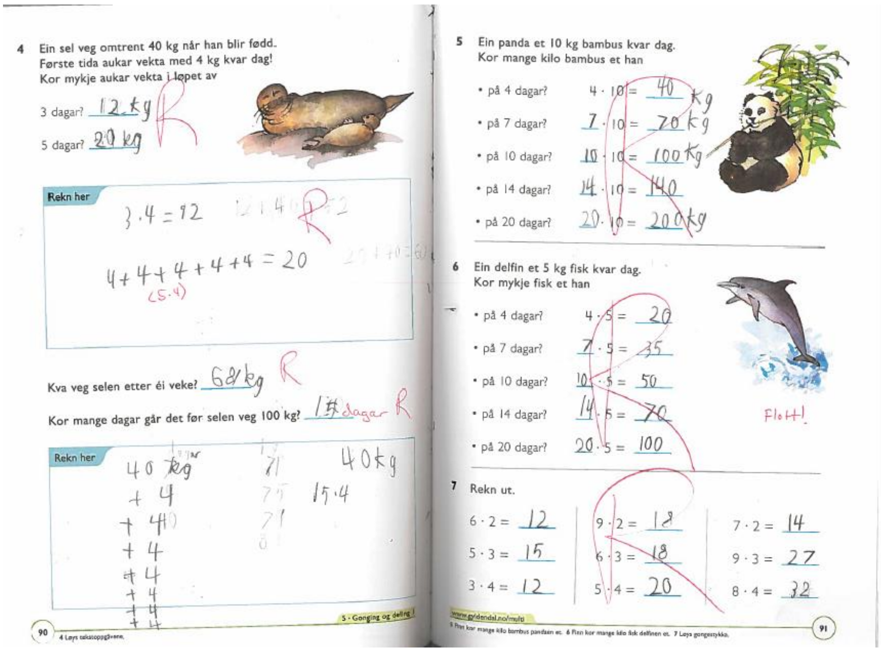


Bilde 2.52, 2.53, 2.54, 2.55: Innføring og arbeid med sentrale målenheter (og noen mindre sentrale)

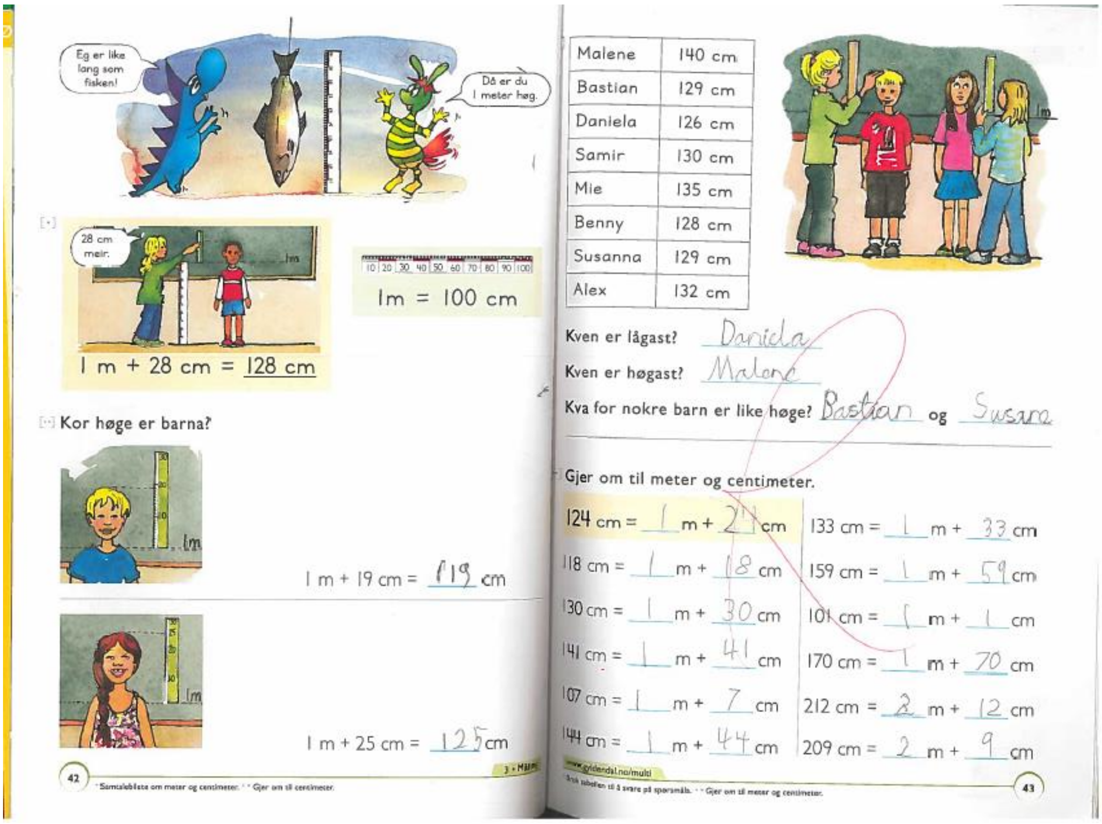
I de nyere læreverkene er det bare noe forskjell fra det eldre læreverket, og det er mest på valg av kontekster. Litt artig å se at det brukes rulleskøyter og Coca-Cola, mens det i det eldre verket går i rød saft og stein. Det er ikke tvil om at det også prioriteres noe annerledes i nyere verk ved at man henter inn mer eksotiske moment fra andre fag. Hvor mye bambus spiser en pandabjørn eller hvor mye fisk spiser en delfin? Greit å vite, men man slipper likevel ikke unna kontekstvilfarelsen man ofte havner i gjennom å tilby alle den samme kontekst. Det har jo blitt harselert mye med at elever på innlandet satt og regnet på fiskekvoter og at elever i kystsamfunn regnet på tømmer, fordi det var det læreverkene kunne tilby, men situasjonen er nok ikke så annerledes nå. Skriftlige læreverk har med seg en treghet som er utfordrende å overvinne når det gjelder endring og tilpassing.



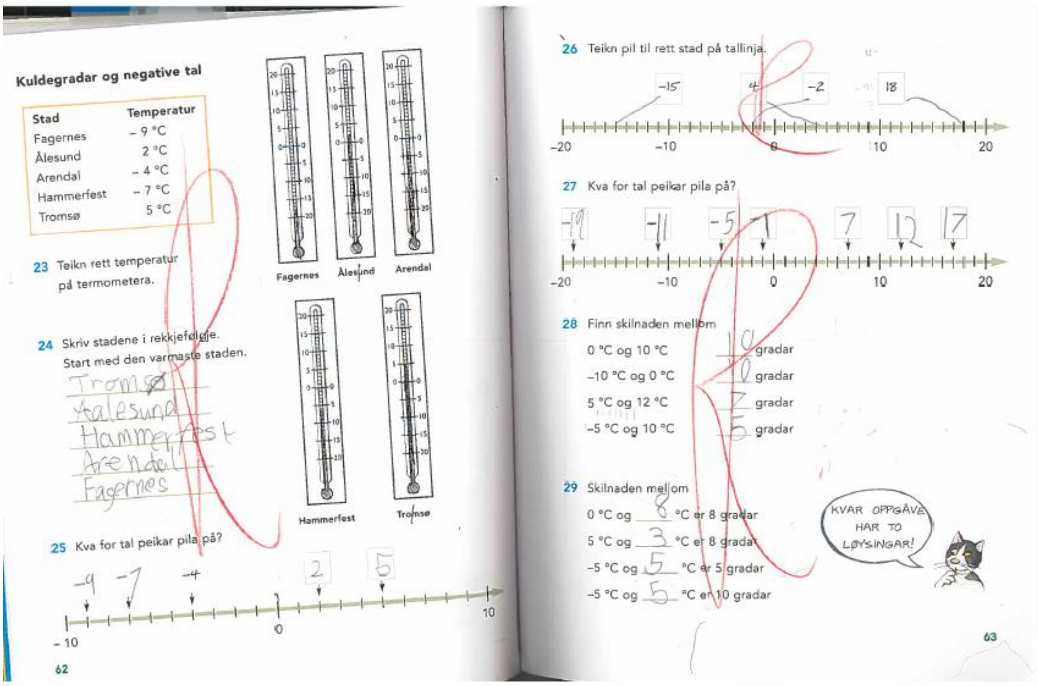
Bilde 2.56: Universelle målenhetskontekster for 2010-talet?



Bilde 2.57: Vi lærer litt om panda, delfin og sel også.



Bilde 2.58: Det legges opp til aktiviteter som kan involvere elevaktivitet i klasserommet (selv om læreren ALLTID må være var for denne typen valg av aktivitet!), men eksempelet med storseien oppe til venstre er mer underlig. Det er greit nok at det er spandert en linjal ved siden av, men tross alt må det faktisk være bedre å finne en bokkontekst som heller virker mer realistisk enn dette bildet. En elev i Lofoten vil jo lure på om læreverkforfatteren vet hva en storsei er, mens en elev i indre deler av Norge kanskje tror at en storsei ikke er så stor… Nei, bruk da heller en faktisk fisk fra der du underviser!



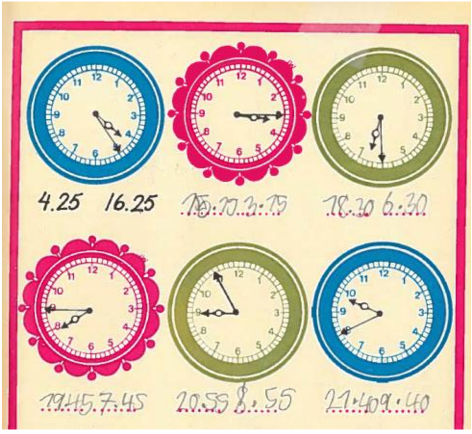
Bilde 2.59: Temperatur og negative tall kan også minst gjerne gis en lokal kontekst som å bruke kontekster fra et læreverk!

2.7 Klokke og tid

I mine læreverk var det rett og slett klokken med visere som dominerte totalt når vi skulle lære oss klokka.

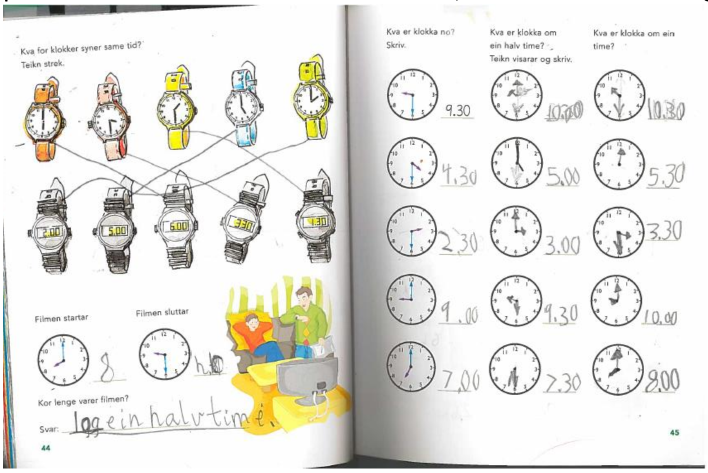
Bilde 2.60: Hvor mye er klokka? Ferdig arbeid.

Utviklingen sees mest ved at det samme visuelle uttrykket på klokkeskiva opptrer to ganger i døgnet, og at dette selvsagt er noe å være oppmerksom på.

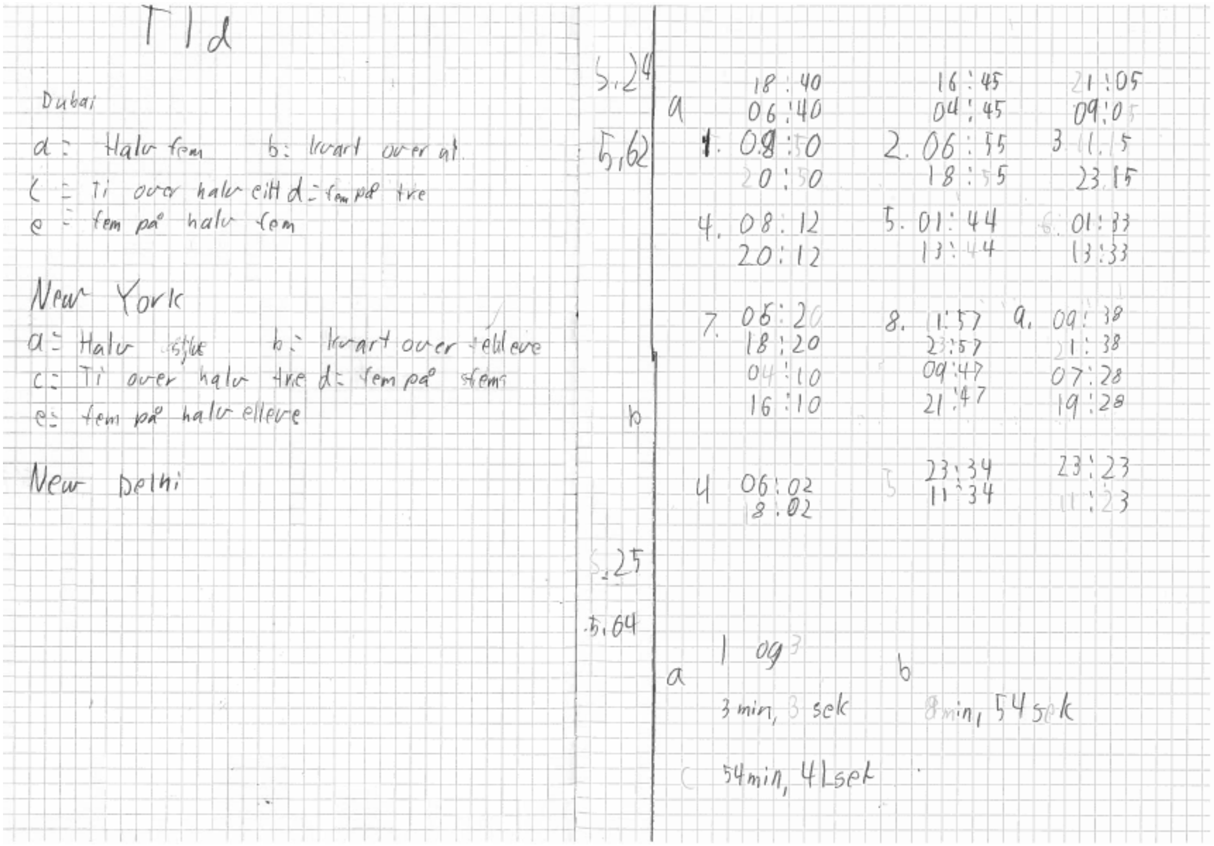


Bilde 2.61: En klokke som står, er riktig to ganger i døgnet!

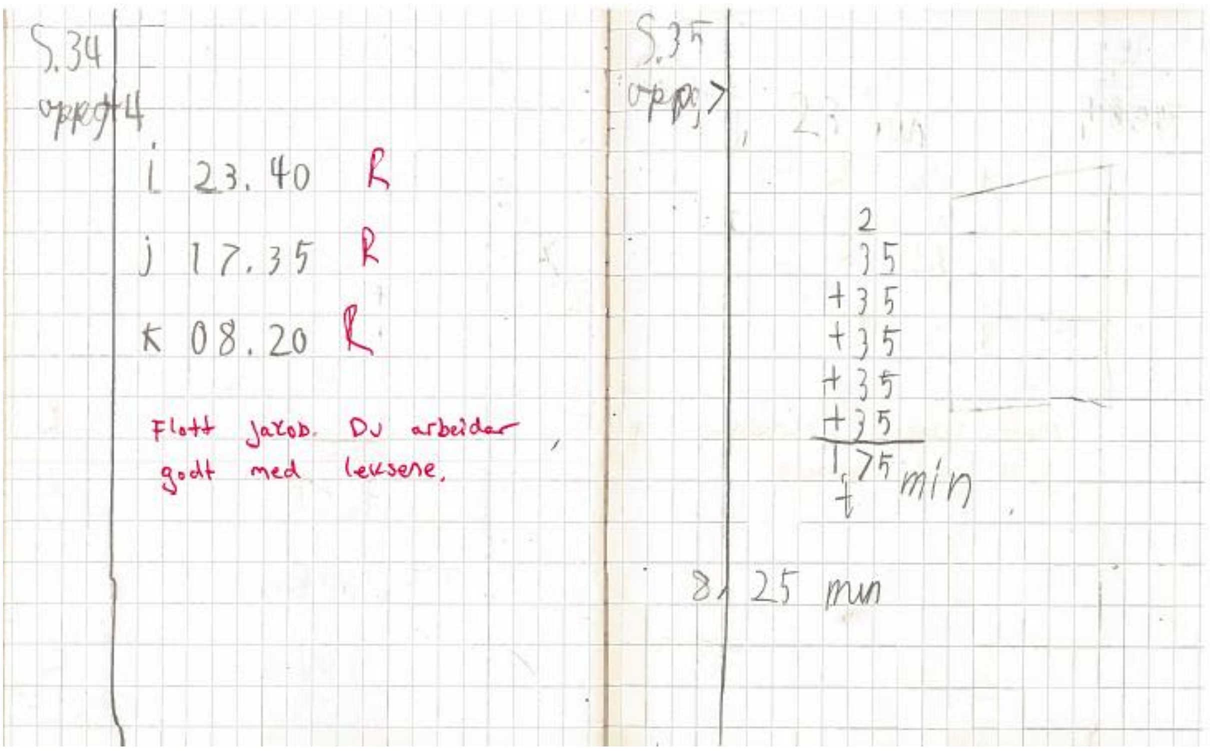
Her er det bare å merke seg at digitale klokker ikke er å finne. De kommer derimot selvsagt inn i de nyere læreverk. Med den teknologiske utviklingen, med for eksempel mobiltelefonens dype innflytelse på den sosiale aktiviteten i samfunnet, er dette helt naturlig.



Bilde 2.62: Armbåndsur med digitalt display er kommet inn i læreverk. Blir smarttelefoner det neste?



Bilde 2.63: Viktor regner med tidssoner og regning med timer, minutt og sekund



Bilde 2.64: Jakob har regnet med timer og minutter som hjemmearbeid

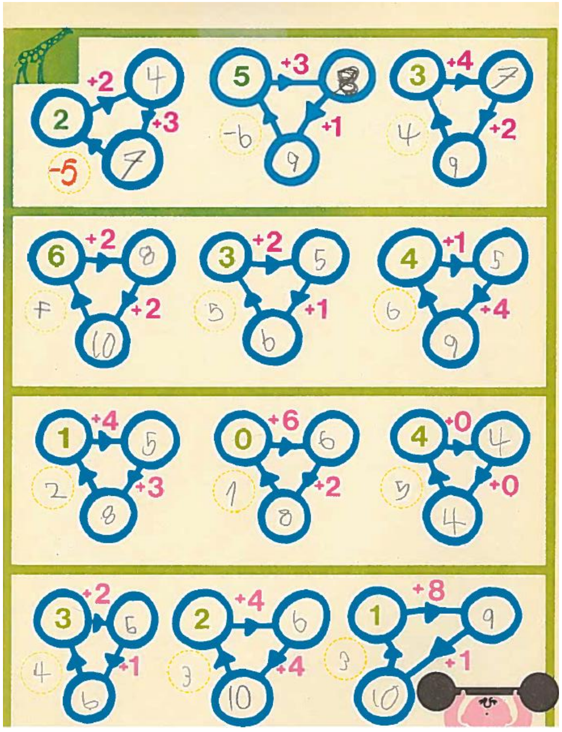
Kapittel 3: Standardalgoritmer for de fire regneartene

Standardalgoritmer er et begrep som vi lærere elsker, og mange andre ikke helt klarer å gi den store omfavnelsen. I alle fall er det blitt slik. Kalkulator og ikke minst all software som er blitt tilgjengelig i en rekke yrker, har medført at standardalgoritmene for addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon har blitt mindre og mindre nødvendige å kunne. Så lenge man har strøm eller batteri klarer man å finne svaret på det som skal regnes ut. Ikke for det, man kan jo endelig havne i vanskeligheter når nettopp strømmen en sjelden gang forsvinner, eller kalkulatoren ikke er å finne… For en del år siden, men ikke lenger tilbake enn en gang på 1990-tallet var min bestefar i en blomsterforretning for å handle en blomsterbukett til min bestemor. Der fikk han hjelp av en hyggelig jente som viste ham rundt i lokalet og hjalp ham med å plukke ut forskjellige blomster til buketten. Det ble litt av hvert av forskjellige blomster, og en riktig fin bukett. Da han skulle betale viste det seg at jenta ikke kunne finne kalkulatoren butikken vanligvis hadde liggende på disken. Litt ute av fatning begynte hun da å regne for hånd, med blyant på silkepapiret som man pakker inn blomster i. Dette gikk ikke helt etter planen, og både jenta og min bestefar ble litt røde i toppen. Jenta fordi at dette fikk hun ikke til, og min bestefar fordi han i hodet allerede hadde regnet ut hvor mye han skulle betale og ikke ble særlig imponert over at det skulle ta så lang tid med betalingen. Det hele løste seg ved at de sammen regnet gjennom summene av de forskjellige blomstene, og min bestefar fikk med seg buketten hjem til min bestemor og feiring av bryllupsdag.

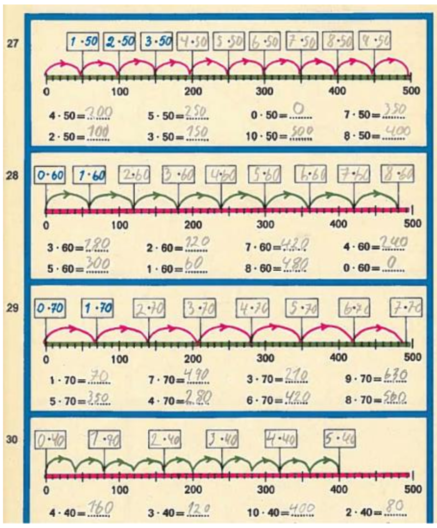
Kunnskaper og ferdigheter vi ikke bruker daglig eller i alle fall ofte, selv om vi har lært det grundig, vil forvitre og gå i glemmeboka. Det gjelder faktisk både sykling, svømming, standardalgoritmer og annet. Den ulykksalige jenta i historien over hadde ikke behov for å bruke standardalgoritmer så lenge hun hadde kalkulator, og når situasjonen plutselig krevde at hun skulle regne for hånd, og med en stadig mer utålmodig kunde rett foran seg, er det ikke rart at det stokket seg for henne. Det hele er egentlig en beklagelig historie. I dette kapittelet fokuseres det på arbeid med de fire standardalgoritmene, men da er det også allerede innledningsvis på sin plass å understreke at i læreverkene jeg brukte på slutten av 1970-tallet og begynnelsen av 1980-tallet, var det ingen hensyn til kalkulator eller andre hjelpemiddel å ta, for ingen elever hadde tilgang på det. Derfor fikk i tillegg til den selvstendige oppmerksomheten til disse algoritmene, vi elevene øvelse i å bruke disse algoritmene knyttet til forskjellige emner i faget og etter hvert som vi ble eldre, i mellomregninger knyttet til mer komplekse oppgaver. Dette er en virkelighet som mine sønner ikke har opplevd på samme måte. De har så lenge de har gått på skolen hatt tilgang på kalkulator og software på datamaskin. Dette vet også lærerne og lærebokforfatterne. Argumentasjonen for å arbeide med standardalgoritmer for de fire regneartene har blitt mer komplisert. Det nytter egentlig ikke å fortelle historier av den typen dette kapittelet innleder med, og i alle fall ikke nå lenger, når smarttelefonene har lang batterilevetid, aldri blir forlagt av ungdommen, og har både kalkulator og annen software et par skjermtrykk unna. Der man før kunne med selvfølge introdusere standardalgoritmene og vite at elevene fikk naturlig øving i disse i arbeid med matematikkfaget, arbeider man nå mer med å se til forståelsen av hvordan disse algoritmene fungerer og hvordan utvikling av egne algoritmer kan være en vei mot økt tallforståelse og etter hvert enighet om at standardalgoritmene er de mest effektive måtene for å håndtere utregninger i addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon. Dette gjøres som regel ved at stadig mer kompliserte utregningsproblem utfordrer algoritmer elevene selv utvikler, og at læreren tilbyr en algoritmestruktur som håndterer det mer kompliserte. Læreren skaper en såkalt kognitiv konflikt og tilbyr en løsning på denne. Det er i alle fall slik det framheves i den læringsteoretiske teori som omkranser læreplan og læreverk av nyere læreverk. I praksis er det nok mange matematikklærere som fremdeles starter med å introdusere standardalgoritmene, og så vektlegger øving på disse. «Er du klar over hvor mye styr det er når alle skal prøve seg fram selv, Frode? Det fungerer mye bedre at jeg gir dem algoritmen, og så bruker vi den alle sammen!», var det en erfaren matematikklærer på mellomtrinnet som noe oppgitt sa til meg en gang jeg var på et skolebesøk for å følge opp noen av mine grunnskolelærerstudenter. Så selv om lærebøkene kanskje har endret seg noe, og det opplevde behovet for å kunne bruke standardalgoritmene har endret seg mye, er det ikke sikkert at måten det arbeides med standardalgoritmene har endret seg så mye.

3.1 Arbeid med de fire regneartene

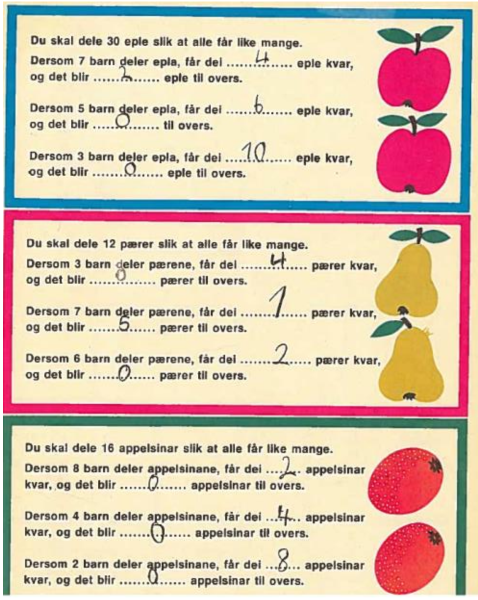
Veien fram mot introduksjon av standardalgoritmene for de fire regneartene innebærer bruk av automatiserte regneoperasjoner (hoderegning). Algoritmer bør ikke brukes til alt. På bilde 3.1 ser vi hvordan den ordløse innføringen av en hoderegningsbasert algoritmetankegang legges fram for elevene (ja, meg). Her skal det kombineres addisjon og subtraksjon, uten at eleven ser ut til å fange opp innholdet i denne algoritmen. Løftet som vises nede til høyre indikerer at dette er en utfordring, og det virker til å stemme. Får du noe inntrykk av tankegangen jeg kan ha brukt i arbeidet med disse oppgavene? Til og med oppgaven helt til høyre i rad nummer tre blir feil.



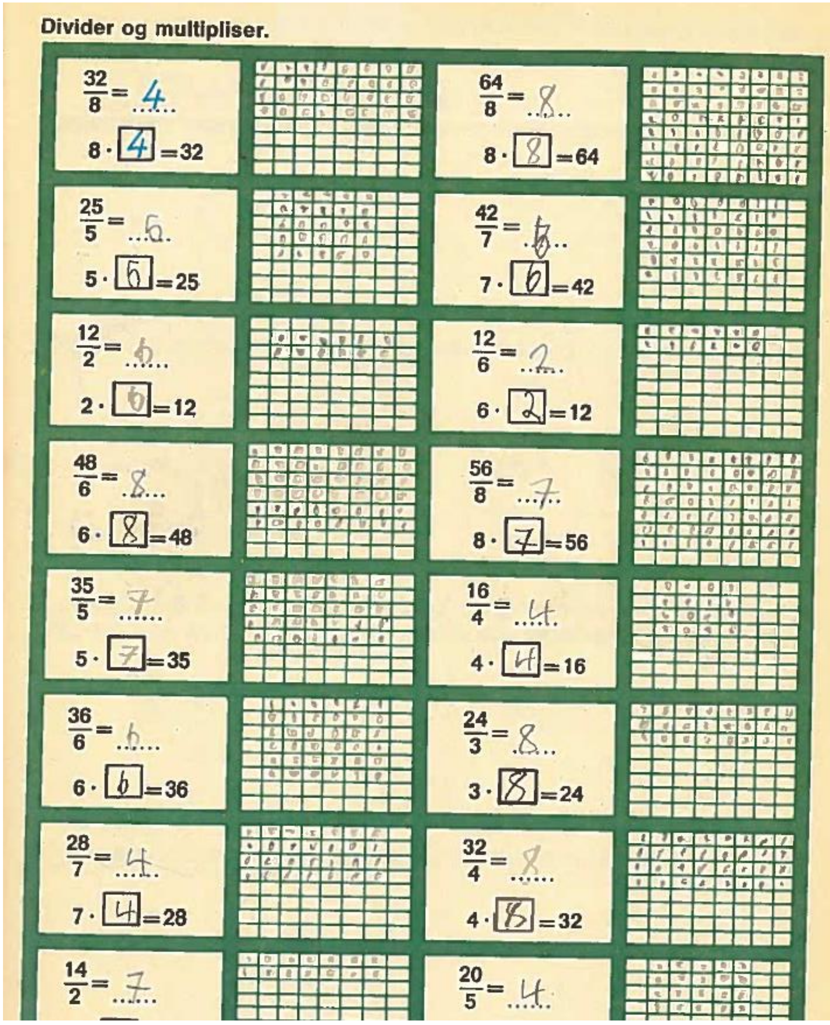
Bilde 3.1: Frustrasjon i bruken av en algoritme som ikke er forstått hvordan fungerer



Bilde 3.2: Multiplikasjon gjennom hopping på tallinja

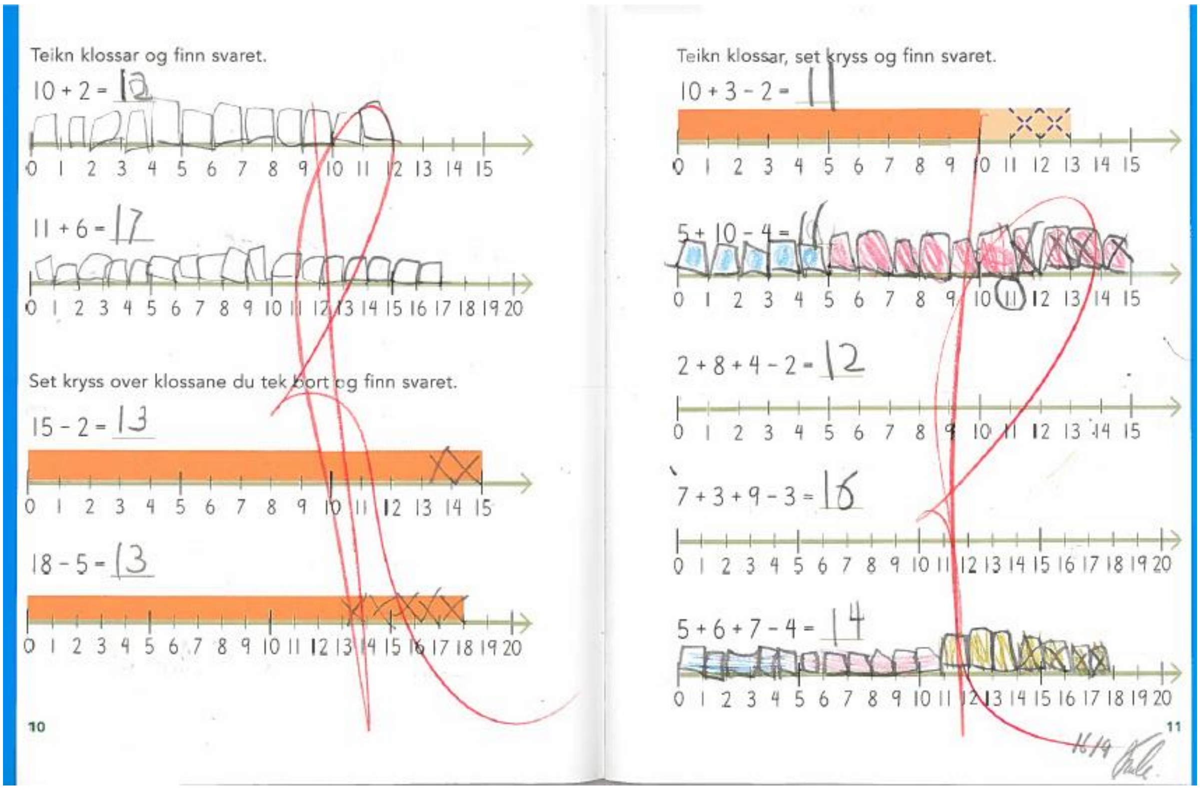


Bilde 3.3: Divisjon gjennom rettferdig fordeling. Her er det mest sannsynlig brukt hoderegning, og da gjennom å multiplisere hele tall så tett opp mot det man har å fordele, og så notere seg det man har til overs (restverdi).

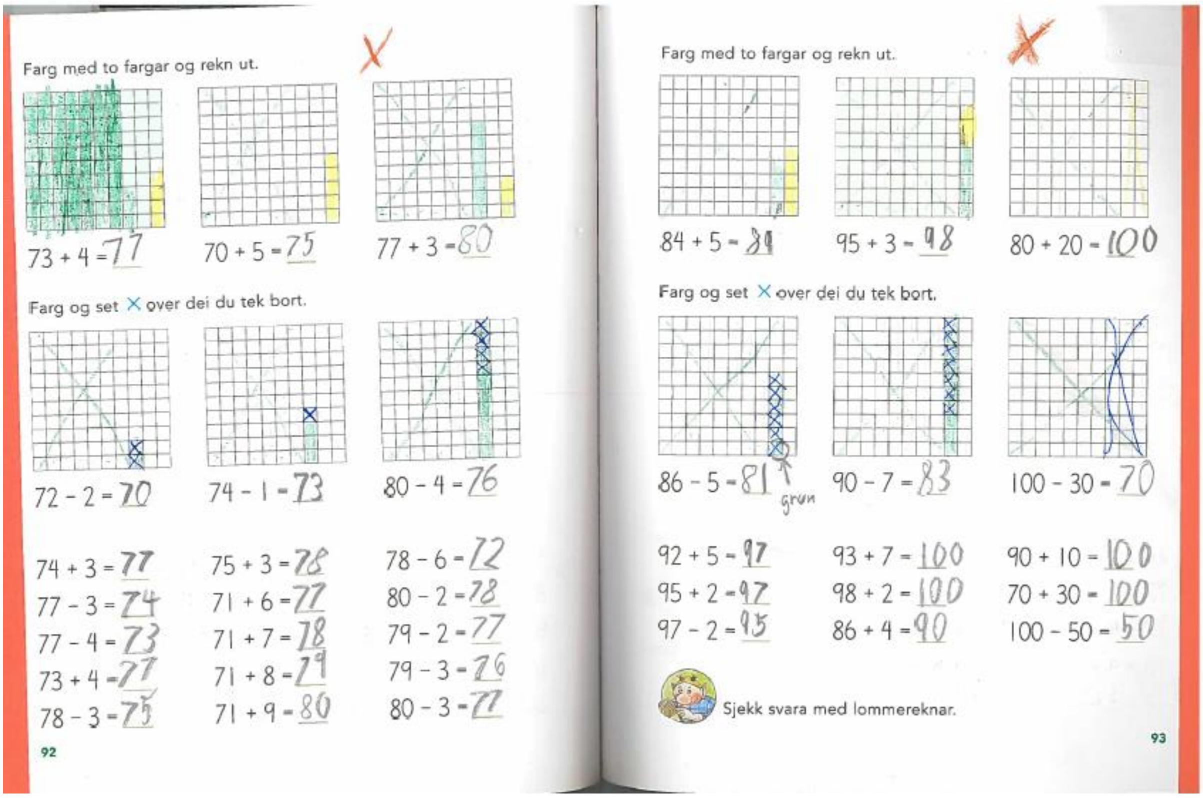


Bilde 3.4: Sammenheng mellom divisjon og multiplikasjon

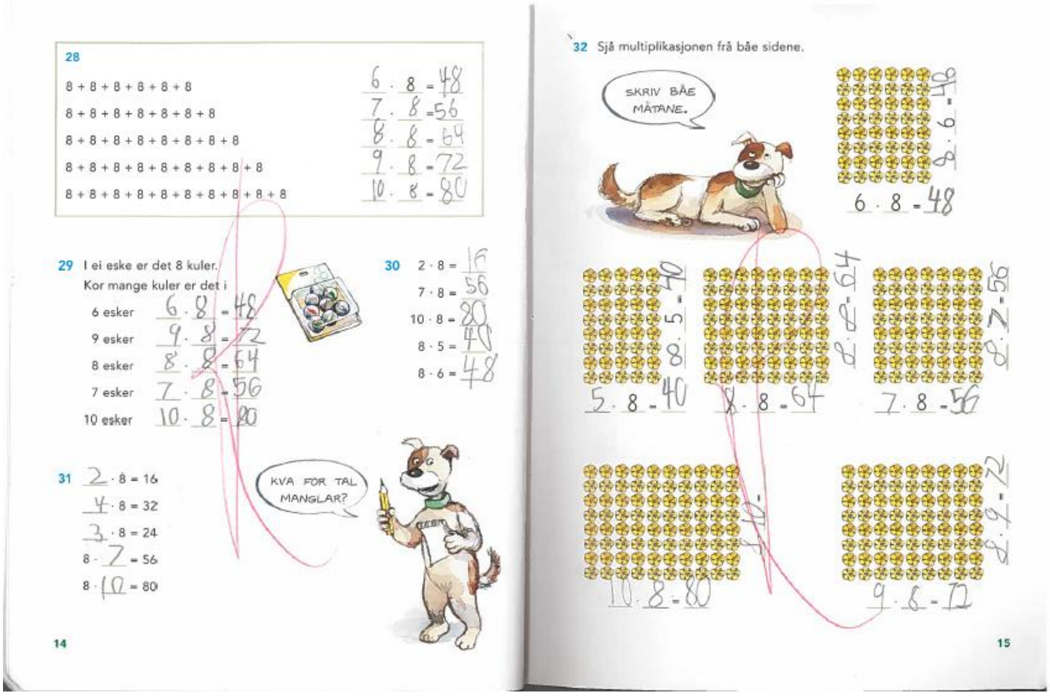
Vi finner mange av de samme øvelsene i mine sønners læreverk. Tallinja brukes, og det samme gjør koblingen mellom regnestykke og visualisering med rutenett.



Bilde 3.5: Addisjon og subtraksjon ved hjelp av tallinje

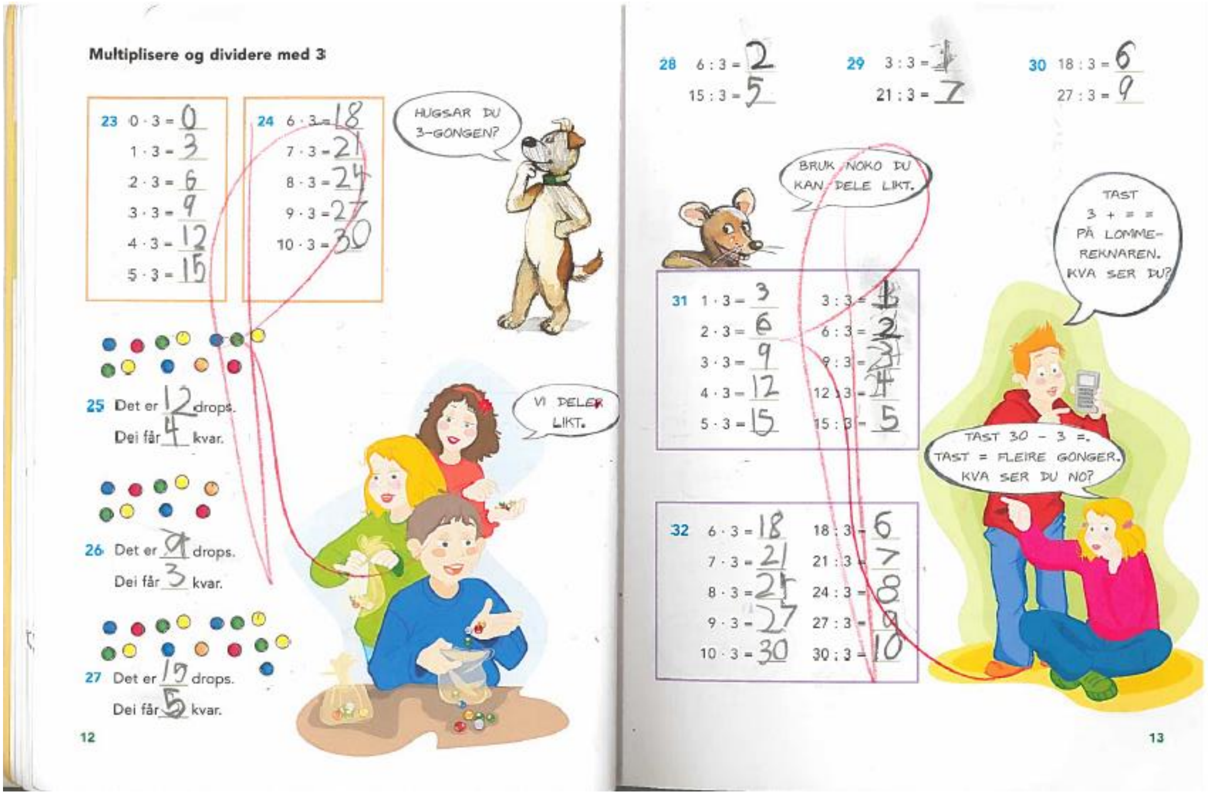


Bilde 3.6: Addisjon og subtraksjon ved hjelp av rutenett



Bilde 3.7: Multiplikasjon som gjentatt addisjon, både med tall og i rutenett

En forskjell i de to læreverkene er likevel tydelig, og det er mine sønners læreverks oppmerksomhet om at kalkulator, eller lommeregner som det omtales som, er noe elevene har tilgang på. Den kan ikke bare brukes til utregninger, men også til utforsking!



Bilde 3.8: Kalkulatoren har egenskaper som kan utnyttes i arbeidet med å utvikle forståelse for operasjonene i de fire regneartene. Hva er det egentlig gutten og jenta til høyre ber elevene om å gjøre? Og om du prøver; hvordan fungerer det?

3.2 Standardalgoritmer for de fire regneartene

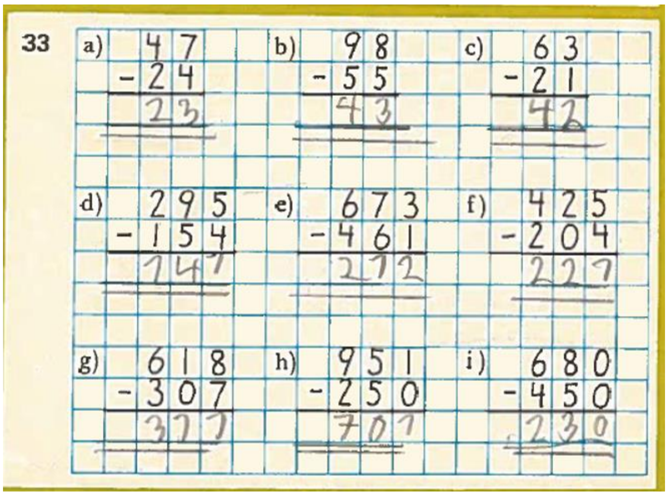
I lærebøkene jeg brukte da jeg gikk på barneskolen er det utallige eksempel på øving i arbeid med standardalgoritmene, så selv om det var garantert at vi fikk øving i bruk av disse gjennom annet arbeid med matematikkoppgaver, skulle det også sikres gjennom konsentrert øving at vi behersket disse grunnleggende verktøyene for annet matematikkarbeid!

Bilde 3.9: Adder, Frode.

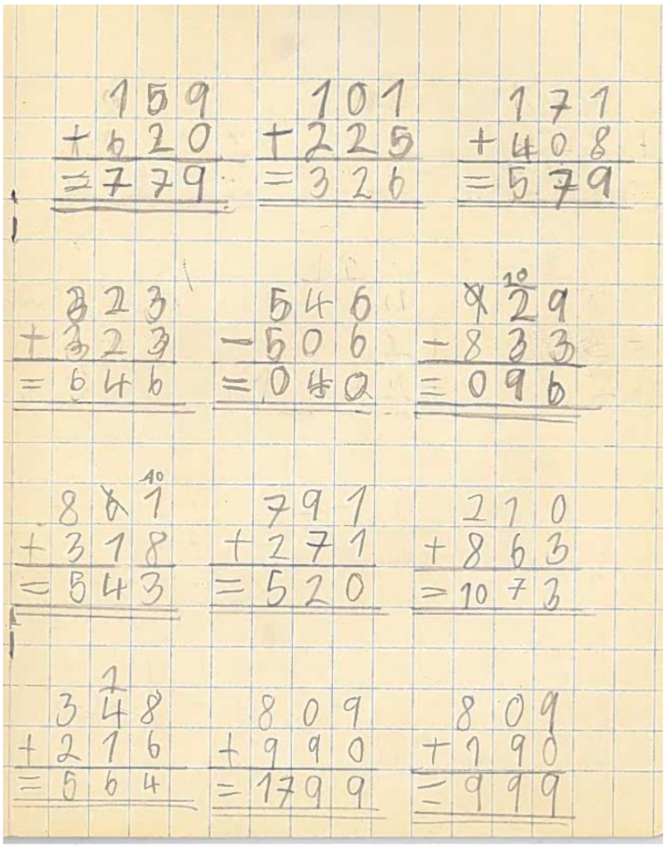
Læreverket hadde knyttet til introduksjon av standardalgoritmer også innslag av introduksjon med tekst, som for eksempel i bilde 3.10:

Bilde 3.10: Eleven får instruksjon av en velvillig hjelper til å se hvordan standardalgoritmen for subtraksjon fungerer når det skal trekkes et større tall fra et mindre tall. Og her ser vi en viktig grunn

til at mange voksne (og lærere!) fremdeles sier at «vi må låne en 10'er». Det var terminologien som ble brukt i læreverket! Men vi «låner» ikke en 10'er. Vi veksler en 10'er. Den leveres jo ikke tilbake!

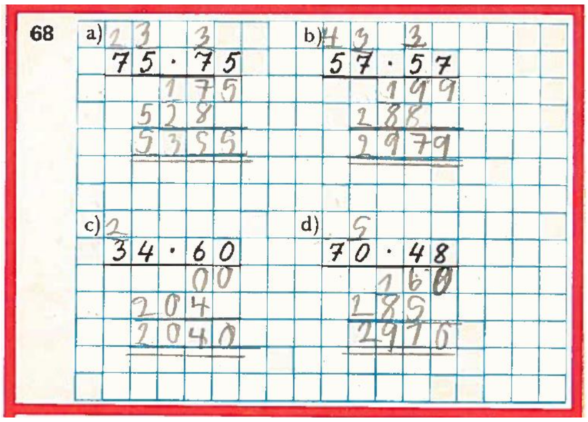


Bilde 3.11: Det gikk greit når jeg ikke måtte veksle!

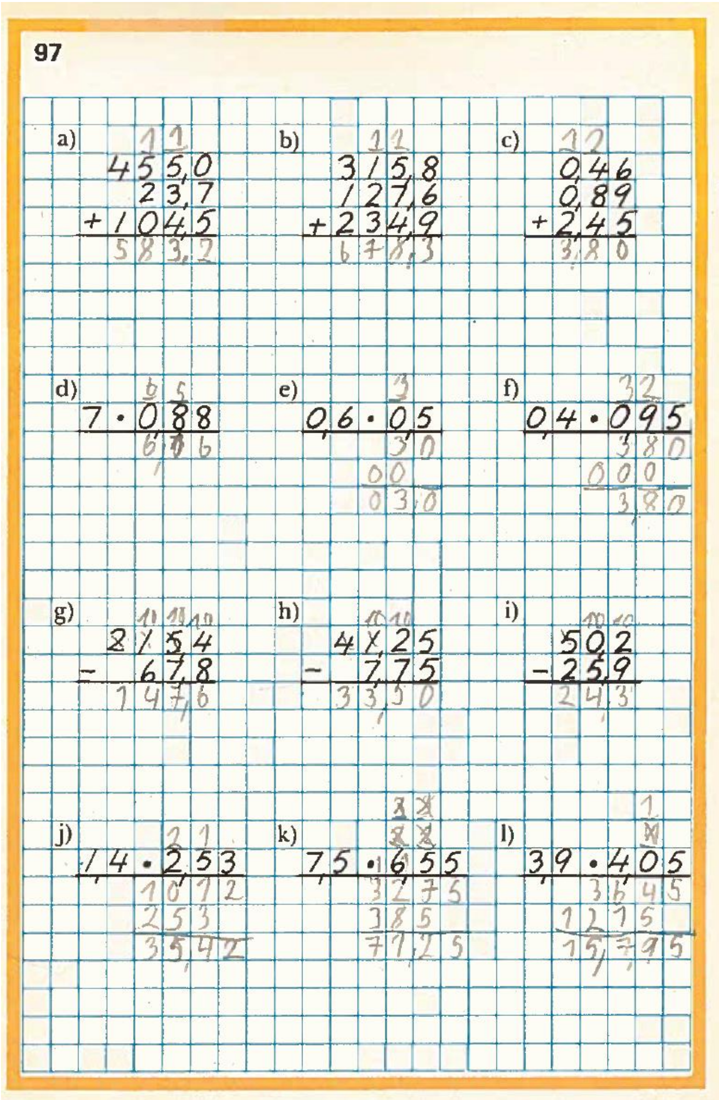


Bilde 3.12: Øvingsoppgaver i kladdebok ble det også etter hvert, med litt mer strev knyttet til både veksling og oppsett. Nei, her måtte det nok øves mer!

Lenger ute på barnetrinnet begynte arbeidet med standardalgoritmene å bli relativt komplisert, og med tall som ikke så lett lar seg kontrollere ved hoderegning. Kalkulator var heller ikke tilgjengelig. Overslagsregning kunne brukes for å vurdere svaret, men det ble nok en nødvendighet at vi ble trygge og sikre i bruken av algoritmene gjennom øving. Forståelsen for hva de innebar og hvordan de fungerte var det nok derimot få og ingen som levnet mye interesse.

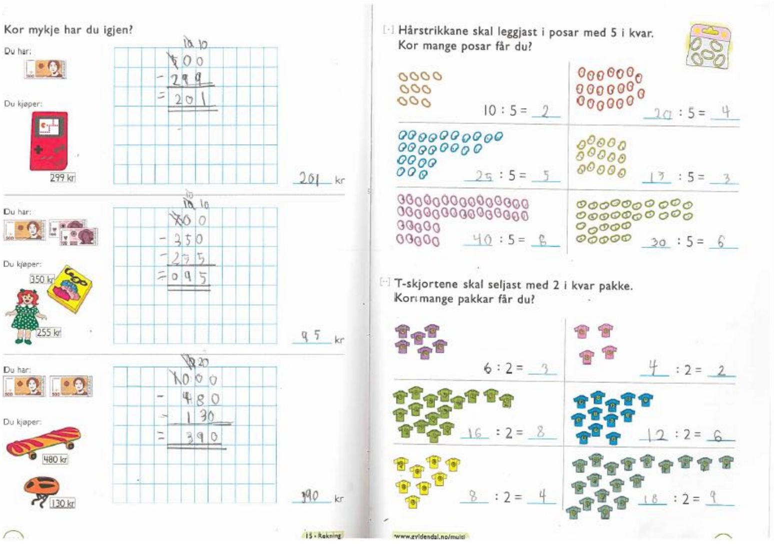


Bilde 3.13: Hvorfor flytter man en plass til venstre i andre linje i utregningen?

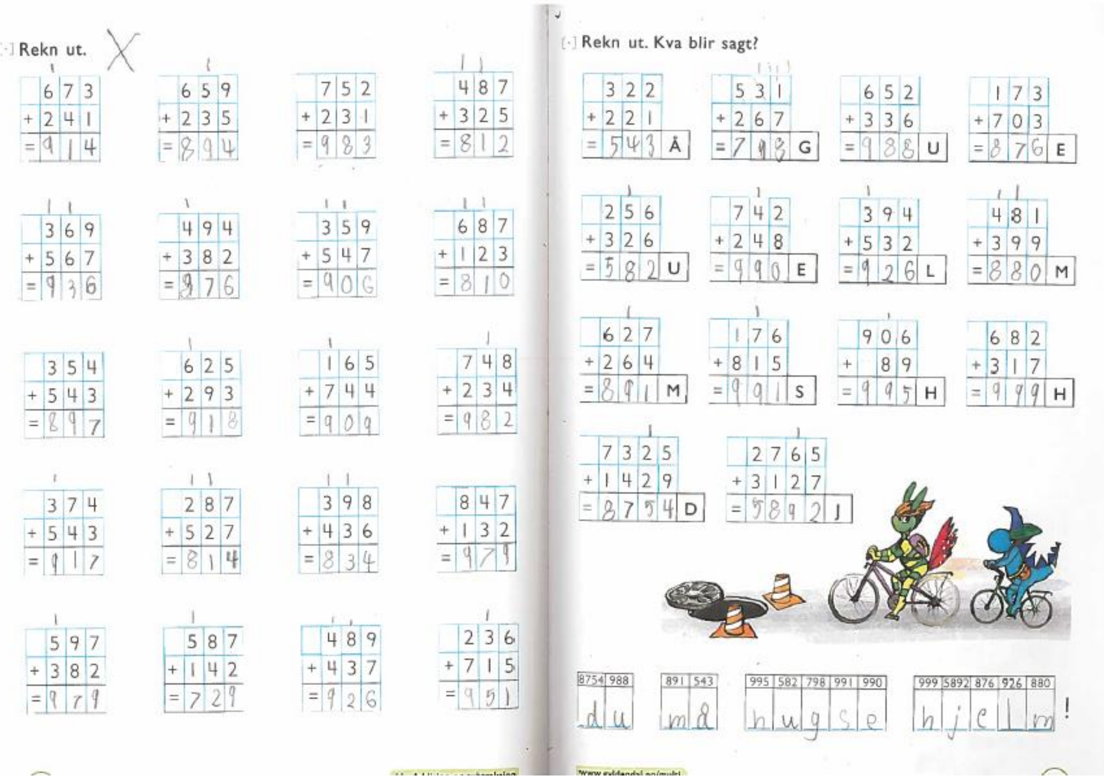


Bilde 3.14: Relativt kompliserte standardalgoritmeutregninger på begynnelsen av 1980-tallet!

Hva så med mine sønner, og deres arbeid med standardalgoritmene? Læreverket er mer kontekstbasert som grunnlag for utregninger med algoritmer, og i bilde 3.15 ser vi at et rutenett er laget til for å kunne vise utregning. Hvorfor et rutenett? Er det for å gjøre det lettere å sette opp regnestykket? I alle fall har min ene sønn gjort dette ved å bruke en standardalgoritme. Det kan være et eget valg, men det kan også være et valg læreren har tatt for elevene.

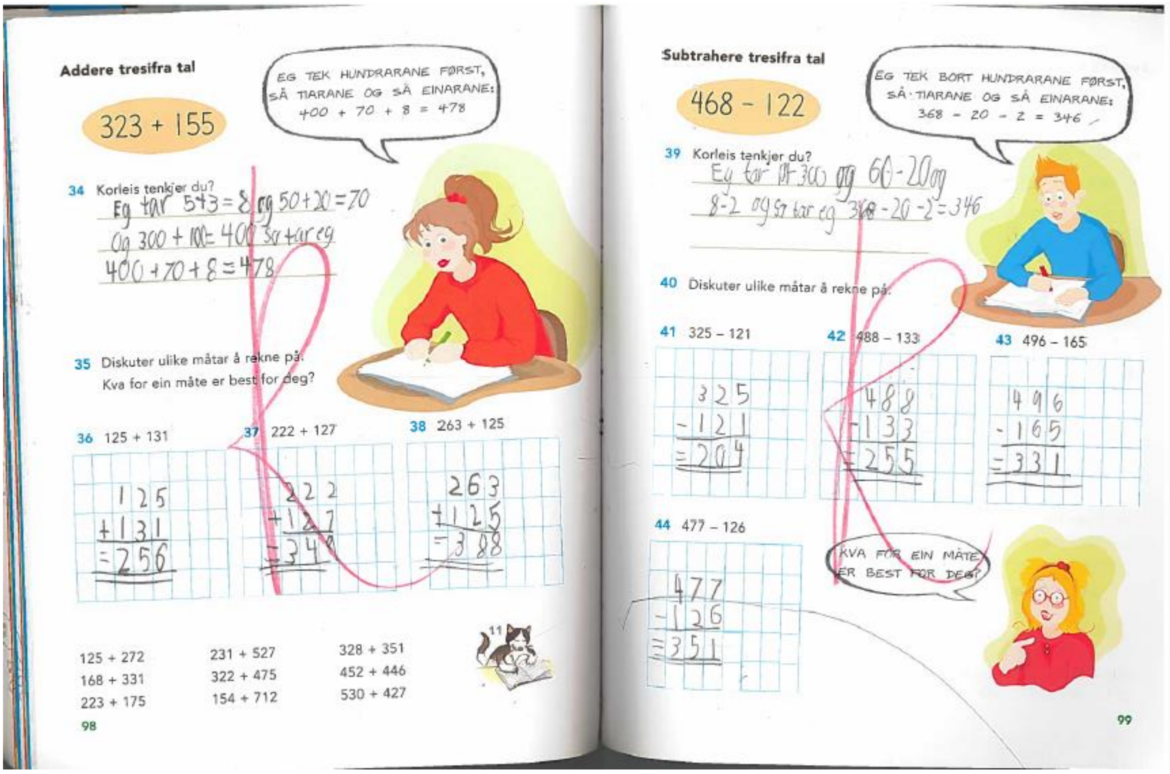


Bilde 3.15: Mulighet for å sette opp regnestykket. Det velges et standardalgoritmeoppsett.
Læreverket skal også tas med i spekulasjoner omkring påvirkning av valg av arbeidsmåte ved utregning. Bilde 3.16 viser at det er god plass til øving på standardalgoritmer også i nyere læreverk!



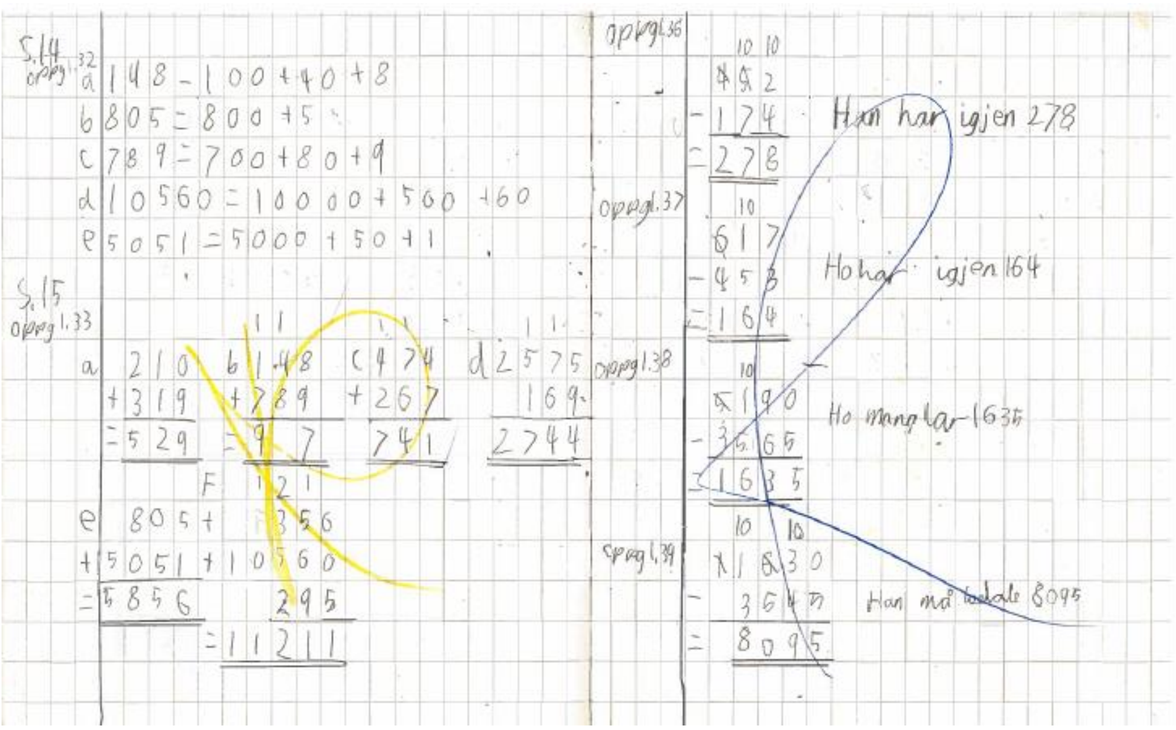
Bilde 3.16: Øving på standardalgoritme for addisjon

Samtidig legger også læreverket til rette for en mer direkte algoritmisk tilnærming til det som skal regnes ut i fasen der man arbeider seg fram mot standardalgoritmene. I bilde 3.17 ser vi eksempel på dette, da det som der introduseres vil fungere for noen regnestykker, men etter hvert vil man kunne møte en kognitiv konflikt, fordi tallene ikke oppfyller de premisser som kreves i bilde 3.17. Da må algoritmen revideres, om læreren har prioritert å undervise slik læreverket har lagt opp til!

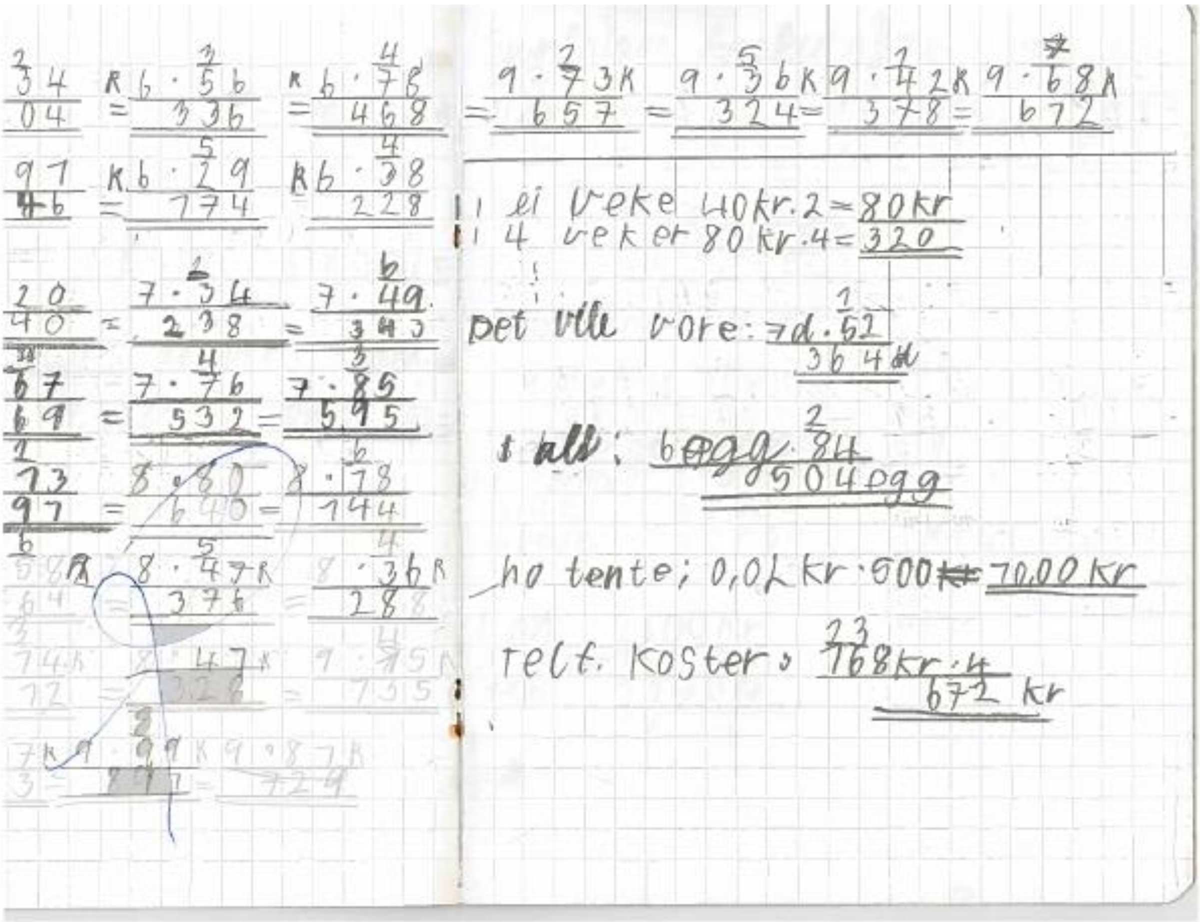


Bilde 3.17: Algoritmer som fungerer på addisjon og subtraksjon før du får tierovergang

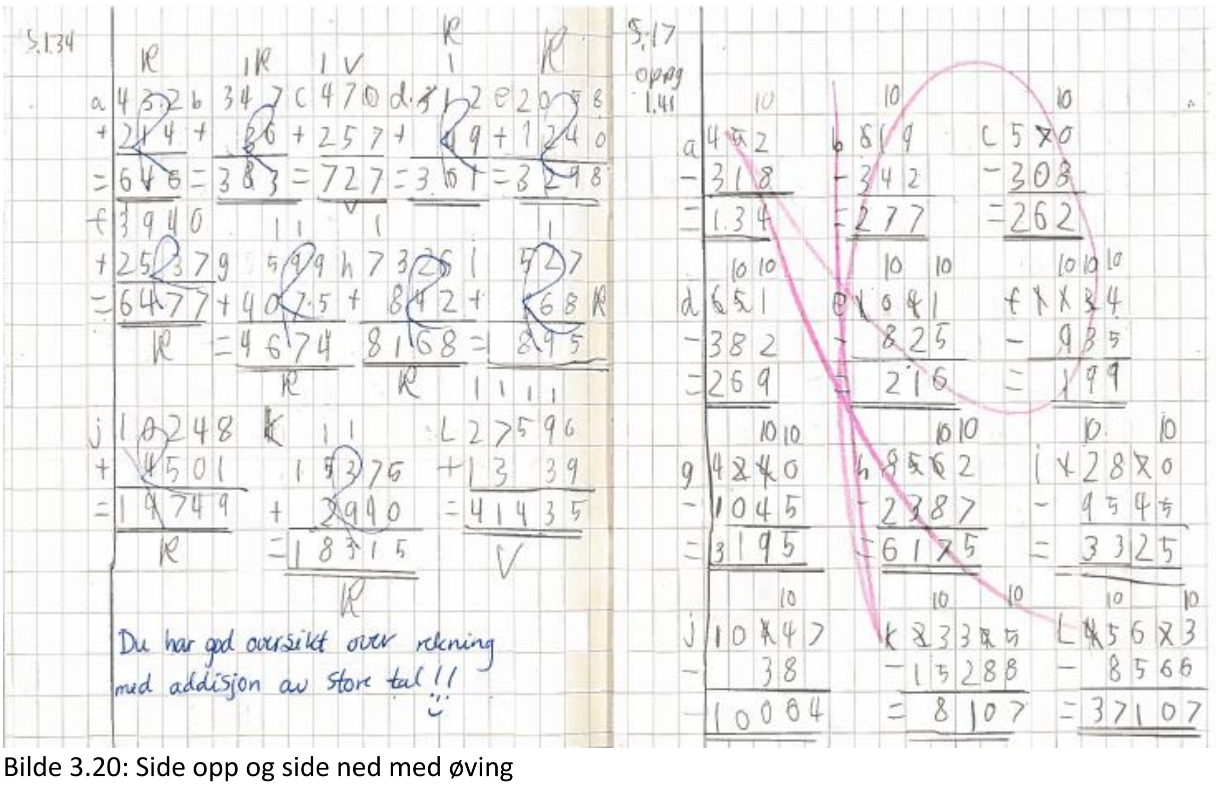
Mine sønners øving flyttes likevel fort over i kladdebøker. Ja, det er arbeid med oppgaver fra læreverket, men det er også andre oppgaver som læreren har funnet fram. Prioriteringen av arbeid med de fire standardalgoritmene er høy!



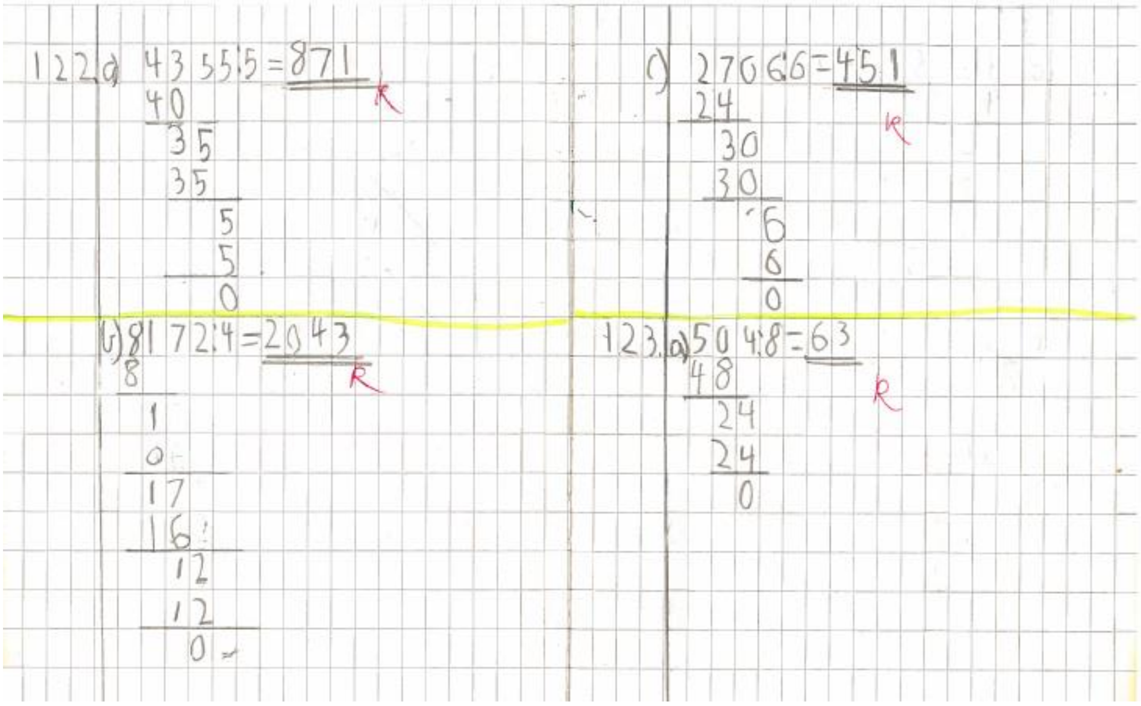
Bilde 3.18: Alt rett, ser det ut som!



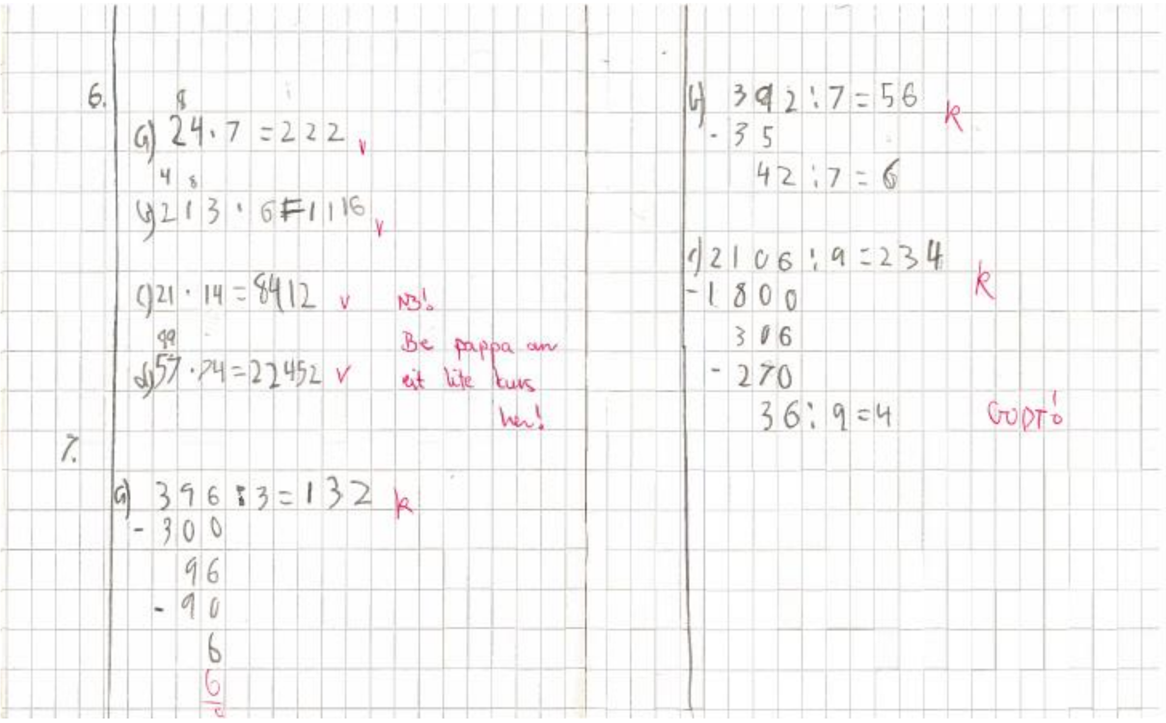
Bilde 3.19: Noen første runder med multiplikasjonsoppsett



Bilde 3.20: Side opp og side ned med øving



Bilde 3.21: Også divisjonsalgoritmen blir innført, og arbeidet med



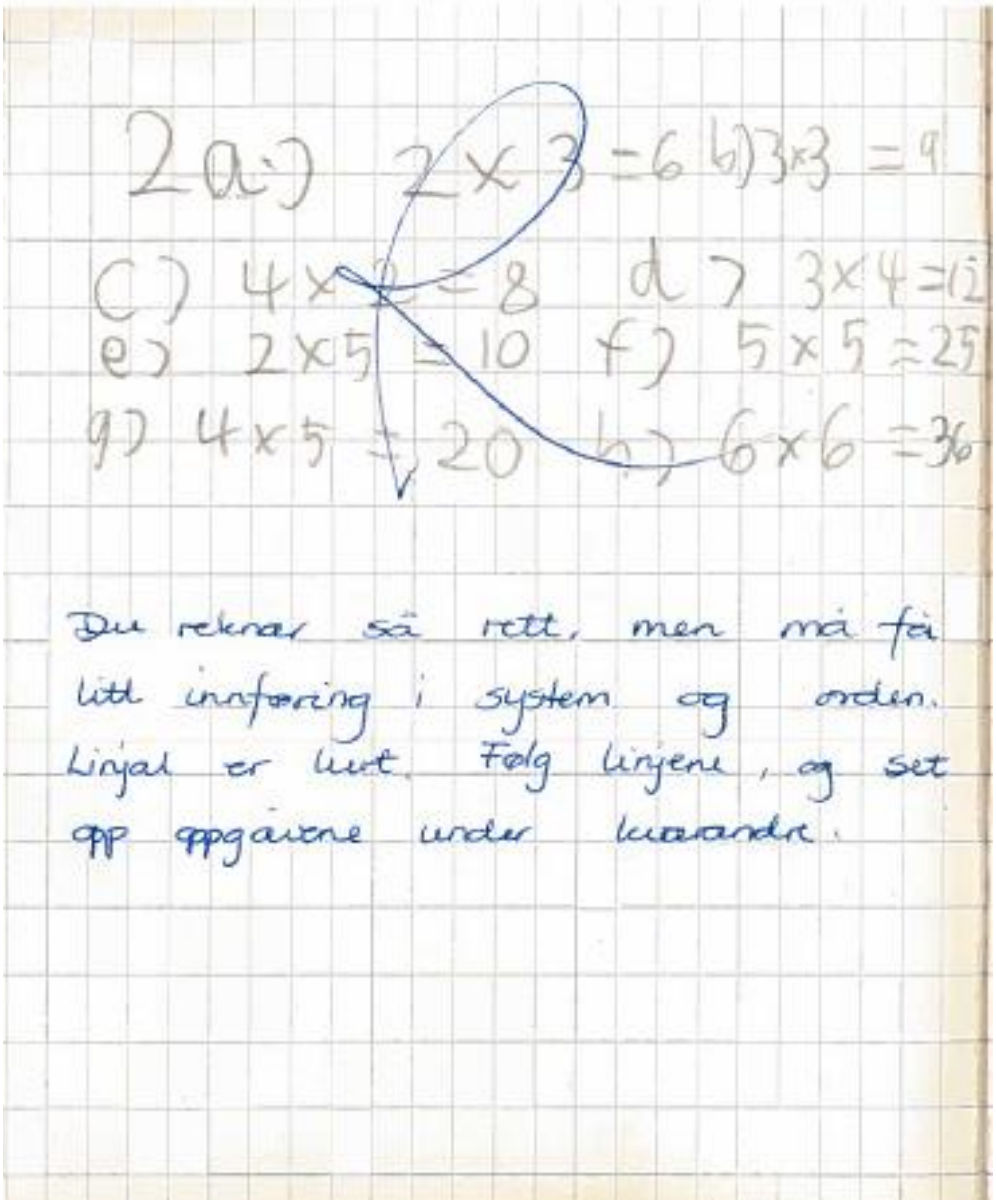
Bilde 3.22: Grei kontroll på divisjonsalgoritmen, men «snarveien» i arbeidet med multiplikasjon fungerer ikke så godt. Kunne læreren gjort noe annerledes her?

Standardalgoritmene for de fire regneartene addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon hadde svært høy prioritet i læreverket jeg brukte da jeg gikk på barneskolen, og begrunnelsen for dette var udiskutabel gjennom det opplagte behovet man hadde for å beherske disse. De var mulig å finne igjen i nesten alt som var av mer kompleks matematikk, gjennom mellomregninger og utregninger. I mine sønners oppvekst er ikke denne argumentasjonen så tydelig, og prioriteringen er av læreplan og læreverk lagt mer i retning av forståelse for algoritmenes innhold. Introduksjon av disse algoritmene har fremdeles høy prioritet, og i noen klasserom antagelig mer enn i andre. Der læreplan og læreverk i noen klasserom legger til rette for en elevaktiv tilnærming og bruk av kognitive konflikter i et sosialkonstruktivistisk læringsmiljø, er det nok i andre klasserom direkte introduksjon av standardalgoritmene og øving på bruk av disse, fordi læren vet at det er dit man skal med elevene. Da er det er annet læringssyn læreren lar styre det som skjer i klasserommet, kanskje ikke så ulikt det som rådet da jeg gikk på barneskolen rundt 1980.

Hvordan elevene skal øve på bruk av standardalgoritmene, og hvor mye det skal prioriteres, er valg læreren må ta. Disse valgene må sees i forhold til læreplanens prioriteringer selvsagt, og eksplisitt bruk av slike algoritmer dukker av og til opp på skriftlig eksamen i 10.klasse, men læreren må nok også ta hensyn til hvor mye disse er i praktisk bruk videre i matematikken elevene arbeider med. Bruker de dem ikke, så blir de mindre trygge i å bruke dem når de en sjelden gang trenger dem (slik jenta i innledningen av kapittelet plutselig gjorde), og da øker sannsynligheten for at det blir mindre effektivt å bruke dem. Nøkkelen er nok å arbeide med forståelsen for hva som faktisk finner sted i bruken av disse algoritmene, og kanskje prioritere bruk av dem med jevne mellomrom i kontekster der kalkulator eller andre utregningshjelpemidler ikke er reelle alternativ. For om elevene aldri ser noe faktisk bruksbehov for disse algoritmene; hvorfor skal de da holde algoritmeferdighetene ved like?

Kapittel 4: Algebra og funksjoner

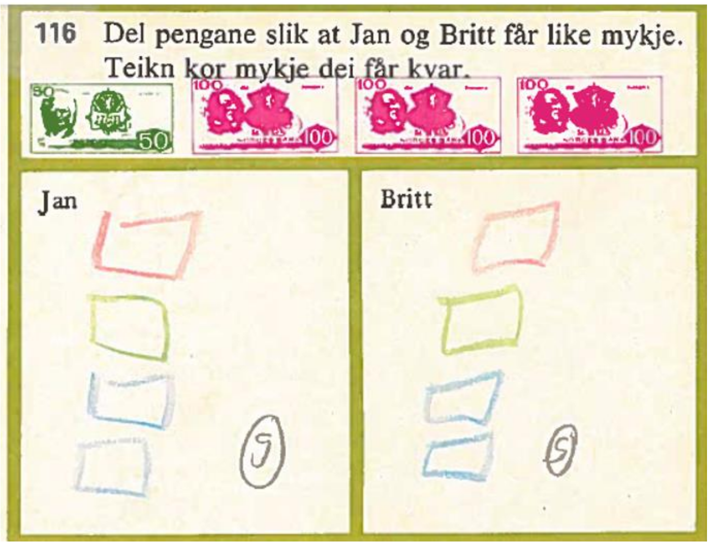
Overgangen fra arbeid med tall til arbeid med bokstavrepresentasjoner av tall, generaliserte tall og variabler har vist seg å være blant de mest utfordrende for elever på barnetrinnet. Det er mye å passe på, ikke minst språklig. Det matematiske språket har en grammatikk som skiller seg en god del fra det norske språket, parentesen indikerer en annen vekt enn den gjør i norsk, bokstaver (eller andre tegn) kan representere «skjulte tall» eller indikere en variabel, og det er nesten umulig å lese en helhet i matematikk om ikke alt er skrevet eksplisitt. I norsk kan man som regel lett lese seg til en forståelse av innholdet selv om det er en skrivefeil, men i matematikk er dette fort mye mer dramatisk. Det hjelper ikke å skrive 128 når du mente 1028, men i en norskkontekst kan du som regel lett lese deg til at det betyr «såpeboble» når det står skrevet for eksempel «såble». Føring av oppgaver, og orden i det man gjør blir derfor mer og mer viktig i matematikken, slik en av mine sønner har fått tilbakemelding på i bilde 4.1. Innholdsmessig er det korrekt (men merk at gangetegnet er skrevet som «x», uvisst av hvilken grunn. Dersom man vil være litt vrien kan man da gjerne lese 2x3 som 6x, når det matematiske språket utvides fra å gjelde bare for tall og operasjoner til også å gjelde algebra.



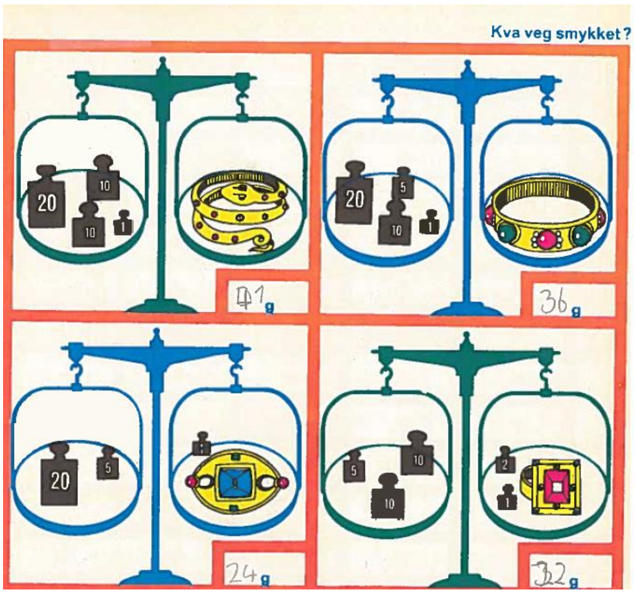
Bilde 4.1: Matematikklæreren anbefaler mer struktur og orden i arbeidet

4.1 Ligninger

En vanlig tilnærming til algebra er å begynne med ligninger. Ligninger handler om balanse, og jeg husker (faktisk!) at det var noe matematikklæreren min på barneskolen konkretiserte for oss i klassen, ved å bruke en skålvekt. Prinsippet om at det må være balanse, eller «likt på begge sider» om du vil, endrer seg ikke.



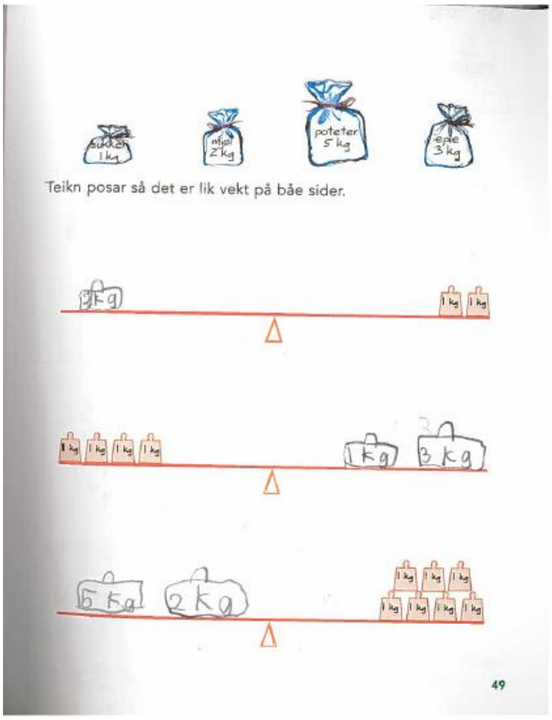
Bilde 4.2: Rettferdig fordeling. Like mye til hver!



Bilde 4.3: Skålvektene ble brukt til å illustrere likevekt også i læreverket

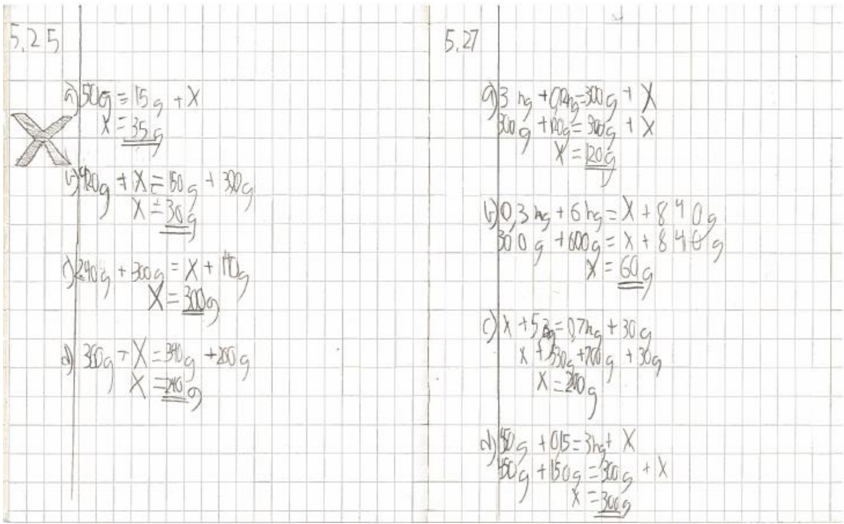
Likevektsfokuset er ivaretatt også i mine sønners møte med ligninger i læreverket de brukte, og vi ser at denne tilnærmingen benyttes også i enda mer moderne forsøk på å tilby elever en tilnærming til algebrafeltet. Ett eksempel på dette kan være spillappen *Dragonbox*, som med stor optimisme ble introdusert for det norske markedet i 2013. Det grunnleggende, matematiske elementet i appen var konsentrasjonen om kravet om likevekt i ligninger, med uttalt innføring av algebraiske språkregler som kreves for å holde på likevekten i en ligning når operasjoner må utføres på den for å finne løsningen (den skjulte verdien som ligger bak den ukjente størrelsen) (Sandene & Haara, 2018).

I mine sønners læreverk illustreres også likevekten med balansering, men det benyttes heller en vektstang eller dumpehuske-relasjon enn de gode, gamle skålvektene. Kanskje dette skiftet gjøres fordi skålvekter ikke er å se så ofte lenger?

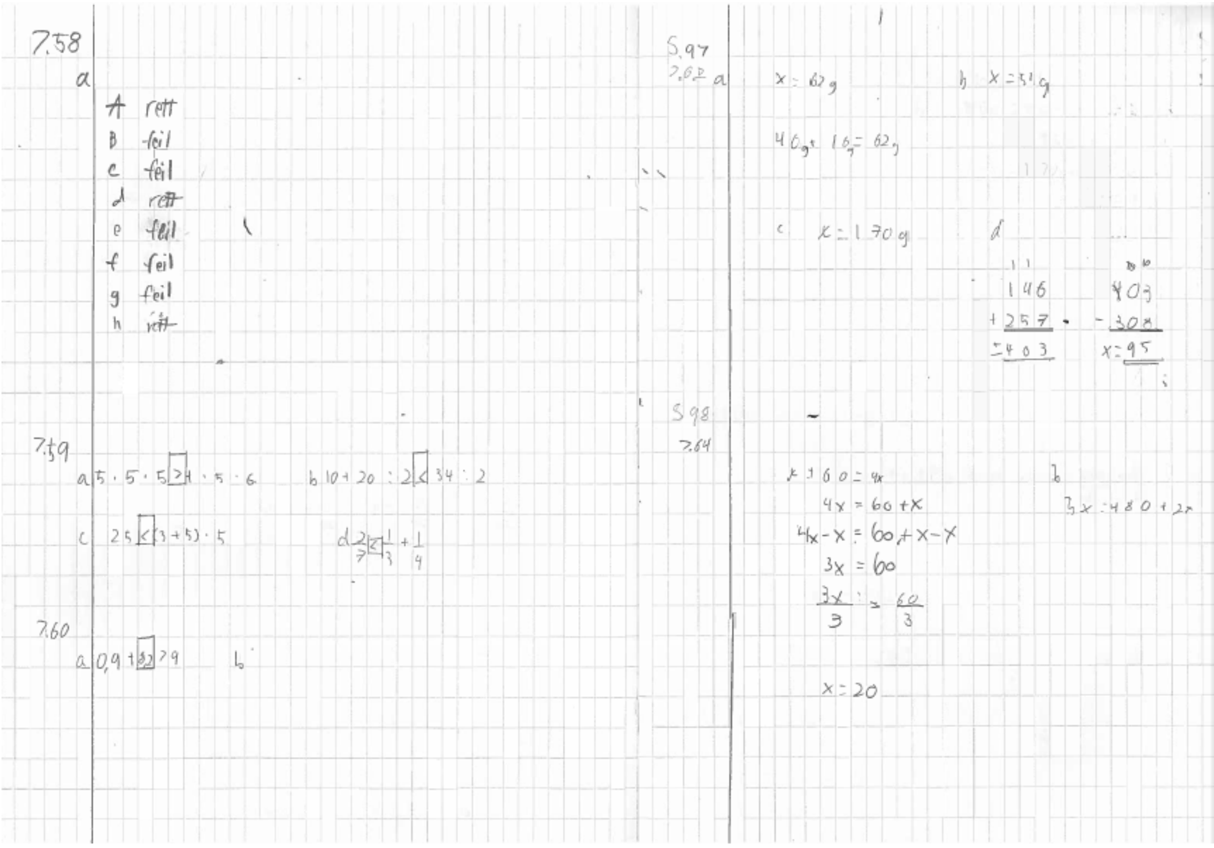


Bilde 4.4: Bruk av vektstang for å illustrere behovet for likevekt om man skal ha balanse i mine sønners læreverk

Innføringen av den ukjente er kompleks for elevene uansett hvordan vi vrir og vender på det. Hvordan den ukjente synliggjøres er egentlig underordnet, men det blir svært ofte benyttet bokstaven «x» til dette. Når det ikke knyttes variasjon til dette, ikke prioriteres at det er det som den ukjente representerer som er det sentrale, og heller ikke hva den ukjente illustreres med, blir det ofte slik at algebraen gjenkjennes ved denne «x». Mine gutter snakket begge om «x-matte», når vi arbeidet sammen om utfordringer de hadde med hjemmearbeid. Det bør varieres i bokstavbruk som representasjon av den ukjente, og gjerne brukes andre symbol også, som for eksempel spørsmålstegn eller et smilefjes. Poenget er ikke hva den ukjente uttrykkes ved, men hva den representerer!



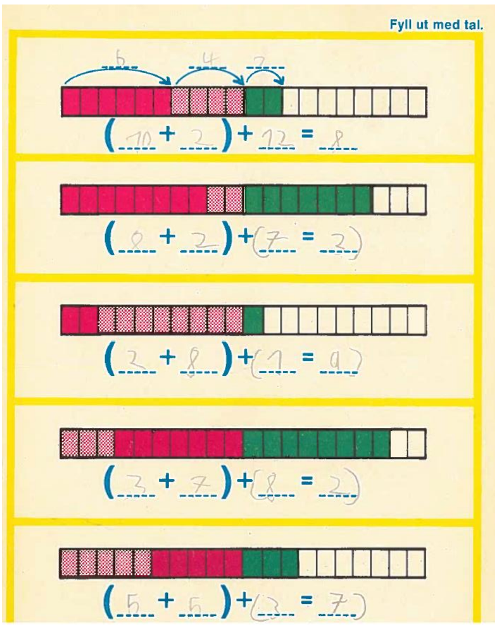
Bilde 4.5: Innføring av x for den ukjente



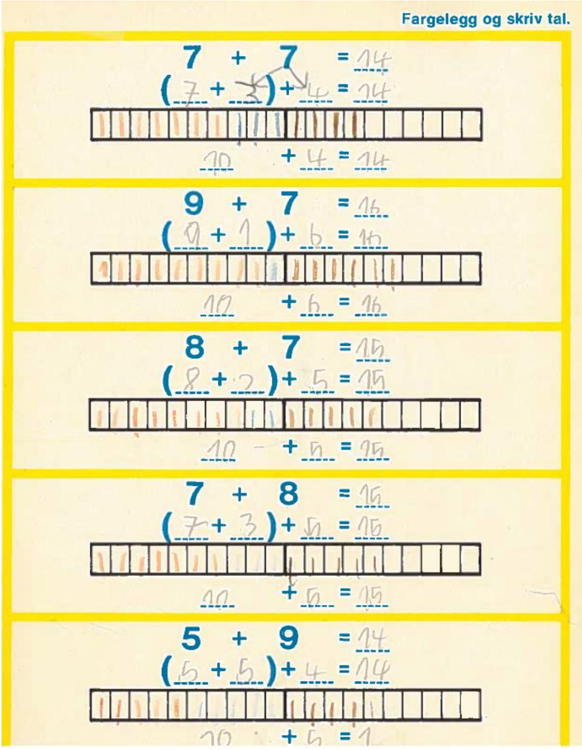
Bilde 4.6: «x-matte» anno 2015

4.2 Parenteser

Parenteser indikerer, som sagt innledningsvis i kapittelet, i matematikk en høyere prioritet til operasjonen inne i parentes enn operasjoner utenfor parentes. I læreverket som ble brukt da jeg gikk på barneskolen vektla man i den innledende bruken av parenteser å bruke parenteser til å indikere at to tall på en tom tallinje skulle adderes først, og deretter skulle denne summen adderes med mengden i et tredje hopp på tallinja. Koblingen til prioritet er å finne i dette, og koblingen til den assosiative lov likeså.

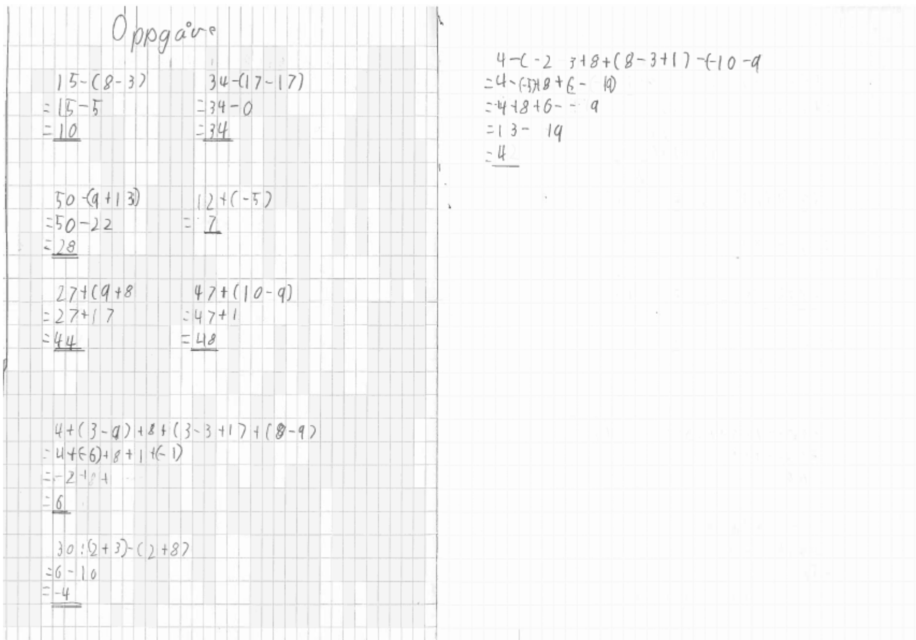


Bilde 4.7: Her ble det både mange parenteser, og famling med tall og sammenhenger, Frode!

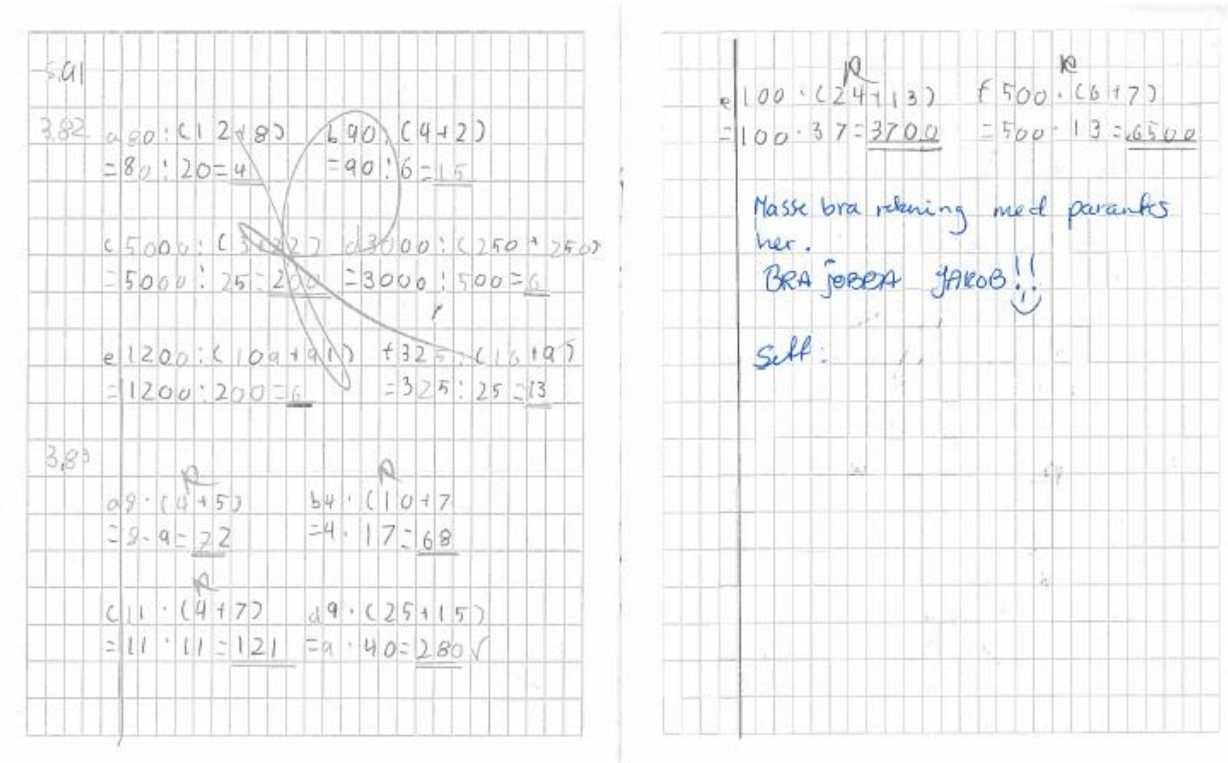


Bilde 4.8: Her går man motsatt vei av i bilde 4.7. To tall er oppgitt, og eleven skal splitte det ene, og i tillegg illustrere splittingen i en tom tallinje. Forståelsen for systemet begynner å falle på plass for den unge Frode, som også illustrerer splittingen av en 7'er i første oppgave med to piler!

Mine sønner, Viktor og Jakob, kom noe senere i gang med parentesbruk enn det jeg tydeligvis gjorde, men på den annen side gir notatbøkene deres inntrykk av at dette er et tema som blir gått grundig inn på i løpet av de siste årene på barnetrinnet. Poenget med å først se til innholdet i parentesen ser de ut til å ha fanget opp poenget med. Om dette poenget holder seg ved like når de møter på bokstavrepresentasjon (eller annen representasjon for ukjente eller variabler) inne i parenteser, er en annen historie og ikke noe mine sønner møtte på barnetrinnet.



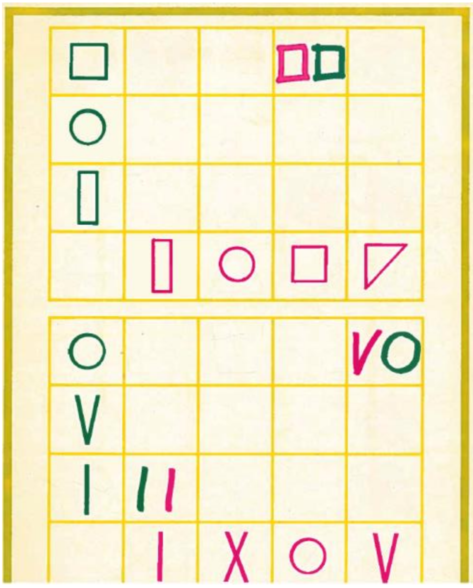
Bilde 4.9: I gang med regning der utregning inne i parentes prioriteres først



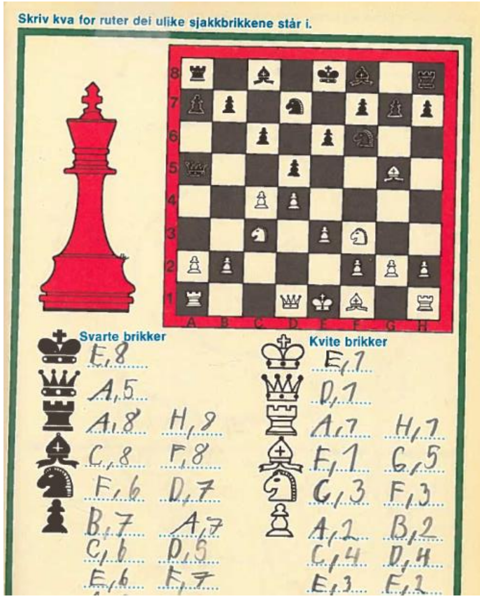
Bilde 4.10: Hvordan bør lærerkommentaren tolkes? Det heter vel strengt tatt «Masse bra rekning knytt til bruk av parentes». Forståelsen av parentesbruk i prealgebraarbeidet er en grunnleggende brikke i arbeidet med å utvikle det algebraiske språkets «grammatikk».

4.3 Koordinatsystem

Et annet tema enn prealgebra som har en forberedende karakter i læreverkene som både jeg brukte og mine sønner brukte, er koordinatsystem. Dette er, i tillegg til en egenverdi i å finne fram til celler (slik det er på et kart eller i et Excelark) en forberedelse til arbeid med funksjoner i aksesystem.

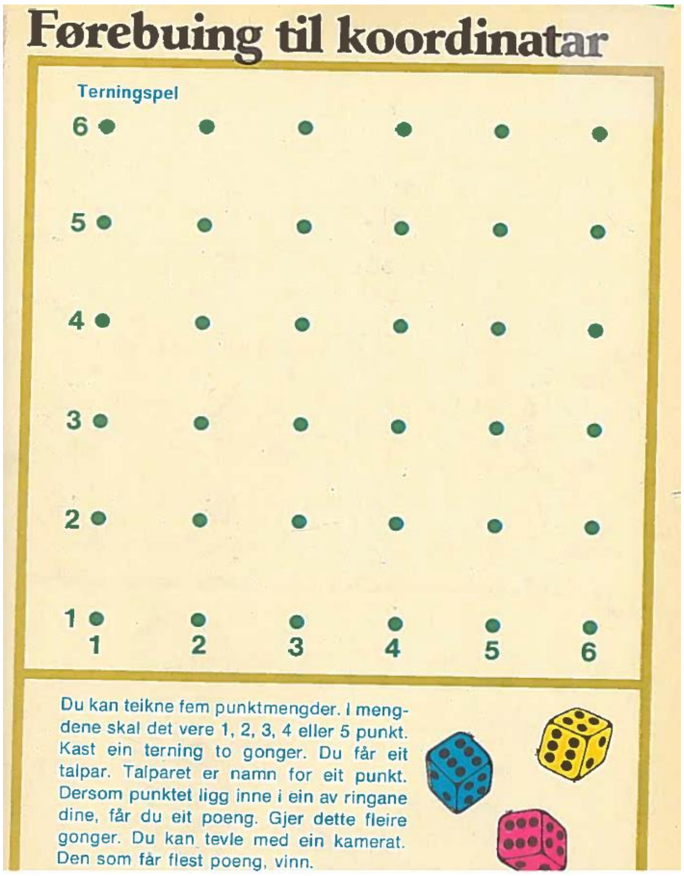


Bilde 4.11: Tidlig paring av element i 4x3-tabell. Merk også her den totale mangel på forklarende eller introduserende tekst.



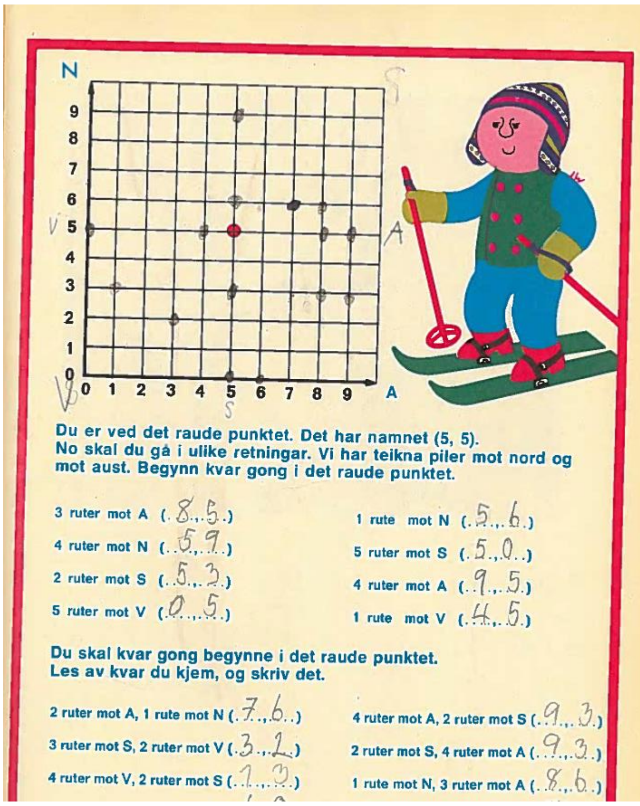
Bilde 4.12: Koblingen til akser tas et steg videre, nå i en mer praktisk kontekst, gjennom bruk av sjakk! Og det kan være en god kontekst, både fordi en del elever spiller det, men også fordi det brukes bokstaver på den ene aksen og tall på den andre aksen. Da blander man ikke plasseringen av koordinatene som utgjør punktet!

Læreverket drar selv inn koblingen til koordinatbegrepet, ved å eksplisitt koble produksjon av tallpar til koordinatproduksjon. På toppen av det hele har læreverket i dette tilfellet lagt opp til at to elever kan gjøre denne aktiviteten sammen, i form av et spill (se bilde 4.13):



Bilde 4.13: Innføring av koordinater gjennom et terningspill

Når så koordinatbegrepet er innført, brukes det øvelser på å få avlesing og markering av punkt til å bli automatisert.


N

Du er ved det raude punktet. Det har namnet (5, 5).
No skal du gå i ulike retningar. Vi har teikna piler mot nord og mot aust. Begynn kvar gong i det raude punktet.

3 ruter mot A (.8..5.)
4 ruter mot N (..5..9.)
2 ruter mot S (..5..3.)
5 ruter mot V (.0...5.)

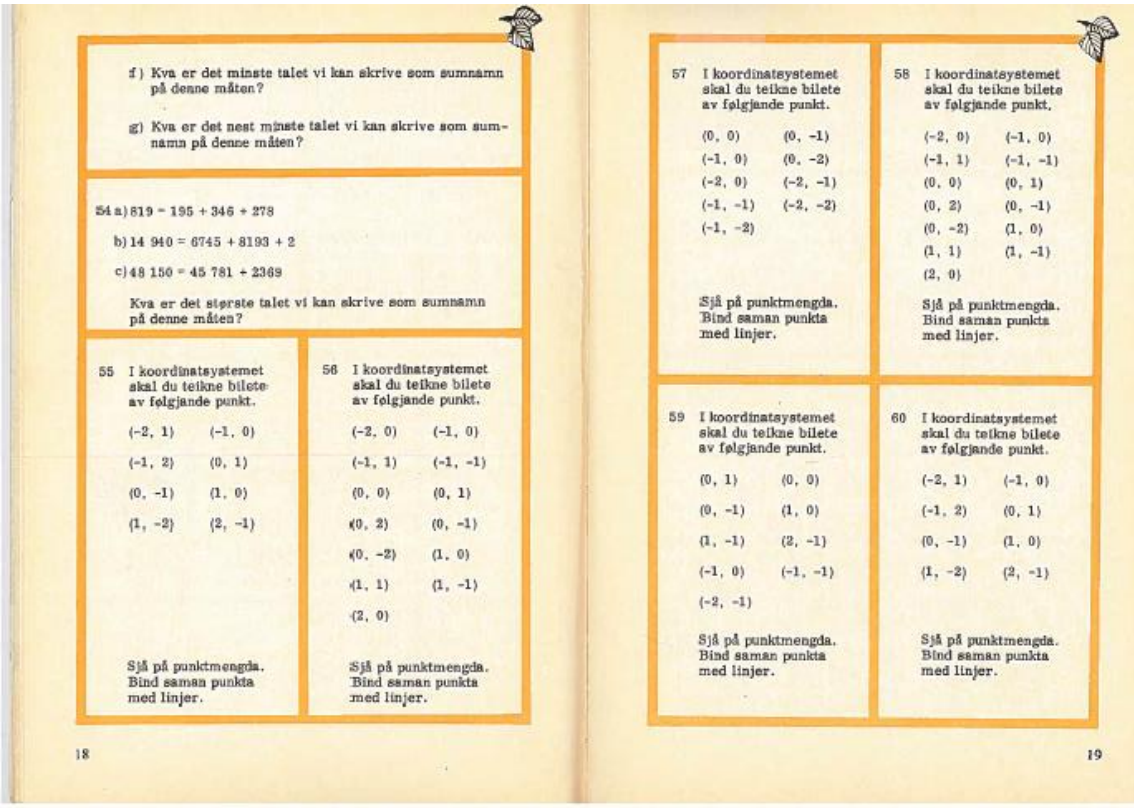
1 rute mot N (.5..6.)
5 ruter mot S (.5..0..)
4 ruter mot A (..9..5.)
1 rute mot V (.4..5.)

Du skal kvar gong begynne i det raude punktet.
Les av kvar du kjem, og skriv det.

2 ruter mot A, 1 rute mot N (.7..6..)
3 ruter mot S, 2 ruter mot V (.3...2.)
4 ruter mot V, 2 ruter mot S (.1...3.)

4 ruter mot A, 2 ruter mot S (.9...3.)
2 ruter mot S, 4 ruter mot A (...9...3.)
1 rute mot N, 3 ruter mot A (..8..6.)

Bilde 4.14: Orientering i koordinatsystem


f) Kva er det minste talet vi kan skrive som sumnamn på denne måten?

g) Kva er det nest minste talet vi kan skrive som sumnamn på denne måten?

54 a) 819 = 195 + 346 + 278

b) 14 940 = 6745 + 8193 + 2

c) 48 150 = 45 781 + 2369

Kva er det største talet vi kan skrive som sumnamn på denne måten?

55 I koordinatsystemet skal du teikne bilete av følgjande punkt.

(-2, 1) (-1, 0)
(-1, 2) (0, 1)
(0, -1) (1, 0)
(1, -2) (2, -1)

Sjå på punktmengda. Bind saman punkta med linjer.

56 I koordinatsystemet skal du teikne bilete av følgjande punkt.

(-2, 0) (-1, 0)
(-1, 1) (-1, -1)
(0, 0) (0, 1)
(0, 2) (0, -1)
(0, -2) (1, 0)
(1, 1) (1, -1)
(2, 0)

Sjå på punktmengda. Bind saman punkta med linjer.

18

57 I koordinatsystemet skal du teikne bilete av følgjande punkt.

(0, 0) (0, -1)
(-1, 0) (0, -2)
(-2, 0) (-2, -1)
(-1, -1) (-2, -2)
(-1, -2)

Sjå på punktmengda. Bind saman punkta med linjer.

58 I koordinatsystemet skal du teikne bilete av følgjande punkt.

(-2, 0) (-1, 0)
(-1, 1) (-1, -1)
(0, 0) (0, 1)
(0, 2) (0, -1)
(0, -2) (1, 0)
(1, 1) (1, -1)
(2, 0)

Sjå på punktmengda. Bind saman punkta med linjer.

59 I koordinatsystemet skal du teikne bilete av følgjande punkt.

(0, 1) (0, 0)
(0, -1) (1, 0)
(1, -1) (2, -1)
(-1, 0) (-1, -1)
(-2, -1)

Sjå på punktmengda. Bind saman punkta med linjer.

60 I koordinatsystemet skal du teikne bilete av følgjande punkt.

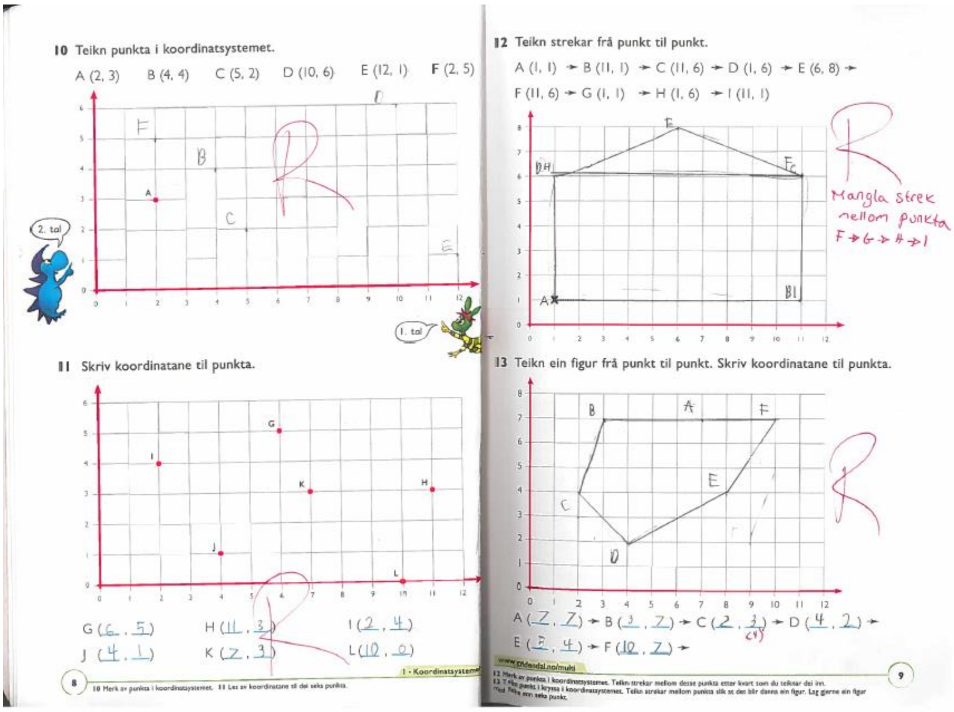
(-2, 1) (-1, 0)
(-1, 2) (0, 1)
(0, -1) (1, 0)
(1, -2) (2, -1)

Sjå på punktmengda. Bind saman punkta med linjer.

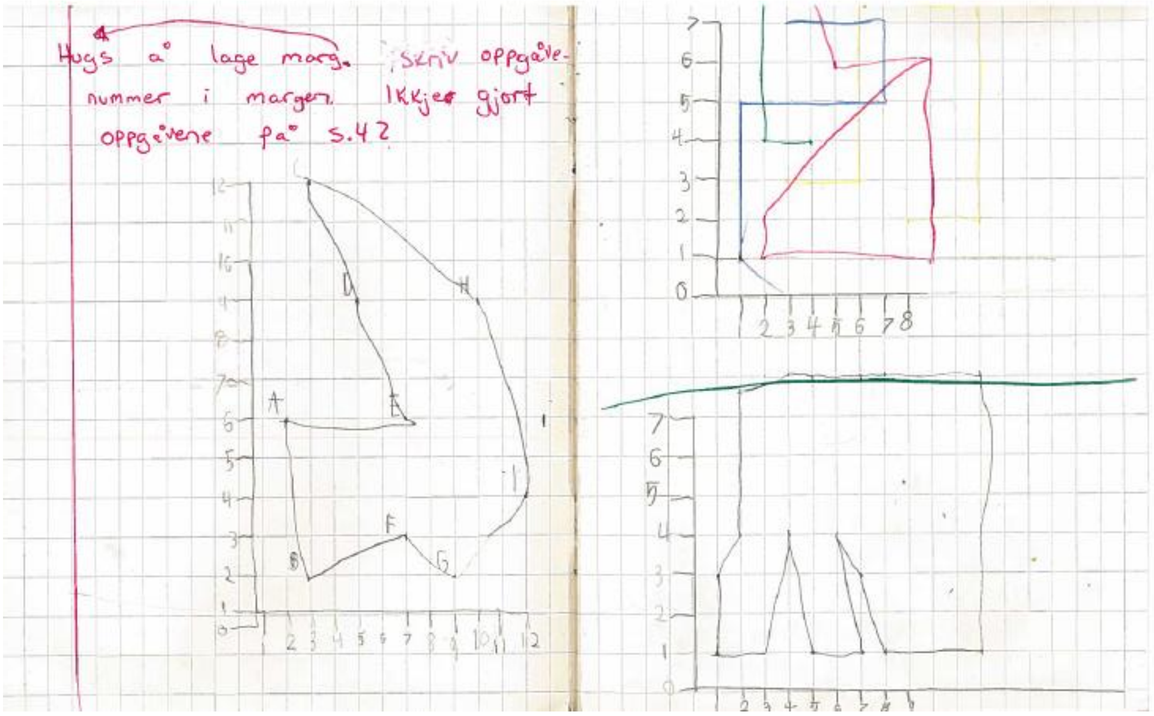
19

Bilde 4.15: Øving på å plassere punkt i koordinatsystem, og å trekke linjer mellom punktene. Hvorfor kan disse linjene fungere som en verdifull øvelse?

Arbeidet mine sønner har gjort med koordinatsystem på barnetrinnet er mye likt det jeg gjorde. Det handler om øvelser i å lese av punkt og å plassere punkt i koordinatsystem, og å trekke linjer mellom punkt man har plassert. Utseende på illustrasjonen man får når man trekker linjene avslører om man har plassert alle punkt riktig. Ikke for det, dette kan være en falsk sikkerhet, enten gjennom at læreverket legger opp til å lage en ukurant figur, eller at man gjør flere feil i punktplassering slik at figuren blir seende fin og ryddig ut likevel.

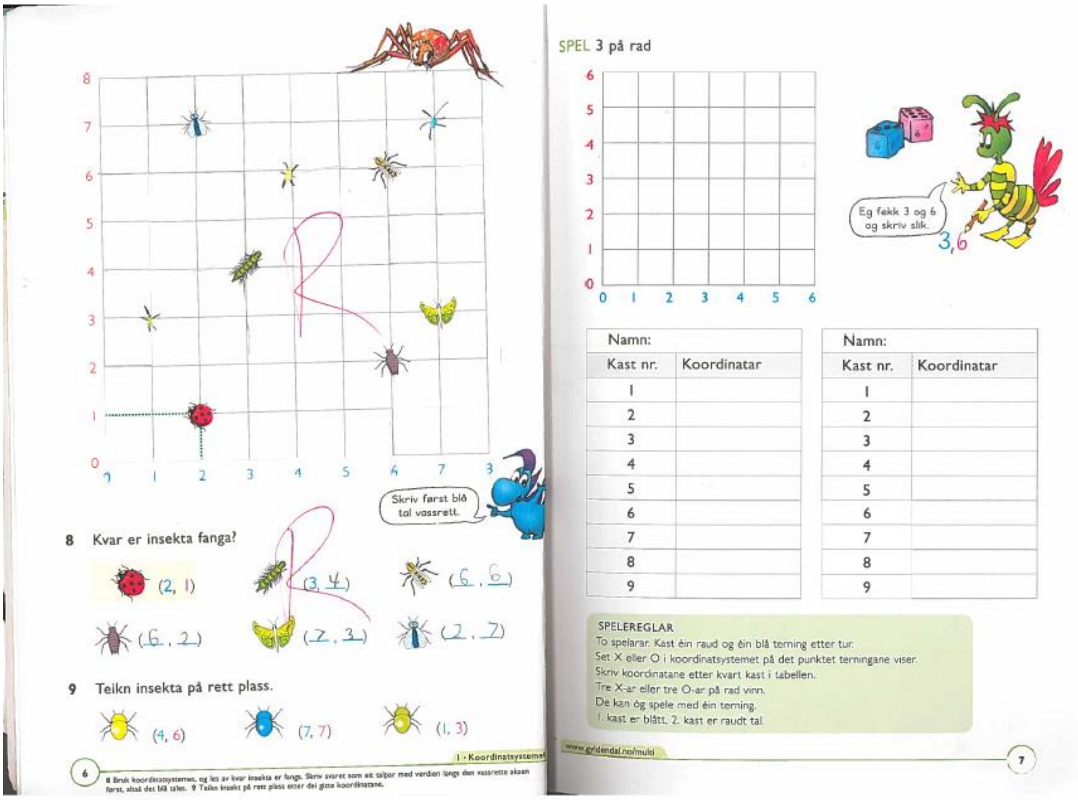


Bilde 4.16: Korrekt plassering av punkt gir som regel ryddige figurer i læreverk…

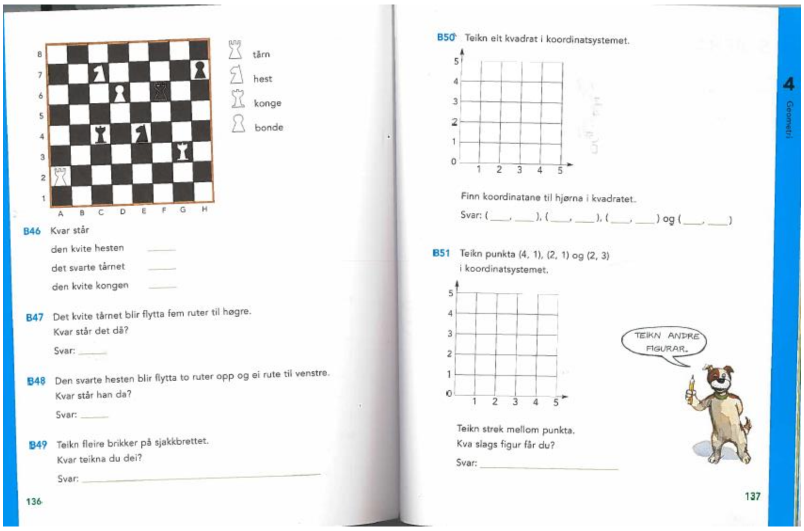


Bilde 4.17: …men her er det litt mer uklart hva som har skjedd. Er det kun mangel på bruk av linjal og marg(!) som gir læreren et uklart inntrykk av arbeidet?

Andre likheter er vedrørende bruken av kontekster, og bruken av arbeid i grupper. Også nyere læreverk benytter seg av sjakkspillet til å illustrere bruken av akser og identifisering av rute (eller celle), og av spill med to terninger.

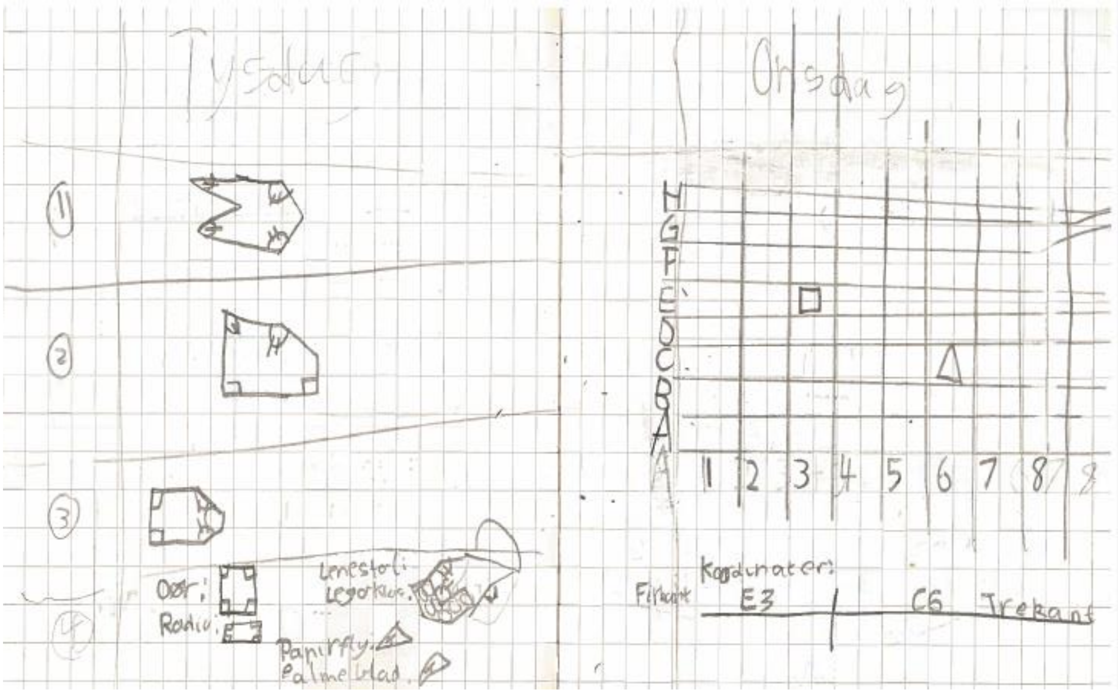


Bilde 4.18: Identifisering av punkt i et koordinatsystem, og spill med to terninger.



Bilde 4.19: Sjakk er ikke bare fremdeles aktuelt som kontekst for navnsetting av koordinater, det blir mer og mer populært også som fritidssyssel!

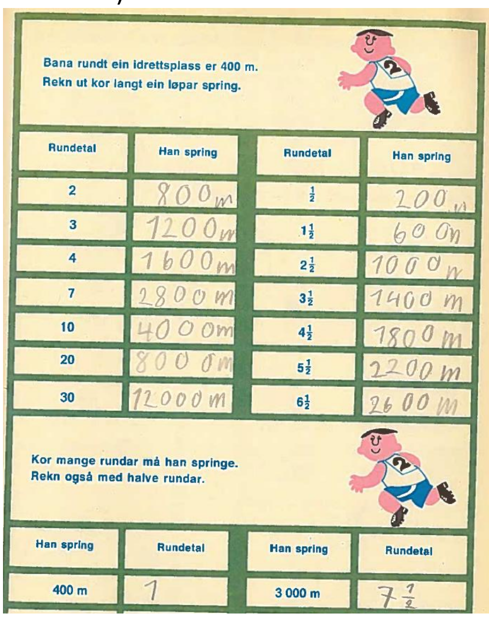
Etter hvert starter mine sønner også opp med å arbeide med regneark (Excel), riktignok ved å tegne av et regnearkoppsett i notatboka (og med aksene byttet om). Dette er likevel en klar forskjell fra arbeidet jeg gjorde med koordinatsystem da jeg gikk på barnetrinnet. Verken skolen eller læreverk hadde noen som helst egenverdikobling til annet enn kart for koordinatsystem, men i nyere tid er regnearket en selvsagt kobling. Å kunne finne og lese av celler er en fundamental kunnskap knyttet til bruk av et regneark, og dette begynner man med allerede på barnetrinnet. At regnearkarbeid også gir en utsøkt mulighet for å arbeide med algebra, og da især verdien av parenteser, er heller ingen hemmelighet. Dette ble derimot ikke mine sønner introdusert for på barnetrinnet. Det kommer senere i skolen.



Bilde 4.18: Et første møte med Excel på onsdag!

4.4 Funksjoner

Funksjoner er i dag et betydelig tema i matematikken i skolen, men den stadige utviklingen av digitale verktøy gjør plotting av punkt og tegning av graf med blyant mindre nødvendig. I min tid på skolen var dette den eneste måten å gjøre det på. Derfor var det litt overraskende å ikke finne tegning av grafer i mine bøker fra barnetrinnet. Det ble nok først prioritert etter at jeg begynte på ungdomsskolen. Derimot så fant jeg en tabell som egner seg godt til å illustrere med en graf i et koordinatsystem, og deretter til å bruke for å løse oppgavene nederst på sida (se bilde 4.19):



Bana rundt ein idrettsplass er 400 m.
Rekn ut kor langt ein løpar spring.

Rundetal	Han spring	Rundetal	Han spring
2	800 m	½	200 m
3	1200 m	1½	600 m
4	1600 m	2½	1000 m
7	2800 m	3½	1400 m
10	4000 m	4½	1800 m
20	8000 m	5½	2200 m
30	12000 m	6½	2600 m

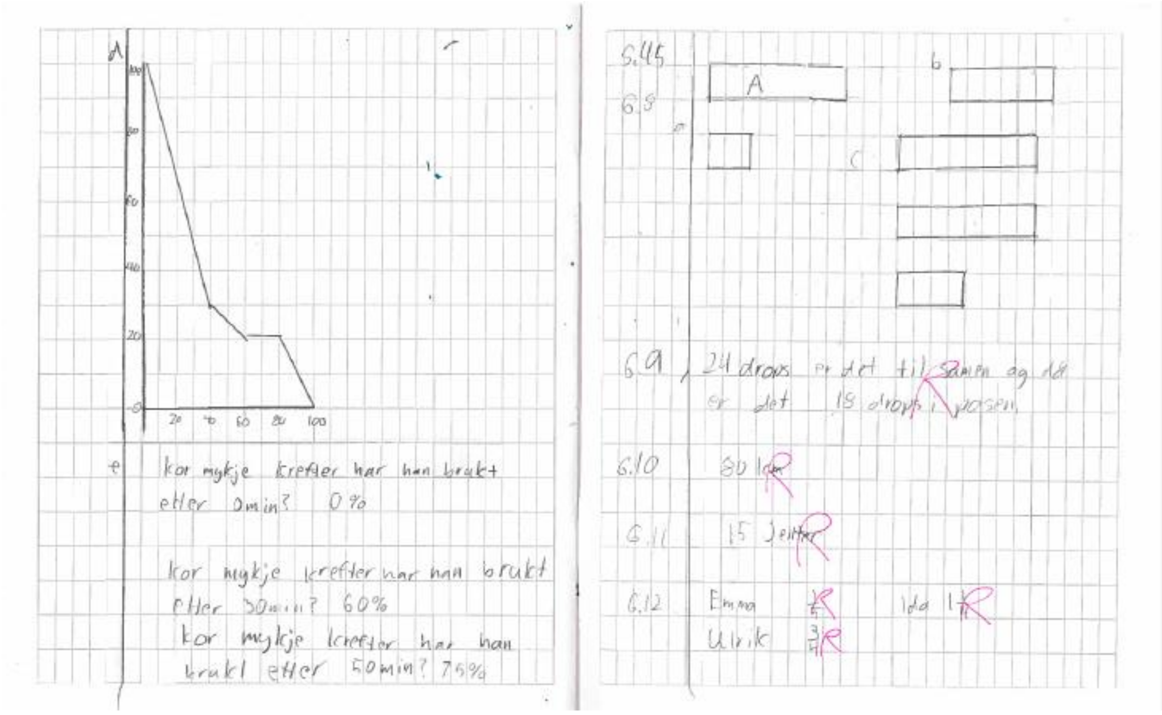
Kor mange rundar må han springe.
Rekn også med halve rundar.

Han spring	Rundetal	Han spring	Rundetal
400 m	1	3 000 m	7½

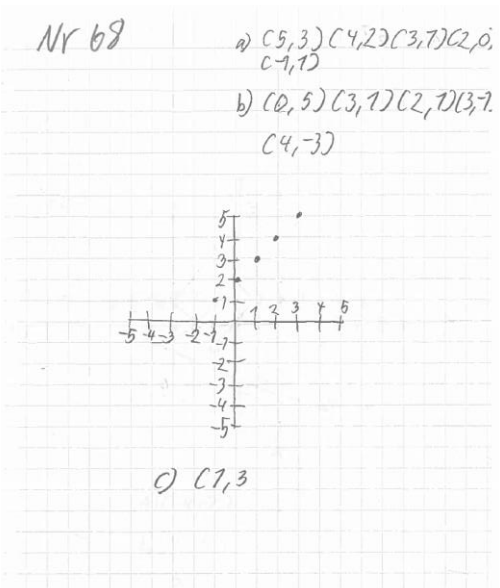
Bilde 4.19: Sammenheng mellom situasjon, tabell og graf

Sammenhengen mellom situasjon, tabell og graf, og gjerne med den fjerde sammenhengen; formel, er en god illustrasjon på hvor mange måter det går an arbeide med funksjoner. De kan illustreres eller skisseres med utgangspunkt i en tabell, formel eller situasjon, det kan identifiseres en formel ut i fra en tabell eller en skissert graf, det kan modelleres en formel ut i fra en situasjon, osv. En oversikt over disse sammenhengene finner man i Janvier-tabellen.

Mine sønner arbeidet med funksjoner på barnetrinnet. Mest med plotting av punkt og trekking av graf knyttet til en situasjon, men det er også eksempler på kontekstløs plotting av rette linjer (lineære funksjoner) å finne.



Bilde 4.20: Skissering av graf som viser sammenheng mellom krefter brukt og tid (minutter). Konteksten er litt uklar, men antagelig koblet til oppgitte punkt i en gitt oppgave.



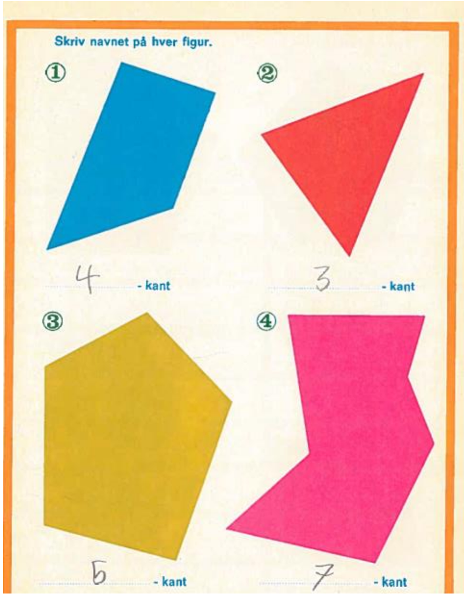
Bilde 4.21: Plotting og skissering av lineær funksjon. Hva er funksjonsuttrykket for denne funksjonen, mon tro?

Kapittel 5: Geometri

Geometri er et omfattende felt innenfor matematikk. Det er fort gjort å forbinde både begynneropplæring i matematikk og mye arbeidet med matematikk på barnetrinnet med tall og regneoperasjoner, men de forskjellige områdene innenfor geometri får berettiget mye oppmerksomhet. Her snakker vi om plan, rom og form, areal, volum, mønster, målestokk, figurer, konstruksjon, og mye mer! Noe av utfordringen i forbindelse med geometri for elevene er rett og slett begrepsbruk. I geometri kommer det mange nye begrep, og noen begrep får et litt annet innhold enn det dagligtalen legger opp til. For mange er «en firkant» et kvadrat, eller «en runding» en sirkel. I matematikk blir dette for lite presist, ja altfor lite presist. I denne delen av matematikken er det større plass for assosiasjoner i innføringen av emnet, fordi man forsøker å knyte innholdet opp mot noe som alt er kjent. I alle fall gjelder dette ved gjenkjenning av former, ut i fra egenskaper.

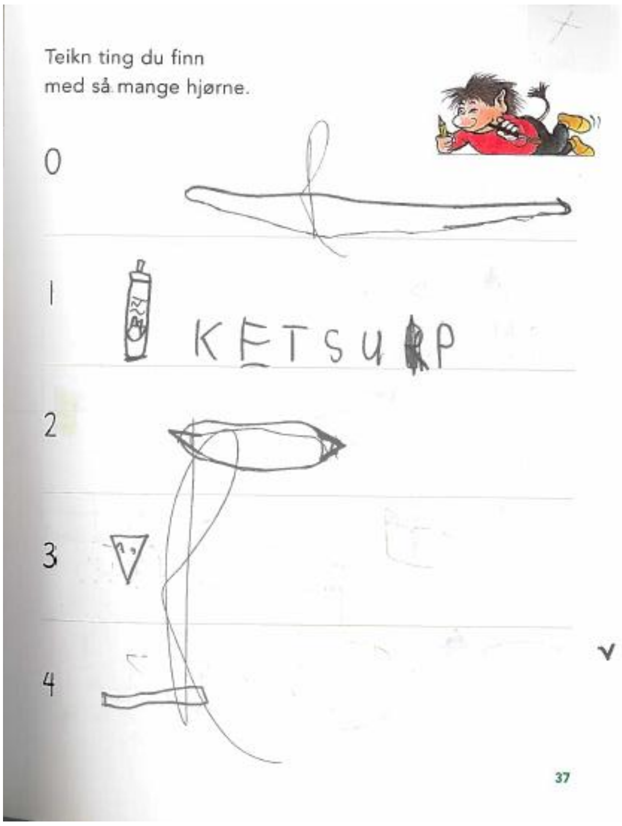
5.1 Former

Identifisering av egenskaper er et grunnleggende behov ved gjenkjenning og kategorisering av former. I læreverket som jeg hadde på barnetrinnet for eksempel ved å telle antall kanter i forskjellige ikke-regulære mangekanter. Et godt grep for å unngå identifisering og generalisering ut i fra regulære mangekanters egenskaper!



Bilde 5.1: Telle kanter i ikke-regulære mangekanter

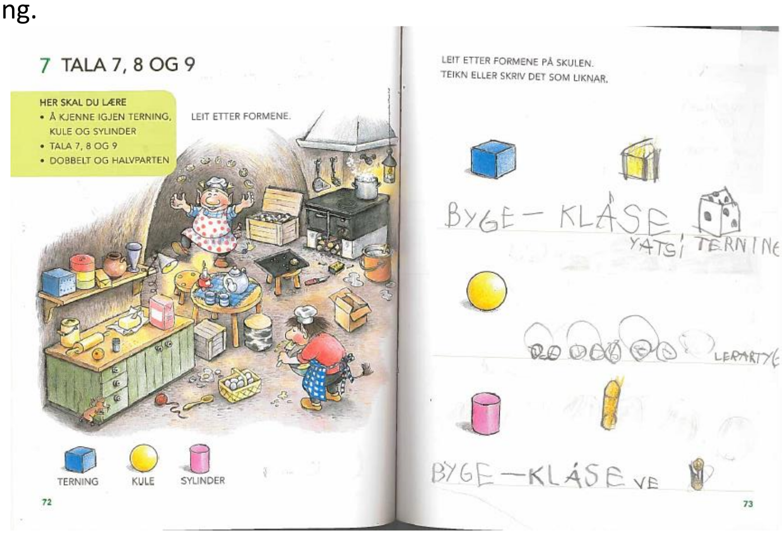
I mine sønners læreverk går man mer grundig til verks, men det kan også bli enten for grundig, eller at man må passe på å utnytte nettopp de nyere læreverkenes oppbygning omkring dialog og samarbeid i matematikkfaget. Dersom svært unge elever blir sittende alene med tenkeoppgaver, der de kanskje også skal beskrive sin tenkning, kan resultatet bli mangfoldig og overraskende. Husk på at alle elever har sin referanseverden, og det som ikke gir mening for deg kan gi perfekt mening for en syvåring, og ikke minst omvendt. Det er flere eksempler enn jeg har kunnet ta med i denne boka på at læreverkene som mine sønner har brukt på barnetrinnet legger opp til at eleven skal assosiere fritt. Slike assosiasjoner er verdifulle, men det blir mest verdifulle dersom de får komme til uttrykk på en måte som gjør at de kan bli fulgt av en forklaring på hvorfor assosiasjonene ble nettopp slik. Dersom det kun er læreren som skal avgjøre om dette er en korrekt assosiasjon eller en feil assosiasjon, blir det en haltende sammenheng mellom elevens frie assosiering og læreverkets tilrettelegging for dette på den ene siden, og lærerens sanksjonering på den andre siden. La oss bruke arbeidet som er gjort i bilde 5.2 som eksempel på dette. Eleven (min 1.klassesønn Viktor) har fått fire av fem riktige på oppgaven «Teikn ting du finn med så mange hjørne». Med fire hjørner har han tegnet et slags rektangel, med tre hjørner noe som ser ut som en likebeina trekant og med null hjørner et slags brett. I tillegg har han fått riktig på at han tegnet en pølse i brød(!) for å illustrere en ting med to hjørner! Hva tenker du om det? Men han har altså fått feil når han har tegnet en ketchupflaske for å illustrere en ting med ett hjørne. Hva tenker du om det?



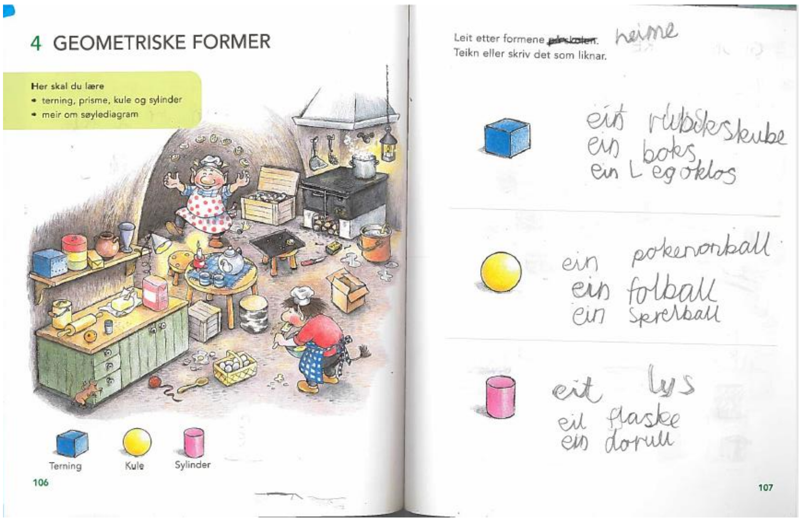
Bilde 5.2: En 1.klassings assosiering til antall hjørner i ting i hans opplevelsessfære

Nå vet jeg at min sønn nylig hadde vært i utebursdag med akebrett, og pølser til mat, da denne oppgaven ble arbeidet med, så at assosiasjonene går i den retning blir da ikke overraskende. Tenk om dette kunne vært samtalt om i felles klasse på skolen, og ikke vært vurdert ene og alene på den måten det ble?

Det blir mye assosiering innledningsvis i arbeidet med geometri, og da formgjenkjenning. Bilde 5.3, 5.4 og 5.5 gir eksempel på slik prioritering.



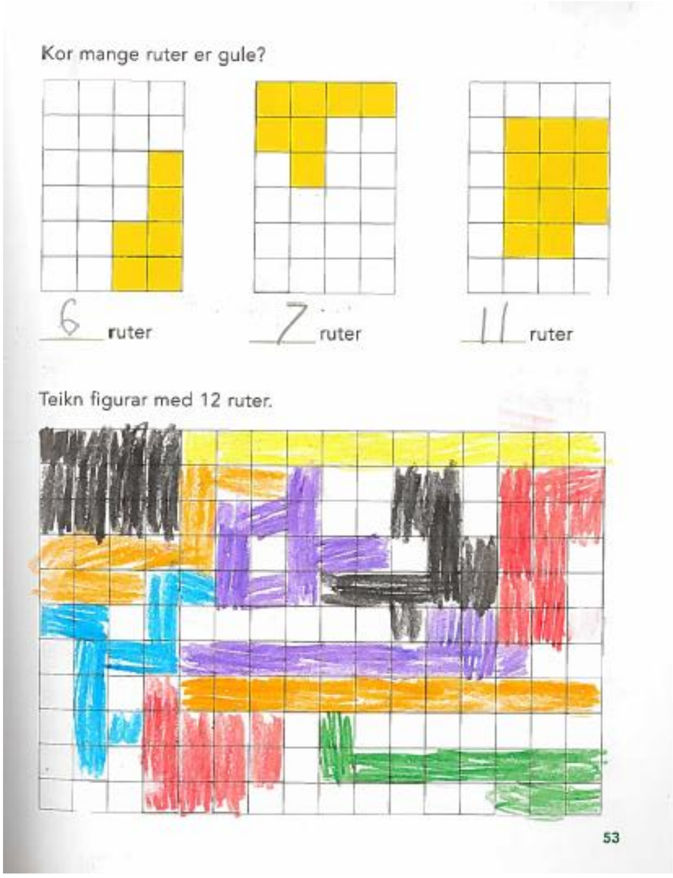
Bilde 5.3: Formgjenkjenning fra den ene sønnen



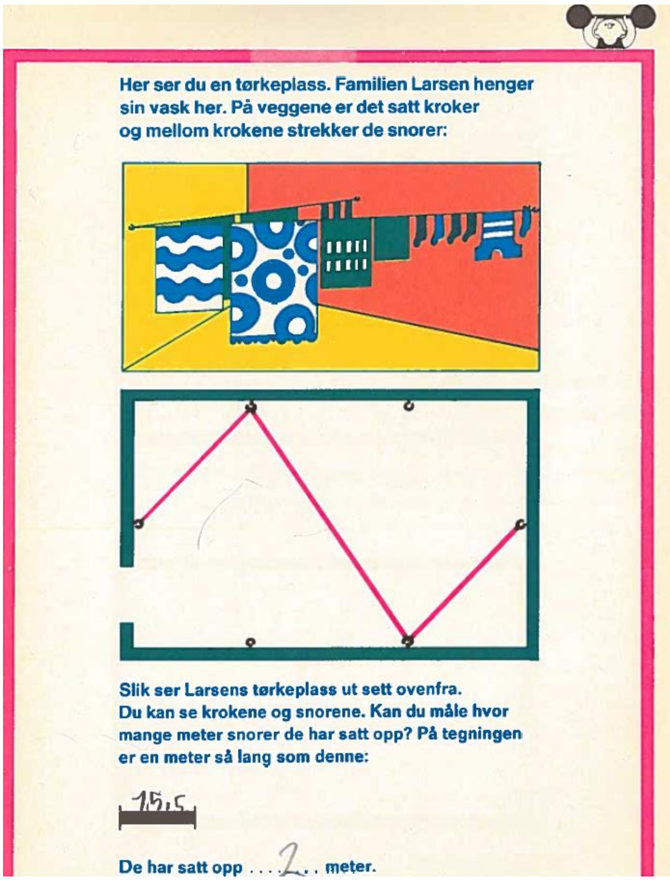
Bilde 5.4: Formgjenkjenning fra den andre sønnen (samme innhold, bare ny overskrift og introduksjon fra læreverkets side)

5.2 Måling

Et undertema som vi også finner prioritert knyttet til geometri på barnetrinnet, og ikke bare i forhold til enheter, er måling. Grunnen til at jeg trekker det fram også i dette kapittelet er at målearbeidet noen ganger knyttes spesifikt til geometriske former. Et eksempel fra nyere læreverk er oppgaven med å tegne figurer med et visst antall ruter (bilde 5.5), men et eksempel fra læreverket jeg hadde i sin tid bruker en praktisk kontekst knyttet til en tørkesnor på en avgrenset, rektangulær plass (bilde 5.6). I oppgaven med tørkesnora får eleven oppgitt et «metermål» som skal brukes? Hvorfor i all verden får eleven det, og hva tenker du om arbeidet som «Unge Frode» har gjort med denne oppgaven?

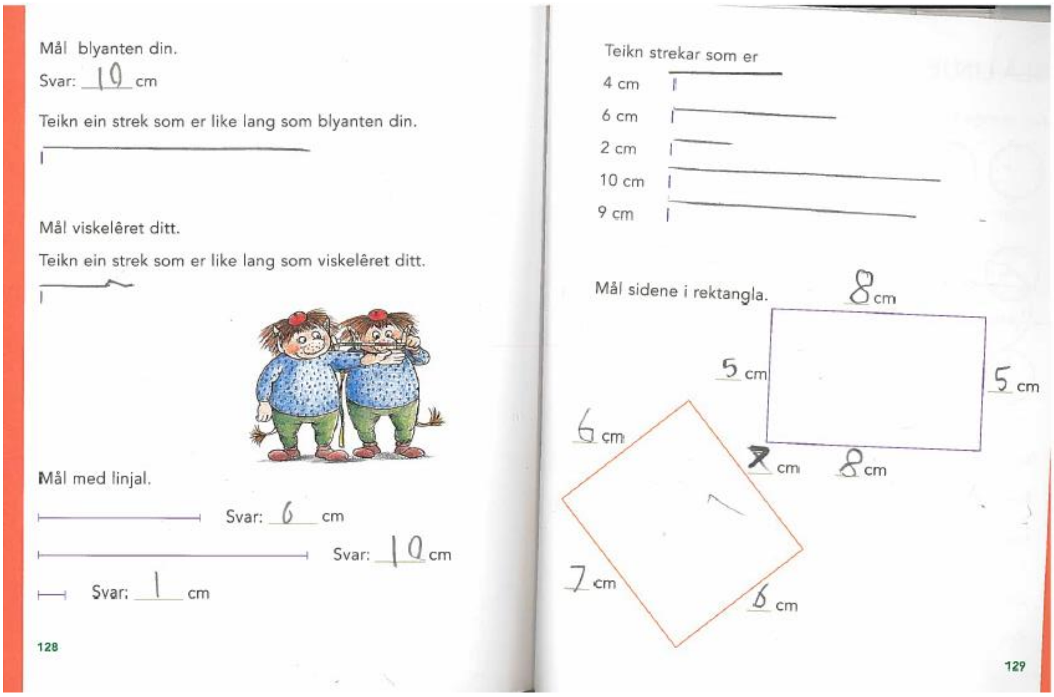


Bilde 5.5: Tegn figurer med 12 ruter



Bilde 5.6: Hvor lang er tørkesnora? Det ser ut til at «Unge Frode» har målt den oppgitte meteren til å være 15,5 cm, men familien Larsen er neppe fornøyd med å ha en to meter lang tørkesnor…så hva kan ha gått galt her?

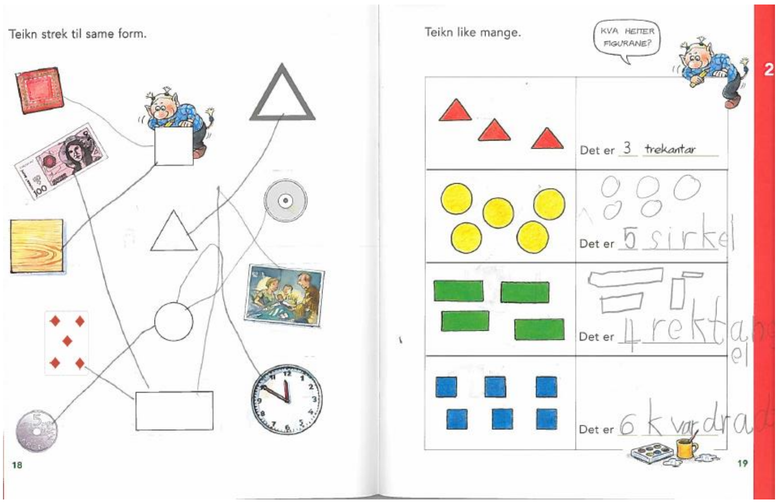
Også i nyere læreverk skal det brukes linjal til å enten lese av eller markere lengder. Enhetsarbeidet blir altså gitt en geometrikontekst gjennom bruken av referanser til geometriske former.



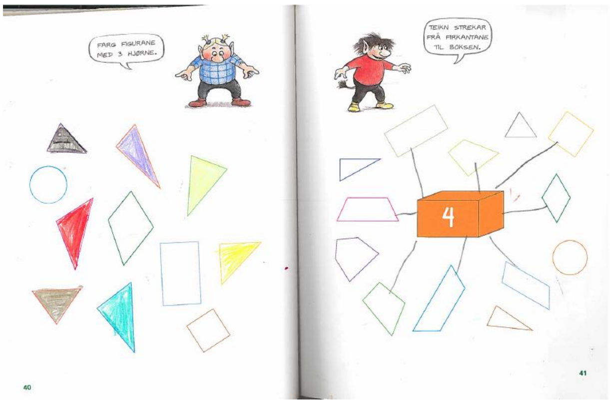
Bilde 5.7: Bruk av linjal

5.3 To-dimensjonale figurer

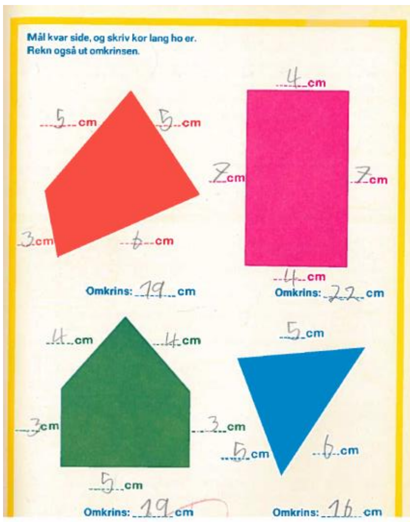
Planfigurer, det vil si figurer vi finner i planet, eller figurer som er helt flate om du vil, finner vi mye brukt i både det gamle og de nye læreverkene. De rikere illustreringsmulighetene kommer til uttrykk i de nyere læreverkene, men det fører også med seg en del mer inntrykk og «støy». Elevene skal fargelegge, tegne og vise sammenhenger gitt av formenes egenskaper, mer enn det blir prioritert i det eldre læreverket. Der skal man mest bruke det man har lært om egenskaper hos plane figurer.



Bilde 5.8: Tidlig i gang med arbeid med å identifisere ulike typer todimensjonale figurer i nyere læreverk

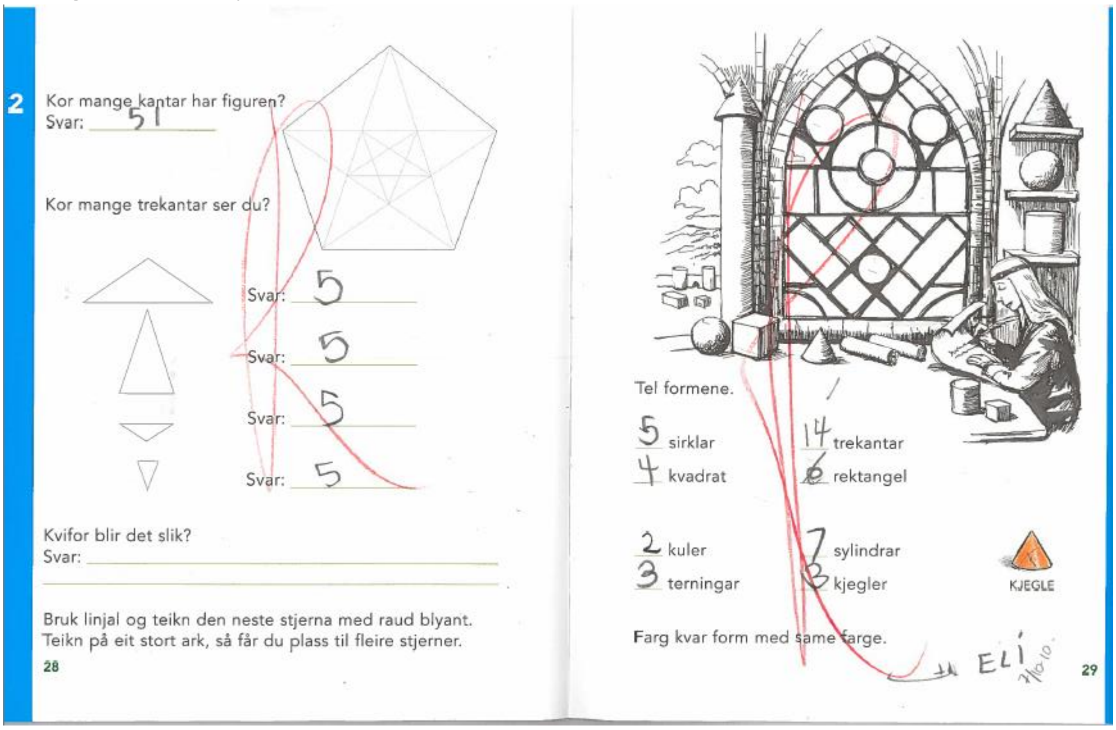


Bilde 5.9: Gjenkjenning og sortering etter egenskaper



Bilde 5.10: Bruk av egenskaper i eldre læreverk

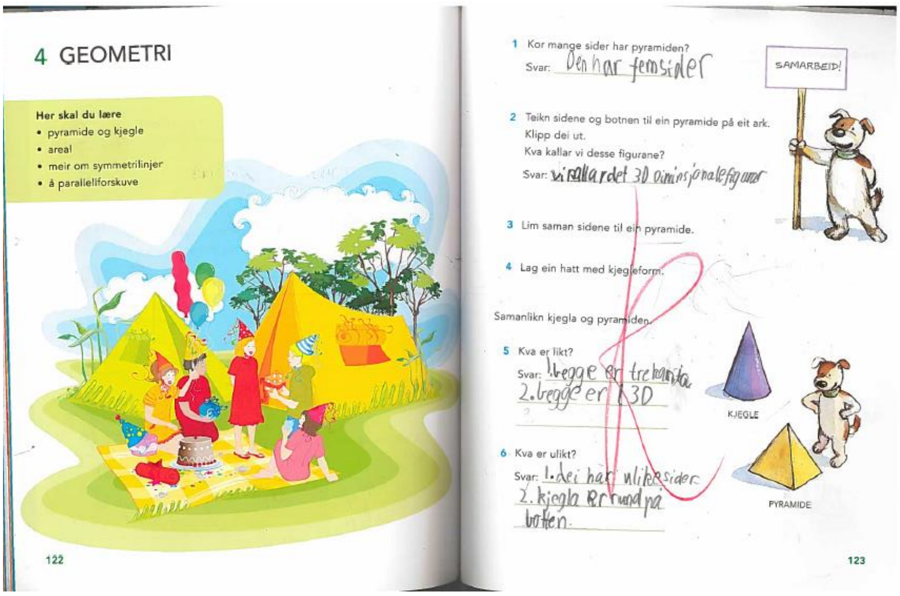
Hos en av mine sønner fant jeg også denne utforskende oppgaven, som tar utgangspunkt i en regulære femkant (pentagon). Elevens aktivitet prioriteres for så vidt i det eldre læreverket, men at vi finner denne typen oppgave gir et inntrykk av at utforsking blir gitt større og større plass i matematikkfaget, og kanskje er dette møtet med pentagonet og pentagrammet (den innskrevne stjerna i pentagonet) kanskje bare det første av flere møter med disse formene i læreverket, eller i alle fall i matematikkfaget? La oss håpe det!



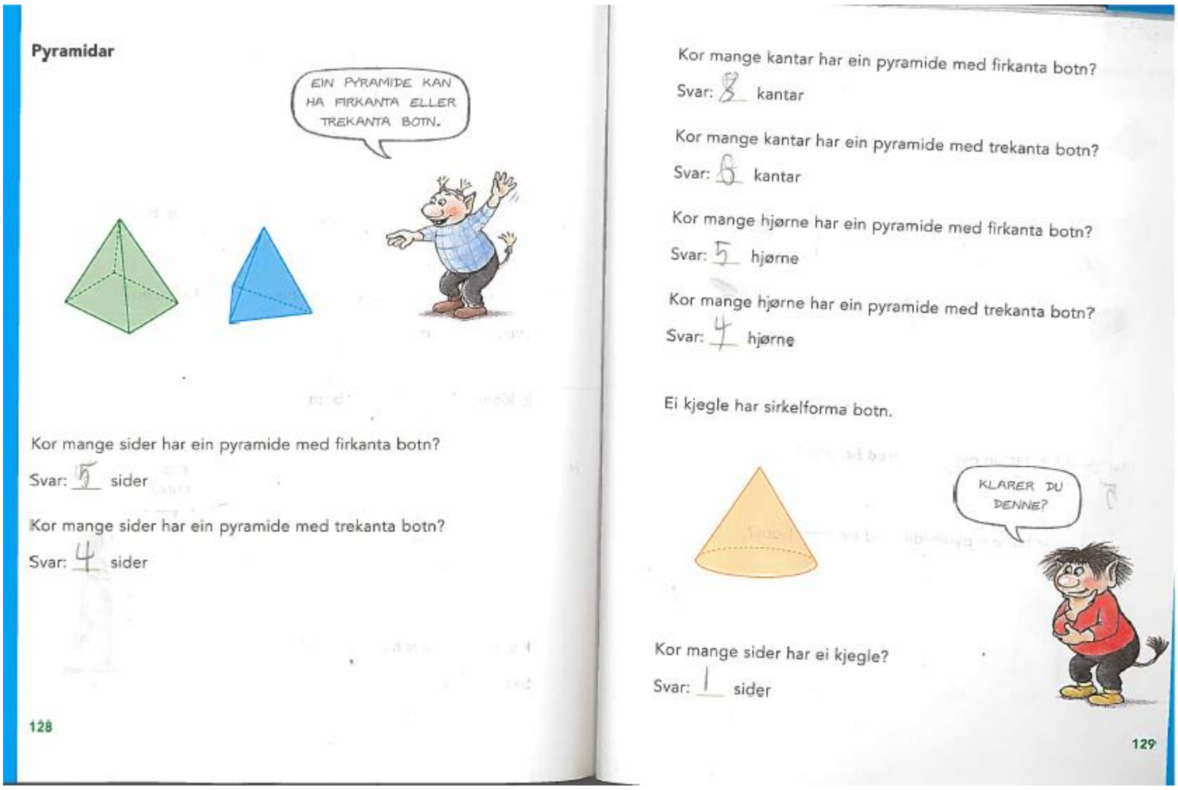
Bilde 5.11: Utforsking av pentagonet, og en synliggjøring av forskjell mellom to-dimensjonale og tre-dimensjonale figurer

5.4 Tre-dimensjonale figurer

I bilde 5.11 over blir eleven utfordret på å identifisere både to-dimensjonale og tre-dimensjonale figurer. Dette er en krevende utfordring, for her er det plutselig mange kompliserte begrep samlet! Og det er ut i fra kjennskap til egenskapene til de ulike figurene man kan identifisere dem.

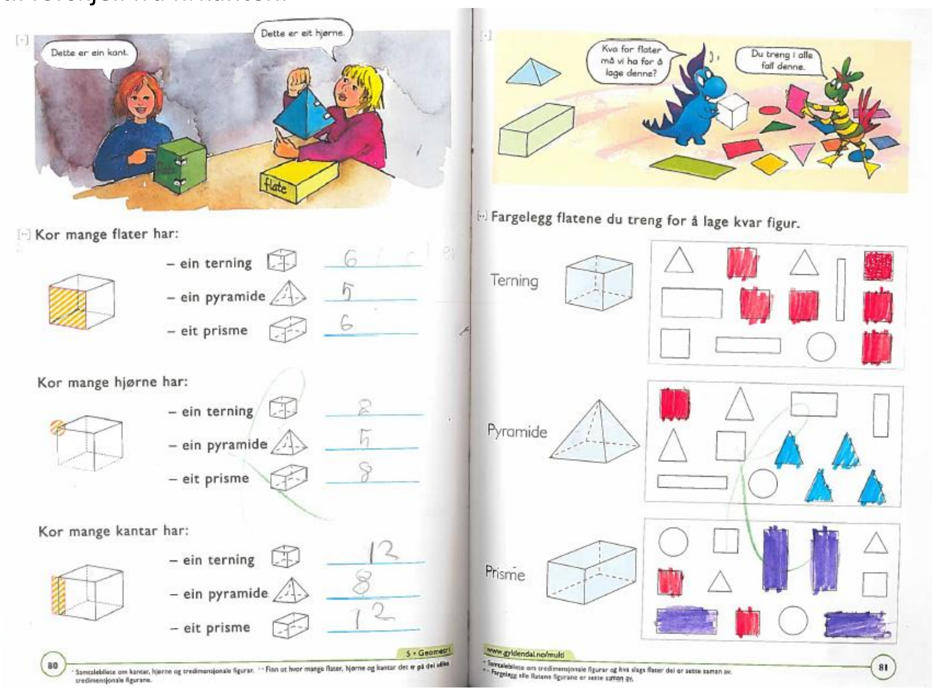


Bilde 5.12: Arbeid med pyramide og kjegle

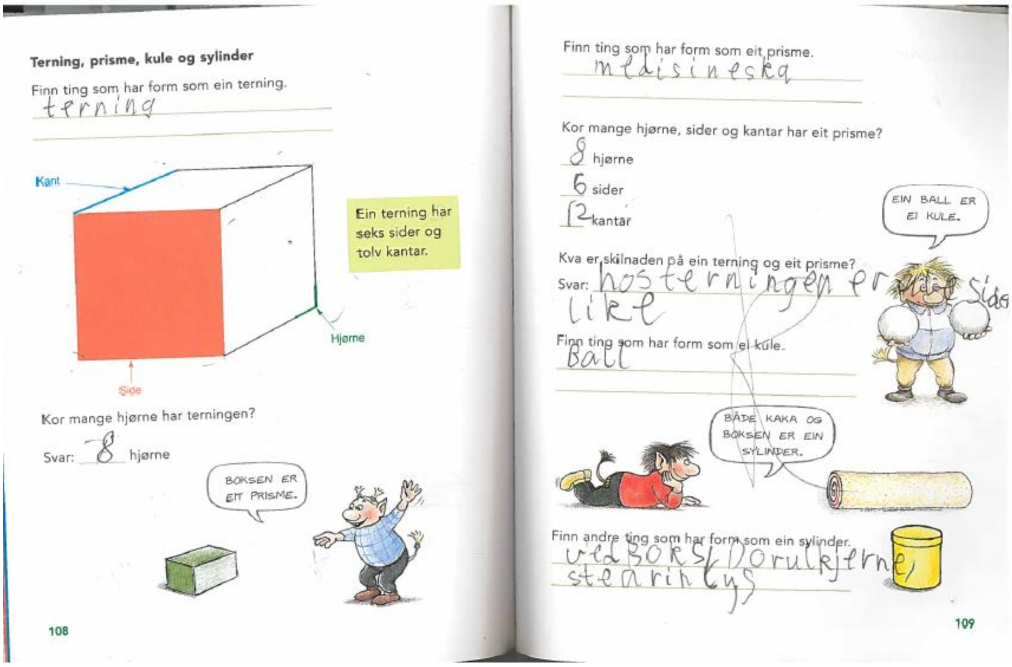


Bilde 5.13: Mer arbeid med pyramide og kjegle!

I mine sønners læreverk er det i hele tatt ganske grundig prioritering av arbeid med geometriske former. Det er rike illustrasjoner og noe kobling til kontekster. Dette er det mindre å finne av i mitt læreverk. Det kan komme av at det der var mer fokusert på bruk av egenskaper, enn å fokusere på hva disse egenskapene er og hvorfor ulike figurer har de egenskaper de har. Har du for eksempel noensinne lurt på hvorfor det brukes så mange trekanter i bygging av hus, broer, osv., mens firkanter brukes lite? Ikke det, nei? Da foreslår jeg at du gjør det, og du skal få et stikkord av meg; egenskap ved trekanten til forskjell fra firkanten.



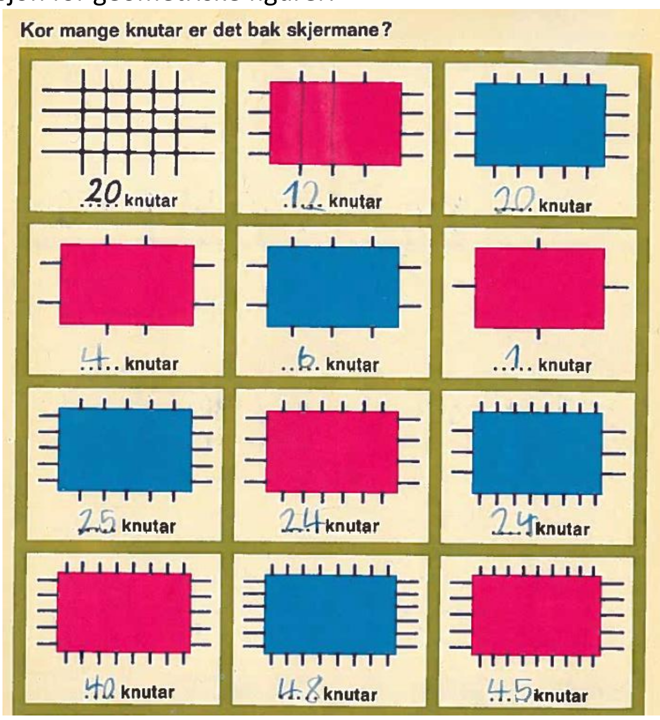
Bilde 5.14: Egenskaper ved tre-dimensjonale figurer



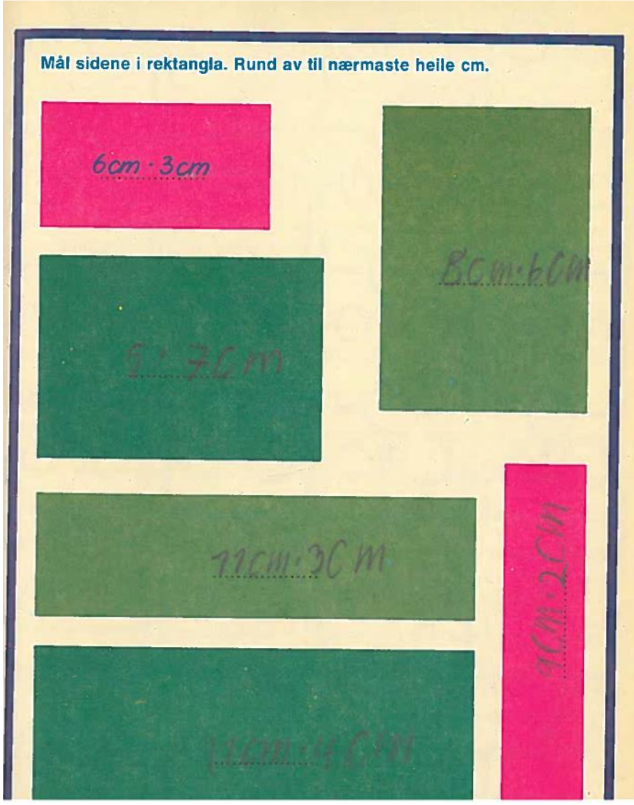
Bilde 5.15: Jaja, ikke alltid like lett å assosiere helt fritt. En terning er jo tross alt en terning!

5.5 Areal

Areal er et av de mer kompliserte områdene innenfor geometri. Ikke fordi at det er så vanskelig å bli enig om at her er en utstrekning av et område eller felt, men fordi det er her man virkelig møter koblingen av to dimensjoner. Det gjør man også i et aksesystem, men da med fastsetting av punkt på en graf som uttrykk for koblingen av dimensjoner, og som regel etter at man har møtt på arealbegrepet. Ved identifisering av areal i min barndom gikk læreverket til identifisering av arealet i geometriske figurer med kun en referanse, nemlig koblingen til multiplikasjon som gjentatt addisjon. Allerede i innføringen av multiplikasjon blir rektangelet benyttet, og så blir det siden tatt fram igjen ved innføring av areal og arealformelintroduksjon for geometriske figurer.

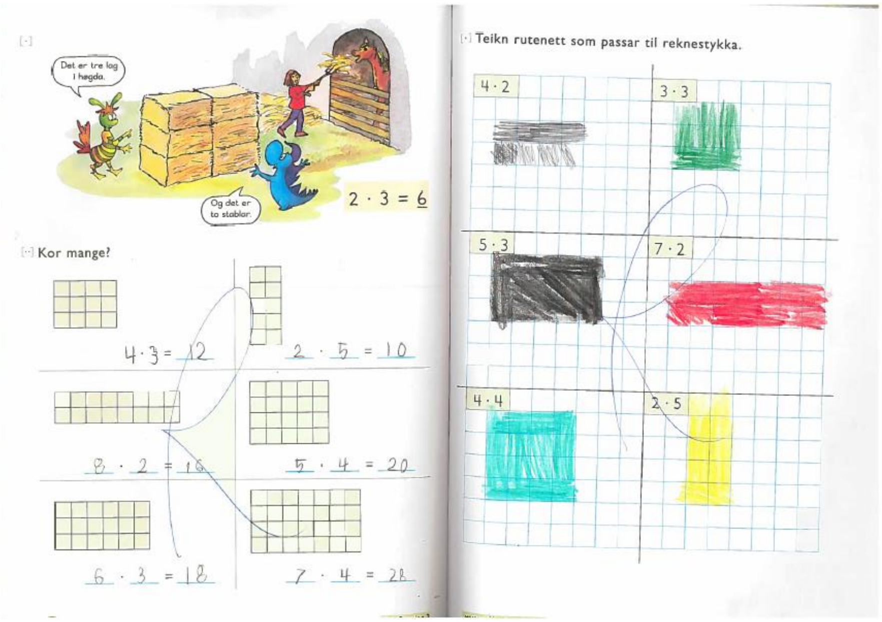


Bilde 5.16: Rektangelet brukes til å introdusere multiplikasjon som gjentatt addisjon



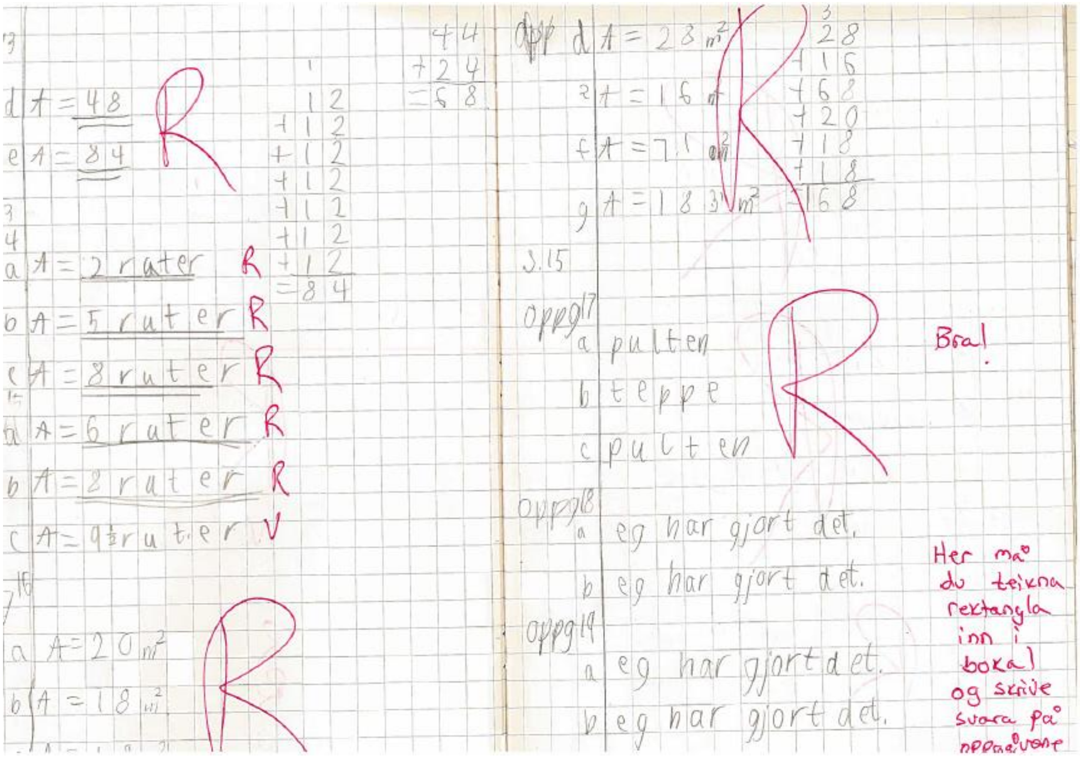
Bilde 5.17: Kort og greit; figuren øverst til venstre indikerer at side multiplisert med side gir arealet av rektangelet. Ikke mye informasjon om utregning og enheter areal ennå, men det kom etter hvert. Vær trygg.

Også i de nyere læreverkene går man veien om multiplikasjon som gjentatt addisjon, men nå er rutenettet tatt i bruk i introduksjonen. Dette fordi man i introduksjon av areal fokuserer på å definere størrelsen på en standardisert rute i et slik rutenett til å være for eksempel 1 cm^2, og forklare hva det betyr. Gjennom dette blir utregning ved multiplikasjon og innholdet i en flatemålsenhet knyttet mer til forståelse enn til aksept av et matematisk «forgodtbefinnende».

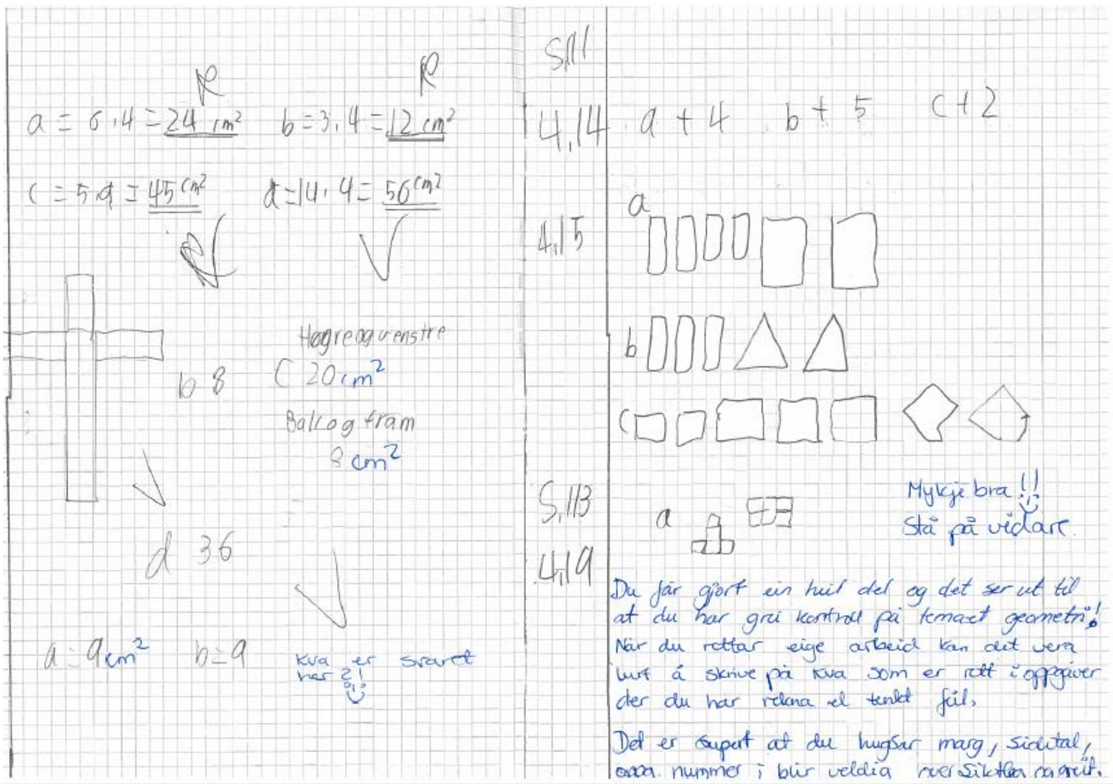


Bilde 5.18: Areal knytes til rutenett og standardisert enhet for utstrekning

Samtidig skal det sies at av og til ser vi at elever får for mye oppfordring om å bidra selv med kontekster, og at den motivasjonen vi matematikklærere kanskje forventer, eller i alle fall håper, at elevinvolveringen skal generere, uteblir. I bilde 5.19 ser vi i alle fall et eksempel på at en av mine sønner trøtnet i arbeidet med å utforske egendefinerte kontekster knyttet til areal…

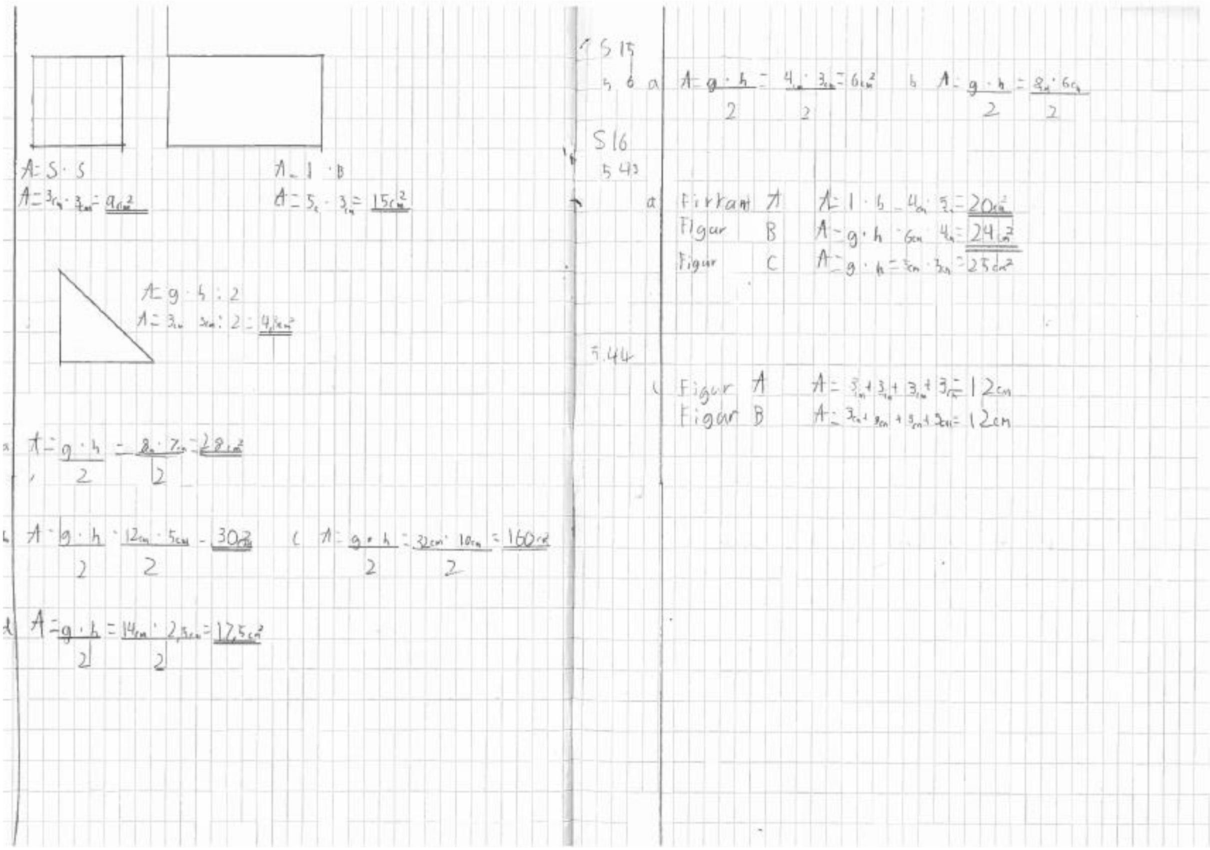


Bilde 5.19: Muligheten for å anvende egendefinerte kontekster genererer ikke automatisk motivasjon for utforsking



Bilde 5.20: Arbeid med areal, men mye å passe på

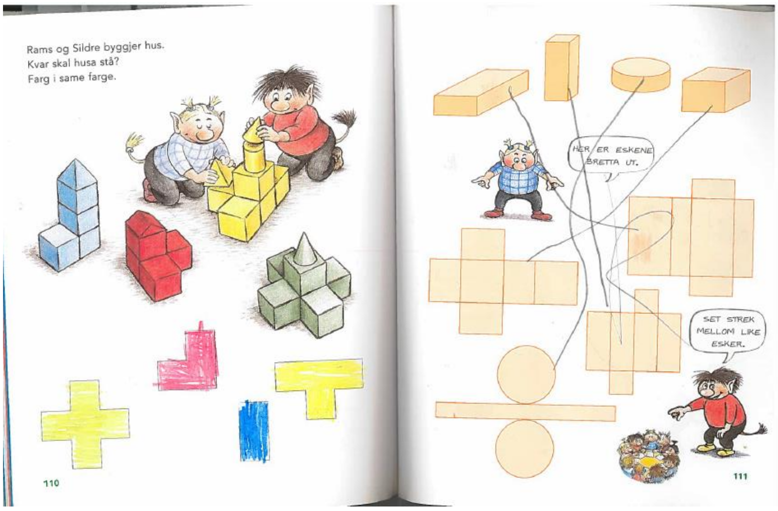
Etter hvert møtte mine gutter også formler for areal av plane figurer. Areal av en trekant, areal av mangekanter og areal av sirkel. Noe fokus på forståelse av innholdet i disse arealene, men også mye fokus på bruk av formler. Om mine egne år på barnetrinnet kan det meste oppsummeres i ett ord vedrørende formler knyttet til areal; bruk.



Bilde 5.21: Formel for areal av kvadrat, rektangel og trekant i notatboka hos en av mine sønner

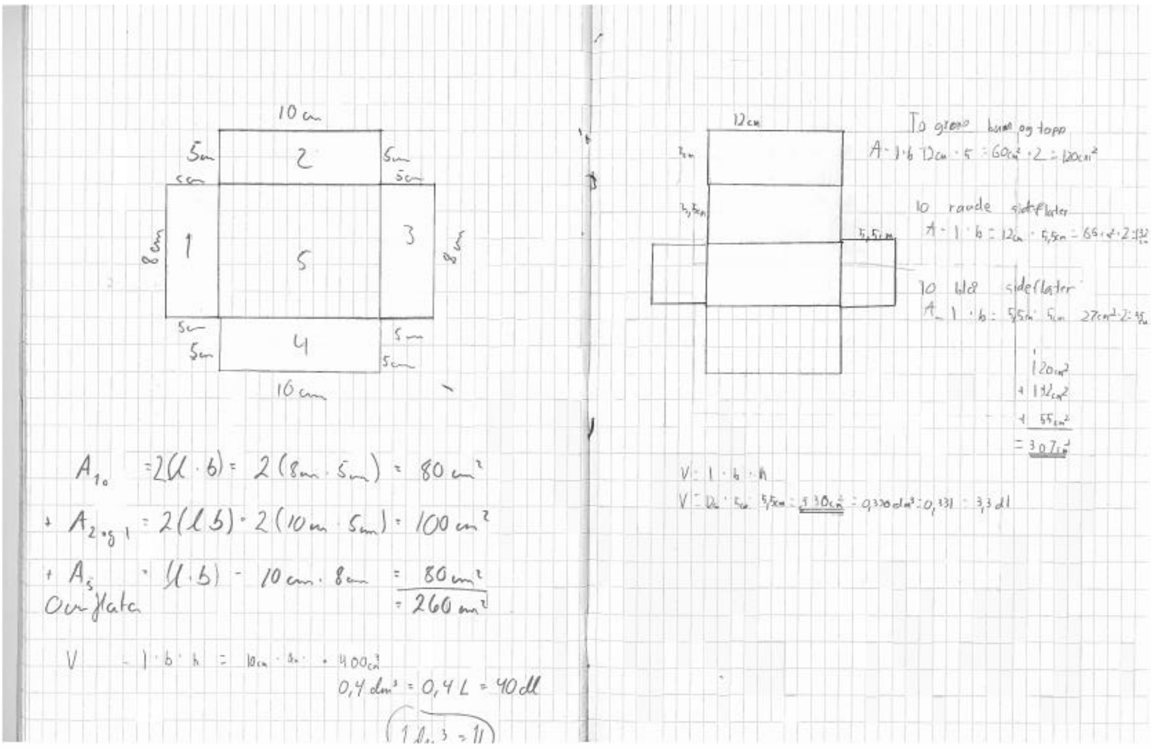
5.6 Overflate og volum

I mine sønners tid på barnetrinnet gikk de mot slutten av mellomtrinnet over fra areal av plane figurer, til overflateareal av legemer og volum av legemer. Dette er operasjoner som er komplekse, i den forstand at de krever arbeid i flere steg. I bilde 5.22 ser vi hvordan læreverket de brukte hjelper til med å redusere og skaffe oversikt over ulike legemers overflateareal som sum av kjente areal av plane figurer.



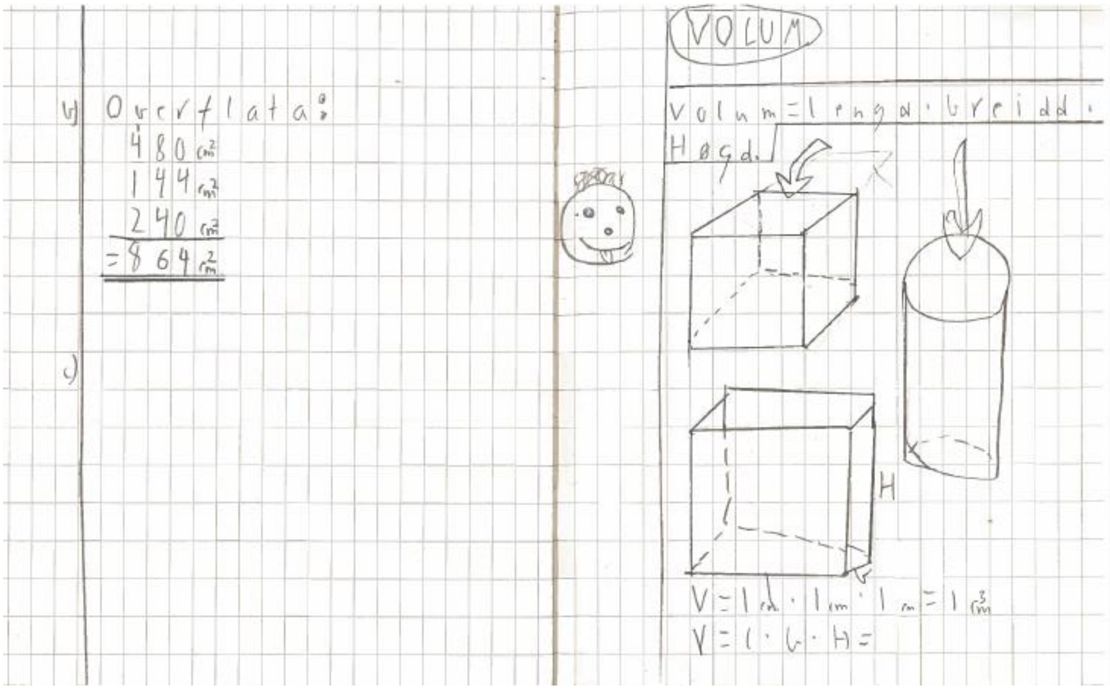
Bilde 5.22: Hvilke legemer har hvilken overflate?

Det er likevel ikke bare å summere arealet av alle sidene for å få overflaten av et legeme. Man må først fastslå sidelengdene som trengs for å regne ut hvert av disse arealene (dersom har man «litt flaks» med hvordan legemet ser ut, for eksempel en terning, vil flere sider være like…), slik det gjøres i bilde 5.23:



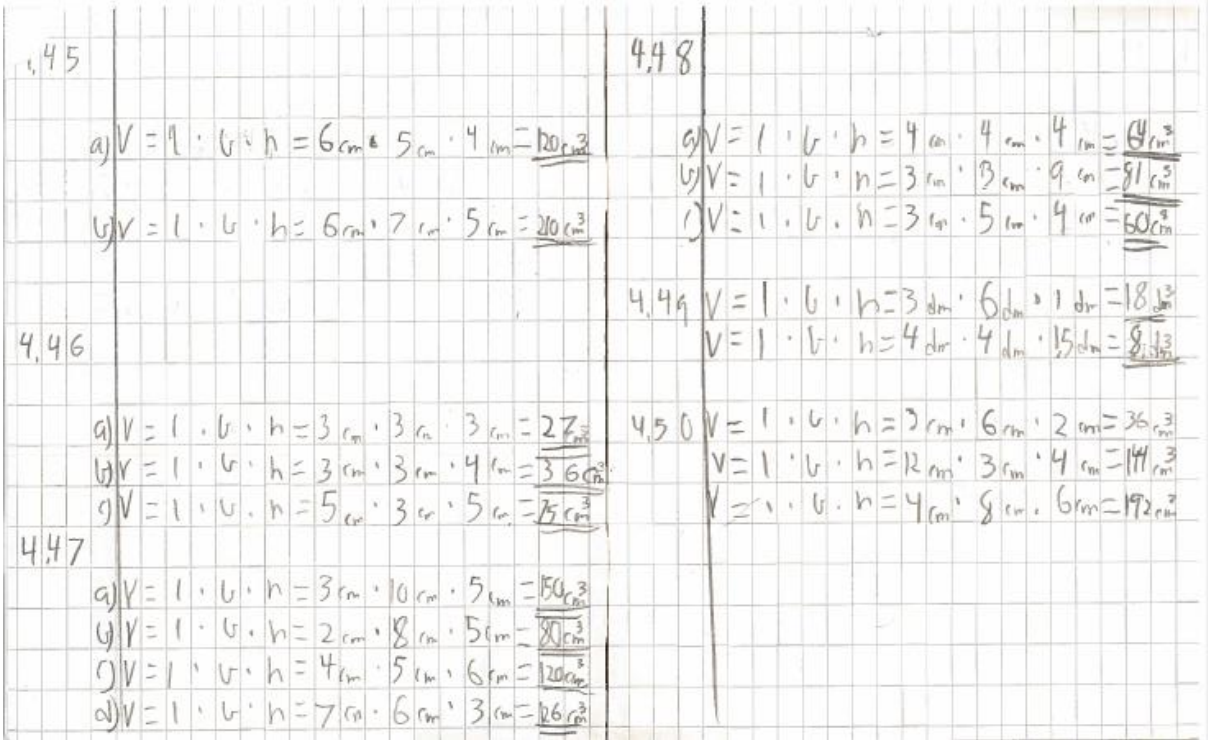
Bilde 5.23: Oppsett for overflateareal av en eske uten lokk, gjort av en 6.klassing med middels interesse for matematikk

Fra overflate til volum trenger elevene å få innført høydedimensjonen. For minst en av sønnene mine ser det ut til at dette ble gjennomgått på tavle i en skoletime, når vi ser den første sida der volum er nevnt i notatboka hans:



Bilde 5.24: Det første møtet med volum

Og etter dette første møtet må mine sønner arbeide med øvingsoppgaver fra læreverket knyttet til volum av legemer.



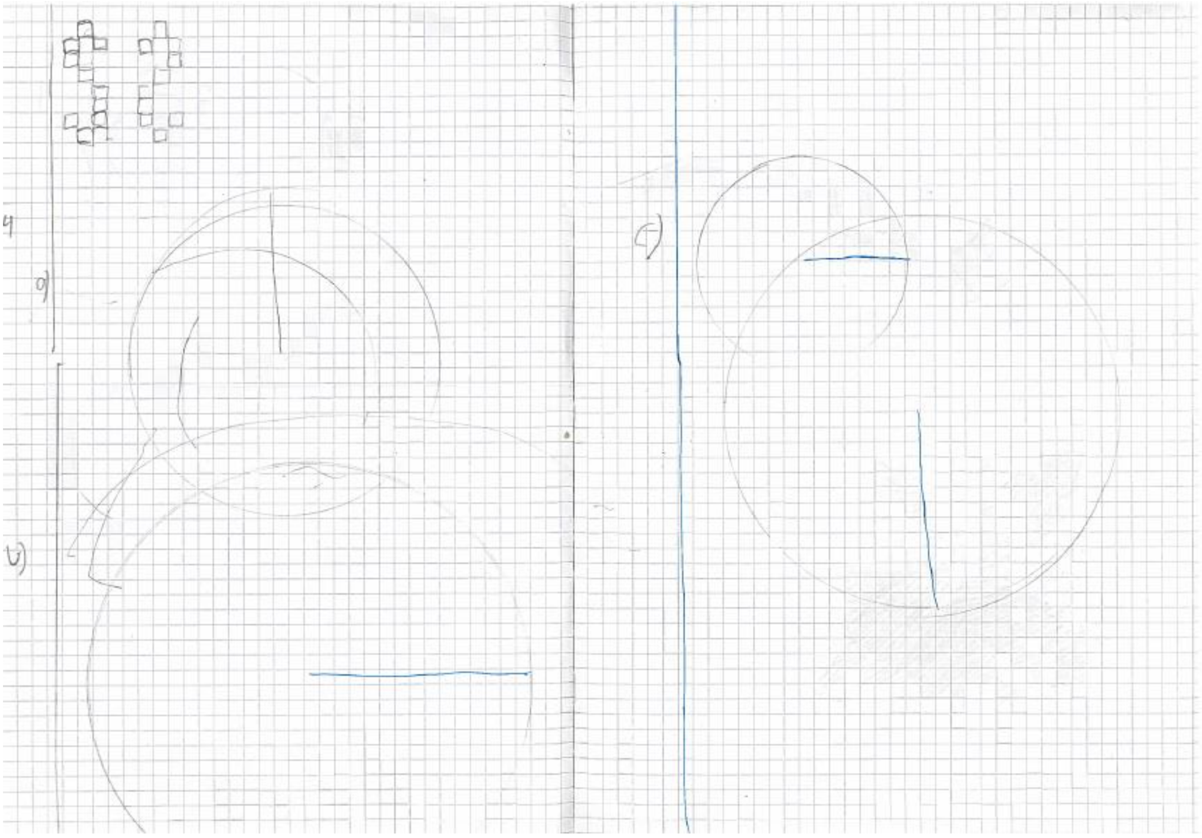
Bilde 5.25: Øvingsoppgaver knyttet til volum av legemer

Beskrivelsen av mine sønners møte med volum av legemer skiller seg ikke fra mitt eget møte med volumberegninger. Noe forblir uforandret i skolen, og behovet for øving er fremdeles til stede. Hovedforskjellen når det gjelder areal av plane figurer, overflateareal og volum fra min tid på barnetrinnet i forhold til mine sønners tid på barnetrinnet, er læreverkets og didaktikkens vektlegging av forståelse for det man arbeider med. Et avsluttende eksempel vedrørende areal og volum kan være formelen for arealet av en sirkel. I min tid på barnetrinnet ble denne formelen presentert og tatt i bruk. Forståelse for hvorfor denne formelen er slik var underordnet, og kunne kanskje komme til syne for elevene gjennom bruk. Tilsynelatende er dette endret i nyere tiders arbeid med arealet av en sirkel i matematikk på barnetrinnet, for læreverkene legger mer opp til å vise hvorfor arealet av en sirkel er som det er, og læreplanen legger opp til at matematikken skal være mer preget av dialog og konsentrasjon om forståelse. Men i praksis er det nok ikke slik i alle klasserom rundt omkring. Det er fristende å bare legge fram formelen, og så ta den i bruk på øvingsoppgaver. Da lærer neppe eleven noe om sammenhenger mellom sirkel og en likebeina trekant, eller sirkelsektorer og et rektangel, og om hvorfor arealet av en sirkel er… Ja, hva er formelen for arealet av en sirkel?

5.7 Vinkler og konstruksjon

Trenger dagens elever egentlig å lære å konstruere med passer og linjal? Tenk over det. På den ene side er dette spørsmålet kanskje både uforskammet og provoserende, for å konstruere med passer og linjal er en av de grunnleggende deler av matematikkens historie. På den annen side er framskrittet betydelig på de fleste områder vi kan tenke oss, og når mye regning med blyant og papir er erstattet med kalkulator og datamaskiner; hvorfor ikke la passer og linjal bli erstattet av software der det kan konstrueres både tydelig og smidig. Geogebra er et slikt program, men mine sønner møtte dette først helt på slutten av barnetrinnet, og da etter at de hadde brukt passer en stund.

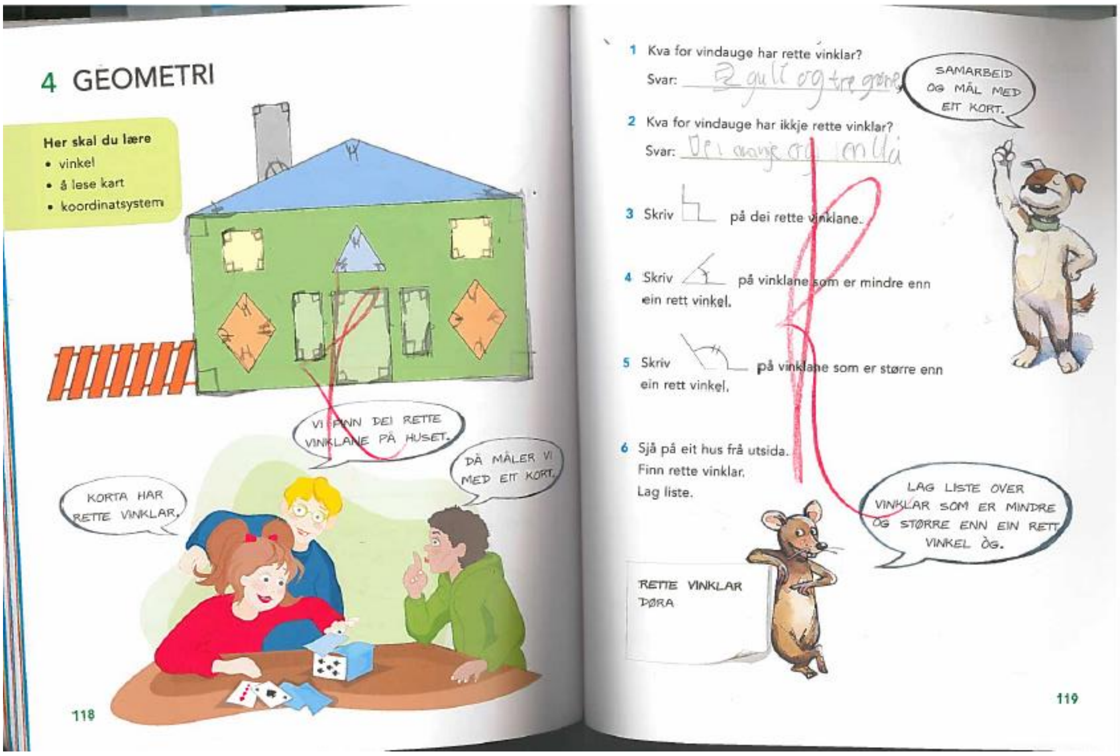
Jeg er klar over at passer kan være praktisk og kjapt å bruke, men den er kanskje mest det for den som har lært å bruke den, og ser på den som det eneste alternativet. Gi en navigatør til sjøs en sekstant i dag, og det er ikke sikkert at han kan bruke den like bra som han kan bruke de mer moderne navigasjonsinstrumentene han har tilgjengelig. Framskrittet gjør arbeid lettere, tryggere og mer presist. Det er derfor vi kaller det framskritt. Kanskje trenger vi ikke passeren lenger på barnetrinnet?



Bilde 5.26: Et første møte med bruk av passer

Bilde 5.27: Dataprogrammet Geogebra ble introdusert for mine sønner på mellomtrinnet

I min tid på barnetrinnet ble det brukt mye passer og linjal, og gradskive. Gradskiva har også mine sønner brukt, for en vektlagt del i geometri både før og nå er vinkler og vinklers størrelse. Hvorfor måler vi en vinkel i grader? Hva er en rett vinkel? En stump vinkel? En spiss vinkel? Hvor stor er den vinkelen der? Og hva er vinkelsummen i en trekant? Med fokus på vinkler kommer vi igjen tilbake til figurers egenskaper, men selvsagt både knyttet til å lese av eller finne størrelsen på vinkler og å kunne konstruere noen av disse vinkelstørrelsene.


4 GEOMETRI

Her skal du lære
- vinkel
- å lese kart
- koordinatsystem

118

1 Kva for vindauge har rette vinklar?
Svar:

2 Kva for vindauge har ikkje rette vinklar?
Svar:

3 Skriv på dei rette vinklane.

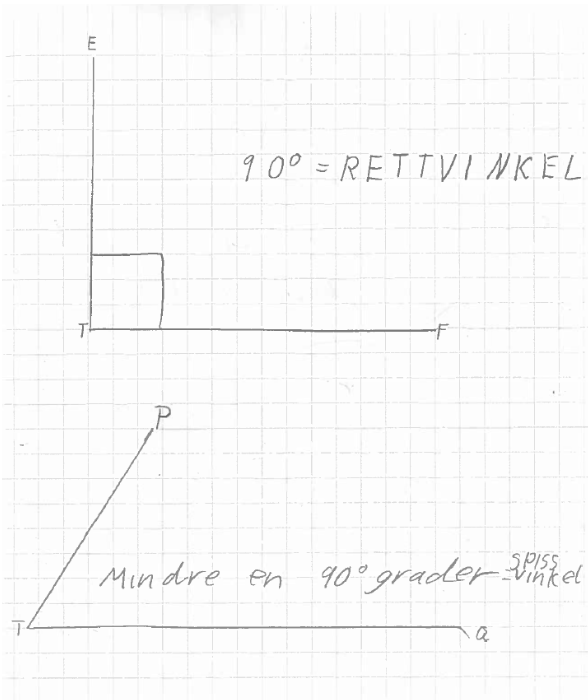
4 Skriv på vinklane som er mindre enn ein rett vinkel.

5 Skriv på vinklane som er større enn ein rett vinkel.

6 Sjå på eit hus frå utsida.
Finn rette vinklar.
Lag liste.

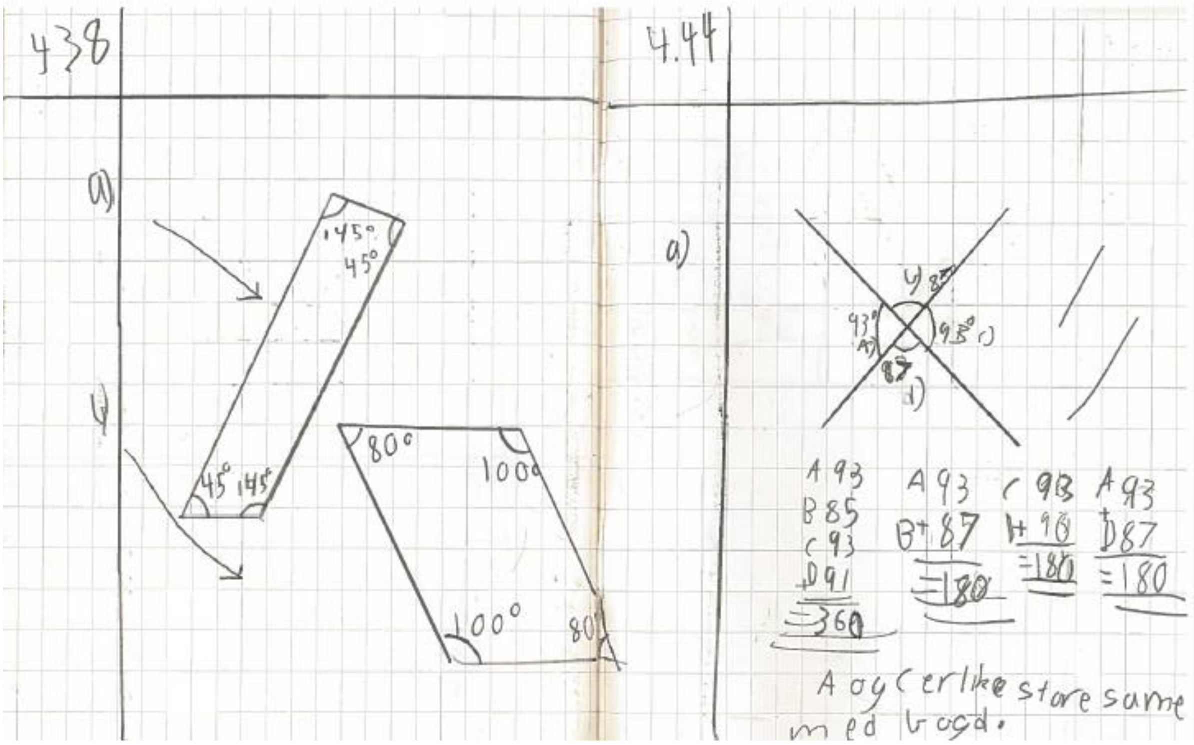
119

Bilde 5.28: Grundig fokus på vinkelbegrepet og ulike typer vinkler i mine sønners læreverk



Bilde 5.29: Dokumentering med blyant og linjal i notatboka

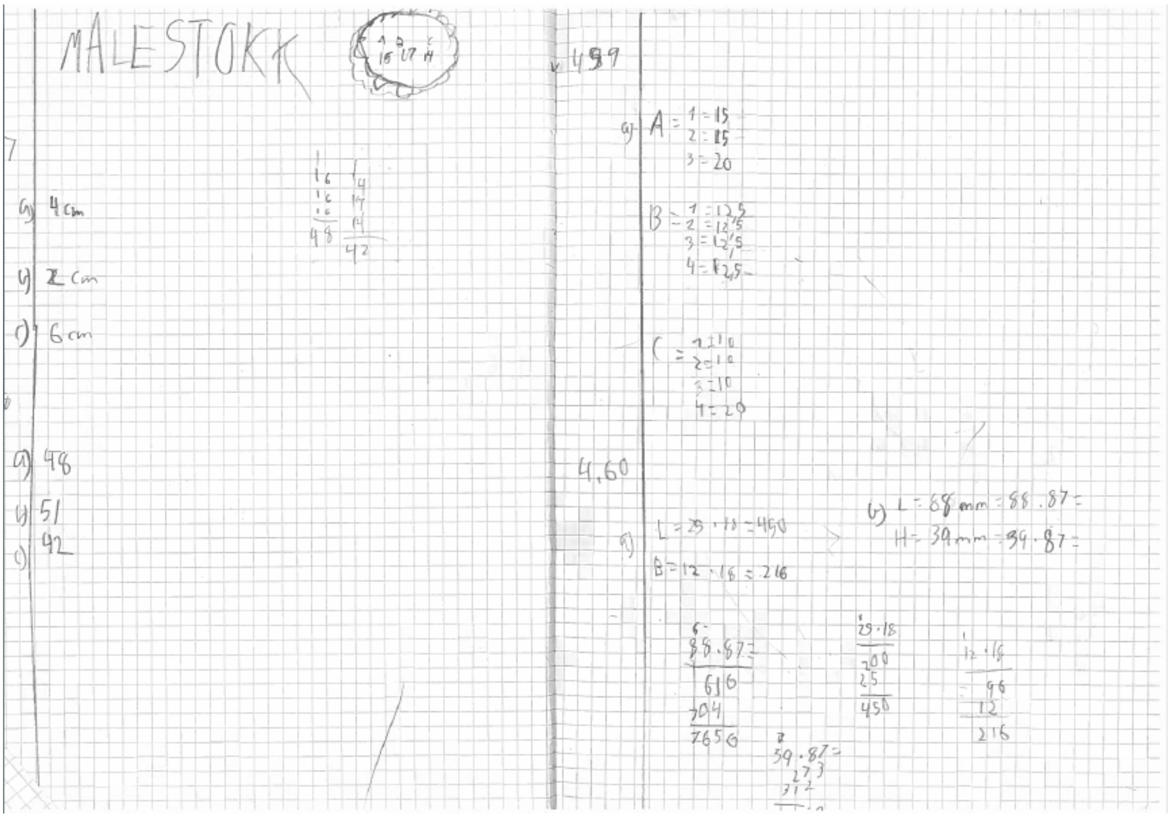
Det er mye matematikk som er knyttet til vinkler, men geometrien er nok et av de felt innenfor matematikkfaget i skolen som står ovenfor størst utviklingsmuligheter framover. Det er ikke så stor forskjell på det mine sønner og jeg gjorde i arbeid med vinkler på barnetrinnet. Uten at jeg har noen bilder fra mitt arbeid med vinkler fra de siste årene på barnetrinnet, kan jeg forsikre om at vi nok hadde noe mer konstruksjonsarbeid, men ellers øvde gjennom løsning av oppgaver med vinkelproblemstikk. Vinkelsum av mangekanter, toppvinkler, samsvarende vinkler, og måling eller utregning av vinkelstørrelser. Framover, med revidert læreplan fra 2020, er det ment at utforskningsfokuset skal bli enda sterkere i matematikkfaget. Geometri er et emne som innbyr til utforsking, og det er kanskje ikke så rart at dette var et emne som nøt høy anerkjennelse hos filosofene i det gamle Hellas som verden kan takke for mangt et viktig resultat innenfor forskning og utforskning innenfor geometri.



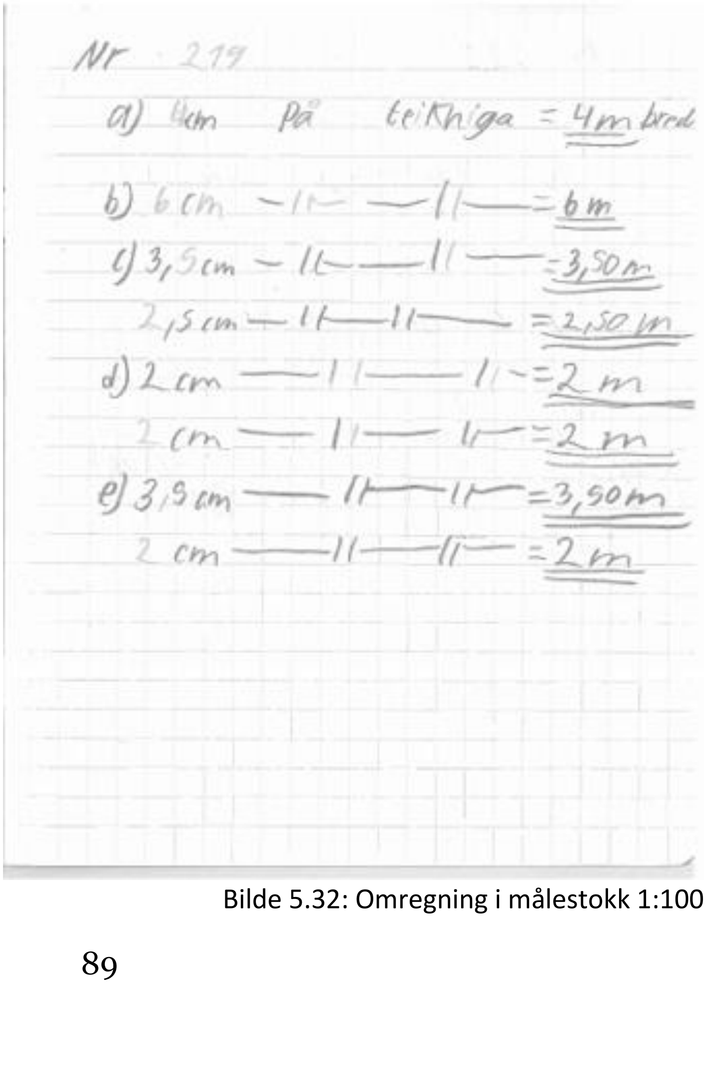
Bilde 5.30: Litt øvingsarbeid knyttet til vinkelsum i mangekant og toppvinkler

5.8 Målestokk og perspektiv

Målestokk møtte jeg mer eller mindre daglig da jeg gikk på barnetrinnet, gjennom at lærerne til stadighet drog ned kart som hang framme i klasserommet som rullegardiner. Der var det verdenskart, Europakart, Norgeskart, og et kart over Midtøsten, sentrert omkring Israel og Palestina. Disse kartene hadde oppgitt målestokk, og det ble ofte minnet om hva dette betydde. Jeg husker faktisk fremdeles at det skapte litt vel mange spørsmål da vi ble fortalt om at Moses og hans følge «vandret rundt i ørkenen i 40 år», når vi så størrelsen på dette landområdet på kartet. Som tema i læreverket jeg hadde, var ikke målestokk noe særlig vektlagt som eget emne. Derimot møtte vi det flere ganger implisitt, som for eksempel i arbeidet med tørkesnora til familien Larsen (Se bilde 5.6). I undervisningen mine sønner har hatt er det mer eksplisitt oppmerksomhet å finne til målestokk, noe knyttet til oppmerksomhet i læreverk, og noe som ser ut til å være vektlagt fra lærerens side ut i fra kompetansemål i læreplanen.

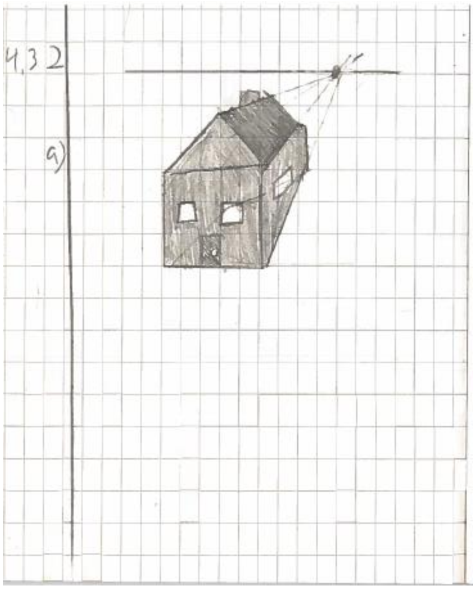


Bilde 5.31: Her arbeides det med målestokk. Ingen tvil om det. I alle fall ikke i overskriften.



Bilde 5.32: Omregning i målestokk 1:100

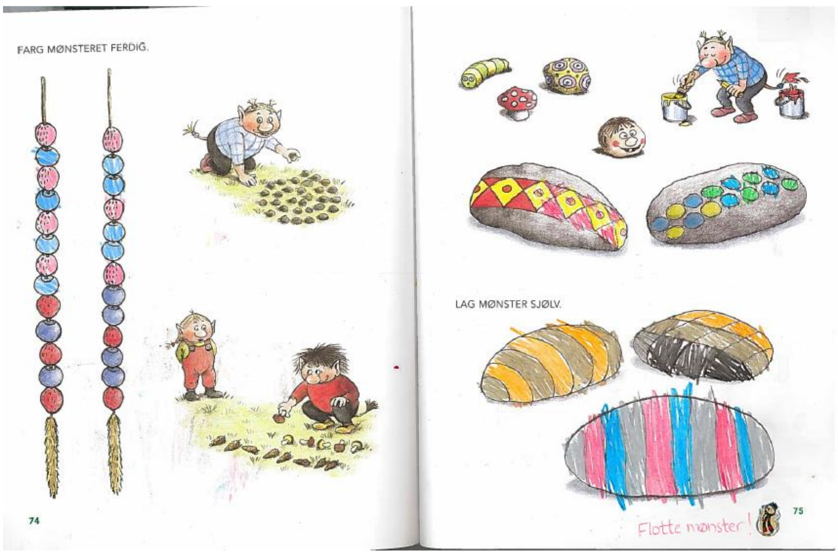
Et tema som kort må nevnes, simpelthen fordi det ikke er å finne omhandlet i mine matematikkbøker fra barnetrinnet, men fordi guttene mine har vært innom det i sine bøker, er perspektivtegning. Det er eksempler på at dette har de arbeidet med, og at det er omhandlet i nyere læreverk. Dersom vi går tilbake til da jeg gikk på barneskolen, hadde man lenge hatt en tradisjon med at perspektivtegning var et eget fag på gymnaset, så kanskje var perspektivtegning i grunnskolen da mer en del av formingsfagene og realfag på høyere nivå. Jeg har i alle fall ingen notater, læreverkkobling eller minner om at perspektivtegning var noe vi dreiv med i matematikkfaget.



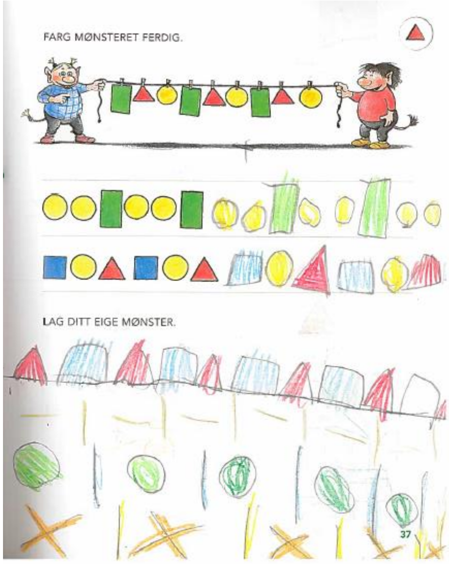
Bilde 5.33: Min ene sønn har tegnet et hus i perspektiv, med fluktpunkt og fluktlinje.

5.9 Mønster

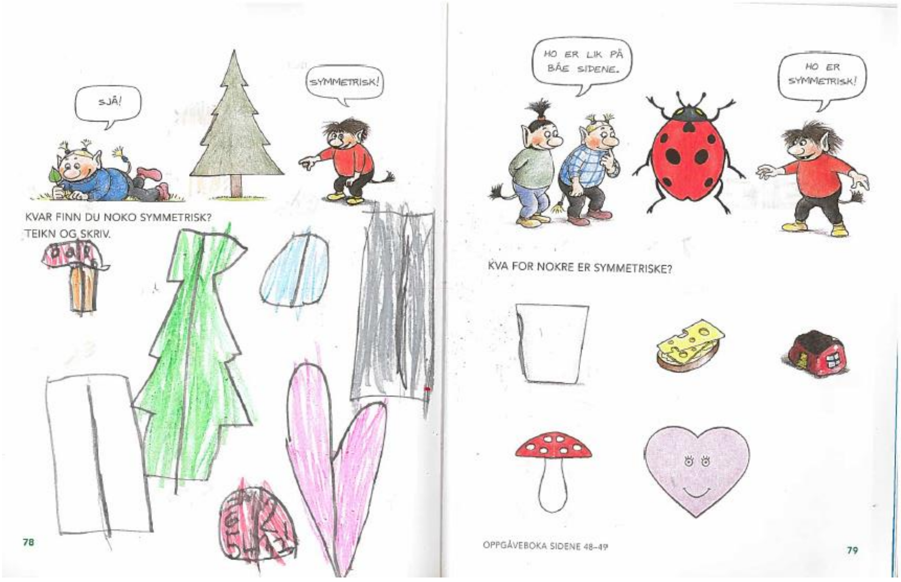
Et eget felt innenfor geometri som må trekkes fram er mønster. Litt av begrunnelsen er den samme som ved perspektivtegning. Dette er noe som er sterkt vektlagt i nyere læreverk, mens jeg ikke kan si at jeg har dokumentasjon på at jeg arbeidet med mønster da jeg gikk på barnetrinnet. Vi tegnet border i kristendomsfaget og O-faget (Orienteringsfaget), men da for å pynte rundt tegninger. Arbeid med mønster har en større posisjon i matematikkfaget enn som så, og det fins kategorier av symmetrimønster knyttet til speiling og rotasjon både for figurmønster og båndmønster.



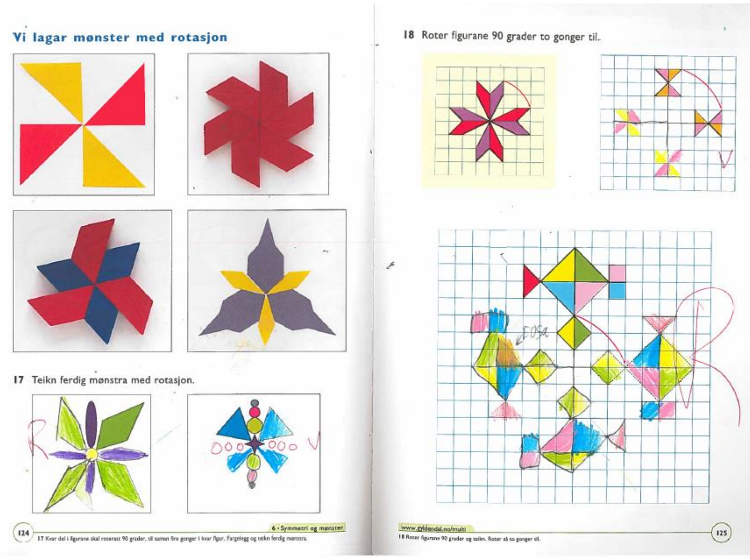
Bilde 5.34: Introduserende arbeid med både rotasjon, speiling og forskyving



Bilde 5.35: Båndmønster

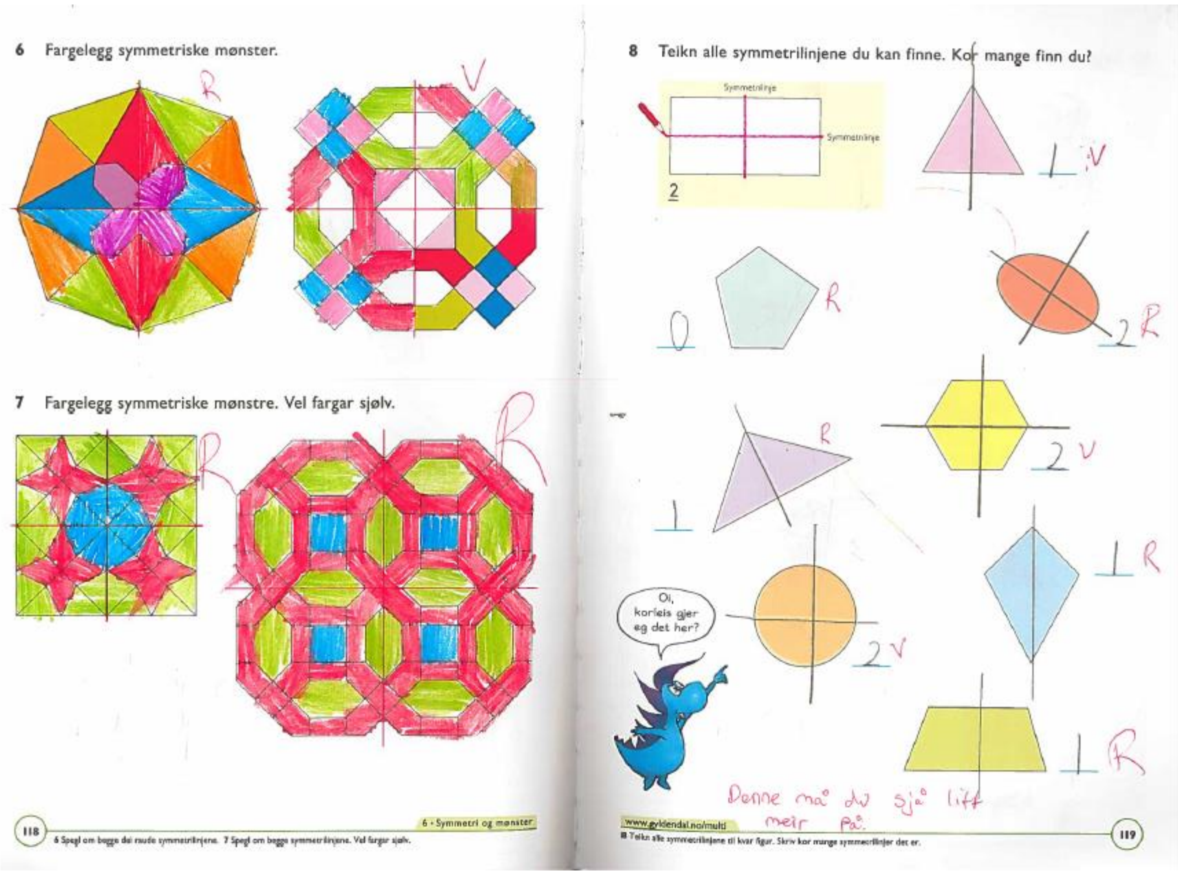


Bilde 5.36: Speilingssymmetri



Bilde 5.37: Rotasjonssymmetri

Arbeid med symmetrier vies altså en god del oppmerksomhet i nyere læreverk på barnetrinnet, og det legges opp til relativt komplekse strukturer etter hvert som elevene blir mer kjent med dette feltet. I bilde 5.38 nedenfor legges det opp til både speiling og rotasjon i samme figur. Klarer du å identifisere alle speilinger og rotasjoner i oppgave 6 og 7 i bilde 5.38?

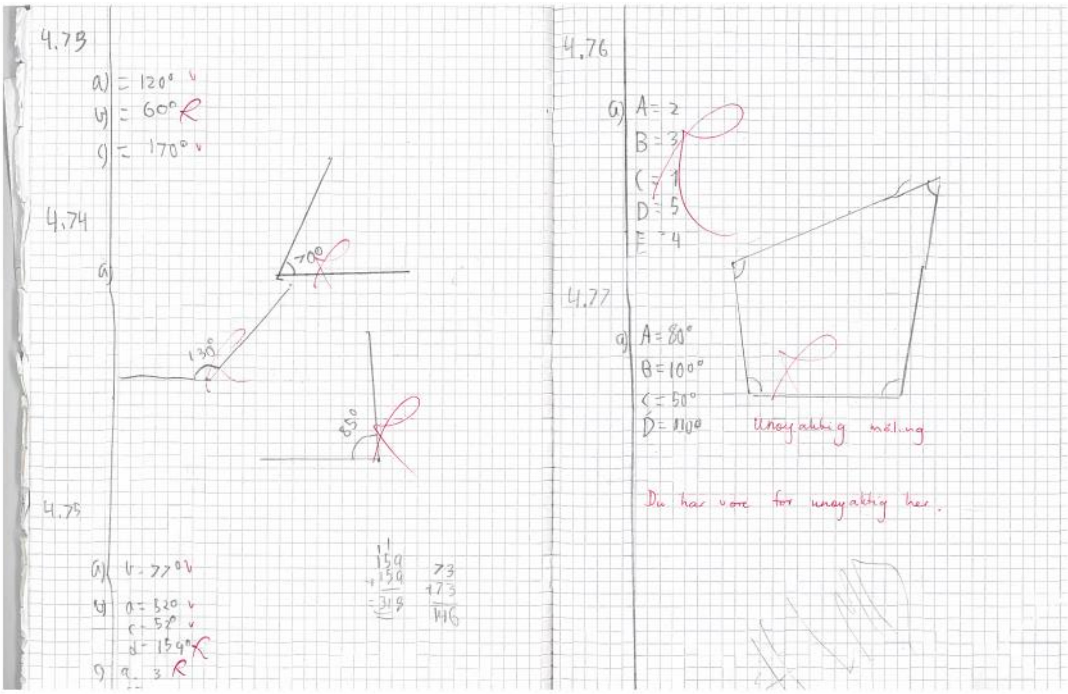


Bilde 5.38: Arbeid med rotasjons- og speilingssymmetri

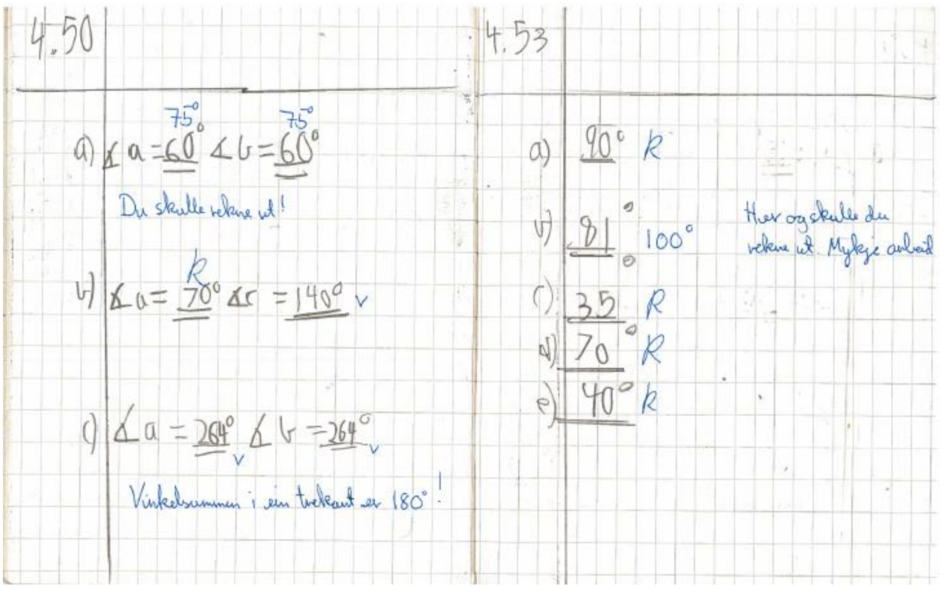
Det som likevel må nevnes er at etter at mine sønner ble ferdige med barnetrinnet, har de aldri vært borti symmetri eller mønster som eget emne i matematikkfaget. Dette er tydeligvis ikke noe man prioriterer på ungdomsskolen. Når man prioriterer å bruke mye tid på dette på barnetrinnet, for å lære om symmetriegenskaper og gjenkjenning av mønstertyper, da er det litt forstemmende at ikke disse trådene blir prioritert høyere i det videre geometriarbeidet. På den annen side kan det godt sees på mønstertolking og mønsterproduksjon som innhold og arbeid som det passer å arbeide med på barnetrinnet. Elevene bruker farger, lærer seg å fargelegge innenfor oppgitte felt, blir gitt muligheten til å være kreative i sin produksjon av figurer og bordemønster, og får muligheten til å se at man ofte har gjort det samme (tegnet et mønster) selv om uttrykket er forskjellig (samme grunnmønster). Dette kan være gode måter å arbeide med en grunnleggende tilnærming til matematikkfaget som vil være verdifull når elevene blir eldre og arbeider med andre matematiske tema.

5.10 Nøyaktighet og flid i arbeid med geometri

Det er ikke alltid så lett for en ung gutt som vokser opp i en tid der blyant brukes mindre og mindre, PC og mobiltelefon mer og mer, og hvor matematikkfaget i skolen i økende grad skal innby til utforsking, utvikling av egne algoritmer, kreativitet og handlekraft. Den unge gutten møter i skolen krav om marg i kladdeboka, oversiktlig føring av utregninger, to streker under svaret og at alle mellomregninger er dokumentert. Det fins mange gode «lærergrunner» til dette, men utfordringen er ikke å forklare eleven hvorfor man behøver dette (vel, å stå steilt på at det skal være marg og to streker under svaret synes jeg er en såpass utfordrende øvelse at jeg også gjerne vil vite hvorfor dette er så viktig…), utfordringen er mer at elevene selv ikke opplever noen verdi av å gjøre det. Elevene bruker sine egne notater og tidligere oppgave lite i forberedelser til prøver, og de arbeider ikke nok med blyant og linjal til å få den naturlige flid og oversikt som en som gjør dette mye vil gjøre. Vi ser det samme i forbindelse med skriving. Å lese fem A4-sider skrevet av en person som stort sett skriver på datamaskin kan fort bli en aldri så liten kodeknekkeroppgave. Derfor blir det feil å bare fokusere på flid og presentasjon, og ikke også ta tak i innholdet i det som produseres. Dette blir egentlig et argument for mer problem- og oppgavearbeid på skolen, med fellesskap om løsning og gjennomgang, og mindre av ensomt arbeid med øvingsoppgaver hjemme. Hjemmearbeidet bør kanskje få mer av et annet innhold, og i alle fall mer karakter av å være et fellesanliggende enn et individuelt arbeid. Innsamling av data til bruk på skolen kan være en slik vri, utprøving av matematiske sammenhenger for presentasjon og generalisering en annen slik vektlegging.



Bilde 5.39: Et strev med føring og presentering av mellomregninger for den ene sønnen…



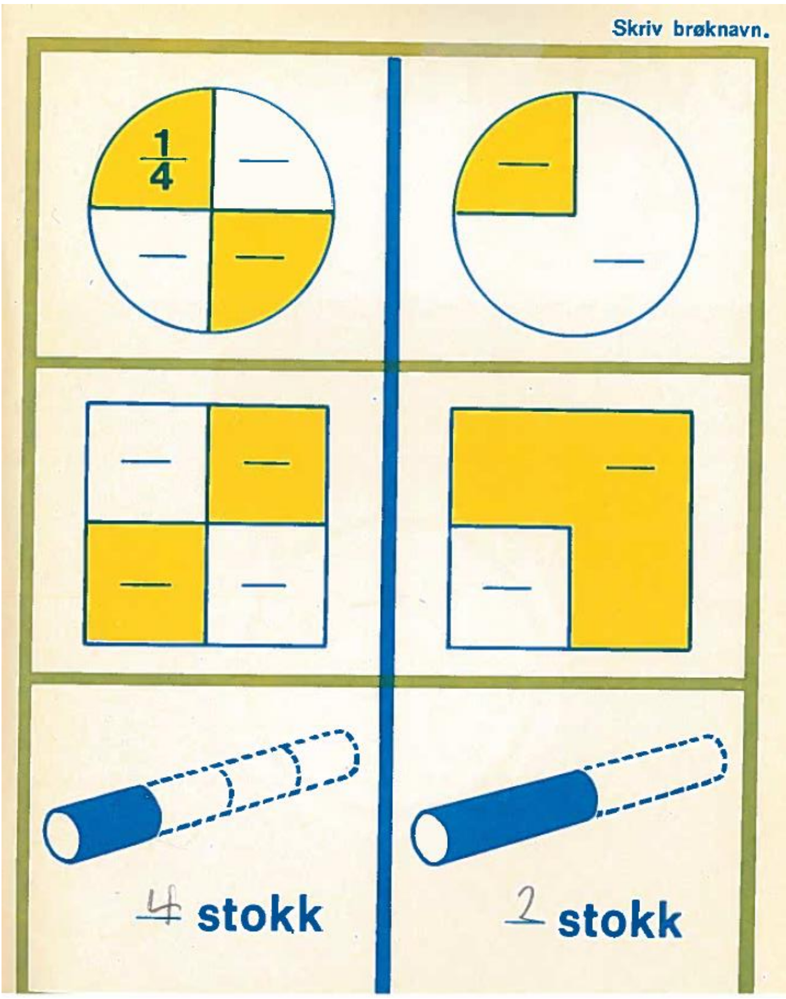
Bilde 5.40: …og det samme strevet for den andre sønnen.

Kapittel 6: Desimaltall, brøk og prosent

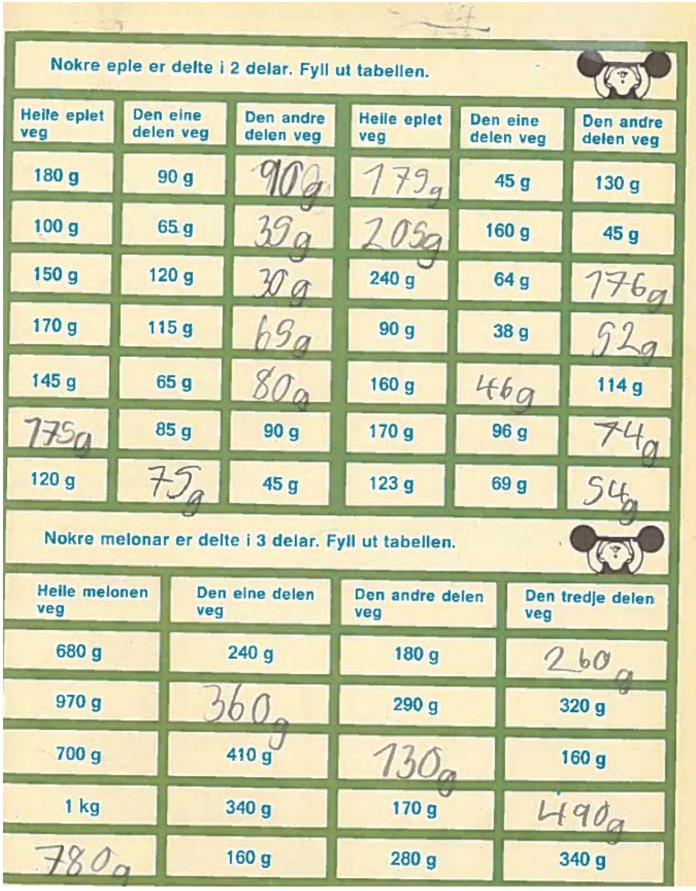
Desimaltall, brøk og prosent er store emner i seg selv for elevene på barnetrinnet, men også sammenhenger mellom disse emnene hører med når man arbeider med disse emnene. Det er ikke få elever som har stusset og latt seg overraske over at for eksempel 0,5 = 50/100 = 50%. I dette kapittelet kommer det fram at forskjellene fra da jeg gikk på barneskolen til da mine sønner gikk på barneskolen for få år siden ikke er særlig store. Selvsagt er det noen kontekstuelle forskjeller, og da mest på at mine sønners læreverk bruker konkrete kontekster for å gi brøkbegrepet et innhold. Spørsmålet som man bør stille seg i forbindelse med dette er; har slike kontekster noen betydning for den som strever med å lære seg hva som ligger i brøkens innhold og uttrykk, eller er det mest som en bekreftelse på forståelse for den som allerede har utviklet en forståelse av brøk som del av en helhet?

6.1 Brøk

Brøkregning på barnetrinnet handler om å dele en helhet inn i like store deler, og å kunne bruke de fire regneoperasjonene til å regne med rasjonale tall. Å få innblikk i hvordan disse delene kan navnsettes var første steg for elevene da jeg gikk på barnetrinnet. I bilde 6.1 ser vi at brøk (eller «brøknavn») som begrep er innført, og at eleven kort og greit skal skrive de riktige tall over («teller») og under («nevner») de oppgitte brøkstrekene. Det var i dette tilfellet ikke helt opplagt for meg… Vi kjenner igjen den markante mangelen på instruksjon via tekst, og forventningen om at eksempelet instruerer eleven om hvordan det hele henger sammen.



Bilde 6.1: Utfordrende for en ung Frode å se at helhet kan deles inn i deler, og at disse har en egen skrivemåte som brøk



Nokre eple er delte i 2 delar. Fyll ut tabellen.

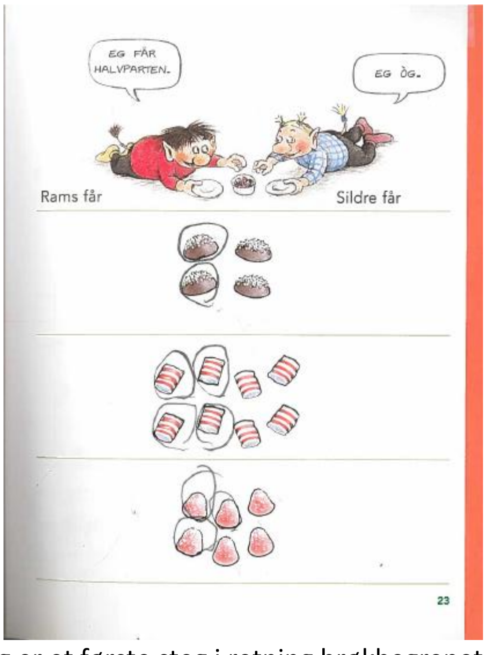
Heile eplet veg	Den eine delen veg	Den andre delen veg	Heile eplet veg	Den eine delen veg	Den andre delen veg
180 g	90 g	90g	179g	45 g	130 g
100 g	65 g	35g	205g	160 g	45 g
150 g	120 g	30g	240 g	64 g	176g
170 g	115 g	65g	90 g	38 g	52g
145 g	65 g	80g	160 g	46g	114 g
175g	85 g	90 g	170 g	96 g	74g
120 g	75g	45 g	123 g	69 g	54g

Nokre melonar er delte i 3 delar. Fyll ut tabellen.

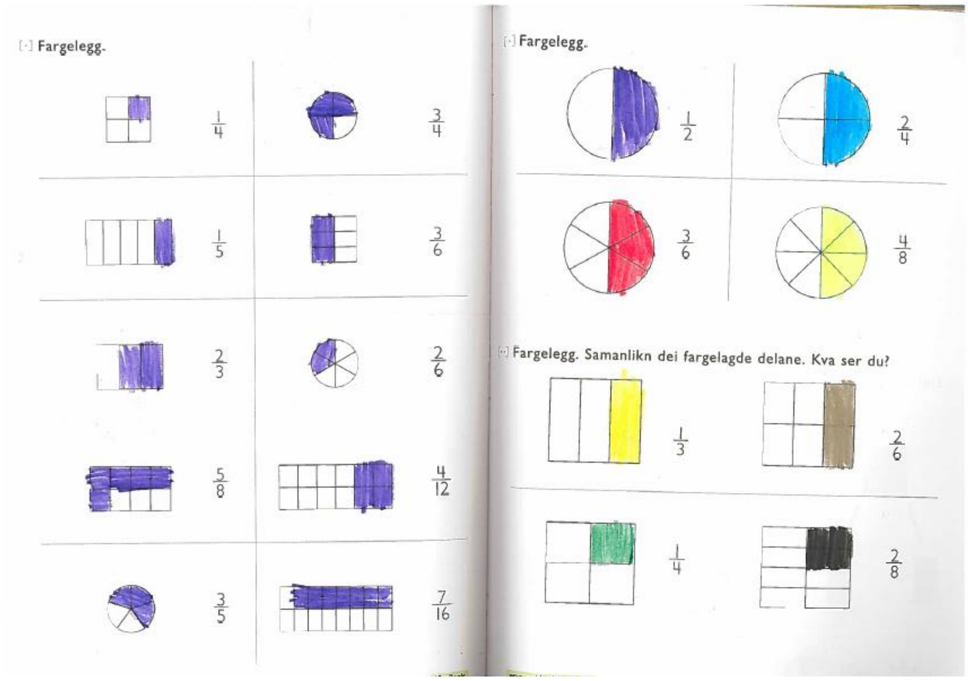
Heile melonen veg	Den eine delen veg	Den andre delen veg	Den tredje delen veg
680 g	240 g	180 g	260g
970 g	360g	290 g	320 g
700 g	410 g	130g	160 g
1 kg	340 g	170 g	490g
780g	160 g	280 g	340 g

Bilde 6.2: Deling i to og deling i tre

Mine sønner har arbeidet mye med brøkregning på barnetrinnet. Det ser ut til at brøkregning har blitt mer prioritert etter som årene har gått fra jeg var elev på barnetrinnet. Dette starter med at læreverkene begynner med halvering, før man går videre til å dele helhet i deler med geometriske figurer. Dette er en framgangsmåte som ikke skiller seg fra måten læreverket la brøkemnet fram for meg da jeg skulle lære dette.

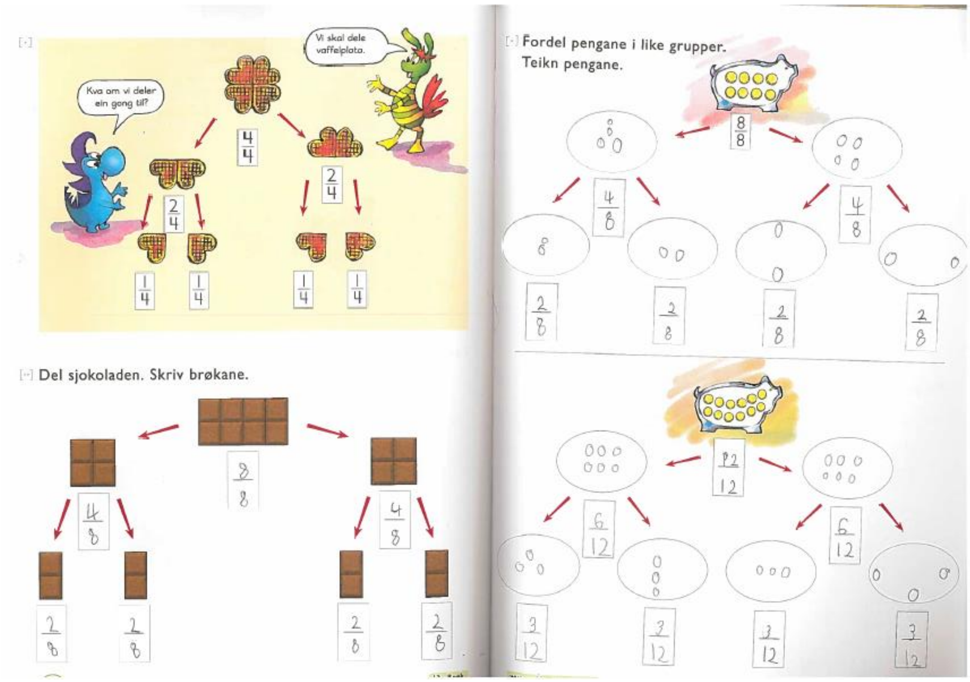


Bilde 6.3: Halvering er et første steg i retning brøkbegrepet

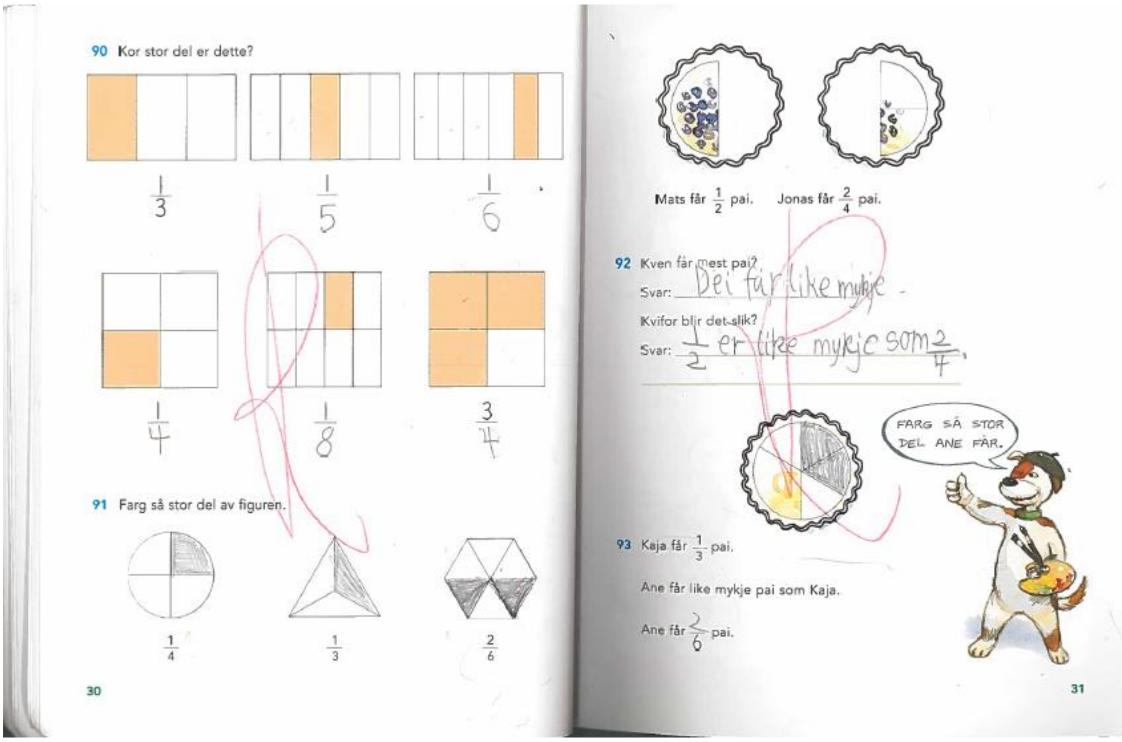


Bilde 6.4: Bruk av geometriske figurer til å vise hvordan helhet kan deles i like store deler, og hvordan brøkdeler skrives

Læreverket mine sønner brukte vektlegger derimot å sette brøkbegrepet inn i kontekster i mye større grad enn læreverket jeg brukte. Det brukes for eksempel vaffelplater, penger som skal fordeles, sjokoladeplate og pai. Dette er en utvikling som vi ser mer og mer, og både pizza og kaker blir også brukt til slik konkretisering i nyere læreverk. Spørsmålet om behovet for, og verdien av, slike kontekster for læringen er egentlig et spørsmål om hva som fremmer læring og hva som blir støy. Dersom du tar med deg en fristende sjokoladeplate inn i timen der du og elevene skal arbeide med brøk, hva blir gitt mest oppmerksomhet; brøkreglene eller sjokoladen?

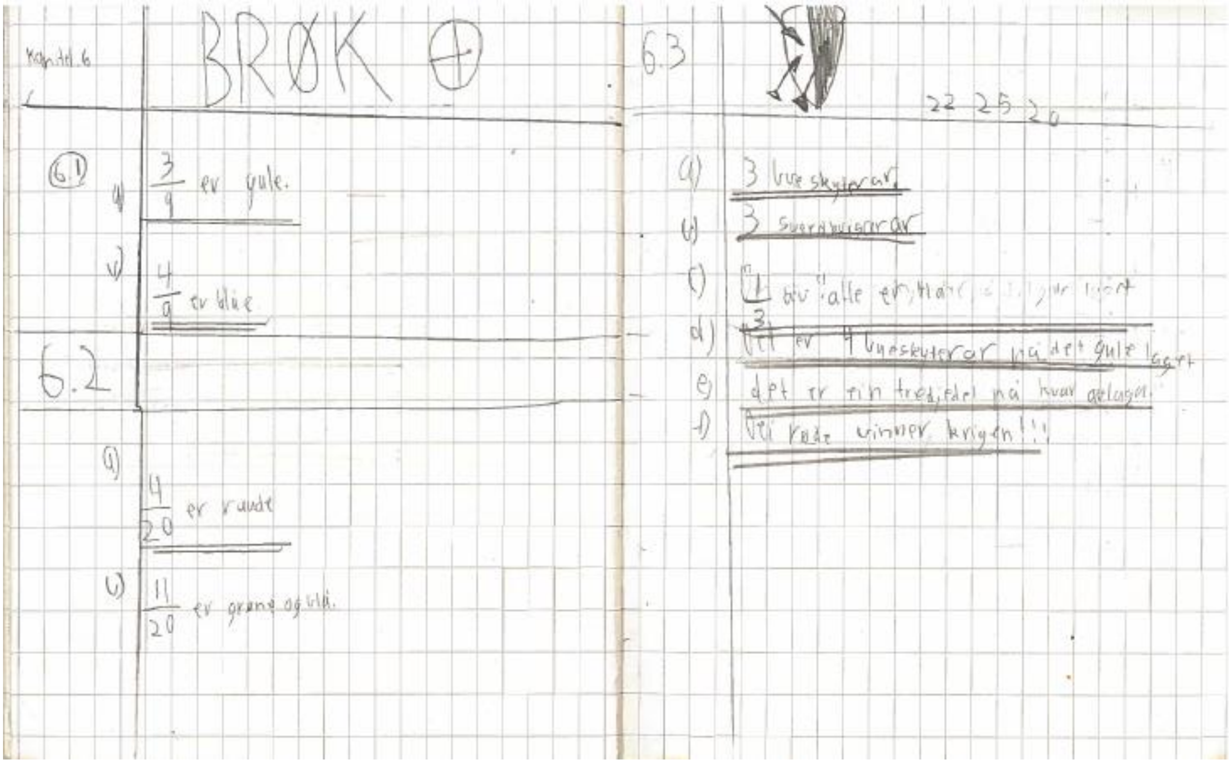


Bilde 6.5: Konkretisering av brøk med vafler, sjokolade og penger

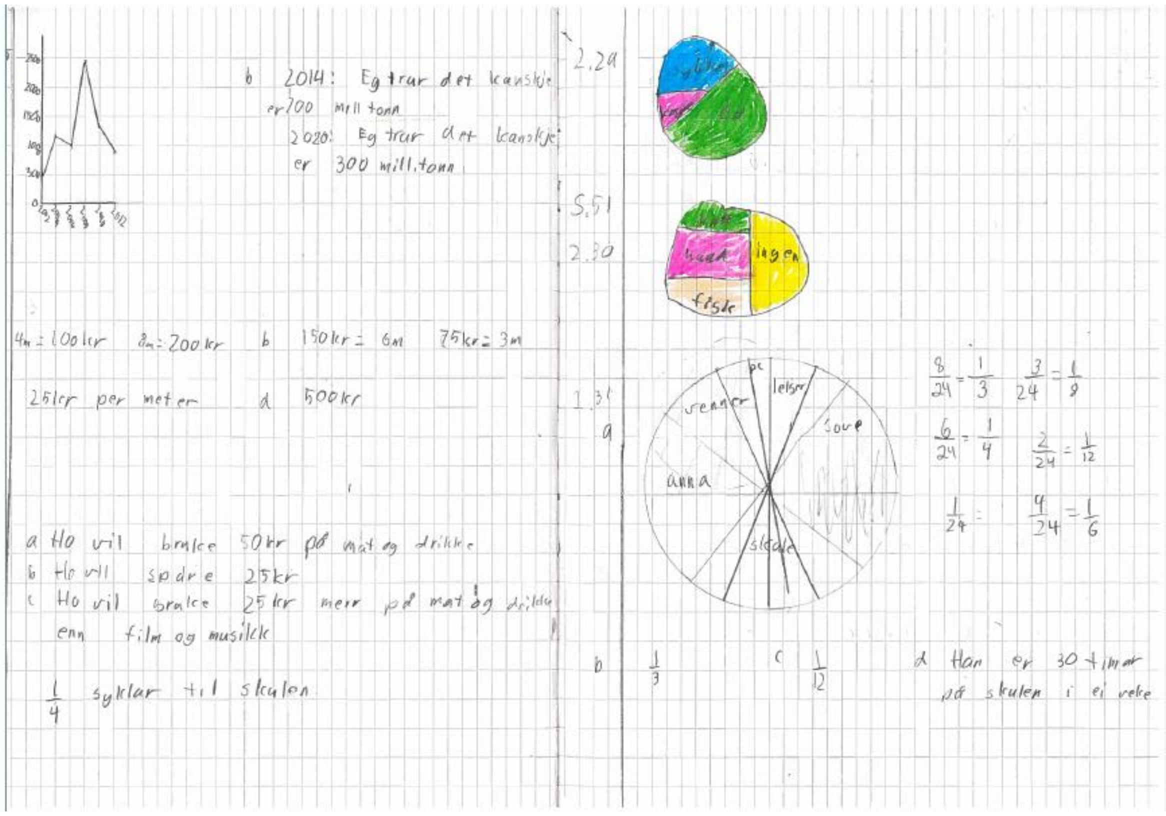


Bilde 6.6: Konkretisering med geometriske former og kanskje noe overaskende for en del elever, pai!

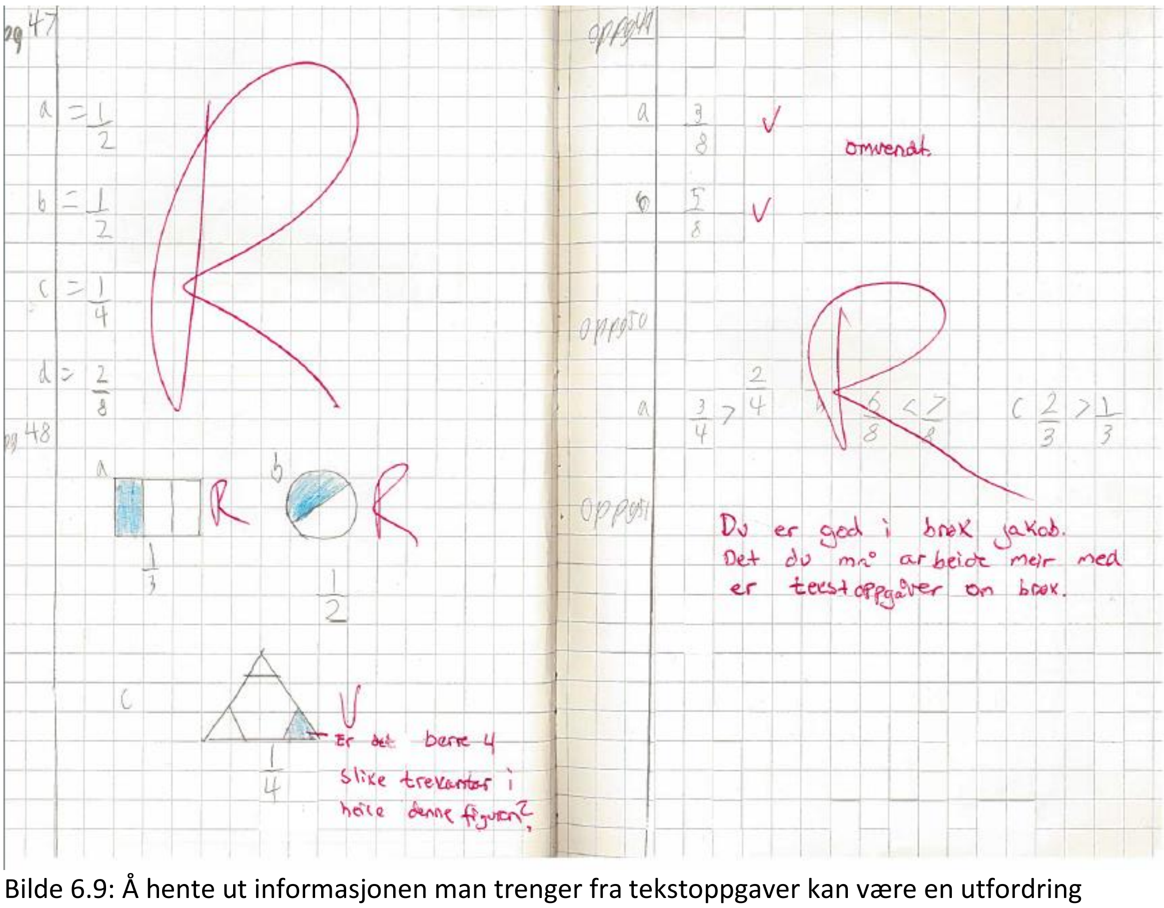
Også i kladdebøkene til mine gutter er brøk gitt mye oppmerksomhet. Mine gutter har nok øvd en del på dette emnet. Likevel ser det ut som at utfordringene stod i kø for dem, først med illustrering og føring (se bilde 6.7 og 6.8), og deretter med både å identifisere brøkoppgaver i tekstoppgaveinnpakking (bilde 6.9), regneregler for addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon av brøker (bilde 6.10, 6.11 og 6.12), og størrelser av brøk ved hjelp av ulikheter (bilde 6.13):



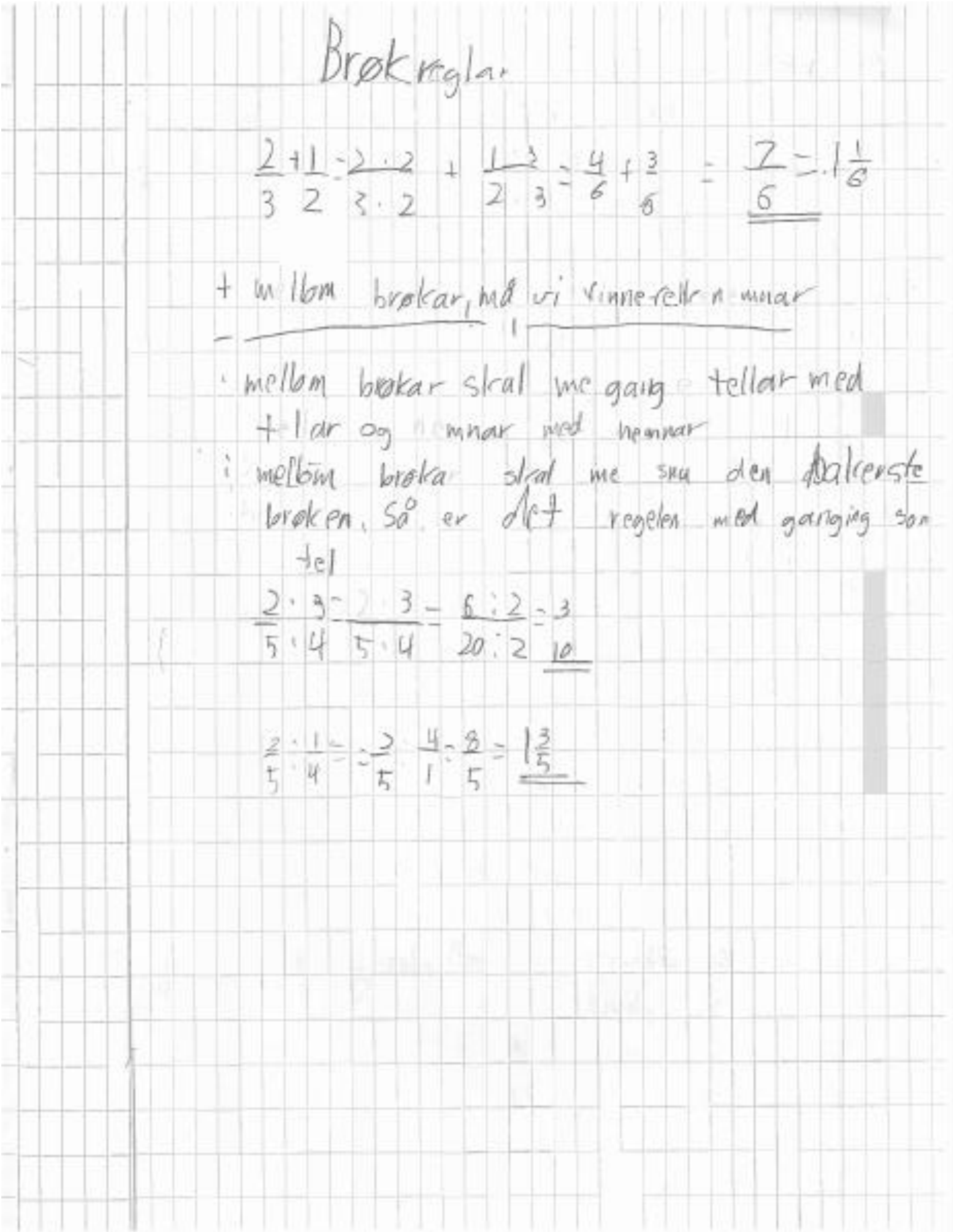
Bilde 6.7: «Mye bruk av viskelær her, Viktor, men flott at du har to streker under svarene!»



Bilde 6.8: Utfordrende å føre oversiktlig, og ikke minst å tegne sirkler uten bruk av passer!



Bilde 6.9: Å hente ut informasjonen man trenger fra tekstoppgaver kan være en utfordring



Brøkreglar

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{2\cdot 2}{3\cdot 2}+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 3}=\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=\frac{7}{6}=1\frac{1}{6}$$

+ mellom brøkar, må vi finne fellesnemnar

–

· mellom brøkar skal me gang tellar med tellar og nemnar med nemnar

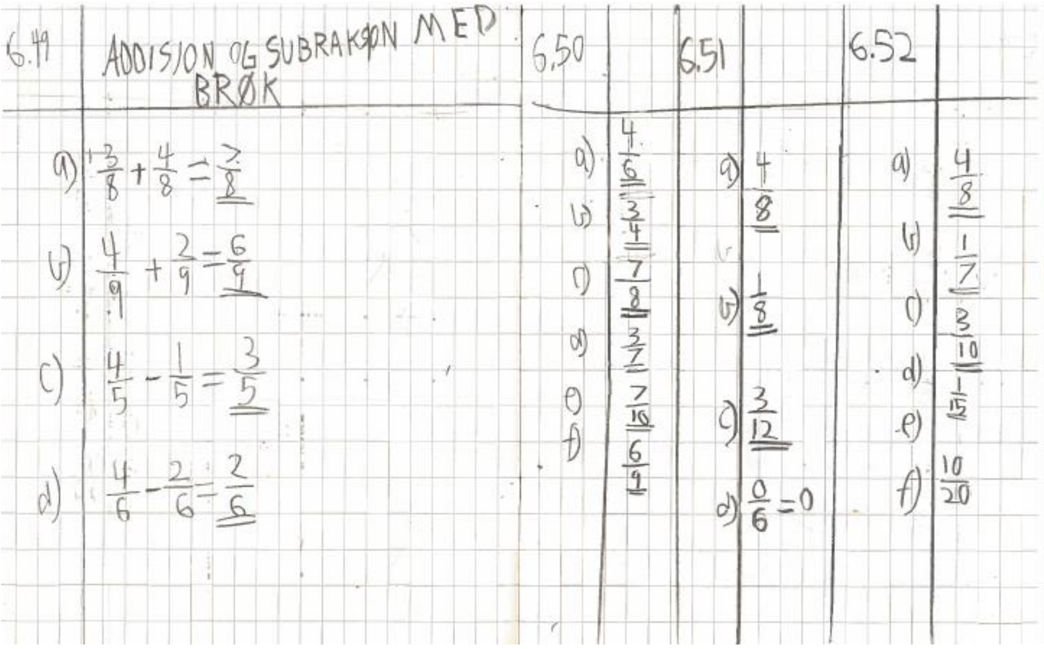
: mellom brøka skal me snu den bakerste brøken. Så er det regelen med ganging som tel

$$\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{2\cdot 3}{5\cdot 4}=\frac{6:2}{20:2}=\frac{3}{10}$$

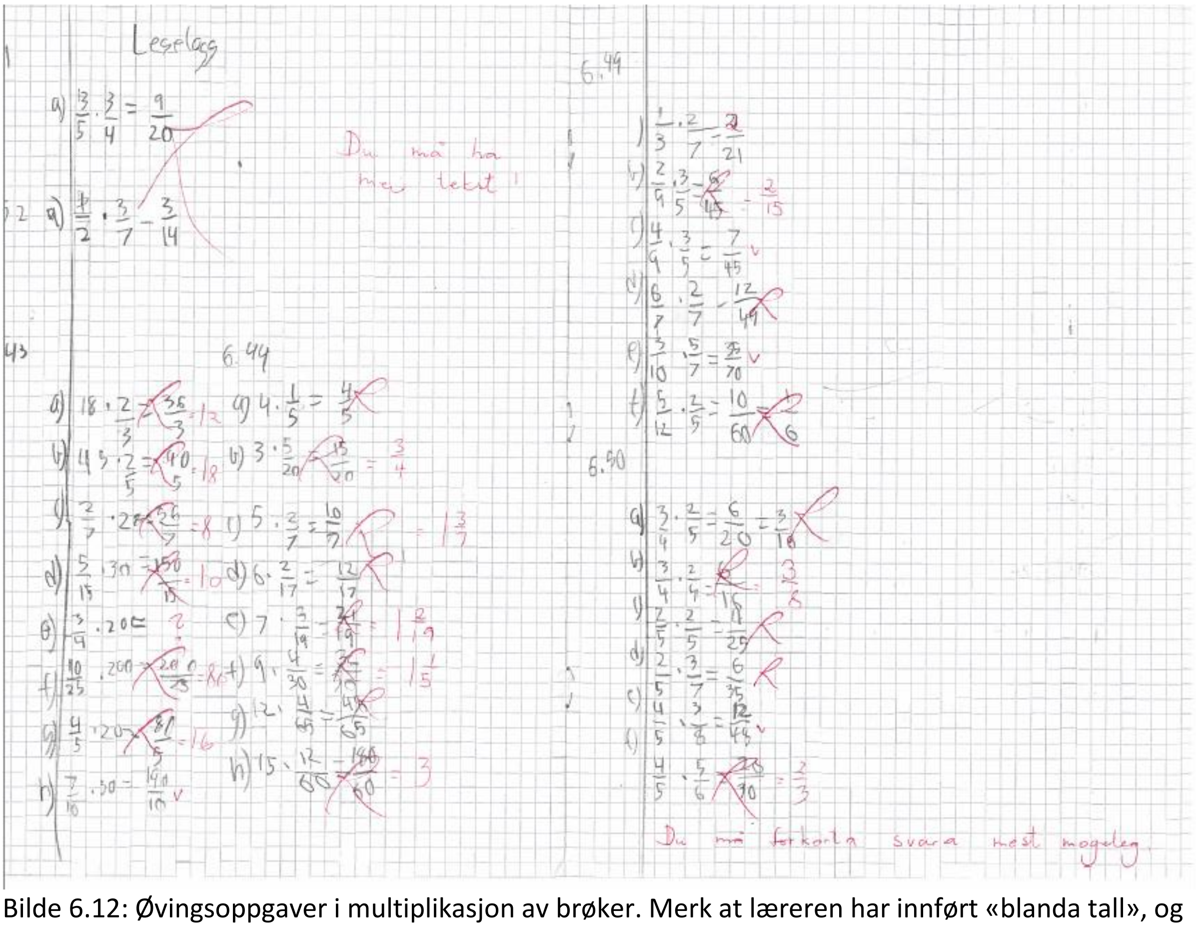
$$\frac{2}{5}:\frac{1}{4}=\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{1}=\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}$$

Bilde 6.10: Innføring av brøkregler. Legg merke til at her brukes det tydeligvis lærte begrepet «fellesnevner». Merk også at når det gjelder multiplikasjon og divisjon er forståelsen i praksis redusert til gjennomføring av algoritmer som gir korrekt svar. Hvor mye tror du at det skiller seg fra den innføring av regneregler for brøkregning som jeg opplevde på begynnelsen av 1980-tallet?

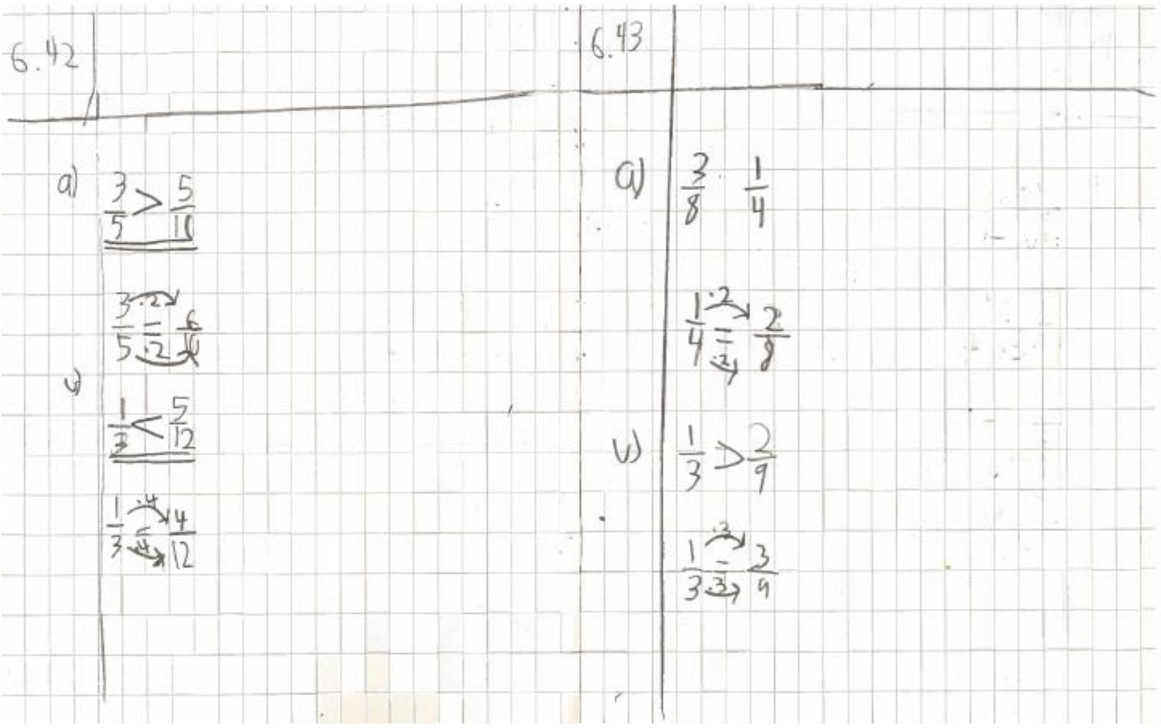
Hvor mye har egentlig brøkregningen på barnetrinnet endret seg på 30-40 år? Ikke så mye virker det som. Vi møter igjen en del av de allerede framlagte observasjoner; det legges til rette for mer arbeid med forståelse for innholdet i det som skjer i en algoritme, mens det i mange klasserom koker ned til presentasjon av algoritme eller regler, som det øves på. Hvorfor skal du egentlig snu den bakerste brøken, og så multiplisere, når regnestykket er en brøk dividert med en brøk? Eller, hvorfor skal du multiplisere teller med teller og nevner med nevner når to brøker skal multipliseres? Tro meg, det er ikke alle elever som går ut av barnetrinnet med en forståelse for dette. Men svarene på utregningene er ofte riktige, og med to streker under.



Bilde 6.11: Addisjon og subtraksjon av brøker med lik nevner



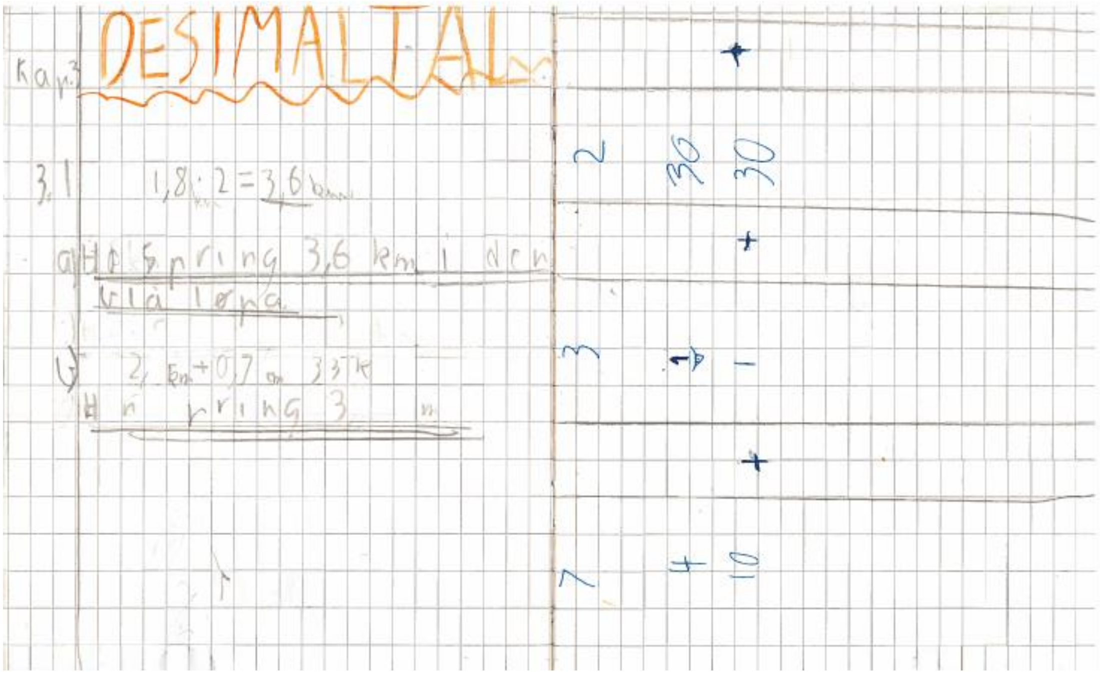
Bilde 6.12: Øvingsoppgaver i multiplikasjon av brøker. Merk at læreren har innført «blanda tall», og gjerne vil at min sønn Jakob skal både forkorte svarene sine og skrive om til blanda tall når telleren er større enn nevneren i svaret.



Bilde 6.13: Hvilken brøk er størst? Vi ser at min sønn Viktor her har utvidet til fellesnevner i en mellomregning nedenfor oppgaven, for å sjekke hvordan brøken med minst nevner er i forhold til brøken med størst nevner når de uttrykkes med en fellesnevner.

6.2 Desimaltall

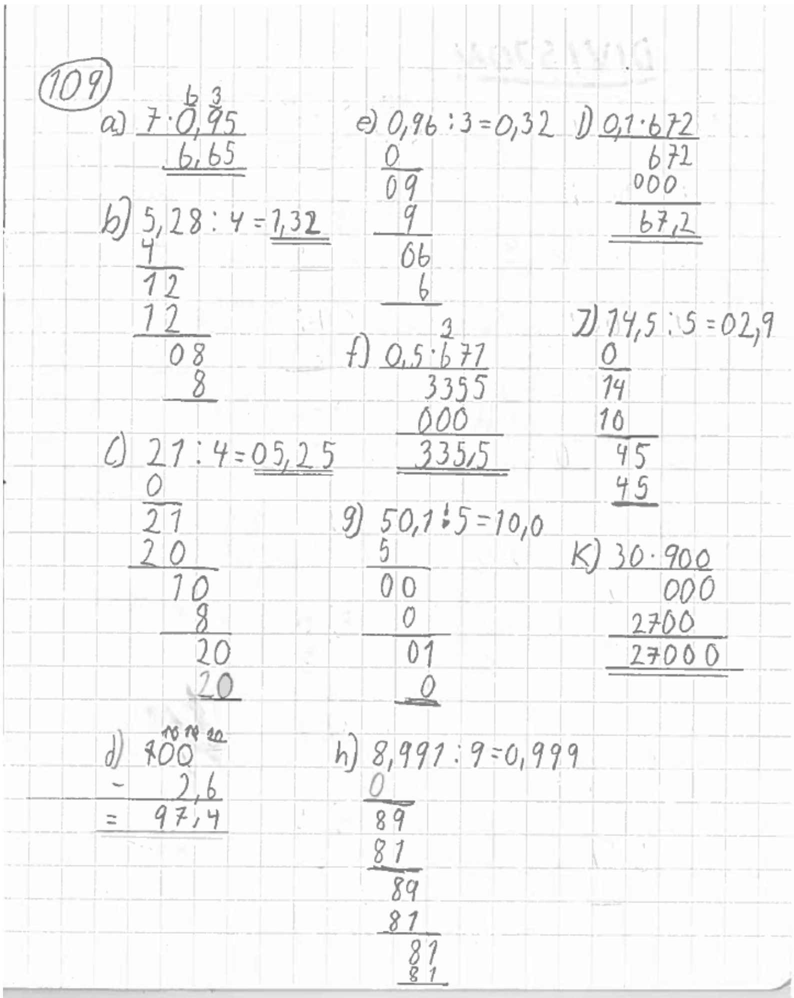
Utvidingen av tallbegrepet fra hele tall til desimaltall åpner for større grad av nøyaktighet, fininnstilling og nærhet til virkelighet, men utfordrer også forståelsen av sammenheng mellom tall.



Bilde 6.14: Oppgavene øker i kompleksitet med innføring av desimaltall

Sammenheng mellom brøk og desimaltall var ikke den store utfordringen da jeg gikk på barnetrinnet, simpelthen fordi brøkregningsform ble prioritert foran desimaltall. Dersom vi arbeidet med rasjonale tall (tall som kan skrives som brøk), så gjorde vi det. Det er først med inntoget av kalkulator og datamaskin i skolen at desimaltallet har fått en slik overvekt i bruk ved utregninger. Dette har konsekvenser, særlig fordi en brøk består av hele tall, og dermed tall som er lettere å håndtere, men også fordi desimaltall ofte har mange desimaler og dermed blir forkortet i mellomregninger. Dette er en utvikling som gjør utregninger mer omtrentlige, dersom ikke alle utregninger gjøres med datamaskin. Det er altså nær sammenheng mellom brøk og desimaltall, men denne blir ikke prioritert i skolen så sterkt som den kanskje kunne ha blitt. Hovedgrunnen til dette er nettopp mangelen på behov for bruk av denne sammenhengen. Skal man taste inn en utregning på kalkulator velger mange elever for eksempel heller å skrive 0,2 enn 2/10, fordi det blir litt mer fiklete for kalkulatoren med behov for parenteser i utregningen. Dette er egentlig ingen god utvikling, men det er forståelig at det skjer. Hvordan kan læreverk og lærer overbevise om brøkens fortreffelighet i kamp med oppfatningen av desimaltallets fortreffelighet?

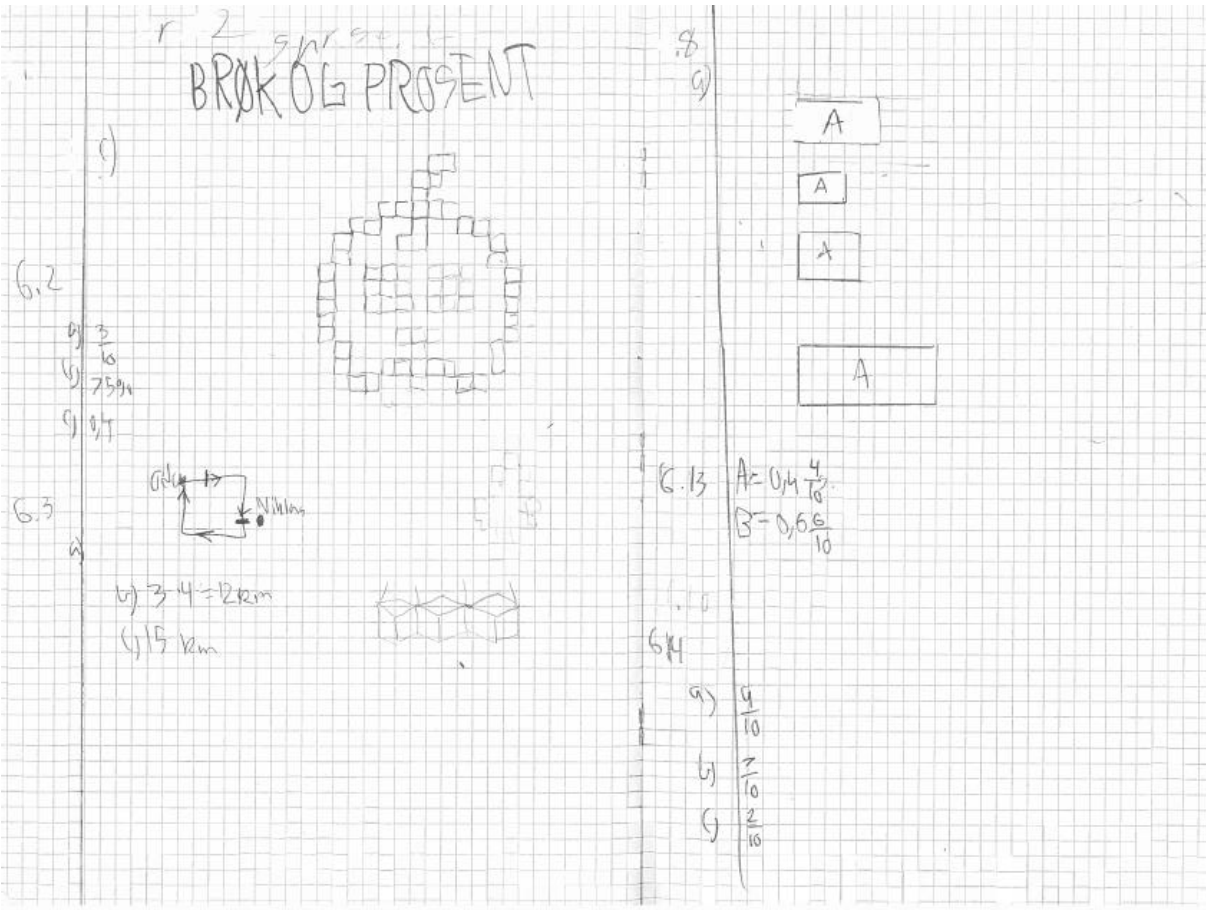
Desimaltall arbeides med i de fire regneartene på samme måte som med de hele tall, bare du passer på hvor kommaet skal settes i svaret. Dette er det også regler for. De innførte standardalgoritmene viser seg å være like gode til å håndtere desimaltall som hele tall, men se på utregningene som er gjort i øvingsoppgavene i bilde 6.15; Når har elevene bruk for denne kunnskapen? Jeg sier ikke at de ikke har glede av å lære dette, og av å vite at en algoritme kan brukes til å regne dette ut, men ofte vil man heller bruke andre hjelpemidler enn standardalgoritmen rett og slett fordi man har hjelpemiddel for hånden. I tillegg regnes vel greit noen av disse øvingsoppgavene ut ved hjelp av hoderegning, kan vi regne med.



Bilde 6.15: Bruk av standardalgoritmer i multiplikasjon og divisjon med desimaltall. Ikke alt helt på stell i regning og føring, men det er kanskje fremdeles slik at øving gjør mester?

6.3 Prosent

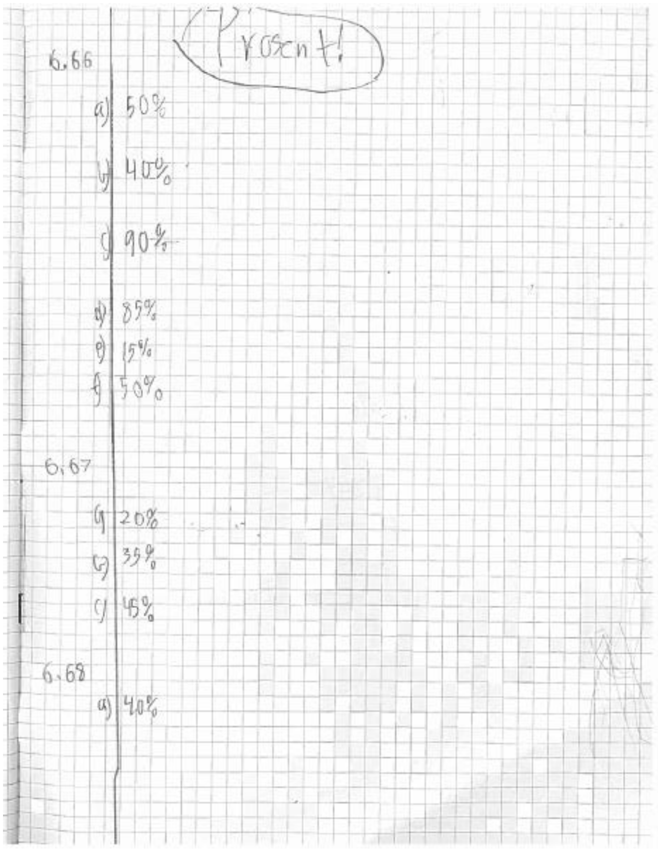
Sammenhengen mellom brøk og prosent både har og blir fremdeles trukket fram eksplisitt. Tegnet % betyr jo faktisk «hundredel», slik at 100% egentlig betyr 1 (eller «det hele»), fordi 100% = 100/100. I mine sønners læreverk møter elevene prosent som en utvidelse av brøkregning, og prosentregning er kanskje et av, og muligens det beste argument, for å arbeide med brøk. Koblingen til prosent er jo gjennom prosent som hundredel, slik at det blir jo en noe snever kobling sett i forhold til de rasjonale talls innhold, men likevel kan man her se hvordan en brøk blir brukt i praktiske situasjoner uten å være redusert til deling av et hele i store, oversiktlige deler (som for eksempel en pizza). I arbeid med prosent deles det hele i hundre deler, og så finner man ut hvor stor den prosentdelen man skal finne er av det hele.



Bilde 6.16: Et første møte i notatboka med prosent som utviding av brøk. Ikke sikkert at denne økta «satt som et skudd» for den av mine sønner som deltok.

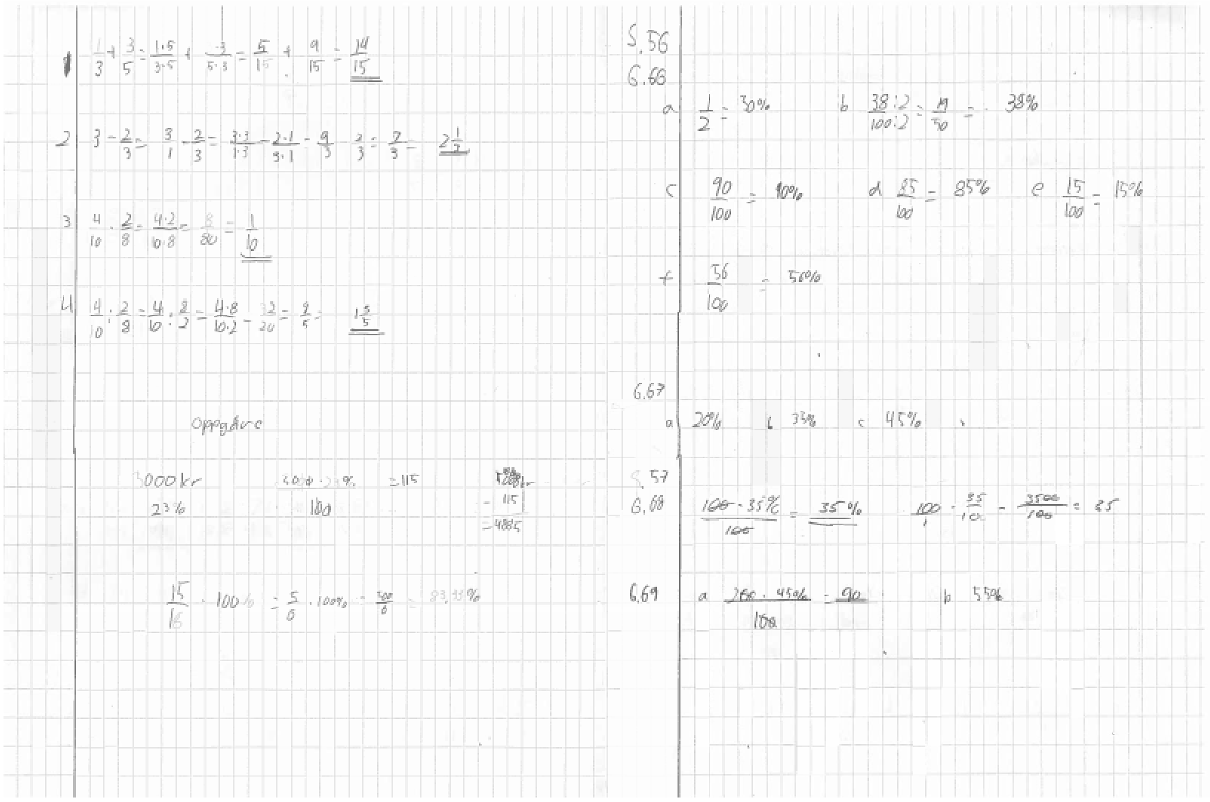
Noe av det fine med prosentregning er at det fort medfører en viss kompleksitet. Å finne en prosent av en gitt størrelse er som regel en grei start, men så skal man gjerne finne en ny pris etter en prosentvis reduksjon (rabatt på noe man vil kjøpe), eller at man får oppgitt en pris som er gitt etter at en prosentvis reduksjon er gjennomført, og så skal man finne den opprinnelige prisen. Dette er utfordringer som har vært de samme for både meg og mine sønner, men skillene går på innpakning (bokstavelig talt; i bilde 6.17 ser du en oppgaveside fra mitt læreverk, der det faktisk er innpakkede esker som det skal regnes ut ny pris på etter at det er gitt 10% avslag på opprinnelig pris), og behovet for å foreta utregningene for hånd. I mine sønners notatbøker (se bilde 6.18) finnes det knapt utregninger knyttet til relativt utfordrende prosentoppgaver. Det er stort sett svaret som er oppgitt.

Bilde 6.17: Arbeid med å regne ut 10% avslag på opprinnelig pris. Legg også merke til at dette er foreslått som gruppearbeid, og at et minimum av tekstinformasjon tross alt er med.



Bilde 6.18: Ingen mellomregninger, kun svar i prosent

Avslutningsvis i dette kapittelet skal det kommenteres at sammenheng mellom brøk og prosent kommer til uttrykk i notatbøkene hos mine sønner, slik du kan se i bilde 6.19, men det er nettopp i forhold til prosent som hundredel. Denne sammenhengen bør det arbeides for å styrke. Det kan ha to effekter som er verdifulle for elevene å ha med seg; å kunne se prosent som del av et hele, og å kunne velge å bruke brøkuttrykk i situasjoner der desimaltall gjerne blir valgt men gir mer unøyaktighet.



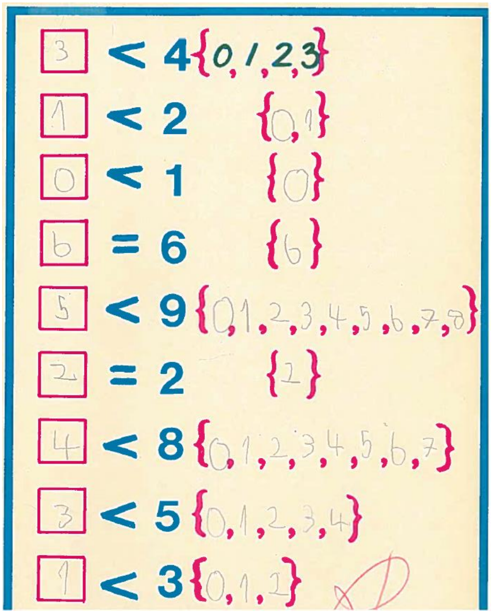
Bilde 6.19: Sammenheng mellom brøk og prosent, men ikke oversikt over hva prosenttegnet (%) faktisk representerer

Kapittel 7: Statistikk og sannsynlighetsregning

Statistikk og sannsynlighetsregning er et relativt nytt emne i skolens matematikk, og sannsynlighetsregning kom først inn i læreplanen med Mønsterplanen av 1987. Da sier det seg selv at læreverket jeg brukt da jeg gikk på barnetrinnet ikke hadde med noe særlig oppmerksomhet til dette emnet. Likevel er det antydninger vi kan se i forhold til dette, men det kan ikke sammenlignes spesielt sterkt med prioriteringene i læreverkene som mine sønner brukte. Egentlig er jeg litt overrasket over hvor lite statistikk, med tilhørende sannsynlighetsregning, blir benyttet til meningsfullt arbeid med matematikk i skolen. Ja, det kan være tidkrevende og noen deler av slike arbeidsprosesser blir fort litt rutinepreget, men samtidig er dette et område hvor elevene både har anledning til å arbeide med vitenskapelige arbeidsmåter og med noe som kan vise seg å ha stor betydning for andre. Et herlig eksempel på dette er når småskoletrinnet på en barneskole tar på seg å registrere biltrafikken i et kontroversielt veikryss nær skolen, for så å bearbeide de data de samler inn, lage diagrammer, se på sentralmål og presentere sine resultat for både lokalavis, politi og Statens veivesen. Her må det læres nytt fagstoff for elevene, og arbeidet det data må gjøres skikkelig. Her kan det være mønster som andre kan være interessert i, og til og med lovbrudd… Dette har jeg forresten sett gjennomført, med entusiasme og lærevilje!

7.1 Mengder og utfallsrom

Læreverket jeg hadde til bruk da jeg gikk på barnetrinnet var utformet i tråd med mønsterplanen av 1974. Da var det mye plass til mengdelære. I bilde 7.1 kan du se et eksempel på dette. Sett i forhold til sannsynlighetsregning er dette interessant, fordi det i oppgaven som vises i bilde 7.1 blir prioritert å etablere det so kan omtales som utfallsrom. I sannsynlighetsregning er utfallsrommet knyttet til mulige utfall (hos noen omtalt som mulige hendelser), og vi ser at eleven skriver ett tall til venstre som er med i utfallsrommet som er skrevet til høyre. Her er i flere av oppgavene tydeligvis flere alternative, riktige, svar.

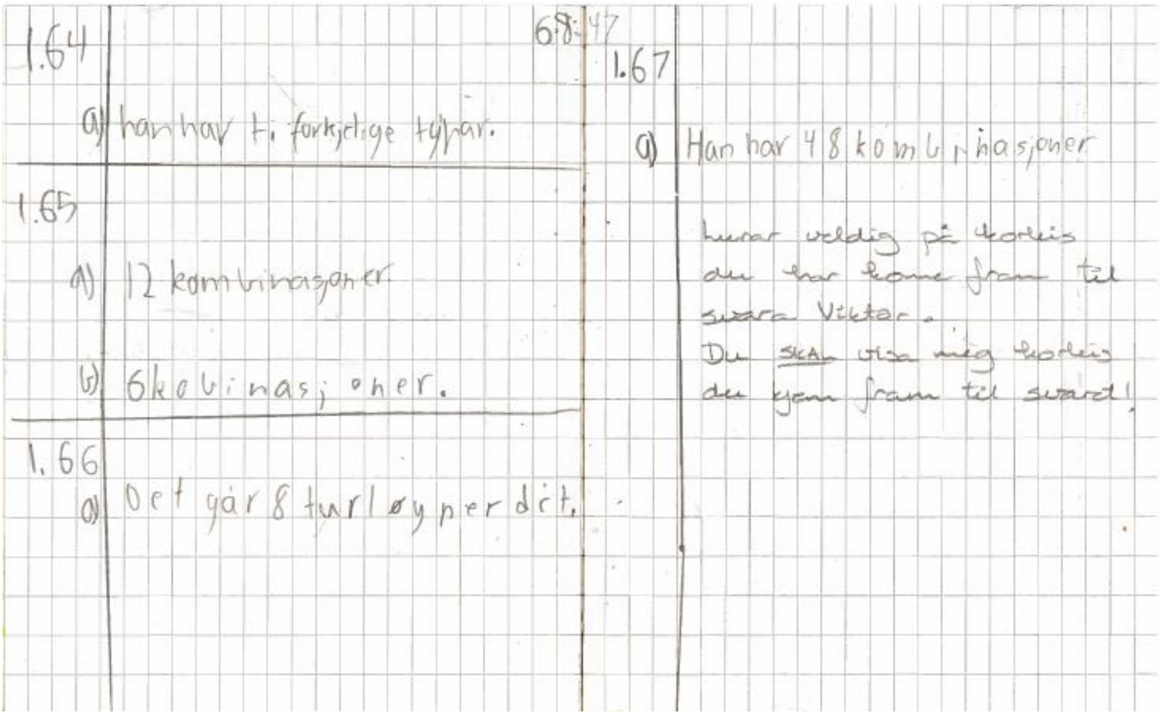


Bilde 7.1: Identifisering av tallmengder - en uuttalt etablering av utfallsrom

7.2 Kombinatorikk og sjanse

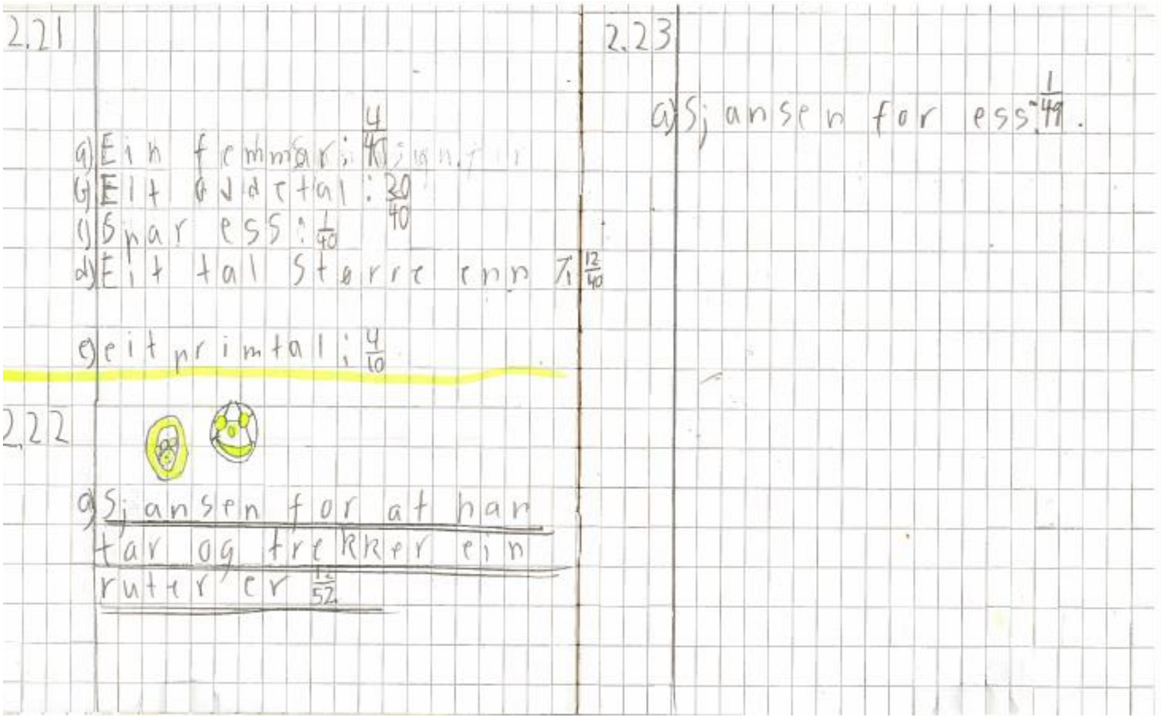
Det neste steget i arbeidet med sannsynlighet er etableringen av sannsynlighetsmodeller, og hvilke premisser som må ligge til grunn for at en slik modell skal være gjeldende. Hvilke premisser er forresten det? Dersom man har en slik modell, så er koblingen ofte tett til kombinatorikk. Kombinatorikk handler om å identifisering og telling av kombinasjoner, som for eksempel hvor mange ulike

Lottorekkekombinasjoner det er mulig å lage. Det må man vite for å kunne regne ut sannsynligheten for å få en bestemt rekke. Mindre kompliserte kombinatoriske sammenhenger finner vi for eksempel ved at eleven skal finne ut hvor mange kombinasjoner av en treretters meny, eller kanskje antrekk man kan lage når man har et visst antall bukser, gensere, sko og hatter å velge mellom.



Bilde 7.2: Viktor finner kombinasjoner, men læreren får ikke vite hvordan…

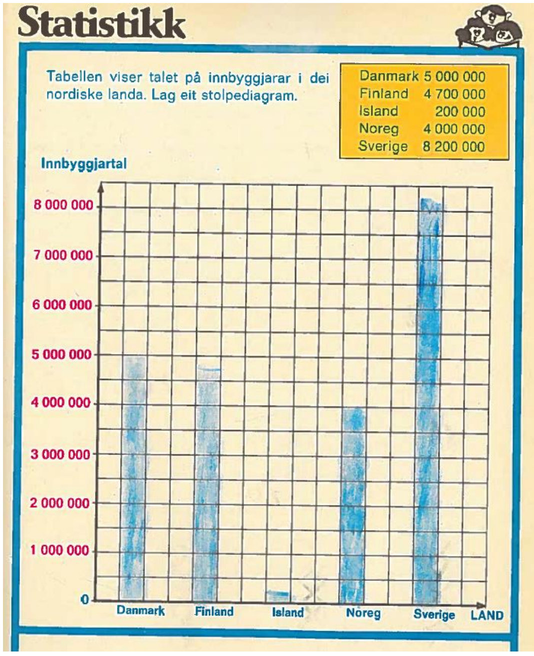
Mine sønners arbeid med sannsynlighetsregning startet noe parallelt med kombinatorikkarbeidet, og i bilde 7.3 kan du se hvordan sannsynlighet er relatert til trekking av kort fra en kortstokk i tre oppgaver. Dette er relativt komplisert!



Bilde 7.3: Trekking av kort fra kortstokk. Hva tenker du for eksempel om svaret som er gitt på oppgave 2.23a? Hvordan har en av mine sønner tenkt der?

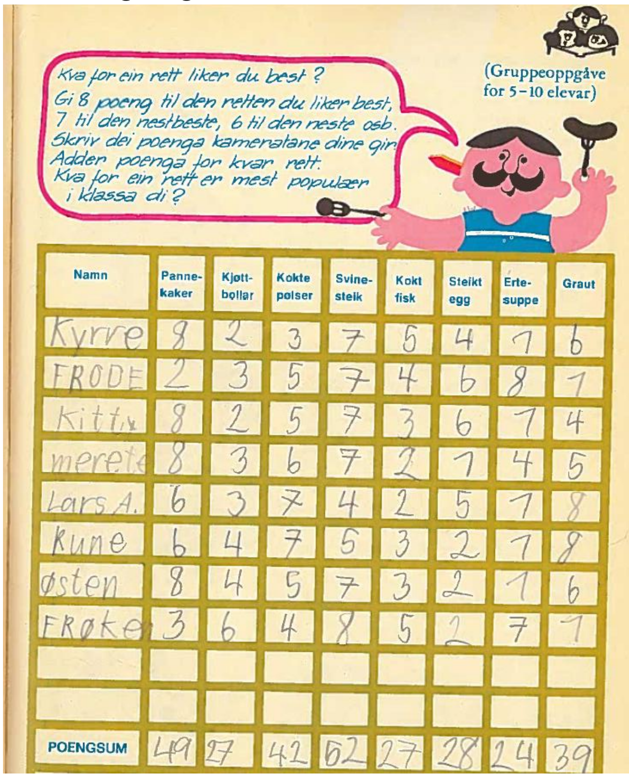
7.3 Datainnhenting og databehandling

Dette er den største og mest vektlagte delen av dette emnet, og det typiske trekket fra min tid på barnetrinnet er at det er oppgitt informasjon som skal illustreres. Et stolpediagram skal tegnes. I bilde 7.4 er dette til og med vektlagt til å være en gruppeoppgave, noe som virker litt unødvendig i dette tilfellet.



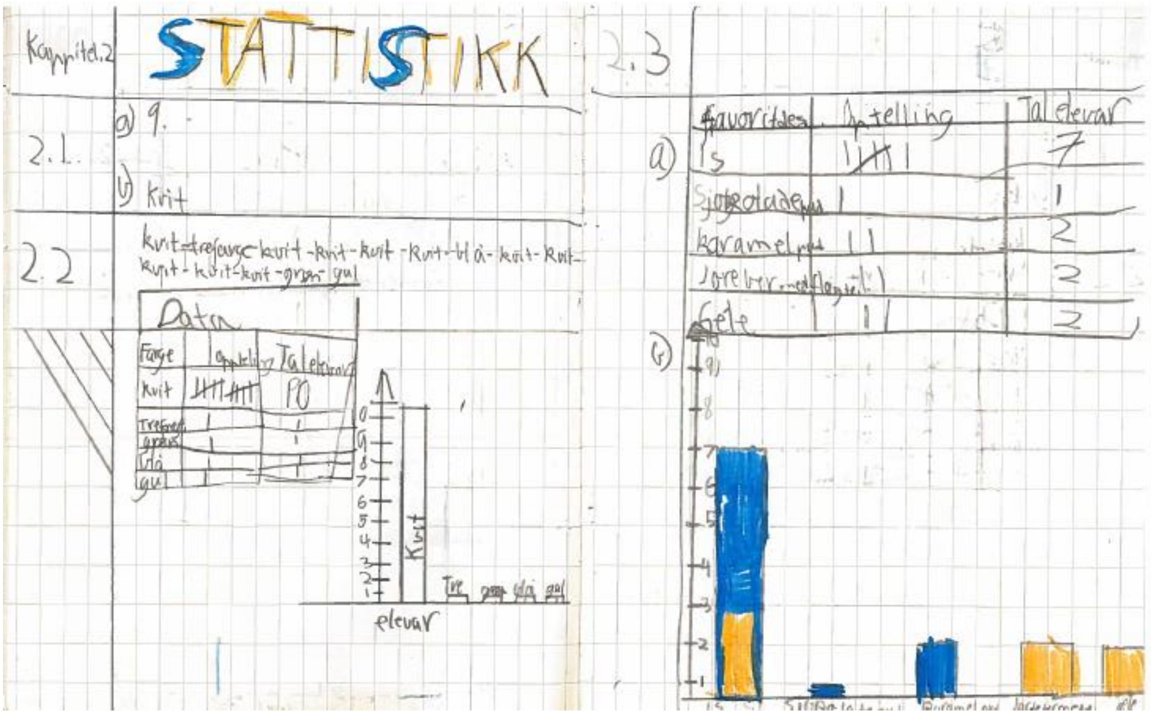
Bildet 7.4: Statistikk ved tegning av stolpediagram

Heldigvis arbeidet vi ikke bare med ferdige data. Allerede på begynnelsen av 1980-tallet produserte vi elevene også egne data! Her var det rom for både trender og overraskelser!

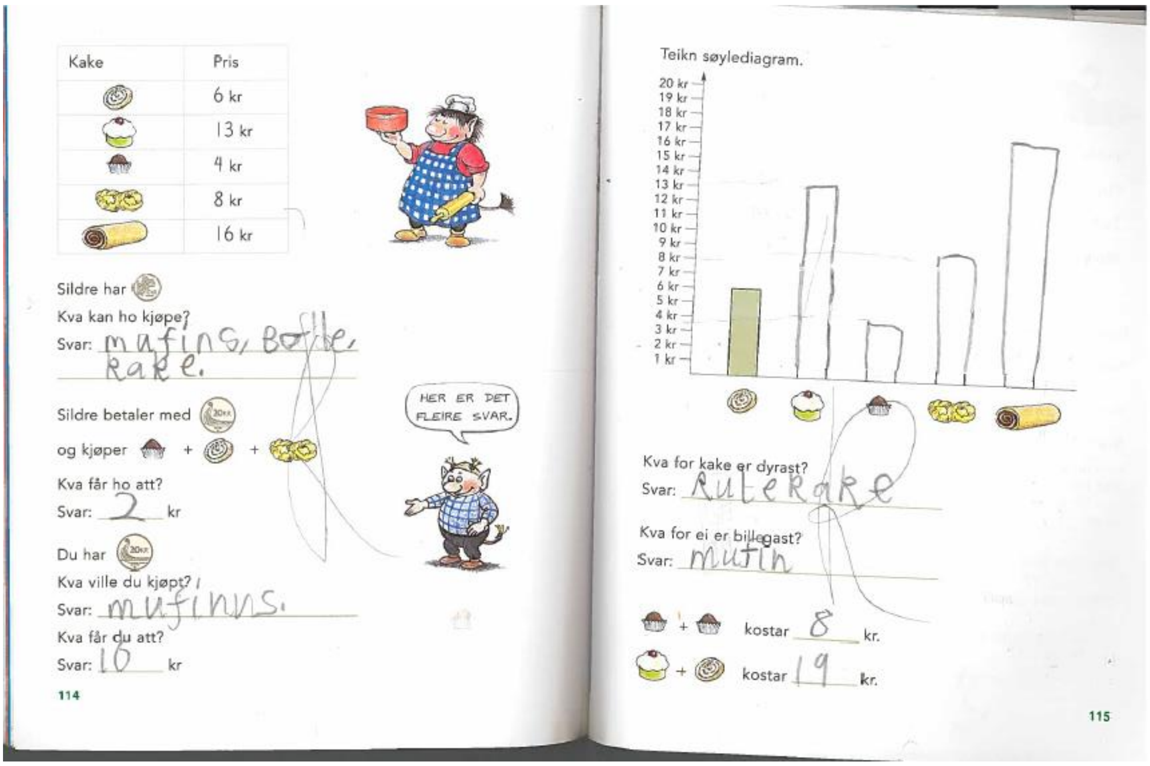


Bilde 7.5: Min matematikklærer, omtalt og tiltalt ved «Frøken» var visst mest glad i svinesteik, og lite glad i grøt!

Også hos mine sønner har det handlet mye om datainnhenting og databehandling i statistikk opp gjennom barnetrinnet. Og innholdet er stort sett likt. Det handler om å sortere og illustrere data, men etter hvert også om å skaffe til veie data selv.

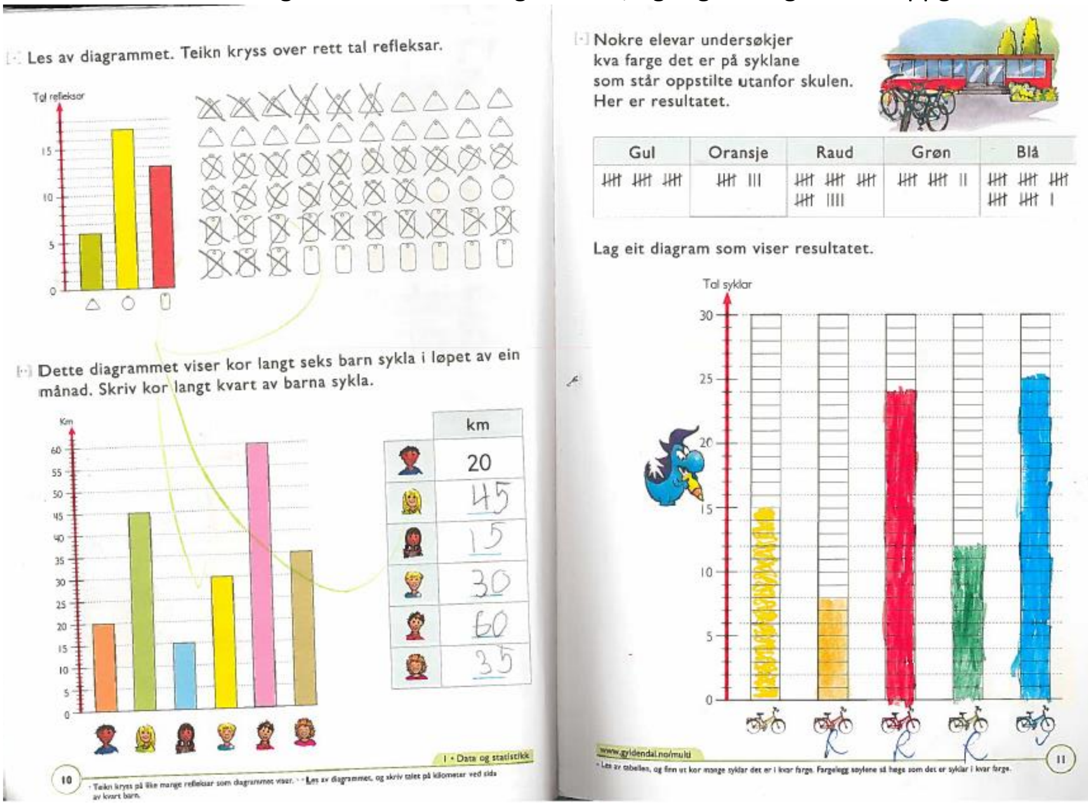


Bilde 7.6: Aktiviteten er den sammen, men nye kontekster dukker opp... Svinesteik erstattes med diverse desserttyper!

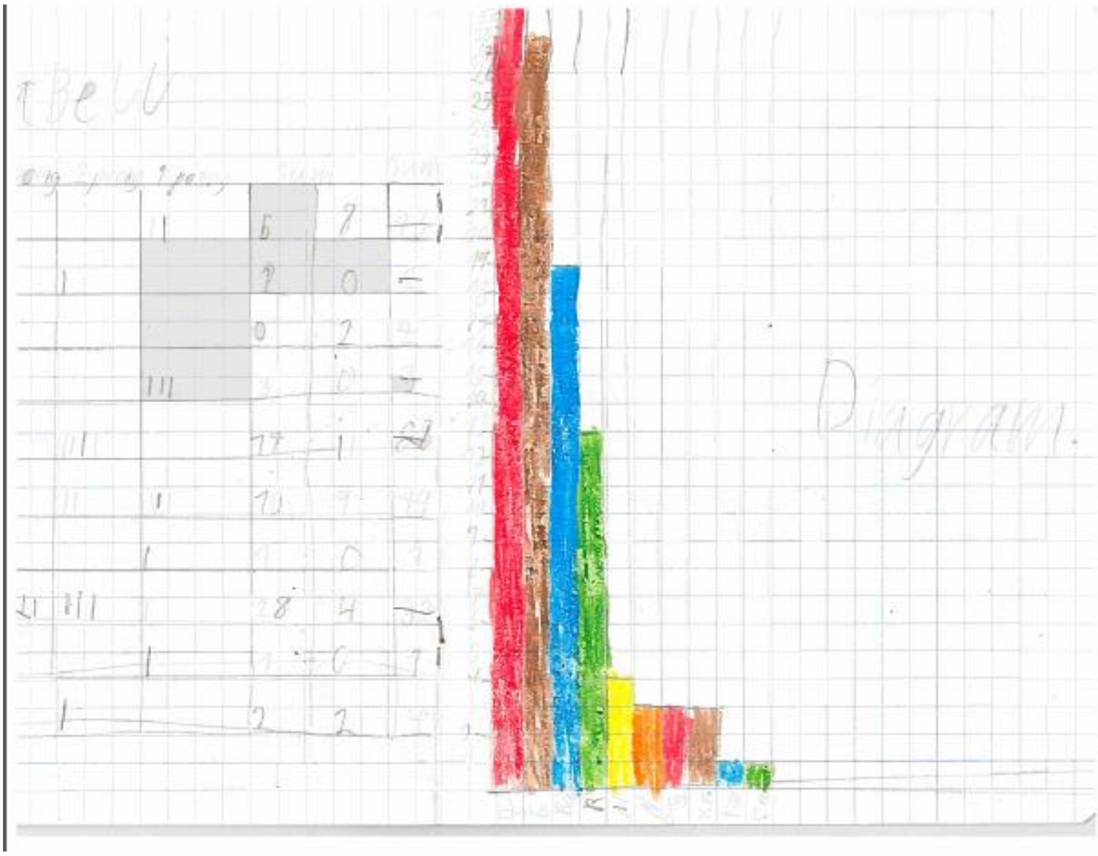


Bilde 7.7: Tegning av søylediagram, og avlesing av diagram

Koblingen mellom data og diagram går begge veier. Dette kommer for eksempel godt fram i bilde 7.8, der eleven både skal registrere data fra diagrammet, og tegne diagram fra oppgitte data.

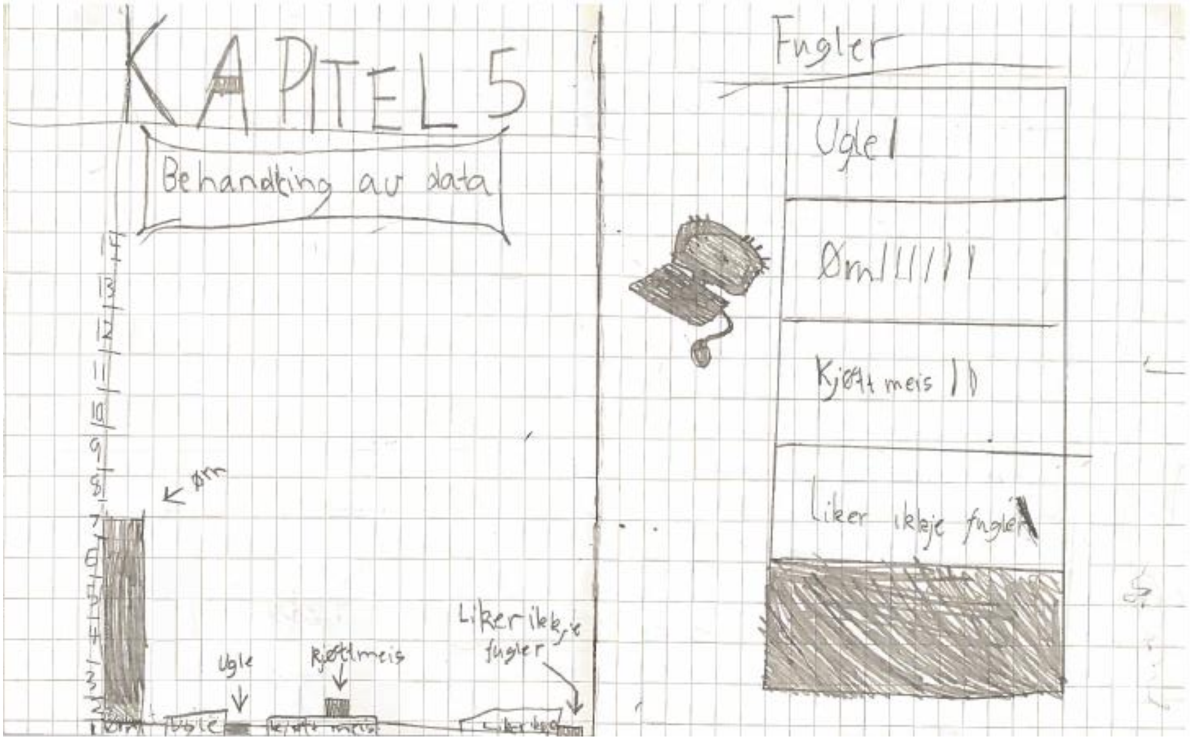


Bilde 7.8: Lese av diagram, og tegne diagram



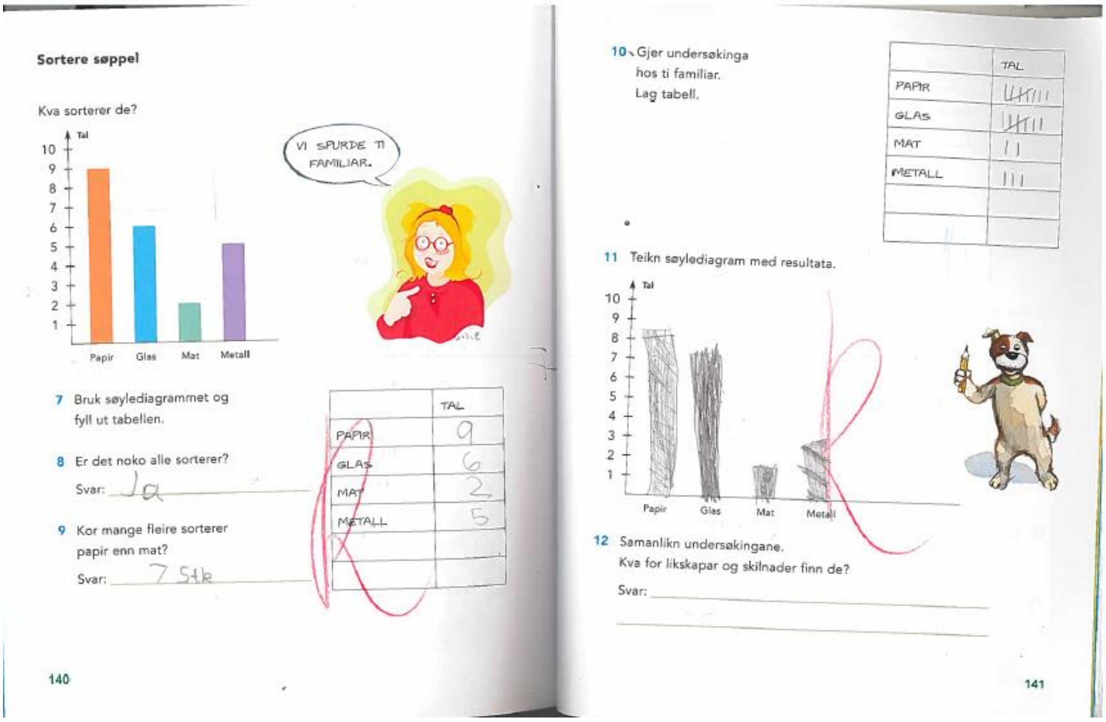
Bilde 7.9: Ikke alltid like lett å vite hva som er illustrert ved hjelp av et søylediagram

En endring og utvikling fra min tid på barnetrinnet er likevel flyttingen av datainnhenting ut av skolen. Det er en utvikling som gir store muligheter! Det innledende eksempelet med veikrysset er altså bare ett eksempel på at dette er mulig. Store mengder data kan hentes inn, og det kan gjøres på flere måter. Det mest nærliggende er å koble det til hjemmearbeidet (lekser).

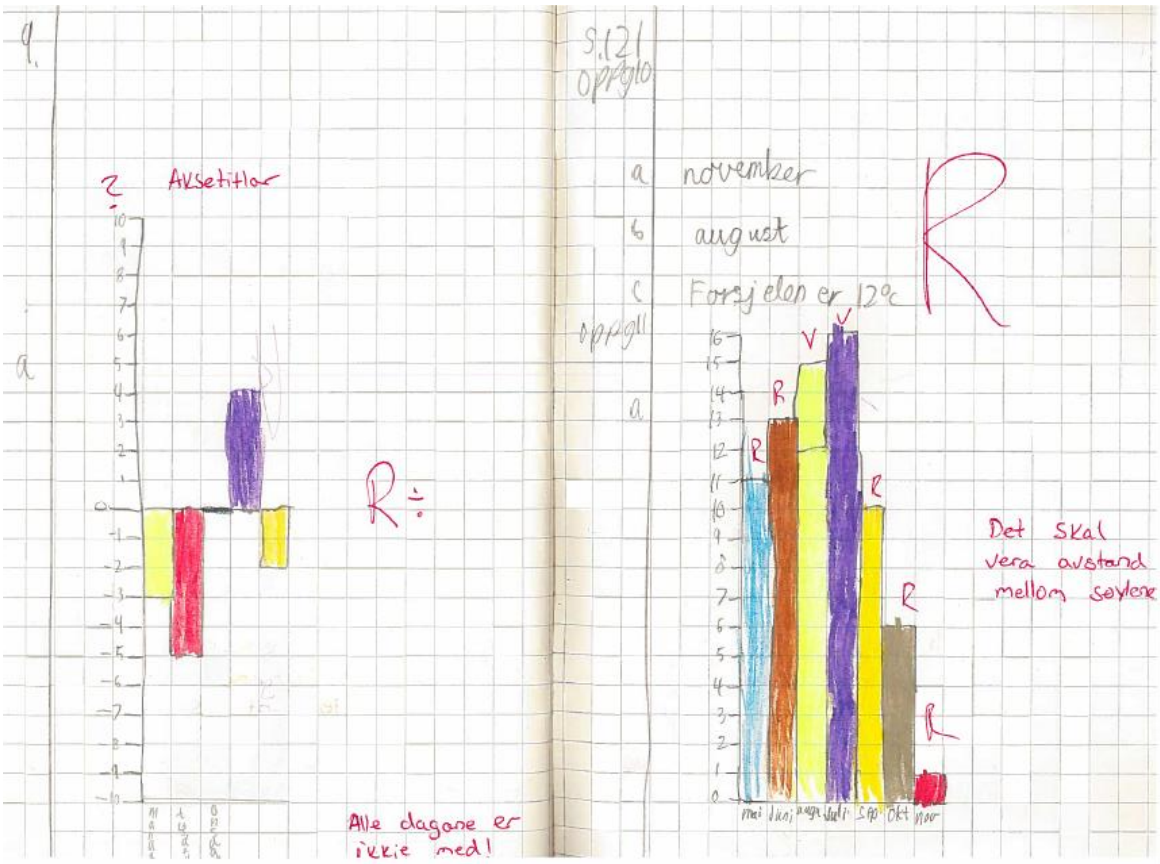


Bilde 7.10: Innhenting av data gjennom en spørreundersøkelse

Tenk å kunne erstatte streving hjemme med matematikk man ikke helt får til, med innhenting av data som man skal bruke på skolen sammen med medelever og lærer! Dette kan gjøres på flere måter, og læreverket hjelper gjerne til, som vi ser i bilde 7.11:

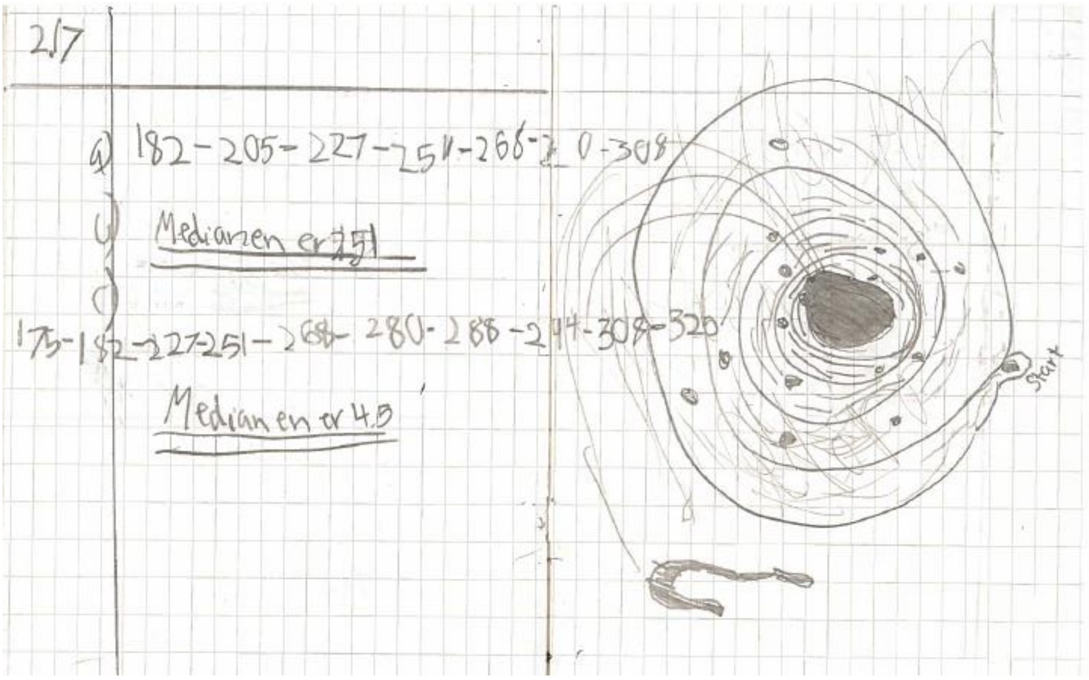


Bilde 7.11: Læreverket ber eleven gjøre en undersøkelse hos ti (10) familier! Fantastisk!



Bilde 7.12: Registrering av temperatur hjemme, men noe mangelfull datainnsamling, og noe mangelfull informasjonsdeling (aksetitler). Hva tenker du forresten om lærerkommentaren til høyre på bildet?

Til sist i dette avsnittet skal det også komme fram at mine sønner arbeidet med samlingsmål (median, typetall og gjennomsnitt) på barnetrinnet, noe jeg ikke har registrering på at jeg gjorde.

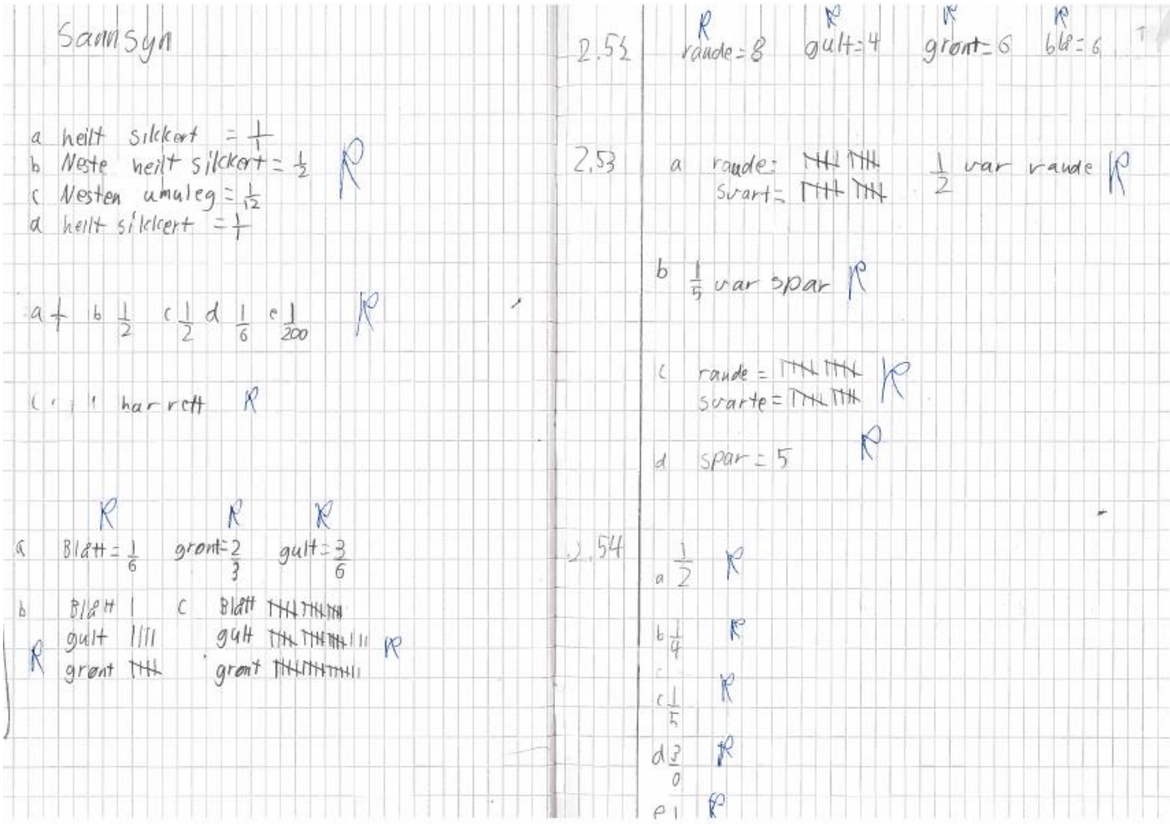


Bilde 7.13: En av mine sønner arbeider med median, men har tydeligvis også fått tid til noe annet.

7.4 På vei mot De store talls lov

Et av de mest sentrale punktene i arbeid med statistikk og sannsynlighetsregning er forståelsen av prinsippet om De store talls lov. Til grunn for denne ligger at man har en sannsynlighetsmodell. Deretter er det slik at ved gjentagelse av et forsøk, med identiske premisser ved hvert forsøk, vil registreringen av utfall etter hvert som antall forsøk stiger, nærme seg en teoretisk sannsynlighetsfordeling for de mulige utfallene i forsøket. For eksempel ved et terningkast.

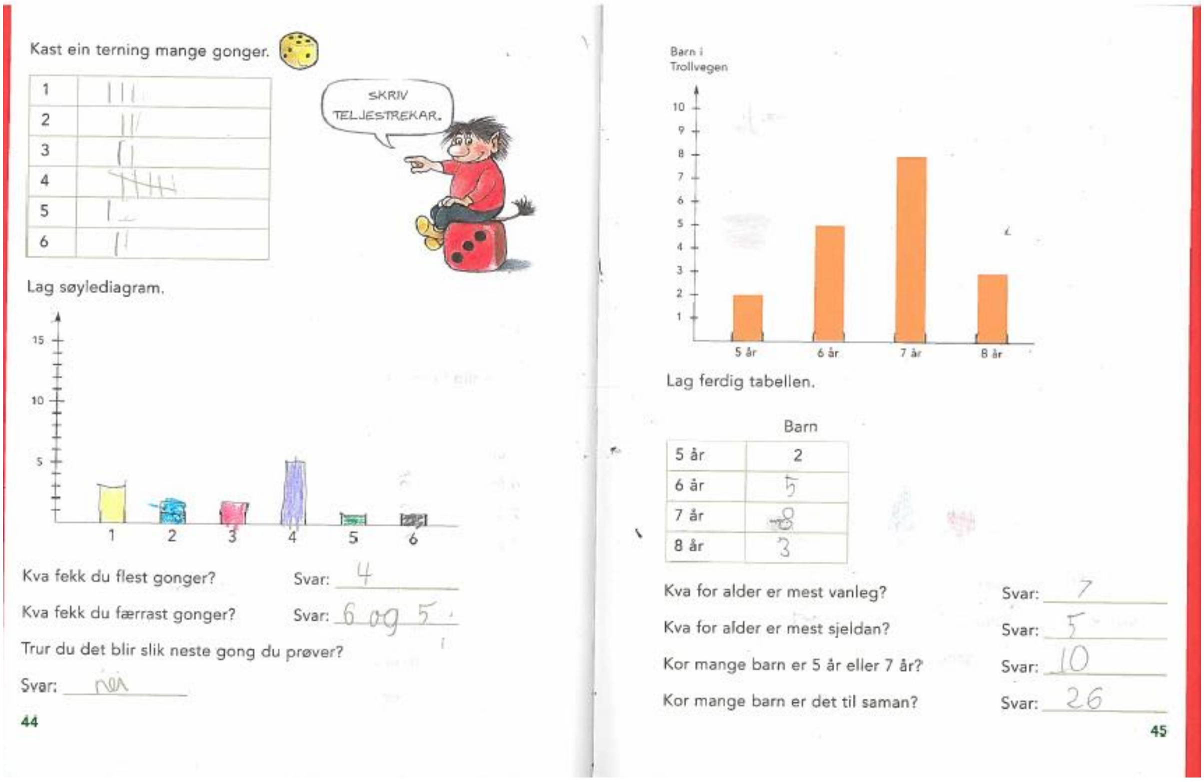
Veien til denne loven finner jeg både i mine sønners bøker, og i læreverket jeg brukte. Knyttet til sannsynlighetsregning har mine sønner også arbeidet en del sammen med andre elever, ser det ut til. Nede til venstre i bilde 7.14 er det gjort en del registreringer som er utgangspunkt for å bestemme sannsynligheten for utfall.



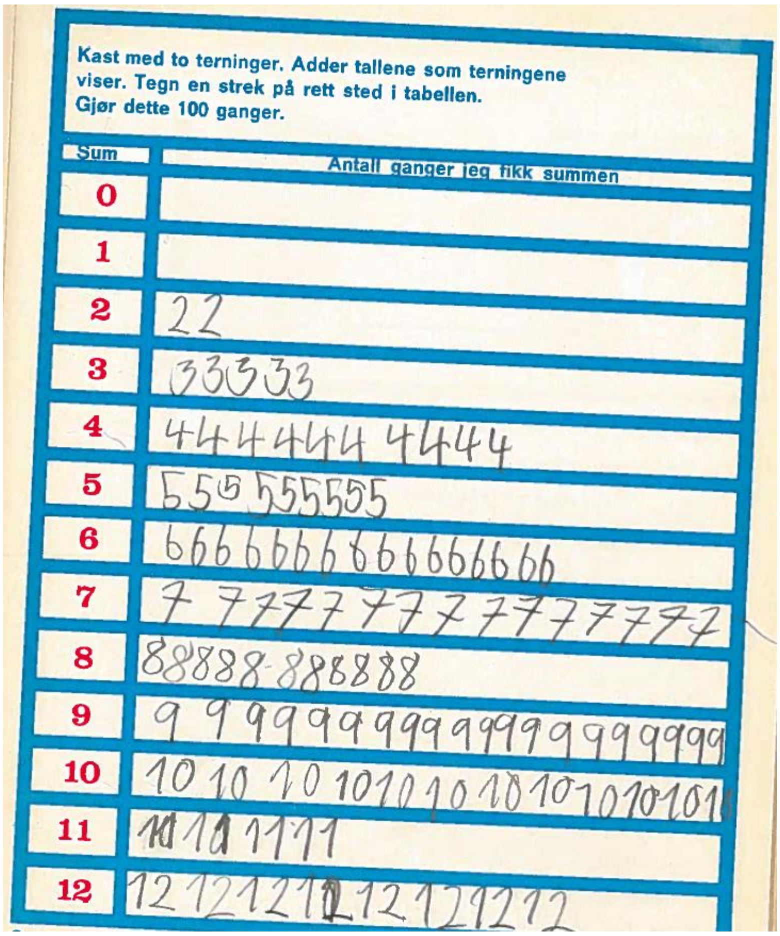
Bilde 7.14: Begynnende kobling av frekvens til sannsynlighet

Det mest typiske eksempelet er likevel nettopp terningkastet. I mine sønners læreverk fins det eksempel på innledende arbeid med kast av terning, og registrering av utfall. I bilde 7.15 ser du eksempel på dette. Merk likevel at eleven blir ikke bedt om å kaste et spesifikt antall kast. Bare «mange ganger»… En av mine sønner kastet ikke så mange ganger… Hva blir resultatet da, og læringseffekten? Om læreren derimot samler sammen resultatene fra hver elev, slår dem sammen, og gjerne bruker et regneark til å få hjelp med alle disse dataene, vil elevene få et sterkt inntrykk av hvordan De store talls lov virker. Alle terningkast er like sannsynlige!

I bilde 7.16 ser du hvordan dette ble prioritert i min lærebok. Jeg fikk beskjed om å kaste to terninger 100 ganger, alene! Og registrere summen av terningene. Hva skjer så videre? Jeg skulle gjerne sagt fortsettelse følger, men den gjør ikke det. Dessverre. Men du ser antydningen til et mønster, ikke sant? Men er disse antydningene nok til å overbevise en ung Frode om at De store talls lov tilsier at det over tid vil være mest sannsynlig å få summen 7? Neppe. Flere forsøk må til, og hvordan skulle man som lærer organisere det på begynnelsen av 1980-tallet, uten regneark?



Bilde 7.15: Øvelse med kast av terning og registrering av svar, i 2012



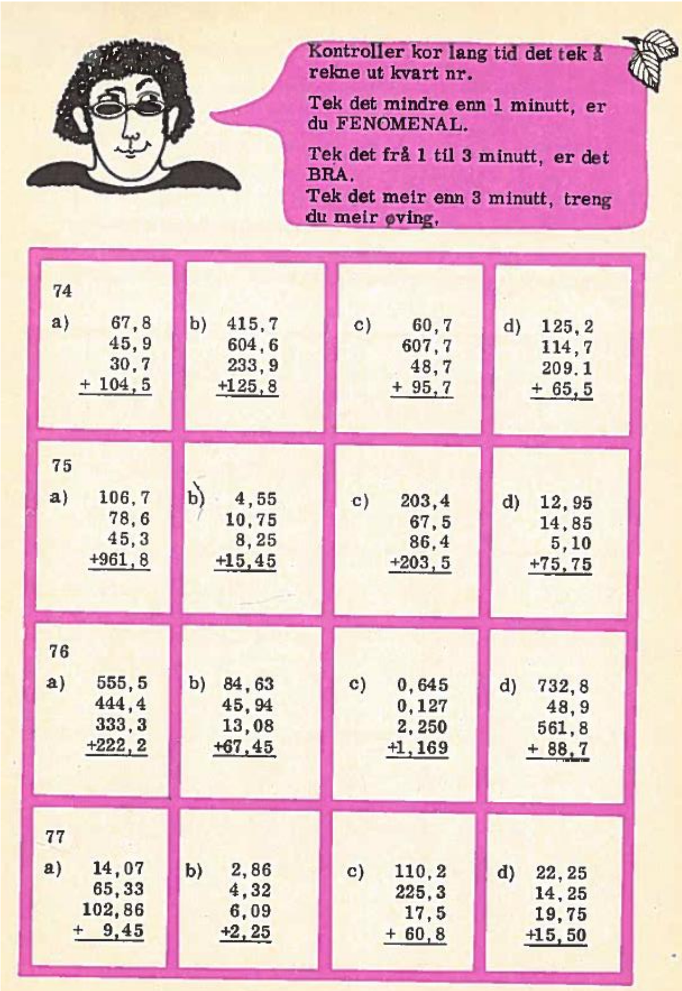
Bilde 7.16: Øvelse med kast av terning og registrering av svar, i 1982

Kapittel 8: Utforsking og problemløsning

Trender kommer og trender går. Utforskning og problemløsning ble vektlagt relativt eksplisitt i mønsterplanen av 1987 (M-87) (KUD, 1987), før det ble tonet igjen i de etterfølgende læreplanene. Med fagfornyelsen av LK06 (KD, 2006), iverksatt fra 2020 (LK20) (Utdanningsdirektoratet, 2019) er igjen utforsking og problemløsning løftet fram, med den forskjell at nå er det i bunn og grunn den viktigste delen av fagplanen for matematikk. Læreverkene som jeg har sett på i denne boka er produsert og brukt i forkant av begge epokene hvor utforsking og problemløsning har fått en egen vektlegging i læreplanen. Det er en likhet. Det er også en likhet at det fins eksempler å trekke fram på at læreverket finner plass til å arbeide på andre måter enn å gjøre øvingsoppgaver for å terpe på noe nytt læreren har gjennomgått med elevene. Det er i seg selv en observasjon knyttet til innholdet i matematikkfaget i skolen som er verdt å merke seg. Det er alltid mulig å finne situasjoner og muligheter for å ta i bruk det man kan av matematikk. Det bør matematikklæreren være seg bevisst.

8.1 Metakognisjon og vektlegging av selvregulering

Vi vil gjerne at elevene skal ha en bevissthet om det de arbeider med i matematikkfaget, hvordan de arbeider best med faget, og hva de kan vektlegge for å utvikle forståelse og ferdigheter. Læreverk forsøker i varierende grad å hjelpe til i slike prosesser. Læreverket jeg brukte da jeg kom litt opp i klassetrinn på barneskolen fokuserte nok mest på måling av prestasjon, men så handlet da også matematikkfaget fremdeles mye om ferdighetstrening (se bilde 8.1). Samtidig ser vi i dette eksempelet klare tegn på selvregulerende trekk, i forhold til vurderingen som eleven blir bedt om å gjøre opp mot de kriterier som læreverket gir.


Kontroller kor lang tid det tek å rekne ut kvart nr.

Tek det mindre enn 1 minutt, er du FENOMENAL.

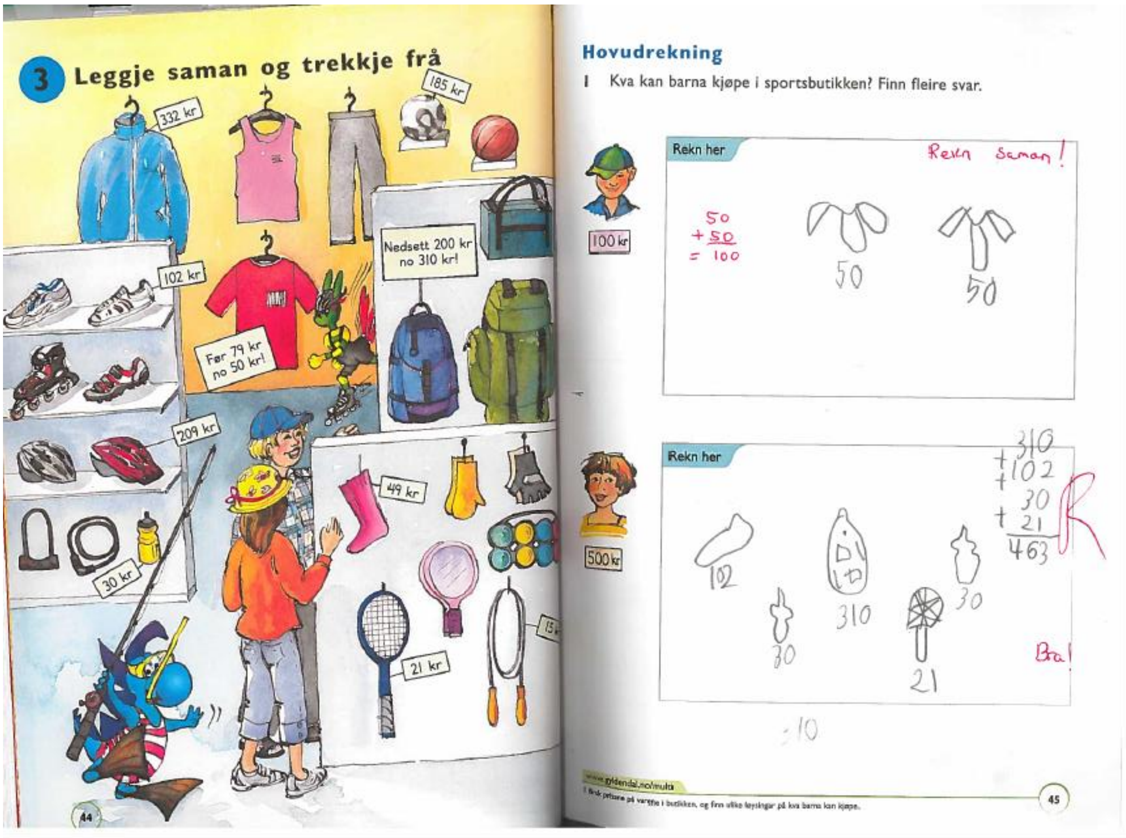
Tek det frå 1 til 3 minutt, er det BRA.

Tek det meir enn 3 minutt, treng du meir øving.

	a)	b)	c)	d)
74	67,8 45,9 30,7 + 104,5	415,7 604,6 233,9 +125,8	60,7 607,7 48,7 + 95,7	125,2 114,7 209.1 + 65,5
75	106,7 78,6 45,3 +961,8	4,55 10,75 8,25 +15,45	203,4 67,5 86,4 +203,5	12,95 14,85 5,10 +75,75
76	555,5 444,4 333,3 +222,2	84,63 45,94 13,08 +67,45	0,645 0,127 2,250 +1,169	732,8 48,9 561,8 + 88,7
77	14,07 65,33 102,86 + 9,45	2,86 4,32 6,09 +2,25	110,2 225,3 17,5 + 60,8	22,25 14,25 19,75 +15,50

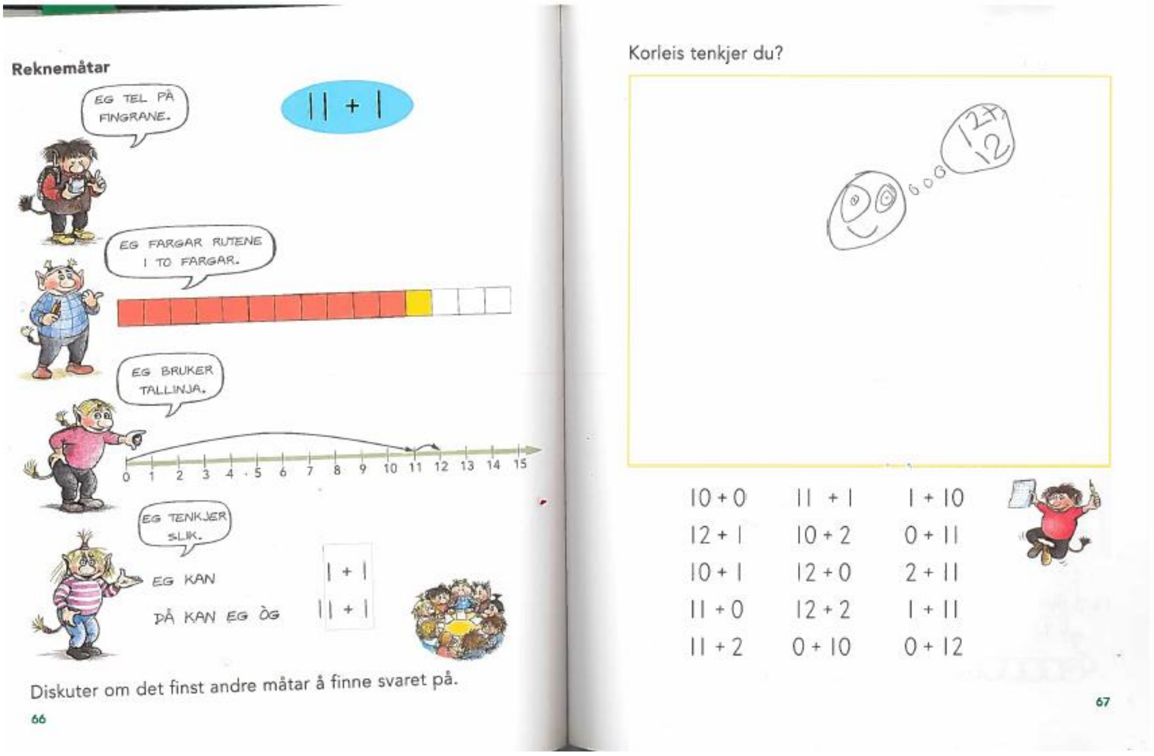
Bilde 8.1: Regn på tid, og vurder egen prestasjon opp mot kriterier læreverket gir.

I mine sønners læreverk er det metakognitive og selvregulerende trukket mye lenger, og eleven skal både synliggjøre tankegang og forklare hvordan man tenker. At dette gjøres med utgangspunkt i ønske om at elevens forståelse skal få mer oppmerksomhet enn den har fått før, er det greit å være enig i. Hvordan dette gjøres i læreverkene er derimot til tider mer kontroversielt. Et eksempel på dette finner du i bilde 8.2. Under overskriften «Hovudrekning» skal eleven synliggjøre hvordan han har tenkt i sine utregninger. Problematisk nok, siden det er snakk om hoderegning. Merk deg likevel lærerens reaksjon! Med rød penn gis det beskjed om å bruke standardalgoritme for addisjon, og honnør der dette er gjort! Da er altså ikke hoderegningen og egen algoritmeutvikling så viktig likevel!

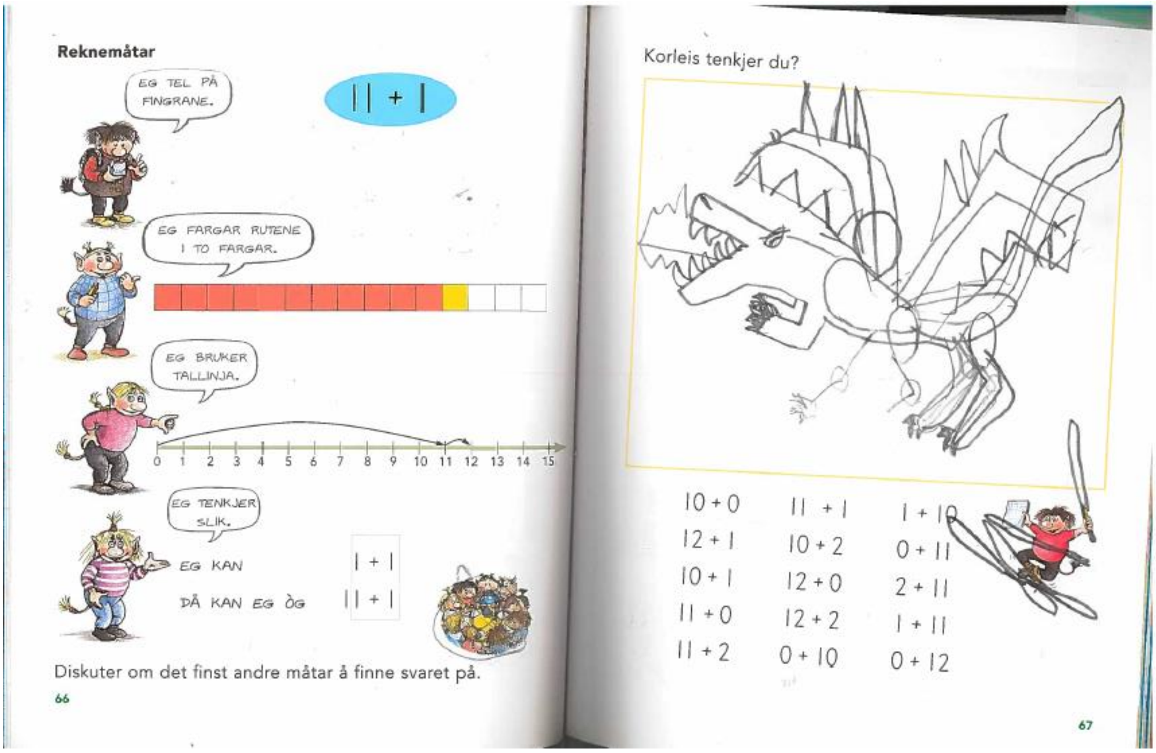


Bilde 8.2: Hoderegning; ved bruk av skriftlig standardalgoritme for addisjon, takk!

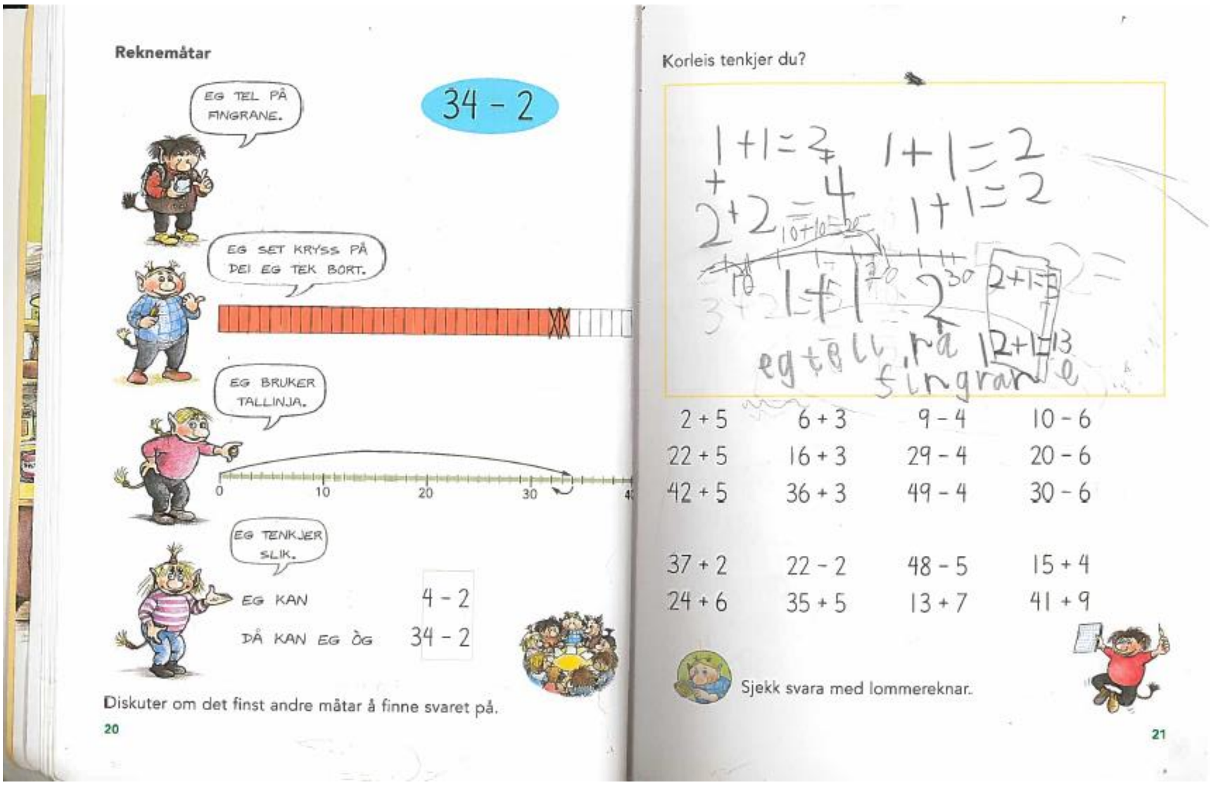
Dette er likevel ikke det mest ekstreme utslaget av en misforstått tilnærming til å oppfordre eleven til å tenke om eget arbeid i matematikk, og å fokusere på forståelse. Man må huske på hvem man spør om noe, og om hvordan dette bør gjøres. Nå følger fire bilder fra mine sønners læreverk på relativt lavt klassetrinn (bilde 8.3 – 8.6). Når man er en ung elev, er det utfordrende å sette ord eller uttrykk på egne tanker, og kanskje er det aller best å kunne snakke om hvordan man tenker, ikke skrive. Å skulle skriftliggjøre disse tankene får derfor noen underlige, og kanskje først humoristiske utslag. Etter kort tid blir de likevel mest triste, fordi eleven har forsøkt å gjøre dette etter beste evne, og oppdager at det er vanskelig å sette ord eller uttrykk på det som blir etterspurt. Da glir det fort over i det meningsløse, oppgitte og usikre. Slikt skal ikke læreverk bidra til. Mine sønner har i bildene 8.3 – 8.6 fått (i det samme læreverket) spørsmål om «Hvordan tenker du?», og de har gått løs på denne utfordringen på forskjellig vis. For den ene (bilde 8.3 og 8.5) har det blitt gjort reelle forsøk på å få dette fram med både ord, tall og handling. En imponerende prestasjon å forsøke å løse disse utfordringene! Prøv selv! På den annen side, hvorfor lar læreren den unge eleven sitte alene med en utfordring som ikke handler om å løse et problem, men heller om å reflektere over egen tilkortkommenhet. For min andre sønn (bilde 8.4 og 8.6) ble det nemlig en annen tilnærming til «Hvordan tenker du?»-spørsmålet, der han i det første tilfellet (bilde 8.4) tilsynelatende ironiserer over spørsmålet (hvilket syv år gamle gutter i svært liten grad gjør!), og så i bilde 8.6 tilsynelatende gir fullstendig blaffen i innholdet i spørsmålet som stilles. Sannheten er at når pappa (dvs. meg) forsiktig spurte denne syv år gamle sønnen om hvorfor han hadde gjort som han gjorde i bildene 8.4 og 8.6, fikk jeg med tåreblanke øyne som svar at «Eg skjønte ikkje kva eg skulle gjøra, pappa».



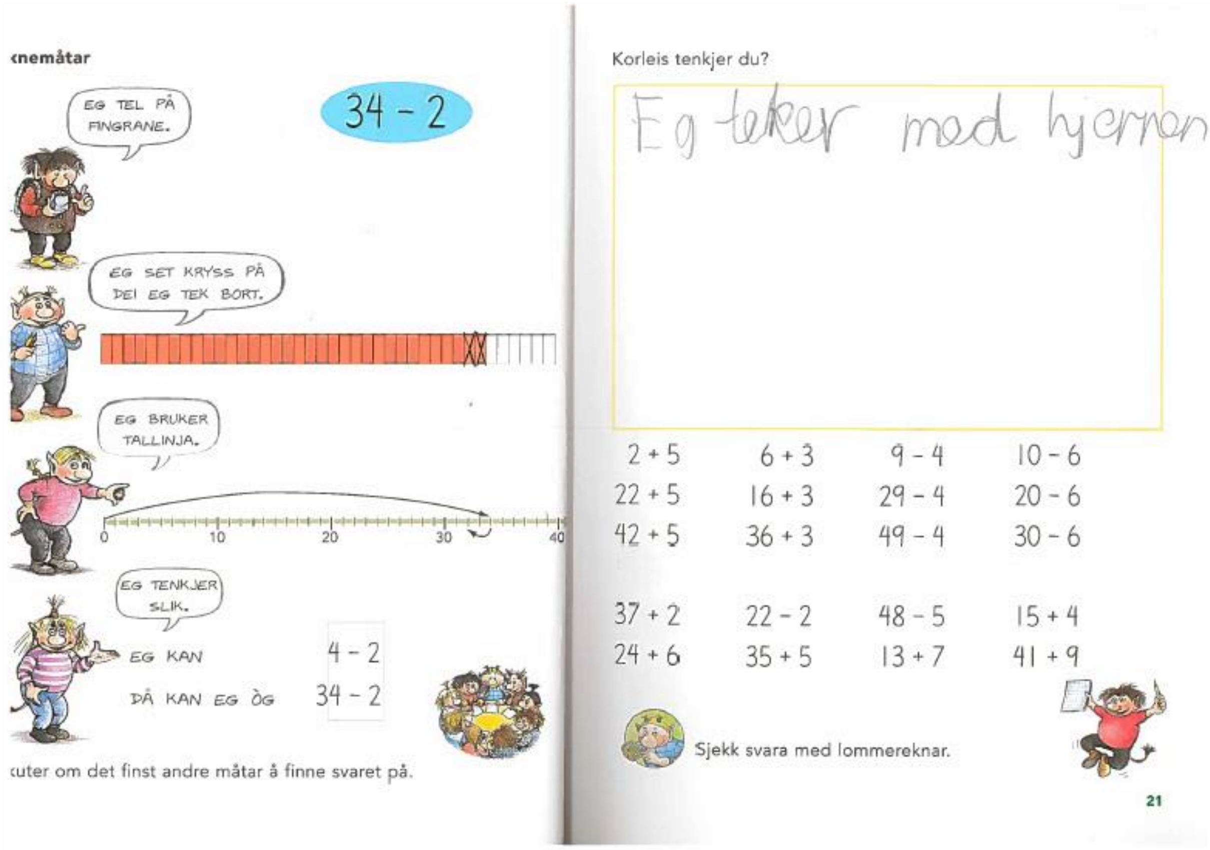
Bilde 8.3: Hvordan tenker en lærebokforfatter og en matematikklærer at eleven skal vise hvordan han tenker?



Bilde 8.4: Et bilde på en syvårings opplevelse av å bli latterliggjort



Bilde 8.5: Mye arbeid, mye frustrasjon – «Eg tell på fingrane»

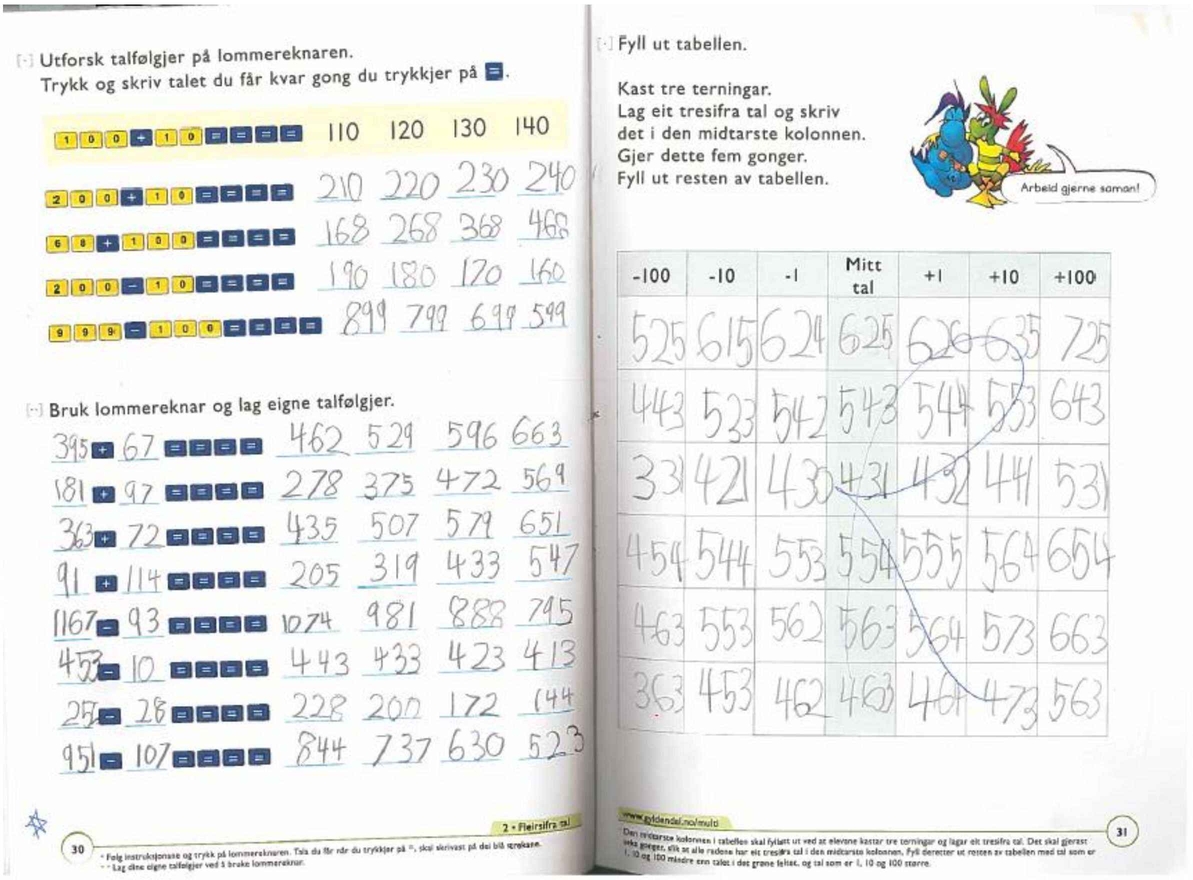


Bilde 8.6: Ord blir fattige. Hvorfor skal elever oppleve slikt? En pappa kan kun hjelpe en syvåring med å fordøye dette gjennom å gi en klem og en trygg omfavnelse.

Metakognisjon og selvregulering er gode intensjoner som er kommet inn i skolen, men de må møte eleven der eleven er. Det gjøres ikke gjennom at alle elever skal svare på den type spørsmål som her er vist, og i alle fall ikke med så stor mangel på kontakt mellom spørsmåls kompleksitet og spørsmålssvarers mangel på utviklet refleksjonsnivå og mulighet til å uttrykke seg. I stedet for å styrke mestringsforventningen gjennom fokus på selvregulering opplever man heller at tilkortkommenhet blir understreket. Slik skaper man ikke gnist og forståelse for matematikkfaget.

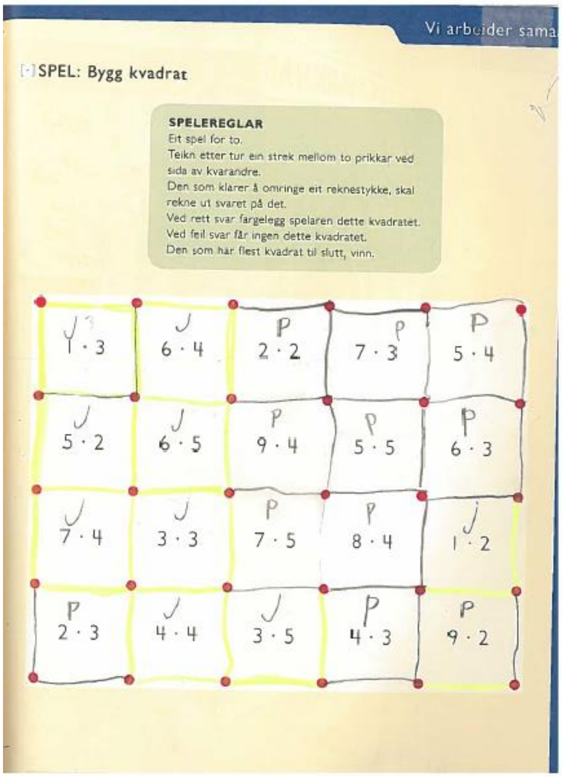
8.2 Gruppearbeid og samarbeidslæring

Gjennom flere eksempler i denne boka er det kommet fram at gruppearbeid både har vært og er vektlagt i læreverk for matematikkfaget i skolen. Kanskje kunne det vært gjort mer, men det har vært en positiv overraskelse for meg i arbeidet med disse læreverkene å se hvor mye læreverk jeg brukte for omtrent 40 år siden faktisk legger opp til dette. Det er mindre overraskende at mine sønners læreverk gjør det, men kanskje mer overraskende at de ikke vektlegger det sterkere enn de gjør. Det er nok ikke tvil om at læreverket påvirker lærerens organisering av arbeidet med matematikk i klasserommet. Spørsmålet er nok heller knyttet til hvor mye vi kan forvente at læreren selv bestemmer organiseringen, og kun benytter læreverket som et læremiddel. Bildene 8.7 og 8.8 gir noen slike hint, eller blir det føringer(?), fra mine sønners læreverk.



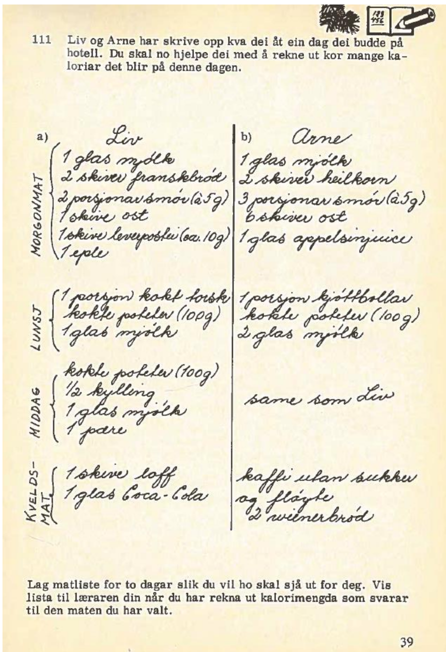
Bilde 8.7: «Arbeid gjerne saman» Hvem bestemmer? Elevene? Læreren? Læreverket?

Det kan i blant bli konflikt mellom lærer og læreverk, og den konflikten bør læreren alltid vinne, så sant det er i elevenes interesse. Den interessen skal bunne i læreplanens grunntanke for læring og undervisning i matematikk. Matematikkfaget har gått en lang vei, og mye er tenkt, gjennomført og evaluert underveis. Det er i alle fall sikkert at matematikkfaget er ikke et fag hvor individuelt arbeid med øvingsoppgaver er det saliggjørende lenger. Elevene skal ikke være del av et samfunn som trenger at disse ferdighetene er prioritert øverst. Det er problemløsningskompetanse, samarbeid, initiativ og kreativitet som løftes fram som egenskaper og kompetanser som trengs i den framtida våre elever skal inn i. Da må dette prioriteres i skolens matematikkfag, noe man i LK20 har tatt innover seg.



Bilde 8.8: «Vi arbeider saman» Min sønn Jakob spiller mot en annen elev (P) i klassen.

Mulighetene for å legge til rette for arbeid med problemløsningskompetanse, samarbeid, initiativ og kreativitet er store i matematikkfaget, og det er lærerens oppgave å kunne gjøre dette. I bildene 8.9 og 8.10 er det tatt fram to sider fra læreverk jeg brukte mot slutten av min tid som elev på barnetrinnet. Disse er ikke lagt opp som gruppearbeidsoppgaver. Det kan det lett legges til rette for. I tillegg; hvilke andre muligheter gir disse kontekstene (selv om konteksten i bilde 8.9 neppe er en kontekst som en lærebokforfatter hadde dristet seg til å benytte i dag!)

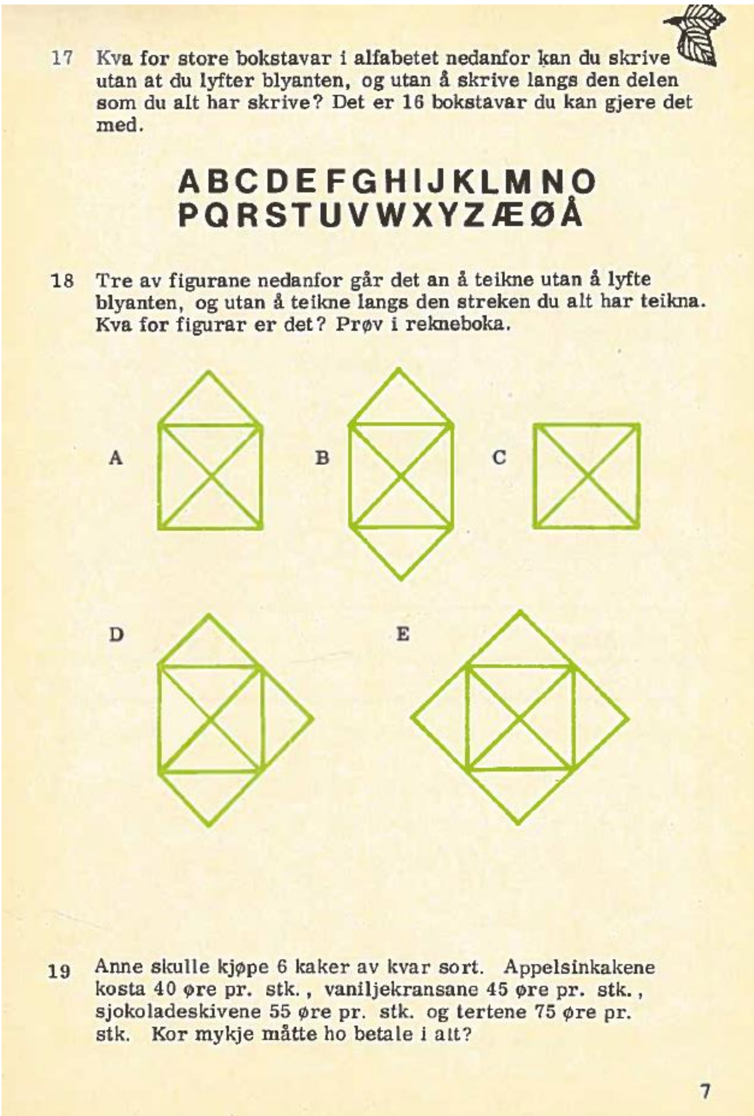

111 Liv og Arne har skrive opp kva dei åt ein dag dei budde på hotell. Du skal no hjelpe dei med å rekne ut kor mange kaloriar det blir på denne dagen.

	a) Liv	b) Arne
MORGONMAT	1 glas mjølk 2 skiver franskbrød 2 porsjonar smør (à 5 g) 1 skive ost 1 skive leverpostei (ca. 10 g) 1 eple	1 glas mjølk 2 skiver heilkorn 3 porsjonar smør (à 5 g) 6 skiver ost 1 glas appelsinjuice
LUNSJ	1 porsjon kokt torsk kokte poteter (100 g) 1 glas mjølk	1 porsjon kjøttbollar kokte poteter (100 g) 2 glas mjølk
MIDDAG	kokte poteter (100 g) ½ kylling 1 glas mjølk 1 pære	same som Liv
KVELDSMAT	1 skive loff 1 glas Coca-Cola	kaffi utan sukker og fløyte 2 wienerbrød

Lag matliste for to dagar slik du vil ho skal sjå ut for deg. Vis lista til læraren din når du har rekna ut kalorimengda som svarar til den maten du har valt.

39

Bilde 8.9: Utregning av kalorier. Hva slags informasjon må hentes inn her?


17 Kva for store bokstavar i alfabetet nedanfor kan du skrive utan at du lyfter blyanten, og utan å skrive langs den delen som du alt har skrive? Det er 16 bokstavar du kan gjere det med.

ABCDEFGHIJKLMNO
PQRSTUVWXYZÆØÅ

18 Tre av figurane nedanfor går det an å teikne utan å lyfte blyanten, og utan å teikne langs den streken du alt har teikna. Kva for figurar er det? Prøv i rekneboka.

19 Anne skulle kjøpe 6 kaker av kvar sort. Appelsinkakene kosta 40 øre pr. stk., vaniljekransane 45 øre pr. stk., sjokoladeskivene 55 øre pr. stk. og tertene 75 øre pr. stk. Kor mykje måtte ho betale i alt?

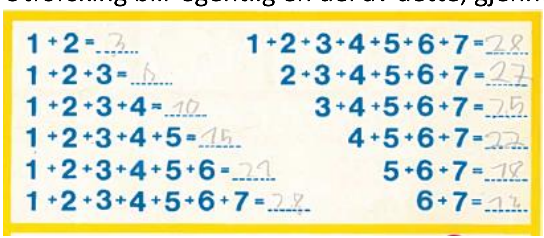
7

Bilde 8.10: Oppgave 17 og 18: Utforskingsmuligheter? Alene? Sammen med andre?

8.3 Tilrettelegging for bruk av heuristiske strategier

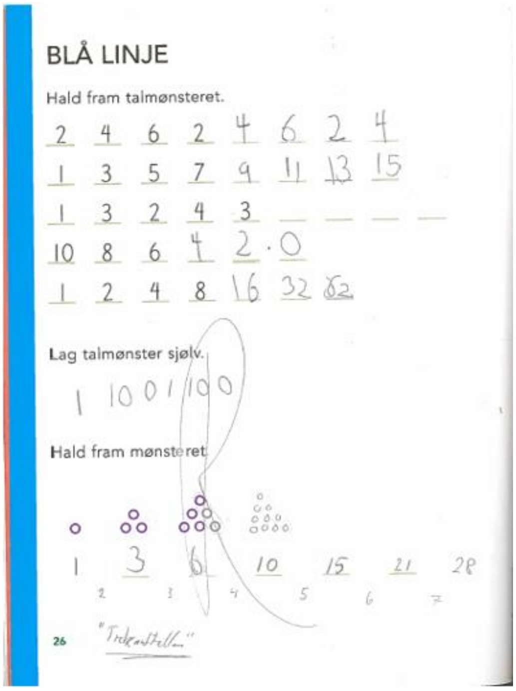
Utforsking og problemløsning handler om å undersøke noe du ikke har kontroll på, eller en klar metode for å løse. Du har ingen algoritme som umiddelbart hjelper deg til å håndtere det du står ovenfor. Problemet kan være komplekst, gjennom at det har flere trinn med utfordringer, eller at utfordringer påvirker hverandre, eller at nye utfordringer kommer til. Problem kan ha mange utfordringsnivå. Det grunnleggende er at hva som helst oppleves som et problem for den som ikke vet hvordan han skal løse det han står ovenfor. Så hva skal man gjøre når man ikke vet hva man skal gjøre?

I matematikkfaget opererer man med noen hjelpemidler som kan være veien mot å håndtere problem. Utforsking blir egentlig en del av dette, gjennom for eksempel teknikken «se etter et mønster»


1+2=3 1+2+3+4+5+6+7=28
1+2+3=6 2+3+4+5+6+7=27
1+2+3+4=10 3+4+5+6+7=25
1+2+3+4+5=15 4+5+6+7=22
1+2+3+4+5+6=21 5+6+7=18
1+2+3+4+5+6+7=28 6+7=13

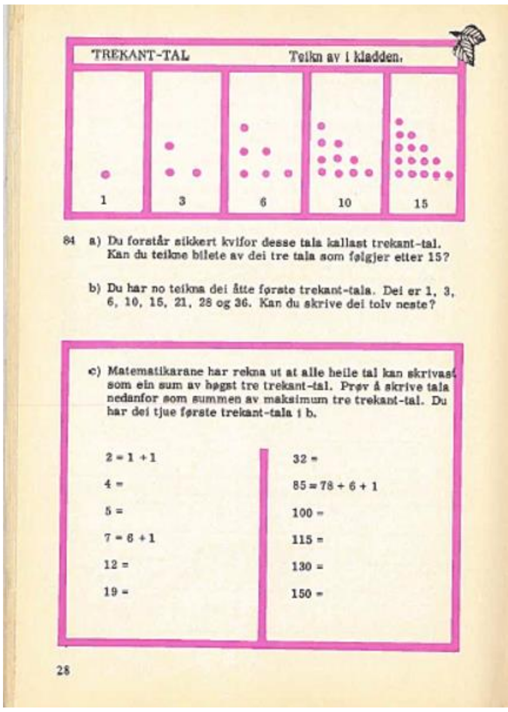
Bilde 8.11: Utforsking av mønster på begynnelsen av 1980-tallet. Er det trekanttallene vi skimter?

Utforsking ved hjelp av for eksempel «se etter mønster» finner vi også i mine sønners læreverk, og sannelig finner vi trekanttallene som et tidlig eksempel på en tallfølge der også (bilde 8.12):

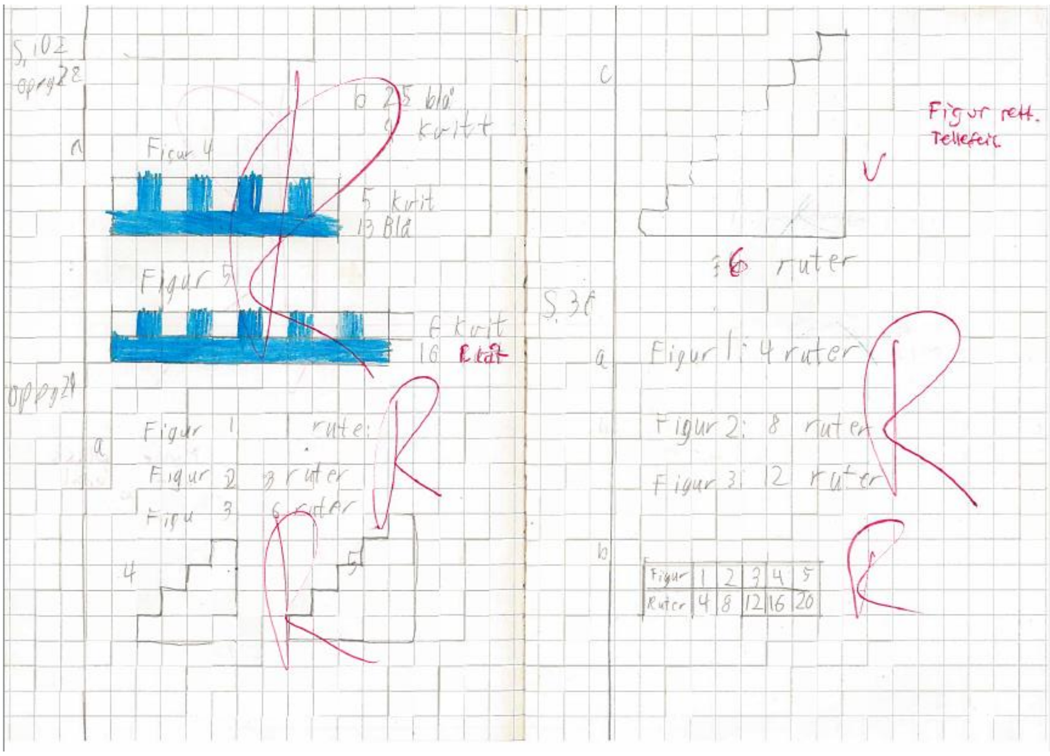


Bilde 8.12: Utforsking av mønster et stykke ut på 2010-tallet. Der var trekanttallene, gitt! Har pappa hjulpet litt til i utforskingen her? (Merk for øvrig tallfølgen som ikke er fylt ut lenger oppe på boksida. Hvordan vil <u>du</u> gjøre den? Hva har lærebokforfatteren(e) tenkt der?

Trekanttallene ble brukt til utforsking både i mine læreverk, og i mine sønners læreverk. Et godt eksempel på hvordan utforsking av mønster er en strategi for å arbeide med et problem, og da i dette tilfellet å kunne finne fram til en generell sammenheng for sum av etterfølgende, naturlige tall (Bildene 9.13 og 8.14).



Bilde 8.13: Eksplisitt om trekanttall i mitt læreverk tidlig på 1980-tallet



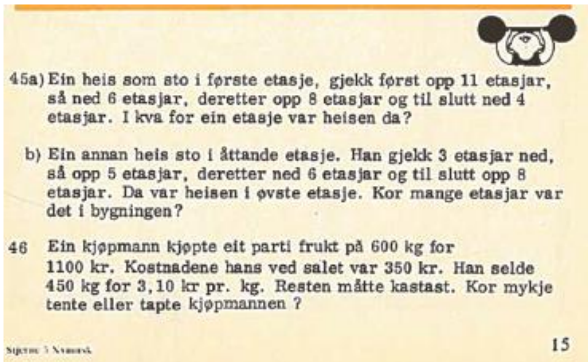
Figur	1	2	3	4	5
Ruter	4	8	12	16	20

Bilde 8.14: Fra en av mine sønners kladdebøker: Arbeid med figurtall, og da blant annet trekanttall.

Det fins flere heuristiske strategier, og for eksempel Kongelf (2015) viser til hele ni ulike slike:

- Se etter et mønster
- Lag en systematisk tabell
- Lag en visualisering
- Gjett og sjekk
- Løs en del av problemet
- Arbeid baklengs
- Tenk på et tilsvarende problem
- Forenkle problemet
- Endre angrepsmåte

Slike strategier bør man arbeide med i skolen fra elevene er ganske unge. Det er ikke mulig å finne eksplisitte eksempler på at dette har vært prioritert i mine læreverk fra barnetrinnet. Der er problemoppgavene som tidligere poengtert helst identifisert ved en vektløfter som løfter tungt, og ikke noe annet. Det betyr ikke at jeg synes at læreverket skal redusere problem til å bli oppgaver! Derimot kan læreverk legge til rette for naturlig anvendelse av ulike strategier, men det blir opp til lærer (og elev) å fokusere på ulike hjelpestrategier slik at innholdet i verktøykassen eleven tar fram når han ikke vet hva han skal gjøre, blir mer og mer innholdsrik.



45a) Ein heis som sto i første etasje, gjekk først opp 11 etasjar, så ned 6 etasjar, deretter opp 8 etasjar og til slutt ned 4 etasjar. I kva for ein etasje var heisen da?

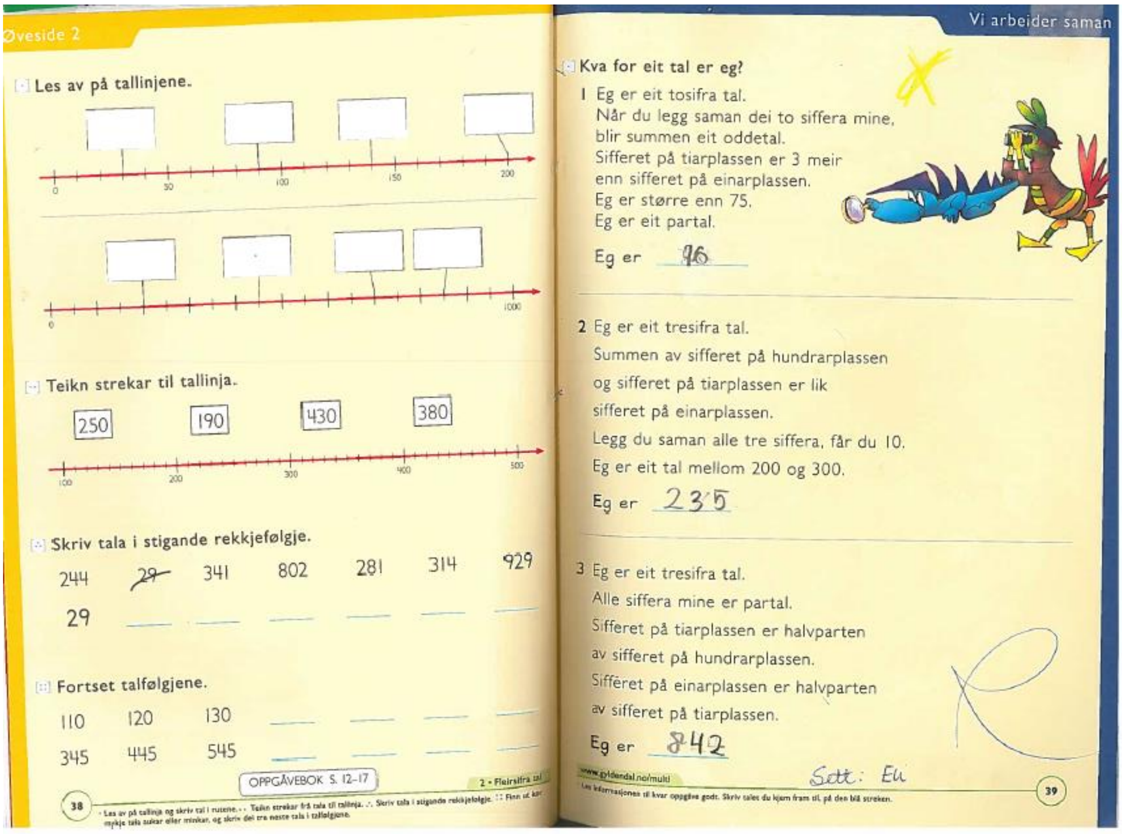
b) Ein annan heis sto i åttande etasje. Han gjekk 3 etasjar ned, så opp 5 etasjar, deretter ned 6 etasjar og til slutt opp 8 etasjar. Da var heisen i øvste etasje. Kor mange etasjar var det i bygningen?

46 Ein kjøpmann kjøpte eit parti frukt på 600 kg for 1100 kr. Kostnadene hans ved salet var 350 kr. Han selde 450 kg for 3,10 kr pr. kg. Resten måtte kastast. Kor mykje tente eller tapte kjøpmannen ?

15

Bilde 8.15: Hva kan eleven gjøre her?

Noen eksempler på slik tilrettelegging fra læreverkets side er å finne i mine sønners læreverk, og det lover godt for videre utvikling og prioritering av dette i framtida!



Øveside 2

Les av på tallinjene.

Teikn strekar til tallinja.

250 190 430 380

Skriv tala i stigande rekkjefølgje.

244 29 341 802 281 314 929

29

Fortset talfølgjene.

110 120 130

345 445 545

OPPGÅVEBOK S. 12–17

38

Vi arbeider saman

Kva for eit tal er eg?

1 Eg er eit tosifra tal.
Når du legg saman dei to siffera mine, blir summen eit oddetal.
Sifferet på tiarplassen er 3 meir enn sifferet på einarplassen.
Eg er større enn 75.
Eg er eit partal.

Eg er 96

2 Eg er eit tresifra tal.
Summen av sifferet på hundrarplassen og sifferet på tiarplassen er lik sifferet på einarplassen.
Legg du saman alle tre siffera, får du 10.
Eg er eit tal mellom 200 og 300.

Eg er 235

3 Eg er eit tresifra tal.
Alle siffera mine er partal.
Sifferet på tiarplassen er halvparten av sifferet på hundrarplassen.
Sifferet på einarplassen er halvparten av sifferet på tiarplassen.

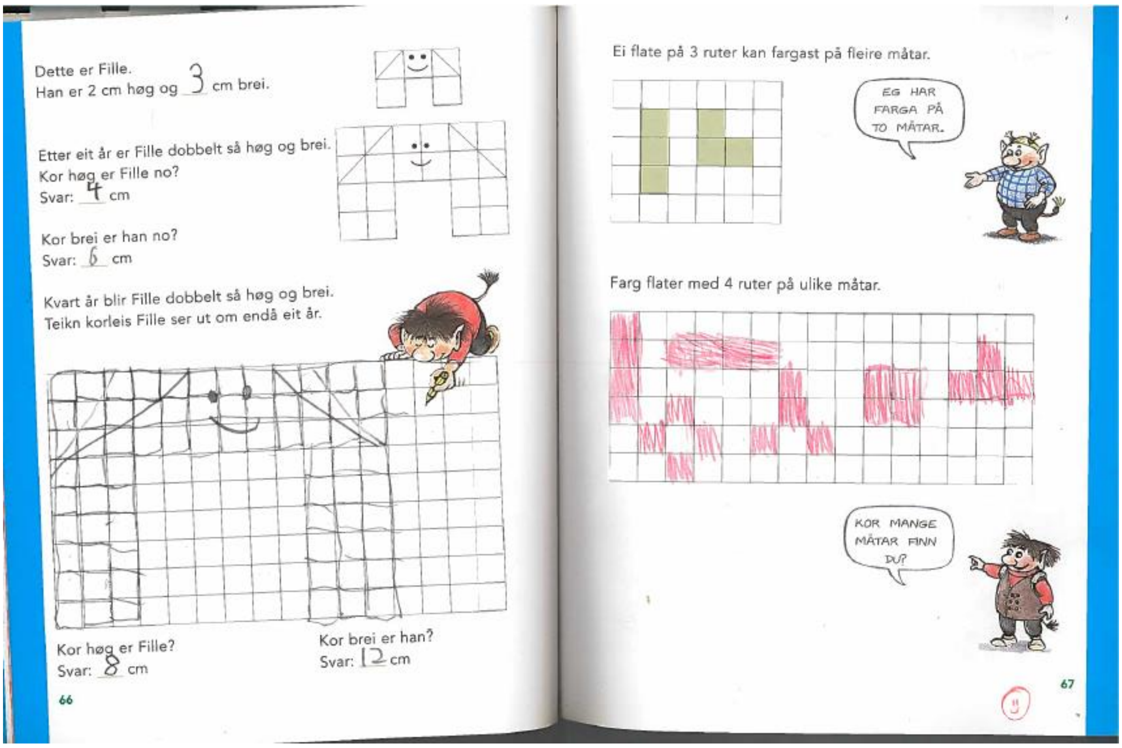
Eg er 842

Sett: Eu

www.gyldendal.no/multi

39

Bilde 8.15: Elever oppfordres til å arbeide sammen for å løse problemene til høyre på bildet. Hva slags heuristiske strategier kan være anvendelige i disse tilfellene?



Dette er Fille.
Han er 2 cm høg og 3 cm brei.

Etter eit år er Fille dobbelt så høg og brei.
Kor høg er Fille no?
Svar: 4 cm

Kor brei er han no?
Svar: 6 cm

Kvart år blir Fille dobbelt så høg og brei.
Teikn korleis Fille ser ut om endå eit år.

Kor høg er Fille?
Svar: 8 cm

Kor brei er han?
Svar: 12 cm

66

Ei flate på 3 ruter kan fargast på fleire måtar.

EG HAR FARGA PÅ TO MÅTAR.

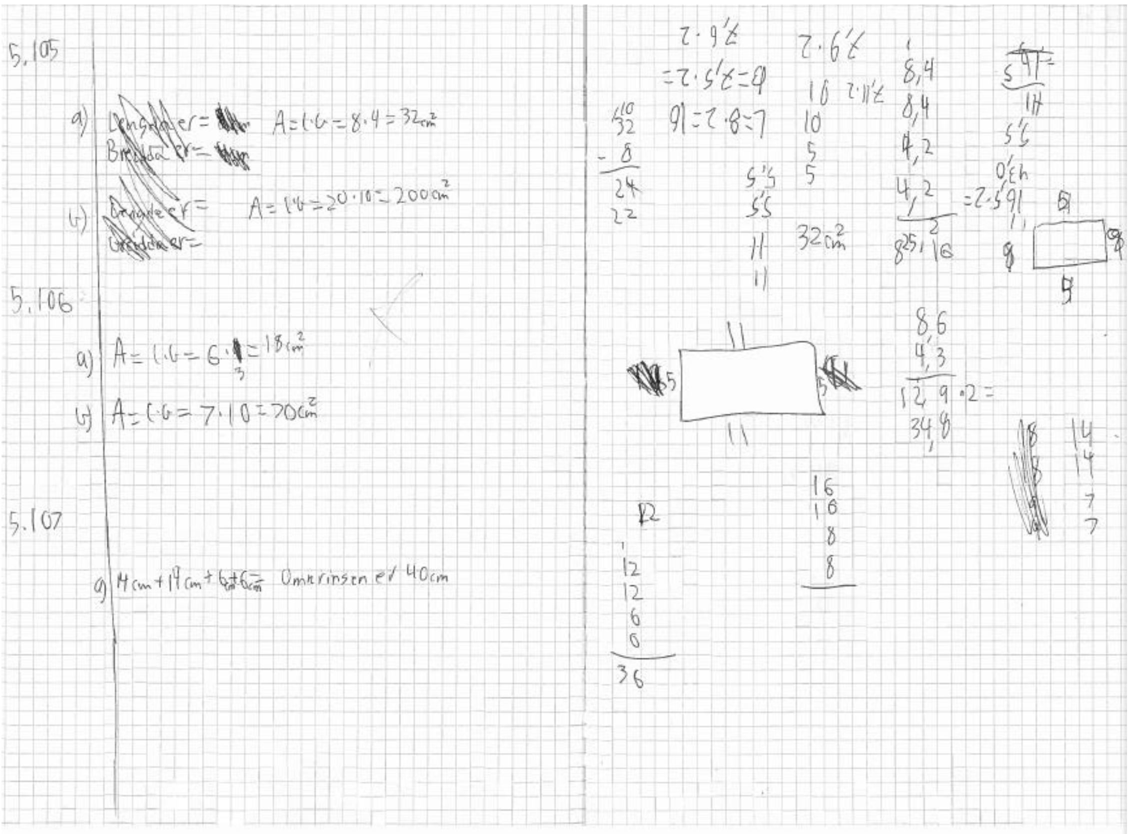
Farg flater med 4 ruter på ulike måtar.

KOR MANGE MÅTAR FINN DU?

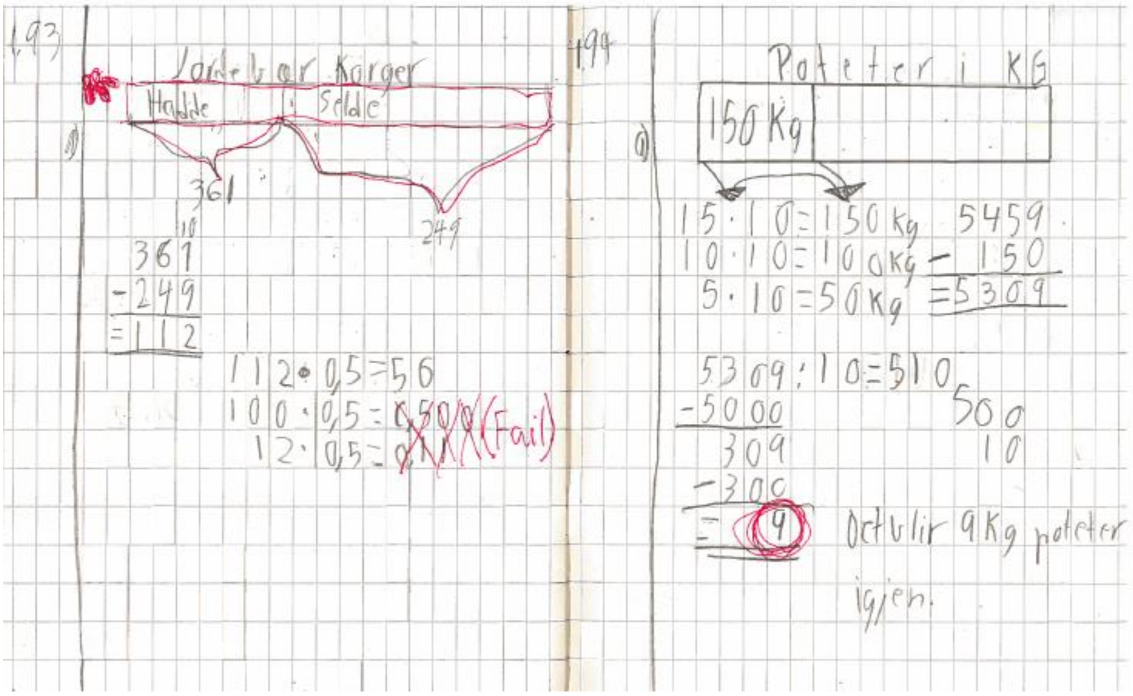
67

Bilde 8.16: Hva slags heuristisk strategibruk legges det til rette for av læreverket her?

Til sist har vi steget der mine sønner flytter bruken av heuristiske strategier inn i kladdebøkene sine



Bilde 8.17: En av mine sønner og en annen elev i klassen samarbeider om å løse et problem, og kladdeboka brukes til å dokumentere resultat av bruk av heuristiske strategier. Hvordan kan man se det på det høyre arket på dette bildet?

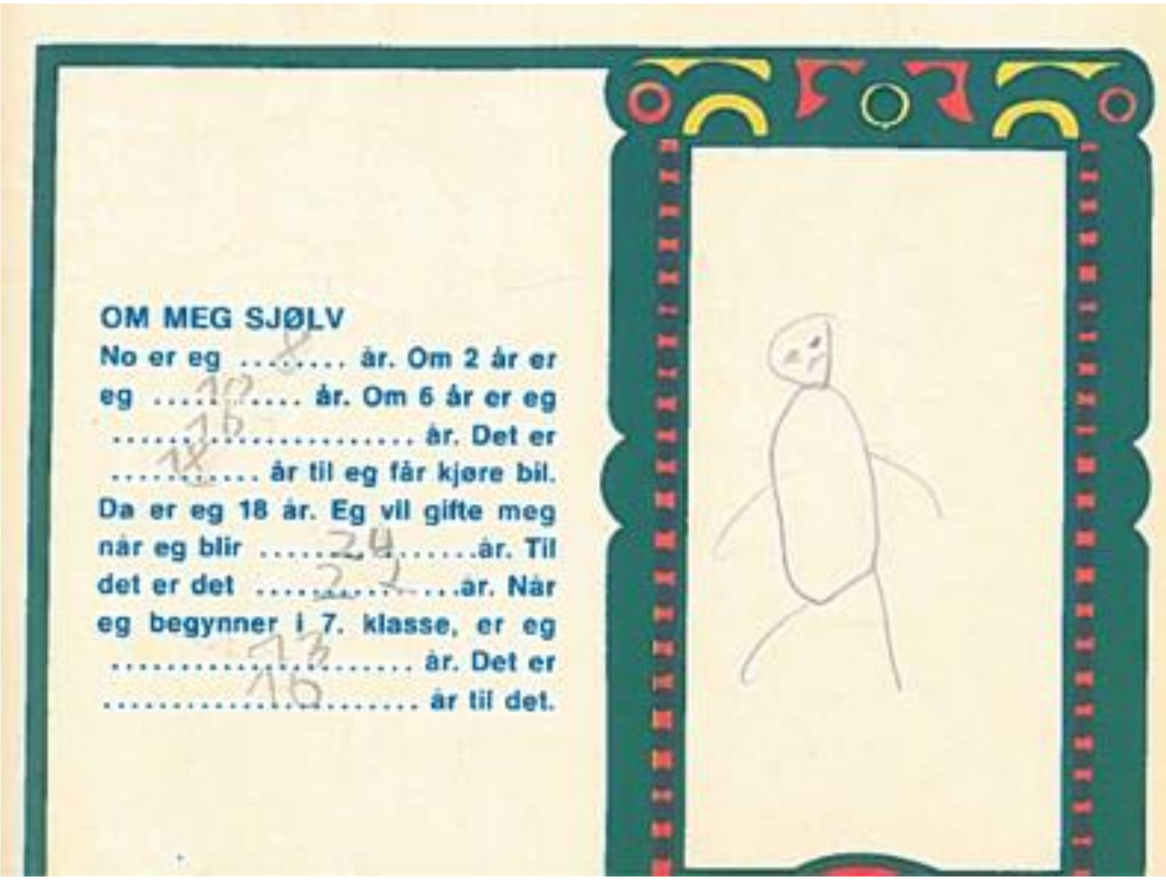


Bilde 8.18: En av mine sønner lager en visualisering, og forenkler problemet. «Problem solved».

Etterord

Matematikkfaget i skolen er et tema som kan diskuteres lenge, og det viser seg gjennom de mange ulike emnene knyttet til matematikkundervisning i skolen som vies interesse og det stilles forventninger til. Lærerutdanningene utdanner matematikklærere som skal ha førstelinjeansvar for undervisning av matematikk i årene framover, og læreverket har en sterk posisjon i dagens matematikkundervisning. Det vil det kanskje ha i framtida også, men antagelig på en annen måte. For tiden ser nettressurser ut til å bli en stadig større del av forlagene sin satsing på læreverk i matematikk, og med de digitale muligheter som stadig utvikles og forbedres, er dette en selvsagt utvikling. Det betyr ikke at innholdet blir nytt, slik denne boka viser at mye av det matematiske innholdet består selv om både didaktisk grunnlagstenkning utvikler seg, teknologiske muligheter økes og samfunnet endrer seg. Viktigst av alt er det at eleven ikke er den samme. Eleven utvikler seg i takt med det samfunn han eller hun vokser opp i. Fagfornyelsen av læreplanen tar dette innover seg, men det er ikke nok. Læreren må også gjøre det, og selv om det er det viktigste av alt, kan læremiddel i form av læreverk hjelpe til med dette. Der er kanskje det digitale læreverkets største fordel; det kan oppdateres kjapt og for alle samtidig.

I denne (bilde)boka har jeg forsøkt å få fram at endringene i læreverk i matematikkfaget siden jeg var elev på barnetrinnet rundt begynnelsen av 1980-tallet, i bunn og grunn har vært relativt små. Det er ikke imponerende. Med fagfornyelsen som grunnlag for LK20 bør det være slutt på revidering av læreverk for matematikk i grunnskolen. Nye læreverk, om man skal forlenge den tradisjonelle tilnærmingen med å ha et læreverk, bør utvikles. Da vil jeg ha et digitalt læreverk basert på en ramme av problemløsningskompetanse, samarbeid, kreativitet og handlingskompetanse.



Bilde 9.1: Fra en tid der både tegningene, tallforståelsen og drømmene til forfatteren var sterkt preget av fantasi og utålmodighet… Visse ting endrer seg ikke.

Referanser

Bergesen, H. O. (2006). *Kampen om kunnskapsskolen*. Oslo: Universitetsforlaget.
Brantzæg Gundem, B. (2008). *Perspektiver på læreplanen*. Bergen: Fagbokforlaget.
KD (Kunnskapsdepartementet) (2006). *Læreplanverket for Kunnskapsløftet*. Oslo: KD.
Kongelf**,** T.R. **(**2015**).** Introduksjon av algebra i matematikkbøker for ungdomstrinnet i Norge. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(*3-4)*, 83 – 109.
KUD (Kirke- og undervisningsdepartementet) (1974). *Mønsterplanen av 1974*. Oslo: Aschehoug forlag.
KUD (Kirke- og undervisningsdepartementet) (1987). *Mønsterplanen av 1987*. Oslo: Aschehoug forlag.
KUF (Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet) (1997). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. Oslo: KUF.
Topphol, A. K. (2012) «Da klokka klang …». I P. Haug (Red.), *Kvalitet I opplæringa. Arbeid i grunnskulen observert og vurdert*, (122 – 143). Oslo: Samlaget.
Utdanningsdirektoratet (2019). *Nye læreplaner i grunnskolen og gjennomgående fag i vgo – hva skjer når?* Hentet 12.09.2019 fra: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/hva-skjer-nar-i-fornyelsen-av-fagene/
Young, M. F. D. (1998). *The Curriculum of the Future: From the "New Sociology of Education" to a Critical Theory of Learning*. London: Falmer Press.

Bilder

Alle bilder i boka er i forfatterens privat eie, med unntak av:

- Bilder s. 7: Naturogfritid.no
- Bilde 1.1, s.12: Digitaltmuseum.no
- Bilde 1.2, s.12: Hentet fra *Bergens Tidende* (24.04.2012). Krangler om trangt klasserom. https://www.bt.no/nyheter/lokalt/i/R6XKa/krangler-om-trangt-klasserom, Foto: Tor Høvik