

# MASTEROPPGAVE

Kan skriftlig og muntlig argumentasjon knyttes  
til prosedyremessig eller begrepsmessig  
kunnskap i matematikkfaget?

Can written and oral argumentation be linked  
to mathematical procedural or conceptual  
understanding?

**Eline Anderson**

Master i undervisningsvitenskap med fordypning i matematikk  
Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett (FLKI)

Veiledere: Tamsin Meaney og Trude Fosse

15. mai 2019

## Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på min studietid. Dette føles rart, men også utrolig bra. Prosessen har til tider vært svært krevende, men samtidig utrolig spennende og lærerik. Jeg er glad for at jeg tok denne utfordringen. Det er mange som har gitt meg hjelp og støtte underveis i arbeidet, og derfor har jeg flere jeg ønsker å takke.

Først og fremst vil jeg takke min hovedveileder, Tamsin Meaney, for gode og konstruktive tilbakemeldinger underveis i skriveprosessen. Takk for at du har utfordret meg, men samtidig gitt meg støtte og motivasjon. Jeg vil også takke min biveileder, Trude Fosse, for gode innspill på veiledning.

Videre vil jeg takke mine medstudenter i «Regnefortellingsgruppen», for faglige diskusjoner og godt samarbeid både før, under og i etterkant av datainnsamlingen. Det har vært gøy og lærerikt å forske sammen med dere. En stor takk rettes også til lærerne ved skolen vi samlet inn datamaterialet på. Uten dere hadde ikke denne studien vært mulig å gjennomføre.

Tusen takk til mine medstudenter, og gode venner, på lesesalen. Tiden som masterstudent hadde ikke vært like bra uten deres positivitet og støtte. Tusen takk for sosiale avbrekk, og gode faglige kommentarer til oppgaven. Jeg kommer til å savne denne tiden med dere.

Familien min fortjener også en stor takk. Deres støttende og motiverende ord har hatt stor betydning for meg. En spesiell takk rettes til mamma for at du alltid har oppmuntret meg når jeg har møtt på utfordringer underveis i arbeidet. Jeg vil også takke deg for at du tok deg tid til korrekturlesing. Til slutt vil jeg takke min kjære samboer, for at du holder ut med meg når jeg vier all min tid til masteroppgaven. Tusen takk for at du har akseptert at jeg har vært sliten, og støttet meg masse underveis. Uten deg hadde denne prosessen vært enda mer krevende.

Eline Anderson

Bergen, 15. mai 2019

## Sammendrag

Formålet med denne studien har vært å undersøke hvordan prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap kom til uttrykk i den skriftlige og muntlige matematiske argumentasjonen til seks elever i en 3. klasse. For å studere dette har det blitt gjennomført en kvalitativ studie. De seks elevene skrev hver sin regnefortelling, og ble intervjuet med bakgrunn i denne. Et fokus i oppgaven har vært å studere elevenes uttrykksformer for å se hvordan deres tanker og argumentasjon kommer til uttrykk. For å få innsikt i elevenes tenkning ble elevene filmet under datainnsamlingen, slik at både de verbale og nonverbale uttrykksformer ble synliggjort. Med bakgrunn i at 'resonnering og argumentasjon' er et av kjerneelementene i den nye læreplanen som trer i kraft i 2020, er studien svært aktuell for lærere (Kunnskapsdepartementet, 2018).

Elevenes skriftlige regnefortellinger og de muntlige responsene i intervjuene ble analysert med utgangspunkt i Toulmin (2003) sin argumentasjonsmodell, og følgende språklige indikatorer som er inspirert av Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin forskning: elevenes bruk av personlig pronomen, grammatisk tid, logiske koblinger og multimodal argumentasjon. Disse indikerte hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap elevene uttrykte. De to sistnevnte indikatorene var mest nyttige for å finne elementer av de to formene for kunnskap i elevenes argumentasjon. I studien ble det funnet multimodal argumentasjon både i de skriftlige regnefortellingene og i de muntlige elevresponsene. Toulmin ble brukt som et verktøy for å identifisere hvordan elevene utformet matematisk argumentasjon gjennom sine uttrykksformer. Det er viktig å presisere at det i denne studien ble sett etter *elementer* av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap, da det ikke er hensiktsmessig å si at elever bare har den ene formen for kunnskap (Rittle-Johnson, Siegler og Alibali, 2001, s. 347).

I studien ble det funnet elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i den skriftlige og muntlige argumentasjonen til alle de seks elevene. Likevel ga elevenes muntlige argumentasjon ytterligere grunnlag for å identifisere elementene, da argumentasjonen var uttrykt mer eksplisitt. Mottakerbevissthet kan påvirke argumentasjonen som kommer til uttrykk, da tankene kan forbli i hodet når elevene skriver. Forskerens spørsmålsstilling kan gjøre at elevene formidler mer informasjon, og dermed blir argumentasjonen deres utfordret (Yackel, 1995; Weber, Maher, Powell og Lee, 2008, s. 249).

## Abstract

This study has investigated how procedural and conceptual knowledge was expressed in the written and oral mathematical argumentation of six 3rd grade students. To study this, a qualitative study has been conducted. The six students each wrote their own number story and were interviewed about what they have written. The focus has been on how the students used different forms of expressions, to form their arguments. The students were filmed during the data collection so that both the verbal and nonverbal forms of expression were able to be analysed. 'Resonnering og argumentasjon' is one of the core elements of the new curriculum (Kunnskapsdepartementet, 2018) that comes into effect in 2020, thus this study is very relevant to teachers.

The students' written number stories and the oral responses in the interviews were analyzed based on Toulmin's (2003) argumentation model and four linguistic indicators inspired by Bills' (2001; 2002) og Bills og Gray's (2001) research. An analysis of the student's use of personal pronouns, use of past and present tense, linguistic pointers and their multimodal argumentation indicated which elements of procedural and conceptual knowledge the students expressed. The students' use of linguistic pointers and their multimodal argumentation proved most useful in determining procedural or conceptual knowledge. In the study, multimodal argumentation was found both in the written number stories and the oral responses in the interview. Toulmin was used as a tool to identify how the grammatical features/pictures are used to make their mathematical arguments. It is important to emphasize that this study looked at *elements* of procedural and conceptual knowledge, instead of categorize their knowledge as either procedural or conceptual. This is because it is not appropriate to say that students have one form for knowledge, but not the other (Rittle-Johnson, Siegler and Alibali, 2001, s. 347).

In the study, elements of both procedural and conceptual knowledge were found in the written and oral argumentation of all six students. Nevertheless, the student's oral argumentation gave more information for identifying the elements, as the argumentation was expressed more explicitly. Awareness of the recipient can influence the written argumentation that is expressed as thoughts can remain in the head when students write. The researcher's question can make the students provide more information, and thus their argumentation is challenged (Yackel, 1995; Weber, Maher, Powell og Lee, 2008, s. 249).

## Innholdsfortegnelse

|  |             |
|--|-------------|
| <b>FORORD</b> .....  | <b>I</b>    |
| <b>SAMMENDRAG</b> .....  | <b>II</b>   |
| <b>ABSTRACT</b> .....  | <b>III</b>  |
| <b>INNHOLDSFORTEGNELSE</b> .....   | <b>IV</b>   |
| <b>LISTE OVER FIGURER</b> .....  | <b>VIII</b> |
| <b>LISTE OVER TABELLER</b> .....   | <b>IX</b>   |
| <b>1 INNLEDNING</b> .....  | <b>1</b>    |
| 1.1 ARGUMENTASJONEN SIN Plass I MATEMATIKKFAGET .....                      | 1           |
| 1.2 INNSIKT I ELEVERS TENKNING.....  | 2           |
| 1.3 BEGREPSREDEGJØRELSE .....  | 3           |
| 1.3.1 Matematisk argumentasjon.....  | 4           |
| 1.3.2 Uttrykksform, multimodalitet og multimodal argumentasjon.....        | 5           |
| 1.3.3 Regnefortelling.....   | 7           |
| 1.3.4 Prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon.....                  | 8           |
| 1.3.4.1 Prosedyremessig kunnskap.....                                      | 9           |
| 1.3.4.2 Begrepsmessig kunnskap.....  | 10          |
| 1.3.4.3 Sammenhengen mellom prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap..... | 11          |
| 1.3.4.4 Prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon .....               | 13          |
| 1.4 PROBLEMSTILLING OG AVGRENSING AV TEMA.....                             | 14          |
| 1.5 PROSJEKTBEKRIVELSE .....   | 15          |
| 1.6 OPPGAVEN SIN STRUKTUR .....  | 16          |
| <b>2 TIDLIGERE FORSKNING</b> .....   | <b>17</b>   |
| 2.1 MATEMATISK ARGUMENTASJON PÅ BARNESKOLEN .....                          | 17          |
| 2.2 STUDIER AV ELEVERS ARGUMENTASJON I TOULMIN SIN ARGUMENTASJONSMODELL..  | 19          |
| 2.2.1 Analyse av muntlige elevresponser.....                               | 19          |
| 2.2.2 Analyse av skriftlige elevtekster.....                               | 20          |
| 2.3 Å UTTRYKKE MATEMATISK ARGUMENTASJON .....                              | 21          |
| 2.3.1 Mottakerbevissthet .....   | 21          |
| 2.3.2 Forskning på elever som er yngre enn 3. trinn.....                   | 21          |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 2.3.3    | <i>Forskning på elever som er eldre enn 3. trinn</i> .....                               | 23        |
| 2.4      | OPPSUMMERING .....   | 26        |
| <b>3</b> | <b>TEORETISK RAMMEVERK .....</b>   | <b>29</b> |
| 3.1      | SPRÅKLIGE INDIKATORER PÅ PROSEDYREMESSIG OG BEGREPSMESSIG ARGUMENTASJON<br>29            |           |
| 3.1.1    | <i>Beskrivelse av kategoriene</i> .....  | 30        |
| 3.1.2    | <i>Indikatorene i tabellen</i> .....   | 31        |
| 3.1.2.1  | Bruk av personlig pronomener .....   | 32        |
| 3.1.2.2  | Grammatisk tid .....   | 33        |
| 3.1.2.3  | Logiske koblinger .....  | 34        |
| 3.1.2.4  | Multimodal argumentasjon.....  | 35        |
| 3.2      | TOULMIN SIN ARGUMENTASJONSMODELL.....  | 36        |
| 3.2.1    | <i>Påstand og belegg</i> .....   | 37        |
| 3.2.1.1  | Eksempel fra Krummheuer (1995) .....   | 38        |
| 3.2.2    | <i>Hjemmel</i> .....   | 38        |
| 3.2.3    | <i>Ryggdekning</i> .....   | 39        |
| 3.2.4    | <i>Kritikk av modellen</i> .....   | 39        |
| <b>4</b> | <b>METODE.....</b>   | <b>41</b> |
| 4.1      | VALG AV METODE .....   | 41        |
| 4.2      | DATAINNSAMLINGEN.....  | 42        |
| 4.2.1    | <i>Utforming av oppgavetekst</i> .....   | 42        |
| 4.2.2    | <i>Gjennomføring av datainnsamlingen</i> .....   | 44        |
| 4.2.2.1  | Introduksjonstime .....  | 45        |
| 4.2.2.2  | Stasjonsarbeid .....   | 47        |
| 4.2.2.3  | Pilotundersøkelse.....   | 47        |
| 4.2.3    | <i>Skriving av regnefortelling</i> .....   | 47        |
| 4.2.4    | <i>Semistrukturert intervju</i> .....  | 48        |
| 4.2.5    | <i>Videobservasjon</i> .....   | 49        |
| 4.2.6    | <i>Valg av informanter</i> .....   | 50        |
| 4.2.6.1  | Valg av informanter til datainnsamlingen .....   | 50        |
| 4.2.6.2  | Valg av informanter til analysen .....   | 51        |
| 4.3      | RAMMEVERK FOR ANALYSE AV SKRIFTLIGE REGNEFORTELLINGER OG MUNTlige<br>ELEVRESPONSER ..... | 53        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 4.3.1    | <i>Språklige indikatorer på prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon som analyseverktøy</i> .....           | 55        |
| 4.3.1.1  | Analyse av de skriftlige regnefortellingene.....  | 55        |
| 4.3.1.2  | Analyse av elevenes muntlige responser.....   | 58        |
| 4.3.2    | <i>Toulmin som analyseverktøy</i> .....   | 60        |
| 4.3.2.1  | Påstand.....  | 61        |
| 4.3.2.2  | Belegg.....   | 61        |
| 4.3.2.3  | Hjemmel.....  | 62        |
| 4.3.2.4  | Ryggdekning.....  | 62        |
| 4.4      | ETISKE HENSYN.....  | 63        |
| 4.5      | VALIDITET OG RELIABILITET.....  | 64        |
| 4.6      | OPPSUMMERING.....   | 65        |
| <b>5</b> | <b>ANALYSE OG DISKUSJON</b> .....   | <b>67</b> |
| 5.1      | ELEVENES SKRIFTLIGE ARGUMENTASJON.....  | 67        |
| 5.1.1    | <i>Svaret i regnefortellingene som påstand</i> .....  | 69        |
| 5.1.2    | <i>Personlig pronomener, grammatisk tid og logiske koblinger i elevenes belegg</i> .....                          | 70        |
| 5.1.3    | <i>Multimodal argumentasjon i belegget</i> .....  | 73        |
| 5.1.4    | <i>Implisitte og eksplisitte hjemler</i> .....  | 78        |
| 5.1.5    | <i>Bruk av hverdagsspråk som ryggdekning</i> .....  | 79        |
| 5.1.6    | <i>Elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i elevenes skriftlige argumentasjon</i> .....           | 81        |
| 5.2      | ELEVENES MUNTTLIGE ARGUMENTASJON.....   | 84        |
| 5.2.1    | <i>Verbalspråk og peking for å uttrykke påstanden</i> .....   | 85        |
| 5.2.2    | <i>Multimodal argumentasjon i elevenes belegg</i> .....   | 86        |
| 5.2.3    | <i>Hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap kommer til uttrykk i elevenes hjemler?</i> ..... | 91        |
| 5.2.4    | <i>Generalisering av ryggdekninger kan vise begrepsmessig argumentasjon</i> .....                                 | 95        |
| 5.2.5    | <i>Fingertelling som ryggdekning</i> .....  | 97        |
| 5.2.6    | <i>Elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i elevenes muntlige argumentasjon</i> .....             | 98        |
| 5.3      | SAMMENLIGNING AV ELEVENES SKRIFTLIGE OG MUNTTLIGE ARGUMENTASJON.....  | 101       |
| 5.3.1    | <i>Fra implisitte til eksplisitte hjemler og ryggdekninger</i> .....  | 101       |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 5.3.2    | <i>Bruken av logiske koblinger ga mer innsikt i analysen av de muntlige responsene</i>         | 103        |
| 5.3.3    | <i>Multimodal argumentasjon i de skriftlige regnefortellingene og muntlige responsene.....</i> | 103        |
| <b>6</b> | <b>KONKLUSJON.....</b>   | <b>105</b> |
| 6.1      | HVORDAN HAR ANALYSEN GITT INNSIKT I OPPGAVENS PROBLEMSTILLING?.....                            | 106        |
| 6.2      | EVALUERING AV ANALYSEVERKTØYET: HVA BLE DET IKKE GITT INNSIKT I? .....                         | 106        |
| 6.3      | HVA VILLE JEG GJORT ANNERLEDES?.....   | 107        |
| 6.4      | VEIEN VIDERE.....  | 108        |
| 6.5      | OPPGAVENS IMPLIKASJONER FOR UNDERVISNING.....  | 109        |
| <b>7</b> | <b>LITTERATURLISTE .....</b>   | <b>111</b> |
| <b>8</b> | <b>VEDLEGG.....</b>  | <b>A</b>   |
| 8.1      | VEDLEGG 1: INTERVJUGUIDE (1 AV 2) .....  | A          |
| 8.2      | VEDLEGG 1: INTERVJUGUIDE (2 AV 2) .....  | B          |
| 8.3      | VEDLEGG 2: INFORMASJONSSKRIV TIL FORESATTE (1 AV 3) .....                                      | C          |
| 8.4      | VEDLEGG 2: INFORMASJONSSKRIV TIL FORESATTE (2 AV 3) .....                                      | D          |
| 8.5      | VEDLEGG 2: INFORMASJONSSKRIV TIL FORESATTE (3 AV 3) .....                                      | E          |

## Liste over figurer

|  |    |
|--|----|
| Figur 2.1 Tegning i regnefortelling. Hentet fra «Et norsk- og matematikkfaglig blikk på matematiske tekster i en femteklasse» av O. Enge & M. Iversen, i J. Smith (Red.), Skrivning i alle fag - innsyn og utspill (s. 157-158), 2010, Trondheim: Tapir Akademisk Forlag. Gjengitt med tillatelse. ....            | 24 |
| Figur 2.2 Skriftlig argumentasjon til elev på 6. trinn. Hentet fra «Bevis og generalisering i skolen - utfordringer og muligheter» av E. K. Hovik & I. H. Solem, i E. K. Hovik & B. Kleive (Red.), Undervisningsvitenskap i matematikk (s. 57), 2016, Oslo: Cappelen Damm Akademisk. Gjengitt med tillatelse. .... | 26 |
| Figur 3.1 Oversettelse av Toulmin sin argumentasjonsmodell. Inspirasjon hentet fra «The ethnography of argumentation» av G. Krummheuer, i P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures (s. 245), 1995, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum. ....           | 37 |
| Figur 4.1 Oppgaveteksten som ble gitt til elevene .....  | 43 |
| Figur 4.2 Eksempel på argumentasjon i en regnefortelling .....   | 46 |
| Figur 4.3 35A sin regnefortelling .....  | 54 |
| Figur 4.4 Analyse av 35A sin skriftlige argumentasjon .....  | 56 |
| Figur 4.5 Analyse av 35A sin muntlige argumentasjon .....  | 59 |
| Figur 5.1 38A sin regnefortelling .....  | 71 |
| Figur 5.2 27B sin regnefortelling .....  | 74 |
| Figur 5.3 Analyse av 27B sin skriftlige argumentasjon .....  | 75 |
| Figur 5.4 35A sin regnefortelling .....  | 76 |
| Figur 5.5 Analyse av 35A sin skriftlige argumentasjon .....  | 77 |
| Figur 5.6 35A sin eksplisitte hjemmel .....  | 79 |
| Figur 5.7 Analyse av 35A sin muntlige argumentasjon .....  | 87 |
| Figur 5.8 35A sitt regnestykke i intervjuet .....  | 87 |
| Figur 5.9 Analyse av 27B sin muntlige argumentasjon .....  | 89 |
| Figur 5.10 Analyse av 29B sin muntlige argumentasjon .....   | 90 |
| Figur 5.11 Analyse av 34B sin muntlige argumentasjon .....   | 92 |
| Figur 5.12 Regnestykke i intervjuet med 34B .....  | 93 |
| Figur 5.13 Tegning i intervjuet med 34B .....  | 93 |
| Figur 5.14 Analyse av 32B sin muntlige argumentasjon .....   | 94 |
| Figur 5.15 Analyse av 38A sin muntlige argumentasjon .....   | 96 |

## Liste over tabeller

|   |    |
|---|----|
| Tabell 1 Oppsummering av tidligere forskning som har blitt presentert i kapittel 2 .....                  | 27 |
| Tabell 2 Teoretisk rammeverk .....  | 30 |
| Tabell 3 Oversikt over gjennomføringen av datainnsamlingen .....  | 45 |
| Tabell 4 Bruk av tegning i elevenes regnefortellinger og muntlige responser.....                          | 52 |
| Tabell 5 Elevenes forklaringer .....  | 52 |
| Tabell 6 Analyse av de seks elevene sine skriftlige regnefortellinger .....                               | 68 |
| Tabell 7 Elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i elevenes skriftlige argumentasjon ..... | 81 |
| Tabell 8 En oversikt over elevenes uttrykksformer i intervjuet. Plassert i Toulmin sin modell. ....       | 85 |
| Tabell 9 Elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i elevenes muntlige argumentasjon .....   | 99 |

# 1 Innledning

I denne oppgaven har jeg undersøkt de skriftlige og muntlige forklaringene til elever i 3. klasse, med bakgrunn i en regnefortelling de selv har skrevet. Formålet med denne studien var å finne ut hvordan seks elever uttrykte seg i matematikkfaget, og om det var mulig å knytte deres argumentasjon til ulike typer matematiske forståelser.

## 1.1 Argumentasjonen sin plass i matematikkfaget

Matematikk handler ikke bare om å finne det riktige svaret, det er vel så viktig at elevene danner seg en forståelse for hvorfor dette svaret er riktig, og at de har en evne til å begrunne dette. I denne oppgaven er det sentralt at elevene skal kunne utvikle en evne til å argumentere for løsningen i sine regnefortellinger, og utvikle resonnementer for å kunne komme frem til løsningen. Hovik og Solem (2013, s. 121) referer til Cramer 2011 og skriver at: «En viktig hensikt med å arbeide med begrunnelser, bevis og bevislignende aktiviteter på barnetrinnet er at elevene lærer å argumentere i matematikk (*«learn to argue»*) og lærer matematikk ved å argumentere (*«argue to learn»*).» Videre trekker de frem at «Vesentlige aspekter knyttet til dette er nettopp å resonnerer og kommunisere sitt resonnement til andre, begrunne og gjøre rede for sin tankegang underveis mot en løsning. I skolesammenheng kan det ofte være vel så viktig som selve løsningen» (Hovik & Solem, 2013, s. 121). Når elevene utvikler en evne til å begrunne, kan man si at elevene beveger seg fra å kun ha fokus på prosedyrene de utfører til å bruke sin begrepsmessige forståelse til å forstå hvorfor svaret deres er riktig. Dette kan knyttes til begrepene *prosedyremessig argumentasjon* og *begrepsmessig argumentasjon* som blir redegjort for i kapittel 1.3.4.4. I matematikkfaget kan dette føre til at elevene utvikler en evne til å generalisere ideene sine til andre problemer. Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) trekker frem resonneringskompetansen som en av de fem trådene som matematisk ferdighet består av. De beskriver denne kompetansen som evnen til å tenke logisk, reflektere, forklare og begrunne (Kilpatrick et al., 2001, s. 116). Enge og Iversen (2010) oppsummerer Kilpatrick, et al. (2001) og Carpenter, Franke og Levi (2003) sin beskrivelse av argumentasjonens rolle i matematikken på denne måten:

Resonneringskompetansen er det som holder matematikken sammen. Den brukes til å holde styr på alle fakta, prosedyrer, begreper og løsningsmetoder og for å se at disse elementene henger sammen, og at denne sammenhengen er til å forstå. En viktig manifestasjon av en slik resonneringskompetanse er evnen til å begrunne og

argumentere for det man har gjort. Det tar tid å utvikle evnen til å begrunne sine løsninger, men skal elever lære matematikk med forståelse, så må de lære hva som er et gyldig matematisk argument (Enge & Iversen, 2010, s. 147).

I 2020 trer en ny læreplan i kraft hvor resonnering og argumentasjon blir et kjerneelementene i matematikkfaget (Kunnskapsdepartementet, 2018). Utdanningsdirektoratet (2017) trekker frem at kjerneelementer er det viktigste innholdet i faget, og de beskriver hva elevene må lære for å kunne bruke og mestre faget. Når 'resonnering og argumentasjon' blir et av kjerneelementene, vil det kunne føre til at argumentasjon får en tydeligere plass i undervisningen fremover. Dette kjerneelementet blir beskrevet som:

Elevene skal forstå at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser. Elevene må kunne følge og vurdere matematiske resonneringer. Elevene må også lære å utforme sine egne resonneringer både for å løse problemer og for å argumentere for framgangsmåter og løsninger. (Kunnskapsdepartementet, 2018, s. 15).

Utdanningsdirektoratet (u.å.) skriver i sin beskrivelse av de grunnleggende ferdighetene i matematikkfaget at å arbeide med argumentasjon er sentralt både i skriftlig og muntlig arbeid i faget. Utdanningsdirektoratet (u.å.) skriver at muntlige ferdigheter i matematikkfaget blant annet innebærer: «argumentere ved hjelp av både et uformelt språk, presis fagterminologi og begrepsbruk. Det vil si å være med i samtaler, kommunisere ideer og drøfte matematiske problemer, løsninger og strategier med andre». Dette viser at elevenes språk står sentralt for å kunne uttrykke argumentasjonen. Utdanningsdirektoratet (u.å.) trekker også frem at det å skrive i matematikkfaget innebærer å «... beskrive og forklare en tankegang (...) Skrivning i matematikk er et redskap for å utvikle egne tanker og egen læring». Dette viser at elevene kan gi uttrykk for sine tanker både skriftlig og muntlig.

## 1.2 Innsikt i elevers tenkning

I avsnittet ovenfor ble det beskrevet hvordan man kan få innsikt i elevers tanker både skriftlig og muntlig. Dette kan ses i sammenheng med Enge og Iversen (2010) som peker på at:

Formålet med matematiske tekster, især regnefortellinger, er å klarlegge og utdype forståelsen for matematiske begreper hos elever og å invitere dem til å bruke sine verbale evner og kreativitet i sin skriving om matematiske problemstillinger – og ikke minst å gi lærere innsikt i elevenes matematiske tenkning (Enge & Iversen, 2010, s. 143).

Med bakgrunn i dette vil det være viktig å undersøke elevenes skriftlige tekster og bruk av andre uttrykksformer for å få innsikt i deres tenkning. Burton (2002) støtter opp om Enge og Iversen (2010) sitt utsagn og hun skriver at «Children's narratives can further provide information for teachers regarding their mathematical development» (Burton, 2002, s. 1). Slik jeg forstår Burton (2002) trekker hun frem at en narrativ tilnærming i matematikkfaget, vil innebære at elevene blir akseptert som forfattere i klasserommet og deres forståelse blir uttrykt gjennom fortellingene de skaper. Dette vil kunne gi elevene et eierskap til tenkningen de uttrykker, samtidig som læreren kan få innsikt i elevenes tenkning. Klemp, Nilssen, Strømman og Dons (2016, s. 135) trekker frem Ernest (1998) og Pimm (1987) sin forskning når de skriver at «Forskning viser at det er viktig for læring i matematikk at elevene kan sette ord på hvordan de tenker og går fram når de løser oppgavene». Dette understreker viktigheten av å undersøke elevers tenkning i matematikkfaget.

### 1.3 Begrepsredegjørelse

I de kommende avsnittene vil det bli redegjort for begreper som er sentrale i denne oppgaven, slik at problemstillingen som blir presentert i kapittel 1.4 blir tydeliggjort. Ved å redegjøre for begrepene gis det også innsikt i hvilken forståelse for begrepene som blir lagt til grunn i denne oppgaven. Da det i den nye læreplanen vil bli et økt fokus på argumentasjon, vil det i denne oppgaven bli relevant å forklare hva som menes med matematisk argumentasjon. Slik det kom frem i kapittel 1.1 kan elevenes argumentasjon komme til uttrykk både muntlig og skriftlig. Med bakgrunn i dette vil det være relevant å gjøre rede for begrepene uttrykksform, multimodalitet og multimodal argumentasjon. I denne oppgaven blir regnefortellinger brukt som et verktøy for å få innsikt i elevenes argumentasjon, og det vil derfor være relevant å se nærmere på hva en regnefortelling kan forstås som. Til slutt vil begrepene prosedyremessig argumentasjon og begrepsmessig argumentasjon bli redegjort for. Disse begrepene baserer seg på prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap, og formålet med studien er å finne ut om det var mulig å knytte elevenes argumentasjon til ulike typer matematiske forståelser.

### 1.3.1 Matematisk argumentasjon

Argumentasjon er et sentralt begrep i matematikken. Dette underbygges av at argumentasjon vil være et av kjerneelementene i den nye læreplanen, som nevnt i kapittel 1.1. Denne oppgaven søker innsikt i den argumentasjonen som elevene bruker når de presenterer sine løsninger på matematiske problemer. Krummheuer kan ses på som en relevant teoretiker på argumentasjon i matematikk, da han har brukt Toulmin sin argumentasjonsmodell i matematikkfaget (Krummheuer, 1995). Med bakgrunn i dette er det Krummheuer sin forståelse av argumentasjon som vil bli lagt til grunn i denne oppgaven.

Toulmin (2003, s. 116) presenterer to former for argumentasjon: analytisk og substansiell. I følge Toulmin (2003, s. 116) kan en argumentasjon bare omtales som analytisk hvis ryggdekningen uttrykker, implisitt eller eksplisitt, den informasjonen som har blitt formidlet i konklusjonen, og argumentasjonen vil da være logisk korrekt. Da vil argumentasjonen ha følgende rekkefølge: belegg  $\rightarrow$  ryggdekning  $\rightarrow$  påstand. Krummheuer (1995, s. 235) skriver at argumentasjonen må være knyttet opp til formell logikk for å være et bevis. Dermed vil analytisk argumentasjon i matematikken kunne være lik som bevisføring. Videre trekker Krummheuer (1995, s. 235) frem at «There are more human activities and human efforts that are argumentative, but not in a strictly logical sense». Denne formen for argumentasjon omtales som substansiell. Krummheuer (1995, s. 236f) peker på at for å få innsikt i argumentasjon som finner sted i matematikklasserom i grunnskolen, vil det være hensiktsmessig å se på den substansielle argumentasjonen. Han refererer til Struve (1990) for å begrunne at barn sjeldent befinner seg på et aksiomatisk nivå, og vil dermed heller ikke produsere argumenter som kan kategoriseres som analytiske (Krummheuer, 1995, s. 236f). I denne oppgaven skal jeg studere argumentasjonen til elever på 3. trinn, og vil med bakgrunn i Krummheuer (1995) derfor ha fokus på den substansielle argumentasjonen, da den matematiske argumentasjon hos elever på grunnskolen omhandler mer enn bevisføring.

Krummheuer (1995, s. 231) forklarer argumentasjon som det å forklare resonnementene som ligger bak en løsning, med hensikt om å gi uttrykk for dette. Her finnes det likheter til Enge og Valenta (2011) som understreker viktigheten av å skille mellom det å forklare hva som har blitt gjort, og «... *hvorfor* man kan gjøre det, *hvordan* vet man at det går an å regne slik» (Enge & Valenta, 2011, s. 29). De peker på at det å se på *hvorfor* og *hvordan* er det som omhandler

argumentasjon, mens *hva* handler om fremgangsmåten. Med bakgrunn i dette kan man si at å argumentere handler både om å forklare hvordan man kommer frem til noe og å tilegne seg en forståelse for hvorfor for eksempel svaret man får er riktig. Videre ser Krummheuer (1995, s. 229) på argumentasjon som et sosialt fenomen, hvor deltakere prøver å justere sine tolkninger og intensjoner ved å gi muntlige begrunnelser for sine synspunkt. Denne prosessen handler om å overbevise både seg selv og andre om resonneringen som blir gitt (Krummheuer, 1995, s. 246f). Carpenter et al. (2003) skriver at

In order to make sense of the concepts and procedures that they are learning, children justify the concepts and procedures to themselves. As they share their ideas and are asked to convince others that a procedure they have used to solve a problem is valid, they have to use arguments that are convincing to other people (Carpenter et al., 2003, s. 85).

Dette sitatet kan ses på som en støtte til Krummheuer (1995) sin tanke om at argumentasjon handler om å overbevise seg selv og andre. Å forstå argumentasjon som å overbevise finnes også i Mueller, Yankelewitz, og Maher (2012, s. 376) som skriver at: «We defined a mathematical argument as a mathematical explanation intended to convince oneself or others about the truth of a mathematical idea».

I denne oppgaven blir argumentasjon forstått som det elevene legger til grunn for å begrunne svaret i regnefortellingen sin. Det vil bli lagt vekt på hvordan elevene prøver å overbevise oss studenter i de skriftlige regnefortellingene, og meg som intervjuer i etterkant av skrivingen.

### 1.3.2 Uttrykksform, multimodalitet og multimodal argumentasjon

Slik det ble beskrevet i kapittel 1.1 kan elevenes argumentasjon uttrykkes skriftlig og muntlig. Da jeg i denne oppgaven har undersøkt elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon, vil det i dette kapitlet bli gjort rede for begrepene uttrykksform, multimodalitet og multimodal argumentasjon. Johnsen-Høines (2011, s. 70) skriver om begrepsuttrykk, som hun forklarer som «... alt uttrykk for tanken; muntlig språk, tegn, kroppsspråk». Hun trekker frem at «Når vi uttrykker oss, forteller vi hva vi tenker» (Johnsen-Høines, 2011, s. 61). Med bakgrunn i dette blir elevenes tenkning uttrykt gjennom ulike uttrykksformer, og det finnes da flere ulike måter å uttrykke tenkningen på. Også begrepene modalitet og representasjoner kan ses i sammenheng

med begrepet uttrykksform. I denne oppgaven har jeg valgt å bruke begrepet 'uttrykksform'. Jewitt og Kress (2003, s. 1) bruker begrepet 'mode', som kan ses på som den engelske oversettelsen av uttrykksform. De trekker frem at mode kan ses på som ressurser for å skape mening. Det å uttrykke tankene sin kan ses på som et forsøk på å skape en mening. Groarke (2014, s. 140) ser uttrykksformer i sammenheng med argumentasjon når han definerer mode som «... I will define modes in terms of the ingredients (the 'material', the 'stuff') an arguer uses and arranges when they engage in an act of arguing». Jewitt og Kress (2003, s. 2) trekker blant annet frem skrivning, tale og tegning som eksempler på uttrykksformer. Enge og Iversen (2010, s. 145) peker på at «Inskripsjoner som bilder, tegninger, grafer og tabeller er primære representasjonsformer i matematikkfaget. Verbalspråket er dermed ofte supplerende». Hvilken rolle uttrykksformene spiller for å skape mening kan ses i sammenheng med begrepet 'modal affordans'. Maagerø og Tønnesen (2014) forklarer 'modal affordans' som «... ulike modaliteter, har ulike fortrinn og begrensninger». Dette innebærer altså at i en multimodal tekst kan en tegning bidra med noe, mens en tekst kan bidra med noe annet for å skape mening.

Jewitt og Kress (2003, s. 2) peker på at «... modes rarely, if ever, occur alone». Dette kan knyttes opp til begrepet multimodalitet. Jewitt, Bezemer og O'Halloran (2016) presenterer tre sentrale punkter for å forstå hva multimodalitet innebærer:

1. Meaning is made with different semiotic resources, each offering distinct potentialities and limitations.
2. Meaning making involves the production of multimodal wholes.
3. If we want to study meaning, we need to attend to all semiotic resources being used to make a complete whole (Jewitt et al., 2016, s. 3).

Med bakgrunn i disse tre punktene kan multimodalitet forstås som at mening skapes gjennom bruk av flere uttrykksformer, som har ulike muligheter og begrensninger å komme med. Når man studerer multimodaliteten i en tekst vil det være sentralt å se på hvordan uttrykksformene fungerer sammen, altså samspillet mellom dem. Hvilke uttrykksformer gir mulige begrensninger for det som kommer til uttrykk, og hvilke uttrykksformer gir muligheten for økt meningsskaping? I denne oppgaven vil det å studere hva som blir uttrykt gjennom de ulike uttrykksformene være relevant for å få innsikt i elevenes tanker. Multimodalitet kan både knyttes til matematiske tekster (Ulland, Røskeland & Herheim, 2018; Hovik & Solem, 2013; Hovik & Solem, 2016) og muntlig kommunikasjon (Johansson, Lange, Meaney, Riesbeck &

Wernberg, 2014; Severina & Meaney, under utgivelse). Da jeg i denne oppgaven både skal analysere elevenes skriftlige regnefortellinger og deres muntlige responser, er det viktig å se på multimodalitet både knyttet til skrevne tekster og muntlige responser. Forskning på uttrykksformer og multimodalitet i matematikk, vil bli presentert i kapittel 2.

Det vil også være hensiktsmessig å redegjøre for begrepet multimodal argumentasjon, da dette begrepet er sentralt videre i oppgaven. Tseronis (2013) forklarer multimodal argumentasjon som:

... an activity, in which more than one mode, other than the verbal one (be it spoken or written), play a role, aimed at convincing another party (present or implicit) of the acceptability of a standpoint that has been put (or is likely to be put) into question. (Tseronis, 2013, s. 7f).

Med bakgrunn i dette sitatet vil multimodal argumentasjon i denne oppgaven bli forstått som at elevene tar i bruk to eller flere uttrykksformer for å argumentere for at svaret i regnefortellingen deres er riktig. Dette kan da både omhandle argumentasjon med skriftlige og muntlige uttrykksformer.

### 1.3.3 Regnefortelling

I denne oppgaven blir regnefortelling brukt som et verktøy for å undersøke elevenes argumentasjon. Geir Botten (2011, s. 183) forklarer regnefortellinger som «... kortere eller lengre historier som inneholder matematiske opplysninger». Denne definisjonen kan fremstå som vid, i den forstand at det ikke blir lagt bestemmelser for nærmere innhold enn at regnefortellingen skal inneholde matematiske opplysninger. Det blir heller ikke lagt føringer for hvordan regnefortellingen skal skrives. I denne oppgaven ser jeg derfor et behov for å utvide denne definisjonen med utgangspunkt i Klemp et al. (2016) sin forklaring av begrepet. De forklarer regnefortellinger som «... åpne oppgaver der elevene skriver en fortellende tekst med utgangspunkt i konkrete matematiske regneoperasjoner, ofte addisjon eller subtraksjon. Fortellinga skrives enten på grunnlag av et oppgitt regnestykke, eller gjennom å la elevene bruke egne regnestykker som så kan løses ved hjelp av hoderegning og illustrasjon. En sammenlesing av tekst og illustrasjon gir svaret på oppgaven» (Klemp et al., 2016, s. 133). Denne forklaringen trekker frem flere aspekter med regnefortellinger. Det er en fortellende tekst

som inneholder matematiske regneoperasjoner, elevene løser regnestykker og det krever en sammenlesing av tekst og illustrasjon. Med bakgrunn i det sistnevnte kan regnefortellinger ses på som multimodale, et begrep som ble redegjort for i kapittel 1.3.2.

Med bakgrunn i det som har blitt skrevet i dette avsnittet, vil en regnefortelling i denne oppgaven forstås som en åpen oppgave hvor elevene utvikler et problem og svarer på dette problemet ved bruk av fortellende tekst og andre uttrykksformer. Disse beskrivelsene av en regnefortelling gir uttrykk for at en regnefortelling er en multimodal tekst.

#### 1.3.4 Prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon

I denne oppgaven vil jeg studere elevenes matematiske argumentasjon og se om det er mulig å knytte denne til prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap. At elevene får en forståelse for hvorfor svaret er riktig og utvikler en evne til å begrunne dette, ble i kapittel 1 trukket frem som viktige deler av matematikkfaget. Dermed er det sentralt å få innsikt i elevenes tenking, for å se hvilken forståelse elevene har. Med bakgrunn i dette søker denne studien innsikt i hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap elevene gir uttrykk for i sin argumentasjon.

I dette kapitlet vil det bli presentert hvordan de to formene for kunnskap har blitt gjort rede for i litteraturen. Å se prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i sammenheng med argumentasjonsbegrepet på denne måten, har ikke blitt forsket på tidligere. Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) har i sin studie sett på noe lignende, da de studerte syv til ni år gamle elever sine mentale utregninger, og kategoriserte deres muntlige responser i kategoriene: *particular*, *generic* og *general*. Videre i oppgaven vil jeg omhandle begrepene som ‘spesifikk’, ‘generic’ og ‘generell’. Betegnelsen ‘generic’ blir beholdt videre, da det ikke ble funnet en god norsk oversettelse. Disse kategoriene blir i dette kapitlet sett i sammenheng med prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap for å utvikle begrepene prosedyremessig argumentasjon og begrepsmessig argumentasjon.

#### 1.3.4.1 Prosedyremessig kunnskap

Hiebert og Lefevre (1986, s. 6) skriver om begrepene *procedural knowledge* og *conceptual knowledge*. Begrepene har blitt oversatt til *prosedyremessig kunnskap* og *begrepsmessig kunnskap* av Per Frostad (1995). Denne oversettelsen vil bli brukt videre i denne oppgaven. Hiebert og Lefevre (1986) deler prosedyremessig kunnskap i to deler. Den første delen handler om at elever kan ha kunnskap om matematiske symboler og syntaksen i matematikken. Dette betyr at en elev med prosedyremessig kunnskap vil akseptere en oppbygging som  $3.5 \div \square = 2.71$ , mens  $6 + \square = 2$  vil ikke være akseptert. Elevene med denne kunnskapen er oppmerksom på strukturene i matematikken, men det betyr ikke at de nødvendigvis har kunnskap om hvorfor det er slik eller hva svaret vil bli. Den andre delen omhandler elevenes oppmerksomhet rundt prosedyrer og regler for å finne løsningen på et matematisk problem (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 6).

Ved å se Hiebert og Lefevre (1986) sin definisjon av prosedyremessig kunnskap opp mot Kilpatrick et al. (2001) sitt begrep *procedural fluency*, finnes det flere likheter. Kilpatrick et al. (2001, s. 121) omtaler *procedural fluency* som å «ha kunnskap om prosedyrer, kunnskap om når og hvordan man skal bruke prosedyrene på riktig måte og ferdigheter i å utføre prosedyrene fleksibelt, nøyaktig og effektivt». Begge definisjonene omhandler det å vite hvordan en prosedyre utføres og ha kunnskap om når det passer å bruke den gitte prosedyren, og kan dermed ses i sammenheng med hverandre.

Skemp (1976) skiller mellom begrepene instrumentell forståelse og relasjonell forståelse. Wæge og Nosrati (2015) knyttet Skemp sine begreper opp mot Hiebert og Lefevre (1986) prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap, men det blir ikke utdypet hvordan disse er i relasjon med hverandre. Skemp (1976, s. 20) definerer instrumentell forståelse som «... rules without reasons». I dette legger han det å lære seg en regel og vite hvordan denne brukes for å utføre prosedyrer. Det finnes likhetstrekk mellom Skemp (1976) sin definisjon av instrumentell forståelse og Hiebert og Lefevre (1986) sin definisjon av prosedyremessig kunnskap, da fokuset på å utføre prosedyrer er sentralt hos begge. Skemp (1976) sitt begrep 'instrumentell forståelse' kan knyttes til det å kunne forklare hva som har blitt gjort for å komme frem til svaret, men at dette ikke nødvendigvis betyr at eleven vet hvorfor svaret er korrekt. Dette kan ses i

sammenheng med Hiebert og Lefevre (1986) som peker på at elevene med prosedyremessig kunnskap kan utføre en prosedyre, men ikke nødvendigvis vet hvorfor den blir utført slik.

Rittle-Johnson, Siegler og Alibali (2001, s. 346) peker på at prosedyremessig kunnskap er knyttet til spesifikke typer problem, som gjør at evnen til generalisering er begrenset. Mangelen på generalisering kan knyttes til Bills og Gray (2001, s. 153) sin kategori spesifikk, som omhandler at eleven tar i bruk spesifikke tall som ikke kan generaliseres.

#### *1.3.4.2 Begrepsmessig kunnskap*

Når eleven har evnen til å se sammenhenger mellom kunnskap som har blitt lært tidligere og den nye kunnskapen eleven møter på, har de utviklet en begrepsmessig kunnskap (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 3f). Elevens kunnskap blir ikke sett på som separate deler, men eleven klarer å binde delene sammen til en helhet. Dermed har eleven evne til å bruke en forståelse som han eller hun har tilegnet seg i én sammenheng, for å forstå andre sammenhenger han eller hun møter på. Hiebert og Lefevre (1986, s. 5) skiller mellom to ulike nivå av det å kunne se sammenheng mellom kunnskap. På det første nivået har elevene evne til å se kunnskap i sammenheng med hverandre innenfor samme matematiske emne, som for eksempel desimaltall. Mens på det neste nivået er sammenhengene ikke knyttet til en konkret kontekst, men er mer generelle.

Begrepsmessig kunnskap kan ses i sammenheng med begrepet *conceptual understanding* som Kilpatrick et al. (2001, s. 116) ser på som en av de fem trådene matematisk ferdighet består av. De definerer dette som «forståelse av matematiske konsepter, operasjoner og relasjoner» (Kilpatrick et al., 2001, s. 116). Det å ha evnen til å se sammenhenger, som Hiebert og Lefevre (1986) trekker frem som et kjennetegn på begrepsmessig kunnskap, kan føre til at elevene utvikler en forståelse for matematiske relasjoner, konsepter og operasjoner. Med bakgrunn i dette kan Kilpatrick et al. (2001) sin forståelse for *conceptual understanding* bli sett i sammenheng med Hiebert og Lefevre (1986) sin definisjon av begrepsmessig kunnskap. Rittle-Johnson og Alibali (1999) har i sin forskning sett på elevenes forståelse for likhetstegnets ekvivalens, altså at verdien av tallene på hver side av likhetstegnet skal være lik, som

begrepsmessig kunnskap. Dette er med på å understreke at forståelse av relasjoner er en del av elevenes begrepsmessige kunnskap.

I likhet med at Skemp (1976) sitt begrep instrumentell forståelse kan ses i sammenheng med Hiebert og Lefevre (1986) sitt begrep prosedyremessig kunnskap, kan relasjonell forståelse og begrepsmessig kunnskap knyttes sammen. Relasjonell forståelse definerer Skemp (1976, s. 20) som evnen til å både vite hva som blir gjort og hvorfor det blir gjort. Da det å kunne ha evnen til å se relasjoner i matematikken gjør at man har en forståelse hva som har blitt gjort og det ligger en dypere forståelse til grunn for hvorfor det har blitt gjort. Med bakgrunn i dette kan relasjonell forståelse knyttes til begrepsmessig kunnskap i denne oppgaven.

Rittle-Johnson et al. (2001, s. 346f) peker på begrepsmessig kunnskap ikke er tilknyttet et spesifikt problem, noe som gjør denne kunnskapen fleksibel og generaliserbar. Dette kan knyttes til Hiebert og Lefevre (1986) sin forståelse for begrepene, hvor de trekker frem at kunnskap kan ses i sammenheng med annen kunnskap. Med bakgrunn i dette kan Rittle-Johnson et al. (2001) sin definisjon av begrepsmessig kunnskap knyttes opp til Bills og Gray (2001) sin kategori 'generell', hvor eleven sin respons kan generaliseres til andre tilfeller. Denne kategorien kan ses på som mer generaliserende enn kategorien 'generic', hvor elevene bruker spesifikke tall for å beskrive en prosedyre (Bills & Gray, 2001, s. 153).

#### *1.3.4.3 Sammenhengen mellom prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap*

Jeg vil nå se på sammenhengen mellom begrepene prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap. Å presentere forskning knyttet til dette kan være sentralt for å si noe om elevenes videre utvikling av de to formene for kunnskap, og det vil kunne gi et bilde på hva som kan forventes å finne i denne oppgavens datamateriale.

Hiebert og Lefevre (1986, s. 2) trekker frem at tidligere ble prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap sett på som to separerte enheter, mens begrepene blir nå sett i relasjon med hverandre. Videre peker de på at i matematikkfaget er det viktig at elever tilegner seg både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap, og at kunnskapene fungerer sammen for å oppnå best mulig kompetanse i matematikkfaget. Hvis det ikke eksisterer en relasjon mellom

begrepene kan det tenkes at elevene enten kan utføre prosedyrer, men ikke har en forståelse for hva de gjør, eller at de har en forståelse for sammenhenger i matematikk, men de kan ikke utføre prosedyrer (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 9). Dette kan knyttes opp til Kilpatrick et al. (2001) som ser på procedural fluency og conceptual understanding som to av fem tråder for å beskrive matematisk ferdighet. Med dette understrekes viktigheten av å ha begge formene for kunnskap i matematikkfaget.

Hiebert og Lefevre (1986, s. 3) skriver at ikke all kunnskap kan kategoriseres som enten prosedyremessig eller begrepsmessig. Det kan hende at kunnskapen kan kategoriseres som en blanding mellom dem, eller at kunnskapen ikke ser ut til å være preget av noen av dem. De peker på et eksempel hvor det kan være vanskelig å skille mellom prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap, som også viser at begge kunnskapene kan være tilstede samtidig. Hvis elever skal regne ut  $8+9=\square$  kan det tenkes at de kombinerer kjent kunnskap om at  $8+8=16$ , og kunnskap om relasjoner mellom tall ved at de vet at 9 er en mer enn 8 (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 9). Her vil den kjente kunnskapen om at  $8+8=16$  være prosedyremessig kunnskap, mens det å ha evnen til å se og bruke relasjoner mellom tallene er begrepsmessig kunnskap. Dette kan ses i sammenheng med Rittle-Johnson et al. (2001, s. 347) som trekker frem at «... at a particular point in time, one type of knowledge might be better developed than the other, but it is not meaningful to say children «have» one type of knowledge but «do not have» the other type». Dette er sentralt i denne oppgaven, da hensikten ikke er å kategorisere elevens argumentasjon som enten prosedyremessig eller begrepsmessig, men å få et innblikk i hvilke elementer av de to kunnskapene elevene innehar. Oppgaven søker innsikt i hvor elevene befinner seg akkurat nå og hva som kan utvikles videre. Både Rittle-Johnson og Alibali (1999) og Rittle-Johnson et al. (2001) understreker i sine studier at utviklingen av de to formene for kunnskap skjer i samspill med hverandre. Hvis elevens kunnskap innenfor den ene formen for kunnskap øker, for eksempel prosedyremessig kunnskap, vil den andre formen for kunnskap også øke. Deretter vil økningen i den begrepsmessige kunnskapen igjen gjøre at den prosedyremessige kunnskapen øker (Rittle-Johnson & Alibali, 1999, s. 188; Rittle-Johnson et al., 2001, s. 353). Dette kan gi innsikt i hvordan det er forventet at elevenes kunnskap skal videreutvikles.

#### *1.3.4.4 Prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon*

Med bakgrunn i begrepsredegjørelsen i avsnittene over, har det blitt utformet definisjoner av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap, som vil ligge til grunn i denne oppgaven. Prosedyremessig kunnskap blir sett på som kunnskap som omhandler evnen til å utføre en prosedyre, men elevene som innehar denne kunnskapen vil ikke nødvendigvis ha evnen til å forklare hvorfor prosedyren fungerer. Kunnskapen er ikke generaliserbar til andre tilfeller. Begrepsmessig kunnskap omhandler evnen til å se relasjoner, og kunne bruke en kjent forståelse i en ny sammenheng. Kunnskapen innebærer å ha en forståelse for operasjonene som blir utført. Prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap vil nå ses i sammenheng med argumentasjonsbegrepet.

Slik det kom frem i kapittel 1.3.4, vil Bills og Gray (2001) sine kategorier: ‘spesifikk’, ‘generic’ og ‘generell’, kunne ses i sammenheng med prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap for å utarbeide begrepene prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon. Selv om Bills (2001) ikke skriver eksplisitt at han undersøker elevenes argumentasjon, vil jeg i denne oppgaven likevel trekke en parallell til studier av argumentasjon da han er opptatt av hvordan elevene snakker om sin prosedyre. Da Bills og Gray (2001) og Rittle-Johnson et al. (2001) ble sett i sammenheng tidligere i teksten, ble prosedyremessig kunnskap sett på som kategorien spesifikk, mens begrepsmessig kunnskap ble sett på som kategorien generell. Ved å se Bills (2001) i sammenheng med de utarbeidede definisjonene av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap, vil følgende beskrivelser være gjeldende for å undersøke elevenes argumentasjon:

- Hvis elevene baserer sine argumenter på utførelsen av prosedyrer med spesifikke tall, og de ikke klarer å forklare nærmere hvorfor prosedyren fungerer, vil argumentasjonen deres være en prosedyremessig argumentasjon.
- Klarer elevene å se og bruke relasjoner mellom tall, ser ut til å ha en forståelse for operasjonene de utfører og klarer å generalisere forståelsen til flere sammenhenger, vil argumentasjonen deres være en begrepsmessig argumentasjon.

Definisjonene viser at de to formene for kunnskap inneholder flere elementer. I oppgavens analyse vil det bli sett på hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap som blir uttrykt i elevenes argumentasjon. Selv om det finnes likheter mellom Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin studie og denne oppgavens studie, finnes det også forskjeller. Bills

(2001; 2002) og Bills og Gray (2001) analyserer kun det muntlige hos elevene, mens i denne oppgaven vil elevenes skriftlige regnefortelling også bli analysert. Deres forskning ble utført i Storbritannia, mens jeg i denne oppgaven vil studere elevenes argumentasjon i den norske skolen. Å sammenligne denne studien med Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin studie gir en mulighet for å illustrere likheter og forskjeller mellom studiene, og hvordan disse kan gi innsikt i elevenes prosedyremessige og begrepsmessige kunnskap. For å få innsikt i elevenes argumentasjon, har det i denne oppgaven blitt utviklet et teoretisk rammeverk som tar utgangspunkt i teorien og den tidligere forskningen som har blitt lagt til grunn i denne begrepsredegjørelsen. Rammeverket vil bli presentert i kapittel 3.

#### 1.4 Problemstilling og avgrensning av tema

Med bakgrunn i argumentasjonen sin plass i matematikkfaget, og muligheten til å få innsikt i elevenes tanker ved å studere deres uttryksformer, ønsker jeg å studere elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon for å identifisere hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap som finnes her. For å få dypere innsikt i elevenes tenkning, har jeg begrenset utvalget informanter til seks elever og i oppgaven vil både elevenes skriftlige regnefortellinger og muntlige elevresponser bli analysert. Problemstillingen som ligger til grunn i denne oppgaven er:

*Hvordan kommer prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap til uttrykk i den skriftlige og muntlige matematiske argumentasjonen til seks elever på 3. trinn?*

For å få innsikt i problemstillingen, vil det være hensiktsmessig å studere hvilke elementer av matematisk kunnskap som kommer til uttrykk gjennom ulike uttryksformer. Slik det fremkom i kapittel 1.3.4.3, vil det ikke være hensiktsmessig å kategorisere elevenes argumentasjon som enten prosedyremessig eller begrepsmessig, da dette er kunnskap som må ses i relasjon med hverandre. Med bakgrunn i dette søker oppgaven innsikt i hvilke elementer av de to kunnskapene elevene gir uttrykk for. I denne oppgaven er jeg interessert i å se om elevene ser ut til å ha en innsikt i hvorfor svaret i regnefortellingen deres er riktig eller ikke, og hvordan de argumenterer for dette. Oppgaven søker innsikt i om eleven baserer sine argumenter på utførelsen av prosedyrer med spesifikke tall, hvor de ikke klarer å forklare prosedyren. Eller

om elevene har en forståelse for operasjonene de bruker, og klarer å generalisere denne forståelsen til flere sammenhenger. Det er viktig å understreke at elevene kan ha mer eller annen kunnskap enn det som blir uttrykk for i deres skriftlige regnefortellinger og muntlige responser, men at det i denne oppgaven bare kan identifiseres elementer av prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon som gis uttrykk for.

For å spisse oppgavens problemstilling, har jeg utformet underspørsmål som viser hva oppgaven vil konsentrere seg om:

1. Hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap kommer til uttrykk i elevenes skriftlige argumentasjon?
2. Hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap kommer til uttrykk i elevenes muntlige argumentasjon

I oppgaven vil det også bli foretatt en sammenligning av elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon. Begrunnelsen for dette var å se om de samme elementene av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap ble synliggjort i elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon. Slik det kommer frem i kapittel 4.2.4, kan en kombinasjon av skriving av regnefortellinger og muntlig intervju gi innsikt i flere ulike uttrykksformer, og dermed dypere innsikt i elevenes tekning. Sammenligningen vil vise hvordan elevenes tekning blir uttrykt gjennom ulike uttrykksformer, og om det finnes likheter og forskjeller mellom skriftlige og muntlige uttrykksformer.

## 1.5 Prosjektbeskrivelse

Denne oppgaven er en del av prosjektet LATACME, som er en forkortelse for Learning about teaching argumentation for critical mathematics education in multilingual classrooms (Lange og Meaney, 2019). For å plassere denne studien i LATACME-prosjektet, har jeg basert meg på rammeverket som ble beskrevet i Lange og Meaney (2019). Da jeg i denne oppgaven har et elevperspektiv, vil oppgaven plasseres som fokus på den som lærer. Oppgaven søker innsikt i elevenes argumentasjon, og med bakgrunn i dette vil studien omhandle det å lære noe i matematikken. Datainnsamlingen til denne studien er gjort i samarbeid med tre medstudenter: Birgitte Åsheim, Silje Havdal og Helene Garfjeld Magnussen, som en del av deltakelsen i delprosjektet «Produksjon av regnefortellinger for å fremme matematisk forståelse».

## 1.6 Oppgaven sin struktur

Denne oppgaven er delt inn i seks hovedkapitler. Kapittel 2 presenterer tidligere forskning om matematisk argumentasjon på barneskolen, studier av elevers skriftlige og muntlige argumentasjon i Toulmin sin argumentasjonsmodell, og uttrykksformer elever bruker for å uttrykke matematisk argumentasjon. I kapittel 3 blir oppgavens teoretiske rammeverk beskrevet. Dette består av Toulmin sin modell og fire språklige indikatorer, inspirert av Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin forskning, som gir innsikt i om elevenes argumentasjon har elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap. Videre blir studiens metode lagt frem i kapittel 4. Valg av metode, beskrivelse av datainnsamlingen, valg av informanter, etiske hensyn og validitet og reliabilitet blir presentert. Det vil også bli gjort rede for hvordan det teoretiske rammeverket ble brukt i analysen, og et elevksempel blir trukket frem underveis.

I kapittel 5 blir elevenes skriftlige regnefortellinger og deres muntlige respons i intervjuet analysert med oppgavens teoretiske rammeverk. Underveis vil analysen bli diskutert med bakgrunn i den tidligere forskning som ble presentert i kapittel 2. Mot slutten av kapitlet blir elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon sammenlignet. Oppgavens konklusjon følger i kapittel 6, og består av fem underkapitler. Det første presenterer en oppsummering av funnene i analysen. Her trekkes det linjer tilbake til problemstillingen, for å tydeliggjøre hvordan funnene i kapittel 5 besvarer disse. I de neste underkapitlene følger en evaluering av analyseverktøyet som har blitt bruk i oppgaven. Deretter presenterer jeg hva jeg ville gjort annerledes om studien skulle blitt gjennomført på nytt og veien videre. Til slutt beskrives oppgavens implikasjoner for undervisning.

## 2 Tidligere forskning

Hensikten med dette kapitlet er å gi innsikt i tidligere forskning om matematisk argumentasjon på barneskolen, og hvordan elever på barneskolen uttrykker deres argumentasjon gjennom ulike uttrykksformer skriftlig og muntlig. Kapitlet dannet et bilde av hva som kan forventes å finne hos elever i ulike aldre, og på denne måten blir det dannet et bilde av hva som kan forventes å finne i denne oppgavens analyse. Det vil også bli vist til hvordan Toulmin sin argumentasjonsmodell har blitt brukt som analyseverktøy av både skriftlige tekster og muntlige responser på barneskolen, for å kunne se mine funn opp i tilknytning til dette. Underveis i kapitlet vil også forskning som omhandler prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap bli sett i sammenheng med argumentasjonsbegrepet.

### 2.1 Matematisk argumentasjon på barneskolen

I kapittel 1.3.1 ble argumentasjon forstått som det elevene legger til grunn for å begrunne svaret sitt. Hovik og Solem (2013) fant i sin studie at elever på barnetrinnet var engasjerte i arbeid med resonnerende og argumenterende aktiviteter i matematikk. De ga elevene følgende oppgave: «Per har mange mynter i lommen. Han har enkrone, femmere og tikrone. Han tar ut to mynter. Hvilke beløp kan han få?» (Hovik & Solem, 2013, s. 122). Elever på 2. og 3. trinn klarte å løse oppgaven de fikk utdelt, og dette mener de kan tyde på at elevene vil være rustet for å møte større bevisutfordringer på de høyere klassetrinnene (Hovik & Solem, 2013, s. 125). Med bakgrunn i dette kan det å starte med argumenterende aktivitet tidlig i elevenes skolegang være en god forberedelse for videre læring. Stylianides og Ball (2008, s. 309) baserer seg på flere forskere og skriver at «... research shows that engagement in proving can support even elementary school students to explore why things work in mathematics and reconcile their mathematical disagreements in meaningful ways, thus providing them with a solid basis for conceptual understanding». Ettersom bevis er en form for argumentasjon, slik det ble skrevet om i kapittel 1.3.1, så viser dette sitatet at å arbeide med argumentasjon på barneskolen kan bidra til at elevene utvikler deres begrepsmessige kunnskap.

Enge og Valenta (2011, s. 28) har sett på hvordan elever på barnetrinnet argumenterer for utregninger av det de omtaler som «rene matematikkoppgaver». I sin forskning fant de at en elev på 2. trinn forklarte mer hva hun hadde gjort i stedet for å begrunne hvorfor (Enge & Valenta, 2011, s. 28). Som det kom frem i kapittel 1.3.1 skriver Enge og Valenta (2011, s. 29)

at argumentasjon handler om forståelsen for at det går an å regne slik man har gjort og hvorfor man gjør det. Dette kan ses i sammenheng med slik Severina og Meaney (under utgivelse, s. 1f) forklarer Donaldson (1986) sine begreper 'deductive explanation' og 'procedural explanation'. De forklarer begrepene som: «A procedural explanation describes the steps leading to a particular goal so that someone else could achieve the same goal (...) a deductive explanation uses evidence through logical reasoning to support why something is the case» (Severina & Meaney, under utgivelse, s. 2). Begrepet procedural explanation kan i denne oppgaven knyttes til begrepet prosedyremessig argumentasjon, mens deductive explanation har likheter med begrepsmessig argumentasjon da det handler om å finne ut *hvorfor* (definert i kapittel 1.3.4.4.). I sin forskning fant Severina og Meaney (under utgivelse, s. 13) at i alle tilfellene, bortsett fra ett, ga femåringene deductive explanations. De trekker frem at deres resultater tyder på at «... children are able to provide explanations of hypothetical situations using mathematical ideas at a significantly younger age than previously described» (Severina & Meaney, under utgivelse, s. 1).

Carpenter et al. (2003) har forsket på argumentasjon på barnetrinnet. De klassifiserer elevers begrunnelser for en matematisk påstand inn i de tre punktene som er nevnt nedenfor. Forskningen deres gir innsikt i hvilke av de tre punktene man kan forvente å finne hos elever på ulike alderstrinn. De understreker at deres observasjoner ikke bør ikke antas for å være en sannhet som kan si noe om alle klasser og alle barn (Carpenter et al., 2003, s. 102). Likevel kan deres forskning gi et bilde på hva som kan forventes å finne i studiet av elever i 3. klasse sin matematiske argumentasjon.

- Appeal to authority;
- justification by example; and
- generalizable arguments. (Carpenter et al., 2003, s. 87)

Carpenter et al. (2003, s. 87) trekker frem viktigheten av at elevene ikke aksepterer noe som en sannhet bare fordi noen andre sier det er sant, men at de selv evner å bestemme hva som er fornuftig. Videre skriver Carpenter et al. (2003, s. 87) at «The most common form of justification used by children in the elementary school is justification by example» og at «... most children in the primary grades may not provide general arguments to support their conjectures» (Carpenter et al., 2003, s. 102). I deres forskning ble det funnet at de fleste elevene på 1. og 2. trinn, baserer sin argumentasjon på bruk av eksempler. En elev på 2. trinn begrunnet

påstanden «når to partall adderes blir svaret alltid et partall», ved å basere seg på flere talleksemples. De trekker også frem at elever på disse trinnene vil ha problemer med å generalisere påstandene sine til å gjelde alle tall. Carpenter et al. (2003, s. 88) skriver videre at etterhvert som elevene kommer opp på de midterste trinnene på barneskolen, altså 3., 4. og 5. trinn, vil de kunne utvikle generaliserende begrunnelser hvis de blir oppfordret til dette. I sin konklusjon legger Carpenter et al. (2003, s. 102) vekt på at å stille spørsmål til elevene på de lavere trinnene kan gi innsikt i elevens tenkning og legge et grunnlag for at elevene utvikler en dybde i deres argumentasjon ved senere årstrinn. Disse spørsmålene kan omhandle hvorvidt påstandene deres alltid er sanne og om de er gjeldende for alle tall, selv om Carpenter et al. (2003, s. 102) skriver at de fleste elevene ikke gir generelle argumenter på de lavere årstrinnene. Carpenter et al. (2003) fant i sin forskning ut at når elevene nådde 3. og 4. trinn, var det enkelte elever som både begynte å bruke og forstå mer generelle argumenter. Noen elever klarte også å bruke relativt abstrakte notasjoner for å representere sine begrunnelser (Carpenter et al., 2003, s. 103). Evnen til å generalisere blir sett på som et av elementene i en begrepsmessig argumentasjon, som ble definert i kapittel 1.3.4.4. Til slutt trekker de frem at «By the fifth and sixth grades, it is possible to engage a class in quite sophisticated discussions of justification» (Carpenter et al., 2003, s. 103).

## 2.2 Studier av elevers argumentasjon i Toulmin sin argumentasjonsmodell

Toulmin sin argumentasjonsmodell kan være et verktøy for å få innsikt i elevers argumentasjon. Flere forskere har tatt i bruk denne modellen i matematikkfaget (Krummheuer, 1995; Nordin & Boistrup, 2018; Enge & Iversen, 2010; Evens & Houssart, 2004). Modellen har blitt brukt på både skriftlige elevtekster og muntlige elevresponser. Da det i denne oppgaven er argumentasjonen til elever på 3. trinn som er i fokus, vil det være relevant å se på bruken av modellen på lignende årstrinn.

### 2.2.1 Analyse av muntlige elevresponser

Krummheuer (1995) har brukt modellen på elevers muntlige responser, når elevene samtaler i en gruppe. Her ble elevens fingertelling plassert som ryggdekning, noe som kan vise hvordan flere uttrykksformer ble brukt i elevenes argumentasjon. Dette kan ses i sammenheng med Johnsen-Høines (2011, s. 39) som sier at «Fingrene virker også som støtte når en skal formidle noe til andre». Nordin og Boistrup (2018) har utviklet et rammeverk for å identifisere

matematisk argumentasjon i klasseromssituasjoner hos elever i 3.-5. klasse i Sverige. Rammeverket består å plassere argumentene i Toulmin sin modell, samt å se på hvilken rolle uttrykksformene elevene bruker har i argumentasjonen deres. I sin studie peker de på viktigheten av å studere alle uttrykksformene som finner sted, og ikke bare konsentrere seg om tale og symboler (Nordin & Boistrup, 2018, s. 26). Et av deres funn var at den multimodale tilnærmingen var nødvendig for å få innsikt i argumentene til elevene, fordi de ulike delene av Toulmin sin modell ikke alltid ble uttrykt gjennom tale og symboler (Nordin & Boistrup, 2018, s. 23). Weber, Maher, Powell og Lee (2008, s. 249) har brukt Toulmin sin modell i arbeid med elever i 6. klasse. De trekker frem at de bruker Toulmin sin modell for å blant annet «...to illustrate how challenges to students' arguments can lead the students to be explicit about the warrants they are using and to have the class as a whole collectively debate whether, and under what conditions, the warrants are appropriate». De skriver videre at det å la elevene utfordre hverandres argumentasjon kan føre til at elevene uttrykker eksplisitte hjemler for å støtte opp om argumentets gyldighet (Weber et al., 2008, s. 249). Singletary og Conner (2015) har sett på lærerens spørsmål i tilknytning til elevers argumentasjon i Toulmin sin modell. De fant at «When teachers pose appropriate questions, students are more likely to make their reasoning explicit by contributing a warrant» (Singletary & Conner, 2015, s. 146). Dette kan si noe om hvordan læreren kan være en støtte for å utvikle elevenes argumentasjon.

### 2.2.2 Analyse av skriftlige elevtekster

Enge og Iversen (2010) har i sin studie brukt Toulmin sin modell for å analysere argumenterende tekster til elever på 5. trinn, hvor de skulle argumentere for svaret de kom frem til. Et eksempel på analyse av en elevtekst i Toulmin sin modell viser at elevens svar på oppgaven ble plassert som konklusjon (i denne oppgaven omtalt som påstand) (Enge & Iversen, 2010, s. 152). I deres analyse av elevtekster, ble imidlertid ikke tegningen til eleven sett på som en del av Toulmin sin modell (Enge & Iversen, 2010, s. 152). Evens og Houssart (2004) har også studert elevers skriftlige arbeid. De har analysert 11 åringers skriftlige respons på en skriftlig matematisk prøve, hvor elevene skulle si om en gitt påstand var korrekt eller ikke, og gi en skriftlig forklaring til dette (Evens & Houssart, 2004, s. 269). I oppgaveteksten fikk elevene se tallrekken 1, 4, 7, 10, 13, 16, og Mary sin uttalelse: «'No matter how far you go there will never be a multiple of 3 in the sequence'» (Evens & Houssart, 2004, s. 270). Bildet har ikke blitt gjengitt her grunnet regler om opphavsrett. Evens og Houssart (2004, s. 269) fant at «... many children appeared to understand the mathematics but were not able to give adequate

explanations». De trekker frem tre hovedgrunner til dette: 1) Elevene omformulerte det Mary hadde sagt, 2) De testet med flere talleksempler og 3) Elevene ga en generaliserende begrunnelse med utilstrekkelig presisjon og detalj (Evens & Houssart, 2004, s. 279f). De to siste grunnene kan ses i sammenheng med Carpenter et al. (2003) sin forskning (se kapittel 2.1).

## 2.3 Å uttrykke matematisk argumentasjon

Slik det kom frem i kapittel 1.3.2, blir elevenes argumentasjon uttrykt gjennom ulike uttrykksformer. For å få innsikt i elevens argumentasjon vil det derfor være hensiktsmessig å studere hvordan deres tanker kommer til uttrykk. Ulland et al. (2018, s. 125) skriver at «... en tallmengde kan uttrykkes både med å skrive tallet 5, vise fem fingre, tegne fem gjenstander eller sette ring rundt fem av ti pinner». Dette viser hvordan ulike uttrykksformer kan bli tatt i bruk for å uttrykke elevenes tanker. Kapitlet vil gi innsikt i tidligere forskning knyttet hvordan yngre og eldre elever har gitt uttrykk for deres argumentasjon gjennom ulike uttrykksformer, og hvordan et multimodalt perspektiv kan gi innsikt i hva de ulike uttrykksformene uttrykker.

### 2.3.1 Mottakerbevissthet

Et viktig punkt å trekke frem for å få innsikt i elevenes matematiske argumentasjon i deres skriftlige regnefortellinger og muntlige responser, er mottakerbevissthet. I kapittel 4.2.1 blir det presentert hvordan oppgavene som ble gitt til elevene da de skulle skrive regnefortellingen ble utformet med tanke på mottakerbevissthet. Når elevene skriver er det mange tanker som forblir inne i hodet, selv om det i kapittel 1.2 ble vist at det å studere regnefortellingene til elevene kan gi innsikt i deres tenkning (Enge & Iversen, 2010, s. 143). Yackel (1995, s. 131) har undersøkt hvordan elever snakket om og forklarte deres matematiske tenkning og løsninger. Hun trekker frem et eksempel hvor læreren sier «I don't quite understand» (Yackel, 1995, s. 157). På denne måten blir eleven utfordret til å overbevise og gi mer informasjon, på en annen måte enn når de skriver. Med bakgrunn i dette kan mottakerbevisstheten påvirke hvilken argumentasjon som kommer til uttrykk skriftlig og muntlig.

### 2.3.2 Forskning på elever som er yngre enn 3. trinn

Johansson et al. (2014) har i sin studie undersøkt hvordan tre barn på 4-5 år i en svensk barnehage, ga matematiske forklaringer mens de lekte med glasskrukker. Studien viser

forholdet mellom verbalspråk og gestikuleringer når små barn skal uttrykke sine forklaringer (Johansson et al., 2014, s. 895). For å produsere sine forklaringer, baserte elevene seg på hverandres gestikuleringer, som for eksempel peking, og handlinger med glasskrukkene. Et av funnene til Johansson et al. (2014) var at å studere elevenes gestikuleringer var viktig for å få innsikt i elevenes forklaringer. Dette støtter Severina og Meaney (under utgivelse, s. 3) seg på. Severina og Meaney (under utgivelse) har undersøkt de ulike resursene 5 åringer tok i bruk i sine forklaringer, da de i grupper på fire diskuterte oppsett av imaginære og ekte fotobøker sammen med en barnehagelærer. De fant blant annet at da elevene skulle beskrive hvordan fotoboken ville se ut, med tanke på antall bilder, tok elevene i bruk gestikulering, muntlig språk med noen logiske koblinger og ulike gjenstander (fotobok, lærerens hånd og 'number cards') (Severina & Meaney, under utgivelse, s. 14f). De brukte fingertelling for å støtte deres påstander om antallet bilder (Severina & Meaney, under utgivelse, s. 14f). En likhet mellom disse to forskningene, som Severina og Meaney (under utgivelse, s. 15) trekker frem, er at "the gestures, along with the spoken utterances, did not represent the children's internal thinking but actually contributed to that thinking". Dette viser at alle former for uttrykk for tenkning er viktig å ta i betraktning for å få innsikt i elevenes tenkning, og at det er viktig å ha et multimodalt perspektiv i analysen av yngre elevers forklaringer.

Hopperstad og Semundseth (2010) studerte tegninger fra to barnehager i et multimodalt perspektiv, og så på hvordan mening skapes gjennom uttrykksformene skrijving, tegning og tale. Jeg har valgt å trekke frem forskning på elever i barnehagealder, da dette kan gi innsikt i hva som finnes av argumentasjon hos elever som er yngre enn 3. klasse. Denne forskningen kan si noe hvilken argumentasjon som kan forventes å finne hos elever i 3. klasse. I sin studie fant Hopperstad og Semundseth (2010, s. 296) at «... tekstenes mening verken kommer fra det skriftlige, det tegnede eller det verbale uttrykket alene, men fra tekstene som multimodale helheter». I likhet med Johansson et al. (2014) og Severina og Meaney (under utgivelse) sin forskning, kan dette vise at mening skapes gjennom flere uttrykksformer, og det vil dermed være nødvendig å ta i bruk et multimodalt perspektiv. Hopperstad og Semundseth (2010) trekker også frem at:

Det er likevel et poeng at tegning ikke nødvendigvis kan omsettes i ord, og at ord aldri fullt kan dekke meningen en tegning kan ha for et barn. Et multimodalt perspektiv innebærer nettopp en forståelse for uttrykksformers ulike muligheter og begrensninger. (Hopperstad & Semundseth, 2010, s. 293).

Med bakgrunn i dette vil det i en analyse av flere uttrykksformer være viktig å se hvordan de fungerer sammen, men og se hvilken modal affordans de ulike uttrykksformene har. Johnsen-Høines (2011, s. 40) beskriver tegning som den språkform som føles naturlig for de fleste førskolebarn. Videre peker hun på at elevene gjennom tegning formidler noe til både andre og seg selv, og dermed kan tegning være «til hjelp for egen tenkning» og «fungere som et tenkeredskap» (Johnsen-Høines, 2011, s. 40). Med bakgrunn i dette kan det antas at elevene i 3. klasse tar i bruk tegning for å formidle sine tanker.

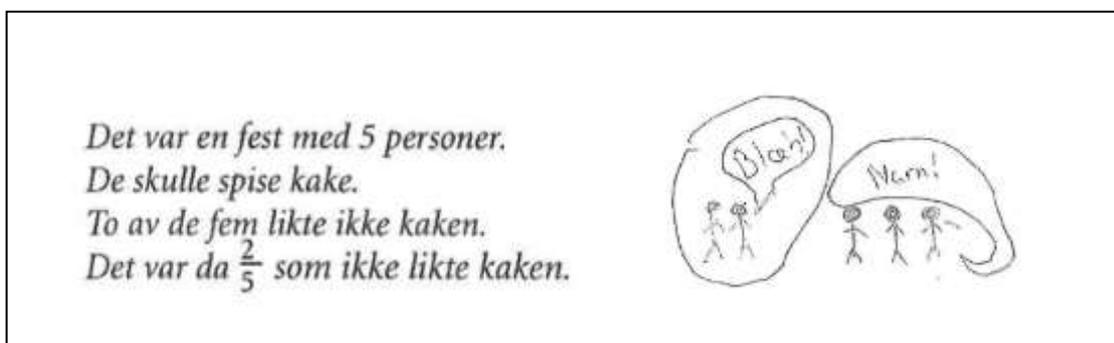
I kapittel 1.3.4 ble Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin studie av syv til ni år gamle elever sine mentale utregninger presentert. Bills (2001) skriver om elevens bruk av hverdagsspråk. Han trakk frem at ord som ‘ta vekk’ kan blir kalt for metaforer, da de har blitt tatt fra ikke-matematiske settinger til å bli brukt om noe matematisk, nemlig forståelsen for subtraksjon. Selv om de i sin forskning så på muntlige responser, kan forskningen deres også brukes for å si noe om elevers skriftlige regnefortellinger. Pimm (1995, referert i Bills, 2001, s. 143), peker på at det å bli vant til å bruke slike metaforer kan føre til at det blir et problem med for eksempel negative tall og generalisering. Dette kan ses i sammenheng med argumentasjon da hverdagsspråk for eksempel subtraksjon ikke kan generaliseres, og gjør dermed at det å kunne oppnå en begrepsmessig argumentasjon vil være vanskelig. Med bakgrunn dette vil det i arbeidet med elever i 3. klasse kunne forventes å finne bruk av hverdagsspråk. At elever argumenterer ved hjelp av sitt hverdagsspråk, eller uformelle språk, skriver også Utdanningsdirektoratet (u.å.) om (se kapittel 1.1). Her blir elevenes språk sett på som viktig for å uttrykke argumentasjonen deres.

### 2.3.3 Forskning på elever som er eldre enn 3. trinn

Ulland et al. (2018) har studert elevtekster på 7. og 10. trinn. De fant at de ulike uttrykksformene elevene tok i bruk ga dem ulike muligheter til å forklare hva de tenker (Ulland et al. 2018, s. 138). I likhet med Hopperstad og Semundseth (2010) fant Ulland et al. (2018, s. 138) at «... både verbaltekstene og tegningene kan representere elevens måte å tenke, men uttrykket er mer visuelt med tegninger enn med verbaltekst og utregning alene». Dette handler om de ulike uttrykksformene sin modale affordans, et begrep som ble redegjort for i kapittel 1.3.2, som viser at de ulike uttrykksformene kan gi ulik informasjon. Samtidig fant de at elevenes tegninger kunne visualisere det som ble forklart med verbaltekst. De trekker frem at «En slik forankring

viser at de mestrer å bruke ulike modaliteter eller representasjoner for å synliggjøre sin egen forklaring og forståelse» (Ulland et al., 2018, s. 134). Ulland et al. (2018, s. 138f) trekker frem at et viktig kjennetegn på faglig forståelse er å kunne uttrykke samme informasjon ved hjelp av flere uttrykksformer, og ha evnen til å se sammenhenger mellom disse. De trekker frem at «Det multimodale ved elevtekstene gir også et bredere innblikk i elevenes matematikkompetanse» (Ulland et al., 2018, s. 138). Her kan det trekkes paralleller til studiene som ble presentert i kapittel 2.3.2, hvor det multimodale perspektivet viste innsikt i elevenes tenkning. Evnen til å kunne uttrykke seg gjennom flere uttrykksformer, og forstå sammenhengen mellom disse, ser Kilpatrick et al., (2001, s. 119) i tilknytning til begrepsmessig kunnskap: «A significant indicator of conceptual understanding is being able to represent mathematical situations in different ways and knowing how different representations can be useful for different purpose». Kilpatrick et al. (2001, s. ix) så i sin forskning på elever fra «pre-kindergarten», før skolealder, til 8. klasse.

Enge og Iversen (2010, s. 157) fant i sin forskning at tegningene elevene brukte i sine argumenterende tekster og regnefortellinger «... fungerer stort sett som utviding i de multimodale tekstene, altså sier de mer enn verbaltekstene». Dette illustrerer de med et eksempel (se figur 2.1). I tegningen nedenfor ser det ut til at to av de fem strekmennene likte kaken, mens de tre andre ser ut til å like kaken da de uttrykker «Nam!». Tegningen i seg selv viser innsikt i elevens tenkning, men at det er nødvendig å lese verbalteksten for å forstå meningen bak tegningen.



Figur 2.1 Tegning i regnefortelling. Hentet fra «Et norsk- og matematikkfaglig blikk på matematiske tekster i en femteklasse» av O. Enge & M. Iversen, i J. Smith (Red.), *Skriving i alle fag - innsyn og utspill* (s. 157-158), 2010, Trondheim: Tapir Akademisk Forlag. Gjengitt med tillatelse.

Enge og Iversen (2010, s. 158) trekker frem at det i elevteksten som er vist ovenfor ble brukt tegning, matematiske symboler og verbalspråk, og at de «... virker sammen som ressurser for å skape faglig mening i Håkons regnefortelling». Med bakgrunn i dette kan man si at det å arbeide med regnefortellinger, som er en multimodal tekst, gir mulighet for å se på samspillet mellom de ulike uttrykksformene, og ved å studere disse få innsikt i elevenes tenkning.

Hovik og Solem (2013, s. 124f) fant at elevene «... velger varierte uttrykksformer når de argumenterer og begrunner sine løsninger. De bruker tall, figurativ framstilling, skriftlige tekster og muntlige forklaringer». Det var variasjon i hvordan uttrykksformene var brukt for å argumentere med bakgrunn i alderstrinn i Hovik og Solem (2013) sin forskning. De fant at både elever på 2. trinn og 7. trinn skrev opp alle mulige løsninger på oppgaven, men det som skilte de eldre elevene fra de yngre var at de var mer systematiske i gjennomgangen av mulige kombinasjoner. Hovik og Solem (2016) har studert argumentasjonen og elevenes bruk av uttrykksformer i elevtekster på 5.-8. trinn. De fant at eleven brukte tegning, hverdagsspråk, symboler og aritmetikk i sine skriftlige elevtekster (Hovik & Solem, 2016, s. 50). Elevene skulle argumentere for at summen av to oddetall blir et partall. De fant at flere av elevene kombinerte flere uttrykksformer i deres argumentasjon (Hovik & Solem, 2016, s. 56). Figur 2.2. viser den skriftlige argumentasjonen til en elev på 6. trinn. Eleven tar i bruk verbalspråk, tegning og tallsymboler i sin argumentasjon. «Hun avslutter med en (generell/) holdbar konklusjon om summen av oddetall» (Hovik & Solem, 2016, s. 56). Dette viser hva som kan forventes å finne av argumentasjon hos elever på 6. trinn.

$3 + 3 = 6$   
 $5 + 7 = 12$   
 $121 + 3 = 124$

Forklaring:

$00/0 + 00/0 = 0000/00$

I hvert oddetall er det en ekstra ( $3 = 2 + 1$ )  
 Når du har to oddetall blir det to ekstra, som blir  
 partall

Figur 2.2 Skriftlig argumentasjon til elev på 6. trinn. Hentet fra «Bevis og generalisering i skolen - utfordringer og muligheter» av E. K. Hovik & I. H. Solem, i E. K. Hovik & B. Kleive (Red.), *Undervisningsvitenskap i matematikk* (s. 57), 2016, Oslo: Cappelen Damm Akademisk. Gjengitt med tillatelse.

## 2.4 Oppsummering

Dette kapitlet har dannet et bilde av hva som kan forventes å finne av argumentasjon på ulike alderstrinn på barneskolen, og hvordan argumentasjonen uttrykkes gjennom ulike uttrykksformer. For å skape en oversikt over den tidligere forskningen som har blitt presentert, har jeg utformet en tabell. Forskningen kan gi innsikt i hvor det kan tenkes at elever i 3. klasse kan befinne seg, men det er viktig å understreke at dette ikke kan ses på som fasitsvar.

Tabell 1 Oppsummering av tidligere forskning som har blitt presentert i kapittel 2

| Før skolestart  | 1.-2. klasse  | 3.-5. klasse   | 6. og 7. klasse →  |
|---|---|--|--|
| <p>Femåringer ga ‘deductive explanations’ (Severina &amp; Meaney, under utgivelse).</p> <p>Fire- og femåringer baserte sine forklaringer på gestikuleringer, verbalspråk og handlinger med glasskrukker (Johansson et al., 2014).</p> <p>Bruk av gestikuleringer, muntlig språk, ulike gjenstander, logiske koblinger og fingertelling (Severina &amp; Meaney, under utgivelse).</p> <p>Skape mening gjennom tegning, skriving og tale (Hopperstad &amp; Semundseth, 2010).</p> | <p>Elevene konsentrerer seg om <i>hva</i> i stedet for <i>hvorfor</i> (Enge &amp; Valenta, 2011).</p> <p>Elevene bruker eksempler i sin argumentasjon (Carpenter et al., 2003).</p> <p>Fingertelling kan brukes for å uttrykke ryggdekning i argumentasjonen (Krummheuer, 1995).</p> <p>Elevene skrev om alle løsningene, men var mindre systematiske enn eldre elever (Hovik &amp; Solem, 2013).</p> | <p>Elevene kan utvikle generaliserende begrunnelser på oppfordring, bruk av abstrakte notasjoner (Carpenter et al., 2003).</p> <p>Elevene har en forståelse for matematikken, men gir ikke tilstrekkelige begrunnelser (Evens &amp; Houssart, 2004).</p> <p>Bruk av metaforer som ‘ta vekk’ i matematikken (Bills, 2001).</p> <p>Tegning fungerte som en utvidelse av det som ble sagt i verbalteksten (Enge &amp; Iversen, 2010).</p> | <p>Mulig med dypere diskusjoner om begrunnelse i klassen (Carpenter et al., 2003).</p> <p>Verbaltekst og tegning blir brukt for å uttrykke elevenes tenkning. Å uttrykke samme informasjon gjennom disse viser faglig forståelse (Ulland et al., 2018; Kilpatrick et al., 2001).</p> <p>Elevene var systematiske i gjennomgangen av mulige kombinasjoner (Hovik &amp; Solem, 2013).</p> <p>Elevene kombinerte flere uttrykksformer i sin argumentasjon, og hadde generelle og holdbare konklusjoner (Hovik &amp; Solem, 2016).</p> |

Tabell 1 viser at elever på 3. trinn kan befinne seg et sted mellom elever i kolonnen 'før skolestart' og '6. og 7. klasse'. Dette innebærer at de antageligvis vil basere sin argumentasjon på bruk av eksempler, og at vil det være et fåtall elever som viser en evne til generalisering. For å uttrykke argumentasjonen deres viser forskningen at elever på 3. trinn vil ta i bruk flere uttrykksformer i deres skriftlige og muntlige argumentasjon, som for eksempel skriving, tegning, tallsymboler og gestikuleringer. Men de vil nok ikke være like systematiske i sin fremstilling av argumentasjonen som elever på eldre trinn. I tillegg er det verdt å understreke at en fellesnevner i flere av forskningene har vært viktigheten av å studere alle uttrykksformene elevene tar i bruk for å få innsikt i deres begrunnelser. Det er også viktig å trekke frem at det å utfordre elevenes argumentasjon og stille spørsmål, på alle alderstrinn, vil kunne utvikle argumentasjonene. Dette vil jeg komme mer tilbake til i kapittel 5. I neste kapittel vil oppgavens teoretiske rammeverk bli presentert.

### 3 Teoretisk rammeverk

I dette kapitlet vil oppgavens teoretiske rammeverk bli presentert. Det teoretiske rammeverket presenterer den teorien som vil bli brukt til å analysere datamaterialet, og vil dermed påvirke hva jeg skal se etter i analysen for å få innsikt i oppgavens problemstilling. Rammeverket består av to deler: 1) Språklige indikatorer på prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap, som er inspirert av Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin forskning, og 2) Toulmin sin modell. Da Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) ikke har knyttet sine indikatorer direkte til argumentasjon, ble det sett et behov for å ta i bruk Toulmin sin modell. Toulmin ble brukt for å identifisere elevenes matematiske argumentasjon i uttrykksformene de tok i bruk. Som det ble diskutert i kapittel 2.2, kan Toulmin sin argumentasjonsmodell være nyttig å ta i bruk for å få innsikt i barns matematiske argumentasjon. Dermed er dette også en del av begrunnelsen for at jeg har valgt å bruke modellen som en del av det teoretiske rammeverket. Sammen vil disse to bli brukt for å analysere hvordan prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap kommer til uttrykk i elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon.

#### 3.1 Språklige indikatorer på prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon

Den ene delen av rammeverket omhandler språklige indikatorer som kan gi innsikt i hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap som finnes i elevenes skriftlige regnefortellinger og deres muntlige responser. I oppgavens innledning ble definisjonen av prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon utarbeidet (se kapittel 1.3.4.4). Rammeverket er utviklet med inspirasjon fra Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin forskning, som analyserte elevenes bruk av personlige pronomen, grammatisk tid og logiske koblinger i deres mentale utregninger. I deres forskning ble elevenes muntlige responser kategorisert i de tre kategoriene: spesifikk, generic og generell (se kapittel 1.3.4). Rammeverket som blir presentert i denne oppgaven består av to kategorier: 1) prosedyremessig argumentasjon og 2) begrepsmessig argumentasjon. I kapittel 1.3.4 ble prosedyremessig argumentasjon og begrepsmessig argumentasjon sett i sammenheng med Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sine kategorier 'spesifikk' og 'generell'. Kategorien 'generic' har imidlertid blitt utelatt fra denne oppgavens teoretiske rammeverk. Da denne oppgaven søker innsikt i elementer prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i elevenes argumentasjon, ble det sett et behov for å se på to ytterpunkter i stedet for tre kategorier. For å få innsikt i hvilken kunnskap elevene uttrykker elementer av, vil det bli tatt i bruk fire språklige indikatorer på prosedyremessig og

begrepsmessig argumentasjon. Tabellen nedenfor viser en oversikt over det teoretiske rammeverket. En nærmere beskrivelse av både kategoriene og indikatorene følger i de neste avsnittene. Hvordan rammeverket ble brukt på datamaterialet, vil bli nærmere beskrevet i oppgavens metodedel.

Tabell 2 Teoretisk rammeverk

| <b>Indikatorer</b>                                    | <b>Prosedyremessig argumentasjon</b>  | <b>Begrepsmessig argumentasjon</b>   |
|---|---|--|
| Bruk av personlig pronomen                            | ‘Jeg’ og ‘man’ blir brukt for å uttrykke en kjent prosedyre   | ‘Jeg’ og ‘man’ blir brukt for å uttrykke noe generelt  |
| Grammatisk tid  | Nåtid blir brukt om en kjent prosedyre<br><br>Fortid blir brukt om en spesifikk prosedyre med ikke nødvendigvis riktig svar | Nåtid viser forståelse for hvorfor svaret er riktig  |
| Bruk av logiske koblinger, som ‘fordi’, ‘så’, ‘siden’ | Bruk av logiske koblinger i standardprosedyrer  | Bruk av logiske koblinger viser forståelse for hvorfor svaret er korrekt og for å beskrive en generell regel |
| Multimodal argumentasjon                              | Knyttet til operasjoner med spesifikke tall   | Knyttet til evnen til å se relasjoner og sammenhenger  |

### 3.1.1 Beskrivelse av kategoriene

Kategoriene i rammeverket er utviklet med bakgrunn i teori som ble presentert og diskutert i oppgavens begrepsredegjørelse. Oppgavens definisjon av begrepene prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon ligger til grunn. Hensikten med kategoriene er å se hvordan elementer av de to formene for kunnskap kan identifiseres i elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon. Hvis eleven forklarer mye rundt den spesifikke prosedyren han eller hun har brukt, i stedet for å se den i sammenheng med mer generelle regler, kan dette vise at eleven tenker at det å begrunne noe spesifikt er en god nok argumentasjon, og elevens argumentasjon

kan da plasseres som prosedyremessig. Det er viktig å understreke at rammeverket ikke har som funksjon å plassere argumentasjonen til elevene som enten prosedyremessig eller begrepsmessig, men at det er ønskelig å finne hvilke elementer av de to kategoriene elevene gir uttrykk for. Elevene kan inneha både prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon i samme regnefortelling eller samtale. Det teoretiske rammeverket kan hjelpe for å få innsikt i hvor elevene befinner seg akkurat nå, og bidra til refleksjon rundt hvordan elevene kan utvikle sin kunnskap videre.

### 3.1.2 Indikatorene i tabellen

For å kunne plassere elevene innenfor kategoriene i det teoretiske rammeverket, er det nødvendig å ha noen indikatorer å gå etter. Indikatorene kan gi innsikt i hvorvidt elevene uttrykker elementer av prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap. Det teoretiske rammeverket består av fire indikatorer: 1) Bruk av personlig pronomen 2) Grammatisk tid 3) Bruk av logiske koblinger og 4) Multimodal argumentasjon. De tre førstnevnte indikatorene er hentet fra Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin studie av elevers muntlige responser. Deres forskning ble presentert i oppgavens innledning. For å kategorisere elevresponsene i kategoriene spesifikk, generic og generell, var forskerne opptatt av elevenes språk, og hvordan språket kunne si noe om elevenes matematiske tenkning. Bills (2002, s. 98) peker på at «The quality of the language used in explanations may also be an indication of the quality of understanding». Dette kan kobles til denne oppgavens analyse, ved å se på elevenes språk kan gi innsikt i om de uttrykker elementer av prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap i deres argumentasjon. Den fjerde indikatoren i rammeverket er multimodal argumentasjon. Regnefortelling er en multimodal tekst som gjør at det kan tenkes at elevene argumenterer med bruk av ulike uttrykksformer når de skriver regnefortellingen, men også når de i intervjuet skal snakke om det de har skrevet (se kapittel 1.3.2 og 1.3.3). Derfor vil det i oppgavens teoretiske rammeverk bli presentert hvordan ulike uttrykksformer kan plasseres innenfor kategoriene rammeverket består av. For å kunne foreta en kobling mellom indikatorene og kategoriene i det teoretiske rammeverket, er det sentralt å se på hvordan indikatorene blir brukt av elevene. For eksempel når elevenes bruk av personlig pronomen blir undersøkt, må fokuset være på hvordan elevene bruker personlig pronomen, altså hva som blir sagt i resten av setningen. Elevene kan bruke det personlige pronomenet både for å si noe spesifikt eller noe generelt. Dette vil være sentralt for alle indikatorene, og det vil også bli beskrevet under hvert av underkapitlene.

### 3.1.2.1 *Bruk av personlig pronomen*

Elevenes bruk av personlige pronomen som 'you' og 'I' ble undersøkt både i Bills (2001) og Bills (2002). I denne oppgaven vil begrepene bli oversatt som 'man' og 'jeg', og jeg forventer at disse begrepene blir brukt av norske elever. Rowland (2000, referert i Bills, 2002, s. 98) fant at en elev beveget seg fra å bruke 'I' til å bruke 'you' når hun gikk fra å arbeide med spesifikke tall til å uttrykke en generalisering. Med bakgrunn i dette kan bruken av 'I' knyttes til arbeid med spesifikke tall, mens 'you' blir brukt ved generaliseringer. I kapittel 1.3.4.2 ble evnen til å generalisere knyttet til begrepsmessig kunnskap. Pimm (1987) har skrevet om bruken av 'we' som en del av språket i matematikklasserommet. Han trekker blant annet frem at 'we' kan bli brukt for å si noe om hvordan ting fungerer i det gitte klasserommet: «'We tidy up at the end, don't we'» (Pimm, 1987, s. 69). Det handler om å uttrykke hva som er tenkt eller «lov» å uttrykke i matematikklasserommet. Videre skriver Pimm (1987, s. 71): «... one use of *we* rather than *I* is perhaps intended as a clue to generality». Med bakgrunn i dette kan bruk av 'we', som kan oversettes som 'vi', indikere en generalisering som er et element av en begrepsmessig argumentasjon. Dermed kan 'man' og 'vi' ses i sammenheng.

Bills (2002, s. 103) fant derimot i sin studie at både 'I' og 'you' ble brukt for å uttrykke noe generelt. Bills (2002, s. 100) presenterer en oversikt over hvordan personlige pronomen blir brukt på ulike måter innenfor de tre kategoriene: spesifikk, generic og generell. Innenfor den førstnevnte kategorien brukes pronomen for å uttrykke noe spesifikt som «*I/you did this*», mens i kategorien generic blir pronomen relatert til eksempler som «*I/you do with these*». I kategorien generell brukes pronomen for å uttrykke noe generelt som «*I/you always do*». Dette betyr at 'man' kan bli brukt for å si noe generelt, men det personlige pronomenet kan også bli brukt for å forklare en spesifikk prosedyre som har blitt gjort. Bruken av 'man' kan dermed plasseres under både prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon. For å kunne plassere elevenes argumentasjon, handler det altså om hvordan det personlige pronomenet blir brukt. Hvis elevene bruker personlig pronomen til å uttrykke en spesifikk prosedyre vil de ha elementer av en prosedyremessig argumentasjon, mens hvis de uttrykker noe generelt med bruk av personlig pronomen vil argumentasjonen ha elementer av begrepsmessig kunnskap.

### 3.1.2.2 Grammatisk tid

Slik det fremkommer i kapittel 3.1.2, var bruk av grammatisk tid en annen indikator Bills (2002) og Bills (2001) så etter i sin analyse av elevenes muntlige responser. Bills (2002, s. 101) så på om elevene uttrykte seg i fortid, nåtid eller om de brukte begge deler. Her ble det funnet at riktige svar ofte ble gitt i nåtid (Bills, 2002, s. 97), mens hos elevene som brukte fortid var det færre riktige svar (Bills, 2002, s. 101). Sett opp mot definisjonen av prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon, vil ikke det at svaret er riktig kunne plassere elevenes argumentasjon som prosedyremessig eller begrepsmessig, men det kan tenkes at elever med riktig svar har en forståelse for hvorfor svaret er riktig. Dermed kan bruken av nåtid i elevenes forklaringer kunne plasseres som begrepsmessig argumentasjon i denne oppgaven. Med bakgrunn i Bills (2002) sin forskning kan bruk av nåtid i denne oppgaven være en indikator på at svaret er riktig, og det kan trekkes mot det å forstå hvorfor en prosedyre fungerer. Dermed kan bruk av nåtid plasseres under begrepsmessig argumentasjon.

Bills (2002, s. 103) fant at det var vanlig å bruke 'man' og nåtid i klasserommet, som for eksempel «you add the tens and you add the units». Da de stilte elevene spørsmålet «what was in your head», hadde de en forventning om at elevene skulle bruke 'jeg' og fortid, mens elevene ga svar med bruk av 'man' og nåtid. Dette forklarer de med at elevene tok i bruk en prosedyre som var kjent for dem fra klasserommet (Bills, 2002, s. 103). Dette kan bety at elevene ikke nødvendigvis vet hvorfor denne prosedyren fungerer, men de bruker den fordi den er kjent for dem. Dermed kan bruken av nåtid også kunne plasseres under prosedyremessig argumentasjon. Det kan derimot også tenkes at eleven har en forståelse for prosedyren som blir tatt i bruk, selv om det ikke blir gitt uttrykk for det. I denne oppgaven gir ikke datamaterialet innsikt i bruken av grammatisk tid i klasserommet, men hvis elevene uttrykker at de tar i bruk en prosedyre fordi den er kjent for dem, kan deres argumentasjon kategoriseres som prosedyremessig.

Med bakgrunn i teorien ovenfor kan bruk av nåtid plasseres både under prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon. Det som har betydning for hvor elevene som bruker nåtid plasseres er hvordan den grammatiske tiden blir brukt. Brukes nåtid i en setning hvor det ser ut til at eleven har en forståelse for hva som blir gjort, plasseres eleven under begrepsmessig argumentasjon. Brukes nåtid for å snakke om en kjent prosedyre som ikke nødvendigvis forklares nærmere, vil elevene kunne plasseres under prosedyremessig argumentasjon. Bruken

av fortid kan bli brukt for å beskrive en utførelse av en spesifikk prosedyre, som kan gi ukorrekt svar, slik Bills (2002) viste. Dette kan bety at bruk av fortid kan plasseres som prosedyremessig argumentasjon. Dette kan kobles til at elever med prosedyremessig kunnskap kanskje ikke tenker over hvorfor svaret deres er riktig. Hvis de utfører beregningene uten å tenke over hvorfor svaret deres er riktig, kan svaret bli feil.

### 3.1.2.3 Logiske koblinger

Den tredje indikatoren i det teoretiske rammeverket er bruk av *logical connectives*. Dette kan oversettes med *logiske koblinger*, som er ord som brukes for å begrunne i en setning. Eksempler på dette kan være ‘fordi’, ‘siden’ og ‘så’. Meaney (2007, s. 685) trekker frem Krummheuer (1995) som plasserer logiske koblinger mellom de ulike komponentene i Toulmin sin modell. Dette viser at logiske koblinger kan ses i sammenheng med det å argumentere, og det vil derfor være sentralt i denne oppgaven å få innsikt i hvordan elevene bruker logiske koblinger i deres skriftlige regnefortellinger og muntlige responser. Dette kan gi innsikt i om deres argumentasjon har elementer av prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap. Meaney (2007, s. 685) henviser til Esty (1992) som viser til «five key logical connectives (*and, or, not, if ... then, and if and only if*)». Meaney (2007, s. 698) fant at «Students often made use of logical connectives to illustrate the relationships they saw between different ideas». Videre skriver Meaney (2007, s. 698f) at «... logical connectives provide information about how students perceived the ideas in their arguments to be linked».

I sin studie fant Bills (2002, s. 101) at det var mer sannsynlig at svarene til de elevene som hadde brukt logiske koblinger i sine responser var riktige, enn i de elevresponsene hvor ingen logiske koblinger ble brukt. Videre peker Bills (2002, s. 103) på at lenken mellom bruk av logiske koblinger og korrekt svar, kan tyde på at prosedyren som brukes blir forstått. Sett i sammenheng med oppgavens definisjon av prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon, kan bruk av logiske koblinger i elevenes responser forstås som at elevene har en begrepsmessig argumentasjon. Elevene har en forståelse for prosedyren de har benyttet for å komme frem til riktig svar. Bills (2001, s. 148) fant at ‘fordi’ ble oftest tatt i bruk når elevene begrunnet svaret som ble gitt med bakgrunn i en standardprosedyre. Mens i andre tilfeller ble ‘fordi’ brukt for å beskrive en generell regel (Bills, 2001, s. 148). Dette viser, som med de andre indikatorene som har blitt presentert i denne oppgaven, at bruken av de logiske koblingene kan brukes både om

noe spesifikt og om noe generelt, og at hensikten med analysen derfor vil være å se på hvordan elevene bruker begrepene i sin respons. Fokuset vil være rettet mot om elevene bruker en spesifikk prosedyre eller en generell kobling som begrunnelse i sammenheng med den logiske koblinger de har brukt.

#### *3.1.2.4 Multimodal argumentasjon*

Den siste indikatoren som presenteres i tabell 2 er multimodal argumentasjon. Slik det fremkommer i kapittel 1.3.2, omhandler multimodal argumentasjon at flere uttrykksformer er en del av argumentasjonen. En regnefortelling består ofte av flere uttrykksformer, som verbalspråk, symboler og tegning. Elever kan ta i bruk uttrykksformer som verbalspråk og ulike gester, som for eksempel peking eller fingertelling, i deres muntlige responser for å argumentere for svaret i regnefortellingen deres. Dette viser at multimodalitet finnes både skriftlig og muntlig. Slik det fremkommer i tabell 2, kan elevenes multimodale argumentasjon kategoriseres som prosedyremessig eller begrepsmessig. Det handler om hvordan ulike uttrykksformer blir tatt i bruk for å uttrykke deres argumentasjon. Hvis uttrykksformene sier noe om spesifikke tall, kan det finnes elementer av en prosedyremessig kunnskap. Blir derimot uttrykksformene brukt for å vise sammenhenger og relasjoner indikerer det elementer av begrepsmessig kunnskap.

En multimodal argumentasjon innenfor den prosedyremessige argumentasjonen kan innebære å utføre en operasjon med spesifikke tall, eller fortelle om spesifikke operasjonen som har blitt utført i regnefortellingen uten å generalisere denne til å gjelde andre operasjoner. Et eksempel på dette kan være bruk av fingertelling. Det kan se ut til at Bills (2001, s. 150) ser på elevers bruk av fingertelling som noe spesifikt, når han trekker frem et elev eksempel hvor eleven teller på fingrene fra en til ti to ganger for å addere 20 til 47. Dette er en prosedyre som er knyttet til utførelsen av et spesifikt regnestykke.

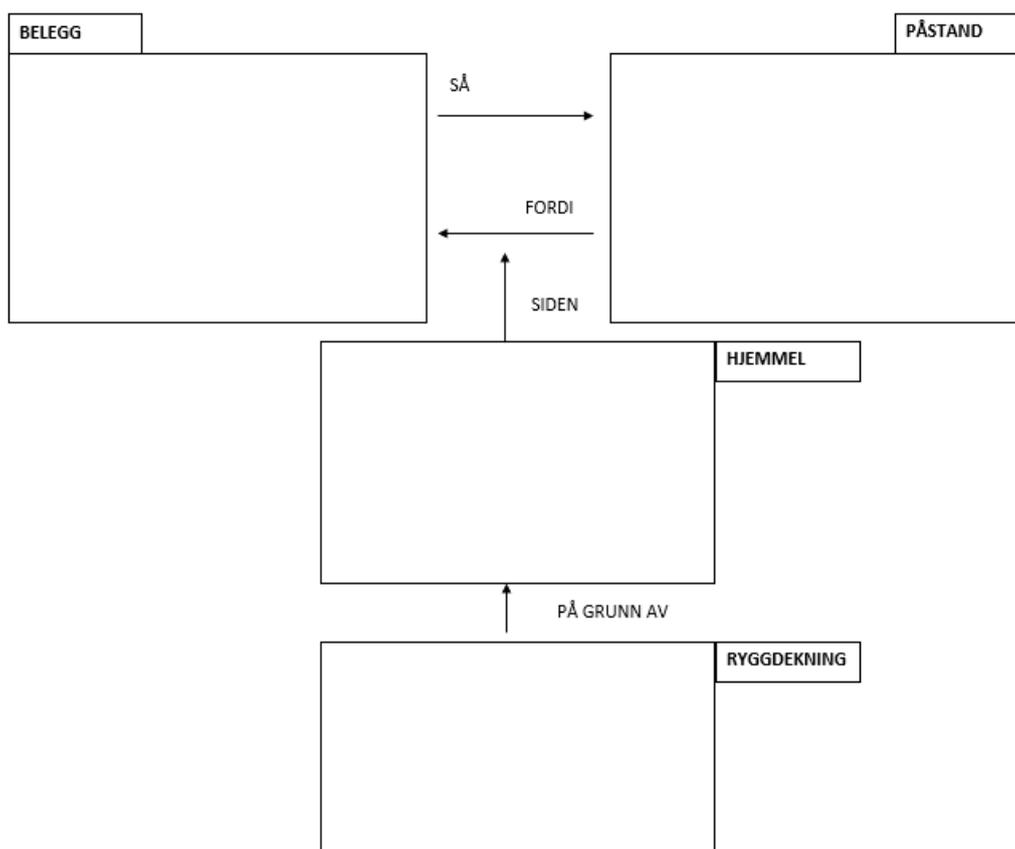
Begrepsmessig argumentasjon innebærer blant annet å ha evnen til å se relasjoner, og i dette tilfellet kan det knyttes til å se relasjoner mellom uttrykksformer. Denne koblingen kan forankres i Kilpatrick et al. (2001, s. 119) som skriver at det å kunne representere matematiske situasjoner på ulike måter og vite at ulike uttrykksformer kan være nyttig for ulike formål, vil

være en indikasjon på begrepsmessig kunnskap. Dette ble også trukket frem i kapittel 2.3.3. I denne oppgaven kan det å ha en begrepsmessig multimodal argumentasjon være å ta i bruk flere uttrykksformer på en slik måte som gjør at eleven støtter opp om egen argumentasjon. For å vise forskjellen mellom prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon, vil fingertelling bli brukt som eksempel på begrepsmessig argumentasjon også. I kapittel 2.2.1 ble det trukket frem at Krummheuer (1995, s. 245) plasserer fingertelling som ryggdekning i Toulmin sin modell. Dette kan bety at eleven bruker fingertelling for å støtte opp under argumentasjonen som blir gitt. I Krummheuer (1995, s. 245) sitt eksempel, se kapittel 3.2.1.1, blir ikke fingertellingen brukt for å uttrykke en spesifikk prosedyre, men eleven holder opp fingrene for å illustrere tallgrupperinger som en del av sin begrunnelse for at fire multiplisert med fire er det samme som seksten. Da blir fingrene brukt for å vise sammenhenger mellom tall, og kan dermed fungere som en begrepsmessig argumentasjon.

### 3.2 Toulmin sin argumentasjonsmodell

Da prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap ikke har blitt brukt i tilknytning til argumentasjonsbegrepet tidligere, ser jeg det hensiktsmessig å ta i bruk Toulmin sin modell i oppgavens analyse. På denne måten ønsker jeg å få en innsikt i oppbyggingen til elevenes argumenter, da Toulmin sin modell brukes for å få innsikt i elevenes argumentasjon.

Grepstad (1997, s. 170) peker på at Toulmin sin modell er «... for enkeltargument som skal vise korleis argumenta er oppbygde, men det er mogleg å bruke den med utbytte som analysereiskap for større tekstar». Modellen ble ikke utviklet for å analysere argumentasjon i matematikkfaget (Simosi, 2003, s. 186), men flere matematikdidaktikere har tatt den i bruk, slik det ble presentert i kapittel 2.2. Krummheuer (1995) har basert seg på Toulmin sin argumentasjonsmodell, og tar i bruk følgende fire komponenter i sin analyse: *data*, *conclusion*, *warrant* og *backing*. Det er disse fire komponentene som blir brukt i denne oppgaven. Når disse komponentene blir omtalt videre i oppgaven har jeg valgt å bruke Grepstad (1997, s. 171) sin norske oversetting: *belegg*, *påstand*, *hjemmel* og *ryggdekning*.



Figur 3.1 Oversettelse av Toulmin sin argumentasjonsmodell. Inspirasjon hentet fra «The ethnography of argumentation» av G. Krummheuer, i P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (s. 245), 1995, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

I de neste avsnittene blir de fire komponentene i Toulmin sin modell beskrevet nærmere, og tilpasninger som har blitt gjort til denne studien blir trukket frem. Dette er viktig da modellen har blitt brukt i ulike fagområder, og på ulike måter innenfor fagfeltene. Beskrivelsen legger dermed grunnlaget for hvordan modellen blir brukt som analyseverktøy og forstått i denne studien. For å forklare de fire komponentene vil jeg i underkapitlene nedenfor forholde meg til et eksempel Krummheuer (1995) bruker i sin tekst.

### 3.2.1 Påstand og belegg

Toulmin (2003, s. 98) trekker frem at komponentene påstand og belegg må være tilstede for at en argumentasjon finner sted. Krummheuer (1995, s. 241) slutter seg også til dette, da han sier: «A bare conclusion, without any data produced in its support, is no argument». Figur 3.1

illustrerer den gjensidige avhengigheten mellom påstand og belegg. Pilene kan symbolisere at en påstand blir dannet med bakgrunn i belegg, og beleggene gjør at påstanden blir utformet. Fordi begrepene er avhengig av hverandre, har jeg valgt å beskrive dem i samme avsnitt.

En påstand blir av Toulmin (2003, s. 90) forstått som et hovedsynspunkt. Meaney (2007, s. 684) forklarer begrepet som «assertions of a point of view». Hun legger til at påstandene ofte er foreslåtte løsninger. En slik tilnærming til begrepet har blitt brukt i denne oppgaven. Belegg blir beskrevet av Toulmin (2003, s. 90) som «... the facts we appeal to as a foundation for the claim». Videre trekker han frem at belegg brukes for å begrunne påstanden som har blitt lagt til grunn og støtte opp mot denne. Krummheuer (1995, s. 241) peker på at belegg i et argument kan trekkes i tvil. Dette innebærer at belegget som blir gitt ikke blir akseptert av andre, og det vil dermed være behov for en annen argumentasjon, eller mer argumentasjon. I denne studien vil Krummheuer (1995) sin forståelse for begrepet bli lagt til grunn.

#### *3.2.1.1 Eksempel fra Krummheuer (1995)*

For å forklare begrepene påstand og belegg nærmere, vil det bli trukket frem et eksempel fra Krummheuer (1995) sin forskning, hvor han analyserer argumentasjonen i en samtale mellom en gruppe elever, med bruk av Toulmin sin modell. I eksemplet skal elevene finne ut hva fire multiplisert med fire er. To av elevene, Jack og Jamie, har løst  $2*4=8$  og Jack spør: «What's 8 plus 8?», og Jamie svarer 16. Krummheuer (1995, s. 241) har plassert Jack sitt spørsmål og Jamie sitt svar som belegg. Påstanden er  $4*4=16$ . Dermed kan man si at fire multiplisert med fire er det samme som seksten, fordi åtte pluss åtte er seksten. Tilsvarene vil åtte pluss åtte være seksten, så dermed er fire multiplisert med fire seksten. Dette eksemplet viser sammenhengen mellom påstanden og belegget, som illustreres med pilene «så» og «fordi» i figur 3.1.

#### 3.2.2 Hjemmel

Slik det kom frem i kapittel 3.2.1 skriver Krummheuer (1995, s. 241) at det kan trekkes tvil om belegget. Han peker også på hvordan et barn kan være enig i for eksempel belegg, men ikke se sammenhengen mellom belegg og påstand. For å styrke sammenhengen mellom dem er det ifølge Toulmin (2003, s. 91) et behov for en hjemmel. Toulmin (2003, s. 91) forklare hjemmel som mer generelle uttalelser, og har som funksjon å være en brobygger mellom påstand og belegg. Meaney (2007, s. 684) definerer hjemmel på lignende måte, med å si at det er

informasjon som binder påstand og belegg sammen. Med bakgrunn i dette blir hjemmel i denne oppgaven forstått som en støtte i sammenhengen mellom påstanden og belegget, og en utdyping av det som blir sagt i belegget. Med bakgrunn i forskning som ble presentert i kapittel 2.2, kan hjemler bli uttrykt både eksplisitt og implisitt.

### 3.2.3 Ryggdekning

Toulmin (2003, s. 95) peker på at det kan tenkes at et argument med både belegg, påstand og hjemmel, ikke blir akseptert av den vi prøver å overbevise. Det kan stilles spørsmål ved den generelle aksepteringen til hjemmelen. Når hjemmelen ikke blir sett på som valid, er det et behov for å støtte opp om hjemmelen ved å bruke en ryggdekning (Toulmin, s. 96). Krummheuer (1995, s. 244) definerer ryggdekning som «... global convictions and primary strategies». Dette kan ses i sammenheng med Krummheuer (2007, s. 65) sin beskrivelse: «They represent unquestionable basic convictions». Med bakgrunn i dette kan ryggdekning forstås som mer generell og universell enn de andre komponentene i modellen. I eksemplet fra Krummheuer 1995 sin forskning, se kapittel 3.2.1.1, ble elevens fingertelling analysert som ryggdekning. Videre sier han at fingertelling kan brukes som et bevis på uttalelsen, og vil dermed kunne fungere som ryggdekning. Han peker på at dette er en vanlig ryggdekning blant andreklassinger, som kan si noe om hvilken argumentasjon man kan forvente på ulike trinn. Bruken av ryggdekning kan knyttes opp mot begrepsmessig argumentasjon da en ryggdekning er generell og kan brukes i flere sammenhenger. Evnen til å generalisere forståelsen sin er et av elementene i begrepsmessig argumentasjon (se kapittel 1.3.4.4).

### 3.2.4 Kritikk av modellen

Simosi (2003, s. 186) trekker frem noen utfordringer som har blitt oppdaget i studier som har brukt Toulmin sin modell i analysen av argumentasjon. Den hyppigste kritikken går på vanskeligheten med å skille mellom komponentene belegg og hjemmel, og mellom hjemmel og ryggdekning i modellen (Simosi, 2003, s. 186). Hun skriver at det er viktig å ta i betraktning at Toulmin utviklet modellen for å se på juridisk argumentasjon, og dermed vil det kunne gjøre at det vil forekomme utfordringer når modellen brukes på hverdagslig argumentasjon. Med bakgrunn i dette vil det kunne være vanskelig å se hvilke uttalelser som kan plasseres som de ulike komponentene av modellen (Simosi, 2003, s. 186f). Videre skriver Simosi (2003, s. 188) at i analysen av skriftlig argumentasjon, kan komponenter i modellen bli utelatt i elevens

argumentasjon. Hun trekker frem at grunnen til dette kan være at den som skriver, anser informasjonen som kjent for mottakeren, og ser dermed ikke et behov for å uttrykke deler av argumentasjonen eksplisitt for å overbevise mottakeren. For å få innsikt i all informasjonen i argumentasjonen vil det være hensiktsmessig å ha kunnskap om situasjonen argumentasjon foregår i, samt relevant forhåndsinformasjon.

Med bakgrunn i kritikken som har blitt presentert ovenfor, vil det i kapittel 4.3.2 bli tydeliggjort hvordan modellen blir brukt i oppgavens analyse, slik at studien kan etterprøves og eventuelle misforståelser bli redusert.

## 4 Metode

I dette kapitlet presenterer jeg metodiske valg som har blitt tatt i denne studien. Formålet med denne studien var å finne ut hvordan seks elever uttrykte seg i matematikkfaget, og om det var mulig å knytte deres argumentasjon til ulike typer matematiske forståelser. En analyse av uttrykksformene i både de skriftlige regnefortellingene og de muntlige responsene kan gi informasjon om hvordan elevene argumenterer muntlig og skriftlig. Ved å studere uttrykksformene ser jeg om elevene gir uttrykk for elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i sin argumentasjon. Med inspirasjon fra arbeidet til Johansson et al. (2014) og Severina og Meaney (under utgivelse), har jeg analysert elevenes uttrykksformer for å få innsikt i deres argumentasjon.

Tjora (2017, s. 248) peker på viktigheten av at valg som blir tatt underveis i forskningsprosessen blir formidlet på en god måte. For å gi best mulig innblikk i forskningen vil jeg gjøre rede for valg av metode, presentere hva som ble gjort i datainnsamlingen og begrunne valg som ble gjort her. Videre vil jeg gjøre rede for utvalg av informanter og beskrive mitt rammeverk for analyse. Til slutt vil de etiske hensyn som ble tatt før, under og etter datainnsamlingen bli presentert, og begrepene validitet og reliabilitet knyttes til min forskning.

### 4.1 Valg av metode

Bjørndal (2017, s. 30) forklarer metode som «... et redskap vi kan bruke for å se virkeligheten bedre». Man kan dermed si at valg av metode vil være naturlig å se i sammenheng med oppgavens problemstilling. Da jeg i denne studien undersøker hvordan prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap kommer til uttrykk i elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon, passer det å ta i bruk kvalitative metoder. Dette kan begrunnes med at å konsentrere seg om få personer vil kunne gi en dypere innsikt i tankene til disse elevene, og det vil være nødvendig å studere det særegne eller avvikende hos de enkelte elevene for å kunne si noe om deres tanker. Dette kan ses i sammenheng med Bjørndal (2017, s. 30) sine kjennetegn ved kvalitative metoder. For å få informasjon om dette, finner jeg det hensiktsmessig både å gjennomføre en analyse av regnefortellingene elevene har skrevet, og å utføre semistrukturerte intervjuer (se definisjon av begrepet i kapittel 4.2.4) med elevene i etterkant av skriveprosessen. På denne måten får jeg innsikt i tankene deres gjennom flere ulike uttrykksformer, og det semistrukturerte intervjuet gir også mulighet til å stille spørsmål som kan utdype innsikten som ble gitt ved å

analysere de skriftlige regnefortellingene. Mine medstudenter og jeg valgte å ta i bruk videoopptak for å dokumentere datainnsamlingen vår. En redegjørelse for hvordan de ulike kvalitative metodene ble brukt, og hvorfor disse var hensiktsmessig å bruke for å få innsikt i studiets problemstilling, vil komme i underkapitlene 4.2.3, 4.2.4 og 4.2.5.

## 4.2 Datainnsamlingen

I dette underkapitlet vil jeg først presentere oppgaveteksten elevene fikk utdelt da de skulle skrive en regnefortelling. Deretter vil jeg beskrive hvordan datainnsamlingen ble gjennomført, og presentere de ulike metodene som ble brukt for å samle inn dataene i denne oppgaven. Til slutt blir valg av informanter redegjort for. Underveis vil ‘vi’ bli brukt for å betegne mine meg selv og mine medstudenter, da vi samlet inn dataen i fellesskap.

### 4.2.1 Utforming av oppgavetekst

Vi valgte at elevene skulle skrive om en interesse, fordi Carroll, Fuson og Diamond (2000) i sin studie av elevers produksjon og løsninger av regnefortellinger på 1. trinn, fant at når elevene får arbeide med matematikk i en kjent kontekst gjør det at tall og utregninger kan bli utviklet og etablert på en meningsfull måte. I arbeidet med å utforme en oppgavetekst til elevene ble mine medstudenter og jeg inspirert av Frida Kvarme Ure (2018).

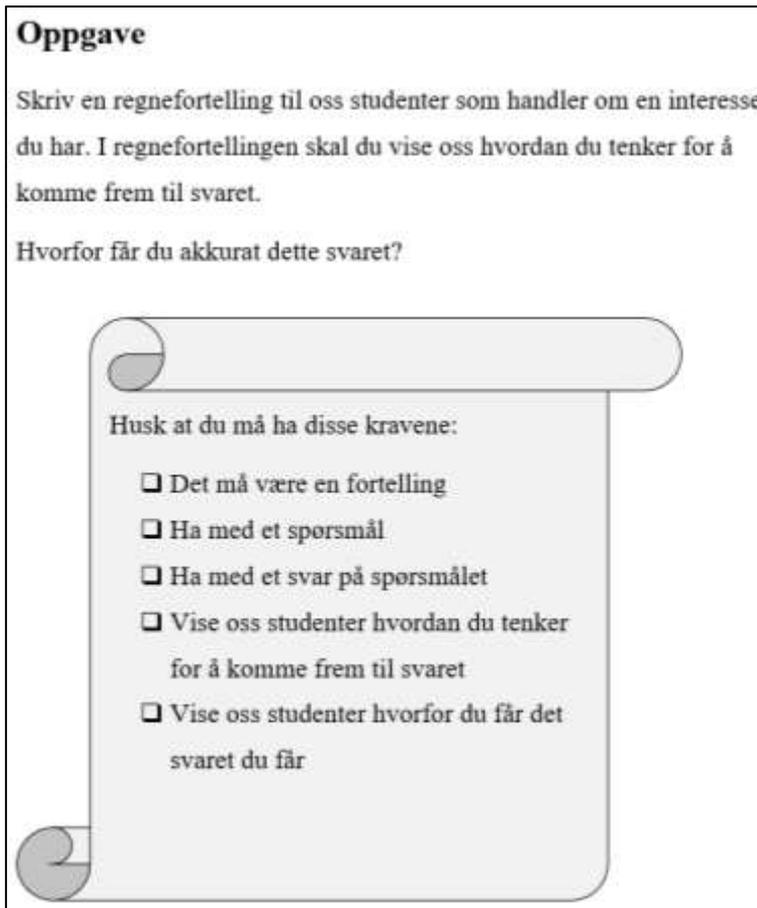
**Oppgave**

Skriv en regnefortelling til oss studenter som handler om en interesse du har. I regnefortellingen skal du vise oss hvordan du tenker for å komme frem til svaret.

Hvorfor får du akkurat dette svaret?

Husk at du må ha disse kravene:

- Det må være en fortelling
- Ha med et spørsmål
- Ha med et svar på spørsmålet
- Vise oss studenter hvordan du tenker for å komme frem til svaret
- Vise oss studenter hvorfor du får det svaret du får



Figur 4.1 Oppgaveteksten som ble gitt til elevene

Oppgaveteksten ble gitt til elevene da de skulle skrive en regnefortelling. Figur 4.1 viser at oppgaveteksten inneholder formuleringer som «I regnefortellingen skal du vise oss hvordan du tenker for å komme frem til svaret» og «Hvorfor får du akkurat dette svaret?». Disse ble inkludert for å bidra til at elevene skulle synliggjøre tankegangen sin, og vise begrunnelse i regnefortellingene sine. De ble også inkludert for å støtte deres bevissthet om mottakeren. I kapittel 2.3.1 ble det skrevet om hvordan elevens mottakerbevissthet kan påvirke argumentasjonen som kommer til uttrykk både skriftlig og muntlig. Dette kunne sikre best mulig innsikt i elevenes skriftlige matematisk argumentasjon. Denne spørsmålsstillingen kan ses i sammenheng med Enge og Valenta (2011) sin forskning hvor argumentasjon handler om å ha en forståelse for fremgangsmåten og forklare hvorfor den er brukt. Krummheuer (2007, s. 65) skriver at det er vanlig for elever på barneskolen å ikke ha ryggdekning i argumentasjonen sin. Med bakgrunn i dette ble oppgaveteksten utformet for å få elevene til å uttrykke flest mulig komponenter i Toulmin sin modell. Vi var også bevisst på å utforme formuleringer som skulle være forståelige for elevene.

Oppgaveteksten bestod av fem krav, som blir vist i figur 4.1. Disse hadde vi snakket med elevene om i introduksjonstimen, slik at de visste hva disse innebar (se kapittel 4.2.2.1). De tre første kravene var kjent for elevene fra tidligere arbeid med regnefortellinger i klasserommet. Disse kravene tok vi med for å legge til rette for at regnefortelling som sjanger kom tydelig frem. I denne oppgaven vil regnefortellingsbegrepet også bli forstått med bakgrunn i hvordan lærerne til informantene har introdusert begrepet for dem. De to siste kravene ble lagt til for å sikre oss om at elevenes tankegang skulle bli synliggjort i elevenes regnefortellinger, og at de skulle begrunne underveis. Å inkludere disse to kravene kunne også bidra til at elevene brukte logiske koblinger i regnefortellingene sine.

I oppgaveteksten fikk elevene beskjed om å skrive en regnefortelling «til oss studenter». Dysthe og Hertzberg (2014, s. 19) trekker frem Bakhtin for å peke på at «Når vi skriv eller snakker, adresserer eller vender vi oss alltid til nokon, og lesaren er viktig i sjølve tekstproduksjonen, ikkje berre som mottakar av ein bodskap, slik tradisjonell kommunikasjonsteori fremstiller det. Ifølge Bakhtin blir meining skapt i dialogisk samspel mellom den som skriv og den som les». Hensikten med å ha oss studenter som mottakere var at elevene visste hva vi forventet av dem, og vi tenkte at de kanskje ville vise mer for oss studenter enn lærere eller medelever som er en del av deres daglige undervisning. Dette fordi vi er noen utenfra som ikke har innsikt i hva de holder på med til daglig. Vi valgte også å bruke ordet 'du' i teksten for å understreke at det tankene til den enkelte elev var interessante for oss å få innsikt i. I likhet med Ulland et al. (2018, s. 128) ønsket vi «...at elevenes egne valg og synspunkter skal komme frem i teksten».

#### 4.2.2 Gjennomføring av datainnsamlingen

I dette underkapitlet vil jeg forklare hvordan dataene i denne studien ble samlet inn. Datainnsamlingen ble gjennomført over en periode på fire uker, hvor vi var ute i skolen i seks dager. Vi var fire studenter tilstede under datainnsamlingen. Tabell 3 viser en oversikt over datainnsamlingen. Videre vil jeg gå inn på de fire hovedområdene i datainnsamlingen: introduksjonstime, pilotundersøkelse, stasjonsarbeid og gjennomføringen av datainnsamlingen i uke 47 og 48, for å vise hvordan disse delene støtter opp om oppgavens problemstilling.

Tabell 3 Oversikt over gjennomføringen av datainnsamlingen

| Uke   | Tid  | Hva ble gjort   | Kommentarer   |
|-------|--|---|---|
| 45    |  | Introduksjonstime og pilotundersøkelse.   |   |
| Dag 1 | 60 minutter i hver klasse.<br>Totalt to klasser. | Introduksjonstime i hver av de to klassene.<br>Ca. 40 elever per klasse.            | En student hadde hovedansvaret, vi andre var tilstede i klasserommet. |
| Dag 2 | 60 minutter                                      | - Alle elevene skrev en regnefortelling<br>- Pilotundersøkelse<br>- Stasjonsarbeid  |   |
| 46    |  | Forberedelse til videre datainnsamling.<br>Utvalg av elever ble gjort.              |   |
| 47    | 120 minutter                                     | To elever skrev regnefortelling, deretter individuelt intervju. Totalt fire elever. | En av de andre studentene filmet.                                     |
| 48    | 60 minutter                                      | To elever skrev regnefortelling, deretter individuelt intervju. Totalt to elever.   |   |

#### 4.2.2.1 Introduksjonstime

I forkant av datainnsamlingen hadde vi et møte med elevenes lærere. Her fikk vi vite at elevene hadde arbeidet mye med regnefortellinger, men at de ikke hadde arbeidet med å synliggjøre tankegangen sin i regnefortellingene. De hadde heller ikke arbeidet med begrepet argumentasjon i undervisningen. Selv om argumentasjon som begrep, ifølge lærerne, var ukjent for elevene, kan jeg ikke vite om elevene var kjent med det å kunne argumentere. For å få innsikt i hvordan elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon kom til uttrykk i deres skriftlige regnefortellinger og muntlige responser, var det derfor hensiktsmessig å gjennomføre en introduksjonstime med elevene. I introduksjonstimen ble regnefortellinger forklart av elevene som en fortelling med norsk og matte blandet. Denne forståelsen for regnefortellinger vil bli sett på som en del av definisjonen av regnefortellinger i denne oppgaven. Selv om det ikke ble stilt krav til elevene om å ta i bruk flere uttrykksformer, var bruken av ulike uttrykksformer for å uttrykke tankene og begrunnelser noe vi snakket om i introduksjonstimen. Dermed kan dette ha hatt en innvirkning på elevenes bruk av uttrykksformer i regnefortellingene deres. Begrunnelsen for å snakke med elevene om dette var at de kunne få ideer til hvordan de kunne

uttrykke argumentasjonen sin da de skulle skrive regnefortelling. Dette kunne føre til at analysen av regnefortellingene kunne gi mer innsikt i deres skriftlige argumentasjon. Argumentasjonsbegrepet ble forklart som at det handler om å overbevise oss studenter underveis i regnefortelling om at svaret i regnefortellingen er riktig. Denne definisjonen ble forankret i Krummheuer (1995, s. 246f) sin definisjon av argumentasjon, som ble beskrevet i kapittel 1.3.1. Ved å snakke med elevene om argumentasjonsbegrepet i forkant, forsikret vi oss i større grad om at elevene hadde kunnskap om hva det vil si å argumentere. Vi hadde også skrevet en regnefortelling i forkant av introduksjonstimen (se figur 4.2), som fungerte som en modelltekst på hvordan elevene kunne synliggjøre sin argumentasjon skriftlig.



Figur 4.2 Eksempel på argumentasjon i en regnefortelling

Elevene skulle studere regnefortellingen og svare på hvor argumentasjonen i regnefortellingen fant sted, og hvordan den ble synliggjort. På denne måten fikk elevene en erfaring med hvordan de selv kunne argumentere i sin regnefortelling. Regnefortellingen handler om å handle på butikken, og hadde ikke fokus på en bestemt interesse. I ettertid ser jeg at vi burde ha fokusert på en interesse, da vi la vekt på at elevene skulle skrive om en interesse i oppgaveteksten. Det

at denne eksempeloppgaven handlet om butikk, kan være en mulig forklaring på hvorfor noen elever skrev om butikk i sin regnefortelling.

#### *4.2.2.2 Stasjonsarbeid*

Slik det fremgår i tabell 3, hadde elevene stasjonsarbeid etter de hadde skrevet en regnefortelling. Vi ønsket å ha en stasjon hvor elevene skulle få mulighet til å snakke om regnefortellingen de hadde skrevet til medelever i grupper. De andre elevene i gruppen fikk i oppgave å stille spørsmål til eleven etter han eller hun hadde fortalt om regnefortellingen sin. På denne måten fikk elevene trening i å forklare regnefortellingen sin og argumentere muntlig, noe som kunne være en pilot for å se hvordan elevene uttrykte seg muntlig. Tanken bak stasjonsarbeidet var også å få innsikt i hvilke elever som fremstod som muntlig aktive. Vi studenter var tilstede og observerte.

#### *4.2.2.3 Pilotundersøkelse*

For å sikre at datamaterialet skulle gi best mulig innsikt i studiens problemstilling, ble det gjennomført en pilotundersøkelse. Pilotundersøkelsen ga oss mulighet til å oppdage ting vi ønsket å forbedre. Jeg utførte pilotundersøkelsen med tre elever. De skrev hver sin regnefortelling, og i etterkant intervjuet jeg dem én og én. Dette ga mulighet til å prøve ut intervjuguiden vi hadde utformet. Vi fikk også testet at videoutstyret var i orden, samt at plasseringer av elever og forsker i forhold til kameraet var bra. I etterkant av pilotundersøkelsen endret vi på noen formuleringer, og justerte rekkefølgen på spørsmålene i intervjuguiden. Vi supplerte også med noen flere spørsmål. Pilotundersøkelsen medførte at jeg, på bakgrunn av elevenes svar, ble oppmerksom på hvordan spørsmålene kunne besvares. Dette gjorde meg mer bevisst på hvordan jeg kunne stille spørsmål i uke 47 og 48, for å få innsikt i oppgavens problemstilling.

#### *4.2.3 Skrivning av regnefortelling*

En del av datainnsamlingen innebar at elevene skulle skrive egne regnefortellinger individuelt. Ved å analysere regnefortellingene i etterkant fikk jeg innsikt i hvordan elevenes skriftlige argumentasjon kom til uttrykk gjennom de ulike uttrykksformene de tok i bruk da de skrev. Dette kan støttes i Meaney, Trinick og Fairhall (2012, s. 101), som peker på at lærere kan få innsikt i elevers kunnskap ved å studere deres skriftlige forklaringer. Med bakgrunn i Ulland et

al. (2018, s. 138) sin forskning som ble diskutert i kapittel 2.3.3, fant jeg det hensiktsmessig å se hvordan de ulike uttrykksformene ga elevene ulike muligheter til å forklare sine tanker. Skrivningen ble også filmet for å kunne få innsikt i om elevene tok i bruk andre uttrykksformer som ikke ble synliggjort i regnefortellingen da de skrev, som for eksempel fingertelling.

#### 4.2.4 Semistrukturert intervju

I analysen av elevenes uttrykksformer i deres skriftlige regnefortellinger, vil det kunne være aspekter ved elevenes tenkning som ikke blir synliggjort. Slik det kom frem i kapittel 1.2, vil det være viktig å ta et elevperspektiv for å få innsikt i elevenes tenkning, og undersøke hvordan elever uttrykker sine tanker gjennom ulike uttrykksformer. For å få dypere innsikt i elevenes argumentasjon, ble det gjennomført semistrukturerte intervjuer med elevene i etterkant av skriving. En kombinasjon av skriftlige regnefortellinger, semistrukturerte intervjuer og videoopptak, styrker studiets validitet.

Kvale og Brinkmann (2017, s. 357) har definert semistrukturert livsverdenintervju slik: «En planlagt og fleksibel samtale som har som formål å innhente beskrivelser av intervjupersonens livsverden med henblikk på fortolkning av meningen med de fenomener som blir beskrevet». Med bakgrunn i denne definisjonen var intervjuene semistrukturerte, da vi hadde utarbeidet en intervjuguide på forhånd (se vedlegg 1) og intervjuet var preget av fleksibilitet underveis. Chen og Myhill (2016) har i sin forskning også gjennomført semistrukturerte intervjuer knyttet til tekster elever fra ni til tretten år har skrevet. Deres studie omhandler skriving i engelsktimer, og de ser på elevenes refleksjon knyttet til egen skriving. Det kan trekkes en parallell fra deres forskningsmetode til denne studien, da de intervjuer elevene med bakgrunn i det de har skrevet i sine tekster. Grunnen til at vi så et behov for å ha semistrukturerte intervjuer i stedet for strukturerte for eksempel, var at vi ønsket å ha mulighet til å kunne fokusere på det som var interessant hos de ulike elevene. Jeg studerte ikke regnefortellingen eleven hadde skrevet før intervjuet begynte, og derfor dukket det noen ganger opp spørsmål som passet til en regnefortelling, men som ikke var interessante å stille til en annen elev. Dette kunne for eksempel være «hvorfør har du tegnet her?». Med bakgrunn i dette var det hensiktsmessig å utføre et semistrukturert intervju for å få innsikt i hvordan elevenes prosedyremessige og begrepsmessige kunnskap kom til uttrykk i deres skriftlige og muntlige argumentasjon. Likevel var det flere spørsmål som gikk igjen, som for eksempel «hvordan har du kommet frem til

svaret?» og «hvorfor mener du at dette svaret er riktig», men det var også spørsmål som var knyttet til den bestemte regnefortellingen.

I intervjusituasjonen var det en forsker som stilte spørsmål og en som filmet. Av de seks intervjuene jeg analyserer i denne oppgaven, ble fire av intervjuene utført av meg. Intervjuene tok utgangspunkt i regnefortellingen eleven hadde skrevet, og spørsmålene tok ofte utgangspunkt i kravene som ble gitt i oppgaveteksten. I intervjuet ble det blant annet snakket om hvordan elevene kom frem til svaret, hvorfor de tenker at svaret deres er riktig, hvor i regnefortellingen de selv mener at argumentasjonen finner sted, spørsmål knyttet til andre tall og hvordan de ville fortalt en førsteklasing hvorfor svaret deres var riktig (se intervjuguide i vedlegg 1). Grunnet oppgavens omfang, og for å få innsikt i oppgavens problemstilling, ble det i analysen av intervjuet fokusert på spørsmål som er knyttet til hvordan de kom frem til svaret, og hvorfor de tenker at svaret deres er riktig. Disse spørsmålene gir innsikt i både elevens fremgangsmåte og gir et bilde av hvilke uttrykksformer eleven tar i bruk for å komme frem til svaret. Samtidig får jeg innsikt i elevenes argumentasjon for hvorfor svaret er riktig. Dette kan ses i sammenheng med definisjonen av matematisk argumentasjon som ble presentert i kapittel 1.3.1. I stedet for å basere intervjuene på regnefortellingen elevene hadde skrevet i uke 45, skrev elevene en ny regnefortelling. På denne måten prøvde vi å sikre at elevene husket hva de hadde tenkt da regnefortellingen ble skrevet.

#### 4.2.5 Videoobservasjon

For å få innsikt i alle uttrykksformene elevene tok i bruk både da de skrev regnefortellingene og i intervjuet i etterkant, ble videoobservasjon brukt. Johansson et al. (2014) brukte videoobservasjon i sin forskning, og dette ga dem innsikt i hva elevene gjør, og ikke bare hva de sier (se kapittel 2). Ved å ta i bruk video fikk vi mulighet til å se på både elevenes verbale og nonverbale kommunikasjon, som blant annet peking i regnefortellingene mens de forklarer, eller bruk av fingertelling (Bjørndal, 2017, s. 80). Videoobservasjon er nødvendig å ta i bruk for å besvare oppgavens problemstilling, fordi elevenes argumentasjon kan komme til uttrykk i elevenes nonverbale kommunikasjon.

Fordelen med bruk av videokamera var at jeg som intervjuer kunne rette oppmerksomheten mot intervjusituasjonen, i stedet for å notere samtidig. Videoobservasjon ga også mulighet for å se filmopptaket i etterkant, for å få innblikk i detaljer fra den reelle situasjonen som jeg kanskje ikke bemerket meg i situasjonen. På denne måten gir bruken av videokamera et bedre innblikk enn bruk av kun lydopptak (Bjørndal, 2017, s. 79). Det at elevene vet at de blir filmet kan gjøre at elevene opptrer annerledes enn de kanskje ville gjort hvis de ikke visste at de ble filmet. Dette kan ha en innvirkning på oppgavens funn. Det er også viktig å trekke frem at plassering av mikrofon og kamera kan legge bestemmelser for hva som registreres, og kan dermed fungere som en begrensning (Bjørndal, 2017, s. 82f). For eksempel ba jeg medstudenten som filmet om å zoome inn på regnefortellingsarket hvis eleven pekte, slik at da jeg skulle se filmen i etterkant hadde en forståelse for hva eleven snakket om. Det ble da gjort en bestemmelse for hva som er interessant å fokusere på, samtidig som noe annet blir utelatt. En annen begrensning kan være at noen elever synes det er forstyrrende med et kamera foran dem, og at intervjuet hadde blitt annerledes ved bruk av bare lydopptaker. Dette er noe vi ikke kan vite uten å gjennomføre intervjuet kun med lydopptaker, men det er sentralt å reflektere over dette som en påvirkning på funnene.

#### 4.2.6 Valg av informanter

I dette underkapitlet vil jeg både redegjøre for valg av informanter til datainnsamlingen og for hvilke kriterier som lå til grunn for å velge de seks elevene til analysen. Slik det fremkommer i oppgavens problemstilling var informantene elever i 3. klasse. Da jeg ble deltaker i prosjektet «Produksjon av regnefortellinger for å fremme matematisk forståelse», var klassetrinnet allerede bestemt.

##### 4.2.6.1 Valg av informanter til datainnsamlingen

Jeg foretok et strategisk utvalg av informanter til datainnsamlingen. Dalland (2017, s. 56) skriver at «Ved mange kvalitativt orienterte metoder henvender en seg ofte til grupper eller enkeltpersoner som en på forhånd mener har noe spesielt å bidra med i undersøkelsen». Med bakgrunn i dette ble elevenes evne til å uttrykke sin tekning, lagt til grunn for valg av informanter. Jeg valgte altså elever som jeg trodde kunne uttrykke tankene sine skriftlig og muntlig. For å finne ut hvilke elever dette var, baserte jeg meg på observasjoner fra introduksjonstimen og stasjonsarbeidet. Vi noterte hvilke elever som snakket i løpet av

introduksjonstimen. De elevene som så ut til å være muntlig aktive, ønsket jeg å intervju. To av de seks informantene var ikke muntlig aktive under introduksjonstimen. Disse ble valgt med bakgrunn i muntlig aktivitet under stasjonsundervisningen og et parintervju som ble gjennomført av en medstudent i pilotundersøkelsen. Det er viktig å trekke frem at et utvalg på seks av totalt 47 elever som hadde levert inn samtykkeskjema (se vedlegg 2), ikke vil være representativt til å si noe om hvordan prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap kommer til uttrykk i alle elever på 3. trinn sin argumentasjon. Da det både blir utført analyse av regnefortellingene og intervjuene med elevene i etterkant kan denne oppgaven likevel gi innsikt i de seks elevene sine tanker.

#### *4.2.6.2 Valg av informanter til analysen*

Det var totalt tjue elever som ble intervjuet individuelt av tre studenter tilsammen. Videre i oppgaven har jeg valgt å analysere de skriftlige regnefortellingene og muntlige responsene i intervjuet til seks av disse elevene. For å velge elevene utformet jeg tabell 4 og 5, hvor de tjue elevene ble kategorisert. Begrunnelsen for denne kategoriseringen var å finne elever som skilte seg ut, og som kunne vært interessant å se mot hverandre for å få innsikt i oppgavens problemstilling. Antallet elever, altså seks, ble valgt med bakgrunn i tabellene nedenfor. Tanken var at jeg ønsket å ha med elever fra de ulike kategoriene, for å kunne studere likheter og forskjeller i analysen. Tabell 4 viser tegningens funksjon i både skriftlige regnefortellinger og muntlige responser. Tabell 5 viser kategorisering av elevenes forklaringer. For å kategorisere elevene har jeg ikke brukt et bestemt analyseverktøy, men likevel ligger mine tolkninger til grunn for å plassere elevene i de ulike kategoriene som har blitt utformet.

Tabell 4 Bruk av tegning i elevenes regnefortellinger og muntlige responser

| Elever                       | Tegningens funksjon     |
|------------------------------|-------------------------|
| 3B, 38A                      | «Snakker» tegning       |
| 21B, 22B, 35A                | Illustrasjon            |
| 17A, 34B                     | Illustrerer regnestykke |
| 32B                          | Noe som krysses vekk    |
| 22B                          | Tallinje                |
| 29B, 40B, 27B                | Penger                  |
| 40B, 19A                     | Tellestreker            |
| 27B, 40B, 32B, 29B, 19A, 34B | Forklarende             |

Tabell 5 Elevenes forklaringer

| Elever   | Forklaringen eleven gir muntlig               |
|--|---|
| 3B, 22B, 6A (tar vekk 10), 32B                     | Tar vekk 0'ene                                |
| 27B, 17A, 6A (legger på 10), 18B                   | Legger til 0'ene                              |
| 38A  | Likevekt                                      |
| 35A, 19A   | Sånn er det bare, det er riktig, bare vet det |
| 38A, 29B, 32B                                      | «Går vekk» og «tar vekk»                      |
| 21B, 10B, 6A, 13A, 19A, 3B, 22B, 35A, 17A, 9B, 32B | Fingertelling/tellestrek                      |
| 3B, 32A, 1A, 9B, 32B                               | Kjent prosedyre                               |
| 34B  | Bruke opp                                     |
| 13A, 29B   | Dele opp tall                                 |

Å studere tegningenes funksjon, var viktig for å få innsikt i hvordan elevene bruker ulike uttrykksformer for å uttrykke sin matematiske argumentasjon. Å analysere elever med ulike forklaringer kan gi et utgangspunkt for å se deres skriftlige regnefortellinger og muntlige respons opp mot prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon. Tabellene viser at det finnes flere elever innenfor de ulike kategoriene. De seks elevene som til slutt ble valgt var: 35A, 27B, 34B, 38A, 29B og 32B. Som vist i tabellene ble noen av disse representert i flere kategorier, og dette var en av grunnene til at disse elevene ble valgt. De seks elevene var plassert i ulike kategorier, som ga muligheten for sammenligning i analysen. I neste underkapittel vil en

beskrivelse av hvordan rammeverkene som ble presentert i kapittel 3 ble brukt i denne studien for å få innsikt i hvordan seks elever i 3. klasse sin prosedyremessig og begrepsmessige kunnskap kommer til uttrykk i deres skriftlige og muntlige argumentasjon.

#### 4.3 Rammeverk for analyse av skriftlige regnefortellinger og muntlige elevresponser

Før jeg presenterer hvordan rammeverket i kapittel 3 ble brukt for å analysere datamateriale, vil jeg understreke at analysen som har blitt gjort i denne oppgaven kun danner et øyeblikksbilde. Dette betyr at jeg med bakgrunn i det teoretiske rammeverket kan si noe om hvordan prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap kommer til uttrykk i én skriftlig regnefortelling og et muntlig intervju. Likevel kan det tenkes at elevene har mer argumentasjon som ikke blir gitt uttrykk for. Jeg kan heller ikke si noe om elevens kunnskap er gjeldende i andre situasjoner. Bjørndal (2017, s. 135) trekker frem at det i en analyse blir valgt å ha fokus på noe, mens noe annet blir oversett. Hvilke analyseverktøy som blir brukt for å få innsikt i hvordan de seks elevene uttrykker sin muntlige og skriftlige argumentasjon, og hvordan prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap kan knyttes til dette, vil dermed påvirke hvilken forståelse som gis innsikt i. Fire språklige indikatorer på prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon, som er inspirert av Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin forskning, og Toulmin sin argumentasjonsmodell, har blitt brukt som analyseverktøy i denne oppgaven. I de kommende avsnittene skal jeg beskrive hvordan det teoretiske rammeverket ble brukt i analysen av elevenes regnefortellinger og deres responser i elevintervjuene. For å tydeliggjøre dette, vil analysen av 35A bli brukt som eksempel underveis. Da ikke analysen av alle elevene blir synliggjort i kapittel 5, viser eksemplifiseringen med 35A hvordan elementene av prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon som blir presentert i tabell 7 og 9 har blitt analysert. I Toulmin sin modell har indikatorene blitt fargekodet. Personlig pronomener ble farget gult, grammatisk tid ble farget grønn, bruk av logiske koblinger ble farget turkis og elevenes bruk av uttrykksformer har blitt farget rosa, eller blitt vist med bilde av tegning og regnestykke. Figur 4.3 viser 35A sin regnefortelling, som danner bakgrunnen for analysen av elevens skriftlige argumentasjon.



Jeg pløket 25 blomster På  
veien jenn mister jeg 10  
blomster vor mangen  
blomster hade jeg ijen

$$25 - 10 = 15$$

Figur 4.3 35A sin regnefortelling

Før beskrivelsen av hvordan det teoretiske rammeverket ble brukt i analysen, vil jeg trekke frem at valg av fokus som ble tatt i denne oppgaven, kan ha gjort at andre interessante områder ble oversett. For eksempel så har jeg valgt å fokusere på elevenes respons på forskerens spørsmål, og utelatt et fokus på hvordan forskerens spørsmålsstilling kan ha hatt en påvirkning på elevenes svar. Hvilke personlig pronomen og grammatisk tid læreren bruker i sin spørsmålsstilling kan ha påvirket hvilke indikatorer elevene tar i bruk i sine responser. Dette fant Bills (2001) eksempler på i sin studie. Lærerens spørsmålsstilling kan også ha en påvirkning på elevenes argumentasjon, slik det ble presentert i kapittel 2.2.1. Det er viktig å være klar over dette, selv om oppgavens fokus er på elevens muntlige respons. I de kommende avsnittene vil det bli gitt innsikt i hvordan det teoretiske rammeverket har blitt brukt for å analysere oppgavens datamateriale.

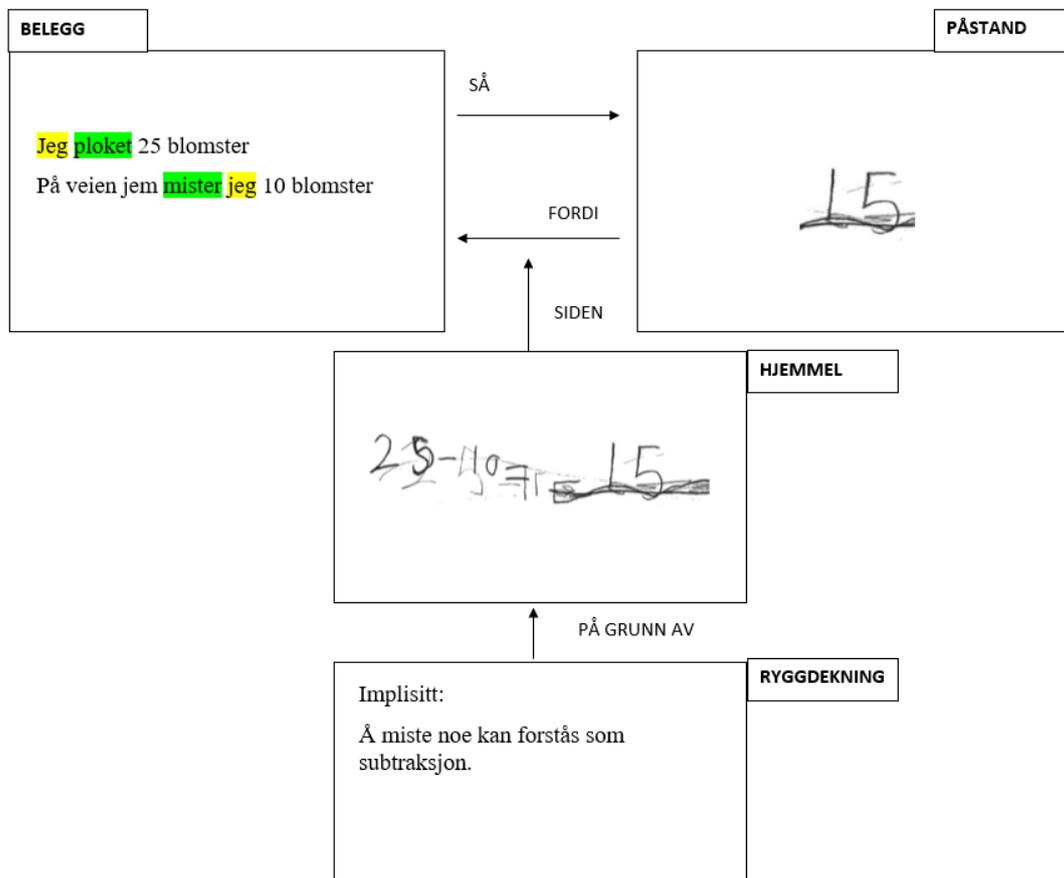
#### 4.3.1 Språklige indikatorer på prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon som analyseverktøy

I dette underkapitlet skal jeg gjøre rede for hvordan de språklige indikatorene, som ble presentert i kapittel 3.1, ble brukt for å finne elementer prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i analysen av oppgavens datamateriale. Definisjonene av prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon fra kapittel 1.3.4.4 ble også brukt for å kategorisere den kunnskapen eleven ga uttrykk for. Videre følger en beskrivelse av hva som ble kategorisert som prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i analysen av elevenes skriftlige regnefortellinger og muntlige responser. Da analysen ble utført var det første som ble gjort å se om de språklige indikatorene var til stede, og markere disse i Toulmin sin modell. Deretter ble det diskutert hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap som kom til uttrykk gjennom elevenes bruk av personlig pronomen, grammatisk tid, logiske koblinger og multimodale argumentasjon.

##### *4.3.1.1 Analyse av de skriftlige regnefortellingene*

I analysen av elevenes skriftlige regnefortellinger, ble det møtt på noen utfordringer da indikatorene originalt ble brukt på analyse av elevens muntlige responser i Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin forskning. For å analysere elevenes argumentasjon i deres skriftlige fortelling, var det nødvendig å ta hensyn til regnefortelling som sjanger. Regnefortellingens sjanger gjorde at det ble oppdaget noen begrensninger ved bruk av personlig pronomen og grammatisk tid for å indikere elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap. Det personlige pronomenet 'jeg' så ut til å fungere som en fortellerstemme i stedet for å kunne si noe om elevens argumentasjon. Det vil være mindre naturlig å bruke 'man' for å fortelle om noe. Det vil også være naturlig at elevene brukte 'jeg' da de skulle skrive om sin egen interesse, fordi de da fortalte om noe som angikk dem personlig. Med bakgrunn i dette ga ikke bruken av 'jeg' nødvendigvis innsikt i elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap, slik rammeverket tilsier. Elevene ser ut til å bruke 'jeg' for å fortelle noe og ikke argumentere for noe. Dette ser vi et eksempel på i figur 4.4 hvor 35A bruker 'jeg' i belegget sitt for å fortelle at hun har plukket tjuefem blomster, men at hun mistet ti blomster på veien hjem. Det var også utfordrende å bruke de grammatiske tidsbegrepene nåtid og fortid som en indikator på elevenes argumentasjon, da tidsbegrepet har en annen rolle i fortellingens verden. En fortelling kan bli skrevet om noe som skjer nå (nåtid) eller noe som har skjedd tidligere (fortid). Den grammatiske

tiden eleven bruker i sin regnefortelling vil derfor ikke nødvendigvis si noe om elevene har elementer av prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap i sin argumentasjon.



Figur 4.4 Analyse av 35A sin skriftlige argumentasjon

Det ble også prøvd å identifisere logiske koblinger i elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon, men de var ikke alltid tilstede. I arbeid med å analysere de skriftlige regnefortellingene, ble de logiske koblingene opplevd som en indikator som sa mer om hvorvidt elevenes argumentasjon var prosedyremessig eller begrepsmessig. Elever som tok i bruk logiske koblinger for å begrunne svaret i regnefortellingen uttrykte elementer av begrepsmessig argumentasjon. Elever som tok i bruk logiske koblinger, som for eksempel 'så' i regnefortellingen sin, men som ikke brukte den logiske koblingen som en del av en argumentasjon, uttrykte elementer av prosedyremessig argumentasjon. Dette gjaldt også for de elevene som ikke brukte logiske koblinger. 35A brukte ingen logiske koblinger i sin regnefortelling, og hadde dermed elementer av prosedyremessig kunnskap. Den siste

indikatoren i rammeverket er multimodal argumentasjon. Elever som tok i bruk uttrykksformer for å uttrykke en prosedyre med spesifikke tall, og ikke forklarte nærmere hvorfor prosedyren fungerer, ble analysert som elementer av prosedyremessig kunnskap. Dette var for eksempel et spesifikt regnestykke i regnefortellingen deres. Hvis elevene derimot tok i bruk uttrykksformer som viser bruk av relasjoner mellom tall og sammenhenger, kan deres argumentasjon ha elementer av begrepsmessig kunnskap. Et eksempel på dette kan være tegninger som illustrerer hvorfor svaret er riktig, slik Enge og Iversen (2010) fant i sin studie (se figur 2.1). I analysen av 35A sin skriftlige regnefortelling, ble ikke tegningen sett på som en del av argumentasjonen hennes. Dette blir diskutert nærmere i kapittel 5.1.3. Figur 4.4 viser hvordan 35A ble analysert i Toulmin sin argumentasjonsmodell, og fargekodingen viser de språklige indikatorene.

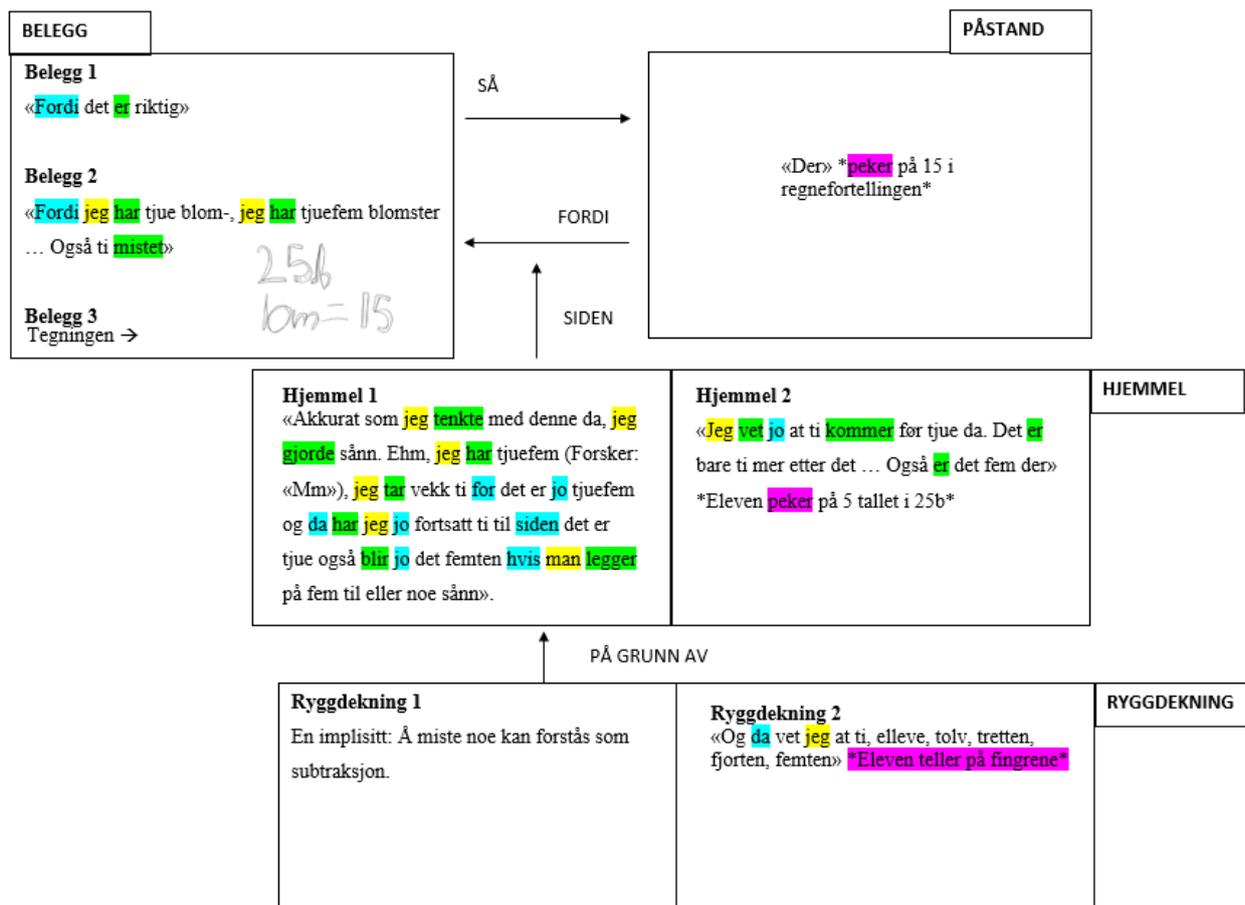
Ved å analysere 35A sin skriftlige regnefortelling ble det funnet elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i hennes skriftlige argumentasjon. Begrunnelsen for dette følger i tabell 7 (se kapittel 5.1.6), men vil bli gjengitt her:

Tegningen i elevens regnefortelling er ikke en del av hennes argumentasjon. Hun har ingen logiske koblinger. Eleven er den eneste som har en eksplisitt hjemmel. Regnestykket kan vise sammenheng mellom belegg og påstand. Samtidig er hjemmelen et regnestykke som viser en spesifikk prosedyre, og det er vanskelig å vite om hun har en forståelse for prosedyren som har blitt utført. Hun har også en implisitt ryggdekning hvor det ser ut til at hun har en forståelse for prinsippet om subtraksjon. Dette kan være et element av en begrepsmessig argumentasjon.

Begrunnelsen viser at de to indikatorene logiske koblinger og multimodal argumentasjon, er de som har gitt innsikt i hvorvidt elevenes argumentasjon har elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap. Samtidig har hennes eksplisitte hjemmel og implisitte ryggdekning også en betydning for begrunnelsen som blir gitt. Begrunnelsen viser at det ikke blir gitt tilstrekkelig informasjon i regnefortellingen til å kunne se hvilke elementer som blir uttrykt. Med bakgrunn i dette ses det et behov for å bruke rammeverket på elevenes muntlige responser, hvor jeg som intervjuer fikk mulighet til å stille elevene spørsmål. Dette kunne føre til at elevene kunne fortelle mer rundt det som hadde blitt skrevet i regnefortellingen.

#### 4.3.1.2 *Analyse av elevenes muntlige responser*

I dette underkapitlet vil jeg gjøre rede for hvordan det teoretiske rammeverket ble brukt i analysen av elevenes muntlige responser. Elevenes svar på spørsmålene i intervjuet kategoriseres som prosedyremessig argumentasjon hvis elevene begrunner med bruk av spesifikke tall, og de ikke evner å generalisere deres forståelse til å gjelde andre tall. Elevene som plasseres her bruker personlige pronomen som 'jeg', 'man', 'du' og 'vi' som en del av deres spesifikke forklaring. Begrunnelsen som blir gitt kan for eksempel være «jeg gjorde dette», hvor bruk av fortid vil være en indikator på prosedyremessig argumentasjon. Eleven kan også bruke nåtid, men da vil nåtid bli brukt om en prosedyre som er kjent for dem og som elevene derfor ikke ser et behov for å forklare nærmere. Elevene kan for eksempel si «det bare er sånn». Figur 4.5 viser at 35A kan uttrykke elementer av prosedyremessig argumentasjon når hun sier «Fordi det er riktig». Men hun viser også til flere begrunnelser for at svaret er femten. Hvis elevene ikke tar i bruk logiske koblinger i sine muntlige responser viser argumentasjonen deres også elementer av prosedyremessig argumentasjon. Det kan hende at elevene tar i bruk logiske koblinger, men begrunnelsen som følger vil være basert på en spesifikk prosedyre, som for eksempel «svaret er riktig fordi to pluss tre er lik fem». Uttrykksformene elevene tar i bruk vil også være knyttet til utførelsen av en spesifikk prosedyre. En elev med prosedyremessig argumentasjon tar altså utgangspunkt i hva som har blitt gjort, den matematiske prosedyren, for å begrunne.



Figur 4.5 Analyse av 35A sin muntlige argumentasjon

Hvis en elev derimot uttrykker en forståelse for relasjoner mellom tall og de operasjonene som blir utført, samt evner å generalisere prosedyren eleven har brukt, har argumentasjonen deres elementer av begrepsmessig kunnskap. Elevene bruker personlige pronomen for å si noe generelt som for eksempel «Jeg/du gjør alltid dette», hvor det også er vanlig at setningen blir uttrykt i nåtid. Blir logiske koblinger brukt for å begrunne noe generelt, plasseres elevene også under begrepsmessig argumentasjon. Dette kan for eksempel være at eleven begrunner svaret sitt med en fremgangsmåte som kan brukes med flere talloperasjoner, for eksempel prinsippet om likevekt i arbeid med likhetstegnet. Med bakgrunn i Rittle-Johnson og Alibali (1999) sin forskning som ble presentert i kapittel 1.3.4.2, kan elevenes forståelse for likhetstegnets ekvivalens indikere en begrepsmessig kunnskap.

Slik det kom frem i kapittel 3.2.2, viser hjemmelen sammenhengen mellom påstanden og belegget i elevens argumentasjon. Hjemmelen uttrykker også en utdyping av det som blir sagt

i belegget, og det er mer generelle uttalelser enn det som forekommer i belegget. Med bakgrunn i dette må elevene ha hjemler i sin argumentasjon for å vise elementer av begrepsmessig kunnskap. Vi ser i figur 4.5 at 35A har to eksplisitte hjemler i sin argumentasjon. Det kan finnes hjemler som ikke er like generaliserbare, for eksempel hvor elevene bruker spesifikke regnestykker, og da vil argumentasjonen plasseres som prosedyremessig. Elever som viser begrepsmessig kunnskap i sitt belegg men som mangler hjemmel, har likevel elementer av begrepsmessig kunnskap i sin argumentasjon, men disse må arbeidet med å videreutvikles. Elevene har en begrepsmessig argumentasjon hvis de tar i bruk flere uttrykksformer for å styrke argumentasjonen sin, hvor uttrykksformene fungerer som hjemmel eller ryggdekning. Det vil derimot ikke være et krav å ha en ryggdekning for å at argumentasjonen er begrepsmessig.

I tabell 9 (se kapittel 5.2.6) blir det skrevet at 35A hadde elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i sin argumentasjon. Begrunnelsen er:

Eleven tar i bruk flere uttrykksformer. Tegningen hennes fungerer som en forklaring på at svaret er femten, og hun viser dermed en forståelse for operasjonen som har blitt utført. Hun tar i bruk logiske koblinger, men de viser elementer av prosedyremessig kunnskap fordi hun ikke forklarer nærmere enn «fordi det er riktig», og baserer forklaringen på en prosedyre. Bruken av fingertelling indikerer elementer av en begrepsmessig argumentasjon. Både eksplisitt og implisitt ryggdekning. Mangelfull informasjon om generalisering.

Denne begrunnelsen viser at fokuset i analysen har vært på hennes bruk av logiske koblinger, bruk av uttrykksformer, komponentene i Toulmin sin modell, og definisjonene av prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon som ble utformet i kapittel 1.3.4.4.

#### 4.3.2 Toulmin som analyseverktøy

I de neste avsnittene følger en beskrivelse av hvordan Toulmin sin modell ble brukt som analyseverktøy. Dette analyseverktøyet gir innsikt i hvordan elevenes argumentasjon er bygget opp, og kan dermed si noe om hvilken rolle de ulike uttrykksformene spiller i elevenes argumentasjon. Da elevenes muntlige responser i intervjuet ble plassert i Toulmin sin modell, ble det brukt direkte sitat for å skille det eksplisitte fra det implisitte. Figur 4.4 og 4.5 viser analysen av 35A sin skriftlige regnefortelling og muntlige responser i intervjuet. Det er viktig

å trekke frem at jeg i analysen med bruk av Toulmin sin argumentasjonsmodell har forstått det som at alle hjemmelene er en støtte for alle beleggene. Altså det er ikke slik at hjemmel 1 bare er en støtte for belegg 1. Dette kan man se et eksempel på hos 35A i figur 4.5, hvor det som blir sagt i hjemmel 2 kan fungere som en støtte for både det som blir sagt i belegg 1 og 2. På samme måte vil ryggdekningene styrke både hjemmel 1, hjemmel 2 og alle beleggene. I noen tilfeller har jeg også funnet at belegg 2 kan utdype det som blir uttrykt i belegg 1.

#### *4.3.2.1 Påstand*

Slik det kom frem i kapittel 3.2.1 kan påstander bli sett på som foreslåtte løsninger. En slik tilnærming til påstand kan fungere godt i denne oppgaven, da det å skrive et svar i regnefortellingene var et av kravene vi stilte i oppgaveteksten. I analysen av elevenes skriftlige regnefortellinger blir derfor svaret i regnefortellingen deres sett på som elevenes påstand i deres argumentasjon. Oppgaveteksten inneholder formuleringene «I regnefortellingen skal du vise oss hvordan du tenker for å komme frem til svaret» og «hvorfor får du akkurat dette svaret», som kan fungere som en indikator på at svaret er utgangspunktet for elevenes argumentasjon. Det er altså svaret elevene skal dreie sin argumentasjon rundt. Også i analysen av elevenes muntlige responser ses svaret i regnefortellingen på som påstand, da spørsmålene som var stilt av forskeren var knyttet opp mot svaret. Spørsmålene var inspirert av de to siste kravene i oppgaveteksten elevene fikk utdelt da de skulle skrive regnefortellingen. Figur 4.4 og 4.5 viser at svaret i regnefortellingen har blitt plassert som 35A sin påstand både muntlig og skriftlig.

#### *4.3.2.2 Belegg*

Tanken bak formuleringene i oppgaveteksten som ble vist til i avsnittet over var å bidra til at elevene skulle argumentere for svaret i regnefortellingen sin. På denne måten blir sammenhengen mellom påstanden og belegget tydeliggjort. I analysen fant jeg derimot at det ofte var regnefortellingen i seg selv som ble belegget i elevenes skriftlige argumentasjon. Begrunnelsen for dette er at historien i regnefortellinger danner bakgrunnen hva svaret blir. Opplysningene om hvorfor svaret er riktig ligger i regnefortellingen, fordi den kan ses på som fremgangsmåten i elevenes tankegang. Dette gjør at det kan ligge mye tenkning implisitt i regnefortellingene. I analysen av elevenes muntlige responser ble regnefortellingen i seg selv også sett på som elevenes belegg. Begrunnelsen for dette er at intervjuet handler om å få innsikt i hva elevene har tenkt i regnefortellingen sin, og da blir regnefortellingen det som

argumentasjonen skjer på bakgrunn av. Dette vil da fungerer som et belegg for at svaret er riktig. Samtidig fantes det også flere belegg i intervjuene som ikke baserte seg på å lese opp regnefortellingene, hvor elevene beskrev fremgangsmåten sin. Figur 4.4 viser at regnefortellingen til 35A har blitt brukt som belegg i hennes skriftlige argumentasjon. I den muntlige argumentasjonen hennes har hun tre belegg. Det første belegget viser tegn på at eleven ikke ser ut til å ha evne til å forklare nærmere hvorfor prosedyren hennes fungerer, mens hun i belegg to baserer seg på historien i regnefortellingen. Det tredje belegget er en illustrasjon av det som blir skrevet i regnefortellingen, da eleven i intervjuet sier at 'b' står for blomster og 'm' står for mistet. Med bakgrunn i dette kan tegningen uttrykke det samme som verbalspråket i belegg 2, og blir dermed plassert som belegg.

#### *4.3.2.3 Hjemmel*

For å finne elevenes hjemler så jeg etter hva som kunne vise sammenhengen mellom påstanden og belegget. Begrunnelsen for dette er at hjemler i kapittel 3.2.2 ble beskrevet som noe som viser sammenhengen mellom påstand og belegg. Formuleringen «hvorfor får du akkurat dette svaret» i oppgaveteksten kan fungere som en oppfordring til elevene om å synliggjøre hjemlene sine, fordi en slik formulering kan føre til at elevene begrunner hvorfor det de har skrevet i regnefortellinger har gitt det svaret de har fått. I analysen har det både blitt funnet implisitte og eksplisitte hjemler. I de skriftlige regnefortellingene fant jeg flest implisitte hjemler, som var regnestykker hvor tallene i regnefortellingen ble brukt for å vise hvordan eleven kunne ha tenkt for å komme frem til svaret. Når elevenes muntlige elevresponser ble analysert, ble det funnet flere eksplisitte hjemler. Elev 35A var den eneste av de seks elevene som uttrykte en eksplisitt hjemmel i den skriftlige argumentasjonen, noe som blir diskutert i kapittel 5.1.4. Her ser vi at regnestykket har blitt plassert som en hjemmel, da det uttrykker sammenhengen mellom belegget og påstanden. Hvis vi ser på analysen av elevens muntlige argumentasjon i figur 4.5 har elevens respons på hvordan hun kom frem til femten som svar, og hvorfor dette er riktig, blitt plassert. I hjemmel 2 ser hun ut til å bruke kunnskap om relasjoner mellom tallene når hun sier at ti kommer før tjue, og at tjue er ti mer enn ti.

#### *4.3.2.4 Ryggdekning*

I denne oppgaven har ryggdekning blir forstått som noe universelt som kan ses i flere sammenhenger. Med bakgrunn i Bills (2001) sin forskning på 'metaphoric language', som jeg

har oversatt som 'bruk av hverdagsspråk' for å si noe matematisk, har jeg sett på elevenes hverdagsspråk som et uttrykk for elevenes forståelse for konseptene addisjon og subtraksjon. Likevel har dette i analysen av de skriftlige regnefortellingene blitt plassert som implisitt ryggdekning da elevene ikke uttrykker denne forståelsen eksplisitt. I intervjuene med elevene stilte forskeren ofte spørsmål for å få dypere innsikt i elevenes argumentasjon. Dette gjorde at en ryggdekning kom til syne hos enkelte av elevene. I analysen av 35A sin skriftlige argumentasjon ble 'miste' sett på som hverdagsspråk for subtraksjon. Figur 4.5 viser at elevens bruk av fingertelling blir plassert som ryggdekning. Begrunnelsen for dette vil følge i kapittel 5.2.5. Da jeg analyserte elevenes muntlige responser ble bruk av fingertelling både sett på som et element av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap, med bakgrunn i hvordan fingertellingen ble brukt (se kapittel 3.1.2.4). Dermed kan bruk av fingertelling også plasseres i andre komponenter av Toulmin sin modell. I min analyse så jeg også på hvordan elevene uttrykte seg gjennom andre uttrykksformer.

#### 4.4 Etiske hensyn

For å ivareta informantenes anonymitet og oppgavens gyldighet og pålitelighet, har det i denne oppgaven blitt gjort etiske hensyn både før, under og etter datainnsamlingen. I forkant av datainnsamlingen ble prosjektet godkjent av Norsk Senter for Forskningsdata (NSD). Dette var nødvendig da vi skulle filme elevene i datainnsamlingen vår. Før forskningen kunne finne sted, var det også nødvendig å samle inn samtykke fra elevenes foreldre. Backe-Hansen og Frønes (2012, s. 17) understreker at samtykke fra foreldre må samles inn, fordi barnet har rett til beskyttelse. Informasjonsskriv til foresatte ligger som vedlegg i denne oppgaven (se vedlegg 2). Vi var også opptatt av å gi elevene informasjon om at de kunne velge å ikke delta i prosjektet, selv om deres foresatte hadde levert inn samtykkeskjema. Dette er viktig fordi det er elevene selv som skal delta i studien. Det ble også gitt informasjon om prosjektet under introduksjonstimen, se kapittel 4.2.2.1, slik at alle elevene visst hva de deltok på og at de eventuelt kunne trekke seg fra studien underveis.

Datainnsamlingen ble gjennomført i den ordinære matematikk- og norskundervisningen, og av både praktiske og etiske grunner deltok alle elevene på introduksjonstimen, stasjonsundervisningen og skriving av regnefortelling i uke 45. Dermed ble alle elevene behandlet likt uansett om de hadde gitt samtykke til å bli filmet eller ikke. Ingen av elevene

som ikke hadde levert samtykkeskjema ble filmet eller gjort lydopptak av. Bare de elevene som samtykket til deltakelse i studien var mulige informanter å analysere. Under datainnsamlingen la vi vekt på å gjøre situasjonen trygg for elevene. Dette ble blant annet gjort ved at de hadde mulighet til å trekke seg fra prosjektet hvis de ønsket det. Dette ble gjort i tråd med Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (heretter omtalt som NESH). NESH sitt punkt 14 omhandler forskning på barn. Her står det at «Forskeren må ha tilstrekkelig kunnskap om barn til å kunne tilpasse både metode for og innhold i forskningen til den aldersgruppen som skal delta» (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2016). Med bakgrunn i dette var det viktig å sørge for at elevene ikke skulle være ukomfortable eller stresset i møte med datainnsamlingen. Introduksjonstimen var en viktig del av datainnsamlingen for å unngå dette, slik det kommer frem i kapittel 4.2.2.1.

Bjørndal (2017, s. 93) trekker frem viktigheten av å oppbevare filmopptakene som har blitt gjort «på en sikker måte», som innebærer at det er «kun de som har fått samtykke til å bruke materialet, får se det, og at eventuell publisering ivaretar de observertes anonymitet». Elevene fikk også opplyst at filmene skulle bli slettet når oppgaven var ferdig skrevet, og at de ble anonymisert i den ferdigstilte oppgaven. Før kameraet ble skrudd på under datainnsamlingen ble elevene informert om at det bare var vi forskere som skulle se på filmopptakene, og at de skulle forbli anonyme i masteroppgavene vi skulle skrive. NESH (2016) peker på at en av pliktene forskeren har er å respektere informantenes privatliv. Dette innebærer at informantenes ikke skal kunne identifiseres, og at personopplysninger derfor skal anonymiseres i oppgaven. Derfor har jeg i mine transkripsjoner, og når jeg gjengir utdrag fra transkripsjonene videre i oppgaven, erstattet elevenes navn med tallkoder. Tallkodene består av tall og en bokstav, som for eksempel 35A, hvor bokstaven representerer hvilken av de to klassene eleven går i. Alle elevene blir henvist til som hunkjønn, for å sikre anonymisering. Skolens navn vil også være anonymt.

#### 4.5 Validitet og reliabilitet

For å forklare hva som menes med begrepene validitet og reliabilitet, har jeg tatt i bruk Thagaard (2013). Hun forklarer validitet som «... gyldigheten av de tolkninger forskeren kommer frem til» (Thagaard, 2013, s. 204). Underveis i dette kapitlet har jeg vist hvordan studiets validitet er styrket på flere måter. En beskrivelse av gjennomføringen av datainnsamlingen ble gitt i kapittel

4.2. Her kom det frem at datainnsamlingen omfattet både skriftlige regnefortellinger, semistrukturerte intervju og bruk av videoobservasjon. På denne måten fikk jeg innsikt i flere av elevenes ulike uttrykksformer og kunnskapen som ble uttrykt gjennom dem, som styrker forskningens validitet. Bruk av videoobservasjon kan både styrke og svekke validiteten, se kapittel 4.2.5.

Reliabilitet definerer Thagaard (2013, s. 201) som «... vurdering av forskningens pålitelighet». Dette handler blant annet om at hvis en annen forsker hadde brukt samme metode på et annet tidspunkt, ville han eller hun komme frem til likt resultat. Med tanke på oppgavens reliabilitet, vil jeg trekke frem at det i kapittel 4.3.2 ble utviklet klare beskrivelser for hva de ulike komponentene i Toulmin sin modell ble forstått som i denne oppgavens analyse. Dette gjør det mer mulig å utføre tilsvarende analyse i en senere forskning. I beskrivelsen av analyseverktøyet som er inspirert av Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sine tre kategorier, ble det imidlertid ikke presentert like fastsatte beskrivelser, da man må se på hva elevene sier. Det kan gjøre at dette analyseverktøyet kan være mer utfordrende å ta i bruk for å få samme resultater. Likevel blir det presentert utfordringer som kan møtes på i analysen med dette rammeverket, som styrker reliabiliteten. I kapittel 4.3 ble bruken av analyseverktøyene eksemplifisert med elev 35A. Dette viser hvordan jeg har gått frem for å analysere alle de seks elevene, og det kan gi innsikt i tolkninger som har blitt gjort i underveis i analysen. Dette styrker både validiteten og reliabiliteten. Jeg vil også trekke frem at det å være flere forskere i datainnsamlingen, gjorde at vi kunne samarbeide om, og diskutere, valg som ble tatt i underveis. Samtidig kunne vi diskutere våre tolkninger. Med støtte i Thagaard (2013, s. 203) er dette noe som kan ha styrket forskningens pålitelighet.

#### 4.6 Oppsummering

Dette kapitlet har presentert metodiske valg og utfordringer knyttet til oppgaven sin problemstilling, som søker innsikt i hvordan elevenes prosedyremessige og begrepsmessige kunnskap kommer til uttrykk i deres skriftlige og muntlige argumentasjon. I kapitlet har gjennomføringen av datainnsamlingen og valg av informanter blitt gjort rede for. Oppgaven tar for seg seks elever på 3. trinn, hvor både deres skriftlige regnefortellinger og muntlige responser i et semistrukturert intervju blir analysert. Det har vært lagt vekt på å gi en beskrivelse av hvordan analyseverktøyet har blitt tatt i bruk på datamaterialet, slik at studien om ønskelig kan

etterprøves. Etiske hensyn som har blitt tatt før, under og i etterkant av datainnsamlingen, ble beskrevet og til slutt ble oppgavens validitet og reliabilitet gjort rede for.

## 5 Analyse og diskusjon

I dette kapitlet vil elevenes skriftlige regnefortellinger, og de muntlige elevresponsene fra intervjuene, bli analysert. Toulmin sin argumentasjonsmodell og de språklige indikatorene som er inspirert av Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin studie, vil bli brukt for å få innsikt i hvorvidt elevenes argumentasjon har elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap. I tråd med Hiebert og Lefevre (1986, s. 2) som trekker frem at de to formene for kunnskap ses i relasjon med hverandre, vil elevenes argumentasjon i denne analysen ikke bli sett på som enten prosedyremessig eller begrepsmessig, men at elevene har elementer av dem. Dette støttes også med bakgrunn i Rittle-Johnson et al. (2001, s. 347) som skriver at en av de to formene for kunnskap kan være bedre utviklet på et tidspunkt, men det vil ikke være hensiktsmessig å si at elevene ikke innehar prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap. I kapittel 1.3.4.4 ble det utviklet en definisjon av begrepene prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon. Sammen med det teoretiske rammeverket, har disse definisjonene blitt brukt for å analysere elementene av de to formene for kunnskap i elevenes argumentasjon.

Analysen er delt i tre deler. Den første delen tar for seg argumentasjonen i elevenes skriftlige regnefortellinger, mens den andre delen ser på argumentasjonen i intervjuene. Dermed vil det gis innsikt i oppgavens to underspørsmål. I den siste delen vil elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon bli sammenlignet. Oppbyggingen av analysen følger de fire delene i Toulmin sin modell: påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning. Det trekkes frem elev eksempeler som vil være med å gi innsikt i hvordan elevenes prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap kommer til uttrykk i deres skriftlige og muntlige argumentasjon.

### 5.1 Elevenes skriftlige argumentasjon

Denne delen av analysen gir innsikt i hvordan elevenes skriftlige regnefortellinger gir uttrykk for deres elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap. Tabell 6 viser en oversikt over hvordan hver av de seks elevene ble analysert i Toulmin sin modell. Som nevnt i kapittel 3.2, består modellen av fire komponenter: påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning. Fargekodingen i tabellen viser elevenes språklige uttrykk i de ulike delene av modellen. Personlige pronomener har gul markering, grammatisk tid har grønn markering og bruk av logiske koblinger har turkis farge. Bruken av uttrykksformer har ikke blitt fargekodet, men blir

beskrevet underveis. Videre i oppgaven vil eksempler fra tabell 6, som gir innsikt i elevenes elementer av prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon, bli trukket frem.

Tabell 6 Analyse av de seks elevene sine skriftlige regnefortellinger

| Elever | Påstand   | Belegg   | Hjemmel   | Ryggdekning   |
|--------|---|--|---|---|
| 35A    | Svar<br>   | «Jeg plokke 25 blomster<br>På veien jern mister jeg 10 blomster»<br><br>Ploket = plukket   | Eksplisitt:<br> | Implisitt.<br>Å miste noe kan forstås som subtraksjon.  |
| 27B    | Svar<br>  | «Jeg vill ha en is og en kola og et soker spin»<br><br> | Implisitt:<br>$50+50+10=110$  | -   |
| 34B    | Svar<br> | «Eg Har 900 kr og jeg kjøper en skjokolade som koster 900 kr»<br><br>Køster = koster   | Implisitt:<br>$900-900=0$   | To implisitte.<br>Å kjøpe noe kan forstås som subtraksjon. Å substrahere lik tallmengde som du allerede har gir 0 til svar. |
| 38A    | Svar<br> | «Vis jeg er på trening så har vi 23 baller så er vi 14»  | Implisitt:<br>Når alle har fått en ball hver er det ni baller igjen.<br>$23-14=9$                 | -   |

|                 |   |                                       |                               |  |
|-----------------|---|---------------------------------------|-------------------------------|--|
| 29B             | Svar<br><i>da har jeg 20 kr</i><br>«da har jeg 20 kr» | «Jeg ga han 10 kr og hadde 30 kr»     | Implisitt:<br>$30-10=20$      | Implisitt:<br>Å gi penger kan forstås som subtraksjon. |
| 32B             | Svar<br><i>5.</i>                                     | «Jeg har 10 is og Har mistet 5 is»    | Implisitt:<br>$10-5=5$        | Implisitt.<br>Å miste noe kan forstås som subtraksjon. |
| <b>Oversikt</b> | Svaret: 6   | Regnefortellingen:<br>6<br>Tegning: 1 | Eksplisitt: 1<br>Implisitt: 5 | Implisitt: 4<br>Eksplisitt: 0<br>Ingen: 2              |

### 5.1.1 Svaret i regnefortellingene som påstand

I dette avsnittet gis det innsikt i hvordan bruk av logiske koblinger og nåtid kan være indikatorer på en begrepsmessig argumentasjon. Noen elever har uttrykt svarene sine med tallsymboler, som gir lite innsikt i hvorvidt deres argumentasjon baserer seg på prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap. Slik det ble presentert i tabell 6, fungerer elevenes svar i regnefortellingene som påstander i deres argumentasjon. Dette kan ses i sammenheng med Meaney (2007), som forklarte påstander som foreslåtte løsninger. Enge og Iversen (2010, s. 152) plasserte også elevenes svar som påstand da de analyserte argumenterende tekster og regnefortellinger i Toulmin sin modell. Elevene har uttrykt svarene sine ved hjelp av ulike uttrykksformer. 27B og 32B har brukt tallsymboler for å uttrykke svaret sitt, mens 34B og 38A har skrevet 'svar' før de har skrevet svaret uttrykt som tallsymboler. Likheten mellom disse fire elevene er at tallsymboler blir brukt for å uttrykke svaret. 35A bruker også tallsymbol for å uttrykke sitt svar, men svaret hennes har blitt skrevet som svaret på et regnestykke. Da hun er den eneste eleven som har utformet et regnestykke, og regnet det ut for å komme frem til svaret, skiller hun seg ut fra de andre elevene.

Elev 29B har også tallsymbol i sitt svar, men i motsetning til de andre elevene har hun uttrykt svaret sitt med en setning: «da har jeg 20 kr». Hun bruker også den begrepet 'da', som med bakgrunn i Esty (1992, referert i Meaney, 2007, s. 685) kan ses på som en logisk kobling. Slik

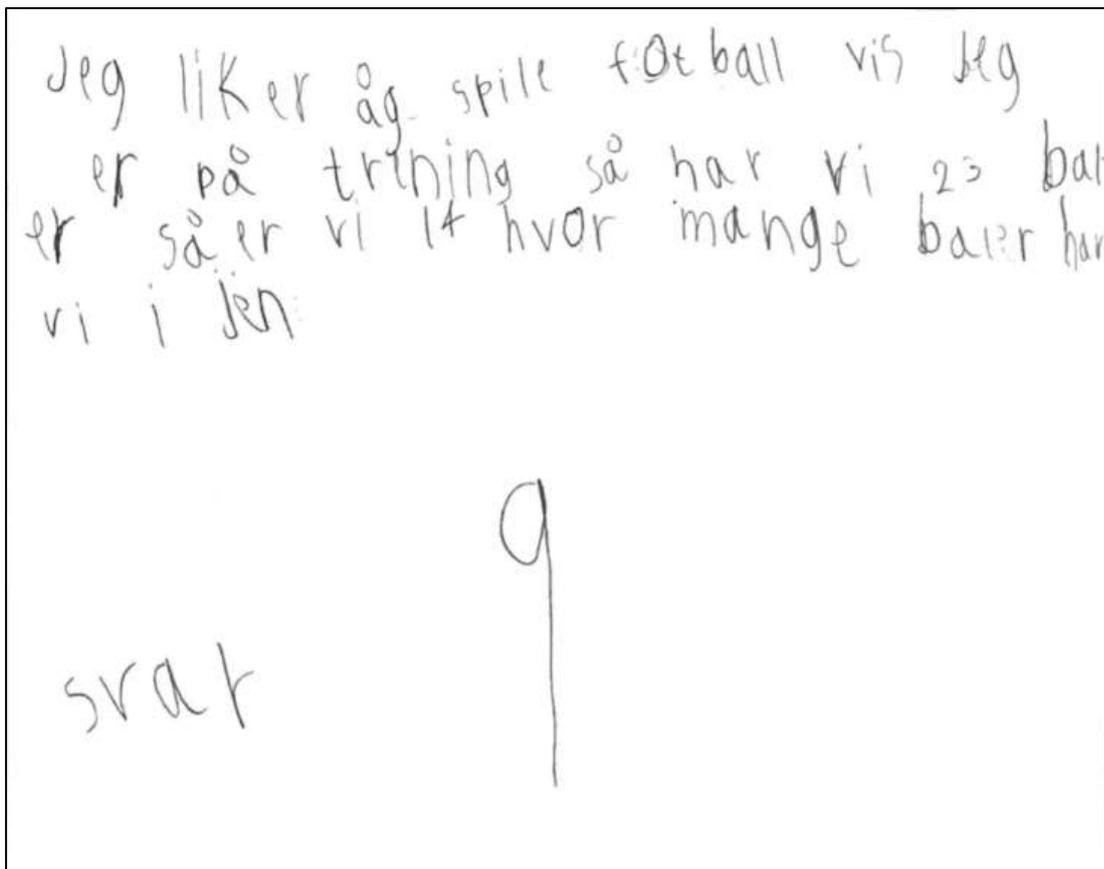
det står skrevet i kapittel 3.1.2.3, peker Bills (2002, s. 101ff) på at det finnes en sammenheng mellom bruk av logiske koblinger og korrekte svar. Dermed kan bruken av logiske koblinger indikere at 29B har en forståelse for prosedyren som har blitt tatt i bruk. Å ha en forståelse for operasjonene som har blitt utført, er et av elementene i en begrepsmessig argumentasjon (se kapittel 1.3.4.4). Likevel blir det ikke gitt tilstrekkelig informasjon i elevens svarsetning til å finne elementer av begrepsmessig kunnskap i hennes argumentasjon. Å studere elevens bruk av personlig pronomen og grammatisk tids kan gi dypere innsikt. I tabell 6 er elevens belegg: «Jeg ga han 10 kr og hadde 30 kr». Eleven bruker det personlige pronomenet 'jeg' både i påstanden og i belegget. I belegget skriver eleven i fortid, mens hun i påstanden bruker nåtid. Bruken av fortid bærer preg av å fortelle hva som har skjedd, mens bruken av nåtid i påstanden kan indikere at eleven baserer seg på belegget for å utføre en prosedyre hvor 10 kroner subtraheres fra 30 kroner for å få 20 kroner. Denne implisitte prosedyren analyserer jeg som elevens implisitte hjemmel. I beskrivelsen av det språklige analyseverktøyet kommer det frem at bruk av nåtid kan vise en forståelse for hvorfor svaret er riktig, og kan dermed indikere en begrepsmessig argumentasjon (se kapittel 3.1.2.2). Dermed underbygger dette at eleven ser ut til å ha en forståelse for prosedyren, og hun har dermed elementer av begrepsmessig kunnskap i sin skriftlige argumentasjon.

### 5.1.2 Personlig pronomen, grammatisk tid og logiske koblinger i elevenes belegg

Avsnittet over ga innsikt i hvordan elevenes svar i regnefortellingene, fungerte som påstander i deres argumentasjon. I dette avsnittet vil jeg se på hvordan elevenes bruk av personlig pronomen, grammatisk tid og logiske koblinger i deres belegg kan gi innsikt i om elevene har elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i sin argumentasjon. Kombinasjonen av eksplisitte logiske koblinger, bruk av nåtid og det personlige pronomenet 'man' kan indikere elementer av en begrepsmessig kunnskap. Ingen logiske koblinger, bruk av fortid og det personlige pronomenet 'jeg' kan vise elementer av prosedyremessig kunnskap. I elevenes skriftlige argumentasjon var det vanskelig å se hvordan deres språkbruk kan relateres til de ulike formene for kunnskap. I kapittel 3.1.2 ble det lagt vekt på at det er hva som blir sagt i sammenheng med disse indikatorene, som har en betydning for kategoriseringen av elevenes argumentasjon. Elevenes argumentasjon kan kategoriseres som prosedyremessig hvis de baserer sine argumenter på utførelsen av prosedyrer med spesifikke tall, og de ikke klarer å forklare nærmere hvorfor prosedyren fungerer. Argumentasjonen kan kategoriseres som begrepsmessig hvis elevene klarer å bruke relasjoner mellom tall, ser ut til å ha en forståelse for

operasjonene de utfører og klarer å generalisere forståelsen til flere sammenhenger (som skrevet i kapittel 1.3.4.4).

Tabell 6 viser at regnefortellingen i seg selv er alle elevenes belegg. Begrunnelsen for dette ble omtalt i kapittel 4.3.2.2. I regnefortellingene har elevene brukt både personlig pronomen, ulike grammatiske tider og logiske koblinger. Fargekodingen av beleggene i tabell 6, viser at 38A er den eneste av de seks elevene som bruker det personlige pronomenet 'vi' i sitt belegg, mens de andre fem bruker 'jeg'. For å få innsikt i hvordan elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap kommer til uttrykk i argumentasjonen til 38A, har jeg sett på hvordan hun bruker 'jeg' og 'vi' i sin regnefortelling. Det å bruke 'vi' kan ses i sammenheng med det å bruke 'man', da det kan fungerer generaliserende. Dette kan støttes med bakgrunn i Pimm (1987), som skrev at bruken av 'vi' i matematikkfaget kan indikere en generalisering (se kapittel 3.1.2.1). Likevel er det viktig å se hvordan 'vi' har blitt brukt i 38A sin regnefortelling.



Figur 5.1 38A sin regnefortelling

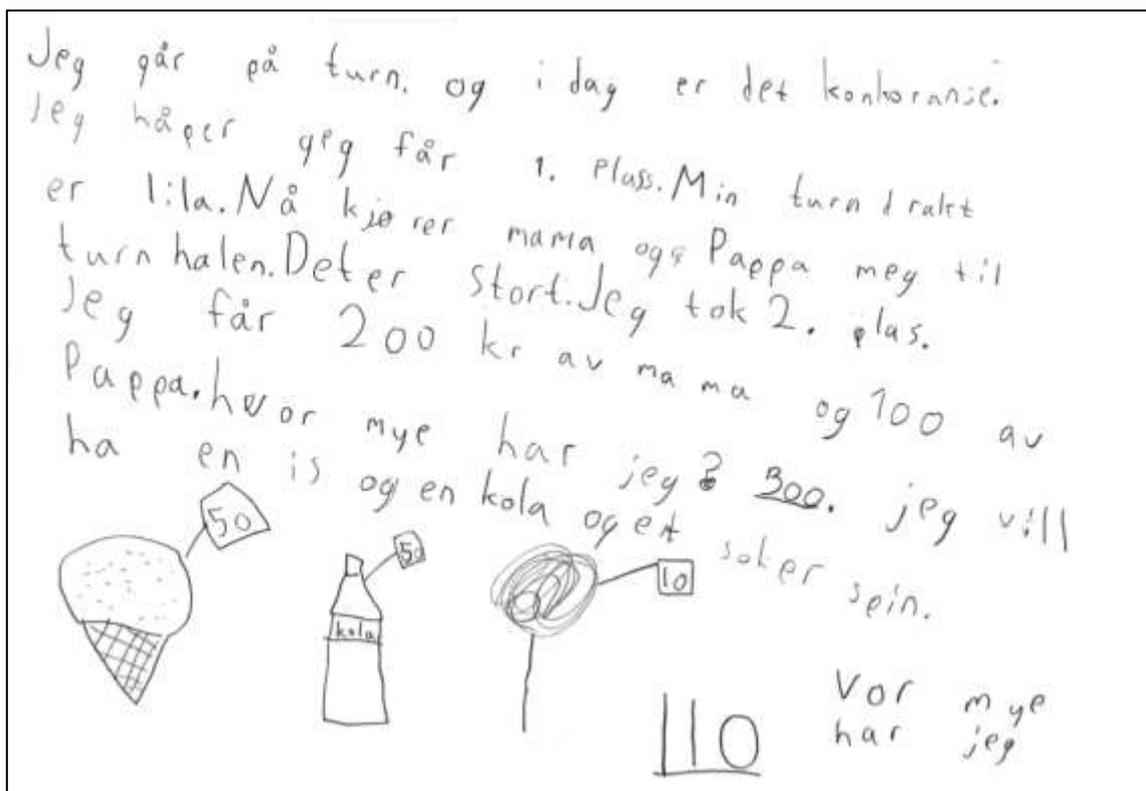
I regnefortellingen til 38A (figur 5.1) kan det forstås som at 'vi' er brukt for å beskrive 38A og de andre spillerne på fotballaget. Dette gir ikke tilstrekkelig informasjon om hvorvidt eleven bruker personlig pronomen for å uttrykke en spesifikk prosedyre, eller for å uttrykke noe generelt. Bruken av 'vi' kan ses på som en del av elevens måte å fortelle at hele fotballaget har 23 baller og består av 14 spillere. Dermed vil analysen av personlig pronomen i elevens skriftlige regnefortelling ikke kunne si noe om elevens argumentasjon er prosedyremessig eller begrepsmessig. For å få dypere innsikt vil jeg se på elevens grammatiske tid og bruk av logiske koblinger. Tabell 6 viser at 38A og 34B er de eneste som kun bruker nåtid i sin regnefortelling. Men i likhet med å studere elevenes bruk av personlig pronomen, vil ikke bruken av grammatisk tid i regnefortellingene nødvendigvis gi innsikt i elevenes argumentasjon. Den grammatiske tiden i regnefortellingen beskriver om noe har skjedd tidligere eller om det skjer akkurat nå. Den sier ikke nødvendigvis noe om eleven har en forståelse for hva som blir gjort eller om hun beskriver utførelsen av en spesifikk prosedyre. Dette viser at bruken av personlig pronomen og grammatisk tid ikke ga innsikt i hvorvidt eleven har en prosedyremessig eller begrepsmessig argumentasjon.

38A den eneste eleven som har tatt i bruk logiske koblinger sitt belegg. Hun har brukt 'vis' ('hvis') og 'så', som begge inkluderes som logiske koblinger i Bills (2002) sin studie. I analysen av elevens regnefortelling (se figur 5.1) fant jeg at 'hvis' ble brukt for å fortelle handlingen i regnefortelling, og dermed ikke fungerer som en logisk kobling. Hadde 'hvis' derimot blitt brukt for å si for eksempel: «hvis det er 23 baller og vi er 14 spillere, så er det ni baller igjen», hadde det indikert nødvendige opplysninger i elevens argumentasjon. Bruken av 'så', kan derimot se ut til å fungere som en logisk kobling, da det som er skrevet etter 'så' ser ut til å gi opplysninger som er avgjørende for utregningen (antall baller og antall spillere). I motsetning til bruken av 'hvis', ser den logiske koblingen 'så' ut til å indikere at eleven har en forståelse for at 14 subtrahert fra 23 gir 9 til svar. Bruken av 'så' kan fungere som en kobling mellom elevens påstand og belegg, slik Krummheuer (1995) gjorde i sin analyse med bruk av Toulmin sin modell (Meaney, 2007, s. 685). Med bakgrunn i definisjonen av begrepsmessig argumentasjon i kapittel 1.3.4.4, vil jeg si at 38A sin bruk av den logiske koblingen 'så' viser at hun har elementer av begrepsmessig kunnskap i sin argumentasjon.

### 5.1.3 Multimodal argumentasjon i belegget

Hensikten med dette underkapitlet er å gi innsikt i 27B og 35A sin multimodale argumentasjon, som er en av indikatorene i rammeverket som er inspirert av Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin forskning, for å se om elevenes prosedyremessige og begrepsmessig kunnskap synliggjøres i deres skriftlige argumentasjon. Som omtalt i kapittel 1.3.2 kan multimodal argumentasjon forstås som at elevene tar i bruk flere uttrykksformer som en del av argumentasjonen sin. Da en regnefortelling er en multimodal tekst, er det forventet at det finnes flere uttrykksformer i elevenes regnefortellinger. For å kategorisere den multimodale argumentasjonen, må man se på hvordan de ulike uttrykksformene blir brukt for å uttrykke elevens argumentasjon. Den multimodale argumentasjonen kan vise elementer av prosedyremessig kunnskap hvis uttrykksformene sier noe om spesifikk tall og de ikke klarer å forklare nærmere hvorfor prosedyren fungerer. Hvis elevene uttrykker en forståelse for operasjonene de utfører, generaliserer forståelsen til flere sammenhenger og bruker relasjoner mellom tall, kan den multimodale argumentasjonen vise elementer av begrepsmessig kunnskap. Mens 27B sier det samme med tegning som med verbaltekst, er ikke tegningen til 35A en del av analysen med Toulmin sin modell. Dette viser at tegningen har ulik funksjon i de to elevenes argumentasjon.

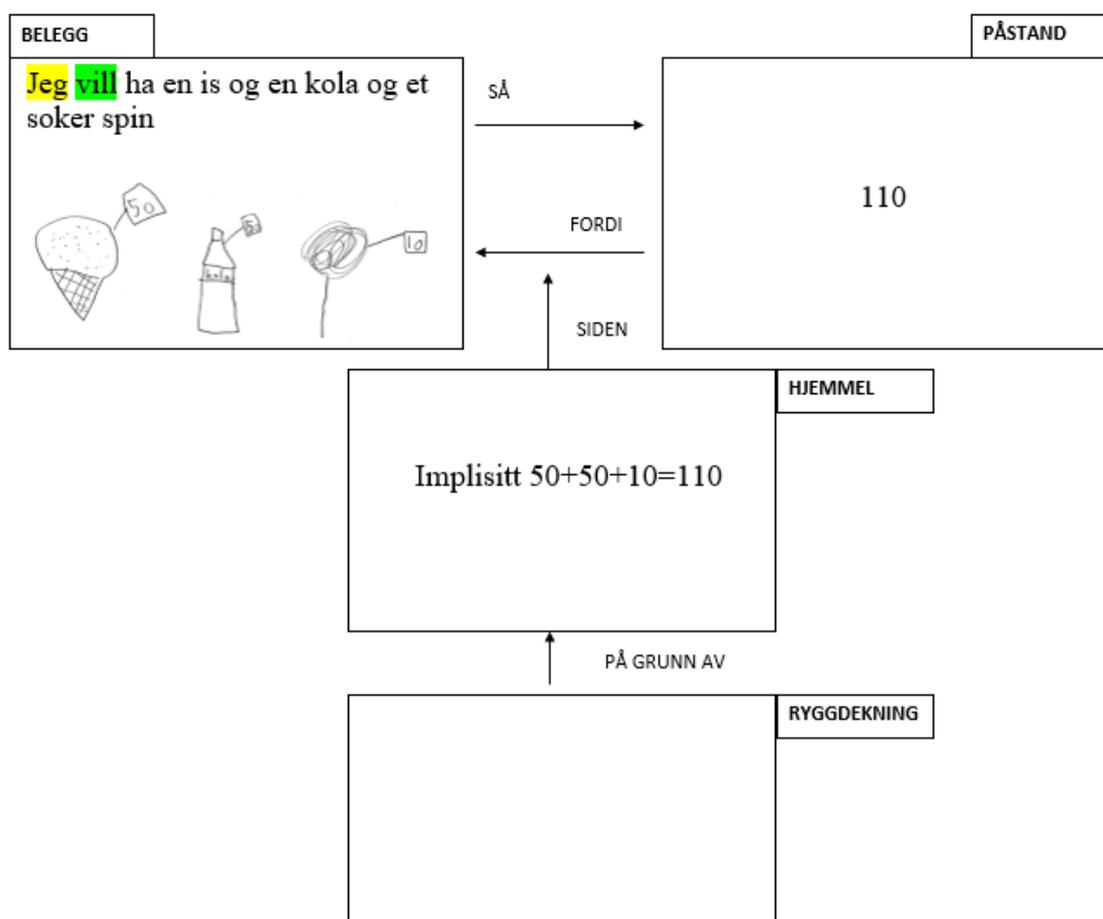
Tabell 6 viser at 27B er den eneste av de seks elevene som har to ulike uttrykksformer som belegg i Toulmin sin argumentasjonsmodell: tegning og verbalspråk. Figur 5.2 viser elevens regnefortelling. Regnefortellingen har to spørsmål og to svar, og i denne oppgaven har jeg valgt å analysere den siste delen av regnefortellingen: «Jeg vill ha en is og en kola og et soker spin. Vor mye har jeg». Eleven har tegnet en is, en cola og et sukkerspinn, med prislapper på hver av de tre varene. Jeg valgte å analysere denne delen av regnefortellingen, for å få innsikt i tegningens funksjon i elevens argumentasjon.



Figur 5.2 27B sin regnefortelling

Figur 5.3 viser hvordan elevens regnefortelling ble analysert i Toulmin sin argumentasjonsmodell. I analysen plasserte jeg både elevens verbalspråk og tegning som belegg. Begrunnelsen er at tegningen kan uttrykke det samme som står skrevet i verbalteksten. Dermed kan det ses en likhet med Ulland et al. (2018, s. 138f) som i sin forskning fant at elevene uttrykte samme informasjon med to ulike uttrykksformer. Det kan tyde på faglig forståelse (Ulland et al., 2018; Kilpatrick et al., 2001). Med bakgrunn i dette viser elevens multimodale argumentasjon elementer av begrepsmessig kunnskap. Prislappene på tegningen ga informasjon om hvor mye en is, en cola og et sukkerspinn koster. Det gir en forståelse av prisen på hver enkelt vare, og danner grunnlaget for hvor mye varene koster til sammen. Med bakgrunn i dette gir tegningen informasjon som vil være nødvendig for å finne svaret i regnefortellingen. Dette viser en likhet til Enge og Iversen (2010, s. 157) sin forskning, hvor tegningen fungerte som en utviding til det som ble sagt med verbalspråk. Selv om eleven viser argumentasjon gjennom både verbalspråk og tegning, viser ikke dette generelle og holdbare argumenter slik det kan finnes hos eldre elever (Hovik & Solem, 2016). I likhet med Hopperstad og Semundseth (2010, s. 296) må elevens uttrykksformer ses i sammenheng, for å få innsikt i meningen som uttrykkes i regnefortellingen, Gjennom verbalspråket uttrykkes det at eleven vil ha alle tre varene, og

tegningen viser prisen på hver vare. For å komme frem til 110 som svar, vil jeg anta at eleven har addert tallene som blir skrevet i elevens tegning. Dette kan knyttes til Johnsen-Høines (2011, s. 40) som beskriver tegning som et tenkeredskap. Tallene er 50, 50 og 10. Slik det kom frem i kapittel 4.3.2.3 har elevens regnestykker, både implisitte og eksplisitte, blitt analysert som elevens hjemler da de uttrykker sammenhengen mellom belegget og påstanden. Da det å addere tallene kan ses på som en fremgangsmåte for å komme frem til påstanden i regnefortellingen, har jeg plassert  $50+50+10=110$  som elevens implisitte hjemmel.



Figur 5.3 Analyse av 27B sin skriftlige argumentasjon

Selv om jeg har plassert tegningen som belegg i figur 5.3, vil jeg trekke frem at den også kan fungere som en hjemmel i elevens argumentasjon, for å vise sammenhengen mellom belegget og påstanden. Da jeg i denne analysen ser på tegningen som nødvendig informasjon for å støtte opp om påstanden, har jeg plassert tegningen som belegg. Slik det kom frem i kapittel 4.3.2.3, vil elevenes hjemler i deres skriftlige regnefortellinger være regnestykkene det kan tenkes at de

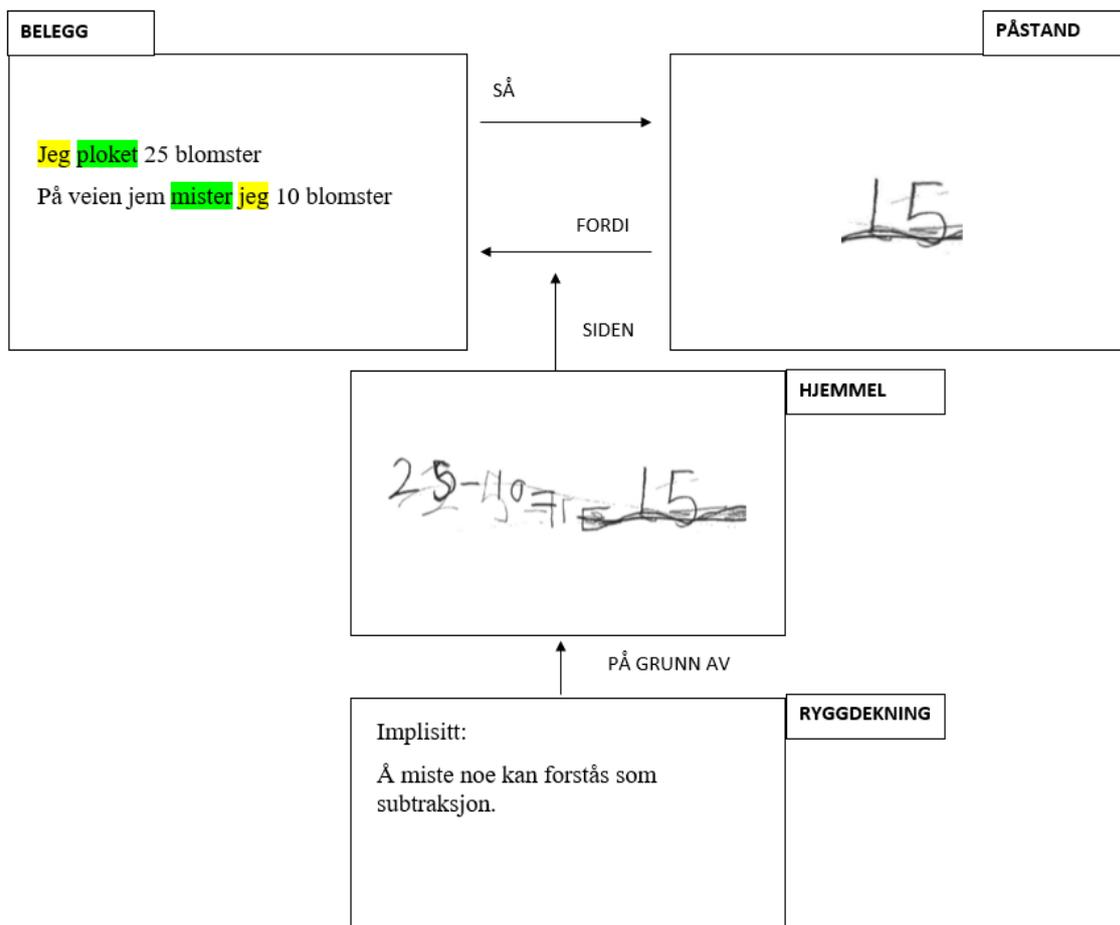
har utført for å vise sammenhengen mellom påstand og belegg. Tegningen gir samtidig en forståelse for hvorfor verbalspråket kan fungere som en begrunnelse for at svaret er 110. Dette viser at å analysere ved bruk av Toulmin sin modell kan være krevende, da mine tolkninger legger føringer for hva som plasseres i de ulike komponentene. Dette kan støttes av Simosi (2003, s. 186) som fant at en av kritikkene som ble rettet mot bruk av Toulmin sin modell var vanskeligheten med å skille mellom belegg og hjemmel. Dette vil bli utdypet i kapittel 6.2. Videre vil tegningen i 35A sin regnefortelling diskuteres.

I regnefortellingen til 35A (se figur 5.4) har hun tegnet tre blomster. Regnefortellingen handler om blomster, og tegningen kan illustrere hva regnefortellingen handler om. I verbalteksten har eleven skrevet tallsymbolene 25, 10 og 15, men antallet blomster blir ikke representert gjennom andre uttrykksformer enn tegningen.



Figur 5.4 35A sin regnefortelling

Å bruke Toulmin sin argumentasjonsmodell for å få innsikt i elevens skriftlige argumentasjon, viser at tegningen ikke er en del av elevens argumentasjon (se figur 5.5), slik 27B sin tegning var.



Figur 5.5 Analyse av 35A sin skriftlige argumentasjon

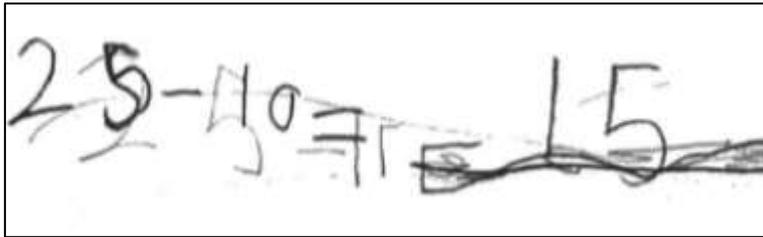
Dette kan ses i sammenheng med Enge og Iversen (2010) som i sin forskning ikke plasserte tegningen som en del av elevens argumentasjon. Dermed ser antallet blomster ikke ut til å være avgjørende for å begrunne svaret i regnefortellingen. Samtidig vil utelatelsen av tegningen i Toulmin sin modell, gjøre at regnefortellingens multimodalitet ikke blir synliggjort. Dette viser likheter med Nordin og Boistrup (2018) sin forskning, som fant at ikke alle uttrykksformene elevene brukte ble synliggjort i Toulmin sin modell. Modellen indikerer at elevens tegning ikke har en funksjon i elevens argumentasjon, men samtidig viser ikke modellen at eleven tar i bruk

flere uttrykksformer i sin regnefortelling. Dette medfører at regnefortellingens multimodalitet ikke kan gi innsikt i om eleven har elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap.

I dette underkapitlet har det blitt vist eksempler på at elevenes tegninger kan ha ulike funksjoner i deres skriftlige argumentasjon. Analysen har imidlertid gitt liten innsikt i hvorvidt elevenes multimodale argumentasjon viser elementer av prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap, da jeg ved å studere de skriftlige regnefortellingene ikke har nok informasjon for å kunne si noe om dette. I neste underkapittel vil det forekomme en diskusjon rundt implisitte og eksplisitte hjemler.

#### 5.1.4 Implisitte og eksplisitte hjemler

For å få innsikt i om det var mulig å finne elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i elevenes skriftlige argumentasjon, vil det være nyttig å studere elevenes hjemler. Dette underkapitlet vil både diskutere om 35A sin eksplisitte hjemmel kan si noe om hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap som kommer til uttrykk, og trekke frem at en eksplisitt argumentasjon kan gi mer innsikt i elevenes tekning. Tabell 6 viser at 35A er den eneste av de seks elevene som uttrykker en eksplisitt hjemmel i sin regnefortelling. Regnestykket i figur 5.6 har blitt analysert som 35A sin hjemmel, da det viser prosedyren hun tok i bruk for å komme frem til svaret 15. Denne sammenhengen kan uttrykkes ved å si at svaret er 15, fordi 25 minus 10 er det samme som 15. Dermed kan hjemmelen hennes vise en sammenheng mellom belegget og påstanden. Likevel er det viktig å understreke at det ikke nødvendigvis er slik at hun forstår sammenhengen mellom påstand og belegg. Regnestykket kan vise en utførelse av en prosedyre med de spesifikke tallene 25, 10 og 15, men i regnefortellingen (se figur 5.4) forklarer ikke 35A hvorfor prosedyren fungerer. Med bakgrunn i dette har hun elementer av en prosedyremessig argumentasjon (se kapittel 1.3.4.4). Regnefortellingen gir imidlertid ikke innsikt i hvorvidt eleven har en forståelse for prosedyren hun utfører.

A photograph of a student's handwritten work on a piece of paper. The equation  $25 - 10 = 15$  is written in dark ink. The numbers are somewhat shaky and the minus sign is a simple horizontal line. Below the equation, there is a long, wavy horizontal line drawn across the page.

Figur 5.6 35A sin eksplisitte hjemmel

Slik det kommer frem i tabell 6, har de andre elevene implisitte regnestykker som hjemler. Disse ble funnet med bakgrunn i at elevene uttrykker svaret i regnefortellinger eksplisitt, samt gir opplysninger i regnefortellingen som vil være nødvendig for å komme frem til svaret. De implisitte regnestykkene viser at elevene ser ut til å ha en forståelse for sammenhengen mellom påstanden og belegget. Dette kan jeg ikke vite med sikkerhet, da elevene ikke har uttrykt seg eksplisitt. Dette gjør det utfordrende å få innsikt i hva elevene har tenkt. Med bakgrunn i mitt datamateriale ser jeg behovet for at sammenhengen mellom påstand og belegg blir uttrykt mer eksplisitt. Weber et al. (2008, s. 249) og Singletary og Conner (2015) har trukket frem hvordan det å utfordre og stille spørsmål til elevens argumentasjon kan bidra til at elevene uttrykker eksplisitte hjemler, som kan støtte argumentet sin gyldighet. Med bakgrunn i dette kan det tenkes at elevene vil gi mer eksplisitte hjemler når jeg som forsker stiller spørsmål til regnefortellingene deres. Det er viktig å ta i betraktning at elevene går i 3. klasse, og at man dermed ikke kan forvente at de har full forståelse for argumentasjon, slik det kommer frem i tabell 1. Likevel er det vil det å få elevene til å uttrykke hjemlene sine eksplisitt, kunne gi mer innsikt i deres tenkning. Hvis hjemlene blir uttrykt eksplisitt, vil det også være mulig å si noe om hvorvidt de har elementer av prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap i sin argumentasjon. Implisitte og eksplisitte hjemler vil bli diskutert nærmere når elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon sammenlignes i kapittel 5.3.

#### 5.1.5 Bruk av hverdagspråk som ryggdekning

I det forrige avsnittet ble implisitte og eksplisitte hjemler diskutert. Her kom det frem at det ideelle er å utvikle elevenes hjemler til å bli eksplisitte da dette kan støtte opp om argumentet sin gyldighet (Weber et al., 2008, s. 249). I dette underkapitlet blir det diskutert hvorvidt elevenes implisitte ryggdekninger kan uttrykke elementer av begrepsmessig kunnskap. Elevenes bruk av hverdagspråk for å uttrykke prinsippene ved addisjon og subtraksjon, blir i

denne oppgaven sett på som implisitte ryggdekninger i elevenes argumentasjon (se kapittel 4.3.2.4). Bills (2001, s. 142) peker på at ord som 'ta vekk' kan blir kalt for metaforer, da de har blitt tatt fra ikke-matematiske settinger til å bli bruk om noe matematisk (se kapittel 2.3.2). I kapittel 2.3.2 ble det også skrevet om forventningen om å finne bruk av hverdagspråk hos elever i 3. klasse. Dette kan også støttes av Utdanningsdirektoratet (u.å.), som trekker frem at elever uttrykker argumentasjon gjennom sitt uformelle språk (se kapittel 1.1).

Tabell 6 viser at fire av de seks elevene har en implisitt ryggdekning hvor de har brukt hverdagspråk. Ordene som blir brukt er 'mister', 'kjøpe' og 'ga'. I beskrivelsen av Toulmin sin modell i kapittel 4.3.2.4, ble ryggdekning beskrevet som noe universelt som ikke er avhengig av konteksten den står i. Hverdagspråket som blir brukt elevenes regnefortellinger kan forstås som elevenes uttrykk for at de forstår prinsippet om subtraksjon og addisjon, og at de kan bruke denne forståelsen i andre sammenhenger. Selv om hverdagspråket blir uttrykt eksplisitt i regnefortellingene, vil det plasseres som implisitte ryggdekninger, da jeg ikke med sikkerhet kan vite om elevene forstår prinsippet om subtraksjon og addisjon. Det å ha en implisitt ryggdekning kan være en indikator på at eleven har en evne til generalisering, som er et element av begrepsmessig kunnskap. Carpenter et al. (2003) fant i sin forskning at elever på 3.-5.trinn kan utvikle generaliserende begrunnelser hvis de blir oppfordret til dette, og det kan støtte opp om at elever på 3. trinn er i stand til å generalisere. På samme tid er det viktig å trekke frem Pimm (1995, referert i Bills, 2001, s. 143), som peker på at det å bli vant til å bruke slike metaforer kan føre til at det blir et problem med for eksempel negative tall og generalisering. Med bakgrunn i dette er det relevant å trekke i tvil ryggdekningene sin generalisering. Elevene kan dermed vise en mulig forståelse, som ikke kan generaliseres til alle tilfeller. Likevel vil jeg i denne oppgaven se på elevenes bruk av hverdagspråk om prinsippene addisjon og subtraksjon som en støtte i deres argumentasjon, og en indikator på begrepsmessig argumentasjon.

I tillegg til å se på hverdagspråket som en ryggdekning i elevenes argumentasjon, har jeg hos 34B funnet enda en implisitt ryggdekning. Eleven skriver følgende i sin regnefortelling: «Eg Har 900 kr og jeg kjøper en skjokolade som koster 900 kr vor mase har jeg ijen svar 0». I regnefortellingen til 34B ser det ut til at eleven har en forståelse for at å subtrahere en lik tallmengde som du har, gir null til svar. Dette kan ses på om en implisitt ryggdekning fordi det er noe som kan knyttes til andre kontekster, og dermed kan generaliseres. Da ryggdekningen er

implisitt, blir det ikke gitt tilstrekkelig informasjon om hvorvidt elevens forståelse kan generaliseres til andre tilfeller. Likevel kan den ses på som et element av begrepsmessig kunnskap da den viser en evne til generalisering.

### 5.1.6 Elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i elevenes skriftlige argumentasjon

Underveis i analysen har det teoretiske rammeverkets to deler blitt brukt for å gi innsikt i hvordan elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap kommer til uttrykk i de seks elevenes skriftlige regnefortellinger. En sentral plass i denne oppgaven, for å få innsikt i oppgavens problemstilling, har vært å avdekke om elevene baserer argumentasjonen sin på utførelsen av prosedyrer med spesifikke tall eller om de klarer å ha en forståelse for operasjonene de utfører. For å oppsummere analysen av de skriftlige regnefortellingene, har jeg utformet en tabell som viser hvorvidt de seks elevene har elementer av prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap i sin skriftlige argumentasjon. Begrunnelsen for plasseringen av elevenes argumentasjon er dannet med bakgrunn i definisjonen av prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon som ble utformet i oppgavens innledning (se kapittel 1.3.4.4).

Tabell 7 Elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i elevenes skriftlige argumentasjon

| Oversikt elever | Skriftlig argumentasjon  | Begrunnelse  |
|-----------------|--|--|
| 35A             | <b>Elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap</b> | Tegningen i elevens regnefortelling er ikke en del av hennes argumentasjon. Hun har ingen logiske koblinger. Eleven er den eneste som har en eksplisitt hjemmel. Regnestykket kan vise sammenheng mellom belegg og påstand. Samtidig er hjemmelen et regnestykke som viser en spesifikk prosedyre, og det er vanskelig å vite om hun har en forståelse for prosedyren som har blitt utført. Hun har også en implisitt ryggdekning hvor det ser ut til at hun har en forståelse for prinsippet om subtraksjon. Dette kan være et element av en begrepsmessig argumentasjon. |

|     |  |   |
|-----|--|---|
| 27B | <b>Elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap</b> | Eleven har en multimodal argumentasjon, hvor tegningen i regnefortellingen gir informasjon som er nødvendig for å komme frem til svaret. Den multimodale argumentasjonen kan vise tegn på faglig forståelse. Hun har en implisitt hjemmel som kan tyde på en forståelse for sammenhengen mellom påstand og belegg. Med bakgrunn i dette ser hun ut til å ha elementer av begrepsmessig kunnskap. Det finnes derimot ingen logiske koblinger, og hun begrunner ikke hvorfor svaret er riktig. Hun mangler ryggdekning. Dermed har hun elementer av prosedyremessig kunnskap. |
| 34B | <b>Elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap</b> | Eleven forklarer ikke nærmere hvorfor svaret blir null, og har dermed element av prosedyremessig kunnskap. Hun har to implisitte ryggdekninger. Med bakgrunn i dette ser eleven ut til å ha en forståelse for at å kjøpe noe kan forstås som subtraksjon, og at når en lik tallmengde subtraheres fra en tallmengde du har, blir svaret null. Dette kan vise elementer av begrepsmessig kunnskap.   |
| 38A | <b>Elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap</b> | Bruken av den logiske koblingen 'så' ser ut til å indikere at eleven har en forståelse for utførelsen av prosedyren som gir svaret i regnefortellingen. Dette viser elementer av begrepsmessig kunnskap. Prosedyren fungerer som elevens implisitte hjemmel. Eleven mangler ryggdekning.  |
| 29B | <b>Elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap</b> | Hun ser ut til å ha en forståelse for operasjonen som blir utført for å komme frem til svaret, fordi hun bruker den logiske koblingen 'da' og nåtid i påstanden. Svaret hun gir ser ut til å basere seg på belegget, og hun har dermed en implisitt hjemmel. Den implisitte hjemmelen kan imidlertid ikke si noe om hun baserer seg på prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap. Hun har også en implisitt ryggdekning som kan vise elementer av en begrepsmessig argumentasjon.  |

|     |  |  |
|-----|--|--|
| 32B | <b>Elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap</b> | Det finnes ingen logiske koblinger i regnefortellingen hennes. Hun har en implisitt hjemmel, men forklarer ikke nærmere hvorfor prosedyren fungerer. Hennes implisitte ryggdekning kan derimot indikere elementer av en begrepsmessig argumentasjon. |
|-----|--|--|

Tabellen viser at alle elevene har elementer av begrepsmessig kunnskap i sin argumentasjon, samtidig som de også uttrykker elementer av prosedyremessig kunnskap. Med bakgrunn i definisjonen av begrepsmessig argumentasjon (se kapittel 1.3.4.4) har elevene fremdeles en vei å gå for å inneha alle elementene som blir presentert i definisjonen. Som vist i tabellen har elevene noen elementer av begrepsmessig argumentasjon. I kapittel 6.5 blir det skrevet om viktigheten av å arbeide videre med argumenterende aktiviteter for å utvikle elementer av begrepsmessig kunnskap. Min studie har likhetstrekk til Evens og Houssart (2004) sin studie, da jeg i analysen av elevenes skriftlige regnefortellinger har funnet at elevene ofte ikke begrunner hvorfor svaret deres er riktig. Basert på uttrykksformene i regnefortellingene ser de likevel ut til å ha en forståelse for matematikken, da de kommer frem til et svar. I regnefortellingene var det mer et fokus på å forklare hva som hadde blitt gjort i stedet for hvordan og hvorfor elevene hadde kommet frem til svaret sitt (Enge & Valenta, 2011). Likevel viser analysen at det multimodale i regnefortellingen kan gi informasjon som viser faglig forståelse (Ulland et al., 2018; Kilpatrick et al., 2001). Jeg har ikke fått tilstrekkelig innsikt i elevenes evne til å bruke relasjoner mellom tall, og generalisere forståelsen for operasjonene de utfører til flere sammenhenger, ved å studere de skriftlige regnefortellingene. Dette er elementer av begrepsmessig argumentasjon, som ble definert i kapittel 1.3.4.4. Det er med grunnlag i dette at jeg så et behov for å intervju elevene, for å få dypere innsikt i hvorvidt de gir uttrykk for prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap i sin argumentasjon. Med bakgrunn i Yackel (1995) vil et intervju også kunne få elevene til å forklare mer hvis forskeren stiller seg uforstående til det som blir sagt.

I analysen av de skriftlige regnefortellingene støtte jeg på flere utfordringer da jeg skulle vurdere hvorvidt elevenes argumentasjon hadde elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap. En utfordring var at definisjonen av prosedyremessig argumentasjon (se kapittel 1.3.4.4) blant annet omhandler at elevene baserer sine argumenter på en utførelse

av prosedyrer med spesifikke tall. I regnefortellingene skal elevene skrive en historie, hvor de både utvikler et problem og svarer på problemet med bruk av ulike uttrykksformer. Ofte vil tallene elevene bruker i regnefortellingene være spesifikke for å passe inn i regnefortellingens kontekst. Dermed vil dette være en annen oppgavetype enn flere av de oppgavene som ble presentert i den tidligere forskningen i kapittel 2 (Carpenter et al., 2003; Hovik & Solem, 2013; Hovik & Solem, 2016). Dette medfører også at det er vanskelig å se denne studien i sammenheng med hva som er forventet av elever på 3. trinn, da det ikke vil være hensiktsmessig å vise flere ulike eksempler i en regnefortelling. Elevene skriver om spesifikke tall, som gjør at det legges begrensninger for generalisering. Dette kan knyttes til Rittle-Johnson et al. (2001, s. 346) som skriver at evnen til generalisering er begrenset i arbeid med spesifikke typer problem. Å skrive en regnefortelling med spesifikke tall kan ses på som et spesifikt problem. Dermed vil det å generalisere, som er et av elementene i begrepsmessig kunnskap, være vanskelig å oppnå når elevene skriver en regnefortelling. Å intervjuer elevene om det de tenkte da de skrev regnefortellingen kan gi dypere innsikt hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap som finnes i elevenes argumentasjon. Elevene kan forklare hvordan de har kommet frem til svaret sitt, og hvorfor de mener at det er riktig. Som tidligere nevnt fant jeg også at det å studere elevenes bruk av personlig pronomen og grammatisk tid i regnefortellingene, ikke nødvendigvis kunne indikere om elevenes argumentasjon var prosedyremessig eller begrepsmessig disse var mer knyttet til fortelling som sjanger.

## 5.2 Elevenes muntlige argumentasjon

I kapittel 5.1. ble elevenes skriftlige regnefortellinger analysert, og i tabell 7 ble det vist at alle elevene hadde elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon i sine skriftlige regnefortellinger. I analyse av de skriftlige regnefortellingene, var det flere elementer av begrepsmessig kunnskap som ikke ble funnet hos elevene. I dette underkapitlet vil de muntlige responsene elevene ga i intervjuene bli analysert. Det vil bli gitt innsikt i hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap som kommer til uttrykk i deres muntlige argumentasjon. Det fokuseres på elevenes uttrykksformer i analysen, da det er gjennom disse elevenes kunnskap kommer til uttrykk. Tabell 8 viser en oversikt over hvilke uttrykksformer elevene har brukt i de ulike komponentene i Toulmin sin modell, og hvorvidt de uttrykker seg eksplisitt eller implisitt. Tabellen viser at flere elever kombinerte uttrykksformer i sin argumentasjon, slik det også ble funnet i tidligere forskning (Hovik & Solem, 2016; Hovik & Solem, 2013; Ulland et al., 2018). Slik det fremkom i kapittel 5.1 har

elevenes utsagn i Toulmin sin modell blitt fargekodet for å vise indikatorer på elevenes elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i deres argumentasjon.

Tabell 8 En oversikt over elevenes uttrykksformer i intervjuet. Plassert i Toulmin sin modell.

| Påstand                       | Belegg  | Hjemmel   | Ryggdekning                          |
|-------------------------------|---|---|--------------------------------------|
| Verbalspråk:<br>32B, 29B, 34B | Verbalspråk:<br>35A, 27B, 34B, 38A,<br>29B, 32B | Alle har eksplisitte<br>hjemler.                | Eksplisitt: 34B, 38A                 |
| Peking:<br>35A, 27B, 38A      | Tegning:<br>35A, 27B, 29B                       | Verbalspråk:<br>35A, 27B, 34B, 38A,<br>29B, 32B | Implisitt:<br>27B, 29B, 32B          |
|                               | Peking: 27B                                     | Tegning:<br>34B, 32B                            | Både implisitt og<br>eksplisitt: 35A |
|                               |   | Peking: 35A, 27B                                |                                      |
|                               |   | Telling: 38A, 32B                               |                                      |

### 5.2.1 Verbalspråk og peking for å uttrykke påstanden

Slik det ble trukket frem i kapittel 1.3.2, kan flere uttrykksformer bli brukt for å uttrykke elevenes tenkning. Dette ble det sett eksempler på da både verbalspråk og tallsymboler ble brukt for å uttrykke svaret i elevenes skriftlige regnefortellinger. Med bakgrunn i Johansson et al. (2014) sin forskning, vil det være viktig å studere alle uttrykksformene elevene tar i bruk, for å få innsikt i elementene av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap som kommer til uttrykk i deres argumentasjon. Tabell 8 viser hvilke uttrykksformer elevene tok i bruk i intervjuet, for å uttrykke påstanden i regnefortellingen deres. 35A, 27B og 38A peker for å uttrykke sin påstand, mens 32B, 29B og 34B bruker verbalspråk. Å se hvilke uttrykksformer elevene bruker for å uttrykke deres påstand, gir ikke innsikt i om argumentasjonen deres har elementer av prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap. Likevel er det hensiktsmessig å ha med dette, da de andre komponentene i Toulmin sin modell baserer seg på påstanden. Spørsmålene videre i intervjuene tar utgangspunkt i de svarene elevene har skrevet i regnefortellingene, og svarene

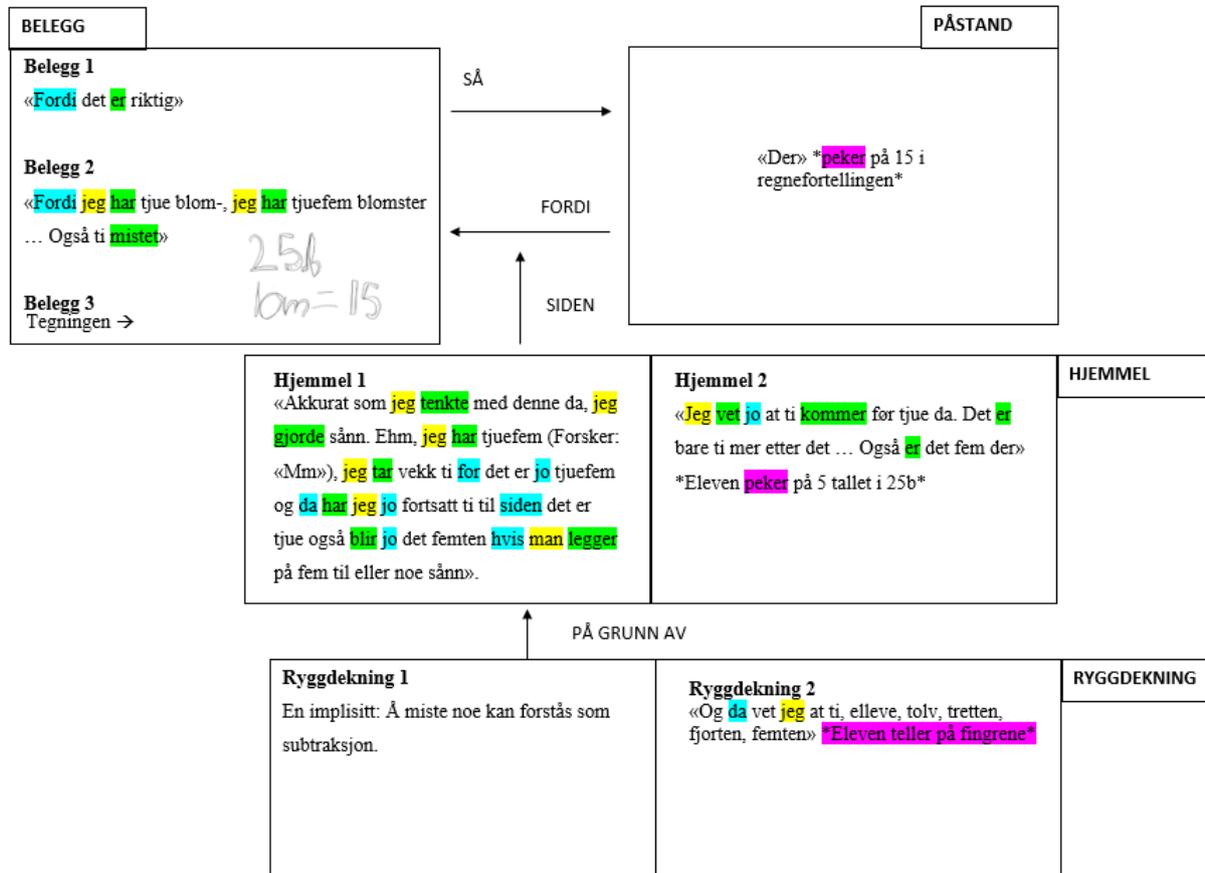
vil derfor anses å være elevenes påstand. Da intervjuet bygger på regnefortellingene elevene har skrevet, vil det være naturlig at påstanden er lik skriftlig og muntlig. I neste avsnitt vil den multimodale argumentasjonen i elevenes belegg diskuteres.

### 5.2.2 Multimodal argumentasjon i elevenes belegg

I kapittel 5.1.3 ble det funnet at 27B sin tegning ga informasjon som støttet opp om påstanden i hennes skriftlige argumentasjon, mens i analysen av 35A sin skriftlige regnefortelling ble tegningen utelatt fra Toulmin sin modell. Dette kapitlet vil gi innsikt i hvordan tegninger som ble produsert under elevintervjuene med 35A og 27B kan fungere som belegg i deres muntlige argumentasjon (se figur 5.7 og 5.9). 29B vil også bli trukket frem som eksempel på multimodal argumentasjon, men da 29B og 27B sin bruk av tegning kan forstås som relativt like, vil analysen av 29B få mindre plass. Multimodal argumentasjon kan gi innsikt i hvorvidt elevenes argumentasjon gir uttrykk for elementer av prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap i deres argumentasjon. Da det er en av indikatorene i rammeverket som er inspirert av Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin forskning. Dersom tegningene blir brukt for å forklare en spesifikk prosedyre, har elevene elementer av prosedyremessig argumentasjon. Om elevenes tegning viser at elevene bruker relasjoner mellom tall og viser forståelse for prosedyren, kan tegningen vise elementer av begrepsmessig argumentasjon.

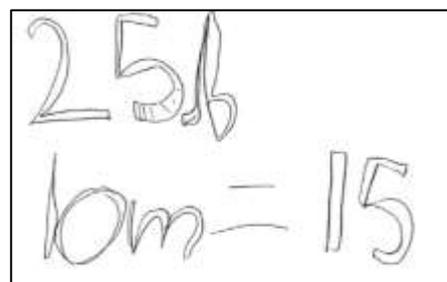
Elevenes opplesning av regnefortellingen i intervjuene kunne fungere som belegg i analysen av deres muntlige argumentasjon. Likevel ble også andre faktorer enn regnefortellingen sett på som belegg i analysen. Som vist i figur 5.7 har 35A tre belegg. I elevenes to første belegg blir den logiske koblingen 'fordi' brukt i begynnelsen av setningene. 'Fordi' blir også brukt som et bindeord mellom påstanden og belegget (Meaney, 2007). Dermed viser den logiske koblingen at påstanden kan uttrykkes med bakgrunn i belegget. Likevel vil ikke all bruk av 'fordi' automatisk gi belegg i elevenes argumentasjon. Det er viktig å se på hva som blir sagt i sammenheng med 'fordi', for å si noe om elevenes argumentasjon (se kapittel 3.1.2.3). I belegg 1 ser det ut til at eleven ikke forklarer nærmere hvorfor svaret er riktig, og hun har dermed elementer av prosedyremessig argumentasjon. Belegg 2 kan fungere som en utdypning av det som blir sagt i belegg 1. Men den logiske koblingen blir brukt for å beskrive en prosedyre som ikke forklares nærmere, og viser dermed elementer av en prosedyremessig argumentasjon.

Samtidig ser eleven ut til å ha en forståelse for operasjonen hun utfører, og har dermed også elementer av begrepsmessig kunnskap i sin argumentasjon.



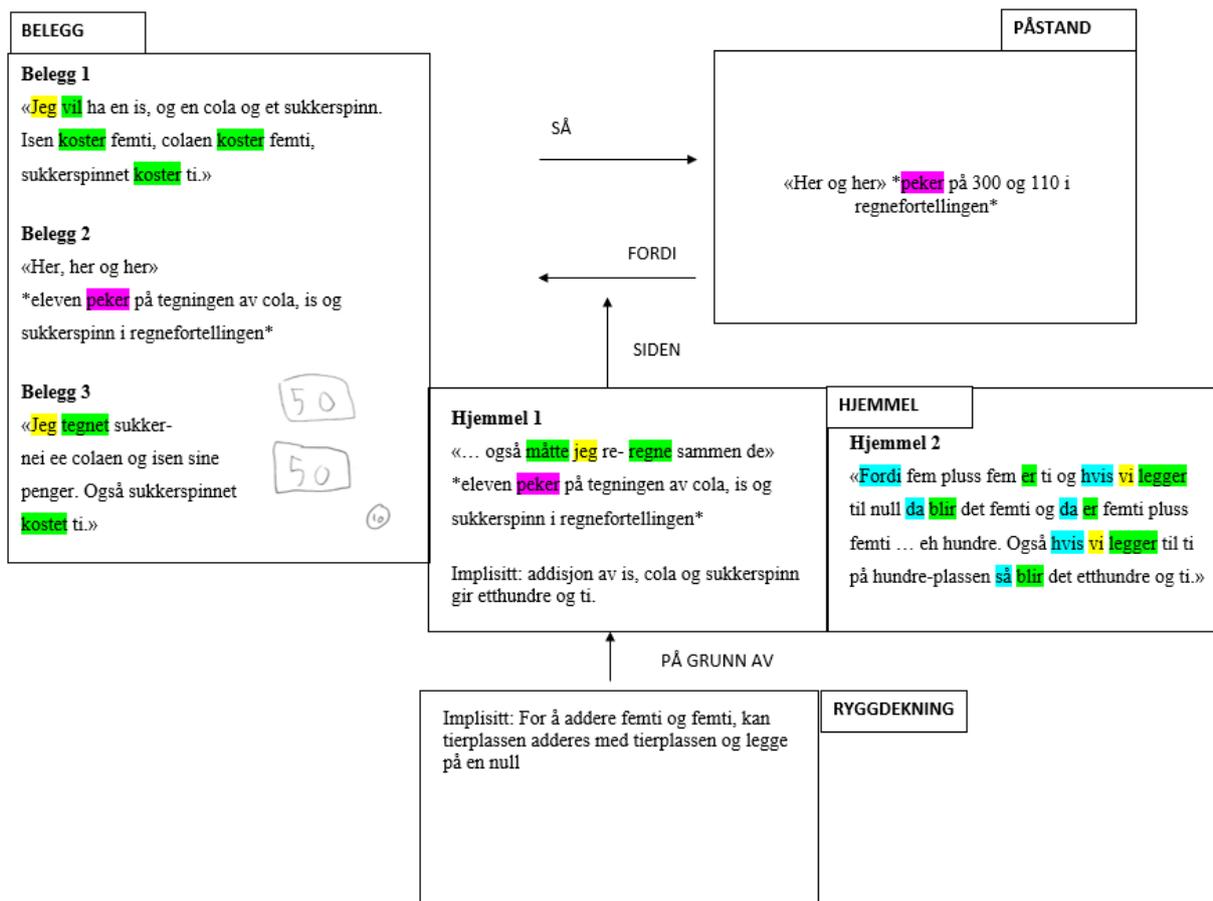
Figur 5.7 Analyse av 35A sin muntlige argumentasjon

Belegg 3 kan fungere som en illustrasjon på det som blir uttrykt med verbalspråk i belegg 2. I intervjuet påpekte eleven at '25b' stod for tjuefem blomster, mens '10m' var en tegning av at hun i regnefortellingen hadde skrevet at hun mistet ti blomster. 'b' stod altså for 'blomster', mens 'm' stod for 'mistet'. Dette kan sees på som et forsøk på en mer abstrakt notasjon, selv om dette ikke nødvendigvis er bevisst fra elevens side. Dermed kan det ses en likhet med Carpenter et al. (2003, s. 103) sin forskning som fant at elever på 3.-5. trinn vil ta i bruk abstrakte notasjoner i sin argumentasjon. Tegningen (se figur 5.8) ser samtidig ut til å vise en utregning av tallene som har blitt brukt i regnefortellingen, da eleven har



Figur 5.8 35A sitt regnestykke i intervjuet

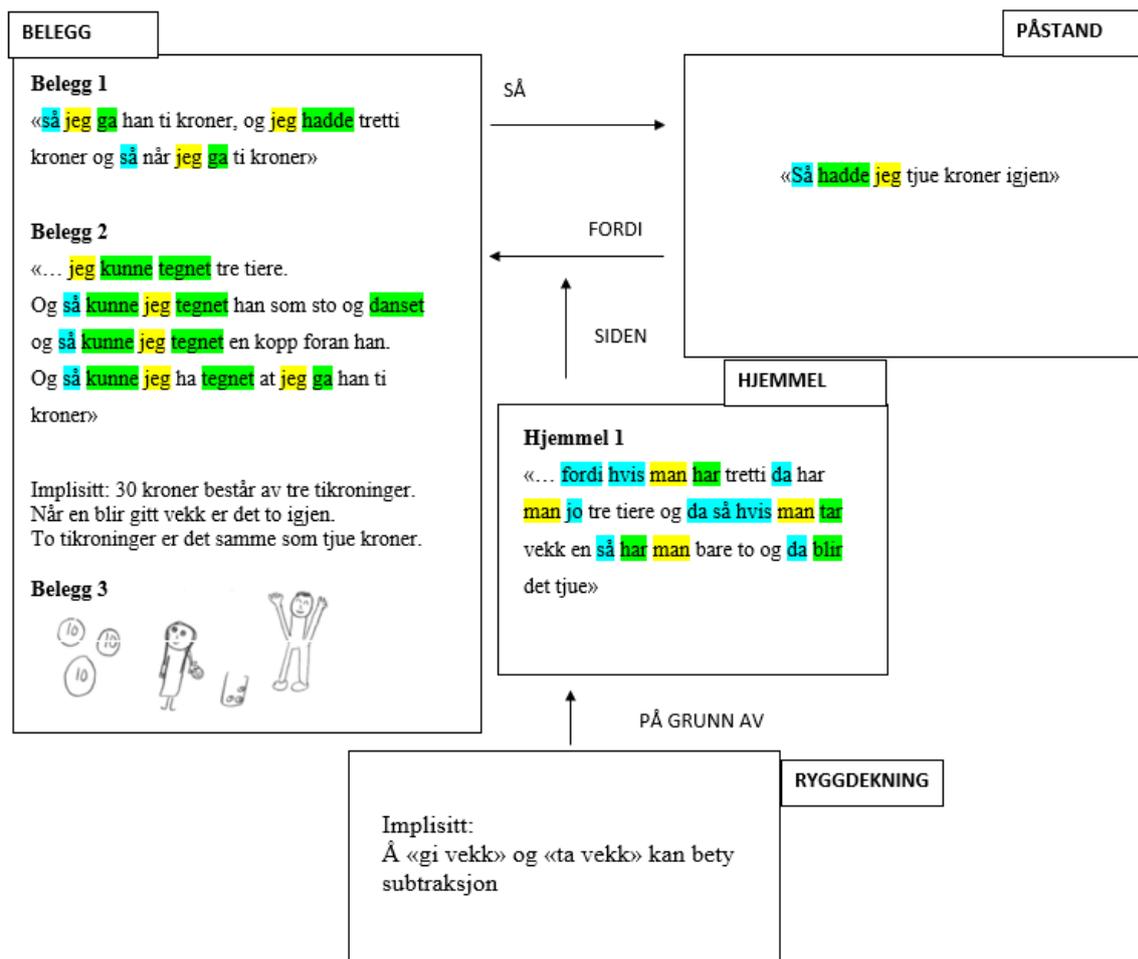




Figur 5.9 Analyse av 27B sin muntlige argumentasjon

For å kunne si noe om elevens multimodale argumentasjon har elementer av prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap, vil det være nødvendig å se hvordan tegningen i belegg 3 blir brukt. Tegningen kan forstås som en representasjon av de tallene som blir brukt i regnefortellingen, og med bakgrunn i dette kan de knyttes til utførelsen av en spesifikk prosedyre. Samtidig får jeg inntrykk av at eleven har en forståelse for relasjoner mellom tall når hun skal tegne pengene. I intervjuet tegner hun først tikronen og sier at hun ville tegnet «... masse flere på». Deretter tegner hun to femtilapper. Forskeren spør eleven: «Men du sa jo at du ville ha mange flere. Men du tok bare to flere?». Da svarer eleven: «Ja, det er jo femti». Med bakgrunn i dette kan det se ut til at eleven har en forståelse for at 110 kan symboliseres på ulike måter. Hun ser ut til å ha kunnskap om at en femtilapp består av flere tikroner, da hun først hadde gitt uttrykk for at hun ville tegne mange tikroner. I stedet endte hun opp med å tegne to femtilapper. Dette viser at eleven bruker forståelsen for relasjoner mellom tall i sin argumentasjon, og at hun dermed har elementer av begrepsmessig argumentasjon. Tegningen hennes kan dermed også tyde på at hun har en forståelse for operasjonene som har blitt utført.

Figur 5.10 viser at i likhet med 27B, har 29B tegnet penger som fungerer som belegg i hennes argumentasjon. 29B ser også ut til å ha en forståelse for relasjoner mellom tall da hun viser at tretti består av tre tikroner. Dermed har 29B også elementer av begrepsmessig kunnskap i sin argumentasjon.



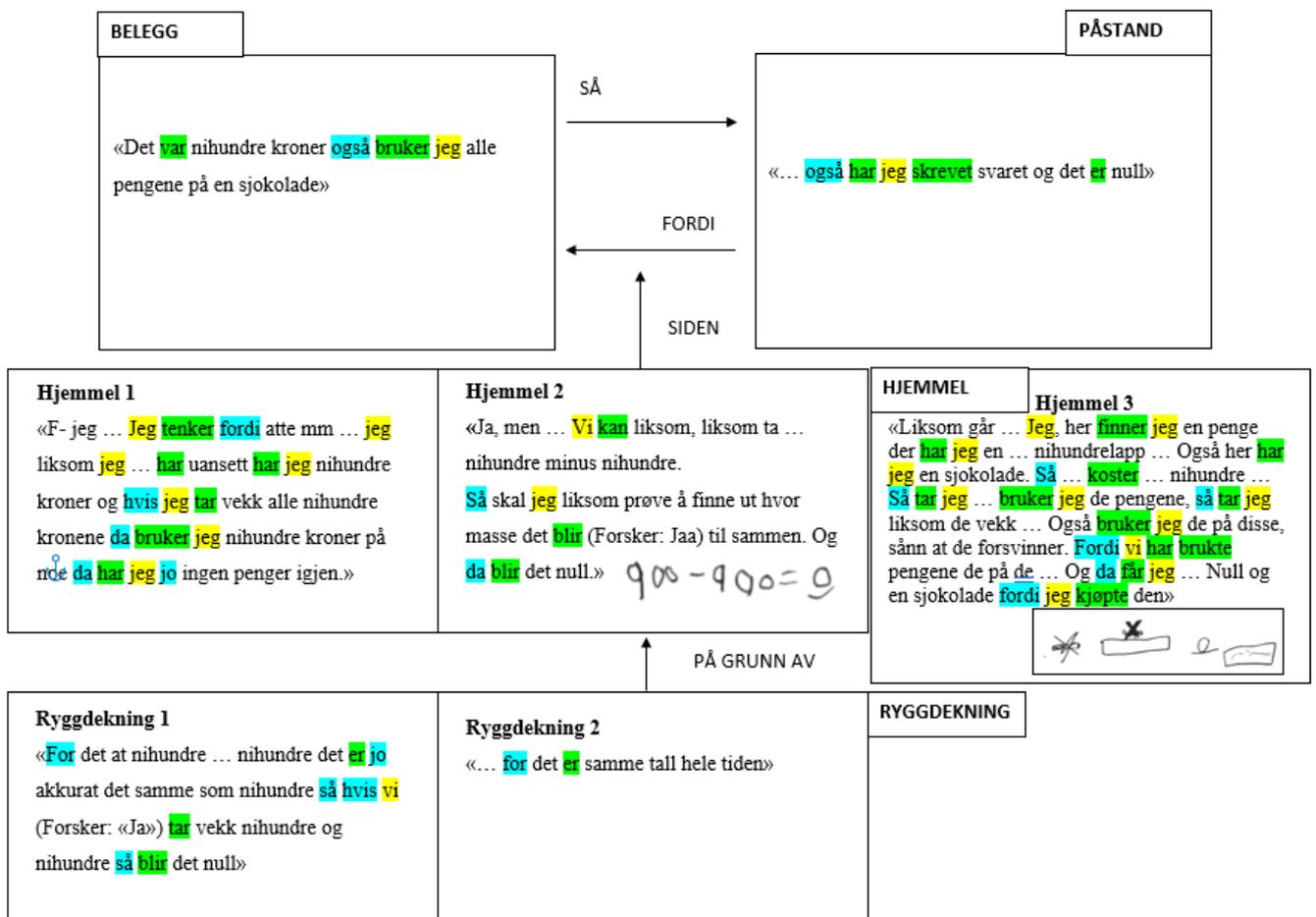
Figur 5.10 Analyse av 29B sin muntlige argumentasjon

Sammenlignet med 35A, vises det i figur 5.9 at 27B ikke har logiske koblinger i sine belegg. Med bakgrunn i Bills (2002, s. 103) kan bruken av logiske koblinger gi korrekte svar, noe som kan tyde på at prosedyrene 35A tok i bruk ble forstått. Figur 5.9 viser derimot at 27B har brukt logiske koblinger i hjemmel 2, noe som kan indikere at hun har en forståelse for prosedyren. I belegg 1 og 2 har 29B brukt den logiske koblingen 'så'. I kapittel 5.1.2 indikerte bruken av 'så'

i 38A sin skriftlige regnefortelling at eleven så ut til å ha en forståelse for operasjonen hun hadde utført. I 29B sine belegg ser derimot 'så' ut til å ha en mer fortellende rolle for å binde setningene sammen, slik 'hvis' hadde i 38A sin skriftlige argumentasjon. Dermed vil ikke 29B sin bruk av logiske koblinger i hennes belegg kunne si noe om hennes argumentasjon har elementer av prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap. Oppsummert har dette kapitlet gitt innsikt i hvordan elevenes tegninger har vist at 35A, 27B og 29B alle har elementer av begrepsmessig kunnskap i deres muntlige argumentasjon.

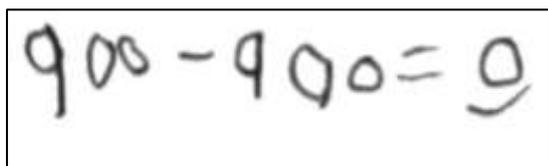
### 5.2.3 Hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap kommer til uttrykk i elevenes hjemler?

Tabell 8 viser at alle seks elevene uttrykker eksplisitte hjemler. De bruker ulike uttrykksformer: verbalspråk, tegning, peking og telling. I dette underkapitlet har jeg diskutert hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap som kommer til uttrykk i 34B og 32B sine hjemler. Begge elevene har brukt flere uttrykksformer i sine hjemler. Mens 34B sin multimodale argumentasjon viser elementer av begrepsmessig argumentasjon, viser 32B elementer av prosedyremessig argumentasjon gjennom sine tegninger. Figur 5.11 viser at 34B har tre hjemler i sin muntlige argumentasjon.



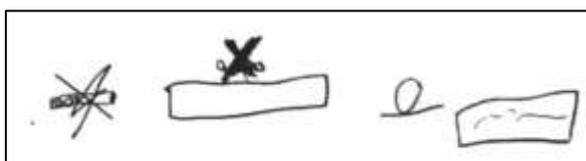
Figur 5.11 Analyse av 34B sin muntlige argumentasjon

I den første hjemmelen bruker hun verbalspråk for å fortelle om hvordan svaret kan bli 900 ved at hun «tar vekk alle ni hundre kronene». Her ser metaforen ‘ta vekk’ ut til å forklare at hvis 900 blir subtrahert fra 900, så vil det være null igjen. Dette kan støtte opp om hennes implisitte ryggdekning som ble funnet i analysen av hennes skriftlige argumentasjon i kapittel 5.1.5, og er et eksempel på at intervjuet kan gi dypere innsikt i elevens kunnskap. Eleven bruker nåtid og det personlige pronomenet ‘jeg’ i hjemmel 1. I alle tre hjemlene ser språket ut til å bli brukt for å uttrykke en prosedyre, og ikke for å si noe generelt. Dette indikerer elementer av prosedyremessig kunnskap. I hjemmel 2 og 3 evner eleven å uttrykke seg med hjelp av et eksplisitt regnestykke, og visualisering av et regnestykke (se figur 5.12 og 5.13).



A handwritten arithmetic equation:  $900 - 900 = 0$ . The numbers are written in a simple, slightly irregular style.

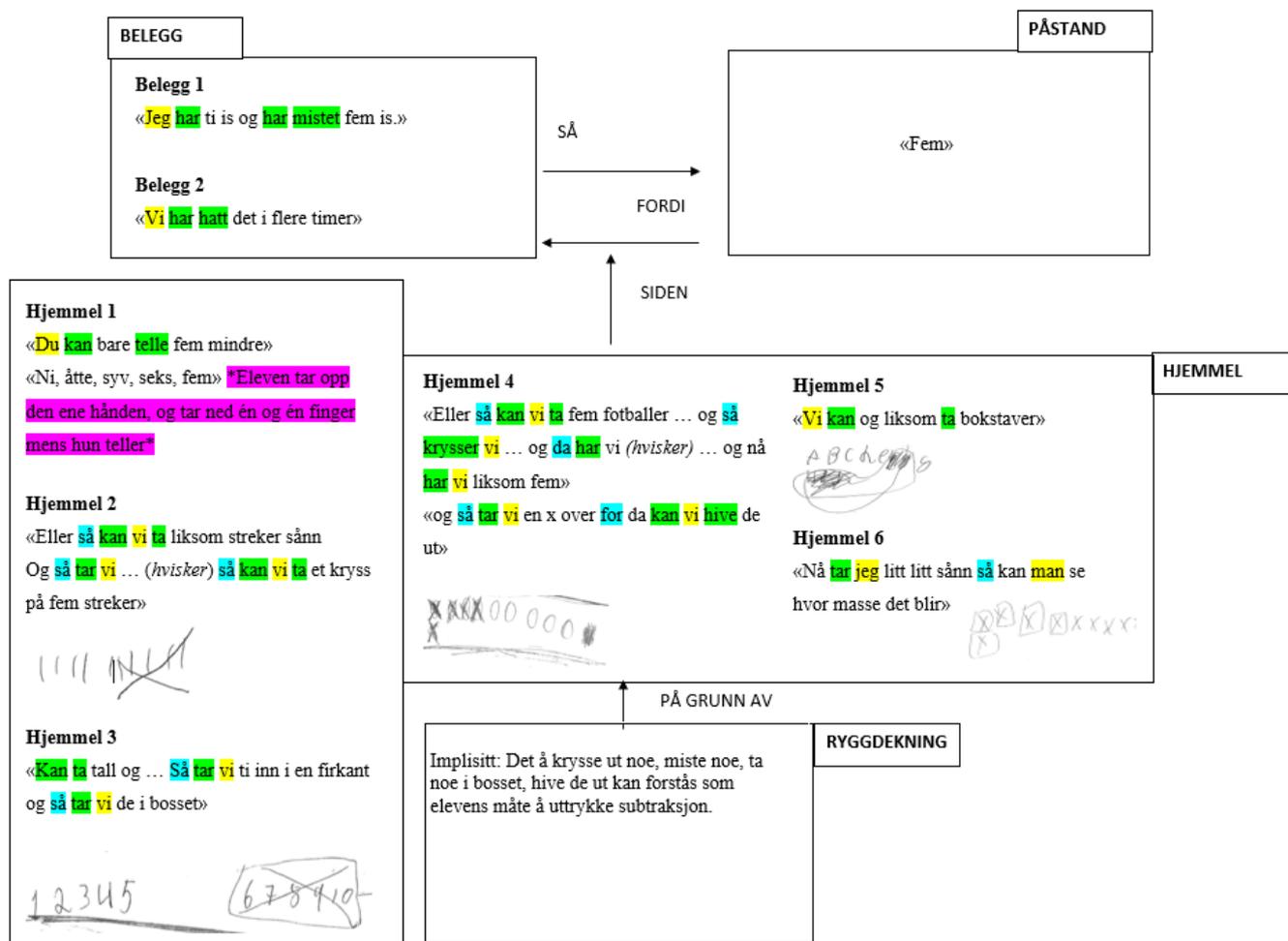
Figur 5.12 Regnestykke i intervjuet med 34B



Figur 5.13 Tegning i intervjuet med 34B

Dette viser at eleven kan uttrykke sin argumentasjon ved hjelp av flere uttrykksformer, og hun har dermed en multimodal argumentasjon (Tseronis, 2013). De tre hjemlene gir også innsikt i ulike elementer av elevens kunnskap, og med bakgrunn i det kan jeg si at hjemlene utfyller hverandre. Regnestykket i hjemmel 2 viser at eleven ser ut til å ha en forståelse for at når lik tallmengde trekkes fra blir svaret null. Dermed er hjemmel 2 med på å utdype hjemmel 1, og viser at eleven bruker relasjoner mellom tall for å finne svaret. I hjemmel 3 kan tegningen vise hvordan eleven krysser vekk pengene når hun har brukt dem på en sjokolade, og at hun ikke bare står igjen med null kroner, men også med en sjokolade. Dette kan tyde på at eleven forstår hva historien handler om, og hun bruker kryssing til å vise hva som er brukt opp eller tatt vekk. Dermed kan det se ut til at eleven baserer seg på metaforen 'ta vekk' i sin utregning. Selv om Pimm (1995, referert i Bills, 2001, s. 143) trekker frem at bruk av hverdagspråk kan by på problemer når elevene skal generalisere, ser bruken av hverdagspråk i dette tilfellet ut til å vise en forståelse for hva som skjer når 900 blir subtrahert fra 900. Dermed uttrykker eleven elementer av begrepsmessig argumentasjon gjennom hverdagspråket. Dette kan begrunnes med bakgrunn i Kilpatrick et al. (2001, s. 119) som sier at det å vise kunnskap gjennom flere uttrykksformer er et tegn på begrepsmessig kunnskap.

Med sine seks hjemler, er 32B den eleven som har flest. Figur 5.14 viser at eleven i hjemmel 2, 3, 4, 5 og 6 har tegnet opp ti streker, tall, sirkler, bokstaver eller bokser for å så krysse ut fem av dem. Dette viser at eleven uttrykker tallmengder på ulike måter, slik Ulland et al. (2018, s. 125) skriver at en tallmengde kan.



Figur 5.14 Analyse av 32B sin muntlige argumentasjon

I likhet med 34B, kan det å krysse ut vise en forståelse for at tallmengden subtraheres. Selv om eleven viser flere tegninger, ser alle tegningene ut til å uttrykke prosedyren som har blitt utført for å komme frem til svaret i regnefortellingen. Tallmengdene i tegningene er tilsvarende de tallene som blir presentert i regnefortellingen. Da hjemlene kan ses på som relativt like, viser dette et eksempel på at det å ha flere hjemler ikke nødvendigvis er med på å styrke elevens argumentasjon. Språket i hjemmel 2 til 6 er preget av å fortelle om en prosedyre som har blitt gjort, da eleven bruker ord som «så tar vi ... nå har vi ... vi kan og ta». Dette viser elementer av prosedyremessig kunnskap i elevens argumentasjon. I hjemmel 1 ser eleven ut til å bruke fingertelling for å subtrahere fem fra ti. I likhet med Bills (2001) blir fingertellingen her brukt i arbeidet med en gitt prosedyre, og dermed uttrykkes elementer av en prosedyremessig argumentasjon. 32B sine hjemler ser dermed ut til å uttrykke prosedyremessig kunnskap.

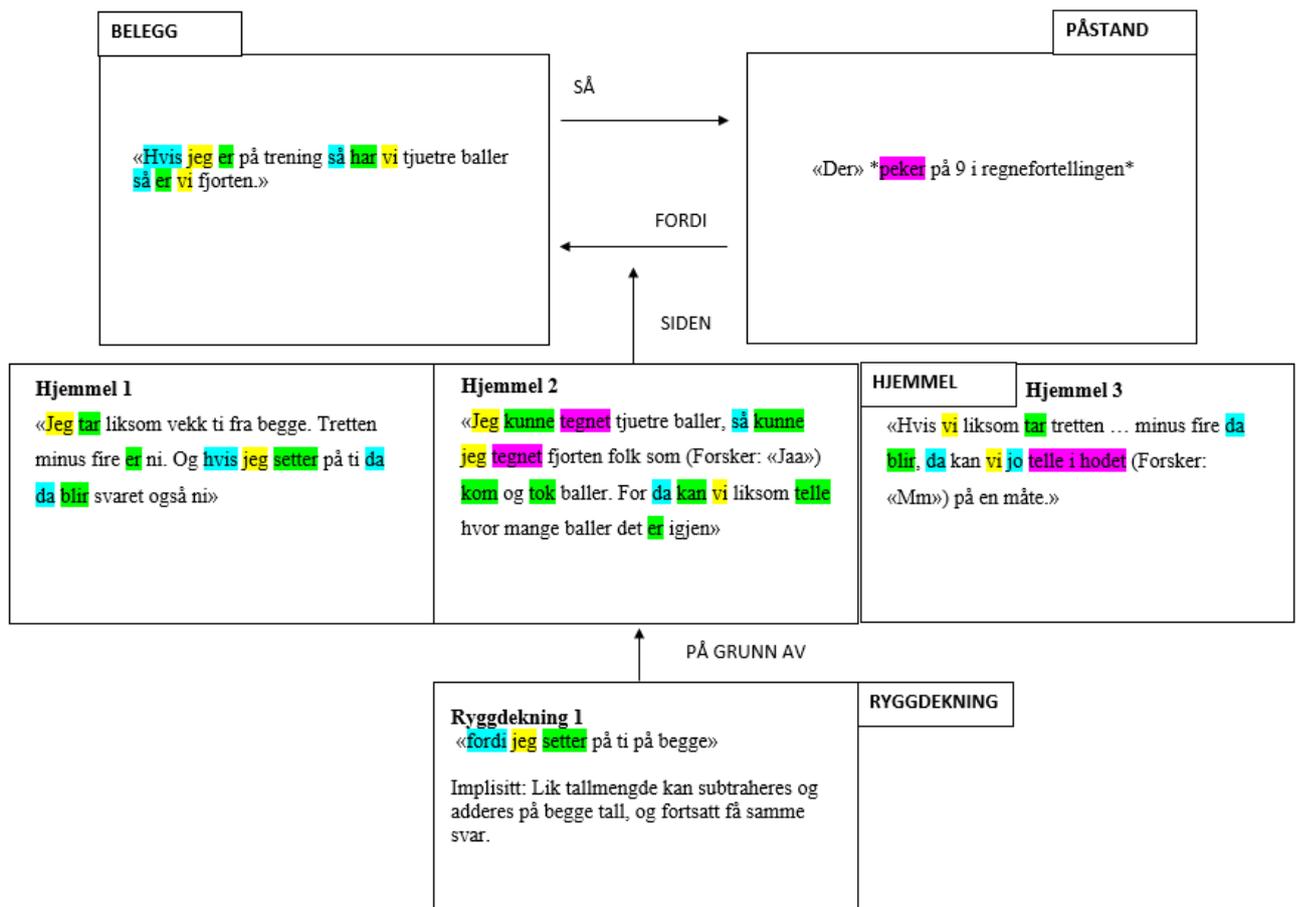
#### 5.2.4 Generalisering av ryggdekninger kan vise begrepsmessig argumentasjon

I kapittel 5.1.5 ble elevenes bruk av hverdagsspråk sett på som evnen til å generalisere, og ble dermed plassert som implisitt ryggdekning i deres argumentasjon. Det å ha implisitte ryggdekninger ble også sett på som element av begrepsmessig kunnskap. Mens det i analysen av elevenes skriftlige argumentasjon var noen elever som hadde implisitte ryggdekninger (se tabell 6), ble det i analysen av elevenes muntlige argumentasjon funnet både implisitte og eksplisitte ryggdekninger (se tabell 8). Dette avsnittet vil diskutere 34B sine tre eksplisitte ryggdekninger, da elevens bruk av logiske koblinger, hverdagsspråk og relasjoner mellom tall viser elementer av begrepsmessig kunnskap i hennes argumentasjon. 38A vil også bli trukket frem som eksempel, da hun viser forståelse for likhetstegnets ekvivalens i sin muntlige argumentasjon.

Figur 5.11 viser at 34B har tre eksplisitte ryggdekninger. For å få innsikt i hva dette kan si om elevens argumentasjon, er det nødvendig å se på hvilken kunnskap språket i ryggdekningene uttrykker. I ryggdekning 1 har eleven brukt hverdagsspråk som 'tar vekk'. Slik det kom frem i kapittel 5.1.5, kan bruken av hverdagsspråk indikere at eleven har en evne til å generalisere, og dermed har hun elementer av begrepsmessig argumentasjon. Et annet element av begrepsmessig argumentasjon i elevens ryggdekning er hennes bruk av logiske koblinger. Da bruken av logiske koblinger kan indikere at svarene er riktige (Bills, 2002, s. 101), og tyde på at prosedyren som har blitt brukt er forstått (Bills, 2002, s. 103), vil det være hensiktsmessig å studere elevens bruk av logiske koblinger. Eleven ser også ut til å bruke kunnskap om relasjoner mellom tall, når hun i ryggdekning 1 og 2 peker på at svaret er null fordi 900 og 900 er lik tallmengde. Dette kan ses på som en generalisering, og viser dermed elementer av begrepsmessig kunnskap. Carpenter et al. (2003) fant i sin forskning at selv om yngre elever vanligvis ikke generaliserte, med mindre de ble oppfordret til dette. I min studie kan det tenkes at forskerens spørsmål kan ha hatt innvirkning på at 34B har uttrykt generalisering i sine ryggdekninger, selv om dette ikke er et fokus i denne oppgaven. I kapittel 6.5 vil jeg trekke frem hvordan lærere kan arbeide for å utvikle elevenes argumentasjon. Eleven trekker frem et annet talleksempel i ryggdekning 3. Å basere seg på andre eksempler for å begrunne er noe Carpenter et al. (2003) har funnet at er vanlig blant yngre elever. Dermed samsvarer mine funn med Carpenter et al. (2003) sine. Men mens Carpenter et al. (2003) i sin forskning blant annet så på hvordan elevene begrunnet påstanden «når to partall adderes vil svaret alltid bli et partall», vil regnefortellingen dreie seg om et talleksempel. Dermed vil det å vise et annet talleksempel kunne vise at eleven klarer å se

mer enn den konkrete prosedyren. Dette kan indikere at eleven ser ut til å generalisere sin forståelse til flere tilfeller. Ved å analysere elevens muntlige argumentasjon, har jeg sett at hun ser ut til å gi uttrykk for alle elementene av begrepsmessig kunnskap som ble definert i kapittel 1.3.4.4. Hun evner å generalisere, klarer å bruke relasjoner mellom tall og det ser dermed ut til at hun har en forståelse for operasjonene hun utfører. Dette viser at eleven har gitt uttrykk for flere elementer av begrepsmessig kunnskap i sin muntlige argumentasjon, sammenlignet med den skriftlige.

38A ser ut til å kunne bruke relasjoner mellom tall, da hun i intervjuet subtraherte ti fra både tjuetre og fjorten (se figur 5.15).



Figur 5.15 Analyse av 38A sin muntlige argumentasjon

Dermed har hun kunnskap om likhetstegnets ekvivalens, som Rittle-Johnson og Alibali (1999) så på som begrepsmessig kunnskap i sin forskning. Med bakgrunn i dette gir 38A uttrykk for elementer av begrepsmessig kunnskap i sin muntlige argumentasjon. Dette avsnittet har vist at elevenes muntlige ryggdekninger har gitt mulighet for å si noe om de gir uttrykk for prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap i sin argumentasjon.

### 5.2.5 Fingertelling som ryggdekning

I avsnittet ovenfor ble det vist hvordan bruk av logiske koblinger, relasjoner mellom tall, generalisering og hverdagsspråk kan gi uttrykk for prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i elevenes muntlige argumentasjon. I dette underkapitlet vil jeg diskutere hvordan 35A sin fingertelling kan være et element av begrepsmessig argumentasjon. Slik det kommer frem i kapittel 2.2.1, kan fingertelling fungere som en støtte når man skal formidle noe til en mottaker (Johnsen-Høines, 2011, s. 39). Fingertellingen kan både bli brukt for å utføre en prosedyre eller som en støtte i elevens argumentasjon (Bills, 2001; Krummheuer, 1995; Severina & Meaney, under utgivelse). I kapittel 5.2.3 ble 32B sin fingertelling plassert som hjemmel i argumentasjonen hennes. 35A sin fingertelling har jeg derimot valgt å analysere som ryggdekning, slik det vises i figur 5.7. Begrunnelsen for at elevens fingertelling ble analysert som ryggdekning, finnes i samtaleutdraget nedenfor.

|         |  |
|---------|--|
| 35A     | Og da blir jo det sånn da. Også er det fem der. Og da vet jeg at ti, elleve, tolv, tretten, fjorten, femten. |
| Forsker | Ja. Mm. Så da har du, når du telte fem på fingrene så fikk du femten.  |
| 35A     | Jeg telte jo ikke på fingrene i stad da men (Forsker: «Nei»). Jeg ville vise deg det.                        |

I samtaleutdraget uttrykker eleven at hun har brukt fingertelling for å vise meg. Dette kan tolkes som at eleven ikke har hatt et behov for å bruke fingertelling i utførelsen av en gitt prosedyre, slik det så ut til at 32B har gjort. Hun ser derimot ut til å ha et behov for fingertelling for å begrunne ovenfor meg at svaret hennes er korrekt. Dette kan vise at eleven er bevisst på mottakeren, og hva som er forventet av henne. Det kan også tyde på at hun tar i bruk en annen

uttrykksform for å forsikre seg om at hun blir forstått, og hun har dermed en multimodal argumentasjon. Elevens bruk av «vet jeg» er med på å styrke antagelsen om at hun bruker fingertelling for å støtte opp om argumentasjonen sin, da hun her gir uttrykk for at utførelsen av prosedyren er noe hun kan løse uten bruk av fingertelling. Med bruk av fingertelling for å støtte opp den prosedyren hun har utført, ser eleven ut til å uttrykke en forståelse for operasjonen som har blitt utført. I sammenheng med definisjonen av begrepsmessig argumentasjon i kapittel 1.3.4.4, uttrykker eleven elementer av begrepsmessig kunnskap med sin fingertelling. Fingertellingens ulike rolle i 35A og 32B sin argumentasjon viser viktigheten av å studere kunnskapen som kommer til uttrykk i alle elevenes uttrykksformer (Johansson et al., 2014; Severina & Meaney, under utgivelse).

#### 5.2.6 Elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i elevenes muntlige argumentasjon

Tabell 7 viste at det ble uttrykt både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i elevenes skriftlige argumentasjon. Tabell 9 viser en oversikt over hvordan jeg, med bakgrunn i to analyseverktøy, har analysert hvilke elementer av de to formene for kunnskap elevene har gitt uttrykk for i de muntlige responsene i elevintervjuene. Eleveksemplene som har blitt trukket frem i analysen av elevenes muntlige argumentasjon, viser at elevene både gir uttrykk for elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap. Tabellen nedenfor viser hvilke elementer hver elev har gitt uttrykk for, samt en begrunnelse for dette.

Tabell 9 Elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i elevenes muntlige argumentasjon

| Oversikt elever | Muntlig argumentasjon  | Begrunnelse  |
|-----------------|--|--|
| 35A             | <b>Elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap</b> | Eleven tar i bruk flere uttrykksformer. Tegningen hennes fungerer som en forklaring på at svaret er femten, og hun viser dermed en forståelse for operasjonen som har blitt utført. Hun tar i bruk logiske koblinger, men de viser elementer av prosedyremessig kunnskap fordi hun ikke forklarer nærmere enn «fordi det er riktig», og baserer forklaringen på en prosedyre. Bruken av fingertelling indikerer elementer av en begrepsmessig argumentasjon. Både eksplisitt og implisitt ryggdekning. Mangelfull informasjon om generalisering.   |
| 27B             | <b>Elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap</b> | Hun har en multimodal argumentasjon da hun bruker peking, tegning og verbalspråk som belegg. Tegningen kan både knyttes til spesifikk prosedyre og en forståelse for relasjoner mellom tall. Eleven viser en forståelse for operasjonene som ble utført, noe som blir synliggjort ved bruk av logiske koblinger. Mangelfull informasjon om generalisering. Implisitt ryggdekning.  |
| 34B             | <b>Elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap</b> | Eleven har tre eksplisitte hjemler hvor språket indikerer en prosedyremessig argumentasjon. Hun bruker tegning i to av hjemlene, som viser en multimodal argumentasjon. Tegningene viser indikasjon på begrepsmessig argumentasjon, da eleven ser ut til å ha en forståelse for relasjoner mellom tall. Bruk av hverdagspråk viser en forståelse for hva som skjer når 900 subtraheres fra 900. Eleven bruker logiske koblinger, hverdagspråk, relasjoner mellom tall og evnen til generalisering. Dette indikerer at eleven har vist alle elementer av begrepsmessig argumentasjon som definisjonen la vekt på. |

|     |  |  |
|-----|--|--|
| 38A | <b>Elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap</b> | <p>Eleven baserer mye av argumentasjonen sin på prosedyre med tallene 23 og 14. Hun forklarer hvorfor prosedyren fungerer ved å si at hun både kan legge til og trekke fra 10 fra begge tallene før prosedyren utføres. Dette viser en forståelse av relasjoner mellom tall, og med bakgrunn i dette ser eleven ut til å ha en forståelse for operasjonene som blir utført.</p> <p>Ryggdekningen viser kunnskap om likhetstegnets ekvivalens, som viser elementer av begrepsmessig argumentasjon. Mangelfull informasjon om generalisering.</p>            |
| 29B | <b>Elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap</b> | <p>Hun bruker relasjoner mellom tall for å argumentere, da hun viser at tretti består av tre tiere, både med verbalspråk og tegning. Hun har en multimodal argumentasjon. Hun ser også ut til å ha en forståelse for operasjonen hun utfører når hun deler opp tallene slik. Dette viser elementer av begrepsmessig argumentasjon. Hun bruker logiske koblinger, men disse sier ikke noe om hvorvidt hennes argumentasjon har elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap. Mangelfull informasjon om generalisering. Implisitt ryggdekning.</p> |
| 32B | <b>Elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap</b> | <p>Eleven bruker flere uttrykksformer for å forklare utførelsen av prosedyren med spesifikke tall.</p> <p>Tegningene i hjemlene ser ut til å vise prosedyren som har blitt utført. Det blir et fokus på hva som har blitt gjort, i stedet for hvorfor det har blitt gjort. Eleven bruker fingertelling i arbeid med utførelse av en gitt prosedyre. Implisitt ryggdekning som kan indikere begrepsmessig argumentasjon. Mangelfull informasjon om generalisering.</p>  |

I analysen har fokuset vært rettet mot hvilke deler av definisjonene på prosedyremessig argumentasjon og begrepsmessig argumentasjon (se kapittel 1.3.4.4), som kommer til uttrykk i elevenes argumentasjon. Slik det har blitt understreket tidligere i oppgaven (se kapittel 1.4 og 4.3), viser denne analysen hva som blir uttrykt gjennom de ulike uttrykksformene elevene tar i bruk, og det kan dermed tenkes at elevene har flere tanker, men at de ikke har gitt uttrykk for disse. Derfor er det viktig å understreke at analysen baserer seg på hva som kommer til uttrykk gjennom elevenes uttrykksformer. Tabell 9 viser at alle elevene har gitt uttrykk for at de baserer seg på elementer av en begrepsmessig argumentasjon. Dette innebærer at elevene har vist kunnskap knyttet til noen av de delene som definisjonen av begrepsmessig argumentasjon består av (se kapittel 1.3.4.4). Det kan dermed ses en parallell til Severina og Meaney (under utgivelse, s. 13) som fant at elevene ga ‘deductive explanations’, som i denne oppgaven blir sett i sammenheng med begrepsmessig argumentasjon. I neste kapittel vil elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon sammenlignes.

### 5.3 Sammenligning av elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon

I analysen som ble foretatt i kapittel 5.1 og 5.2, ble det funnet at alle de seks elevene hadde elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i deres skriftlige og muntlige argumentasjon. Hensikten med dette kapitlet er å sammenligne elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon. Det vil bli trukket frem tre hovedpunkter: 1) Analysen av de muntlige elevresponsene ga større grunnlag for å kunne si noe om hvorvidt elevenes argumentasjon baserte seg på elementer av en prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap, da elevenes hjemler og ryggdekninger var mer eksplisitte, 2) Analysen av elevenes bruk av logiske koblinger ga mest innsikt i analysen av de muntlige responsene og 3) Det var mer multimodal argumentasjon i analysen av elevenes muntlige responser enn i deres skriftlige regnefortellinger.

#### 5.3.1 Fra implisitte til eksplisitte hjemler og ryggdekninger

Både i analysen av elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon, ble det funnet ryggdekninger. Dette kan ses på som en motsetning til Krummheuer (2007, s. 65) som skrev at elever på barneskolen vanligvis ikke har ryggdekning i sin argumentasjon. En forskjell som utmerket seg i analysen av elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon, var imidlertid at flere elever gikk fra å vise implisitte hjemler og ryggdekninger i analysen av deres skriftlige

argumentasjon, til å uttrykke eksplisitte hjemler og ryggdekninger muntlig. I tabell 6 var det bare 35A som hadde en eksplisitt hjemmel, mens tabell 8 viste at alle elevene uttrykte eksplisitte hjemler muntlig. Det kan dermed trekkes en parallell til Weber et al. (2008, s. 249) som skriver at hvis elevenes argumentasjon blir utfordret, kan det føre til at elevene uttrykker eksplisitte hjemler slik at de støtter opp mot gyldigheten i argumentasjonen sin. I intervjuene med elevene kunne forskeren stille spørsmål knyttet til elevenes argumentasjon, og dermed ble argumentasjonen deres utfordret. Elevene fikk også mulighet til å utdype det som de hadde blitt skrevet i regnefortellingen da de ble intervjuet. At elevene ikke ble utfordret på samme måte da de skrev regnefortellingen, kan være grunnen til at mindre argumentasjon kom til uttrykk her.

Når elevene skriver kan det også tenkes at det for dem er tydelig hva de har ment når de har skrevet, men at mye av argumentasjonen forblir inne i hodet deres. Om elevene ikke blir utfordret, kan de selv tenke at de har uttrykt god nok argumentasjon. Dette kan støttes av Simosi (2003, s. 188) som skriver at noen komponenter i Toulmin sin modell kan bli utelatt i elevenes skriftlige argumentasjon, fordi informasjonen kan bli ansett som kjent for mottakeren av den som skriver. Dermed blir det ikke sett et behov for å uttrykke seg eksplisitt. Mottakerbevissthet kan dermed ses på som en av grunnene til at analysen av elevenes muntlige responser kan gi dypere innsikt i hvilken kunnskap elevene uttrykker i sin argumentasjon. Dette kan ses i sammenheng med Yackel (1995) sin studie hvor lærerens uttrykk for at noe var uforståelig, gjorde at eleven måtte forklare mer. I kapittel 6.5 vil jeg diskutere hvordan lærere kan hjelpe elevene til å tenke på leserens behov når de skriver, slik at de uttrykker seg tydeligere.

Analysen av 34B og 32B er et eksempel på at da hjemlene og ryggdekningen ble uttrykt eksplisitt, ble det i større grad mulig å få innsikt i hvorvidt elevenes argumentasjon hadde elementer av prosedyremessig eller begrepsmessig kunnskap. I kapittel 5.2.3 ble det funnet at de to elevene uttrykte ulik kunnskap i deres hjemler. I analysen av 34B sin muntlige argumentasjon ga hun i sine ryggdekninger uttrykk for å ha alle elementene av begrepsmessig argumentasjon (se tabell 9), mens det i analysen av den skriftlige regnefortellingen var det vanskeligere å få innsikt i alle elementene av begrepsmessig argumentasjon (se kapittel 5.1.6).

### 5.3.2 Bruken av logiske koblinger ga mer innsikt i analysen av de muntlige responsene

I tråd med avsnittet over, ga analysen av elevenes muntlige argumentasjon også større mulighet for å ta i bruk de språklige indikatorene som er inspirert av Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin forskning, for å si noe om hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap som kommer til uttrykk i elevenes argumentasjon. Likevel fant jeg i analysen av både de skriftlige regnefortellingene og de muntlige elevresponsene, at logiske koblinger og multimodal argumentasjon var de språklige indikatorene som så ut til å kunne si mest om hvilken kunnskap som kom til uttrykk i elevenes argumentasjon. Sammenlignet med bruken av logiske koblinger i de skriftlige regnefortellingene, kunne bruken av logiske koblinger i de muntlige responsene si mer om hvilken kunnskap elevene så ut til å basere seg på i sin argumentasjon. Analysen av elevenes skriftlige argumentasjon har vist eksempler på hvordan 38A sin bruk av logiske koblinger både så ut til å være en del av argumentasjonen, men også kunne fungere som en del av regnefortellingen. I analysen av 35A og 27B sine muntlige responser var det derimot tydeligere at førstnevntes bruk av logiske koblinger indikerte elementer av prosedyremessig kunnskap, mens hos 27B så de logiske koblingene ut til å indikere elementer av begrepsmessig kunnskap.

### 5.3.3 Multimodal argumentasjon i de skriftlige regnefortellingene og muntlige responsene

Tabell 8 viser at elevene tok i bruk flere uttrykksformer i sin muntlige argumentasjon, sammenlignet med det som blir vist i tabell 6 som omhandler elevenes skriftlige argumentasjon. Et funn i analysen av elevenes skriftlige argumentasjon var at elevene tok i bruk både verbalspråk, tegning og symboler i sin skriftlige regnefortelling. Likevel uttrykte ikke disse argumentasjon på samme måte som elevene på de høyere klassetrinnene i Hovik og Solem (2016) sin forskning gjorde. En av grunnene til dette kan være at Hovik og Solem (2016) i sin forskning ga elevene en påstand de skulle argumentere for, mens det å skrive en regnefortelling og argumentere underveis vil være annerledes. Ved å studere de uttrykksformene som ble brukt for å uttrykke elevenes muntlige argumentasjon, fikk jeg mer innsikt i hvorvidt elevene baserte sin argumentasjon på elementer av prosedyremessig eller begrepsmessig argumentasjon. Eksempler på dette ble vist i kapittel 5.2.3 og 5.2.5, hvor bruken av fingertelling kunne indikere både en prosedyremessig og en begrepsmessig argumentasjon. Flere av tegningene som ble tegnet under intervjuet var med på å gi innsikt i elevenes forståelse, blant annet 27B og 29B sine tegninger av penger. I kapittel 5.2.2 ble elevenes multimodale argumentasjon analysert, hvor blant annet analysen av 27B sin tegning viste forståelse for at 110 kan symboliseres på

ulike måter. Eleven viste også forståelse for relasjoner mellom tall, og for operasjonen som hadde blitt utført. 35A gikk fra å ha en tegning i regnefortellingen, som ikke var en del av argumentasjonen hennes (se kapittel 5.1.3), til å tegne en tegning under intervjuet som fungerte som en forklaring på at svaret var femten. Hun viste dermed en forståelse for operasjonene som ble utført (se kapittel 5.2.2). Dette viser at elevene brukte flere uttrykksformer under intervjuet, som en del av deres muntlige argumentasjon. Dette medførte at flere elever hadde flere elementer av begrepsmessig argumentasjon. Med bakgrunn i Kilpatrick et al. (2001, s. 119) kan dette vise at å se sammenhenger mellom flere uttrykksformer viser en begrepsmessig kunnskap.

## 6 Konklusjon

Formålet med denne studien var å undersøke hvordan seks elever på 3. trinn uttrykte seg i matematikkfaget, og å se om det var mulig å knytte deres argumentasjon til prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap. For å få innsikt i elevenes argumentasjon ble det både samlet inn skriftlige regnefortellinger som elevene selv skrev, og gjennomført semistrukturerte intervjuer med bakgrunn i elevenes skriftlige regnefortellinger. Det var fokus på å få en forståelse for elevenes tenkning gjennom de uttrykksformene de tok i bruk, og hvordan deres kunnskap kom til uttrykk gjennom multimodaliteten i deres skriftlige regnefortellinger og muntlige responser i intervjuet. Under datainnsamlingen var det et fokus på at elevene skulle begrunne hvordan de kom frem til svaret de fikk og hvorfor de mente at svaret deres var riktig. Oppgavens problemstilling er:

*Hvordan kommer prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap til uttrykk i den skriftlige og muntlige matematiske argumentasjonen til seks elever på 3. trinn?*

For å besvare problemstillingen har jeg brukt et analyseverktøy som består av både Toulmin sin argumentasjonsmodell og fire språklige indikatorer på prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap, som ble utviklet med inspirasjon fra Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin forskning. Elevenes skriftlige regnefortellinger og de muntlige responsene de ga i intervjuet, har dannet grunnlaget for å analysere og diskutere oppgavens problemstilling. Elevenes bruk av personlig pronomen, grammatisk tid, logiske koblinger og deres multimodale argumentasjon ga innsikt i hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap som kom til uttrykk i deres skriftlige og muntlige argumentasjon. Toulmin ble brukt som et verktøy for å identifisere hvordan elevene uttrykte matematisk argumentasjon gjennom ulike uttrykksformer.

Videre i dette kapitlet vil jeg fokusere på fem områder: 6.1 Hvordan analysen har gitt innsikt i oppgavens problemstilling, 6.2 En evaluering av analyseverktøyet som har blitt brukt i denne oppgaven, 6.3 Hva jeg ville gjort annerledes om studien skulle blitt gjennomført på nytt, 6.4 Veien videre og til slutt 6.5 Oppgavens implikasjoner for undervisning.

## 6.1 Hvordan har analysen gitt innsikt i oppgavens problemstilling?

I dette delkapitlet vil funnene fra analysen som ble foretatt i kapittel 5 oppsummeres, og bli sett opp mot oppgavens problemstilling. Analysen har identifisert elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon. Dette viser at de to typene kunnskap ses i relasjon med hverandre (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 2). I analysen av elevenes skriftlige regnefortellinger fant jeg at regnefortelling som sjanger ga begrensninger for å få innsikt i elevenes kunnskap, da de inneholdt spesifikke tall. Elevene forklarte ikke nærmere hvorfor prosedyren deres fungerte i sine skriftlige regnefortellinger, som er et element av prosedyremessig kunnskap (se kapittel 1.3.4.4). Likevel ble det funnet elementer av begrepsmessig kunnskap i alle elevenes skriftlige argumentasjon, men det vil være vanskelig å anslå om elevene har en forståelse for operasjonene de har utført, da de ikke har gitt ytterligere skriftlig forklaring. Dermed ble det sett et behov for en mer eksplisitt argumentasjon hos elevene.

Analysen av intervjuene viste at elevenes kunnskap ble uttrykt mer eksplisitt, da det fantes flere eksplisitte hjemler og ryggdekninger hos elevene. I analysen av den muntlige argumentasjonen var det dermed bredere grunnlag for å si om elevene hadde en forståelse for operasjonene som ble utført, eller om de ikke klarte å forklare nærmere hvorfor prosedyren fungerte. Oppsummert har analysen av den skriftlige og muntlige argumentasjonen vist at elevene har elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap i sin argumentasjon. Ytterligere innsikt i elevenes kunnskap ble gitt i analysen av deres muntlige argumentasjon. Det ble stilt spørsmål til argumentasjonen elevene uttrykte i intervjuet, og elevene ble dermed utfordret til å begrunne mer (Weber et al., 2008).

## 6.2 Evaluering av analyseverktøyet: hva ble det ikke gitt innsikt i?

Da jeg utviklet rammeverket som er inspirert av Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin forskning, trodde jeg at alle de fire språklige indikatorene kom til å kunne gi like mye innsikt i om elevenes argumentasjon ville vise elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap. Da jeg analyserte datamaterialet, så jeg at bruken av logiske koblinger og elevenes multimodale argumentasjon var de to indikatorene, som sammen med definisjonene av prosedyremessig og begrepsmessig argumentasjon, ga mest innsikt. Dermed hadde ikke bruken av personlig pronomen og grammatisk tid så mye å si for å få innsikt i hvilken kunnskap som

kom til uttrykk i elevenes argumentasjon. I arbeid med analysering av muntlige responser var det imidlertid lettere å overføre inspirasjonen fra Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin studie, da de har brukt indikatorene for å analysere muntlige responser. I analysen av de skriftlige regnefortellingene, var det derimot vanskeligere å tilpasse indikatorene. I kapittel 3.1.2.1 ble det omtalt at jeg i denne oppgaven forventet at elevene skulle bruke 'man' for å si noe generelt, men i oppgaven ble det funnet at elevene brukte 'vi' også. En av grunnene til dette kan være at Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) analyserte engelskspråklige elever, og det kan være forskjeller ved bruk av indikatorene på norsk språk.

Slik det ble vist i kapittel 5 gjorde bruken av Toulmin som analyseverktøy at jeg ikke fikk innsikt i alle uttrykksformene elevene tok i bruk i sine skriftlige regnefortellinger. Dette viser at det er et behov for å se hvordan de uttrykksformene som ikke blir en del av Toulmin, spiller inn i argumentasjonen, slik Nordin og Boistrup (2018) gjorde. Når jeg har brukt Toulmin sin modell som analyseverktøy har det også til tider vært vanskelig å vite om elevenes uttrykksformer skal ses på som belegg eller hjemmel i elevenes argumentasjon, som har gjort at mine tolkninger har blitt lagt til grunn for plasseringen. Dette kan ses i sammenheng med Simosi (2003), som trekker frem at det kan være vanskelig å plassere utsagn i de ulike komponentene, og da spesielt belegg og hjemmel. Modellen var nyttig for å identifisere hvordan elevenes ulike uttrykksformer ble brukt for å utforme deres matematiske argumentasjon. I analysen av elevenes muntlige argumentasjon ga modellen derimot ikke mulighet til å tenke over hvordan spørsmålene som ble stilt i intervjuet påvirket argumentasjon elevene ga uttrykk for (se intervjuguide i vedlegg 1). Dersom prosjektet skulle blitt gjennomført igjen, hadde dette vært nødvendig å tenke over.

### 6.3 Hva ville jeg gjort annerledes?

Det er spesielt tre ting jeg ville gjort annerledes hvis studien skulle blitt gjennomført på nytt. Jeg ville vært mer konsekvent med ordbruken i intervjuene. Begrepene «forklar» og «argumenter» ble brukt om hverandre av oss forskere. Hadde jeg vært mer konsekvent med å bruke «argumenter», kan det tenkes at funnene hadde vært annerledes. En annen ting jeg ville gjort annerledes er å være tydeligere på hva som ble forventet av elevene før de skrev regnefortellingene. Et eksempel fra analysen er at 35A kanskje hadde brukt tegning på en annen måte i sin regnefortelling hvis jeg på forhånd hadde presentert det som en forventning at alle

uttrykksformer skulle brukes for å overbevise oss forskere om at svaret var korrekt. Dette kunne muligens ha ført til at argumentasjon ble mer synliggjort. Et annet punkt jeg vil trekke frem er at siden vi var en gruppe studenter som gjennomførte semistrukturerte intervjuer, medførte dette at elevene ble stilt ulike spørsmål i intervjuene. Noen elever snakket mer om hvordan de kom frem til svaret, mens andre elever fikk flere spørsmål knyttet til hvorfor svaret var riktig. Forskernes spørsmålsstilling kan dermed ha påvirket hvilke elever som ga eksplisitte hjemler i sin argumentasjon, og hvem som ga ryggdekninger. Forskernes spørsmålsstilling hadde ikke et fokus i oppgavens analyse, men det er relevant å se på dette som en påvirkning på oppgavens funn. Å utføre mer sammenfallende intervju, kunne også gjort at elevenes responser ble mer sammenlignbare.

#### 6.4 Veien videre

Funnene i denne oppgaven kan ha vært påvirket av at argumentasjon var et nytt begrep for elevene, noe som kunne gjøre det vanskelig å synliggjøre argumentasjonen i regnefortellingene deres. Med bakgrunn i dette hadde det vært interessant å gjennomføre studien en gang til, etter at elevene har arbeidet mer med å synliggjøre argumentasjon i sine regnefortellinger, for å se om funnene hadde blitt annerledes. Denne studien gir et øyeblikksbilde av de seks elevene, og det kan tenkes at elevene tenkte mer enn de ga uttrykk for. Hvis elevene arbeider mer med å synliggjøre sin argumentasjon i klasserommet, kunne tenkningen deres kanskje ha kommet tydeligere frem.

Slik det fremkom i metodekapitlet, måtte jeg ta noen valg underveis knyttet hva jeg ønsket å fokusere på i datamaterialet. Dette gjorde at andre interessante fokusområder, som jeg kunne tenke meg å studere, ikke fikk plass i denne oppgaven. Jeg ville gjerne sett på hvilken påvirkning forskernes spørsmålsstilling kan ha hatt på argumentasjonen elevene gir uttrykk for. I en slik studie kunne det vært interessant å sett forskernes spørsmål som en del av analysen med Toulmin sin modell, slik Singletary og Conner (2015) har gjort. Det kunne også vært interessant å sett på hvor i regnefortellingen elevene selv mener at de argumenterer, da dette var et av spørsmålene i intervjuguiden. Å se denne studien i sammenheng med hvordan klassen har arbeidet med regnefortellinger og argumentasjon, for å se om dette kan ha en påvirkning på den forståelsen for argumentasjon elevene ser ut til å gi uttrykk for, ville vært et annet interessant fokusområde.

## 6.5 Oppgavens implikasjoner for undervisning

Som en del av konklusjonen ønsker jeg å beskrive hvordan denne studien kan påvirke undervisningen i klasserommet. Det første jeg vil trekke frem er at denne studien har vist hvordan de språklige indikatorene, som ble inspirert av Bills (2001; 2002) og Bills og Gray (2001) sin forskning, kan gi innsikt i hvordan prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap kommer til uttrykk i elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon. Selv om ikke alle indikatorene ga like mye innsikt i elevenes kunnskap, kan analyseverktøyet brukes av lærere i skolen. Analyseverktøyet kan hjelpe lærere til å få innsikt i elevenes kunnskap, og med bakgrunn i dette avdekke hvilke elementer i elevenes prosedyremessige og begrepsmessige kunnskap som trenger å videreutvikles. Denne oppgaven har vist at elevene viser elementer av både prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap. Likevel ble det funnet at de fleste elevene trenger hjelp til å generalisere forståelsen sin til flere sammenhenger, som er et av elementene i begrepsmessig kunnskap (se kapittel 1.3.4.4). Rittle-Johnson et al. (2001, s. 347) trekker frem at elevene kan inneha begge formene for kunnskap, men at en av dem kan være bedre utviklet enn den andre. Dermed er det viktig å arbeide videre med argumenterende aktiviteter, slik at lærere kan få innsikt i hvilke elementer av prosedyremessig og begrepsmessig kunnskap som kommer til uttrykk i elevenes skriftlige og muntlige argumentasjon. Med bakgrunn i Stylianides og Ball (2008, s. 309) kan det å arbeide med argumenterende aktiviteter gjøre at elevene tilegner seg erfaring med å utforske hvorfor ting fungerer i matematikken, og dermed gi et grunnlag for begrepsmessig kunnskap.

Slik det ble vist i denne studien, kan lærerens spørsmålsstilling styrke elevenes argumentasjon. I kapittel 2.1 ble det vist til Carpenter et al. (2003, s. 88) som i sin forskning fant at elever på 3., 4 og 5. trinn kunne utvikle generaliserende begrunnelser hvis de ble oppfordret til det. De fant også at hvis læreren stiller spørsmål til elevene på de lavere trinnene, vil det kunne gi innsikt i deres tenkning og lette grunnlaget for at elevene utvikler dybde i argumentasjonen deres ved senere årstrinn (Carpenter et al., 2003, s. 102). Weber et al. (2008) sin forskning viser at ved å utfordre elevenes argumentasjon kan eksplisitte hjemler bli uttrykt. Læreren bør også hjelpe elevene til å fokusere mer på den som skal lese regnefortellingen eleven skriver. På denne måten kan elevenes formuleringer bli tydeligere, og elevene kan uttrykke mer argumentasjon skriftlig. Viktigheten av å utvikle en mottakerbevissthet hos elevene kan også støttes med

Carpenter et al., (2003, s. 85). I kapittel 1.3.1 ble det skrevet om hvordan han trekker frem at elever begrunner for seg selv for å få en forståelse for prosedyrene og begrepene de lærer i matematikkfaget. Da de blir bedt om å overbevise andre om at prosedyren de har brukt for å løse et problem er gyldig, må de bruke argumenter som kan overbevise andre (Carpenter et al., 2003, s. 85). Elevene trenger dermed å utvikle en bevissthet rundt hva mottakeren trenger å vite for å forstå hvordan eleven har kommet frem til svaret. Det er også viktig at elevene får vite hva mottakeren forventer av dem, for å skape mening gjennom teksten. Dette kan begrunnes med bakgrunn i Dysthe og Hertzberg (2014, s. 19) sin forståelse av Bakhtin.

Oppgaven har også vist at ved å ta et elevperspektiv, vil lærere få innsikt i hvilke tanker elevene uttrykker, og kan med bakgrunn i disse, utvikle elevenes argumentasjon. Dette blir spesielt viktig når den nye læreplanen skal tre i kraft i 2020, hvor resonnering og argumentasjon blir et av seks kjerneelement i matematikkfaget. Som lærer vil det være viktig å være nysgjerrig på de begrunnelsene elevene gir, og stille spørsmål for å få dypere innsikt. Samtidig kan det være utfordrende for læreren å få innsikt i argumentasjon elevene uttrykker, da de kanskje ikke uttrykker alt de tenker. Derfor er det viktig å arbeide for at elevene skal uttrykke sine tanker gjennom flere ulike uttrykksformer.

## 7 Litteraturliste

- Backe-Hansen, E. & Frønes, I. (2012). Innledning. Hvordan forske på barn og unge? I E. Backe-Hansen & I. Frønes (Red.), *Metoder og perspektiver i barne- og ungdomsforskning* (s. 11-32). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Bills, C. & Gray, E. (2001). The “particular”, “generic” and “general” in young children’s mental calculations. I M. van den Heuvel-Panhuizen (Red.), *Proceedings of the 25th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, (s. 153-160). Utrecht, Nederland: Psychology of Mathematics Education. Hentet fra <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED466950.pdf>
- Bills, C. (2001). Metaphors and other linguistic pointers to children's mental representations. *Research in Mathematics Education*, 3(1), 141-154. <https://doi.org/10.1080/14794800008520089>
- Bills, C. (2002). Linguistic pointers in young children’s descriptions of mental calculations. I A. Cockburn & E. Nardi (Red.), *Proceedings of the 26th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, (s. 97-104). Norwich, UK: Psychology of Mathematics Education. Hentet fra <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED476065.pdf>
- Bjørndal, C. R. P. (2017). *Det vurderende øyet: Observasjon, vurdering og utvikling i pedagogisk praksis*. (3. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Botten, G. (2011). *Meningsfylt matematikk – nærhet og engasjement i læringen* (4.utg.). Bergen: Caspar Forlag.
- Burton, L. (2001, 1. september). *Children's mathematical narratives as learning stories*. Konferanseartikkel presentert på European Early Childhood Educational Research Association Conference. (s. 1-16). Hogeschool Alkmaar, Nederland. Hentet fra <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED462135.pdf>
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking Mathematically: Integrating arithmetic & algebra in Elementary School*. Portsmouth: Heinemann.
- Carroll, W. M., Fuson, K. C., & Diamond, A. (2000). Use of student-constructed number stories in a reform-based curriculum. *The Journal of Mathematical Behavior*, 19(1), 49-62. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(00\)00038-9](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(00)00038-9)
- Chen, H. & Myhill, D. (2016). Children talking about writing: Investigating metalinguistic understanding. *Linguistics and Education*, 35, 100-108. <https://doi.org/10.1016/j.linged.2016.07.004>
- Dalland, O. (2017). *Metode og oppgaveskriving* (6. utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.
- De nasjonale forskningsetiske komiteene. (2016, 27. april). B. Hensyn til personer (5-18). Hentet fra <https://www.etikkom.no/forskningsetiske-retningslinjer/Samfunnsvitenskap-jus-og-humaniora/b.-hensyn-til-personer-5---18/>

- Dysthe, O. & Hertzberg F. (2014). Skriveopplæring med vekt på prosess og produkt. I K. Kverndokken (Red.), *101 skrivegrep – om skriving, skrivestrategier og elevers tekstsaking* (s. 13-35). Bergen: Fagbokforlaget.
- Enge, O. & Iversen, H. M. (2010). Et norsk- og matematikkfaglig blikk på matematiske tekster i en femteklasse. I J. Smith (Red.), *Skriving i alle fag – innsyn og utspill* (s. 143-162). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Enge, O. & Valenta, A. (2011). Argumentasjon og regnestrategier. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning*, 22(4), 27–32. Hentet fra [http://www.caspar.no/artikkel\\_pdf/t-2011-4-8.pdf](http://www.caspar.no/artikkel_pdf/t-2011-4-8.pdf)
- Evens, H., & Houssart, J. (2004). Categorizing pupils' written answers to a mathematics test question: 'I know but I can't explain'. *Educational Research*, 46(3), 269-282. <https://doi.org/10.1080/0013188042000277331>
- Frostad, P. (1995). Konkretiseringsmaterieell – veien til matematikkinnsett? *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning*, 6(2). Hentet fra [http://www.caspar.no/tangenten/1995/frostad\\_295.html](http://www.caspar.no/tangenten/1995/frostad_295.html)
- Grepstad, O. (1997). *Det litterære skattkammer: Sakprosaens teori og retorikk*. Oslo: Samlaget.
- Groarke, L. (2014). Going multimodal: What is a mode of arguing and why does it matter? *Argumentation*, 29(2), 133-155. Hentet fra <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs10503-014-9336-0.pdf>
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (s. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Hopperstad, M. H. & Semundseth, M. (2010). Femåringers tekster i et multimodalt perspektiv. I J. Smidt (Red.), *Skriving i alle fag – innsyn og utspill* (s. 275-298). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Hovik, E. A. & Solem, I. H. (2013). Argumentasjon, begrunnelse og bevis på barnetrinnet. I Pareliussen, I., Moen, B.B., Reinertsen A., Solhaug, T.: *FoU i praksis 2012 conference proceedings* (s. 120-126). Akademika forlag Trondheim.
- Hovik, E. K. & Solem, I. H. (2016). Bevis og generalisering i skolen – utfordringer og muligheter. I E. K. Hovik & B. Kleive (Red.), *Undervisningskunnskap i matematikk* (s. 46-60). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Jewitt, C. & Kress, G. (2003). Introduction. I C. Jewitt & G. Kress (Red.), *Multimodal Literacy* (Vol. 4, New literacies and digital epistemologies). (s. 1-18). New York: Peter Lang.
- Jewitt, C., Bezemer, J. & O'Halloran, K. (2016). *Introducing Multimodality*. London: Routledge.

- Johansson, M., Lange, T., Meaney, T., Riesbeck, E., & Wernberg, A. (2014). Young children's multimodal mathematical explanations. *ZDM*, 46(6), 895-909. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0614-y>
- Johnsen-Høines, M. (2011). *Begynneropplæringen. Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikundervisning* (2. utg.). Bergen: Caspar Forlag AS.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington D.C.: National Academic Press. Hentet fra [https://alearningplace.com.au/wp-content/uploads/2016/09/Adding-It-Up\\_NAP.pdf](https://alearningplace.com.au/wp-content/uploads/2016/09/Adding-It-Up_NAP.pdf)
- Klemp, T., Nilssen, V., Strømman, E. & Dons, C. F. (2016). *På vei til å bli skriveleærer: Lærerstudenten i dialog med teori og praksis*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. I P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (s. 229-270). Hillsdale, N.J: L. Erlbaum.
- Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom: Two episodes and related theoretical abductions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(1), 60-82. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.02.001>
- Kunnskapsdepartementet. (2018, 26. juni). *Kjerneelementer i fag*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/3d659278ae55449f9d8373fff5de4f65/kjerneelementer-i-fag-for-utforming-av-lareplaner-for-fag-i-lk20-og-lk20s-fastsatt-av-kd.pdf>
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2017). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Lange, T. & Meaney, T. (2019). Discussing mathematics teacher education for language diversity. In J. Subramanian (Ed.) *Proceedings of the tenth international mathematics education and society conference*, (Vol. 2). Hyderabad, India: University of Hyderabad. Hentet fra <http://mes10.uohyd.ac.in/mes/program/conferenceProceedings.php>
- Maagerø, E. & Tønnesen, E. S. (2014). *Multimodal tekstkompetanse*. Kristiansand: Portal forlag AS.
- Meaney, T. (2007). Weighing up the influence of context on judgements of mathematical literacy. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 5(4), 681-704. <https://doi.org/10.1007/s10763-007-9093-8>
- Meaney, T., Trinick, T. & Fairhall, U. (2012). *Collaboration to Meet Language Challenges in Indigenous Mathematics Classrooms* (Vol. 52, Mathematics Education Library). Dordrecht: Springer Netherlands. Hentet fra <https://link.springer.com/galanga.hvl.no/content/pdf/10.1007%2F978-94-007-1994-1.pdf>
- Mueller, M., Yankelewitz, D., & Maher, C. (2012). A framework for analyzing the collaborative construction of arguments and its interplay with agency. *Educational Studies in Mathematics*, 80(3), 369-387. Hentet fra <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-011-9354-x>

- Nordin, A. K., & Boistrup, L. B. (2018). A framework for identifying mathematical arguments as supported claims created in day-to-day classroom interactions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 51, 15-27. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.06.005>
- Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: communication in mathematics classrooms*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Rittle-Johnson, B., & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology*, 91(1), 175-189. Hentet fra <https://psycnet.apa.org/fulltext/1999-10190-015.pdf>
- Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S. & Alibali, M. W. (2001). Developing Conceptual Understanding and Procedural Skill in Mathematics: An Iterative Process. *Journal of Educational Psychology*, 93(2), 346-362. doi:10.1037/0022-0663.93.2.346
- Severina, E. & Meaney, T. (under utgivelse). The semiotic resources children use in their explanations of hypothetical situations. In *A Mathematics Education Perspective on early Mathematics Learning – POEM 2018* (s. 1- 15). Kristiansand, Norway 29-30 May 2018.
- Simosi, M. (2003). Using Toulmin's Framework for the Analysis of Everyday Argumentation: Some Methodological Considerations. *Argumentation*, 17(2), 185-202. <https://doi.org/10.1023/A:1024059024337>
- Singletary, L. M., & Conner, A. (2015). Focusing on mathematical arguments. *Mathematics Teacher*, 109(2), 143-147. DOI: 10.5951/mathteacher.109.2.0143
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 77(1), 20-26. Hentet fra <https://www.nlcsmaths.com/uploads/2/6/3/6/26365454/skemp.pdf>
- Stylianides, A. J., & Ball, D. L. (2008). Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: Knowledge about proof for engaging students in the activity of proving. *Journal of mathematics teacher education*, 11(4), 307-332. <https://doi.org/10.1007/s10857-008-9077-9>
- Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitativ metode* (4. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Tjora, A. (2017). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (3. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Toulmin, S. (2003). *The uses of argument*. (Oppdatert utg.). Cambridge: Cambridge University Press. Hentet fra [http://johnnywalters.weebly.com/uploads/1/3/3/5/13358288/toulmin-the-uses-of-argument\\_1.pdf?fbclid=IwAR2p334n5dO5z0OMpEQezqnl6U1aAct1uKAzxE\\_We5P8zwOCcLsnr6cn7w](http://johnnywalters.weebly.com/uploads/1/3/3/5/13358288/toulmin-the-uses-of-argument_1.pdf?fbclid=IwAR2p334n5dO5z0OMpEQezqnl6U1aAct1uKAzxE_We5P8zwOCcLsnr6cn7w)

- Tseronis, A. (2013). Argumentative functions of visuals: Beyond claiming and justifying. I D. Mohammed & M. Lewinski (Red.), *Virtues of argumentation: Proceedings of the 10th International Conference of the Ontario Society for the Study of Argumentation (OSSA), 22-26 May 2013*. (s. 1-17). Windsor, ON: OSSA. Hentet fra <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1262257/FULLTEXT01.pdf>
- Ulland, G., Røskeland, M. & Herheim, R. (2018). Språk teller! Om hvordan elever løser, tenker rundt og skriver om et regnestykke. *Nordic Journal of Literacy Research*, 4(1), 121–141. <http://dx.doi.org/10.23865/njlr.v4.1256>
- Ure, F. K. (2018). *Argumenterende skriving på barneskulen: Ein analyse av elevar sine argumenterende matematikktestar på 4. og 7. trinn* (Masteroppgave, Høgskulen på Vestlandet). Hentet fra [https://hvlopen.brage.unit.no/hvlopen-xmli/bitstream/handle/11250/2571339/Masterthesis\\_Ure.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://hvlopen.brage.unit.no/hvlopen-xmli/bitstream/handle/11250/2571339/Masterthesis_Ure.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Utdanningsdirektoratet. (2017, 15. september). Kjerneelementer – fag i grunnskolen og gjennomgående fag i vgo. Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/kjerneelementer/>
- Utdanningsdirektoratet. (u.å.). Grunnleggende ferdigheter. Hentet fra [https://www.udir.no/kl06/mat1-04/Hele/Grunnleggende\\_ferdigheter/?lplang=nob](https://www.udir.no/kl06/mat1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter/?lplang=nob)
- Weber, K., Maher, C., Powell, A., & Lee, H. S. (2008). Learning opportunities from group discussions: Warrants become the objects of debate. *Educational Studies in Mathematics*, 68(3), 247-261. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9114-8>
- Wæge, K. & Nosrati, M. (2015, 30. april). Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk. Hentet 25.02.19 fra <https://utdanningsforskning.no/artikler/sentrale-kjennetegn-pa-god-laring-og-undervisning-i-matematikk/>
- Yackel, E. (1995). Children's Talk in Inquiry Mathematics Classrooms. I P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (s. 131-162). Hillsdale, N.J: L. Erlbaum.

## 8 Vedlegg

### 8.1 Vedlegg 1: Intervjuguide (1 av 2)

#### **REGNEFORTELLINGEN**

1. Kan du fortelle hva regnefortellingen din handler om?
2. Hvis vi ser på oppgaveteksten – hadde du med alle kravene? (Nevne de fem punktene)
3. Hvorfor får du det svaret du har fått?
  - a. (Hvorfor har du valgt disse tallene/dette regnestykket)
4. Hvordan tenker du for å komme frem til svaret?
  - a. Husk å spørre hvorfor!
5. Hvordan vet du at dette er riktig?
6. Jeg ser du har tegnet, hva har du tegnet? Hvorfor har du tegnet dette?

#### **ARGUMENTASJON**

7. Vi har jo snakket om argumentasjon, og at det handler om at i regnefortellingen skal du overbevise oss studenter om at det svaret du har er riktig, og begrunne for oss hvorfor det er riktig. Hva er det i regnefortellingen din som overbeviser oss studenter om at svaret er riktig?
  - a. Hvor i regnefortellingen er det du overbeviser?
8. Hva ville du eventuelt gjort annerledes for å overbevise mer eller på en annen måte?

#### **REGNEFORTELLINGEN PÅ ANDRE MÅTER**

9. Du valgte jo å bruke disse tallene/skrive dette regnestykket. Er det andre måter du kunne kommet frem til svaret på?
  - a. Eks. Tegning. - Hvordan kunne du brukt tegning for å vise hvordan du har kommet frem til svaret? Hvorfor ville du valgt tegning?
  - b. Hva kan tegningen ha hjelpe deg med?
  - c. Hvis eleven teller på fingrene, eller sier at han/hun gjør det: kan du vise meg hvordan du teller på fingrene?
10. Kunne du brukt noen andre tall for å komme frem til det svaret du har fått?
11. Hvordan hadde regnefortellingen blitt med andre tall?

## 8.2 Vedlegg 1: Intervjuguide (2 av 2)

12. Hva hvis du hadde hatt (kom med eksempel på tall - høyere tall/tieroverganger/tall de selv sier er vanskelige) hvordan hadde du tenkt da?

### AVSLUTNING

13. Ser du noe forskjell på hvordan du tenkte når du skrev og nå etter vi har snakket sammen?

14. Når du skrev regnefortellingen din, lagde du først historien og så fant ut hva svaret ble eller visste du hva svaret skulle bli før du lagde regnefortellingen?

Hvis en elev sier “sånn er det bare”, “jeg bare tenkte det” så spør:

- Forklar for noen som ikke kan det
- Hvordan kan du vise regnestykket til noen som ikke kan det?

## **Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet «Produksjon av regnefortellinger for å fremme matematisk forståelse»**

### **Bakgrunn og formål**

Formålet med studien er å erverve ny kunnskap om enspråklige og flerspråklige barns tilegnelse av matematikk i begynneropplæringen. Det vil være særlig fokus på hvordan barns egen produksjon av regnefortellinger kan brukes for å fremme og kommunisere matematisk forståelse. Regnefortellinger blir en måte å la barn få uttrykke sin egen matematiske forståelse. Dette kan være særlig viktig for fremmedspråklige og de som strever med matematikkmestring, men også for elever som slik får utfordret og vist bredden i sin matematiske kompetanse. Det vil undersøkes hvordan regnefortellinger kan være et pedagogisk verktøy for å arbeide med skriving som grunnleggende ferdighet i matematikk i begynneropplæringen.

Studien gjennomføres i regi av Høgskolen på Vestlandet ved høghskolelektor Trude Fosse og førsteamanuensis Gert Monstad Hana. Studien er knyttet til forskningsgruppen «Begynneropplæring» og forskningsprosjektet LATACME .

Elever i utvalgte klasser på 2.-3. trinn blir spurt om å delta i prosjektet.

### **Hva innebærer deltakelse i studien?**

Studien undersøker hvordan barn produserer regnefortellinger og hvordan barn utvikler og uttrykker kunnskap gjennom regnefortellinger. Dette innebærer at det samles inn skriftlig elevarbeider fra elever som deltar i forskningsprosjektet. I tillegg vil det bli gjort lyd/filmopptak av grupper av elever for å undersøke hvordan elever produserer og kommuniserer om regnefortellinger.

## 8.4 Vedlegg 2: Informasjonsskriv til foresatte (2 av 3)

Datamateriale som innsamles vil bestå av notater, lyd/filmopptak og skriftlige elevarbeid. I mai /juni 2018 vil det bli samlet inn to skriftlige elevarbeider. Ytterligere elevarbeid vil bli samlet inn neste skoleår. I løpet av høsten 2018 vil det bli tatt lyd/filmopptak av gruppesamtaler omkring et skriftlig arbeid. Forskerne vil kunne være tilstede i klasserommet, men datamaterialet som innsamles vil kun være knyttet til elever hvor det er gitt samtykke til deltakelse i studien.

Innsamling av data vil bli gjort i tidsrommet mai 2018 - 2019.

### **Hva skjer med informasjonen om barnet?**

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Personopplysninger vil kun være tilgjengelig for Trude Fosse, Gert Monstad Hana og eventuelle masterstudenter tilknyttet prosjektet. Datamaterialet vil lagres uten personopplysninger på egen forskningsserver ved Høgskolen på Vestlandet. Kun forskere i forskningsprosjektet LATACME og eventuell transkribent har tilgang til dette datamaterialet.

Datamaterialet skal kun benyttes i forskningssammenheng. I forskningspublikasjoner vil det kunne opplyses om deltakende elevers klassetrinn (men ikke skole), kjønn og språklig bakgrunn. Det vil også inkluderes kopier av skriftlig elevmateriell. For slike kopier vil alle personopplysninger (som navn og klasse) anonymiseres. Datainnsamlingen vil skje i den ordinære undervisningen, slik at elever med og utenfor studien vil få samme undervisning.

Prosjektet, inkludert arbeid med publikasjoner, skal etter planen avsluttes 1. august 2020. Eventuelt datamateriale som lagres etter dette tidspunkt vil være anonymisert og ikke inneholde personopplysninger.

### **Frivillig deltakelse**

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil det ikke bli samlet inn mer datamateriale tilknyttet ditt barn og alle allerede innsamlede opplysninger om barnet bli anonymisert og utelatt fra det analyserte datamaterialet. Dersom ditt barn uttrykker ønske om å ikke delta i studien regnes det som om samtykke er trukket tilbake for deltakelse i studien. Om elever ikke deltar i

## 8.5 Vedlegg 2: Informasjonsskriv til foresatte (3 av 3)

studien eller som trekker seg fra den vil det ikke få innvirkning på deres forhold til lærer, skole eller den undervisning som gis.

Dersom du har spørsmål til studien, ta kontakt med Trude Fosse ([trude.fosse@hvl.no](mailto:trude.fosse@hvl.no), 55 58 58 34).

Studien er avklart med skoleledelsen ved \*navn på skole er anonymisert\* skole og klasselærer er informert og samtykker i forskningsprosjektets gjennomføring.

Studien er meldt til og godkjent av Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

---

---

## Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og samtykker i at mitt barn kan delta i studien.

-----  
(Signert av foresatt/forelder, dato)

-----  
(Navn på barn)

Det er mulighet til å delta i studien, men reservere seg mot deler av datainnsamlingen:

Jeg samtykker i at mitt barn inngår på lyd/filmopptak.

Ja

Nei

Jeg samtykker i at opplysninger om barnet innhentes fra klasselærer om barnets språklige bakgrunn, kommunikasjon og deltakelse i matematikk. Dette innebærer at lærer oppheves fra taushetsplikt ovenfor forskerne på disse områdene.

Ja

Nei