Høgskulen på Vestlandet

BACHELOROPPGAVE

Misoppfatninger innen brøk, desimaltall og prosent.

Misconceptions regarding fractions, decimals and percentages.

Kandidatnr: 178

GPEL412. Bacheloroppgave, vitenskapsteori og forskningsmetode.

Institutt for språk, litteratur, matematikk og tolking
Veileder: Inge Olav hauge
Innlevering 03.06.2019 kl. 14.00
Antall ord: 9628

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, *jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 10.*

Sammendrag

Tittel: Misoppfatninger innen brøk, desimaltall og prosent.

Bakgrunn: Har tidligere hatt erfaring med å benytte diagnostiske prøver i et klasserom og funnene der gjorde at jeg ønsket å se nærmere på misoppfatninger innen brøk, desimaltall og prosent.

Problemstilling: Hvilke misoppfatninger møter elever på 4. trinn innen med brøk, desimaltall og prosent?

Hensikt: For det første har denne studien til hensikt å undersøke nærmere hva diagnostiske prøver er og hvordan lærere benytter seg av slike prøver for å avdekke misoppfatninger. For det andre undersøkes hvilke misoppfatninger som dukker ofte opp, hvilke misoppfatninger kommer til uttrykk ved hjelp av slike diagnostiske prøver, hvilke tanker elever har om begrepene brøk, desimaltall og prosent, samt hvilken nytte elevene ser i bruken av denne typen kunnskap.

Metode: Det benyttes kvalitativ metode, og semistrukturert intervju er benyttet hos både lærere og elever. Dette er også en litteraturstudie for å se hva læring innebærer og hvordan misoppfatninger er knyttet til dette.

Resultat: To elever viste noen misoppfatninger når de gjorde desimaltallsoppgaver, og disse misoppfatningene stemte overens med litteraturen og en lærers beretning om misoppfatninger angående desimalenes plassverdi, og hvordan disse desimaltallene uttrykkes hos elever.

Konklusjon: Misoppfatninger er kanskje enkle å avdekke, men vanskeligere å gjøre noe med. Lærerne uttrykte at diagnostiske oppgaver hadde best utbytte i en læringssituasjon hvor elevene får mulighet til å diskutere sammen. Elevenes beskrivelser av bruken av brøk, desimaltall og prosent er dagligdagse, så hvis læreren klarer å ta tak i disse erfaringene, kanskje begrepene ikke blir så abstrakte når begrepene formelt introduseres i skolen.

Abstract

Title: Misconceptions regarding fractions, decimals and percentages.

Background: I have previously had the experience of utilizing diagnostic test in a previous setting, and the findings there urged me to look closer into the misconceptions regarding fractions, decimals and percentages.

Research question: What kind of misconceptions do students in 4th grade encounter regarding fractions, decimals and percentages?

Purpose: The purpose of this study is to look closer to what constitutes a diagnostic test, how teachers use these tests to reveal misconceptions, and what kind of misconceptions they are most likely to encounter in their day-to-day interactions with their own pupils. The study also has a secondary purpose: To understand what pupils relate to the concepts of fractions, decimals, and percentages, what use they see in using them, what kind of misconceptions might appear when doing diagnostic tasks, and if these coincide with the teachers accounts of common misconceptions.

Method: This is a qualitative method, and I have chosen to utilize a semi structured interview with both teachers and pupils. This is also a literature review, to see what constitutes learning and how this is related to the development of misconceptions.

Findings: Two of the four pupils chosen for this study exhibited misconceptions regarding one task related to decimal numbers during the interview. This misconception coincided with the misconceptions found in the literature and one teacher's account of a typical misconception regarding place value in decimal numbers, and how these decimal numbers are expressed.

Conclusion: Misconceptions are easy to spot, but hard to eliminate. Teachers expressed that diagnostic tasks are better suited in a learning environment where the pupils can discuss among themselves. The situations the four pupils described where every-day uses of the fractions, decimals and percentages. Perhaps if teachers can "connect" to these experiences, the concepts might not be too abstract to grasp.

Innhold

TABELL-LISTE

FIGURLISTE:

1 Innledning

Som vår forhenværende kunnskapsminister Torbjørn Røe Isaksen en gang sa: «For å være helt tydelig på det: det tallene viser er at 1 av 4, nesten faktisk 1 av 5 elever, ligger under kritisk nivå i matematikk» (NRK TV, lest 24.04.19 kl 22.13). La oss oversette hva han faktisk sa: «For å være helt tydelig på det: det tallene viser er at **25 prosent**, nesten faktisk **20 prosent**, ligger under kritisk nivå i matematikk». Med dette sitatet viser det seg viktigheten av å holde tungen rett i munnen og å ha brøkkunnskapen på plass. I beste fall bommer man når man skal presentere statistikk i det offentlige rom. I verste fall kan dårlige brøk-, desimal- og prosentkunnskaper ha mer alvorlige konsekvenser: Steinle (2004, s. 2) benyttet seg av frasen *death by decimal*, hvor dårlige desimalkunnskaper hos helsepersonell kunne føre til over- eller underdosering hos pasienter, hvor enkelte tilfeller endte med døden som følge:

> They found that in a five year period, almost 2,000 people were accidentally killed and almost 10,000 were injured through nurse error. Over 400 people were killed by nurses wrongly programming drug infusion pumps, which regulate the flow of medicine. This kind of calculation error is so prevalent, according to the investigation, that nurses call it 'death by decimal'. (Steinle, 2002, s. 2)

Fra en av mine tidligere praksisperioder fikk jeg anledning til å foreta en diagnostisk prøve, en såkalt kartleggingsprøve, på en klasse på 6. trinn som ledd i en oppgave jeg skulle skrive på den tiden. De erfaringene jeg fikk under gjennomføringen av selve prøven og intervju av utvalgte elever ga meg en særlig interesse for misoppfatninger innen brøk, desimaltall og prosent. Også sammenhengen mellom begrepene er også interessant i seg selv. Brøk, desimaltall og prosent er nært knyttet til hverandre, på den måten at de representerer størrelser eller deler av en hel. 50%, 0,5 og ½ er alle representasjoner for halvparten av noe, og kan som oftest skrives i en form til en annen uten mye problem. For en elev kan disse koblingene mellom representasjonene være noe uklar (Hinna, Rinvold, Gustavsen, 2012, s. 142). Derfor var det naturlig for meg å se nærmere på dette i denne bacheloroppgaven.

1.1 Problemstilling

Jeg endte opp med problemstillingen «Hvilke misoppfatninger møter elever på 4. trinn innen brøk, desimaltall og prosent?» For å svare på denne problemsstillingen har jeg formulert noen forskningsspørsmål:

- Hvilke misoppfatninger kommer til uttrykk, og på hvilken måte, ved hjelp av diagnostiske prøver?

- Hvilken nytte ser elever på 4. trinn med å kunne om brøk, desimaltall, og prosent?
- Hvilke misoppfatninger dukker ofte i møtet med brøk, desimaltall og prosent, ifølge lærerne?
- Hvilken nytte har diagnostiske prøver i å avdekke misoppfatninger, ifølge lærerne?

2 Teorier

Før vi ser nærmere på misoppfatninger innen brøk, desimaltall og prosent, må vi først se på hva som ligger i begrepet *misoppfatninger*. Her har jeg valgt å se på hvordan misoppfatninger blir beskrevet i veiledningsheftet *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*, skrevet av Gerd Brekke (2002). I tillegg til misoppfatninger, går heftet gjennom hva *diagnostiske oppgaver* er og hva det innebærer. I dette kapittelet går jeg gjennom noen ulike læringsteorier. Heftet tar utgangspunkt i Piagets *konstruktivisme*, men jeg velger å ta med Vygotskys *sosial-konstruktivisme* som et ledd i å se hvordan misoppfatninger også kan komme til uttrykk i språket og språkets rolle i danning av nye eller endring av eksisterende begreper. I heftet reises det noen sentrale spørsmål:

- Hva er kunnskap?
- Hva er misoppfatninger?
- Hva er diagnostiske oppgaver?
- Når fungerer oppgaver diagnostisk?
- Hvordan bruke de diagnostiske prøvene i klasserommet?
- Hvilke pedagogiske konsekvenser får våre kunnskaper om misoppfatninger?
- Hvordan undervise med basis i kunnskap om den enkelte elevs misoppfatninger?

På bakgrunn av denne oppgavens begrensninger, har jeg valgt å ta for meg de **fem** første punktene.

2.1 Hva er matematisk kunnskap?

For å kunne diskutere og vurdere arbeidsmåter i matematikkfaget, må vi først gjøre rede for hva *kunnskap* er, og hvordan elevenes *ideer* og *begreper* utvikler seg (Brekke, 2002, s.3). De handlinger og erfaringer som en elev gjør gir grunnlag for læring, og refleksjoner rundt disse erfaringene er viktig for utvikling av kunnskapen. Dette læringssynet er det som står sentralt i Piagets *konstruktivisme*. Denne typen læringssyn avgjør hvilke arbeidsmåter læreren bestemmer seg for å bruke i undervisningen. Elevene må gis muligheten til å vinne erfaringer som de kan bygge kunnskapen på, og anledning til å ta seg tid til å reflektere over det de nettopp har gjort, og det de har lært gjennom aktiviteten. *Figur 1* illustrerer godt hvordan læring skjer i konstruktivismen:

HANDLING ↘

REFLEKSON ➜ LÆRING

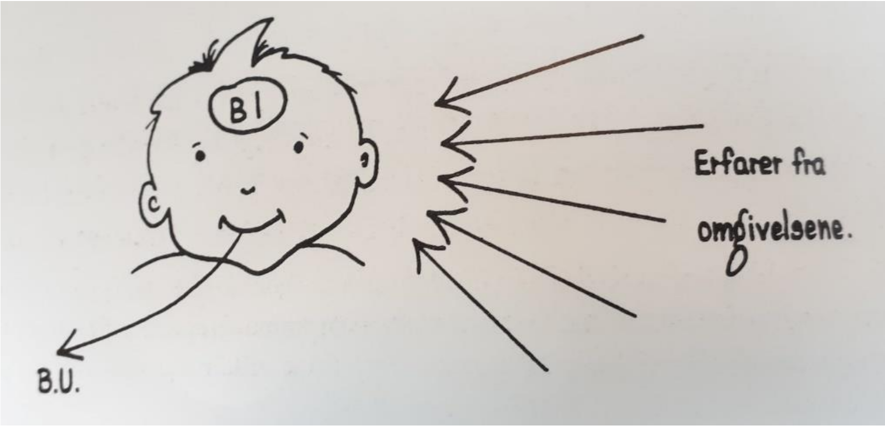
ERFARING ↗

Figur 1. *Konstruktivisme.* (Brekke, 2002, s.3)

Diagnostisk undervisning bygger på denne arbeidsmåten, hvor aktivitetene gir rom for refleksjon omkring sentrale begreper om tall og de fire regneoperasjonene. Det som kjennetegner konstruktivismen er hvordan barn plasserer ny kunnskap inn i *skjemaer*. Hvis det er ubalanse mellom den nye kunnskapen og eksisterende kunnskap, oppstår noe som kalles *kognitiv konflikt*. Den nye kunnskapen kan enten *assimileres* inn i eksisterende skjema, eller *akkomoderes* i helt nye skjema (Solerød, 2014, s. 222-223).

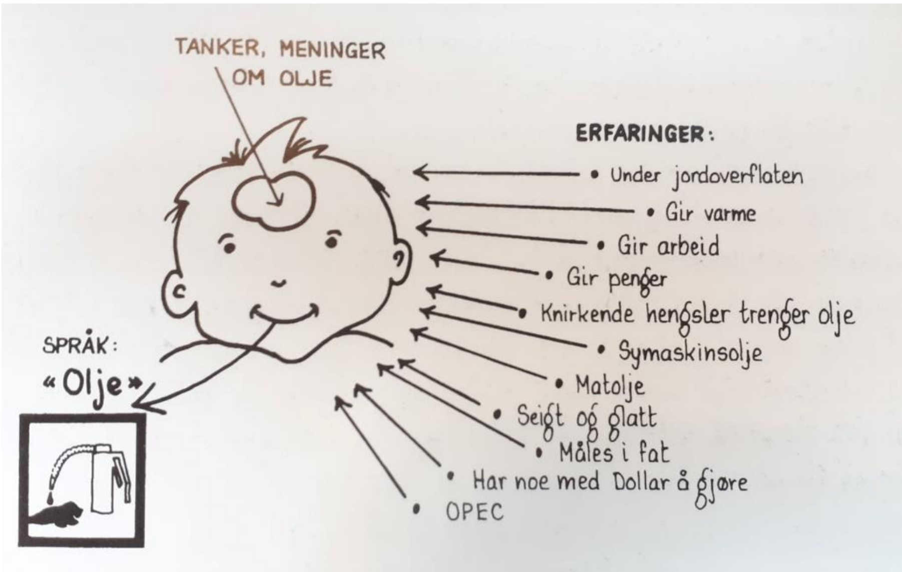
Piaget er en av dem som står bak påstanden om at mye tyder på at barns intelligensutvikling følger den historiske utviklingen av kunnskaper. Dersom menneskeheten brukte lang tid på å utvikle en bestemt kunnskap, er det rimelig å anta at det vil være en kunnskap som barna trener til på å tilegne seg. Et eksempel er utviklingen av posisjonssystemet. Menneskeheten brukte flere tusen år på å utvikle det. Ikke sjelden hører vi lærere si at de fleste elever som strever med matematikkfaget har svak innsikt i posisjonssystemet. Posisjonssystemet er ikke tema bare for skolestarteren. Det viser seg at elever har problemer med å forstå tallsystem på høyere klassetrinn. Det å arbeide for innsikt i tallsystemet er en pedagogisk utfordring også når en skal arbeide med desimaltall. (Høines, 2011, s. 20). For barn er det viktig at nye begrep må finne tilknytning i tidligere erfaringer; å finne assosiasjon i det kjente i barnas liv (Høines, 2011, s. 37).

Et annet læringssyn er Vygotskys *sosialkonstruktivisme* eller *sosio-kulturell læringteori*. Her er språket et viktig redskap i læring (Solerød, 2014, s 224-225). «Vygotsky betrakter ikke språk som et resultat av begrepsutvikling, men som en del av selve begrepet» (Høines, 2011, s. 70). *Språk av 1. og 2. orden* og *oversettelsesledd* viktige begreper når vi skal snakke om læring som en sosial prosess. Andre viktige begreper er *Begrepsinnhold* (BI) og *begrepsuttrykk* (BU) (Høines, 2011, s. 69). Det viser seg å være vanskelig å utvikle et begrepsinnhold uten å utvikle et språk for dette. BI og BU henger nøye sammen, som to sider av et ark. Vi kan analysere de hver for seg, men man kan ikke fjerne den ene uten også å fjerne den andre. BI er de tanker og meninger om omgivelsene, om ting og individ, og forholdet mellom dem. BU er språket som uttrykker disse tankene og meningene. Vi må hele tiden tenke på BU som alle tanker som kommer til uttrykk, ikke bare det muntlige (Høines, 2011, s. 70).



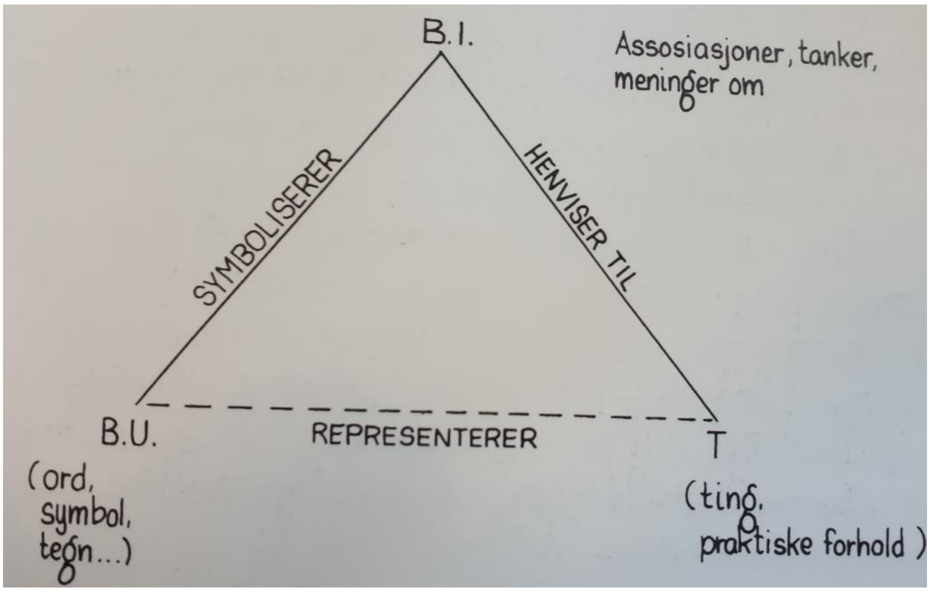
Figur 2. *Begrepsinnhold og -uttrykk* (Høines, 2011, s. 70).

BI, betydningen vi tillegger ting, står atskilt fra selve tingene. «Kartet er ikke terrenget. Navnet er ikke det samme som tingen som får navn» (Bateson, i Høines, 2011, s. 71). Jeg bruker et eksempel fra boken, om hva man tenker på når man hører ordet «olje»:



Figur 3. Begrepsinnhold og -uttrykk om olje (Høines, 2011, s. 71).

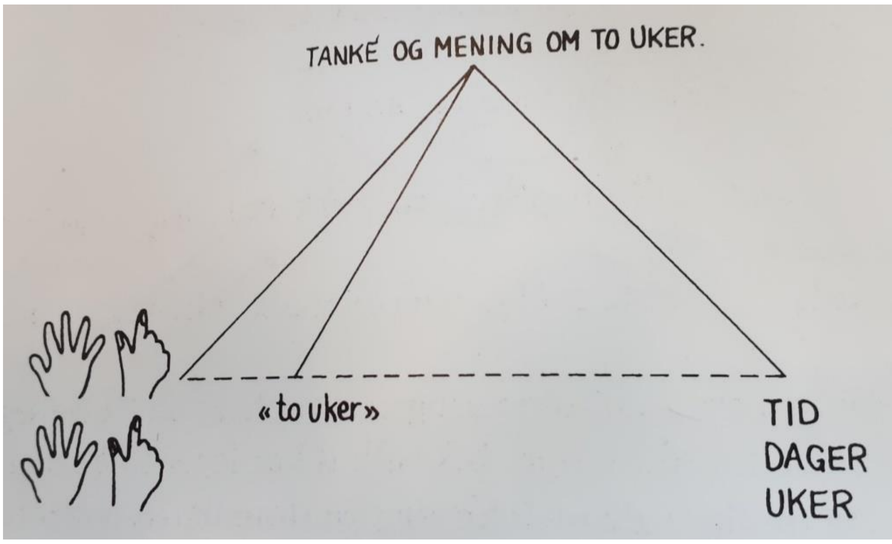
Vi kan forenkle figuren slik:



Figur 4. *«Begrepstrekanten»* (Høines, 2011, s 75)

Når elever får erfare hva brøk, desimaltall og prosent er, vil de gjøre seg opp noen meninger, assosiasjoner og tanker til begrepene. Når de så skal uttrykke disse begrepene (muntlig, skriftlig, billedlig), refererer de kun til begrepsinnholdet, og ikke til selve tingen. Derfor er linjen mellom tingen som refereres og begrepsuttrykket stiplet (Høines, 2011, s. 75). Det å lære seg matematikk er det samme som å lære seg hvilket som helst annet språk. For begge er det viktig å kunne kommunisere med hverandre, være fortrolige med språket, uten behov for å oversette for deg selv før du snakker eller når du leser. Man benytter seg av språk av 1. orden når begrepsuttrykket står direkte til begrepsinnholdet. «Betegnelsen språk av 1. orden bruker vi for å karakterisere denne måten som språket fungerer på» (Høines, 2011, s 76)

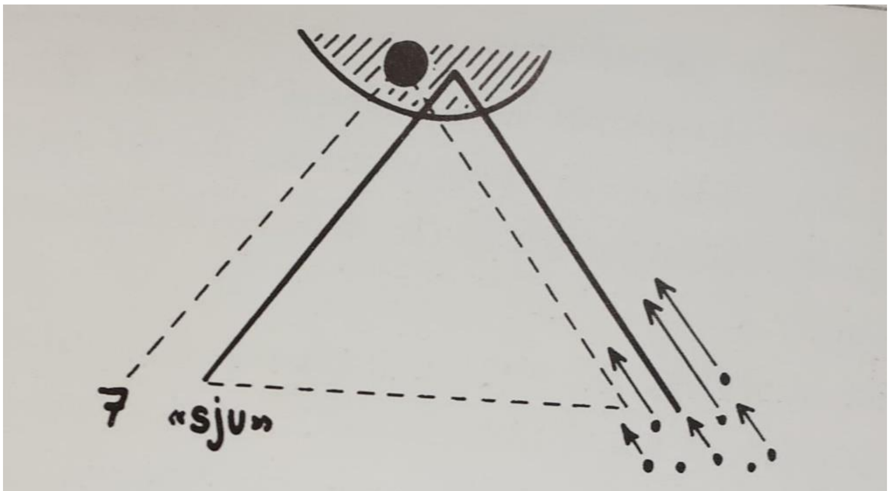
Her er et eksempel hvor en elev uttrykker hvor lenge hennes mor er borte. Hun vet at moren er borte i to uker, og uttrykker det på to forskjellige men likeverdige måter, uten behov for å oversette mellom dem. De betyr det samme, og står direkte til innholdet.



Figur 5. *Tanker og mening om «to uker»* (Høines, 2011, s. 74).

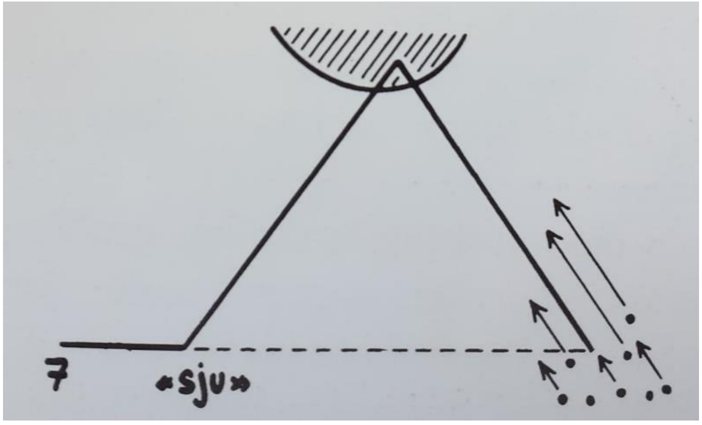
Sier du «to uker» til henne, eller viser henne syv fingre to ganger, vet hun hva du mener.

Når hun sier «sju», gir det assosiasjoner til en mengde. Hun har ennå ikke brukt siffer i tallbehandlingen ennå, så symbolet 7 gir ikke automatisk bilde av antallet symbolet representerer. Det matematiske skriftspråket er nytt for henne i denne sammenhengen (Høines, 2011, s. 80). «Det nye språket skaper få assosiasjoner hos henne, reflekterer til liten del av hennes erfaringsverden. […] Sifferspråket fungerer som et fremmedspråk for henne, et språk som krever oversettelse for at det skal komme i kontakt med større deler av hennes assosiasjonsverden (Høines, 2011, s. 81).



Figur 6. *Begrepsinnhold til «sju» og «7»* (Høines, 2011, s. 81)

Det nye språket fungerer som språk av 2. orden, som ikke står i direkte kontakt med begrepsinnholdet. Det må oversettes, men forutsetter et språk av 1. orden som *oversettelsesledd*, som anses som et bindeledd mellom det nye språket og barnets begrepsverden. (Høines, 2011, s. 81)



Figur 7. *Oversettelsesledd* (Høines, 2011, s. 81)

2.2 Hva innebærer det å kunne matematikk?

Brekke (2002, s. 4) peker ut fem komponenter som utgjør det en kan kalle *matematisk kompetanse*:

- Faktakunnskaper
- Ferdigheter
- Begrepsstrukturer
- Generelle strategier
- Holdninger

Med *fakta* menes deler av informasjon som *kan* være usammenhengende eller tilfeldig. Eksempler på slik fakta kan være at *1000 kg* er definert som et *tonn*, eller *omkretsen* er lik lengden av randen på figuren. Slike eksempler kalles gjerne *definisjoner* eller *konvensjoner*. *Notasjoner* er også fakta, noe vi mennesker over lang tid har blitt enige om skal symbolisere et meningsinnhold på en entydig måte ved hjelp av symboler. At 32 betyr 3 ganger 10 pluss 2 er ikke selvinnlysende. Det kan dessuten virke forvirrende for elever når andre konvensjoner for symbolsammensetning skal læres. Hvor 32 er 3*10+2, så er 3a definert som 3*a, ikke som 3*10+a. og 3½ betyr 3+½, men verken 3*10+½ eller 3*½. (Brekke, 2002, s. 4)

Ferdigheter defineres som *veletablerte prosedyrer* i flere steg (Brekke, 2002, s. 4), for eksempel hvordan man går fram for å løse regnestykket 27 · 37. Det å ha gode ferdigheter og automatiserte prosedyrer gjør at man kan fokusere på andre aspekter ved matematikken. De er dog gjerne lite fleksible, at de blir gjerne husket på som regler innenfor gitte oppgaveklasser. Dette kan føre til regelblanding, at en regel benyttes i en kontekst hvor den ikke gjelder. Dette kan også få barn til å anse matematikk som en samling regler, oppskrifter og formler (Brekke, 2002, s. 5).

Matematiske begreper oppstår ikke isolert, men «eksisterer i et nettverk av enkelte ideer» (Brekke, 2002, s. 5). Slike nettverk av ideer kalles begrepsstrukturer, og disse strukturene gir matematikken mening og støtter ferdighetene elevene har. Det kommer til uttrykk når elevene har evne til å rette på seg selv, og er i stand til å tilpasse ferdigheter fra en kontekst til nye situasjoner. Når barna jobber med multiplikasjon, kan det bli for mye fokus på det tallmessige aspektet ved multiplikasjon. Derfor er det viktig at elevene får erfare at multiplikasjon er mer enn bare gjentatt addisjon av like addender, og at multiplikasjon kan benyttes i en rekke problemløsningsoppgaver i varierte situasjoner. Særlig viktig er det når elevene for første gang møter brøk og desimaltall. «I tillegg til at de skal utvide tallområdet sitt, må også deres tanker om multiplikasjon utvides. Nye *tankemodeller* for multiplikasjon må bygges opp» (Brekke, 2002, s. 6).

Nedenfor vises en liste av ulike klasser av multiplikative strukturer. Dette er gjort for å avdekke begrepets struktur, og finne ut hva et matematisk begrep inneholder: hvordan et begrep er knyttet til et annet og hvordan det benyttes i ulike kontekster.

Klasser	**Eksempler på oppgaver**
1. Like grupper	6 bord, 4 stoler ved hvert bord. Hvor mange stoler?
2. «Rater»	Hvor mye for 2,6 kg epler til 11,50 kroner per kg?
3. Omregning	55 kroner for 5 pund. Hvor mye for 8 pund?
4. Forstørring	Et bilde er 6 cm langt og 4 cm høyt. Dette blir forstørret slik at det blir 15 cm langt. Hvor høyt blir det?
5. Forhold mellom tall	3 blå perler for 5 røde. Hvor mange blå perler for 60 røde?
6. Likt forhold, same enhet	3 liter blå maling er blandet med 5 liter rød maling. Hvor mange liter blå maling må blandes med 15 liter rød for å få samme fargen?
7. Likt forhold, ulike enheter	30 g sukker til 1 liter melk. Hvor mye til 2,5 liter?
8. Multiple proporsjoner	6 g kaffe per person hver dag. Hvor mye for 40 personer i 7 dager?

9. Rekker	4 rekker av biler, 12 i hver på en rektangelformet parkeringsplass. Hvor mange biler i alt?
10. Kartesisk product	3 sorter brød og 5 sorter pålegg. Hvor mange ulike typer smørbrød kan lages?
11. Permutasjoner	På hvor mange ulike måter kan 4 personer stilles opp i en kø?
12. Areal/Volum	Hvor mange kasser som er 1 m lange, 50 cm brede og 50 cm høye, er det mulig å pakke i et rom som er 5 m langt, 4 m bredt og 3 m høyt?

Tabell 1: *Klassifikasjon av multiplikative strukturer* (Brekke, 2002, s. 6).

Dessverre viser det seg at de fleste matematikktimene består av innlæring av fakta og ferdigheter:

> Den dominerende tradisjonen når det gjelder undervisning i matematikk, synes å være basert på troen på at gjentatte øvelser av fakta og ferdigheter fører til bedre forståelse av et begrep. (En forstår begrepet desimaltall bedre dersom en lærer å addere tallene, eller en forstår grafisk framstilling bedre dersom en øver på å tegne punkter på grafer i et koordinatsystem.) Det foreligger nå en stor mengde forskningsresultater som svekker et slikt syn på læring. For eksempel kan en slutte fra forskning at 15-åringer generelt sett *ikke* fullt ut forstår hva et desimaltall betyr, selv om de får riktig svar når de adderer eller multipliserer slike tall. Like ens er mange 15-åringer *ikke* i stand til å tolke en grafisk framstilling, selv om de er i stand til å plotte punktmengder i et koordinatsystem. (Brekke, 2002, s. 8)

Med *generelle strategier* menes «evne til å velge passende ferdigheter for å løse et problem fra en ukjent situasjon, både i matematikken og dagliglivet» (Brekke, 2002, s. 8). Dette omtales i USA og andre land som *Higher Order Thinking Skills*, som omfatter at man er i stand til:

- Å representere, abstrahere og generalisere,
- Å teste hypoteser og bevise,
- Å kontrollere,
- Å stille spørsmål,
- Å bruke matematisk språk (formelt og uformelt) som er passende for å løse et problem,
- Å tolke matematiske resultater i den konteksten problemet har sitt utspring.

Det norske ordet *holdninger* kan bety det samme som de engelske ordet *beliefs* og *attitudes*. Beliefs er gjerne meninger om matematikk, om seg selv i forhold til faget, om matematikkundervisning, osv. Hvilke holdninger vi som lærere og elever har til matematikkfaget, vil bestemme hvordan læreren underviser i faget og hvordan eleven møter lærestoffet; lærere som anser fakta og ferdigheter som viktig vil legge til rette for *eksempel-metode* og forklarende undervisning. Motsatt vil de som anser viktigheten av å utvikle og legge til rette for utvikling av begrepsstrukturer, inkluderer mer praktisk arbeid og reflekterende diskusjoner (Brekke, 2002, s. 9)2.3

2.3 Misoppfatninger

Første gang barn møter desimaltall, er gjerne i forbindelse med penger eller målinger før dette temaet blir introdusert i matematikkundervisningen. Det er gjerne at de tror at det er snakk om *et helt antall kroner/meter* på den ene siden av komma og *et helt antall ører/centimeter* på den andre siden (Brekke, 2002, s. 10). Det ser heller ikke ut til at denne oppfatningen av desimaltall forsvinner selv om man introduserer begreper som *tideler* og *hundredeler*. Det er sentralt av elevene innser at de ideer og begreper de har dannet ikke alltid gjelder i nye situasjoner. *Misoppfatninger* er det vi kaller ufullstendige tanker knyttet til et begrep, hvor få erfaringer i et avgrenset felt gir sjeldent fullstendige utviklede begreper.

Feil og *misoppfatninger* er viktig å skille fra hverandre. Feil kan komme av at eleven ikke leser oppgaven riktig eller at oppmerksomheten ikke helt er tilstede, og er mer eller mindre tilfeldig. Misoppfatninger er ikke tilfeldige, ved at det er tanker og ideer som benyttes konsekvent, gjerne som et resultat av overgeneralisering av kunnskaper som ikke gjelder i nye kontekster. Det kan være vanskelig å unngå misoppfatninger i det store og det hele, da dette kan sees på som et forsøk på å gi mening og sammenheng i det man lærer (Brekke, 2002, s. 10).

> In making these inferences and interpretations, children are very likely to make at least temporary errors. Errorful rules, on this view, are intrinsic to all learning- at least as a temporary phenomenon- because they are a natural result of children's efforts to interpret what they are told and to go beyond the cases actually presented. Several analyses […] have shown that these errorful rules are intelligent constructions based on what is more often incomplete than incorrect knowledge. Errorful rules, then, cannot be avoided in instruction. (Resnick *et al*. i Steinle, 2004, s. 12)

Dessverre kan de se ut som at misoppfatninger ikke er lette å endre når de først har oppstått.

> The dominant perspective was that, in learning certain key concepts in the curriculum, students were transforming in an active way what was told to them and those transformations often led to serious misconceptions. Misconceptions were documented to be surprising, pervasive, and resilient. Connections between misconceptions, language, and informal knowledge were proposed. (Confrey, i Steinle, 2004, s. 12)

2.4 Diagnostiske oppgaver.

I matematikkfaget kommer gjerne prøver i etterkant av et tema eller en periode, for å undersøke om elevene har fått med seg fakta, ferdigheter og/eller begreper knyttet til et tema. *Diagnostiske oppgaver* skiller seg fra slike prøver med at de gjerne utføres *før* et nytt tema blir introdusert for elevene (Brekke, 2002, s. 15). Slike prøver blir gjerne brukt til:

- Å identifisere og framheve misoppfatninger som elevene har utviklet, også uten at det trenger å ha vært noen formell undervisning i det en vil undersøke,
- Å gi læreren informasjon om løsningsstrategier elevene bruker for ulike typer oppgaver,
- Å rette undervisningen mot å framheve misoppfatninger, for på den måten å overvinne dem og de delvise begrepene,
- Å utvikle elevens eksisterende løsningsstrategier,
- Å måle hvordan undervisningen har hjulpet elevene til å overvinne misoppfatningene ved å bruke de samme oppgavene før og etter undervisningssekvensen (Brekke, 2002, s. 16).

For elevene kan det oppleves urettferdig å bli testet i lærestoff som ikke er blitt gjennomgått, men diagnostiske oppgaver er ikke ment til å rangere elevene i forhold til hverandre. Hovedmålet er å la elevene oppdage hvilke tanker de har knyttet til ulike begreper, bli kjent med vansker knyttet til begrepene, og for læreren sin del å kunne planlegge undervisningen på en hensiktsmessig måte. Elever bør i størst mulig grad få lov til vise utregninger og tegninger når de skal gi forklaringer for svarene sine, på den måten kan elevens tenkemåte komme til uttrykk og verdifull informasjon om strategier og ideer knyttet til begreper komme frem.

2.5 Når fungerer en oppgave diagnostisk?

For at en oppgave skal være diagnostisk, må man unngå oppgaver hvor elevene kan svare riktig selv med feilaktige ideer knyttet til et begrep. Man vil ha liten nytte av oppgaver hvor elevene svarer riktig på feil grunnlag, som for eksempel 0,24 : 2. Her kan elevene svare riktig selv når de ser på desimaltall som et par av heltall, og svare 0,12. Derimot er 0,12 : 2 en god diagnostisk oppgave, for de fleste med misoppfatninger vil trolig avgi 0,6 som svar til oppgaven (Brekke, 2002, s. 16). På samme måte vil oppgaver hvor målet er å sammenligne ulike desimaltall for å avgjøre hvilket som er størst, til liten nytte om alle desimaltallene er «like lange». Tallene 0,23, 0,62 og 0,42 er enkle å sammenligne, for elevene behøver bare å se på tallstørrelsen for å avgjøre at 0,62 er størst. Hvis vi heller gir desimaltallene «ulik» lengde, som 0,62, 0,236 og 0,4, vil dette gi oss god diagnostisk informasjon om elevenes tallforståelse.

En slik sammenligningsprøve ble benyttet ved flere skoler i Australia som en del av et langsiktig forskningsprosjekt av Steinle og Stacey (2004). Steinle foreslår at ulike typer misoppfatninger kan skilles mellom *behaviour* og *ways of thinking*:

> […] distinction[s] will be made between *behaviour* and the *way of thinking* that causes such behaviour. Previous researchers (Sackur-Grisvard and Leonard, 1985 and Resnick *et al.*, 1989) have referred to “errorful rules” and “misconceptions” but have not clearly made the distinction between behaviour and thinking (2004, s. 6).

De benyttet seg av en såkalt Decimal Comparison Task (DCT), en serie sammenligningsoppgaver hvis hensikt var å avdekke ulike misoppfatninger innenfor desimaltall og plassere elevene i ulike kategorier: 4 grove *behaviours*, som igjen kan deles inn i 11 fine *ways of thinking*:

Description of Four Behaviours Represented by Course Codes A, L, S, U.

	Behaviour	Description
A	apparent-expert	A collection of ways of thinking (A1, A2, A3) that generally lead to students choosing the correct decimal. Some, but not all, of these students are true experts.
L	Longer-is-larger	A collection of ways of thinking (L1, L2, L4) that generally lead to students choosing the longer decimal (more digits) when asked to choose the larger number.
S	Shorter is larger	A collection of ways of thinking (S1, S3, S5) that generally lead to students choosing the shorter decimal (fewer digits) when asked to choose the larger number.
U	unclassified	None of the above. (U1, U2)

Tabell 2. *Behaviour-kategorier* (Steinle og Stacey, 2004, s. 541)

2.6 Hvordan bruke diagnostiske oppgaver i klasserommet?

Diagnostiske prøver vil gjerne inneholde oppgaver hvor elevene svarer feil. Det er viktig at elevene ser formålet med en slik diagnostisk prøve, og at den skiller seg fra andre prøver (Brekke, 2002, s. 17). Slike diagnostiske prøver er satt sammen av ulike diagnostiske oppgaver som har til formål å avdekke elevenes tankemåter, og på den måten finne ut hvilke ideer de har og hvor utbredt disse er i klassen. Slike oppgaver er heller ikke reservert bare for prøver, men kan bli benyttet i samtaler mellom lærer og elev, og ulike oppgaver knytter seg til spesifikke problemer innen et gitt tema eller til et begrep.

3 Metode

3.1 Samfunnsvitenskapelig metode

For å kunne svare på problemstillingen min, har jeg formulert ulike forskningsspørsmål for å hjelpe meg å se hva jeg skal se etter i undersøkelsen:

- Hvilke misoppfatninger kommer til uttrykk, og på hvilken måte, ved hjelp av diagnostiske prøver?

- Hvilken nytte ser elever på 4. trinn med å kunne om brøk, desimaltall, og prosent?
- Hvilke misoppfatninger dukker ofte i møtet med brøk, desimaltall og prosent, ifølge lærerne?
- Hvilken nytte har diagnostiske prøver i å avdekke misoppfatninger, ifølge lærerne?

Da må jeg samle inn data fra ulike respondenter. Generelt kan utspørring av respondenter produsere både kvalitative og kvantitative data (Grønmo, 2004, s. 159). Disse typer data må ikke sees på som to konkurrende ytterpunkter, men som *komplementære* datatyper:

> Sammenlignet med rent kvalitative eller rent kvantitative studier kan forskning basert på kombinasjoner av kvalitative og kvantitative data bidra til en mer samlet og helhetlig forståelse av de samfunnsforholdene som studeres (Grønmo, 2004, s. 11).

I tillegg til litteraturgjennomgangen i forrige kapittel, valgte jeg å spørre fire (4) barneskoleelever på 4. trinn, i tillegg til to matematikklærere på mellomtrinnet for å kunne svare på forskningsspørsmålene mine.

Jeg kunne gått for uformelt intervju. Denne typen gjenkjennes ved at den er mer samtalepreget enn intervjupreget (Leech, 2002, s. 665), ved at spørsmålene gjerne kommer fortløpende som respons av respondentens tidligere svar (Grønmo, 2004, s. 159). Uformelt intervju benyttes gjerne med én respondent om gangen, men kan også tilpasses å virke med flere respondenter intervjues samtidig. En slik samling respondenter kalles gjerne en fokusgruppe. Fordelene med en slik type intervju er hvis forskeren vet lite om et gitt fenomen, og vil gjerne ha *insider perspective (Leech, 2002, s. 665)* på fenomenet.. En slik tilnærming kaller Leech for *soaking and poking*. Ulempen er gjerne at slike intervju har en tendens til å vandre i uforventede retninger. Slike intervju kan gi ny innsikt, men er sjelden en kilde for pålitelige data på tvers av intervju (Leech, 2002, s. 665).

Problemstillingen kunne også ha blitt undersøkt ved hjelp av en kvantitativ studie hvor elever på 4. trinn fra ulike skoler skulle gjennomføre en strukturert spørreundersøkelse. En slik undersøkelse benyttes hvis forskeren allerede vet mye om et gitt fenomen, og vet utfallene av hvert spørsmål. Formålet med en slik undersøkelse er å finne ut hvor mange faller inn i de ulike svarkategoriene (Leech, 2002, s. 665). Slike undersøkelser kjennetegnes av en serie lukkede spørsmål med avgrensede svar (Grønmo, 2004, s. 165). Slike undersøkelser kan gi gode data fra store opinionsundersøkelser (Leech, 2002, s. 665), men det er ikke gitt at denne typen spørsmål gir valide svar:

> Such closed-ended approaches can sometimes backfire, however, if we assume we are familiar with an area but end up asking the wrong questions in the wrong way or omitting an important response choice. We may find ourselves with reliable data that lacks any content validity. (Leech, 2002, s. 665)

Det vil være formålstjenlig i denne studien å høre hva de enkelte elevene tenker om de ulike temaene og hvordan de tenker når de utfører de diagnostiske oppgavene, siden misoppfatninger er mer enn bare de skriftlige svarene. Det er også nyttig å få høre lærernes egne tanker og ideer omkring misoppfatninger og diagnostiske oppgaver. Heldigvis finnes det en middelvei: semistrukturert intervju med åpne spørsmål. Denne typen intervju kan gi forskeren detaljer, dybde, og *insider perspective* på det han ønsker å undersøke, samtidig som den gir rom for hypotesetesting og kvantitativ analyse av respondentenes svar (Leech, 2002, s. 665). Derfor valgte jeg å gå for semistrukturert intervju av både elever og lærere. På den måten blir dataene kvalitativ og kvantitativ av natur. Datamaterialet i denne studien består hovedsakelig av de transkriberte lydopptakene, i tillegg til de besvarelsene fra de diagnostiske oppgavene elevene ble bedt om å gjøre.

3.1.1 Hvorfor intervju?

Intervju er en utmerket måte å få informasjon rett fra kilden. Disse intervjuene kan enten forekomme i små fokusgrupper eller én-til-én. (Moses og Knudsen, 2012, s 131). Fordelen med én-til-én-intervju er at forsker og informant kan opprette en dialog som er lett å følge med og redusere tendens til å gjøre unødvendige digresjoner. Ulempen med en-til-en er at respondenter, og især de unge, kan oppleve situasjonen som utrygg, og således uttrykke seg mindre fritt. Fordelen med en fokusgruppe er at ideer og tanker kan deles innad i gruppen og tankene får spillerom mellom informantene. Én informant kan sitte på en idé som får de andre til å dele sine erfaringen rundt denne ideen, noe som de kanskje ikke ville gjort i et én-til-én-intervju (Grønmo, 2004, s. 161). Ulempen her er at siden informantene er så unge, kan støynivået gjøre det vanskelig å fange opp hva som blir sagt. En annen ulempe er hvordan gruppedynamikken fungerer. Er det alltid en som snakker, og er de andre stille? Det er viktig å finne en gruppe som er passende i størrelse (5-10 personer), at de kommuniserer godt med hverandre, at alle er aktive og ingen er for dominerende (Grønmo, 2004, s. 160). Målet med intervju er uansett å sikre pålitelig informasjon for å kunne utlede generelle mønster (Moses og Knudsen, 2012, s 131). I denne undersøkelsen ble det bestemt at elevene skulle intervjues parvis, som et kompromiss mellom én-til-én-intervju og en fokusgruppe, i håp om å kunne redusere noen av de ulempene beskrevet over. Intervju med lærerne vil forekomme som én-til-én-intervju. Siden forskeren selv er lærerstudent, ville forhåpentligvis kommunikasjonen mellom forsker og lærer være god, ved at begge parter forstår hva den andre mener eller ønsker å uttrykke.

3.2 Utfordringer

3.2.1 Er utvalget representativt?

I et representativt utvalg, gir intervjuobjektene informasjon som er representativ for hele populasjonen. I tilfeller der informasjonen som avdekkes under intervjuene ikke er generaliserbar, har vi en *sampling error* (Moses og Knudsen, 2012, s 131). Generelt sett er stor N ønskelig for å kunne sikre at respondentene er representative for hele populasjonen. Kun ni elever og deres foreldre ønsket å delta i studien. Forutsatt at alle disse var blitt inkludert, ville det da fremdeles mangle data fra de resterende 12 elevene fra klassen. Gitt oppgavens natur og begrensninger, hadde jeg bare tid og anledning til å intervjue fire av ni elever som ønsket å delta. Dette i seg selv er ikke tilstrekkelig stor N til å kunne være et representativt utvalg. For å unngå *sampling error*, ønsket jeg også å intervjue matematikklærere fra mellomtrinnet. Dette for å undersøke hvorvidt misoppfatningene som elevene viste i intervjuene samsvarte med de misoppfatningene lærerne selv beskrev i sin utøvelse av yrket, og således sikre tilstrekkelig *sampling*.

3.2.2 Validitet og reliabilitet

> The quality of our measurement is the foundation for all statistical analysis. […] If we have poor measurement for our variables, then the relationship we find will be inaccurate and will often underestimate the true strength of the relationship (Acock, 2014, s. 361).

Innsamling, bearbeiding og koding av data kalles *måling*. I tillegg til *sampling error*, er den andre utfordringen å overkomme problemet med målefeil. Målefeil skyldes egenskaper ved måleinstrumentet og ikke fenomenet i seg selv (Midtbø, 2007, s. 25), altså om dataene fra intervjuene er både *valide* og *reliable*. *Validitet* måler hvordan de spørsmålene vi stiller fanger opp det vi faktisk ønsker å undersøke. Vi skiller mellom *intern validitet*; om målingene klarer å representere de teoretiske begrepene, og *ekstern validitet*; om resultatet er gyldige utover utvalget som analyseres (Midtbø, 2007, s. 25). Ekstern validitet er muligheten til å generalisere (Acock, 2014, s. 203). Man ønsker også at dataene er reliable, eller *pålitelige*. Det vil si, at de samme spørsmålene kan forventes å gi samme svar uavhengig av tid og sted (Midtbø, 2007, s. 25). Man ønsker å frembringe pålitelige svar fra spørsmål etter flere forsøk (Moses og Knudsen, 2012, s. 132). Høy validitet og reliabilitet er forutsetninger eller kvalitetskriteria for at forskeren kan avdekke «verden slik den virkelig er, på en måte som kan dokumenteres godt, og etterprøves av andre forskere i ettertid» (Egen oversettelse, Moses og Knudsen, 2012, s. 133). Høy validitet forutsetter høy reliabilitet, men reliable data trenger ikke være valide. Svar fra respondenter kan være pålitelig invalide (Midtbø, 2007, s. 25). Diagnostiske oppgaver har blitt brukt til å avdekke misoppfatninger i lengre tid, og har vist seg å være nyttige. Det er sannsynlig at de misoppfatningene som avdekkes ved hjelp av oppgavene jeg har valgt i denne studien er valide og pålitelige.

3.2.3 Typiske problemer under datainnsamling

Et typisk problem som kan forekomme under datainnsamling i kvalitative studier er at kommunikasjonen mellom forsker og respondent fungerer dårlig, ved at informasjonsutvekslingen blir begrenset. Dette kan også innebære at det oppstår misforståelser mellom partene eller at forskeren feiltolker informasjonen som respondenten gir. Et annet problem er at forskeren kan påvirke svarene ved å stille ledende eller toeggede spørsmål. For å unngå dette, gikk jeg inn for å skape en trygg atmosfære under intervjuene. Elevene ble intervjuet i en setting de kjente seg trygge i, nemlig deres egen skole. Intervjuene fant sted i fredelige omgivelser i skolens bibliotek. Lærerne ble intervjuet på sin egen arbeidsplass, i pausen i egen arbeidstid. Sjansen var da stor at intervjuene ville ta lenger tid enn pausen tillot, men heldigvis kom vi i mål innen rimelig tid. Jeg vedgår at informasjonen som ble avdekket i samtlige intervjuer, både med elever og lærere, kan ha vært preget av trekk ved respondentene. Det mest typiske av disse problemene er at respondentens erindringsfeil eller selvpresentasjon kan påvirke svarene som gis (Grønmo, 2004, s. 165).

3.2.4 Forberedelser og etiske hensyn

En vesentlig del av forberedelsen til datainnsamlingen bestod av å utforme en intervjuguide. Denne beskriver i grove trekk hvordan intervjuet skal gjennomføres, og hvilke temaer som tas opp i intervjuet (Grønmo, 2004, s. 161, Leech, 2002, s. 665). Den bør være detaljert, men også være fleksibel. Intervjuguiden ble utformet med informasjonsbehov i tankene; hvilken informasjon ønsker jeg å hente ut fra disse intervjuene? Intervjuguiden for intervju av elevene og lærerne ble delt inn i temaene brøk, desimaltall og prosent, men med ulike spørsmål fra hvert tema til hver av disse respondentgruppene. Jeg måtte også vurdere hvilken *kommunikasjonsform* jeg skulle benytte til hver av disse respondentene (Grønmo, 2004, s. 161). Å snakke med elever krever et annet språk enn å snakke med lærere, og det påvirker måten spørsmålene ble utformet på samt måten jeg fortolker respondentenes utsagn (se intervjuguide i *Vedlegg 1* og *3).*

Jeg måtte avgjøre grad av åpenhet rundt selve forskningsprosjektet. Jeg valgte å være mest mulig åpen om formålet med studien med respondentene. Jeg måtte søke tillatelse fra NSD for prosjektet, siden lydopptak skulle benyttes i alle intervjuene. Hos de unge elevene var dette et særlig viktig hensyn. I tråd med gjeldende retningslinjer ble alle data behandlet konfidensielt, og alle respondenter og deres besvarelser ble anonymisert. Dette gjelder både for elevene og lærerne som deltok i undersøkelsen. Prosjektet ble godkjent av NSD 25.02.19, og er gjennomført i tråd med deres retningslinjer.

3.3 Gjennomføring og utvalg

3.3.1 Hvorfor akkurat disse elevene?

Jeg måtte avgjøre hvem jeg skulle intervjue, og når og hvor intervjuene skulle finne sted. Det skulle vise seg at klassen jeg var i praksis hos nylig lærte om brøk, desimaltall og prosent. Det anså jeg som en gyllen mulighet til å undersøke hvorvidt elevene fremdeles hadde misoppfatninger. I tillegg kjente jeg elevene godt etter seks uker i praksis og hadde et godt forhold til dem. Dette kunne være med på å redusere noen av de utfordringene knyttet til én-til-én-intervju beskrevet tidligere i kapittelet. Fordelen med at uformelle intervjuer kan hjelpe informantene til å føle seg trygge og senke terskelen for å ytre seg fritt. I tillegg kan min profesjonelle relasjon til informantene også bidra til å senke terskelen ytterligere. Leech (2002, s. 665) bruker begrepet *putting respondents at ease*: «The interviewer should seem professional and generally knowledgeable, but less knowledgeable than the respondent on the particular topic of the interview". Samtidig kan relasjoner mellom forsker og objekt være en ulempe, ettersom det blir mer utfordrende å tolke dataene fra informantene på en objektiv måte i lys av denne relasjonen. For øvrig er alle forskere preget av egen bakgrunn og erfaringer. Slike metodologiske problemer omtales som *refleksivitet* (Grønmo, 2004, s. 9).

Jeg anså praksisklassen som et hensiktsmessig utvalg. Det at jeg allerede kjente elevene kan også ha bidratt positivt til interesse både hos elever og foresatte. Klassen bestod av 21 elever. Alle elevene fikk kort informasjon om prosjektet, og fikk med seg et samtykkeskjema hjem til foresatte. Jeg fikk innhentet *informert samtykke* (Grønmo, 2004, s. 162) fra ni av 21 elever og foresatte, som uttrykte ønske om å være med på prosjektet. De godkjente også bruk av lydopptak i intervjuene av elevene. Jeg fikk kun anledning til å intervjue fire av de ni elevene. De fire ble tilfeldig valgt, og utvalget består av en gutt og tre jenter. I et så lite utvalg anså jeg ikke kjønn til å være av betydning. Det ble avtalt at intervjuene skulle finne sted på elevenes egen skole, samtidig som jeg var i praksis hos dem.

3.3.2 Hvorfor akkurat disse lærerne?

Siden brøk, desimaltall og prosent er innenfor matematikkfagets rammer, var det naturlig å foreta intervju av to matematikklærere. I utgangspunktet var jeg interessert i å intervjue to matematikklærere som jeg kjente fra tidligere praksisbesøk, men disse to var enten utilgjengelig eller besvarte ikke henvendelser. Derfor falt valget på to andre matematikklærere som ble anbefalt av tidligere praksislærere eller av andre lærere på praksisskolene. Med andre ord ble lærerne valgt ved hjelp av snøballutvelging (Grønmo, 2004, s. 102). Disse to hadde henholdsvis 19 og fem års erfaring. Derfor var de gode kandidater og hadde den nødvendige erfaringen til å kunne besvare spørsmål under intervjuene. Jeg oppsøkte lærerne, og det ble avtalt at intervju skulle ta sted på deres egen arbeidsplass. Lærerne ble informert om prosjektet og dets formål, informasjonsskriv ble gitt, og samtykke ble innhentet fra begge to om at lydopptak kunne benyttes (se *Vedlegg 5*). Begge lærerne uttrykket ønske om å bli anonymisert for å ivareta sin taushetsplikt ovenfor elevene sine. Ønsket ble etterkommet, og ansett som helt uproblematisk, siden intervjuene legger vekt på lærernes *generelle* erfaringer i sin yrkesutøvelse.

3.3.3 Type spørsmål

For å svare på forskningsspørsmålene måtte jeg stille de riktige spørsmålene til både elevene og lærerne. Til elevene ble spørsmålene utformet for å finne ut hvilke assosiasjoner de hadde til begrepene brøk, desimaltall og prosent, hvilken oppfattelse de hadde av vanskelighetsgraden av temaet i undervisningen, og hvilken nytte og bruksområde brøk, desimaltall og prosent kunne ha (Elevenes intervjuguide, se *Vedlegg 1*).

I lærernes intervjuguide ønsket jeg å få dem til å beskrive de misoppfatningene de ofte observerer i elevenes arbeid med brøk, desimaltall, og prosent. Et annet fokusområde var å finne ut om de er oppmerksomme på hva slags språk de benytter seg av i undervisningen. De ble også bedt om å vurdere hvorvidt diagnostiske prøver er nyttige i undervisningen (Lærernes intervjuguide, se *Vedlegg 3*).

3.3.4 Type oppgaver

De oppgavene elevene ble bedt om å gjøre, ble hentet ut fra en utgave av Alle teller-prøven jeg hadde benyttet tidligere. Alle teller-prøven er et matematikkdidaktisk verktøy utformet av professor Alistair McIntosh. Akkurat denne utgaven hadde mange forskjellige oppgaver, men jeg hentet ut de som omhandlet brøk og desimaltall. Ulempen var at akkurat denne Alle teller-prøven ikke hadde noen diagnostiske oppgaver som omfattet prosentregning, så disse måtte jeg utforme selv. Prosentregningsoppgavene har altså ikke har blitt utprøvd før, så jeg visste ikke på forhånd hvilke misoppfatninger som kunne komme til uttrykk. For å undersøke om de utvalgte elevene hadde noen misoppfatninger, måtte de gjøre en del diagnostiske oppgaver i løpet av intervjuet. Som nevnt har diagnostiske oppgaver til hensikt å avdekke eventuelle misoppfatninger hos elever. Alle oppgavene kas sees i *Vedlegg 2* (*Intervjuoppgaver*).

	Oppgave	**Hensikt**
Fra Alle teller	1	Å se om elevene skjønner deling av del, og hvordan delene relateres til hele
	2	Å se om elevene er i stand til å utvide brøken og sette ring rundt riktig antall bokser
	3	Å se om elevene klarer å plassere et punkt 1/3 av veien rundt et kvadrat
	4 og 5	Å finne riktig desimaltall som best passer til det skraverte området av et rektangel
	6	Om elevene klarer å plassere ulike desimaltall på riktig sted på en tallinje fra 0 til 1, med 0,5 i midten. (0,10, 0,06, og 0,9)
Egne oppgaver	7	Å se om de klarer å finne del av hel, og så legge del og hel sammen for å finne ny pris.
	8	Om de ser at 50% = ½, og så finne halv pris av 40 kroner.
	9	Tekstoppgave. Å se hva de forbinder med 100% prosent, at 100% er relativt.

Tabell 3. *Oppgavenes hensikt.*

4 Resultat/analyse/drøfting

4.1 Respondentkoder

For å sikre at anonymiteten til respondentene ivaretas, fikk alle egne koder som kommer frem i intervjutranskripsjonene:

Int = Intervjuer, også forsker
Lærer 1
Lærer 2
Elev 1
Elev 2
Elev 3
Elev 4

Tabell 4: *Respondentkoder*.

4.2 Hva kom frem fra elevbesvarelsene?

4.2.1 Assosiasjoner

For å kunne besvare hvordan og hvilke misoppfatninger kommer til uttrykk, tenkte jeg det ville være formålstjenlig å undersøke hvilke assosiasjoner elevene har til brøk, desimaltall og prosent. Det som kommer frem fra besvarelsene er at de gjerne assosierer begrepene med symbolene som hører til hvert begrep. Brøk assosieres med brøkstrek med teller og nevner. Desimaltall assosieres med tall bak komma, tideler og hundredeler. Prosent assosieres med prosenttegnet (%) med et tall foran. Elev 3 svarte at han så alle disse begrepene i sammenheng. Eleven kunne se brøk i sammenheng med desimaltall. Et eksempel var at 1/3 kunne skrives som et desimaltall med uendelige desimaler. Han kunne se at $3 \cdot 1/3 = 1$, men at $3 \cdot 0{,}33$ eller $3 \cdot 33.33\%$ aldri ville bli til en hel (0,99 og 99,99%). Elev 4 assosierte begrepet prosent med leken «nødt, sannhet, prosent». Jeg spurte eleven hvordan hun benyttet seg av prosent i dette spillet:

Elev 4: Eg tenker på at eg liker nødt eller sannhet og prosent. Og så spør de meg spørsmål «hvor mange prosent liker du det», eller, bare […].

Int: Hva pleier du å svare når de stiller deg slike prosentspørsmål?

Elev 4: Eg pleier å svare noen ganger 20, 100, 50, er det eg pleier å svare.

Int: Okay, og hva betyr det hvis du liker noe 100 prosent da?

Elev 4: At eg liker det veldig, veldig godt

Int: At du liker noe veldig mye?

Elev 4: Ja

4.2.2 Oppfattelse av vanskelighetsgrad

Jeg ville også undersøke elevenes oppfattelse av temaets vanskelighetsgrad, i håp om å se om dette kan ha noe å gjøre med misoppfatninger. De ble spurt om de anså temaet som veldig lett, litt lett, middels, litt vanskelig eller veldig vanskelig. For å gjøre det oversiktlig, har jeg forsøkt å sette de ulike besvarelsene inn i en tabell:

		Veldig lett	**Litt lett**	**Middels**	**Litt vanskelig**	**Veldig vanskelig**
Brøk	Elev 1		**x**		**x**	
	Elev 2		**x**		**x**	
	Elev 3	**x**				
	Elev 4	**x**				
Desimaltall	Elev 1		**x**		**x**	
	Elev 2		**x**		**x**	
	Elev 3	**x**				
	Elev 4		**x**			

Tabell 5: *Oppfatning av vanskelighetsgrad*.

Jeg har latt være å ta med prosentregning med i tabellen, grunnet disse elevene ikke har hatt om prosentregning ennå på 4. trinn. Det vil derfor være vanskelig for elevene å bedømme vanskelighetsgrad i noe de ikke har hatt formell undervisning i.

Elev 1 og 2 svarer at både brøk og desimaltall ble oppfattet både som litt lett og litt vanskelig til tider. Elev 1 kommer i tillegg med et eksempel på hvor desimaltall ble oppfattet som lett:

> Elev 1: Mhm. For eksempel 5,2 + 2,8, det var liksom lett, men […]. Det var hvert fall noe som var vanskelig.
>
> Int: Hvor akkurat det eksempelet? 5,2 + 2,8? Hvorfor synes du det var lett?
>
> Elev 1: Eg bare fant på det, Men kommatallene, blir jo til sammen en hel, for 2 og 8 blir jo 10, som er en hel.

Elev 3 oppfattet desimaltall som veldig lett grunnet hans tidligere erfaring med emnet og øvelser han gjorde på 1. trinn med en annen klassekamerat:

> Elev 3: Veldig lett, for da vi var i første klasse, jeg og min beste venn, så gikk vi ofte fram på tavlen på SFO'en. Og så skrev vi veldig lange regnestykker med desimaltall og sånt.
>
> Int: Så du fikk øvd deg en del i første klasse, altså? Så når dere hadde det igjen i 4. klasse, så var det ganske lett for deg?
>
> Elev 3: Ja!

Det er selvsagt mulig at disse elevene faktisk opplevde temaene som noe lett. Er også mulig at disse elevene, i frykt for virke mindre kompetent i møtet med forskeren, oppga kanskje høyere forståelse/lavere vanskelighetsgrad enn hva som faktisk var virkeligheten, slik som kan være tilfellet med *selvpresentasjon* beskrevet tidligere i oppgaven (Grønmo, 2004, s. 165). Det kan også være tilfellet at de slett ikke husker hvordan det egentlig var.

4.2.3 Hvilken nytte (kontekst) ser elevene i bruken av brøk, desimaltall og prosent?

Det som kommer frem her er at elevene ser nytten av brøk, desimaltall og prosent i dagligdagse kontekster. Innenfor brøk tenker elevene umiddelbart på deling av kaker og pizza, at det å kunne brøk er viktig for at delingen skal være *rettferdig*. Elev 4 sier det på denne måten:

> Hvis man ikke kunne noe om brøk, ville man ikke vite hvor mange biter man skulle dele noe i. Hvis man hadde venner på besøk, og dere var fem til sammen, ville man vite at man skulle dele pizzaen i 10, for da ville alle få likt

Innenfor desimaltall kommer måling av lengder som en mulig arena hvor desimaltall er nyttig:

> Elev 1: Ja, hvis du for eksempel skulle […] måle en planke, fordi du skal bygge hus eller en hytte, så […] måler du den, og så er det 7,4 (meter), og du ikke aner noe, så bare later du som det er 7 (meter), så blir jo den […], hvis du sager den sånn og hamrer den på huset så blir den for kort for huset.

Men dette er likevel ingen indikator på at de klarer å se på desimaltall som noe annet enn et annet sett med heltall. Elev 3 svarer at desimaltall benyttes «for å måle mindre deler enn hel». Elev 3 er den eleven som tilsynelatende klarer å se hva desimaltall egentlig er, men mer testing er nødvendig for å se om denne eleven virkelig er en ekspert, eller om han er en *apparent-expert* (Steinle, 2004).

Innenfor prosentregning bruker elevene igjen virkelighetsnære kontekster når de skal liste opp ulike bruksområder for prosent. Her listes opp salg av klær eller tilbud i matbutikker som steder hvor prosentregning benyttes. Det er tydelig at elevene erfarer disse begrepene tidlig, utenfor skolekonteksten. Derfor blir slike begreper virkelige for elevene, de har bygget seg opp et begrepsinnhold til selve tingen, dog kan dette være noe ufullstendig når de eventuelt skal introduseres for begrepet i undervisningen på mellomtrinnet.

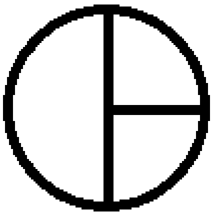
4.2.4 Hva svarte de på de ulike oppgavene?

Ut ifra de besvarelsene elevene ga på de ulike oppgavene, har jeg valgt å se nærmere på oppgave 1a, 1b, 4, 5 og 6. Hvis jeg skulle gått gjennom alle oppgavene, ville dette tatt for mye plass. De oppgavene hvor misoppfatninger ikke kom til syne vil heller ikke være relevant å ta med. Unntaket er oppgave 1a og b. Selv om alle fire elevene gjorde de to oppgavene rett, var det interessante momenter som kom frem fra elev 3, som vil skal se nærmere på. På oppgave 1a oppga alle at eplet var delt i tre deler. Elev 1 og 3 argumenterer ganske likt:

Elev 1: Eg tenkte først at eplet var delt i to, da var det i to deler. Så tok eg ene og delte den i to igjen, så telte eg delene og fant ut at det var tre biter.

Elev 3: Fordi han deler eplet i to, så tar han og deler ene halve delen i to igjen, men ikke den andre, så da blir det fortsatt en eplebit som er halv, og så blir det to andre

På spørsmål om de kunne tegne hvordan de hadde delt eplet, tegnet alle det slik:



Det interessante kom på oppgave 1b. Elev 3 og 4 hadde begge oppgitt at minste biten var både ¼ og 1/3 av hele eplet. Elev 3 argumenterer på denne måten:

Elev 3: Eg tenker en av de minste […] hvis det skulle vært hele eplet, liksom, og alle skulle vært lik den (minste) delen, ville det vært ¼. Men hvis det bare liksom var de (tre) delene og ikke var (Hadde behov for å være?) like store ville det vært 1/3.

Elev 4: Ja.

Int: Okay. Så du sier at hvis du hadde delt bitene opp i […]

Elev 3: Like store.

Int: Like store biter, så hadde den minste biten vært ¼, og hvis de ikke var like store ville den (minste biten) vært 1/3?

Elev 3: Ja.

Int: Okay. Hva tenkte du (til elev 4)?

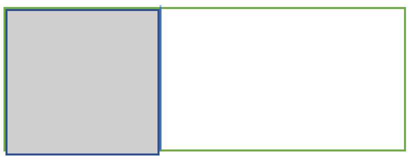
Elev 4: Eg tenkte det samme.

Det er interessant at disse to elevene svarer på denne måten de gjør. ¼ er selvsagt det riktige svaret, og tilsynelatende ser de hvordan den minste biten relateres til *hele* eplet, uavhengig av de andre bitene. At de også svarer 1/3 tyder på at de også ser på delene som mengder, noe som ifølge lærer 1 var en måte å tenke på brøk som, en såkalt *mengdemodell*:

> Ja, men det går jo an i for eksempel i noe som man kaller for en mengdemodell i brøk da, og det går jo an å si, for eksempel med epler med ulik størrelse, så går det an å si «nå kan du ta to av fire epler» som en brøk, selv om to av eplene er bitte små og to andre er kjempestore. Så i en mengdemodell så går det an. Og hos de yngre finnes slike misoppfatninger, og da kan det være greit å gjøre de oppmerksom på de ulike modellene, som å representere brøk på en tallinje, som arealmodell, eller som mengdemodell, og at de oppfører seg forskjellig.

Det kan tenkes at de overfører denne mengdemodellen inn i en arealsituasjon hvor den ikke hører hjemme.

4 Sett ring rundt desimaltallet som best beskriver hvor stor del av hele rektanglet det skraverte området utgjør.



A: 0,15 B: 0,4 C: 0,80 D: 0,52 E: 2,5

5 Sett ring rundt desimaltallet som best beskriver hvor stor del av hele rektanglet det skraverte området utgjør.

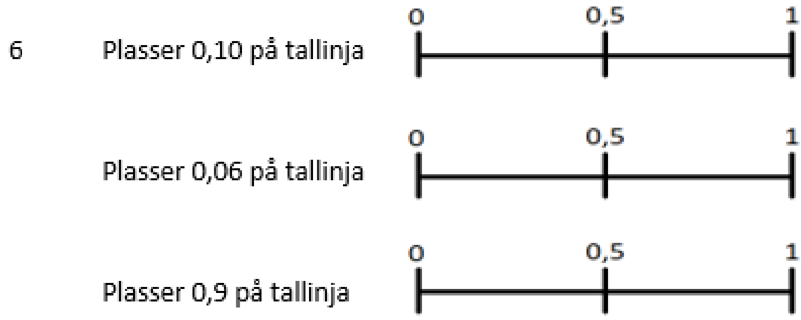
A: 0,15 B: 0,4 C: 0,80 D: 0,52 E: 2,5

Figur 8: *Oppgave 4 og 5 fra Alle teller-prøven.*

På oppgave 4 var det alle som klarte å velge riktig desimaltall til det skraverte området. Det var dog vanskelig for de fleste elevene å velge riktig desimaltall til det skraverte området på oppgave 5. En grunn kan være at de ser på hele rektangelet som en tallinje fra 0-1, og det kan være lett å se at 0,4 passer til oppgave 4, fordi de har kanskje erfart tallinjer hvor desimaltallene går i rekkefølge 0,1, 0,2, 0,3, 0,4, osv. helt til 1. På oppgave 5 er det riktige svaret 0,15. For de som ser på desimaltall som et sett med heltall, kan de tenke at 0,15 ikke passer, fordi 15 er større enn 4, og derfor må da 0,15 være større enn 0,4. Siden det skraverte området på oppgave 5 er mindre enn oppgave 4, blir det da vanskelig å finne det riktige desimaltallet. Bare elev 3 klarte å svare riktig på oppgave 5. Dette var hans måte å løse det på:

> Fordi det er, […] altså, selve den kolonnen, liksom […] jeg har sett hvor lang (bred?) den var, og så har jeg tatt og like lange bortover hel, og det ble 8, og hvis du ganger 15 med 8 så blir det 100 da, og siden det […] er desimaltall blir det akkurat en hel.

Det kan tyde på at eleven klarer å se 0,15 som 15 hundredeler. Og når han ser at han får plass til åtte sånne «kolonner» innenfor hele rektangelet, så får han omtrent 100 hundredeler, som er en hel. Så han klarer å se at 0,15 ≈ 1/8.



Figur 9: *Oppgave 6 fra Alle teller-prøven.*

Denne oppgaven var interessant, med tanke på at alle elevene uttrykte det første desimaltallet (0,10) på første tallinje som «null-komma-ti», og ikke som «null-komma-en-null». Dette er et kjent problem for de fleste elevene, ved at de leser desimaltallene som egne heltall. Den første læreren kunne bekrefte at elevene ofte uttaler desimaltall som heltall:

> Lærer 1: Også med desimaltall så er det typisk det med posisjonssystemet, og få det inn. I forhold til at 0,23 (Null-komma-to-tre) i forhold til 0,7, så leser de desimalene som heltall og leser det som «null-komma-tjuetre», og 0,7 uttales som null-komma-sju, og så tenker det at 23 er større. Hvis jeg klarte å forklare det?

I tillegg til at alle elevene uttalte 0,10 som «null-komma-ti», plasserte elev 1 og 2 dette desimaltallet helt i enden av tallinjen, hvor 1 skal stå. De forsvarte det på denne måten:

> Int: På den første linjen, hvor satt dere krysset hen da?
>
> Elev 1: På 1.
>
> Elev 2: På 1.
>
> Int: Hvorfor det?
>
> Elev 1: Fordi at […] 0,5 er halvparten av 0,10, og 0,5 er satt midt på, så ta tenkte eg helt ytterst.
>
> Elev 2: Eg tenkte akkurat det samme.
>
> Int: Okay, så 0,5 er midt på, så 0,10 må være dobbelt så mye, så da satt du det på enden der.
>
> Elev 1: Mhm.

Det at de sier at 0,5 er halvparten av 0,10, kan tyde på at de ser på desimaltall egne heltall. Da blir det lett å tro at $0{,}10 / 2 = 0{,}5$ fordi at $10 / 2 = 5$, eller at $0{,}10 = 2 \cdot 0{,}5$, fordi at $10 = 2 \cdot 5$. Dette kom ikke som en overraskelse for lærer 1. Hun kunne allerede se hva elevene kunne ha svart etter å ha hørt hva oppgaven gikk ut på:

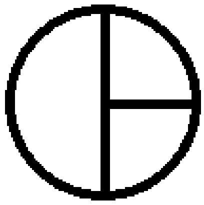
> Int: Jeg hadde intervjuet fire elever, og de skulle plassere desimaltall på en tallinje fra 0-1, med 0,5 i midten. Så skulle de plassere 0,10 (null-komma-en-null).
>
> Lærer 1: Ja, det kan de fort lese som null-komma-ti, og ville plassert den der (på enerplassen på tallinjen).
>
> Int: Ja, to av de fire jeg intervjuet plasserte faktisk 0,10 (null-komma-en-null) på enerplassen.
>
> Lærer 1: Ja, det kan jeg se for meg. Det har jeg vært ut for mange ganger.

Dette kan også relateres til en måte å se desimaltall på. Steinle (2004, s. 34) skriver at de grove kodene (A, L, S, U) kan deles inn i finere koder (for eksempel A1, A2, A3, etc). Heltallstenkning klassifiseres som L1 i dette tilfellet. L1 kan igjen deles inn i *string length thinking*, altså *tall-lengde* (0,006 > 0,53) og *numerator focused thinking*, altså *tallstørrelse* (0,230 > 0,53). Det kan tenkes at elev 1 og 2 kan kategoriseres som L1, men oppgaven på første tallinje avslører ikke om de har *string length* eller *numerator focused thinking*. På tallinje to svarer elev 1 og 2 at 0,06 skal plasseres ganske nærme 0 på tallinjen. Dette avsløres også på måten de uttaler desimaltallet på, som «null-komma-null-seks». Dette kan tyde på at de har *numerator focused thinking*. Det behøves mer testing for å virkelig avsløre hvordan disse to elevene tenker når det kommer til desimaltall. I såfall burde de kanskje ha plassert 0,06 rett til høyre for 0,5, siden 6>5 i dette tilfellet.

4.3 Hva kom frem fra lærerbesvarelsene?

4.3.1 Ulike typer misoppfatninger

Ut ifra de samtalene jeg hadde med de to matematikklærerne, kom det frem en rekke ulike misoppfatninger innen brøk, desimaltall og prosent, og lærerne kom med noen gode eksempler. Jeg har samlet alt som kom frem i disse samtalene i tabeller, med hva de ulike misoppfatningene handler om, med eksempler, og eventuelle notater om hver enkel misoppfatning hvor dette er hensiktsmessig. Det viser seg at mange av disse misoppfatningene går igjen i litteraturen, og kommer også til uttrykk hos noen av elevene når de gjorde de diagnostiske oppgavene under intervjuene (For transkripsjon av lærerintervjuene, se *Vedlegg 8: Lærerintervju 1* og *Vedlegg 9: Lærerintervju 2).*

Ulike typer misoppfatninger innen brøk	**Ekspempel**	**Notater**
Delene ikke må være like store.	 =1/3	Kan tyde på at eleven ser på delene som mengder, at mengdene ikke må være like store for å være likeverdige.
Teller og nevner som to separate tall	Forhold 1/3 En del vann og tre deler saft.	
Ved bruk av tallinje får elever forhold til brøk som tall mellom 0 og 1	At ¼ alltid er det samme som 0,25.	Ved å erfare ulike modeller (areal, mengde, tallinje større enn 0 -> 1) kan slike misoppfatninger unngås.
Størst nevner er størst brøk	¼ > ½ fordi 4 > 2	Ved å knytte brøker til konkreter kan disse misoppfatningene unngås. Tallene alene er ikke konkrete nok.
Overgeneraliserer algoritmer med addisjon og subtraksjon	Legger sammen teller med teller og nevner med nevner. ½ + ¼ = 2/6.	Det går i surr når de skal finne fellesnevner.
Overgeneraliserer algoritmer med multiplikasjon og divisjon	Prøver å finne fellesnevner ved multiplikasjon, som ved addisjon. ¼ · ½ = ¼ · 2/4 = 2/16	Det fungerer selvsagt, men er en tungvint måte å gjøre det på. 2/16 er jo det samme som 1/8, men bruker et ekstra, unødvendig steg.
	Prøver å snu den siste brøken, som ved divisjon. ¼ · ½ = ¼ · 2/1 = 2/4	Her er regelblanding ute og går.
Brøkstrek som desimaltegn	¼ = 1,4	Forskning: 12 av 14 elever trodde at 1.4 var det samme som ¼. Også andre veien, 4/10 ble til 4.10, og .09 ble til 0/9. (Steinle, 2004, s.13-14)
Ved blandede brøk, vil heltallet multiplisere brøken	$2\frac{2}{5} = 2 \cdot \frac{2}{5}$	Dette er knyttet til de ulike konvensjonene når det kommer til tallbehandling. Ved algebra er 2a = 2 · a. (Brekke, 2002, s. 4)

Tabell 6: *Misoppfatninger om brøk.*

Ulike typer misoppfatninger innen desimaltall	**Eksempler**	**Notater**
Heltall og desimaltall er to separate tall	At 34,42 sees på som heltallene 34 og 42	Dette kan relateres i arbeidet med kroner og ører, eller meter og centimeter.
Som koordinater i et koordinatsystem	2,5 kan sees som 2 bort og 5 opp.	Konvensjoner ved bruk av desimaltegn. I utlandet brukes punktum som desimaltegn og komma som koordinattegn.
Tror at produktet av to faktorer alltid blir et større tall. Vanskelig når man går over til brøk og desimaltall mellom 0 og 1.	Ser at $2 \cdot 2 = 4$, men at $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$ kan være vanskelig å se.	Knyttet til misoppfatninger i Brekke (2002).
Tideler sees på som mindre enn hundredeler	Tenker at $1/100 < 1/10$, fordi $100 > 10$.	Kan også knyttes til omgjøring av desimaltall til prosent og omvendt.
Ser desimaltall som egne heltall. Ser på tallstørrelsen og ikke posisjonen til tallet.	Tror at $0{,}23 > 0{,}7$, fordi $23 > 7$.	Knyttes til begrepet *Longer is larger* (Steinle, 2004)

Tabell 7: *Misoppfatninger om desimaltall.*

Den første misoppfatningen i denne tabellen finner vi også igjen i litteraturen:

> At desimaltall kan oppfattes som en heltallsdel og en desimaldel, leder noen elever ut i en misoppfatning. Dette kan ha utslag som at eleven regner 2,7 + 3,5 = 5,12. Eleven kan oppfatte desimaltall som et par av tall uten sammenheng (Hinna, Rinvold, Gustavsen, 2012, s. 174).

Når det kommer til sammenligninger av desimaltall, som å sammenligne 0,23 og 0,7, foreslo lærer nummer 2 at elevene kunne sette en null bak det korteste desimaltallet for å gjøre de «like lange». Da vil de se at 0,23 < 0,70. Men jeg ønsker å kritisere denne fremgangsmåten, for det kan vise seg å være en instrumentell forståelse av desimaltall (mer om instrumentell og relasjonell forståelse i Skemp, 1976). Swan (I Steinle, 2004, s. 16) støtter dette synet. «This rule (which to many will seem arbitrary or meaningless) provides correct answers, but will not help to remove any of the misconceptions. It may even perpetuate them». Steinle kaller dette for *annexe zero algorithm*:

> While the *annexe zero algorithm* provides correct answer, some students wrote over 40 zeros on their test paper. […] Hence, teachers who provide this procedure to their students, instead of emphasising place value, are providing limited teaching which is unlikely to assist students to improve the conceptual understanding of decimal notation and may mask or cause, rather than overcome, decimal misconceptions » (Steinle, 2004, s. 16).

Instrumentell forståelse er selvsagt ikke uten sine meritter. Skemp (1976) lister opp tre fordeler som han kan se i å ha instrumentell forståelse (Egen oversettelse):

1. Instrumentell forståelse kan være lettere å forstå. Å kunne regler for å multiplisere to negative tall, eller å dele med en brøk, kan være vanskelig å forstå relasjonelt. Hvis formålet er mange sider rette svar, kan instrumentell forståelse gi dette.
2. Å ha belønningen til stede, og er mer synlig. Det kan virke motiverende for elever å få side etter side med rette svar, spesielt de som behøver å gjenopprette selvsikkerheten i matematikken.
3. Man kan gjerne få de rette svarene raskt og pålitelig gjennom instrumentell forståelse enn relasjonell. Denne forskjeller er så markant, at selv relasjonelle matematikere benytter seg av instrumentell tenkning.

Listen med prosent er kortere enn de andre, fordi prosentregning kan relateres til mange av de samme problemene som ved desimalregning.

Ulike misoppfatninger om prosent	Eksempel	Notater
Ser på tallstørrelsen på prosenttall	Ser på 25% som heltallet 25	
Surr ved prosentregning. Noen leter etter det største tallet og tror det er 100%, og begynner derifra.	Økning fra 15 til 20 elever. Hvor stor er økningen i prosent? Hvor vil de begynne? Fra 15 eller fra 20?	

Tabell 8: *Misoppfatninger om prosent.*

4.3.2 Meninger om diagnostiske prøver og oppgaver

Når det kom til de diagnostiske prøvene, viste det seg et mønster i lærernes besvarelser. Begge lærerne uttrykte at diagnostiske prøver er gode å ha før et tema. På den måten kan de skreddersy et opplegg knyttet til et spesifikt tema, og kan nivådele etter behov. De ser nytten i slike prøver ved at det hjelper dem å avdekke eventuelle misoppfatninger, noe som sammenfaller med det Brekke (2002) skriver om diagnostiske prøver. En mulig ulempe er at lærerne ikke klarer å se hva elevene kan ha tenkt i utregninger av ulike oppgaver. Det vil kreve ekstra tid til å ha samtaler med de ulike elevene for å virkelig finne ut hvilke misoppfatninger det kan være snakk om.

Begge lærerne uttrykte også at slike diagnostiske prøver er lite hensiktsmessig etter at elevene har hatt om et tema. Det var ingen tid til å ta tak i de eventuelle misoppfatningene som vedvarte selv i ettertid, siden tema allerede var overstått. Som lærer står man tett til sine elever, så man vil uansett legge merke til hvilke misoppfatninger en eller flere elever kan ha knyttet til et tema. Å ha slike prøver i ettertid «bekrefter allerede det vi vet om eleven». Slike prøver i ettertid er preget av å være resultatorientert. Nasjonale prøver er et eksempel på en slik prøve. De blir gjerne brukt til å tallfeste elevenes kunnskaper innen visse tema. Slike prøver kan også brukes til å vise elevens kunnskaper i sammenheng med utviklingssamtaler med foreldrene, slik at de vet hvor deres barn står.

Det beste, ifølge begge lærerne, var å benytte seg av diagnostiske oppgaver midt i et tema. Lærer 1 benyttet seg av såkalte «utsjekksprøver», ved at hun stod i døren og testet hver elev på vei ut fra klasserommet. På den måten han hun avdekke om noen elever fremdeles sliter med eventuelle misoppfatninger, og kan ta det i plenum ved en senere anledning. På den måten kan elever med misoppfatninger oppleve *kognitiv konflikt* når misoppfatningene tas opp i klasserommet.

	Veldig nyttig	**Nyttig**	**Verken eller**	**Unyttig**	**Veldig unyttig**
Før		**x**			
Under	**x**				
Etter				**x***	

*****i den grad at de ikke kan gjøre noe med misoppfatningene

Tabell 9: *Grad av nytte av diagnostiske prøver.*

5 Konklusjon

Målet med denne undersøkelsen var å svare på følgende fire forskningsspørsmål:

- Hvilke misoppfatninger kommer til uttrykk, og på hvilken måte, ved hjelp av diagnostiske prøver?
- Hvilken nytte ser elever på 4. trinn med å kunne om brøk, desimaltall, og prosent?
- Hvilke misoppfatninger dukker ofte i møtet med brøk, desimaltall og prosent, ifølge lærerne?
- Hvilken nytte har diagnostiske prøver i å avdekke misoppfatninger, ifølge lærerne?

For å svare på det første, de diagnostiske oppgavene avdekket misoppfatninger som at deler av hel kan sees på som mengder og ikke deler. Da vil delenes størrelse ikke bety noe for eleven, bare hvor mange deler som helheten består av. I tillegg avdekker oppgavene at noen av elevene ser på desimaltall som to sett heltall på hver side av komma, og at desimalene leses som heltall.

Når det gjelder elevenes syn på nytteverdien, kommer elevene med mange eksempler fra hverdagen når de ble spurt hva brøk, desimaltall og prosent kan brukes til. Dette inkluderer deling, måling og salg. Når de skal få formell innføring av disse begrepene i skolen, er det viktig for lærerne å ta tak i disse erfaringene, og knytte det til begrepsinnholdet som allerede er der. (Høines, 2011, s. 37)

For det tredje, kunne lærerne beskrive en rekke misoppfatninger knyttet til brøk, desimaltall og prosent. Disse inkluderer tilfeller hvor elever adderer teller med teller og nevner med nevner, snur brøken i multiplikasjon, leser desimaler som heltall, leser desimaltall som koordinater, eller at de knytter 100 prosent til det største tallet i en oppgave.

Til slutt, kunne lærerne berette at slike diagnostiske oppgaver var veldig nyttige når de ble brukt samtidig som elevene lærte om et nytt tema. Da blir det mindre vekt på å kartlegge, eller å «bekrefte det man vet», men å ta tak i misoppfatningene der og da. På den måten skaper man *kognitiv konflikt* hos elevene i læringssituasjonen.

Som vi har sett, er misoppfatninger en del av elevenes forsøk på å tolke den informasjonen han eller hun får. Det at misoppfatninger oppstår kan være vanskelig å unngå fullstendig. Ved hjelp av diagnostiske oppgaver kan vi avdekke misoppfatninger tidlig i arbeidet ved innlæring av nye begreper, og jobbe kontinuerlig for å avdekke eventuelle misoppfatningene som vedvarer, og prøve å korrigere disse. Men det ser ut som at misoppfatninger gjerne vedvarer selv lenge arbeidet med nye begreper: «Misconceptions were documented to be surprising, pervasive, and resilient» (Confrey, i Steinle, 2004, s. 12). Hva så kan vi gjøre for å overkomme dette?

De misoppfatningene som kom frem av intervjuene med elevene samsvarte med de misoppfatningene som både finnes i litteraturen, og de misoppfatningene som lærerne beskrev. Jeg skulle ønske jeg fikk tid til flere, mer omfattende tester for å se om det forekommer flere ulike misoppfatninger innen et klasserom, eller et helt trinn. Selv skulle jeg likt å utføre en såkalt Decimal Comparison Task på et helt trinn. Det ville være interessant å se om funnene samsvarer med de Steinle (2004) presenterer i sin doktoravhandling. Uansett var det interessant å finne misoppfatninger i et så lite utvalg som jeg tok for meg.

6 Litteratur

Acock, A. C. (2014). *A Gentle Introduction to Stata (*4. utg). Texas: Stata Press.

Brekke, G. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Oslo: Læringssenteret. Hentet fra: http://bestilling.utdanningsdirektoratet.no/Bestillingstorg/PDF/59447_KAR_MAT_007_innmat.pdf (11.05.19)

Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder*. Bergen: Fagbokforlaget.

Hinna, K., Rinvold, R., Gustavsen, T., S. (2012). *QED 1-7*. Oslo, Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Høines, M. J. (2011) *Begynneropplæringen* (2. utg). Oslo, Stavanger: Caspar Forlag

Krekling. D. V. (2013). Her regner kunnskapsministeren feil. *NRK*. Hentet fra: https://www.nrk.no/

Leech, B.L (2002). Asking Questions: Techniques for Semistructured Interviews. I *Political Science and Politics*, 2002, Vol.35(4), s. 665-668. Hentet fra: https://www-jstor-org.galanga.hvl.no/stable/1554805?seq=1#metadata_info_tab_contents (11.05.19)

Midtbø, T. (2007). *Regresjonsanalyse for samfunnsvitere*. Oslo: Universitetsforlaget.

Moses, J. W., Knudsen, T. L. (2012). *Ways of knowing. Competing Methodologies in social and political research* (2. utg.). London: Palgrave McMillan.

Skemp, R. (1976). *Relational understanding and instrumental understanding. Mathematics teaching*, 77, s. 20-26.

Solerød, E. (2014). *Pedagogiske grunntanker – I et dannelsesperspektiv* (3. utg.). Olso: Universitetsforlaget.

Steinle, V., Stacey, K. (2003a). Grade-related trends in the prevalence and persistence of decimal misconceptions. I N.A. Pateman, B.J. Dougherty & J. Zilliox (Red.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* (Vol. 4, pp. 259 – 266). Honolulu: PME.

Steinle, V., Stacey, K. (2004). A longitudinal study of students' understanding of decimal notation: An overview and refined results. I I. Putt, R. Farragher & M. MacLean (Red.), *Mathematics Education for the third millennium: towards 2010. Proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (s. 541-548). Townsville: MERGA.

Steinle, V. (2004). *Changes with age in students' misconceptions of decimal numbers* (Doktoravhandling). The University of Melbourne. Hentet fra https://minerva-access.unimelb.edu.au/bitstream/handle/11343/39024/66481_00001531_01_steinlethesis2004.pdf?sequence=1&isAllowed=y

7 Vedlegg

7.1 Vedlegg 1. Intervjuguide elever:

1: Hva er det første du tenker på når du hører ordet «brøk»?

2: Opplevde du det som veldig lett/ noe lett/ middels/ litt vanskelig/ veldig vanskelig når du hadde om brøk? Var det noe du likte? Var det noe du synes var vanskelig?

3: Gjøre brøkoppgaver

4: Tror du det er viktig å lære om brøk? Hvis ja/nei, hvorfor/hvorfor ikke?

5: Desimaltall. Hva tenker du da?

6: Opplevde du det som veldig lett/ noe lett/ middels/ litt vanskelig/ veldig vanskelig når du hadde om desimaltall? Var det noe du likte? Var det noe du synes var vanskelig?

7: Gjøre desimaltallsoppgaver

8: Tror du det er viktig å lære om desimaltall? Hvis ja/nei, hvorfor/hvorfor ikke?

9: Prosent. Hva tenker du da?

10: Opplevde du det som veldig lett/ noe lett/ middels/ litt vanskelig/ veldig vanskelig når du hadde om prosent? Var det noe du likte? Var det noe du synes var vanskelig?

11: Gjøre prosentoppgaver

12: Tror du det er viktig å lære om prosent? Hvis ja/nei, hvorfor/hvorfor ikke?

7.2 Vedlegg 2. Intervjuoppgaver:

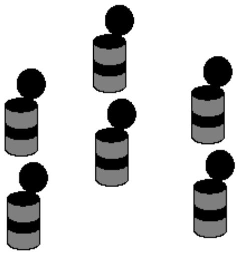
1 Knut deler eplet sitt i to. Deretter deler han ene halvdelen i to igjen.

a) Hvor mange eplebiter har han nå? _________

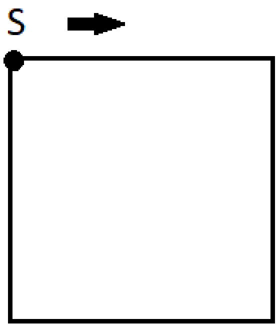
b) Hvor stor del av hele eplet er en av de minste bitene?

Skriv som brøk:_____________

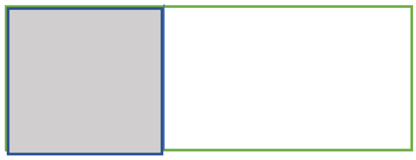
2 Sett ring rundt en tredel av boksene.



3 Du skal gå langs de svarte strekene på bildet (rundt et kvadrat). Du starter på hjørnet merket med S og går i retningen som pilen viser. Merk med et kryss hvor langt du har kommet etter å ha gått omtrent 1/3 av turen.



4 Sett ring rundt desimaltallet som best beskriver hvor stor del av hele rektanglet det skraverte området utgjør.

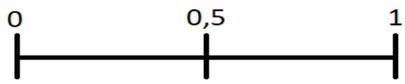


A: 0,15 B: 0,4 C: 0,80 D: 0,52 E: 2,5

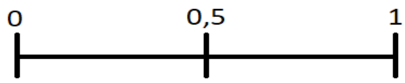
5 Sett ring rundt desimaltallet som best beskriver hvor stor del av hele rektanglet det skraverte området utgjør.

A: 0,15 B: 0,4 C: 0,80 D: 0,52 E: 2,5

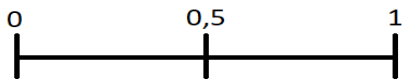
6 Plasser 0,10 på tallinja



Plasser 0,06 på tallinja



Plasser 0,9 på tallinja



7 Smågodt i en butikk kostet 20 kr per hektogram. En dag gikk prisen opp med 10 prosent. Hva koster smågodtet nå?

8 I dag koster en plate sjokolade 40 kr. For ti år siden kostet den 50 prosent mindre. Hva kostet den da?

9 Vanligvis betyr 100 prosent en **stor** økning, at noe dobler seg. For eksempel 1000 til 2000.

En avis i en liten bygd hadde overskriften «100 prosent flere tvillingfødsler i år enn de siste hundre år til sammen», noe bygdas innbyggere mente var en voldsom overskrift. Hvorfor tror du de reagerte sånn?

7.3 Vedlegg 3. Intervjuguide lærere:

1: (Hvilke misoppfatninger dukker ofte opp i arbeidet med brøk?) Hvilke aspekter ved brøk vil du mene er særlig utfordrende for elever på barnetrinnet?
(Vise noen elevbesvarelser her)

2: (Hva med desimaltall?) Hvilke aspekter ved desimaltall vil du mene er særlig utfordrende for elever på barnetrinnet? (Kan du lese dette tallet? **0,10?**)
(Vise noen elevbesvarelser her)

3: (Hva med prosent?) Hvilke aspekter ved prosent vil du mene er særlig utfordrende for elever på barnetrinnet?
(Vise noen elevbesvarelser her)

4: Kan du tenke deg hvordan språket kan gi opphav til noen misoppfatninger?

4: Hva tenker du om kartleggingsprøver (Diagnostiske prøver)?
5: Hvordan blir slike prøver benyttet i ditt klasserom? (Før eller etter et tema?)
6: Hvilken grad av nytte ser du i bruken av slike prøver i ditt klasserom?

7.4 Vedlegg 4. informasjonsskriv til foresatte:

Vil du delta i forskningsprosjektet

Brøk, desimaltall og prosent i barneskolen?

Dette er en forespørsel til foresatte om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å avdekke hvilke utfordringer og misoppfatninger om brøk, desimaltall og prosent elever kan møte på i 4.-trinn. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for dere og ditt barn.

Formål

Formålet med denne studien er å finne ut hvordan elever arbeider i møtet med brøk, hvilke utfordringer og misoppfatninger de kan møte på, og hvilke strategier de tar i bruk for å løse brøk-relaterte oppgaver. Dette er en bacheloroppgave med fokus på det matematikk-didaktiske. Prosjektet vil vare i perioden 04.03.2019 – 01.06.2019

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Høgskulen på Vestlandet er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Siden deres barn er i vår praksisklasse, ville det være naturlig å fokusere på de samme elevene i dette prosjektet. Lover om personvern og deltakelse i forskning av barn under 16 år krever derfor samtykke fra foresatte, derfor blir dette informasjonsskrivet sendt til dere. Det er tilfeldig hvilke elever som blir valgt ut, men dette gjelder kun de elevene som selv vil og har samtykke fra foresatte.

Hva innebærer det for deg å delta?
Hvis dere ønsker å delta i prosjektet, vil barnet deres bli intervjuet sammen med et annet barn fra klassen. Intervjuene vil bli tatt opp slik at de kan transkriberes. All data lagres trygt på egne eksterne enheter. Hvis ønskelig, kan kopi av intervjuguiden som skal benyttes sendes til dere i forkant. Samtykke til deltakelse i prosjektet innebærer også at de anonymiserte intervjuene vil bli presentert for en matematikklærer som er tilsatt ved Fridalen skole, samt en ekstern matematikklærer som en del av prosjektet. Dere vil finne kontaktinformasjon nederst på arket.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis dere velger å delta, kan dere når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Barnet så vel som foresatte kan velge å trekke seg fra prosjektet. Alle opplysninger om dere og ditt barn vil bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for dere hvis dere ikke vil delta eller senere velger å trekke dere.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil utelukkende bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- De som har tilgang til data vil være undertegnede og veileder for prosjektet.
- Navnet og kontaktopplysningene deres vil erstattes med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data, og data lagres på eksterne lagringsenheter separat fra tilkoblede enheter (bærbar PC, telefon, etc.)

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes 01.06.2019. Ved prosjektslutt vil all data og opptak som er samlet slettes fra alle enheter.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra HVL har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Inge Olav Hauge, prosjektveileder på HVL; telefon +47 55 58 55 96, mail: inge.olav.hauge@hvl.no
- *Kandidatnr 178* (Bachelorstudent, som skal skrive, hente inn data, analysere og publisere bacheloroppgaven. Telefon *Redigert*, mail: *Redigert*)
- Vårt personvernombud: Halfdan Mellbye. Kontaktinfo: personvernombud@hvl.no. Tlf. 55 30 10 31.
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Beste hilsen

Kandidatnr. 178 Olav Inge Hauge
Bachelorstudent Veileder

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Brøk, desimaltall og Prosent* og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ At barnet kan delta i intervjuet hvor lydopptak benyttes, og at de anonymiserte intervjuene deles med to matematikklærere.
- ☐ Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. 01.06.2019

(Barnet det gjelder)

(Signert av foresatte, dato)

7.5 Vedlegg 5. Informasjonsskriv til lærere:

Vil du delta i forskningsprosjektet

Brøk, desimaltall og prosent i barneskolen?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å avdekke hvilke utfordringer og misoppfatninger om brøk, desimaltall og prosent elever kan møte på i 4.-trinn. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
Formålet med denne studien er å finne ut hvordan elever arbeider i møtet med brøk, hvilke utfordringer og misoppfatninger de kan møte på, og hvilke strategier de tar i bruk for å løse brøk-relaterte oppgaver. Dette er en bacheloroppgave med fokus på det matematikk-didaktiske. Prosjektet vil vare i perioden 04.03.2019 – 01.06.2019

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Høgskulen på Vestlandet er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Din erfaring innenfor matematikkfaget gjør deg spesielt interessant for å hjelpe å belyse denne problemstillingen.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du ønsker å delta i prosjektet, vil det bli benyttet intervju av deg. Det vil bli benyttet lydopptak av intervjuene slik at intervjuet kan transkriberes. All data lagres trygt på egne eksterne enheter. Hvis ønskelig, kan kopi av intervjuguiden som skal benyttes sendes til deg før intervjuene tar sted. Kontaktinfo vil stå nederst på arket.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg kan anonymiseres etter eget ønske. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- De som har tilgang til data vil være undertegnede og veileder for prosjektet.
- Navnet og kontaktopplysningene deres vil erstattes med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data, og data lagres på eksterne lagringsenheter separat fra tilkoblede enheter (bærbar PC, telefon, etc.)

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes 01.06.2019. Ved prosjektslutt vil all data og opptak som er samlet slettes fra alle enheter.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra HVL har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Høgskulen på Vestlandet ved Inge Olav Hauge (Prosjektveileder, telefon +47 55 58 55 96, mail: inge.olav.hauge@hvl.no)
- *Kandidatnr 178* (Bachelorstudent, som skal skrive, hente inn data, analysere og publisere bacheloroppgaven. Telefon *Redigert*, mail: *Redigert*)
- Vårt personvernombud: Halfdan Mellbye. Kontaktinfo: personvernombud@hvl.no. Tlf. 55 30 10 31.
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig

Olav Inge Hauge

(Veileder)

Bachelorstudent

Kandidatnr 178

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Brøk, desimaltall og Prosent* og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ Å bli intervjuet hvor lydopptak benyttes.
- ☐ At mine personopplysninger kan brukes i studien. (La stå om du ønsker anonymisering)

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. 01.06.2019

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

7.6 Vedlegg 6. Transkripsjon elev 1 og 2:

Int: Jeg ønsker å finne ut hva slags utfordringer dere har nå på 4. trinn om brøk, desimaltall, og prosent. Grunnen til at jeg tar opp lyd av intervjuet er sånn at jeg kan høre intervjuet på nytt for å transkribere akkurat hva som ble sagt, sånn at jeg får mest mulig riktig svar som dere avgir under intervjuet. Det er lov å samarbeide, snakke fram og tilbake. Først skal jeg stille dere en rekke spørsmål angående brøk, det blir første del av intervjuet, så en del om desimaltall, og så en del med prosent. I hver del er det en del oppgaver som dere skal få gjøre, enten alene eller sammen, så kommer jeg til å spørre dere hva dere tenkte underveis. Høres det greit ut?

(De nikker)
Int: Og hvis det er av en eller annen grunn ubehagelig å snakke, så er det lov å ikke avgi svar.
Noe dere lurer på før vi begynner?
1 og 2: Nei.

Hva er det første dere tenker på når dere hører ordet brøk?

1: Eg tenker liksom på brøkstrek, med en teller og en nevner.
2: Eg og.
Int: Er det noe annet dere tenker på?
2: Nei, ikke så mye mer.

Når dere hadde om brøk i undervisninger, opplevde dere det som veldig lett, noe lett, middels, noe vanskelig eller veldig vanskelig?

2: Det er litt forskjellig. Noen ganger litt lett, noen ganger litt vanskelig.

Var det noe spesielt dere likte med brøk? Eller noe dere synes var spesielt vanskelig med brøk?

1: Nei, tror egentlig ikke det. På data var det jo litt vanskelig da.
2: Ja.

Nå skal dere få noen oppgaver med meg som dere skal gjøre. Dere skal få hvert deres ark. Gjør de første tre oppgavene, og dere får lov til å samarbeide.

1: Skulle man skrive sånn? (peker på arket, oppgave 1b)
Int: Ja, sånn, som brøk.
2: 1, hvordan gjorde du det på denne oppgaven? (Referer til oppgave 3)
Int: På denne skal du bare sette en strek eller et kryss der hvor du mener du har gått en tredjedel rundt kvadratet. […] Da var dere begge ferdig?

På oppgave 1, hva tenke dere da? Dere kan snakke en og en, eller sammen. 1 først, kanskje?

1: Eg tenkte først at eplet var delt i to, da var det i to deler. Så tok eg ene og delte den i to igjen, så telte eg delene og fant ut at det var tre biter.
Int: Kan du kanskje tegne det på arket?
1: Okay. (Tegner eplet som blir delt på arket). Ja, circa sånn.
Int: Ja, da blir det tre biter. Og hva fikk du på oppgave b?
2: eg fikk også en fjerdedel
Int: begge fikk en fjerdedel? Hva tenke dere da? Hvordan kom dere fram til en fjerdedel?

2: Når du har det der eplet og deler det i to, og så deler du den andre (ene halvdelen) i to. Hadde du delt den andre (andre halvdel) i to, ville du fått fire biter. Så hvis du deler eplet på denne måten, blir jo en av de minste bitene en fjerdedel.
Int: (Til T) Synes du det høres rimelig ut?
1: Ja.

Så oppgave 2. Sett ring rundt en tredel av boksene

Int: Vil dere forklare hvor dere har valgt å sette ring akkurat så disse boksene?
1: Eg telte boksene, altså seks. Og delte det på tre, så ble det to.
2: Mhm.
Int: (Til V) Vil du forklare hvordan du tenkte?
2: Eg tok også seks og delte på tre.

Og så oppgave 3. Sette kryss når du har gått en tredel på vei rundt kvadratet.

Int: hva tenkte dere der? Hvis du vil snakke først, 2?
2: Eg tenkte vel ikkje, liksom…
Int: Hvorfor akkurat der du satt krysset?
2: eg regnet ikkje så mye på det, eg tenkte vel kanskje at viss du deler denne firkanten i tre […] (Her er det pause)
Int: Kva tenkte du da, 1?
1: Eg delte den her siden på tre (peker på høyre side), siden denne har tre (andre sider). Og da går eg langs en side (den på toppen), og en tredel på den siden (Høyre side)
Int: Tenkte du hvis du skulle gitt disse fire sidene til tre personer, ville de fått en hel side og en tredel av en side hver?
1: Nei, gjorde egentlig ikke det. Eg vet ikke, det plutselig kom opp i hodet mitt.
Int: Fordi det så rett ut?
1: Ja.

Nå skal vi gå over til neste del av intervjuet. Der skal vi snakke litt om desimaltall.

Int: Når vi snakker om desimaltall, så snakker vi selvsagt om tall bak komma; tideler, hundredeler, og sånt. Vent, jeg burde kanskje ikke sagt det? Unnskyld. Bortsett fra det jeg nettopp sa, hva er det første dere tenker på når dere hører ordet desimaltall?
1 og 2: Det du nettopp sa!
Int: Selvsagt! Men opplevde dere det som veldig lett, noe lett, middels, litt vanskelig eller veldig vanskelig når dere hadde om desimaltall?
2: Eg tenkte det samme som med brøk, noen deler var litt lett, mens noen deler var litt vanskelig
2: Mhm. For eksempel 5,2+2,8, det var liksom lett, men […]. Det var hvert fall noe som var vanskelig.
Int: Men hvorfor akkurat det eksempelet? 5,2+2,8? Hvorfor synes du det var lett?
1: Eg bare fant på det. Men kommatallene blir jo til sammen en hel, for 2 og 8 blir jo 10, som er en hel.

Var det noe dere likte spesielt godt, eller var spesielt vanskelig?

2: Ikke som vi kommer på. Men det var nok noe!
Int: Det tror jeg på. Men som dere sa; litt lett og litt vanskelig?

Da skal dere få bla om på oppgavearket deres, her er noen oppgaver med desimaltall.

Int: Husk at hvis dere sitter fast på en oppgave, så er det lov å samarbeide
(Har jobbet nå i 5 minutter med desimaltalloppgavene, er nå på oppgave 5)
1: Vi fant i hvert fall noe som var vanskelig med desimaltall!
2: Ja!
Int: Hvis dere vil kan dere hoppe over til oppgave 6, så kan vi gå gjennom oppgavene etterpå.
1: (På oppgave 6) Hvor skal vi plassere desimaltallene?
Int: Bare sett en strek eller et kryss hvor du tror de skal plasseres på tall-linjen.
(Jobbet nå i snart 10 minutter, hjelper hverandre med tall-linjeoppgavene. De får låne linjal og viskere til denne oppgaven).
Int: Skal vi gå gjennom oppgavene, eller trenger dere litt mer tid?

Da tenker jeg at vi går gjennom oppgaven sammen (På dette tidspunktet var det mye støy og snakking i bakgrunnen, så litt tid gikk av til å få støynivået ned til et akseptabelt nivå).

Int: Vi tar først oppgave 4. Hva tenkte dere der?
1: At den der (Blå området) var omtrent 2/5. Jeg måtte ta 0,4 og dele det på to. Så tok eg 0,2 ganger 5 som ble 10, som er en hel. Det ble ikke en hel med noen av de andre.
Int: Du tenkte at 0,4 var det samme som 2/5?
1: Mhm.
Int: Hva tenkte du da, 2?
2: Tenkte vel egentlig det samme […]. Altså, hvis vi delte den på 2, og tenkte at det ble to femtedeler (Tenker hun mente 2*1/5). Tenkte vel egentlig det samme som 1.
Int: Da må jeg nesten spørre: Tenkte dere at 0,4 var det rette svaret fordi det så ut (visuelt) som det rette svaret, eller regnet dere dere fram til det?
2: Altså, når vi prøvde med de andre […] tenkte eg at det ikke ville gå, men vi prøvde for det om. Det var litt sånn […], kordan skal eg tenke på det?
Int: Det er selvsagt helt greit hvis du ikke har ord for å beskrive det, det er helt i orden.

Da går vi over til oppgave 5.

Int: Hva tenkte dere her?
1: Vet ikke
2: Eg skjønte den ikke.
1: Eg klarte bare å dele den inn i ti deler.
Int: Okay. Så dere hadde ikke noe svar på denne oppgaven?
2: Nei, for vi delte den i ti deler, men så «hva skulle vi gjøre no?»
Int: Sant. Men hvis dere skulle gjøre deres beste gjetning, hvilket desimaltall ville dere valgt
som best passer det skraverte?
1: Da ville eg valgt den.
Int: 0,4?
1: Ja.
2: Blir ikke det egentlig […] For den er jo like […] stor som […]. Altså hvis du tenke der oppe blir det like stort. Det blir jo egentlig det samme, eller, altså […] bare at den er mindre deler, for det blir jo like mye som der. Så det blir jo samme svaret.
Int: Mener du at de hele rektanglene er like stort?
1: Ja

Int: Men hva med de blå områdene, er de like store?
1: Eg tenker at den (oppgave 4) er delt inn i 5. Mens den er delt inn i ti (Oppgave 5). Så må egentlig du ta 0,4 og dele på 2 siden 5 […] siden 10 er dobbelt så mye som 5? (Det ble mye hvisking for å se på svarene, som ikke ble tatt opp godt nok av opptakeren.)
Int: Hvis dere bare gir deres beste gjetning på oppgave 5, hvilket desimaltall ville dere valgt?
2: Da tipper eg 0,4.
1: Eg tar 0,4
Int: Du tar 0,4 på oppgave 5? […] bare sett ring rundt det du tror.
1: Ja, eg tror […]
Int: Du da, 2? Sett ring rundt det du tror.
2: […] Da velger eg 0,4.
Int. Du tar også 0,4.

Da går vi over til oppgave 6. (Her sier de ofte null komma ti, og ikke null komma en-null. Jeg gjentar samme talemåte for å unngå å korrigere dem, slik at misoppfatningene får lov til å komme frem)

Int: På den første linjen, hvor satt dere krysset hen da?
1: På 1.
2: På 1.
Int: Hvorfor det?
1: Fordi at […] 0,5 er halvparten er 0,10, og 0,5 er satt midt på, så ta tenkte eg helt ytterst.
2: Eg tenkte akkurat det samme.
Int: Okay, så 0,5 er midt på, så 0,10 må være dobbelt så mye, så da satt du det på enden der.
1: Mhm.
Int: Okay, på andre strek da?
1: Det var veldig vanskelig. Eg tok 0,5 og delte det på 5, siden det er 0,06 (Sier faktisk null komma null-seks), altså en null til. Så da delte eg på 5, så delte eg det første stedet der (plassen for 0,1), det delte eg på ti. Og så fant eg den sjette linjen (Mellom 0 og 0,1).
Int: Okay. Så du gjorde 0,5 om til 0,1?
1: Mhm
Int: Og så delte du 0,1 i ti like store deler? Og fant 0,06?
1: Ja.
Int: (Til 2) Og du da?
2. Eg tenkte først at eg ikke kunne komme fram til det. Men så tenkte eg også at siden det var to nuller (<u>0,0</u>6), så tenkte eg at 0,5, siden det var halvparten, må det være 1 (helt til høyre). Så tenkte eg sånn cirka at, altså, det ene området fra 0 til 0,5, så vil si den. Så da ble det […] også tenkte eg at på linjalen. […] Nå begynte eg å bli litt usikker. Om det eg hadde svart var det eg hadde tenkt. (Her ble det mye hvisking og snakking til seg selv.)
Int: Det er lov å bli usikker, sant? Hvis du vil kan vi gå over til neste oppgave, den siste tall-linjen. Hva tenkte dere der?
2: At hvis det (helt til høyre ved 1) er 0,10, og ja […] altså da kommer 0,9 ganske

nærme. Da tenkte eg at det ville være sånn ca der på tall-linjen, fordi der er 0,5, (teller seg oppover langs linjen) der er 0,6, 0,7, 0,8, 0,9.
Int: Du telte oppover fra 0,5?
2: Ja
Int: Hva tenkte du da, T?
1: Egentlig akkurat det samme.
Int: Egentlig akkurat det samme? Okay, supert!

Nå skal vi gå over til prosent

Int: Har dere hatt om prosent i undervisningen?
1: Litt.
2: Tror ikke vi har hatt så kjempemye.
Int: Så dere har hatt litt om brøk og desimaltall, men ikke så mye om prosent ennå?
2: Nei.
Men hva tenker dere på når dere hører ordet prosent?
1: Det eg tenker på er sånn her (tegner %-tegn på arket)
Int: Sånt prosent-tegn?
2: Og et tall foran det.
Int: Siden dere ikke har hatt noe særlig undervisning i prosent ennå, vil det være vanskelig for dere å bedømme om temaet har vært lett eller vanskelig?
1: Vi har hatt litt […]
Int: Okay. Så det lille dere har hatt, oppfattet dere det som lett eller vanskelig?
2: Husker ikke så mye av det.
2: Ja, det er en stund siden.
Int: Så det eneste dere assosierer prosent med er det prosent-tegnet?
1: Ja.
1: Ja.
Int: Okay. Jeg tenkte at vi likevel kunne prøve oss på noen oppgaver. Høres det greit ut?

Da blar de om på neste side og gjør oppgaver 7, 8, og 9.

Int: Her er det selvsagt lov å snakke sammen om oppgavene hvis dere trenger det. Og for å friske opp minnet så er et hektogram det samme som en tiendedel av en kilo. (Gjentar høyt oppgave 7 for informantene).
1: 22?
Int: Hvorfor tror du 22?
1: Eg tok liksom 20 delt på 10, [..]altså 20 delt på 10 er 2, og siden det var 10 prosent mer, så tok eg 20 pluss 2, som blir 22.
Int: Hva tenkte du da, 2?
2: […]
Int: Mens du tenker, skal jeg spørre (1) hvorfor kom du fram til at du skulle dele på 10?
1: Fordi det var 10 prosent, og en hel er liksom, er jo 100 da, og 100 delt på 10 er jo fremdeles 10.
Int: Tenker du da kanskje at 10 prosent er det samme som en tiendedel?
1: Ja…?
Int: Og derfor delte du på 10?
1: Mhm.

2: Trekker man egentlig bare […]. 20 […] delt på 10 er 2. Og siden prisen gikk opp med (10) prosent så blir det 20 pluss 2, så da blir det 22.
Int: Det høres veldig bra ut. Så var det oppgave 8. (Gjentar høyt oppgaven)
1: […] 20?
Int: Okay? Mens 2 tenker seg og, hvorfor kom du fram til 20?
T: Fordi at 50 prosent er jo en halv, og hvis du tar en halv av 40 så blir det 20. og siden det var 50 prosent mindre enn 40 kroner, så tok eg 40 minus 20 er 20.
2: Mhm. Det var ganske […].
Int: Det hørtes riktig ut for deg også?
2: Mhm.
Int: Okay!

Og så til en litt uvanlig oppgave, men vi tar den med likevel. (Gjentar oppgaven høyt).

1: […] Fordi det var 100 prosent flere tvillingfødsler i år enn de siste 100 år til sammen. De siste hundre årene har det sikkert vært ganske mange tvillingfødsler. Og så er det jo på et år 100 prosent flere. Og 100 prosent var jo dobbelt så mye. Og dobbelt så mye […] på ett år […] det var, enn de 100 årene.
Int: Det er jo veldig god tenkning det. Men det var jo en ganske liten bygd det var snakk om. De synes kanskje at avisen overdrev litt? Hvorfor tror du innbyggerene mente at avisen overdrev litt?
1: Fordi når det er så liten bygd så er det kanskje ikke sånn supermange mennesker der.
Int: Ja?
2: Og hvis det var 100 prosent flere tvillinger i den lille byen, så virker det litt […] Ja, altså.
Int: Jeg tok med denne oppgaven for å vise at prosent kan være litt misvisende. 100 prosent, ja, men i forhold til hva? 100 prosent er jo 100 prosent, uansett om du går fra 1 til 2 eller fra 1000 til 2000. Så det har kanskje bare vært en tvillingfødsel i den byen de siste hundre år, men akkurat dette året var det to tvillingfødsler. 100 prosent økning.
1 og 2: Aha! Og på et år liksom.
Int: Så selv om det høres voldsomt ut, så var det i dette tilfellet at antallet fødsler gikk opp med bare 1.

Da går vi over til de siste tre spørsmålene. Jeg hadde tenkt å stille de underveis, men tar de samlet her nå.

Int: Tror dere det er viktig å lære om brøk, desimaltall og prosent? Hva kan det bli brukt til?
1: Prosent er jo at, for eksempel du skal på butikken, så koster en plate sjokolade 40 kr. Men så står det at det er 50 prosent […] mindre, liksom. Tilbud?
Int: Som rabatt eller avslag?
1: Ja. Og så hvis du ikke hadde visst noe om prosent og hva det betydde kunne de i butikken bare sagt «det koster 60 kroner mer enn…» […] (Forsøker sikkert å forklare at noe koster 60 kroner, og det er for eksempel 40 prosent rabatt. Da ville ikke kunden visst hva varen koster nå).
Int: Hva med brøk og desimaltall da?
2: Man kan jo bruke det til […]. Altså, man kan jo, for eksempel hvis du har med noen venner hjem, også har de kjøpt en pizza og de skal dele den. Og hvis de er 5 venner da,

deg selv og 4 venner, som blir 5 til sammen. Hvis du deler en pizza i 10 biter […], hvis man ikke kunne noe om brøk, hvordan kunne man finne ut hvor mange det blir til hver da?
1: Hvis det skulle være like mange stykker til hver.
2: Ja.
Int: Rettferdighet, sant?
2: Ja.
1: Ja.
Int: Desimaltall da? Noe der dere kan se kan brukes i den virkelige verden? […] Hvis jeg sier, for eksempel, måling? Hvis du skal måle noe?
1: Ja, hvis du for eksempel skal måle […] bare måle en ost, og så liksom […] eller […] hvis du skal måle en planke, fordi du skal bygge et hus, eller en hytte, så […] måler du den, og så er det 7,4 (meter), og du ikke aner noe, så du bare later som det er 7 (meter), så blir jo den […], hvis du sager du den sånn og hamrer den på huset så blir den jo fort kort for huset.
Int: Her fikk jeg mange gode svar. Takk skal dere ha!

7.7 Vedlegg 7. Transkripsjon elev 3 og 4:

Har dere noen spørsmål før vi begynner?

> 3 og 4: Nei.

Hva er det første dere tenker på når dere hører ordet brøk?

> 3: 1/3 i prosent, som ingen har funnet ut.
> Int: At? (Her var det mye støy i bakgrunn, så måtte be 3 om å gjenta)
> 3: 1/3 i prosent […] er det eg tenker på.
> Int: […] Så det du sa var at 1/3 om til prosent, det blir vanskelig?
> 3: (nikker)

Når dere hadde om brøk nå i undervisningen, opplevde dere det som veldig lett, litt lett, middels, litt vanskelig eller veldig vanskelig?

> 3: Veldig lett
> Int: Veldig lett, sier du. Og du da?
> 4: Veldig lett.
> Int: Veldig lett, okay.

Var det noe om brøk dere spesielt likte, eller om det var noe dere synes var spesielt vanskelig?

> 4: Eg synes ikke det var så veldig vanskelig, men det var veldig gøy å jobbe med matematikk, og ja […].
> (her måtte vi ta pause på grunn av støy og finne nytt rom å foreta intervju. Her gjentar jeg hva som ble sagt av 4 rett før pausen)
> Int: Du synes det var veldig lett, og litt artig. Og 3, du synes det var […]?
> 3: Det samme.
> Int. Det samme? Okay.

Da skal dere få lov til å jobbe med oppgave 1 til 3 på den første siden.

Int: Husk at hvis dere sitter fast med en oppgave kan dere hoppe over til neste og heller komme tilbake igjen. […] Skal jeg lese oppgaven høyt til dere?
(4 og 3 nikker)
(leser høyt oppgave 3)
Int: Skal vi gå gjennom oppgavene? Eller trenger dere et minutt til?
4: Nei, vi kan bare gå gjennom.
Int: Oppgave 1, hva tenkte dere der, på 1a)?
4: 3
3: 3
Int: 3 begge to? Hvordan kom dere fram til svaret?
3: Fordi han deler eplet i to, så tar han og deler ene halve delen i to igjen, men ikke den andre, så da blir det fortsatt en eplebit som er halv, og så blir det to andre.
Int: Kan du tegne hvordan han kan ha delt eplet?
(Vis tegning her)
Int: Sånn! Nå til oppgave b). Jeg ser dere begge har skrevet både ¼ og 1/3. Hva tenkte dere der?
3: Eg tenker en av de minste […] hvis det skulle vært (mener kanskje delt?) hele eplet, liksom, og alle skulle vært lik den (minste) delen, ville det vært ¼. Men hvis det bare liksom var de (tre) delene og ikke var (Hadde behov for å være?) like store ville det vært 1/3.
4: Ja.

Int: Okay. Så du sier at hvis du hadde delt bitene opp i […]
3: Like store.
Int: Like store biter, så hadde den minste biten vært ¼, og hvis de ikke var like store ville den (minste biten) vært 1/3?
3: Ja.
Int: Okay. Hva tenkte du, 4?
4: Eg tenkte det samme.
Int: Du tenkte det samme? Okay.

Da går vi over til oppgave 2.

Int: Sett ring rundt en tredel av boksene. Hva tenkte du, 4?
4: Eg tenkte […] Fordi der er 6.
Int: 6 ja. Seks bokser?
4: Ja. Det er 6 bokser. Men 6 […] og viss vi deler det på 2, blir det 3. Så da må vi sette ring rundt 2, fordi […] ja. 6 delt på 2 er […] 3?
Int: Okay! Hva tenkte du, 3?
3: Altså, det eg tenke var at, siden […] 6 er det dobbelte av 3, så må vi også doble den andre, akkurat som […] for eksempel, den […] brøken […] siden hvis man har 1/3 og skal gjøre den om til sjettedeler, så blir det […] 2/6 i stedet for 1/3.
Int: Ja, du gjorde om og fikk 2/6. Og da har du ring rundt hvor mange bokser av 6?
4: 2
4: 2
Int: 2? Yes.

Da går vi over til oppgave 3.

> Int: (Gjentar oppgaven) Så hvis du skulle ha stoppet etter å ha gått en tredel, hvor ville du satt krysset da? 3 først, tenker jeg.
> 3: Jeg ville tatt en av linjene bort, og så tatt en tredel av den ene (andre?) linjen. Men det er to andre hele linjer, og ville fylt de inn. Og da ville det jo vært 2/3 til, og fått fylt inn hele den andre (linjen).
> Int: Så du sier at en hel side får 1/3, og to hele siden får 2/3?
> 3: (Nikker)
> Int: Hva tenker du da, 4?
> 4: Vet ikke!
> Int: Jeg så at du satt et kryss, og hvorfor satt du det akkurat der?
> 4: Vet ikke. Bare […]
> Int: […] Du bare satt det der?
> 4: Ja.
> Int: Det så riktig ut?
> 4: Jeg bare satt det rett bortom […] (fniser)
> Int: Det går bra! Ingen svar er jo også et svar.

Da går vi over til desimaltall.

> Int: Kva er det første dere tenker på når dere hører ordet desimaltall?
> 3: 0,33333….3
> Int: 0,3333….3. Det er jo et desimaltall. Hva er det som er så spesielt med akkurat det desimaltallet?
> 3: Siden det desimaltallet er desimaltallet til en brøk […] nei, 1/3.
> Int: Er det noe mer spesielt med det desimaltallet?
> 3: Det er at i brøk så er den hel, men i prosent og […]
> Int: Desimaltall?
> 3: Ja, desimaltall. Så er det ingen som har funnet ut hvordan man kan koble de sammen til å bli en 100 prosent.
> Int: Okay. Så du sier at 0,3333 vil de på en måte fortsette uendelig?
> 3: Mhm.
> Int: Og hvis du setter de sammen, så blir det ikke akkurat 100 prosent?
> 3: Ja, da blir det 99,99999.
> Int: Det var jo gøy at du visste!

Når dere hadde om desimaltall, var det noe dere opplevde som veldig lett, litt lett, middels, litt vanskelig eller veldig vanskelig?

3: Veldig lett, for da vi var i første klasse, jeg og min beste venn, så gikk vi ofte fram på tavlen på SFO'en, og så skrev vi veldig lange regnestykker med desimaltall og sånt!
Int: Okay, så du fikk øvd deg en del i første klasse, altså?
3: Ja!
Int: Så når dere hadde det igjen i 4. klasse, så var det ganske lett for deg?
3: Ja.
Int: Du da, 4?
4: Litt lett.
Int: Litt lett?
4: Ja.

Var det noe der dere likte, eller som var spesielt vanskelig?

4: Eg likte det.
3: Det var gøyt.
Int: Ingenting spesielt vanskelig med desimaltall?
4: Nei.
Int: Nei. Og for deg 3, du fikk jo øve deg i første klasse, så jeg tenker det ikke var store overgangen for deg?
3: Ja.

Da blar vi om og gjør desimaltalloppgaver 4-6

Int: Som sagt, hvis dere sitter fast må dere bare gå til neste oppgave og heller løse de andre etterpå igjen. […] Skal vi gå gjennom oppgavene, eller trenger dere mer tid?
4: Gå gjennom oppgavene.
Int: Okay. På oppgave 4 ser jeg at dere begge har svart 0,4. Vi starter med deg, 4. Hvorfor har du svart 0,4? Hva tenkte du der?
4: Liksom […] Vet ikke […] Jeg bare får et svar oppi hodet, og så […]
Int: […] Det bare hørtes rett ut i hodet ditt?
4: Ja.
Int: Okay. Du da, 3? Hvorfor valgte du 0,4?
3: Fordi det, liksom […] Det som er det […] mest nærme fordi […] det er liksom […] litt mer enn 1/3. Og […] Ja, 0,4 er litt mer en 1/3.
Int: Okay, 0,4 er litt mer enn 1/3? Ja?
3: (Utydelig hva som ble sagt her, litt mumling)
Int: Okay? Så ser jeg at du har svart 0,15 på oppgave 5. Hvorfor valgte du akkurat det desimaltallet?
3: Fordi det er, […] altså, selve den kolonnen, liksom […] jeg har sett hvor lang (bred?) den var, og så har jeg tatt og like lange bortover hel, og det ble 8, og hvis du ganger 15 med 8 så blir det 100 da, og siden det […] er desimaltall blir det akkurat en hel.

Int: Ja, det høres jo logisk ut det! Du da, 4? Jeg ser du ikke svarte på oppgave 5. Hvilket desimaltall tror du passer best?
4: Vet ikke.
Int: Tør du å gjette?
4: Hva?
Int: Tør du å gjette?
4: Nei.
Int: Nei, okay. Det er selvsagt lov å la være å svare, det er jo et svar i seg selv. Okay, på oppgave 6 tenker jeg at jeg lar 4 få lov til å begynne å svare. Hvorfor har du plassert det desimaltallet på akkurat det stedet på tall-linjen?
4: Fordi eg synes det var det som passet, liksom, eg synes det passer der, fordi […]eg bare lagde en strek der ved et uhell, så bare, der kan 0,10 være. (Uttaler der som null-komma-ti)
Int: Okay, og 0,06 da (Null-komma-null-seks)? Hvorfor akkurat der?
4: Det samme sånn som tieren. Det passer der.
Int: Det bare passet der, ja?
4: Ja.
Int: Okay. Og så svarte du ingenting på siste tall-linjen. Hvor ville du gjettet 0,9 skulle vært plassert på linjen?
4: […] Kanskje der?
Int: Kanskje der ja? Okay, midt mellom 0,5 og 1?
4: Ja.
Int: Alright. Du da, 3? Hvordan var det du tenkte?
3: Jeg tok og brukte linjalen der, og så tok eg først og, […] så, […] brukte linjalen og så hvor lang det var til femmeren.
Int: Altså, til 0,5?
3: Ja, 0,5. Sånn at eg ser hvilke andre tall som det kunne være lengre bortover på tall-linjen, da for å kunne komme til 0 da. Og […] da ble det en halv centimeter, det var der det ble plassert 0,10 (null-komma-ti) fordi hele strekningen (fra 0 til 1) er 5 centimeter.
Int: Okay. Og null-komma-ti, som du sier, det […] Hvis du skulle gjøre det om til en brøk da?
3. 0,10?
Int: Ja, hvis du skulle gjøre det om til en brøk, eller til prosent om du vil?
3: 10 […] 20?
Int: 20 prosent? Mellom 0 og 0,5, tenker du? Eller hele tall-linjen?
3: Fordi hele tall-linjen er 5 centimeter […] 10!
Int: 10? Prosent?
3: Mmm, ja.
Int: Og neste linjen med 0,06, hvorfor plasserte du den akkurat der?
3: Eg tok ikke og regnet så mye ut, men eg bare […] tenkte at siden 0,06 er bare liksom 0,04 […] desimal […] mindre enn 10, så bare tenkte eg at [..] ja, bare […] litt lengre inn enn 0,10 (null-komma-ti) mot 0.
Int: Okay, så du tenkte at 0,06 var mindre enn, som du sier, 0,10 (null-komma-ti), og derfor måtte være nærmere mot null?
3: Ja.
Int: Og siste linjen der da? Hvorfor akkurat 0,9 der?

3: Fordi […] hvis man tar og ser på linjalen så vil det da være […] 5 bort hele strekningen.
Int: 5 centimeter bort hele strekningen?
3: Og da […] er 0,5 i midten der, og så […] siden den halv centimeter på hver ting (hver tiendedel er en halv centimeter) oppover, til en hel, som er 5 centimeter, så tenkte at det måtte være […] ja […] bare 9 halve centimetere, fordi […]
Int: 9 halve centimetere? Ja, ja, okay! Hvor mange centimeter blir det da?
3: Siden 5 er hele, blir det 4,5 centimeter.
Int: Ja, det ser ut som du har plassert den ganske nærme ved 4,5 centimeter. Fint at du dobbelsjekker.

Da går vi over til prosent.

Int: Har dere hatt mye om prosent i undervisninger denne perioden?
(Begge rister på hodet)
Int: Nei? Okay. Hva er det første dere tenker på når dere hører ordet prosent?
4: Eg tenker på at eg liker nødt eller sannhet og prosent.
(Latter)
4: Og så spør de meg spørsmål «hvor mange prosent liker du det» eller, bare […]
Int: Og hva er det du svarer når de stiller deg slike prosentspørsmål?
4: Eg pleier å svare noen ganger 20, 100, 50, er det eg pleier å svare.
Int: Okay, og hva betyr det hvis du liker noe 100 prosent da?
4: At eg liker det veldig, veldig godt.
Int: At du liker noe veldig mye?
4: Ja.
Int: Og du da, 3? Når du hører ordet prosent?
3: Fortsatt […] litt […] altså, det samme med 1/3. 0.333333. 33 prosent.
Int: Okay, så du assosierer det med at prosent ikke kan bli nøyaktig?
3: Ikke alltid (Noen ganger).
Int: Ikke alltid, nei. Selvfølgelig, ikke alltid.
4: (hvisker) Eg vil ikke gå til neste oppgave.
Int: Dere vil gå til neste oppgave?
4: (hvisker) Nei. Vil ikke
Int: Du vil ikke?
4: Nei.
Int: Okay. Men her på disse prosentoppgavene kan dere samarbeide, sant?

Blar om og gjør prosentoppgave 7-9.

Int: For å presisere, hekto er en tiendedel av en kilo. Så en hekto er […]
3: Altså 100 gram.
Int: Ja, 100 gram. (leser høyt oppgave 7.)

3: 40 kroner. Per […] hekto.
Int: Okay, du svarer 40 kroner. Hva tenker du da, 4? Hvis prisen gikk opp opp med 10 prosent, og prisen var 20 kroner. Hva var prisen hvis den gikk opp med 10 prosent?
4: Vet ikke.
Int: Du da, 3? Hvorfor tenkte du 40 kr?

3: Fordi hvis man, siden, hektogram er en tiendedel av en kilo, og da tar man og tar en til prosent, så vil det bli to hektogram, liksom, bare at da dobler man også 20 kroner med to og da blir det 40 bare det ikke er to hektogram som man tar og deler de hektogrammene på to, så blir det 40 kroner for et hektogram.
Int: Okay, hvis jeg sier at vi ikke endrer hvor mange hekto det er snakk om, men bare prisen. Hvor mye er 10 prosent av 20 kroner? Hvis du gjør 10 prosent om til brøk? […] Hva er maks prosent du kan ha?
3: Jeg skjønner ikke hva du mener.
Int: 0 til 100 prosent, sant? Hvis du bare har 10 prosent da? Hva blir det om du gjør det om til brøk?
3: Da blir det et hekto gram, 10 hvis hele er en kilo.
Int: hvis vi går bort fra hekto og kilo nå, og fokuserer på 20 kroner.
3: 5?
Int: Hvis jeg sier at 10 prosent er en tiendedel? Hvor masse en tiendedel av 20 kroner da?
3: 2?
Int: 2, ja? Okay? Når har vi funnet ut av 10 prosent av 20 kroner. Du sa det var?
3: 2.
Int: 2 kroner. Så hvis vi legger til 10 prosent til prisen, hvor mye koster det da? Hvis vi fant ut at 10 prosent er 2 kroner? Og vi legger til 10 prosent til 20 kroner?
3: 22?
Int: 22, ja? Nå koster smågodtet 22 kroner.

Går over til oppgave 8. (Leser høyt).

3: 20?
Int: Hvorfor sier du 20, da?
3: Fordi 50 prosent av 40 kroner er 20. Det er det samme som halvparten.
Int: Halvparten, ja?
4: Ja, det er sant.
Int: Høres det riktig ut?
4: Mhm

Går over til oppgave 9. Leser høyt og tydelig

3: Fordi de trodde det var veldig mye mer enn vanlig. Men det er jo sjeldent at det blir tvillinger da, så […] da blir det det dobbelte. Men […] det blir allikevel ikke så veldig mye, fordi det er så få som blir tvillinger.
Int: Ja, godt svar. Det var faktisk en avisartikkel hvor de skrev at det var 100 prosent flere tvillingfødsler dette året enn de siste 100 år til sammen. Men det var jo bare en tvillingfødsel de hundre årene før, og dette året var det to tvillingfødsler.
(Begge ler litt)
Int: Det doblet seg. 100 prosent høres jo voldsomt ut. Så når noen sier «100 prosent økning», men 100 prosent av hva? Er det 100 prosent av 1, eller 100 prosent av […] 100?

Tror dere at det er viktig å lære om brøk, desimaltall og prosent? Hva tror dere at det kan brukes til? (Denne delen ble ikke tatt opp med lydopptaker, men ble skrevet ned i stikkord. Det vil derfor ikke helt reflektere hva som faktisk ble sagt.)

3: Det brukes til å kunne dele en kake, for eksempel. Altså, for å finne ut hvor mange deler den skal deles opp i. Eller for å finne hvor mye som er igjen.
Int: Mener du at brøk kan brukes til å dele rettferdig mellom personer?
3: Ja.
Int: Hva med desimaltall da?
3: Det samme som med brøk.
Int: Hva kan desimaltall brukes til?
3: For å måle mindre deler enn en hel.
Int: Prosent da? Mener du det er viktig å lære om det?
3: Ja, fordi de alle henger sammen.
Int: Kan du tenke deg noe som prosent kan brukes til? Til salg eller noe sånt?
3: jeg ville brukt alle tre.
Int: Hvorfor det?
3: Siden de henger sammen, spiller det ikke noen rolle hvilken du bruker. Det er bare å regne seg fram til det.
4: For å lære mer ting i matematikk. Med pluss, minus, gange, dele.
Int: Kan du tenke deg hva brøk kan deles til?
4: Hvis man ikke kunne noe om brøk, ville man ikke vite hvor mange biter man skulle dele noe i. Hvis man hadde venner på besøk, og dere var fem til sammen, ville man vite at man skulle dele pizzaen i 10, for da ville alle få likt.
Int: Desimaltall da?
4: Viktig fordi man vet mer jo mer vi lærer.
Int: Når tror du man kan bruke desimaltall?
4: Hm.
Int: Hva med å måle noe?
4: Ja, hvis man har en halv av noe, må det skrives med desimaltall.
Int: Bare hele tall blir ikke nøyaktig nok?

4: Nei, da blir det enten for langt eller for kort.
Int: Hva med prosent da?
4: Desimaltall har jo sine egne «prosenttall». Jeg tenker at prosent kan brukes til å dele opp.
Int: Hvor tenker du prosent kan brukes? Har du noen gang sett prosent mens du har vært ute og handlet?
4: Nei, egentlig ikke.
Int: Hva med klesbutikker?
4: Nei. Vent, jo! Når klær er på salg, står det jo at det koster 50% mindre, eller andre prosenter.

7.8 Vedlegg 8. Transkripsjon lærer 1:

Int: La oss begynne først med litt om deg selv. Hvor lenge har du jobbet som matematikklærer på barnetrinnet?

> Jeg har vel egentlig jobbet som matematikklærer siden jeg begynte som lærer, som begynner å bli 19 år nå. Fra studiet mitt opprinnelig så var det jo veldig lite vekt på antall studiepoeng, det var bare 15 studiepoeng som var obligatorisk på den tiden. Så det var bare det jeg hadde med meg inn. Så har jeg nå i år tatt videreutdanning i matematikk for første gang. Men undervist matematikk hele tiden som lærer.

Int: Så du har lang erfaring i faget da?

> Mer eller mindre. Det har kanskje vært noen år der jeg ikke har undervist i matematikk, men stort sett har jeg hatt faget. Mest på mellomtrinnet.

Int: Når du har introdusert brøk, desimaltall og prosent, hvilke misoppfatninger har du sett dukke ofte opp? Hvis vi begynner med brøk?

> Ja, nei, innenfor brøk, hvis vi begynner med det? Så er det å gjøre de oppmerksom på at brøk kan ha ulike roller, at en fjerdedel trenger ikke alltid være 0,25. Hvis vi bruker tallinjen 0-1 for å representere det, så er det mange som får et forhold til en fjerdedel som 0,25, eller som 25 prosent, men en fjerdedel kan ha mange ulike roller alt etter hva «helheten» er. At en fjerdedel kan stå både som del av en helhet, eller det kan stå for et tall i deg selv. Innenfor brøk så er de mest vanlige misoppfatningene jeg legger merke til på mellomtrinnet er at de gjerne over-generaliserer algoritmer og sånt som de har lært seg. For så lenge vi har jobbet grundig med brøkbegrepet i utgangspunktet og delt det opp i deler, så pleier de stort sett å få det med seg. Men når vi begynner med algoritmene da, og for eks. addisjon og subtraksjon med felles nevner, og så skal de videre til multiplikasjon og begynner å finne felles nevner der óg. Det er veldig fort gjort. Eller hvis de skal videre… Noen få 7.-klassinger går videre til divisjon med brøk. Og at de da lærer seg algoritmen å gange i kryss eller å snu den siste brøken. Og da begynner de plutselig å snu den siste brøken i multiplikasjon også, fordi de husker at «det var noe greier vi måtte gjøre». Så det å holde alle tingene fra hverandre, det er vel det jeg oppdager mest med brøk. Noen kan tenke at brøken, eller brøkstreken er et desimaltegn har jeg vært ut for.

Int: For eksempel at en ¼ tolkes som 1,4?

Eksempelvis. Det er vel de tingene som jeg har opplevd. La meg se på notatene… Det er vel de tingene jeg oftest legger merke til. Og så styrer de ofte litt når vi skal begynne med for eksempel en hel og en tredjedel, og så skal de for eksempel legge til to hele og to femtedeler, da blir det veldig vanskelig å forstå at de hele kan summeres sammen uavhengig av brøkene og finne fellesnevner der. Så når det blir blandede tall, kan de rote det litt til. Men hva slags misoppfatninger det går ut på…?

Int: Kan det tenkes at en misoppfatning med blandede brøk kan være at heltallet ganges med brøken, som for eksempel $2\frac{2}{5}$, at det kan stå for $2 \cdot \frac{2}{5}$?

Ja, muligens at noen tenker det. Slik som når de jobber med algebra, og det står et tall foran uten multiplikasjonstegn.

Int: Ja, som 4a står for 4 · a?

Ja, det kan godt være.

Int: Desimaltall da? Hvilke misoppfatninger dukker ofte opp der da?

Den ene tingen er felles med brøk, er når de skal multiplisere med desimaltall, for å gå inn i den algoritmen, bruker regneoperasjonene, så er det fryktelig vanskelig ¨å forstå at når skal multipliseres med 0,5 eller ½ i brøk, at når noe skal multipliseres med noe som er mindre, så kan det bli større (Tror kanskje hun mener at vanligvis med to tall som multipliseres så blir tallet større, men med desimaltall og brøk blir tallet mindre. Og divisjon med desimaltall og brøk blir tallet større). At en halv gange en halv blir 0,25, at det ikke blir en halv eller en hel, men noe mindre. Det er vanskelig å forstå. Også med desimaltall så er det typisk det med posisjonssystemet, og få det inn. I forhold til at 0,23 (Null-komma-to-tre) i forhold til 0,7, så leser de desimalene som heltall og leser det som null-komma-tjuetre, og 0,7 uttales som null-komma-sju, og så tenker det at 23 er større. Hvis jeg klarte å forklare det?

Int: Ja det er litt spennende! Jeg hadde intervjuet fire elever, og de skulle plassere desimaltall på en tallinje fra 0-1, med 0,5 i midten. Så skulle de plassere 0,10 (null-komma-en-null).

Ja, det kan de fort lese som null-komma-ti, og ville plassert den der (på enerplassen på tallinjen).

Int: Ja, to av de fire jeg intervjuet plasserte faktisk 0,10 (null-komma-en-null) på enerplassen.

Ja, det kan jeg se for meg. Det har jeg vært ut for mange ganger. Da vi jobbet med posisjonssystemet, så vi på for eksempel 0,66 i forhold til 0,6, og kjøre på med slike oppgaver, for da ser man klart forskjellen. Da kommer man over i de diagnostiske oppgavene, kanskje. Skiller ut de som virkelig har forstått det og ikke. For 0,1 i forhold til 0,5 vil jo kanskje ikke gi det samme, men om man skriver 0,10 da blir det umiddelbart diagnostisk.

Int: Det kan tenkes at når de sier null-komma-ti, så plasserer de tallet ti inn i en posisjon.

Det er det de gjør. I stedet for at vi uttaler det for de som null-komma-en-null. Måten vi sier det på. Noen ganger er det elever på et lavere trinn har jo ikke skjønt dette med desimaltegnet, at de leser det som to separate tall. Og det kan man relatere til måten vi oppgir koordinater, sant? For da skriver man komma mellom de to tallene, og kan forveksle det med desimaltegnet. I utlandet skriver de ikke med komma som desimaltegn, men med punktum som desimaltegn? Kanskje de skiller koordinattall og desimaltall bedre fra hverandre?

Int: Ja, det kan jo hende?

Mhm

Int: Prosent og sånt da? Vi hadde fjerdetrinn nå i praksis, og prosentregning er ikke med som læremål. Jeg ønsket selvsagt å ta med noen prosentoppgaver, for å se hvordan de løste oppgavene. Det var litt utfordrende å lage diagnostiske prosentoppgaver og se hvilke misoppfatninger elevene hadde. Har du noen eksempler på misoppfatninger i prosent som du kan fortelle om?

Jeg tenker først på fjerdeklassinger, når de er så små, de har jo ofte et forhold til prosent når de bruker det i dagligtale: «Det er hundre prosent sjanse», «det er fifty-fifty». De har det kanskje inne uten at de er introdusert for prosent det i matematikktimene, det er de tingene vi må ta tak i når de skal over i mellomtrinnet. Så de har et utgangspunkt. Men misoppfatninger innen prosent? De holder på med det nå, hva er det de styrer med der? For eksempel at 25 prosent, at de er veldig opphengt til tallet 25, de låser det til tallstørrelsene, kan noen gjøre. Å prøve å få det til å gå opp for dem at når vi snakker om prosent, så snakker vi om hundredel. Hvis de skal finne ut hva 25 prosent av noe er, så går noen ned til 1 prosent, og ganger seg oppover igjen for å finne svaret. De styrer litt når de går over til prosentregning. Forskjellen mellom for eksempel når antall elever økte fra 15 til 20 elever. Hvor stor var økningen? Så finner de differansen, nei, reduksjonen i stedet for, for de skjønner ikke helt hva som skal hvor, og hva som utgjør hundreprosenten: Er hundreprosenten der de startet eller hundreprosenten det som er mest? De vil jo veldig ha hundreprosenten til den som er mest. Men det vil jo ikke være hvis en økning som skal representeres. Den er vel kanskje en misoppfatning? Og så det med at de tar en hundredel, det er det jo greit, der er en prosent. Men å få de til å relatere 1/10 til ti prosent kan være vanskelig, for de ser tallet 1 i en 1/10, og da er det fort gjort å tenke på det som «en prosent». Hvis de sier at «en tidel av elevene, gjør om til prosent», tenker de da at det er snakk om 1 prosent. De sliter litt med en tidel og en hundredel, 10 prosent og 1 prosent.

Int: (Referer til oppgave 9 fra intervjuene.)

Ja, for noen kan 100 prosent være veldig mange.

Int: Ja, og det kan også være veldig få.

Ja, det kan det også være. For noen vil 100 prosent være sykt mye, måten de bruker det i sin dagligtale. Igjen, hvis det representerer en økning, kan 100 prosent være noe lite til å begynne med, og så skal man opp derifra. Samtidig lærer man elevene at det ikke går an å si «jeg er 110 prosent sikker!», men samtidig kan man 110 prosent av noe, på en måte!

Int: Vanskelig det der!

> Og en annen ting jeg kom på, tilbake til brøk, det der med at de skal skjønne at det skal deles i like deler, sant? Det er noe grunnleggende de må få inn. Det er som oftest vanskelig å forstå at delene må være like når de skal relatere ting i forhold til hverandre. Og kjempevanskelig det her med når man skal for eksempel se brøker i forhold til hverandre, hva er mest av 97/98 eller 96/97, å klare denne der forståelsen av hvor stor er egentlig delene, hvis vi deler i flere deler, så blir hver eneste del mindre. Fordi de relaterer det til at kanskje hvis nevneren er høyere enn en annen nevner, så er det også det høyeste tallet. Det å se de tingene der. (1/7 > 1/8, men 6/7 < 7/8)

Int: Ja, det var jo det med at delene skal være like store. (Viser oppgave 1). Her svarte alle elevene at eplet var delt i 3 deler, alle svarte at den minste delen var ¼. Men en elev oppga også 1/3 som et mulig svar, hvis vi så bort fra forutsetningen om at alle delene måtte være like store.

> Ja, men det går jo an i for eksempel i noe som man kaller for en mengdemodell i brøk da, og det går jo an å si, for eksempel med epler med ulik størrelse, så går det an å si «nå kan du ta to av fire epler» som en brøk, selv om to av eplene er bitte små og to andre er kjempestore. Så i en mengdemodell så går det an. Og hos de yngre finnes slike misoppfatninger, og da kan det være greit å gjøre de oppmerksom på de ulike modellene, som å representere brøk på en tallinje, som arealmodell, eller som mengdemodell, og at de oppfører seg forskjellig.

Int: Så er det jo det med språket, til elevene og lærerne. Kan du tenke deg noen måte språket kan gi opphav til noen misoppfatninger?

> Oi, jeg kommer ikke på noen uttrykk nå med en gang. Man vet jo at man skal snakke elevens språk og det der. For eksempel i brøk da, så er det jo veldig sånn bevisstgjøring innen de siste årene, tenker jeg. Eller kanskje ikke, kanskje bare jeg som har blitt mer erfaren. Men i stedet for å si, for eksempel en sjettedel, så sier vi en seksdel, for å unngå ytterligere forvirring der. Sånne ting. Og i forhold til språk, altså, det å bruke språket… En prosent betyr en hundredel, uansett av hva du har. Dele det i hundredeler og finne ut hva en er. At det ikke bare er å bruke «en prosent… en prosent», og så… ja. Er det noe andre språklige ting som vi må…?

Int: For eksempel med desimaltall, hvordan vi uttrykker…?

Ja, det samme som i stad, at hvis vi skal si desimaltallet 1,75, så heller si «en-komma-sju-fem» enn «en-komma-syttifem». Fordi syttifem høres ut som ett enkelt tall som vil da være høyere enn for eksempel 0,6, eller 1,6 i dette tilfellet. Eller, det vil det jo forresten være uansett! Det var et dårlig eksempel!

Int: Hvis vi tar 1,8 som et eksempel da?

Ja, for eksempel 1,8 da. 1,8 og 1,75. Men hvis vi heller sier «en-komma-sju-fem», så hjelper vi de mye på veien.

Int: Har du noen konkreter som du bruker i arbeidet med brøk, desimaltall og prosent som du finner nyttig?

Tallinje er jo alltid fantastisk. Å plassere, relatere det, kjøre doble tallinjer hvis du har brøker som skal sammenlignes. Desimaltall og, bruker tallinje mye i desimaltallarbeid, spesielt for de som mangler det grunnleggende. Sånn som du beskrev i sted med å la elevene plassere tall på tallinjen. La de plassere de ut, la de prøve å forklare, ta de tilbake igjen, gjerne med noen lapper de klistrer på. Hva betyr egentlig det, dele opp tallinjen i tideler først, kanskje, så hundredeler. Veldig nyttig. Og så etter hvert utvide tallinjen for å ikke bare gå mellom 0 og 1, men gå videre. I alle egentlig, både i brøk, desimaltall, og prosent, så er tallinja veldig representativt, og for å se sammenhengen mellom brøk, desimaltall, og prosent. For å se sammenhengen mellom 0,1 og 10 prosent og 1/10. Ellers bruker jeg ulike representasjoner på tavlen i form av areal, tallinje, mengder, brøksirkler til å sammenligne brøker. Bruker kalkulator til å se på brøker for å hjelpe de å se på brøkstreken som divisjon, «delt på». Eller bruke et ord, når vi snakker om språket, «av»: En «av» fire deler, eller en delt på fire. Gjøre de oppmerksom på de tingene tenker jeg er viktig, måten vi ser det på. Multiplikasjon med brøk, en halv ganger to, du skal ha «en halv av to». Bruke noen ord som de kan relatere til en praktisk situasjon, kanskje lettere for de.

Int: Tenker vi går litt mer over på kartleggingsprøver. Har du noen spesielle tanker om det? Hva tenker du om kartleggingsprøver?

Ja, det som vi bruker på skolen her med kartlegging, så er det de pålagte prøvene som vi skal ha fra nasjonalt hold, sånn at den siste matematikkprøven som disse måtte ta var de nasjonale prøvene i 5. trinn. Men i tillegg bruker vi multi sitt læreverk og funnet de prøvene der ganske nyttige. Både fordi at de kan tas digitalt og det er enkelt og greit, og fordi man får ut resultatscore som du kan gå inn og analyse nærmere, der det trengs. Man kan gå inn og se hvilke oppgaver elevene har gjort feil på. Det som er synd er at jeg ikke hvordan de har tenkt eller hvordan de har gjort. Da må jeg ta de til side, i så fall. Men jeg kan finne ut hvilke oppgaver de har gjort feil og se om det er noen gjengangere der. Så de blir brukt på den måten, se videre på de oppgavene de ikke helt fikk til og sånt. Alle-Teller har jeg brukt en gang for lenge siden, men har brukt veldig lite, egentlig. Og Hvis jeg har brukt den, så er det kanskje bare tatt den på de svakeste elevene, der jeg ønsker å få avdekt misoppfatninger eller annet. I stedet for å kjøre alle gjennom den, hvor jeg vet at noen kan score høyt og har det grunnleggende i orden. Tenker Alle-Teller går vel mest, eller, nesten bare på talloppfatning og tallforståelsen og tallbegrepene. Sånn at de jeg ser har det i orden drar jeg ikke gjennom den prøven. Og ellers når det gjelder kartlegging, så er vel kanskje den aller mest nyttige den som jeg gjør hver eneste time, enten at jeg går bort og rundt og ser hva de gjør, men ofte bruker sånn der «utsjekk» i døren. Og jeg prøver å gjøre det «diagnostisk», der de tar ut essensen med det vi har jobbet med. Sånn at, hvis vi går tilbake igjen til det vi snakket om i sted, hvis vi har hatt om desimaltall, så kan jeg for eksempel skrive opp 0,6 og 0,23 på tavlen, og noen andre slike, 0,6 og 0,66. Noen desimaler. Og så ber jeg de om å skrive på en gul lapp med «Større enn», «er lik» eller «mindre enn», sånne tegn imellom. Og da avdekker jeg ganske fort på vei ut om de har skjønt essensen i akkurat det vi har jobbet med.

Int: Pleier du å bruke prøver før et tema? Eller pleier du å bruke det etter et tema?

Litt begge deler. Nå de to siste temaene vi har hatt, har vi hatt det i forkant av tema for å plassere elevene inn i nivå-grupper sånn at vi kan jobbe litt på det nivået de befinner seg på. Så har vi hatt det etterkant og, kanskje. Men jeg synes det er kanskje enda mer nyttig å ha det i forkant. For da ser jeg hva de kan og hvor jeg må legge trykket. Og hvis jeg har det i etterkant av et emne, så tenker jeg det har veldig liten verdi hvis vi ikke har tid på en eller annen måte til å plukke det med oss videre. Men der har vi et system her på skolen som er sånn at hvis vi har en kartleggingsprøve en gang, så fører elevene, hvis det er noe de har problemer med, så formulerer vi et læringsmål, som de fører inn i slike mapper de har, sånn at de kan jobbe med det når de har sånn tid til individuelt arbeid. Så kan de jobbe med de målene der, så prøver vi å hjelpe de med å finne ut hvordan de kan jobbe fram mot målene, «greit, det betyr at du kan gjøre sånn, eller sånn, eller sånn». Utover det, så har det liten verdi med kartlegging, tenker jeg. Utenom eventuelt bare å få konstatert hva de strever med, og det opplever jeg at jeg ofte vet likevel.

Int: Sånn at du vet det allerede på forhånd, før slike kartleggingsprøver?

Ja. Så det er i så fall for å bekrefte det, og elevene får vite det mer selv og hva de skal jobbe videre med.

Int: Bare får å gjøre elevene obs på hva de har misoppfatninger om?

Ja.

Int: Supert! Siste spørsmål: Hvilken grad av nytte ser du i bruken av slike kartleggingsprøver i klasserommet ditt? På en skala fra ikke nyttig til veldig nytte, hvor vil du plassere slike kartleggingsprøver, både før og etter et tema?

Jeg synes at, på en skala fra 1-10, vil jeg si at det er kjempenyttig å gjøre det i forkant, spesielt med de elvene jeg vet er litt svake. For eksempel, hvis jeg hadde hatt tid til å ta med meg den svakeste gruppen, jobbet på tallinjen mer før arbeidet med desimaltall og sett, både for å få bekreftet hvor problemet ligger hen og få kartlagt det, og samtidig en sånn type diagnostisk prøvesituasjon hvor man har tid til å være sammen med de så blir det i tillegg dialogisk, sånn at du kan snakke med de om det, vise dem, få avdekke det sånn ordentlig. Men som sagt en diagnostisk prøve i etterkant av et tema som man ikke følger opp i, synes jeg nesten er litt meningsløst. For da er det ikke noe vi skal jobbe videre med, og jeg får bekreftet hvilke elever som strever med det hvis jeg ikke har tenkt å ta det videre igjen.

Int: For da er det som oftest at man gå over til et nytt tema?

Og de drar det helt sikkert selvfølgelig med seg inn, men mye kjekkere, eller mye bedre å ha det i starten av et emne. Ja, eller de der på utsjekk ut på vei ut fra timen som blir litt smådiagnostiske ting underveis, og så kan jeg enten der og da stoppe de elevene jeg ser har feil og ta det opp med dem hvis jeg har tid. Eller vite det til neste timen at «her var det mange som hadde feil», «dette var en utbredt misoppfatning i klassen, dette må jeg bruke mer tid på i timen etterpå». De er veldig god.

Int: Da får de en slags kognitiv konflikt på hva de tenker?

Absolutt. Det er veldig kjekt å lage de kognitive konfliktene der. Sånn sett er det jo ikke de som er i starten eller på slutten, men de som er i undervisningsopplegget.

Int: I selve situasjonen, tenker du?

Ja, de er egentlig gull verdt. Det er lettest for min undervisning og for elevene, at de får en tilbakemelding på det de holder på med i timen. Det ikke alltid, si at de sitter, at det du har hatt noen gjengangere i et stoff og du har gjort noe praktisk i den timen der, og så sitter de der og jobber med oppgaver, og de jobber ofte sammen i læringspar og sånt, så de får jo på en måte en veiledning om de får de samme svarene, og om de er enige. Men samtidig kan det jo være at du er maks uheldig og har en elev som har jobbet med 10 oppgaver en time og alle er feil, fordi de ikke har skjønt noe. Og så bare: «Ja, nå er timen slutt, nå kan dere lukke bøkene og gå ut». Da tror eleven at han har gjort alt rett og jeg har ikke peiling. Sant? Så en sånn der «midt-i-timen» kartlegging er veldig nyttig.

7.9 Vedlegg 9. Transkripsjon lærer 2:

Int: Vi kan begynne litt om deg selv. Hvor lenge har du jobbet som lærer i skolen?

I fem år nå.

Int: Og da har du jobbet de fem årene som matematikklærer?

Ja. Mhm.

Int: Supert. Vi kunne begynne med brøk. Hvilke misoppfatninger opplever du dukker ofte opp i ditt arbeid med brøk i klasserommet?

Det er vel ofte det her med at delene må være like store. Det er det ikke alle som er så opptatt av, av elevene. Den dukker ofte opp. Og når de skal regne med brøk, når de skal legge sammen brøk, så legger de sammen teller OG nevner, for eksempel. Så man ikke helt ser at brøk er ett tall, men ser på det som to tall.

Int: Det er jo interessant det med at delene må være like store. For de elevene jeg intervjuet fikk noen oppgaver de skulle gjøre. En oppgave var å dele et eple i to, og så ene halvdelen i to igjen. Alle svarte at eplet var del i tre biter. Kan du tenke deg hva de ville svart om hvor stor del den minste biten var?

Jeg ville kanskje tippet 1/3, ville veldig mange svart tenker jeg.

Int: Disse elevene svarte alle ¼, men en elev svarte at hvis vi så bort fra at delene måtte være like store, ville minste biten vært 1/3. En lærer jeg intervjuet forrige uke nevnte dette med mengdemodell, at brøk representerer en mengde. Altså at man kan ta 1/3 av eplene, men kanskje eplene ikke er like store, kanskje 4 store og to små. Det kan være en måte som elevene ser på brøk?

Ja, det høres jo riktig ut det. Men en ting til som mange elever tror ½ er mindre enn ¼, fordi 2 er mindre enn 4. Den går ofte igjen.

Int: Det kan jeg tenke meg.

Men med en gang de får se det for seg, da er det noe annet enn om de bare sitter med tallene. De går ofte i fellen om de bare får se tallene.

Int: Tallene blir ikke konkret nok?

Nei. Mhm.

Int: Desimaltall da? Hvilke misoppfatninger dukker ofte opp der da? I arbeidet med desimaltall?

Ja, det må jo være det der, at for mange er det mystisk det der, at det er tall mellom de hele tallene. Så der kan man, der er det mye man kan rote med. Nei, hva som oftest dukker opp? Det er vel den klassiske med at man tror at hvis, for eksempel 0,09, så tror man at det mer enn 0,5, f.eks. For den nullen imellom ser de vekk i fra (9>5). Så det er ikke alle som har kontroll på alle plassene bak komma.

Int: Nei, så det er vel posisjonssystemet som elevene ikke er helt sikre på da?

Ja, de bare skanner etter det høyeste tallet, sant? Og så…

Int: Jeg leste en avhandling om desimaltall, der de pekte på to ulike måter å se på desimaltall. En måte var å se på det lengste tallet som det største, og noen ser på det korteste tallet som størst. Er det noe du ser ofte når de skal sammenligne desimaltall?

Ja, det lengste tallet er størst tror jeg mange ville valgt, for jo flere tall, jo høyere er det, sant?

Int: Ja sant? Det er jo på en måte sånn at de ser at 1000 er større enn 100, for den har jo flere siffer. Kanskje de overfører det til desimaltall også?

Ja, mhm. Det gjør de nok.

Int: Disse elevene fikk også noen desimaltallsoppgaver (Viser oppgaven her). Da skulle de plassere dette desimaltallet her på tallinjen (skriver 0,10 på arket, men sier det ikke). Hvor tror du de ville kanskje ha plassert det tallet?

Jeg tror mange ville plassert det her. (Peker på 1)

Int: På punktet på linjen hvor 1 står?

Ja, fordi det er det som ligner mest.

Int: Fordi det ligner mest, ja? Det var faktisk det to av elevene svarte på denne oppgaven.

Noen ville kanskje forlenget tallinjen, og plassert den her? (Peker bortover hvor 10 ville stått om vi forlenget linjen).

Int: Ja, det kan jo hende! Men hvordan tror du elevene ville uttalt dette desimaltallet da (0,10)?

Litt usikker på det?

Int: Hvis vi hadde sett bort i fra nullen på enerplassen, og bare sett på desimaltallene?

Ti? At de ville sagt ti?

Int: Det var det alle gjorde. Alle elevene uttalte desimaltallet som null-komma-ti. Tror du måten de uttaler desimaltall på kan gi rom for noen misoppfatninger?

Ja, mhm.

Int: To av de argumentere at siden 0,5 var i midten, og 0,5 var halvparten av 0,10, null-komma-ti som de uttalte det, så plasserte de den helt ytterst, dobbelt så langt unna fra 0.

Ja, den ser jeg altså!

Int: Hvordan ville du selv uttalt dette desimaltallet?

Som 0,1 (null-komma-en). For den (0,1**0**) ville jeg jo ikke tatt med. Sant? Dette er vel en sånn oppgave man bruker når man er ute etter å finne slike misoppfatninger.

Int: Er det noen flere aspekter ved desimaltall som du kan tenke på?

Det som mange av mine elever gjør når de skal sammenligne desimaltall, at de gjør sånn at tallene har like mange desimaler. De legger til de nullene, og noen tenker at «hvis jeg skal sammenligne disse to desimaltallene, må jeg legge til en null på denne også». For da er det lettere å sammenligne. Og da ser de det. Men det har vært det der at man kan legge til så mange nuller man bare vil, eller ta vekk. Det kunne de også ha gjort.

Int: Det er altså vanskelig for elevene å sammenligne desimaltall når de har ulikt antall desimaler i seg?

Ja, at de plasserer flere nuller bak som et hjelpemiddel.

Int. Yes, alright. Vi hadde ikke så mye om prosent på 4. trinn, siden det ikke er på læreplanen. Du har 7. trinn nå, og dere har hatt om prosent. Hvilke misoppfatninger om prosent dukker ofte opp der?

> Ja, hva som ofte dukker opp der? Det er en stund siden vi har hatt det, så det står litt stille for meg. Men det er nok litt av det samme, plutselig forvirrende at det er sånn, at hvis du skal finne 50% av 10, så er jo 10 mindre enn 50. Ja, så det er ikke alle som helt skjønner hva 100% er, at det er på en måte «alt».

Int: Hun andre som jeg intervjuet, hun sa at elever gjerne kunne se på tallstørrelsen på et prosenttall, og at, ja som du sier at 50% av 10, og gjerne ser på tallet 50 som større enn 10, og at der er en del vanskeligheter der.

> Ja, mhm. Det å skjønne at prosent er hundredeler, den sitter langt inne hos mange.

Int: Ja, det kan jeg tenke meg. Når man skal øke noe, kanskje noen elever tenker på 100% som en stor økning, eller 100% som en veldig stor mengde, eller helhet?

> Det tror jeg nok.

Int: At når de tenker store prosenttall, så tenker de veldig store tall, eller store mengder?

> Ja.

Int: Så det med språket, hvordan elevene ordlegger seg. Kan du tenke deg noen måter hvordan språket kan gi opphav til noen misoppfatninger?

> Hmm. Hos prosent?

Int: Desimaltall, brøk, prosent.

> Ja, det merker jeg veldig med det å ha kontroll på posisjonssystemet og disse plassene. Veldig mange merker ikke, altså… Hundre og hundredel, samme det, sant? Men der er det veldig tydelig i ordet at det, altså hundre og hundre**<u>del</u>**, det er jo ikke det samme ordet, men for mange går det litt for det samme, så derfor blander man det. Men å bli mer bevisst på den siste delen av ordet «hundredel», at det er delt i hundre. Der er det mange som sliter hos meg, i hvert fall. «Tidel» og … Og skjønne at hundredel er mindre enn en tidel, selv om hundre er mer enn ti.

Int: Det kan vel relateres til brøk igjen, den brøken med størst nevner er gjerne kanskje ikke den største brøken? For 51/100 er jo gjerne større en ½, men 49/100 er jo mindre enn ½. Sant? Det kan være litt vanskelig det?

> Og det var litt interessant i min klasse, for der skulle de lage sånn … de har en sånn oppgave med «ukens tall». Hver uke så gjør de litt forskjellig antall oppgaver da, men det er noen sånne faste oppgaver. Noen ganger er det 5 oppgaver, noen ganger er det 6, 7, 8. Og så før utviklingssamtalene, så skulle de lage sånn graf for å vise sin utvikling, vise til foreldrene hvordan de hadde gjort det på disse prøvene. Og så får de resultatet som en brøk, sant? 5/6, eller 6/6, og så videre. Og så brukte vi Excel, så skrev de det inn som brøk og så kom det ut som prosent, og så lagde jo grafen seg selv. Og der var det mange som, overraskende nok, ikke helt skjønte dette med at «okay, jeg hadde bare én feil når jeg hadde 5/6, og så hadde jeg bare én feil når jeg hadde 7/8, men så blir det forskjellig prosent». Den slet de med. Og da måtte du … Altså, begge delene var jo bare én feil. Så da måtte vi gjøre det veldig ekstremt, og si «du har gjort to oppgaver med bare én feil, og så har du gjort 100 oppgaver og gjort én feil. Hvilken har du gjort det best på?»

Int: Altså, hvilken feil vekter mest, tenker du på?

> Ja, 99/100 har du nesten alt rett, med 1/2 har du bare gjort halvparten riktig på.

Int: Selv det bare en én feil? Det var jo interessant.

> Ja, det var litt … og så det å se på, når du først har om brøk, så også se på desimaltall og prosent.

Int: Å se de i sammenheng?

> Ja, for det er jo det samme. Bare forskjellige … ja.

Int: Bare forskjellige måter å uttrykke det på?

> Ja.

Int: Ja, det var jo spennende. Absolutt noe å legge merke til når man arbeider med det, at det er en og det samme.

Ja, og uansett hvilken av dem de har om, så er det med en gang du tar fram de brøkstavene og bruker konkretene, så «åja!», så ser de det med en gang.

Int: Sånn «aha»-øyeblikk hos elevene?

Så de funker veldig bra.

Int: Når du snakker om konkreter, slik som brøkstaver. Er det andre konkreter du bruker i arbeidet med brøk, desimaltall og prosent?

Jeg bruker en del Smart-board, for der kan du lage former og trykke på «del opp», så får du helt like deler. Du kan dra de ut, og du kan endre på dem. Så den funker veldig bra.

Int: Den er veldig interaktiv, da?

Ja, mhm. For det der å skulle tegne en brøk for hånd, og så sier du samtidig at det er veldig viktig at delene er like store, og så tegner du tredjedeler, og de er umulig å lage like store. Så ja, så derfor er det veldig greit å bruke slike presise illustrasjoner på tavlen. Eller så kan vi jo bruke, vi bruker jo en del selve klassen. Altså sånn, når vi snakker om brøk som en del av en mengde, sant? «Hvor mange her er sånn og sånn»?

Int: Knytte det opp til statistikk, da?

Ja, mhm. Og det med å forenkle er også vanskelig for veldig mange, å forenkle en brøk. Der skiller det veldig på en måte … nivåene fra hverandre, mellom de som med en gang tar den, og de som trenger mer hjelp der.

Int: For den siste gruppen kan det kanskje være greit å la være å forkorte brøkene?

Ja, men samtidig når du er i 7. trinn så kommer man på en måte ikke unna å … ja. Å se den, sant?

Int: For eksempel «en av ti sier», kan de kanskje tenke at «var det bare ti som svarte», når det kanskje var 100 av 10.000 som svarte?

Ja, for grunnen til at man forkorter er jo at da er det lettere å se for seg, sant? Enn å si veldig store brøker, og så er det det samme som, for eksempel ½.

Int: Kartleggingsprøver, eller diagnostiske prøver. Hva tenker du om det?

Ja, vi brukte faktisk en sånn prøve nå med noen oppgaver hentet fra matematikksenteret, for der var det listet opp litt sånne forskjellige typer misoppfatninger, og noen oppgaver til dem. Så da klippet jeg ut noen av de oppgavene, jeg har de her, hvis du vil se? (Viser prøveresultatene). For da skulle de, da kunne du avdekke hvilke elever som hadde de forskjellige misoppfatningene. Og det ble veldig tydelig for enkelte. Denne eleven hadde krysset av 1/3 på både denne og denne figuren (viser til oppgaven). Og det gjorde veldig mange, og det overrasket meg. Og denne, «hvor stor er den røde delen?». Den er jo en fjerdedel.

Int: Litt samme som den epleoppgaven?

Ja, den var veldig lik som denne. Så her var det forskjellige typer misoppfatninger, der hvor delene måtte være like store, der var det flest som gjorde feil på. (17.30) Denne også var det mange som slet med, den må du se i sammenheng med desimaltall. 0,46, har ikke peiling. Hadde de visst at det var hundredeler og tideler, det er en brøk. Disse type oppgaver var også vanskelig for de. 3/3, men her er det 9 ruter.

Int: Kanskje når de ser 3 av 3 deler, og kanskje bare krysser 3 ruter?

Det ville veldig mange gjort, men denne oppgaven klarte de aller fleste. Jeg ser hva mange kan gjøre feil med den. Disse må du gjerne se på. (Viser prøvene de tok). Og så er det noen som skjønner alt.

Int: Her ja, i stedet for å doble og utvide brøken (1/2->2/4), plusser på 1 på både teller og nevner (1/2->2/3)

Ja, veldig mange gjorde det. En mindre del, sant? De lager sånne egne mønster. Jeg har en veldig kreativ elev som er svak i matematikk, men veldig kreativ til å lage egne løsninger. Det er en typisk elev som ikke sier «jeg skjønner ikke, jeg trenger hjelp». Han sitter der for seg selv og lager sin egen løsning. Og veldig ofte kommer han fram til et svar som han tenker «dette må være bra, for det har jeg jobbet med så lenge». Men så er det, ja, så da må jeg høre med han «hva har du tenkt her? Du tenker veldig mye lurt.». Så han har gått i veldig mange av fellene, da. Denne er det mange som gjør feil, setter desimaltall i brøken (0,5/6). En feil jeg gjorde med denne prøven. Denne tok jeg som en kartleggingsprøve, sant? Helt i starten. «Nå skal dere få noen oppgaver, og ikke tenk at det er en prøve. Bare gjør de oppgavene, så skal vi se hva vi trenger å jobbe med». Og så underveis tok jeg en oppgave felles. Og det angret jeg på med en gang, for da fikk jo alle sammen rett på den oppgaven. Men jeg vet ikke om de egentlig forstod det. For det var en elev som kom fram og viste det, og viste at det ble sånn og sånn. Da skrev jo alle det ned. Jeg klarte likevel å skjønne litt hvem som ikke helt har skjønt det, ut ifra hvordan de hadde gjort det på de andre oppgavene. Men det er en sånn sjokoladeoppgave.

Int: Mener du å finne del av en del?

Ja, sånn … Jeg var på et sånt kurs, og der snakket de om den oppgaven. Og nå har jeg drevet og lett etter notatene mine fra det kurset for å kunne gjøre det igjen da. Men der skulle du bruke ni eller ti av elevene som skulle gå ut på gangen eller noe. Og så på noen bord skulle du ha tre fat med ulike antall sjokolade(biter). Typisk en halv sjokolade, en hel … og det var det jeg ikke helt husker, det må jeg finne ut av først. Og så skulle de elevene komme inn etter tur og stille seg bak et av de fatene. Og så skulle de, sant, den første ville jo stille seg bak den det var mest sjokolade på. Og så etter hvert som de andre kom inn så skulle de velge et av fatene, men de måtte jo, hvis du valgte et fat, måtte du dele den sjokoladen med de som allerede stod der. Så de måtte tenke sånn «når får jeg mest sjokolade?» ut ifra det som var på fatene og hvor mange som stod ved hvert fat. Så det høres ut som en veldig lur oppgave som jeg har gledet meg til å gjøre med min klasse, men finner det ikke helt i notatene. Men det kan vi gjøre likevel, må bare … hadde bare lyst til å gjøre det akkurat slik det skal være. Men du hadde ikke hørt om den?

Int: Jo, når du nevner det, tror jeg at jeg har hørt om det, husker bare ikke hvor eller når. Men oppgaven går vel ut på at jo flere det er ved der det er mest sjokolade, jo mindre bit får hver elev?

> Den vet jeg ikke hvordan min klasse ville respondert på ennå, men den skal jeg gjøre. For det ble jo sånn enkel, altså, sånn … måten å finne ut av hvor mye du faktisk får var ikke så veldig vanskelig, fordi at personene som stod der ble telleren, eller nevneren, eller noe sånt.

Int: Du sa at du nå hadde brukt sånn kartleggingsprøve før et tema. Pleier du også å bruke det etter et tema?

> Mhm, da må jeg gjøre litt om på dem, da. Sånn at … Men det, ja … Da blir det mest nyttig, sant? For å se om de faktisk … For vi har også … Dette har vi gjort på hele trinnet, og ut ifra hvordan elevene svarte, delte vi de inn i tre grupper. Og så har vi nå hatt en undervisningstime i de gruppene. Så da hadde jeg med de svakeste elevene. Nettopp fordi at det … Altså, det er så stor forskjell på nivåene, at det å skulle dvele veldig lenge med at brøk skal være like store deler blir veldig kjedelig for de som har skjønt. De som skjønte det i 3. klasse, sant? Så derfor … har vi gjort det litt sånn.

Int: Hvilken grad av nytte ser du i bruken av slike prøver i ditt klasserom? Hvor i løpet av et tema ser du mest nytte av slike prøver? Før eller etter?

> Der har jeg i hvert fall sett det da. Og så har vi hatt sånn halvårsprøve, det er jo også en kartleggingsprøve. Der blir det også en nytte i form av at da kan man vise resultatene til foreldrene, sånn at de kan se hvor sitt barn ligger. Men de prøvene blir så veldig store, og da har vi ikke tid til å gjøre noe etterarbeid med det, sant? Så det blir fort litt sånn, «Oi nå så vi alt du ikke kunne», men vi har ikke mye tid til å gjøre noe med det. Så de store har ikke så mye for seg som de små, som du kan gjøre litt sånn …

Int: Underveis og sånt?

> Ja, for dette er gjort fordi at nå skal vi jobbe med det, sant? Mens de andre blir mer sånn «etter en stund skal vi se hva vi …». Og det blir jo nyttig det også, sant? Men, ja. Med disse prøvene (før et tema) kan man gjøre noe med det, da.

Int: Så jo tidligere, jo mer nytte da?

Ja, mhm. Tettere på det man jobber med.

Int: Hun andre jeg intervjuet oppga at prøver tatt i ettertid «bekrefter det du allerede vet» uten å kunne gjøre noe med det. Hun sa at det absolutt best å kunne ta tak i slike misoppfatninger i situasjonen, i klasserommet hvor elevene er. Tenker du noe lunde det samme?

Ja, jeg tenker det samme. Og jeg tenker også at det er fordel der med de som jobber på en skole som gjør at det er litt lettere å dele inn i nivå. På Landås skole har de lagt til rette for nivådeling, og timeplanen er lagt opp sånn. De har det faget på hele trinnet, og de blir delt inn i nivå der det trengs. Det er ikke så lett å gjøre det her, for våre timeplaner er ikke så koordinert til at … Det er bare en time i uken hvor alle tre kontaktlærere har sine klasser og ikke har noe spesielt, som gym eller andre typer timer som gjør at det ikke går an. For det med nivådeling er hvor du definitivt får mest utvikling hos elevene.

Int: Best utbytte av sånne prøver?

Ja, mhm.