



Høgskulen
på Vestlandet

MASTEROPPGAVE

Innsikt i elevers arbeid med eksisterende modeller

Insight into students' work with existing models

June Hove Heggås

Master i undervisningsvitenskap

Avdeling for lærerutdanning

Suela Kacerja

15. mai 2019

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 10.

Forord

Etter fem år med studier, er denne masteroppgaven det siste jeg gjør før jeg tar fatt på lærerjobb til høsten. Det har vært fem innholdsrike år, med mange nye venner og lærdom som jeg vil ta med meg videre inn i jobbtilværelsen.

Jeg vil takke først takke veilederne mine Suela Kacerja og Inger Elin Lilland som har trodd på meg, selv når jeg ikke har trodd på meg selv. Deres kommentarer og tilbakemeldinger har vært til stor hjelp for å skape litt system i kaoset i hodet.

Jeg vil også rette en stor takk til skolen som har sluppet meg inn i klasserommet slik at datainnsamlingen kunne finne sted, og til læreren som har vist entusiasme for temaet og lagt til rette for at jeg kunne gjennomføre studien slik jeg ønsket.

Sist, men ikke minst vil jeg takke gjengen på lesesalen for gode samtaler både om masterskriving og helt andre ting. Masterskriving er en stressende periode, og å gå gjennom det sammen gir en samholdsfølelse. Takk for støtte i stressende stunder, koselige pauser, latter og kortspill. Det siste halvåret hadde ikke vært det samme uten dere!

Vil også gi en takk til min mor som har hjulpet et slitent hode med gjennomlesning, korrekturlesning og støttende ord.

Mai, 2019

June

Sammendrag

Hensikten med denne masteroppgaven er å undersøke hvorvidt aspekter av modelleringsprosessen og diskusjoner knyttet til denne kan identifiseres i elevers arbeid med eksisterende matematiske modeller på mellomtrinnet.

I denne oppgaven forstås begrepet eksisterende matematisk modell som en modell som er i bruk i samfunnet, som representerer et fenomen i virkeligheten. Modelleringsprosessen forstås som prosessen der et problem fra virkeligheten løses ved hjelp av matematikk, der 6 ulike delprosesser utgjør helheten. Diskusjoner blir brukt om matematiske, teknologiske og refleksive diskusjoner som viser tegn på evne til å fortolke modeller, deres oppbygning og konsekvenser.

Datainnsamlingen til denne studien ble gjennomført ved å la en gruppe på 20 elever fra mellomtrinnet arbeide med ulike modelleringsoppgaver som tok utgangspunkt i eksisterende modeller og som endte med konstruksjon av egen lignende modell og en diskusjon om konsekvensene av disse modellene. Ved å tildele elevene oppgaven å lage en oversikt over prisforskjeller på et selvvalgt produkt i 5 ulike land, var ønsket å undersøke om elevene gikk gjennom noen av delprosessene i en modelleringsprosess og om det oppstod matematiske, teknologiske eller refleksive diskusjoner.

Gjennomføringen av datainnsamlingen ble delt inn i tre økter, 1) pilotøkt, 2) hovedøkt og 3) avsluttende og oppsummerende økt. I pilotøkta fikk elevene arbeide med ulike matematiske modeller og løse oppgaver som gikk på sammenligninger av ulike modeller. I hovedøkta fikk elevene introdusert Big Mac Index, og diskutere dens oppbygning, før de fikk konstruere en lignende modell basert på et selvvalgt produkt. I den avsluttende og oppsummerende økta fikk elevene avslutte arbeidet sitt og sammenligne resultatene. Gruppen på 20 elever ble delt inn i mindre grupper. Ved å benytte lydopptak og observasjoner av elevenes arbeid, kunne elevenes diskusjoner analyseres i etterkant, på søken etter aspekter av modelleringsprosessen og matematiske, teknologiske og refleksive diskusjoner.

Gjennom arbeidet gikk elevene gjennom flere av delprosessene i modelleringsprosessen og hadde både teknologiske, matematiske og refleksive diskusjoner. Disse diskusjonene og delprosessene kunne knyttes til spesifikke deler av elevenes arbeid.

Abstract

The purpose of this thesis is to investigate whether aspects of the modeling process and discussions related to it can be identified in students' work with existing mathematical models in the primary school.

In this thesis the term existing mathematical model is understood as a model that is in use in society, and represents a phenomenon from the real world. The modeling process is understood as the process in which a problem from the real world is solved by means of mathematics, where 6 different subprocesses constitute the whole. Discussions are understood as mathematical, technological, and reflective discussions that show signs of the students' ability to interpret models, their structure, and the consequences of using them.

The data collection for this study was conducted by letting a group of 20 grade 7 students work on various modeling tasks based on an existing model, the Big Mac Index, which ended with the construction of their own similar model and a discussion of the consequences of these models. By assigning the students the task of creating an overview of price differences on a self-chosen product in 5 different countries, it was desired to investigate whether the students went through some of the subprocesses in a modeling process and whether mathematical, technological or reflective discussions occurred.

The implementation of the data collection was divided into three phases, 1) pilot session, 2) main session and 3) final and summary session. In pilot quests, the students got to work with different mathematical models and solve tasks that went on comparing different models. In the main track, the students introduced the Big Mac Index, and discuss its structure, before constructing a similar model based on a self-chosen product. In the concluding and summarizing session, the students completed their work and compare the results. The group of 20 students was divided into smaller groups and received a task with three parts that had to be completed. By using sound recordings and observations of the students' work, the students' discussions could be analyzed afterwards, on the search for aspects of the modeling process and mathematical, technological and reflective discussions.

Through the work, the students went through several of the subprocesses in the modeling process and had both technological, mathematical and reflective discussions. These discussions and subprocesses could be linked to specific parts of the students' work.

Innhold

| | |
|--|-----|
| Forord | ii |
| Sammendrag | iii |
| Abstract..... | iv |
| Liste over figurer | vii |
| Liste over tabeller..... | vii |
| 1.0 Innledning | 1 |
| 1.1 Oppgavens tema | 1 |
| 1.2 Begrepsavklaring | 2 |
| 1.2.1 Eksisterende modell..... | 2 |
| 1.2.2 Modelleringsprosess | 2 |
| 1.2.3 Diskusjoner | 3 |
| 1.3 Avgrensning | 3 |
| 1.3.1.Tidligere forskning..... | 3 |
| 1.3.2 Oppgavens relevans | 5 |
| 1.3.3 Problemstilling..... | 6 |
| 1.4 Oppgavens struktur | 6 |
| 2.0 Teoridel | 7 |
| 2.1 Matematisk modellering | 7 |
| 2.2 Modelleringsprosessen | 8 |
| 2.2.1 Oppsummering av modelleringsprosessen | 12 |
| 2.3 Model-eliciting activities | 12 |
| 2.4 Matematisk modell | 15 |
| 2.4.1 Big Mac Index | 17 |
| 2.5 Ulike diskusjoner i modelleringsarbeidet | 20 |
| 3.0 Metodedel..... | 22 |
| 3.1 Valg av metode..... | 22 |
| 3.2 Datainnsamling | 23 |

| | |
|---|----|
| 3.2.1 Utforming av undervisningsopplegg | 23 |
| 3.3 Lydopptak | 30 |
| 3.3.1 Hvorfor lydopptak og ikke videoopptak? | 30 |
| 3.4 Observasjon | 31 |
| 3.4 Transkripsjon | 31 |
| 3.5 Utvalg av informanter | 32 |
| 3.6 Etske hensyn | 33 |
| 3.7 Reliabilitet og validitet | 34 |
| 3.7.1 Reliabilitet | 34 |
| 3.7.2 Validitet..... | 34 |
| 3.8 Analyseverktøy | 35 |
| 4.0 Analysedel | 36 |
| 4.1 Tegn etter modelleringsprosessen | 37 |
| 4.1.1 Tegn til systemavgrensning | 37 |
| 4.1.2 Tegn til matematisering | 40 |
| 4.1.3 Tegn til matematisk analyse..... | 49 |
| 4.1.4 Tegn til fortolkning og vurdering av resultater | 52 |
| 4.1.5 Tegn til evaluering av modellens validitet..... | 56 |
| 4.2 Tegn til ulike diskusjoner i arbeidet..... | 57 |
| 4.2.1 Tegn til matematiske diskusjoner..... | 57 |
| 4.2.2 Tegn til teknologiske diskusjoner..... | 60 |
| 4.2.3 Tegn til refleksive diskusjoner..... | 62 |
| 5.0 Diskusjon..... | 64 |
| 6.0 Begrensninger med studien | 70 |
| 6.1 Tidsramme | 70 |
| 6.2 Lærers påvirkning på elevenes prosess..... | 71 |
| 7.0 Avslutning | 72 |
| 8.0 Litteratur..... | 74 |

Vedlegg:

Vedlegg 1: Oppgaver 21.09.19

Vedlegg 2: Tilleggsoppgaver

Vedlegg 3: Gruppeoppgave

Vedlegg 4: Godkjenning fra NSD

Liste over figurer

Figur 1. Modelling Cycles (Blum & Leiß, 2007)

Figur 2. Modelling processes (Niss, 2010)

Figur 3. Modell av en matematisk modelleringsprosess (Blomhøj, 2003)

Figur 4. The types of discussions that might compose in the modelling routes
(Barbosa, 2010)

Figur 5. Illustrasjon av diagram over Red Bull priser. (GlobalBrandPrices.com)

Liste over tabeller

Tabell 1. Big Mac Index

Tabell 2. BigMac-tabell

Tabell 3. Elevtabell gruppe 3

Tabell 4. Elevtabell gruppe 4

1.0 Innledning

Elevene skal ha innsikt i hvordan matematikk brukes i dagligliv, samfunnsliv, vitenskap og teknologi. Det innebærer å ta en problemstilling fra virkeligheten, omformulere den til en matematisk modell og tolke modellen i lys av den opprinnelige situasjonen. Elevene bør få innsikt i hvordan modeller kan anvendes i nye situasjoner. Kritisk tenkning er viktig å utvikle i slike sammenhenger.

(Kunnskapsdepartementet, 2018a, s. 16)

Slik beskrives et av seks fastsatte kjerneelementer i fagfornyelsen for matematikk, som har fått tittelen “Modellering og anvendelser”. I motsetning til den gamle læreplanen i matematikk, hvor modellering ikke er nevnt i kompetansemålene i det hele, vil de nye læreplanene i 2020 innføre modellering og anvendelser som et fokusområde i matematikk for alle trinn. Det blir lagt vekt på at elevene skal utvikle kritisk tenkning i forbindelse med å løse problemer formulert fra virkeligheten. I den sammenheng, kan det være hensiktsmessig å gi eksempler på hvordan dette kan gjennomføres i praksis. Denne oppgaven vil gi innsikt i hvordan en 7.trinnsklasse arbeidet i et undervisningsopplegg som tok sikte på å la elevene arbeide med modeller på ulike måter.

1.1 Oppgavens tema

I dagens hurtigutviklende høyteknologiske samfunn er det viktigere enn noen gang for alle medborgere å kunne forstå grunnleggende prosesser i samfunnet for å kunne ta del i og bidra til samfunnet. Blant annet matematikken spiller en viktig rolle i samfunnet, ved at utregninger og prognoser er utslagsgivende for hvilke avgjørelser som blir tatt i samfunnet rundt. I løpet av mine år på Høgskulen på Vestlandet der jeg har fordypet meg i matematikkfaget, har jeg en ny forståelse for skolens viktige samfunnsoppgave med å skape selvstendige elever som har fleksibel kompetanse i matematikk og evne til å stille seg spørrende og nysgjerrige til problemer de støter på. Kompetanse defineres av den overordnede delen av læreplanen som “...å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning” (Kunnskapsdepartementet, 2018b s. 11). En person innehar modelleringskompetanse dersom han/hun er i stand til å gjennomføre en modelleringsprosess for å løse et problem eller å forstå en situasjon i et bestemt område

(Blomhøj, 2011, s. 343). Skolen har altså en viktig oppgave med å danne medborgere som kan sette seg inn i de ulike prosessene som skjer rundt oss. Det krever matematisk kompetanse kombinert med kunnskaper om hvordan matematikken henger sammen med ikke bare dagligdagse prosesser som man møter på hver dag, men også større prosesser som er med på forme samfunnet. Formålet med utdanning er å gjøre elevene rustet til et liv i samfunnet, og kritisk matematikkundervisning tar sikte på å gjøre elevene i stand til dette. Ole Skovsmose er blant de viktigste bidragsyterne innenfor kritisk matematikkundervisning og har skrevet mye om viktigheten av å la elever bli kjent med teknologien i samfunnet sin påvirkning på matematikk og vice versa, eller med andre ord “matematikkens formatterende kraft (Skovsmose, 1994, s. 36). Som vi ser i de nye kjerneelementene, er en måte å drive med kritisk matematikkundervisning og la elevene få utforske og oppleve denne formatterende kraften matematikken har, er gjennom matematisk modellering.

1.2 Begrepsavklaring

Før jeg går videre med med denne innledningen, vil jeg gi en definisjon på noen begreper som går igjen i denne oppgaven. Disse begrepene vil bli gjennomgått nøyere i teoridelen.

1.2.1 Eksisterende modell

En eksisterende modell kan være så mangt, men i denne oppgaven bruker jeg dette begrepet om matematiske modeller som allerede finnes rundt oss i samfunnet, der matematikken brukes til å beskrive eller forutse et fenomen i virkeligheten. I denne oppgaven skal elevene gjøre seg kjent med en slik eksisterende modell og hvordan den fungerer, og så lage en egen modell. I løpet av oppgaven vil jeg kalle elevenes egne modeller enten tabeller, siden det er i denne formen modellene uttrykkes eller helt enkelt modell. Begge disse begrepene vil knyttes til det systemet som elevene utarbeider og som blir deres produkt i dette undervisningsopplegget.

1.2.2 Modelleringsprosess

En modelleringsprosess er betegnelsen for det som skjer når man driver med matematisk modellering. Matematisk modellering består i korte trekk av at man tar utgangspunkt i en virkelig situasjon og formulerer et problem som man så oversetter til matematikk for å løse det. I denne oppgaven er modelleringsprosessen en prosess der elever arbeider med å konstruere, bruke, tolke og bruke egne matematiske modeller. Den defineres av ulike forfattere ved hjelp av delprosesser, som vil bli forklart mer inngående i teorikapittelet.

1.2.3 Diskusjoner

Diskusjon kan defineres som et ordskifte, en debatt eller en muntlig drøfting av et emne (“Diskusjon”, 2016). I denne oppgaven brukes begrepet diskusjon som en del av Barbosas begreper matematiske, teknologiske og refleksive diskusjoner. I denne sammenhengen vil ordskifte være et passende ord for å beskrive hva diskusjoner er. Diskusjoner vil altså i denne oppgaven betegnes av at to eller flere personer utveksler ord og setninger. Det betyr ikke at det skjer en debatt der noen er uenige eller argumenterer mot hverandre, det betyr simpelthen at noen snakker sammen.

1.3 Avgrensning

I denne delen av innledningen vil jeg gå nærmere inn på hva denne oppgaven vil undersøke og trekke inn tidligere forskning for å plassere oppgaven min i det teoretiske landskapet.

1.3.1. Tidligere forskning

Matematisk modellering innebærer, som indikert i sitatet fra de nye kjerneelementene, at elever formulerer et problem fra virkeligheten, omformer det til en matematisk modell og løser det, for så å tolke resultatene i lys av situasjonen det ble tatt utgangspunkt i. For å mestre dette, kreves modelleringskomptanse (Niss, 2002). Denne kompetansen innebærer å kunne analysere grunnlaget for en matematisk modell, avmatematisere trekk ved en matematisk modell, samt å kunne konstruere en matematisk modell. Det er altså flere kompetanser som inngår i modelleringskomptanse, som igjen er en av 8 delkompetanser av matematisk kompetanse. Det er med andre ikke en simpel kompetanse, men en som krever øving i hver av de ulike delkompetanse over tid, for eksempel ved hjelp av varierte oppgaver.

Det finnes en del forskning og eksempler på matematisk modellering med elever på ungdomstrinnet og eldre se for eksempel Blomhøj, 2003; Barbosa; 2009, Blum & Leiß 2007. En forfatter som har skrevet mye om modellering med yngre elever er Lyn D. English. Hun påpeker at selv om modellering tradisjonelt sett har vært forbeholdt elever fra “secondary level” (tilsvarende den norske ungdomsskolen), er det fullt mulig, og faktisk nødvendig, å starte med modellering tidligere (English, 2006; 2010a; Doerr & English, 2003). Spesielt i dag, med stor eksponering av datateknologi og oppslag i media basert på data, er det viktig og nødvendig å starte med modellering allerede på “primary level” (tilsvarende den norske

barneskolen) slik at elevene kan utvikle kompetansen de trenger for å navigere i dagens samfunn (English, 2010a; Doerr & English, 2003).

Når det snakkes om modellering, dreier det seg om at elevene selv lager matematiske modeller som henger sammen med et fenomen utenfor matematikken, men i denne oppgaven vil elevene utforske en allerede eksisterende matematisk modell. Da Silva Soares viser et eksempel på det hun kaller Model Analysis (2015, s. 458) der en gruppe biologistudenter i São Paulo, Brasil skulle analysere matematiske modeller for et biologisk fenomen, nærmere bestemt malaria-smitte. Selv om det var biologi som var undervisningsfaget, ble også diskusjon av matematiske konsepter en del av arbeidet med modellene. De arbeidet med et dataprogram kalt Modellus, som gjør det mulig å lage interaktive modeller. I arbeidet kunne Soares identifisere ulike oppgaver som studentene gikk gjennom; (i) studere fenomenet for å forstå hvordan smitten av malaria skjer i naturen og hvilke faktorer som påvirker det; (ii) analyse av modellens antagelser av modellen; (iii) analyse av atferd av løsningen og påvirkningen fra parametre i denne atferden; (iv) tolkning av resultatene for modellen i forhold til fenomenet; (v) analyse av noen begrensninger av modellen; (vi) refleksjon rundt matematiske konsepter på relatert til fenomenet, for eksempel hva slags informasjon den deriverte av en løsning kan gi om fenomenet (2015, s. 457, min oversettelse). For studentene til Soares er delprosess (i) trolig det første møtet med den virkelige konteksten, malariasmitten. Selv om de ikke formulerte selv hva de skulle finne ut av, måtte de sette seg inn i hva det var de skulle arbeide med, hva modellen prøvde å representere og hva man trengte å vite for å kunne løse problemet. Her måtte studentene avgjøre hva slags informasjon de behøvde for å kunne svare på problemet. Studentene måtte gjøre seg kjent med modellen og hva slags faktorer som var tatt med i beregningen og hvilke som eventuelt ikke var tatt med. Oppgaven (iii) innebærer å føre problemet over i matematiske termer og løse det med matematikk. Her måtte studentene finne ut hva slags påvirkning modellens valgte parametre hadde på modellresultatet. Oppgaven (iv) betyr at elevene må vurdere hvordan modellresultat og fenomenet hang sammen. Ved å se på begrensninger av modellen og reflektere rundt matematiske konsepter som kan relateres til fenomenet, kunne studentene gi en evaluering av modellen og dens validitet til å kunne si noe om fenomenet den representerte.

Modellering kan ses på i ulike perspektiv. Julie (2002) presenterte to ulike måter å se på modellering: modellering som fartøy og modellering som innhold. Modellering som fartøy betyr at man bruker modelleringen som et fartøy for å lære om matematiske prinsipper eller

konsepter. Modellering som innhold betyr at man modellerer for å lære å modellere. Barbosa (2006) presenterte et tredje aspekt: modellering som kritikk. Det betyr at man bruker modelleringen til å reflektere over bruken av matematikk i samfunnet. For å gjøre dette krever det at man har kunnskap ikke bare om matematikk som ligger bak, men også teknologisk kunnskap om hvordan bygge en modell og ikke minst en refleksiv kunnskap der man har et rammeverk for å diskutere hvordan modeller er bygget opp og konsekvenser de ulike variablene i modellen medfører (Skovsmose, 1990).

1.3.2 Oppgavens relevans

Det finnes forskning på modellering i praksis med elever, både yngre og eldre elever. Det finnes også forskning på model analysis som en egen disiplin og om diskusjoner som kan oppstå i modelleringsarbeid. Det er derimot ikke mye forskning på hvordan arbeid med eksisterende modeller kan knyttes til modellering eller diskusjoner som oppstår i arbeid med modellering. Denne oppgaven vil tilføre noe nytt til feltet fordi den ser på hvordan et undervisningsopplegg med ulike aktiviteter basert på eksisterende modeller med elever på 7. trinn kan føre til prosesser som kan sammenlignes med en modelleringsprosess. Den ser også på ulike diskusjoner som oppstår, for eksempel diskusjoner som kan vise deres evne til å se sammenhengen mellom utformingen av modeller og den reelle konteksten de er laget for. Oppgaven kan derfor være et eksempel på hvordan man bruke eksisterende modeller som utgangspunkt for å jobbe med ulike modelleringsaktiviteter. Elevene som deltar i dette undervisningsopplegget har så vidt jeg vet ikke drevet mye med matematisk modellering, og oppgaven kan derfor også være et eksempel på hvordan man kan starte et modelleringsprosjekt ved å ta utgangspunkt i en eksisterende modell. Dersom man ser på Barbosa (2010) sin definisjon av matematisk modellering, beror den på to elementer; 1) det må være et problem for den som skal løse det og 2) det må være tatt ut fra noe som ikke er rent matematisk, det må være noe fra den virkelige verden. Ser man på det første aspektet ved denne begrepsforklaringen, kan man argumentere for at det elevene har holdt med i dette undervisningsopplegget ikke egentlig er modellering. Det er jeg som lærer som har definert problemet, og dermed er det ikke sikkert at elevene ser det som et problem. Derfor vil jeg i stedet kalle det elevene har drevet på med for model-eliciting activities, siden dette er mer en samlebetegnelse på ulike aktiviteter som leder til noe mer enn bare et svar på et spørsmål, men mer en konseptuelt og prosessorientert verktøy. Elevene i dette undervisningsopplegget vil både utforske en eksisterende modell, som kan gi innsikt i hvordan man kan bygge en modell og de vil også skape sin egen modell, der prosessen er vel så viktig som enderesultatet.

Derfor vil jeg si at det er mer korrekt å bruke model-eliciting activities enn matematisk modellering om det elevene her har gjort. Likevel er hensikten i denne oppgaven å få innsikt i elevens arbeid med eksisterende modeller og å se om slikt arbeid kan inneholde noen av de samme delprosessene som finnes i Blomhøjs fremstilling av en modelleringsprosess og de ulike typene diskusjoner som kan oppstå i en modelleringsprosess, og det er fortsatt mulig å gjøre selv om elevene ikke formulerer problemet selv.

1.3.3 Problemstilling

Jeg vil i denne oppgaven undersøke hvordan elever arbeider med oppgaver som har med eksisterende modeller å gjøre, og målet er å få innsikt i om deler av modelleringsprosessen og ulike typer diskusjoner i modellering kan identifiseres i dette arbeidet. Ettersom jeg på forhånd ikke kan anta at spor av hverken modelleringsprosesser eller ulike diskusjoner finnes i arbeidet vil jeg i stedet benytte meg av en mer generell tittel på temaet i stedet for et spørsmål. Derfor vil oppgavens tittel være *Innsikt i elevens arbeid med eksisterende matematiske modeller*. Forskningsspørsmålene definerer mer nøyaktig hvilke deler av elevenes arbeid med eksisterende modeller jeg er interessert i å få innsikt om. Det første forskningsspørsmålet lyder som følger:

- Kan ulike deler av modelleringsprosessen identifiseres i elevenes arbeid med eksisterende matematiske modeller, og i så fall, på hvilken måte?

Dette spørsmålet tar sikte på å undersøke om ulike deler av modelleringsprosessen kan identifiseres i arbeidet elevene gjør og i så fall hvilke av disse prosessene.

- Kan matematiske, teknologiske og refleksive diskusjoner oppstå i elevenes arbeid med eksisterende modeller, og i så fall, på hvilken måte?

Det andre forskningsspørsmålet handler om de ulike typene diskusjoner som kan oppstå i modelleringsprosessen, og tar sikte på å undersøke om disse også kan identifiseres i elevenes arbeid.

1.4 Oppgavens struktur

Oppgaven vil først presentere relevant teori om modellering, modeller og ulike typer diskusjoner i kapittel 2.0 Teoridel. Deretter vil jeg i kapittelet 3.0 Metodedel vise hvordan jeg har planlagt undervisningsopplegget elevene deltok i, samt hvordan jeg samlet datamaterialet

og hvordan jeg utarbeidet et analyseverktøy. Deretter vil kapittelet 4.0 Analysedel ta for seg en todelt analyse. Den første er en analyse av tegn etter modelleringsprosessen og den andre er en analyse etter tegn på matematiske, teknologiske og refleksive diskusjoner. Deretter følger diskusjonen av resultatene etter analysen i kapittelet 5.0 Diskusjon. Deretter vil jeg ta opp noen begrensninger ved oppgaven før jeg vil gi en oppsummering og avslutning på oppgaven.

2.0 Teoridel

I denne teoridelen vil jeg først gå inn på hva matematisk modellering er og hvordan en modelleringsprosess kan se ut. Deretter vil jeg gjøre rede for model-eliciting activities og gi eksempler på hva slike aktiviteter kan være. Deretter vil jeg forklare hva en matematisk modell kan være og forklare hva jeg i denne oppgaven mener når jeg skriver matematisk modell. Så vil jeg beskrive noen aspekter ved Big Mac indeksen, som blir brukt i undervisningsopplegget med elevene, før jeg til slutt går inn på ulike diskusjoner som kan oppstå i arbeid med modellering.

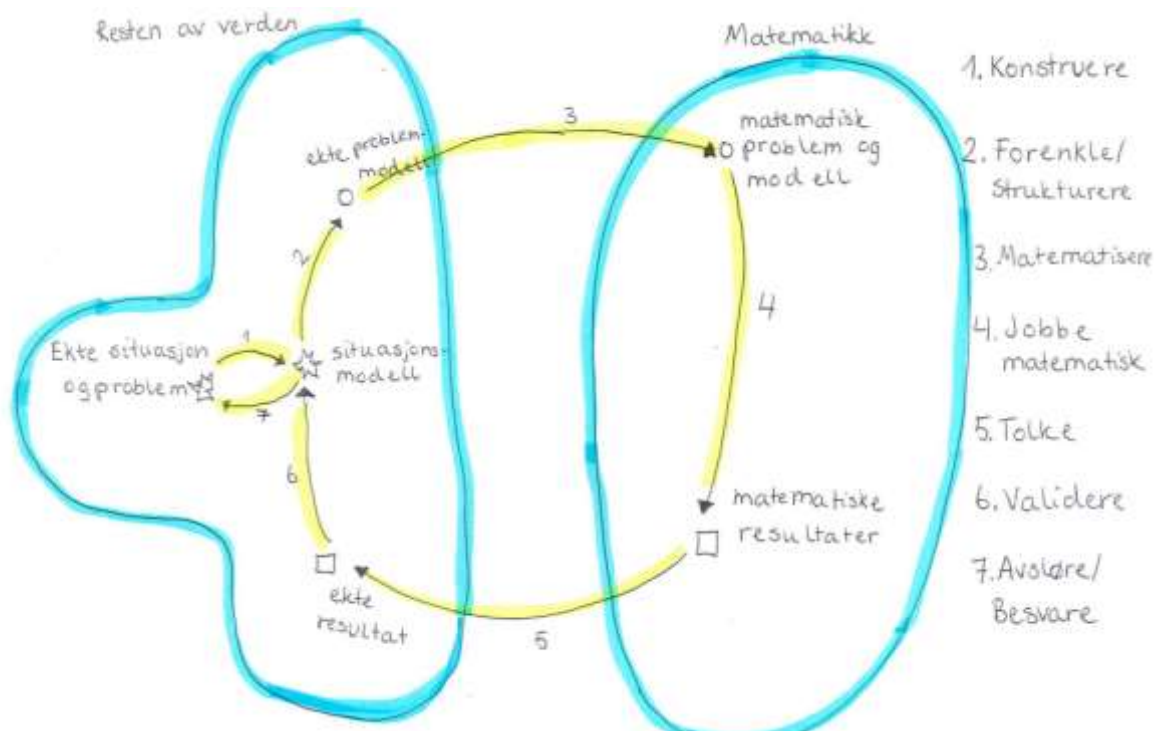
2.1 Matematisk modellering

Temaet i denne oppgaven er hvordan elever på 7. trinn arbeider med eksisterende modeller, og siden alle eksisterende modeller er skapt gjennom en prosess av modellering er det nødvendig å si noe om matematisk modellering. Modellering er et begrep som er brukt om flere forskjellige ting, men her er det snakk om matematisk modellering, og det er matematisk modellering jeg mener når jeg videre bruker begrepet modellering. Matematisk modellering som brukt i denne oppgaven, er en prosess der man løser et problem i den virkelige verden ved å ta i bruk matematikkens elementer, operasjoner og begreper, samt at man reflekterer over hvordan det man gjør rent matematisk henger sammen med virkeligheten. En av mange som har forsket og skrevet mye om matematisk modellering er Morten Blomhøj. Han betegner matematisk modellering som den prosessen som tar sted når man lager en matematisk modell for å beskrive og forutse forhold utenfor matematikken, og man reflekterer over sammenhengen mellom de matematiske representasjonene og det de representerer fra virkeligheten (2003, s. 51). Blum og Borromeo Ferri har også forsket på modellering og definerer matematisk modellering som prosessen der man oversetter mellom matematikk og den reelle verden og vice versa (2009, s. 45). En siste definisjon jeg vil trekke frem her er Barbosa (2006) sin definisjon av hva som er en modelleringsaktivitet, som avhenger av to

viktige aspekter; 1) at aktiviteten er et problem for dem som skal løse det, ikke bare en øvelse/oppgave, og 2) at aktiviteten må være trukket ut fra noe som har med dagligliv å gjøre, eller noe som ikke er bare rent matematisk. Som man ser ut de ulike definisjonene til ulike forskerne, er det vanskelig å forklare hva matematisk modellering er uten å trekke inn matematisk modell og modelleringsprosessen. Derfor er hver av dem dedikert hvert sitt delkapittel i denne teoridelen.

2.2 Modelleringsprosessen

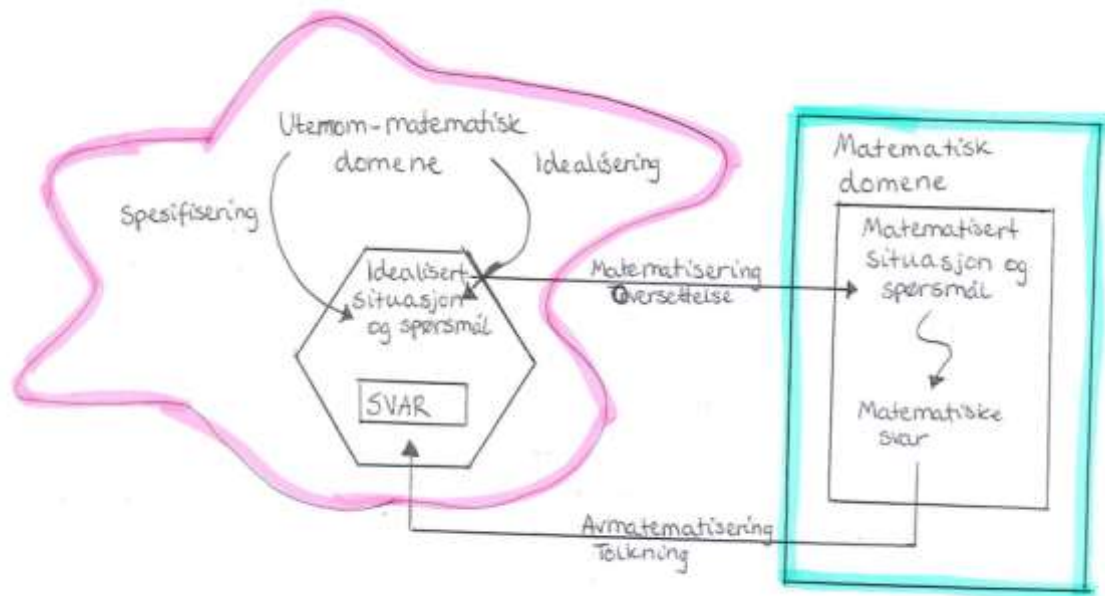
Når man utvikler en matematisk modell, ligger det ofte en matematisk modelleringsprosess bak, der man beveger seg fra en situasjon i det virkelige liv til en matematisk modell som beskriver, forklarer eller forutser den reelle situasjonen. Denne prosessen, eller syklusen, blir ofte forklart med ulike faser, og flere har laget illustrasjoner som kan være en forklaring på hvordan en slik modelleringsprosess eller modelleringssyklus foregår. Mange forfattere har laget illustrasjoner som støtte til å forklare hvordan en slik prosess kan foregå. Blum og Leib har utviklet en illustrasjon som tar utgangspunkt i 7 steg.



Figur 1. Modelling cycles. Fra How do students' and teachers deal with modelling problems? av W. Blum, & D. Leiß i C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (2007), *Mathematical Modelling (ICTMA12): Education, Engineering and Economics*; proceedings (s. 222-231). Chichester: Horwood Publishing. Oversatt og gjengitt av meg.

Modellen tar for seg to hovedområder; matematikk og resten av verden. Til høyre for modellen er 7 steg listet opp, som representerer de ulike delprosessene i en modelleringscyklus. Disse 7 stegene, eller delprosessene, er plassert i en syklus med piler mellom ulike delområder innenfor de to hovedområdene for å vise at man kommer seg fra ett delområde til et annet. Steg 1 er constructing, eller konstruering på norsk og foregår mellom den ekte situasjonen og problem (real situation & problem) og en situasjonsmodell (situation model). En situasjonsmodell kan for eksempel være en enkel illustrasjon av problemet. Her formulerer man et problem fra en reell situasjon og lager en slags oversikt over problemet. Steg 2 er forenkling og strukturering (simplyfying/structuring) og foregår mellom situasjonsmodellen og den reelle problemmodellen (real problem and model), og betyr at man forenkler problemet og bestemmer hva man trenger å vite for å løse problemet. Det neste steget er å matematisere problemet (mathematising), som innebærer at man oversetter den reelle problemmodellen til matematiske elementer (ofte basert på antagelser og overslag) slik at man får et matematisk problem (mathematical model & problem) som skal løses. Steg 4 er å løse det matematiske problemet (working mathematically) slik at man får matematiske resultater (mathematical results). Deretter kommer steg 5 som innebærer å tolke (interpreting) de matematiske resultatene til resultater i virkeligheten (real results). Etterpå validerer man resultatet opp mot situasjonsmodellen for å vurdere om resultatene er godkjente som svar på problemet man har formulert. Dersom man vurderer resultatet til å ikke svare godt nok på problemet, kan man ta en eller flere nye runder der man gjør justeringer et eller annet sted i syklusen. Til slutt, når man er fornøyd med resultatene i forhold til situasjonsmodellen, bruker man den i det 7. steget til å svare på det reelle problemet.

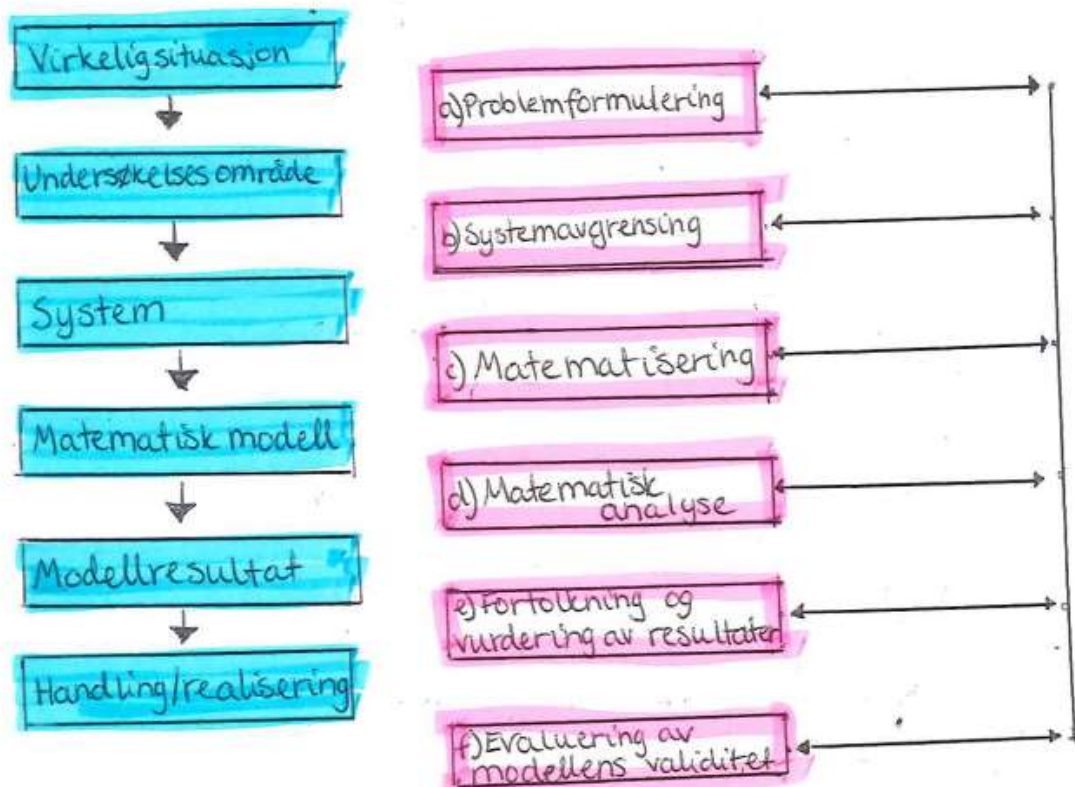
Til tross for at modellen inneholder 7 steg, er det ikke nødvendigvis slik at man i en modelleringsprosess alltid tar alle disse 7 stegene, og det er heller ikke alltid slik at man går gjennom stegene i akkurat denne rekkefølgen.



Figur 2. Modeling processes. Fra Modeling a Crucial Aspect of Students' Mathematical Modelling. (s. 44) av M. Niss i R. Lesh, P.L Galbraith, C. Haines, A. Hurford (2010) *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*. DOI 10.1007/978-94-007-6271-8_4. Oversatt og gjengitt av meg.

Niss (2010) sin illustrasjon av modelleringsprosessen (figur 2) består også av et matematisk domene og et utenom-matematisk domene. Her er det derimot ikke lagt opp til en spesifikk rute med nummererte steg, men heller en syklisk prosess med piler som indikerer retningen videre. Selv om det ikke er nummererte steg, inviterer modellen til å starte med en idealisert situasjon i det utenom-matematiske domenet, som er et resultat av idealisering og spesifisering og at man formulerer spesifikke spørsmål man ønsker å få svar på. Deretter skjer en matematisk oversettelse fra den idealiserte situasjonen til en matematisert situasjon. Her må matematiske spørsmål formuleres og besvares før en tolkning av disse svarene kan gi svar på spørsmålene i den idealiserte situasjonen.

Blomhøj (2003) har også utviklet en fremstilling av modelleringsprosessen, og den skiller seg litt fra de to andre fremstillingene, ved at den ikke er syklisk fremstilt og heller ikke skiller tydelig mellom to domener på samme måte som de to foregående modellene. Den er i stedet utformet med to rader med piler mellom (se figur 3).



Figur 3. Modell av en matematisk modelleringsprosess. Fra kapittelet “Modellering som undervisningsform” (s. 67) av M. Blomhøj i O. Skovsmose & M. Blomhøj (2003) *Kan det virkelig passe? - Om matematikkløring, L&R Uddannelse, København*. Oversatt og gjengitt av meg.

I venstre kolonne i figuren kan man se ulike stadier som man beveger seg mellom i prosessen: virkelig situasjon, undersøkelsesområde, system, matematisk modell, modellresultat og handling/realisering. I høyre kolonne kan vi finne delprosesser som kan oppstå mellom to ulike stadier. Fra en virkelig situasjon (stadie 1) kan man formulere et problem (delprosess a: problemformulering). Det krever at man gjør valg for å avgjøre hva ved den virkelige situasjonen man ønsker å undersøke nærmere slik at man får et mer avgrenset undersøkelsesområde (stadie 2). Videre kan man avgrense (delprosess b: systemavgrensning) undersøkelsesområdet enda mer ved å velge ut nøyaktig hva man ønsker å finne ut og også hva man trenger å vite for å kunne svare på det man lurer på. Dette omtales som et system (stadie 3) i Blomhøj sin modell. I delprosess c) matematisering oversetter man systemet man har etablert til matematiske elementer og lager en matematisk modell (stadie 4). Deretter må man arbeide matematisk og gjennomføre en matematisk analyse (delprosess d) slik at man får et modellresultat (stadie 5). Så må man tolke og vurdere (delprosess e) de matematiske resultatene opp mot den virkelige situasjonen for å kunne handle eller realisere modellen

(stadie 6). Til slutt må man evaluere (delprosess f) om modellen gir svar på det man lurte på, eller om man eventuelt må gjøre justeringer. Blomhøj presiserer at hans figur ikke er en fasit på hvordan modelleringsprosessen ser ut, og at det ofte krever flere runder og at man hopper litt frem og tilbake mellom delprosessene for å komme i mål (2003, s. 68). Dette er hensikten å vise i figuren med piler, helt til høyre side av modellen, som peker mellom de ulike delprosessene og en felles loddrett linje.

2.2.1 Oppsummering av modelleringsprosessen

Selv om figurene og begrepene som er brukt i de ulike framstillingene varierer fra forfatter til forfatter, kan vi likevel identifisere noen likhetstrekk mellom alle de tre som er nevnt. Alle framstillingene bruker begreper som sier noe om en virkelig situasjon eller noe i den “virkelige” verden. Alle tre har et element av å oversette til matematiske elementer, løse problemet matematisk og til å så oversette tilbake til den opprinnelige situasjonen. Oppsummert kan vi identifisere følgende faser som går igjen hos dem alle. I grove trekk kan vi si at modelleringsprosessen består av å 1) identifisere og avgrense problem i den virkelig kontekst, 2) matematisere problemet, 3) løse problemet matematisk, 4) tolke resultatene og oversette tilbake til den opprinnelige kontekst og til slutt 5) vurdere modellresultatenes gyldighet i den reelle konteksten.

2.3 Model-eliciting activities

I denne oppgaven er det hentet inn datamateriale i en 7. trinnsklasse og det kan være hensiktsmessig å diskutere hvordan en modelleringsprosess kan se ut på mellomtrinnet. Når man snakker om modellering i skolesammenheng, har det tradisjonelt sett vært snakk om elever på ungdomsskolenivå eller eldre, men også i barneskolen kan det være nyttig å arbeide med modellering. *Model-eliciting activities* er en form for modellering som kan sammenlignes med matematisk modellering i den forstand at mange av de samme delprosessene som kan finnes i en modelleringsprosess også kan ta sted i model-eliciting activities. Det er likevel ikke nødvendigvis slik at en model-eliciting activity inneholder alle delene av en modelleringsprosess, fordi ulike model-eliciting aktiviteter kan invitere til ulike deler av modelleringsprosessen. En model-eliciting activity kan være en klassesdiskusjon som kan føre til en felles forståelse og et grunnlag for videre arbeid i klassen, en oppgave der elever utforsker en matematisk modell, dens variabler og generalitet eller en oppgave der elever selv skal lage modeller. Kort fortalt kan model-eliciting activities forstås som aktiviteter som fører til produkter som er mer enn bare et kort svar, men heller gjenbrukbare

konseptuelle verktøy (Lesh & Doerr, 2003, s. 3). I slike aktiviteter er det ikke bare et bestemt svar som skal finnes, men selve prosessen med å konstruere, beskrive og forklare er en del av svaret. Fokuset med slike aktiviteter er på utvikle sterke konseptuelle verktøy som kan brukes til å få en dypere forståelse av mange matematiske ideer. Til forskjell fra tradisjonelle problemløsningsoppgaver skal man ikke skape mening av en matematisk beskrevet situasjon, man skal heller forsøke å skape en matematisk forklaring på en meningsfull situasjon. Her kan man finne en tilknytning til modelleringsbegrepet, ved at man i både model-eliciting activities og matematisk modellering bruker matematikk til å beskrive eller forklare noe i virkeligheten.

For å vise flere eksempler på hva model-eliciting activities kan være, kan English sitt arbeid med et studie ved noen barneskoler i Australia trekkes frem. Over tre år har hun forsket på elevers utvikling av matematisk modellering og blant annet model-eliciting activities, noe som har resultert i flere artikler. Her vil jeg først og fremst trekke frem tre artikler fra 2006 og 2010 (English, 2010a og English, 2010b). I disse tre artiklene har English samlet inn data om elever som jobber i grupper med oppgaver som kan betegnes som model-eliciting activities, fordi oppgavene inviterer til utforskning av modeller samt produksjon av modeller og verktøy.

Den første artikkelen (English, 2006), bruker data fra elever på 6. trinn som hadde i oppgave å lage en forbrukerguide til å velge chips basert på selvvalgte kriterier. I løpet av det første året i studien, før denne aktiviteten som er beskrevet i artikkelen, arbeidet disse elevene med aktiviteter som klassediskusjoner om matematikk og problemløsning, oppgaveløsning med utforskning av tabeller med data og utforskning av modeller i ulike kontekster. Den andre artikkelen (English, 2010a) bruker data fra elever på 4. trinn som skulle lage et system for å velge ut de beste svømmerne til Commonwealth Games i Australia. De hadde tidligere jobbet med ulike matematiske modelleringsproblemer som hadde sammenheng med de øvrige undervisningstemaene i klassen, for eksempel om naturkatastrofer, tidlig kolonisering og lokalsamfunnet. Den tredje og siste artikkelen handlet om elever på 1. trinn, og besto av data fra tre separate økter med ulike oppgaver innenfor samme tema. Dette temaet var å hjelpe en hund ved navn Baxter Brown med sortering av ulike gjenstander, og oppgavene beveget seg gradvis fra helt konkret sortering av ulike gjenstander til å utforme en mer generell oversikt over sorteringskriterier. Selv om de tre artiklene har ulike klassetrinn og ulike oppgaver, er det likevel mulig å se likhetstegn mellom dem, og også se konturene av en modelleringsprosess som er ganske lik i alle tre. Den prosessen vil jeg forsøke å oppsummere her og sammenligne med figuren til Blomhøj (figur 4).

I alle tre artiklene er opplegget lagt opp slik at læreren eller forskeren på forhånd har gjort klart en oppgave som gruppene skal løse. Det gjør at den første delen av en modelleringsprosess faller bort, nemlig problemformuleringen. Derfor starter egentlig prosessen med **systemavgrensning**, altså å sortere ut hva slags informasjon som trengs for å løse problemet og bestemme hva slags kriterier de vil ha med. I tilfellet med chipsforbrukerguiden (English, 2006) gjaldt det for eksempel å bestemme hvilke egenskaper ved chips som er nødvendig å ha med i guiden, og i tilfellet med å velge den beste svømmeren, måtte de bestemme hvilke faktorer som avgjør hvem som er best. Hos 1. klassingene (English, 2010b) betydde det å bestemme hva slags grupper de ville sortere gjenstander inn i. Deretter fulgte i alle tilfellene en prosess med å **matematisere** problemet, det vil si å bruke matematiske elementer og operasjoner for å gi problemet en matematisk form. Chipsproblemet ble matematisert ved at elevene diskuterte rangering av faktorene, altså hvilke faktorer som var viktigst, men også ved at de lagde poengsystemer for å sette tall på en chipstype sin score innenfor ulike faktorer. Svømmerproblemet ble matematisert ved at elevene brukte opplysninger om 9 svømmere sine 11 siste konkurranser og finne et felles rangeringssystem som tok i hensyn også de faktorene som ikke var oppgitt i tall. Deretter fulgte matematiske handlinger som konstruering, beskrivelser, forklaringer, forutsigelser, representasjoner, kvantifisering, koordinering, organisering og transformering (English, 2010a, s. 293). De konstruerte sine egne systemer eller modeller for hvordan de skulle rangere, kategorisere eller beskrive den virkelige situasjonen. For gruppen med chipsen, var dette selve forbrukerguiden med rangering av de ulike chipstypene og generelle råd for å velge rett type chips. For elevene som jobbet med svømmerne, var det ulike modeller for rangeringer av de ulike svømmerne basert på de egenskapene som de ulike gruppene vektet tyngst. For elevene som jobbet med Baxter Brown-oppgavene, var modellen representert ved et A3-ark som viste ulike sorteringer med navn på alt etter hva de sorterte etter. Til slutt vurderte elevene om modellen deres passet med problemet de startet med. De tolket altså modellen sine opp mot den virkelige situasjonen og vurderte validiteten av modellen sin etter disse vurderingene. De fleste evaluerte også underveis mens de arbeidet, særlig når det gjaldt å velge ut egenskaper de skulle forme modellen etter. Oppsummert kan vi si om modelleringsprosessen med disse tre elevgruppene at de både driver med systemavgrensning, matematisering, modellkonstruering, tolkning, og validitetsvurdering. Dette er alle prosesser som finnes i Blomhøj sin fremstilling, det eneste som mangler er en problemformulering.

Dersom man som lærer skal drive med model-eliciting activities i klasserommet, bør man tenke etter hva man vil at elevene skal få ut av det. Som et resultat av hundrevis av “expert teachers” sine innspill, har Lesh, Kramer, Doerr, Post og Zawojewski (2003, s. 43) utviklet seks prinsipper som er viktige å oppfylle for at elever skal kunne få utbytte av såkalte model-eliciting activities. Det første prinsippet, *The Personal Meaningfulness Principle*, handler om at man må utvikle en oppgave som den enkelte elev klarer å relatere seg til og slik at de forstår den komplekse situasjonen de blir presentert. Det handler også om at elevene skal kunne bruke sine egne kunnskaper om temaet for å gå løs på problemet, ikke bare lene seg på den kunnskapen læreren gir dem. Det andre prinsippet, *The Model Construction Principle*, handler om at oppgaven bør være av en slik art at elevene selv ser behovet for å enten konstruere, omstrukturere eller utvide en matematisk modell for å kunne svare på problemstillingen. *The Self-Evaluatory Principle* handler om at elevene skal ha tilgang på kriterier for når oppgaven er tilstrekkelig besvart for å kunne vurdere seg selv og sin prosess. *The Model-Externalization Principle/The Model Documentation Principle* handler om at oppgaven bør kreve at elevene viser hvordan de tenker ved hjelp av for eksempel en skriftlig representasjon eller illustrasjon. Det femte prinsippet, *The Simple Prototype Principle* handler om at situasjonen som oppgaven som skal tas utgangspunkt må være så forenklet som mulig, men samtidig ha behov for en modell. Det sjette og siste prinsippet, *The Model Generalisation Principle* handler om at elever burde få øving i å ikke bare lage modeller som kan brukes i en bestemt situasjon, men også lage modeller som kan modifiseres til å passe i flere situasjoner.

2.4 Matematisk modell

En matematisk modell har blitt definert på forskjellige måter i ulik litteratur. Det omtales blant annet som et forhold mellom noe matematisk og noe ikke-matematisk (Blomhøj, 2003, s.52) som et system av matematiske elementer, operasjoner og regler for å beskrive, forklare eller forutse et annet kjent system (English, 2010a, s. 288). I skolematematikken blir det ofte omtalt som sluttproduktet av en modelleringsprosess (Schaap, Vos & Goedhart, 2011, s. 139), der elevene selv skal ta utgangspunkt i en situasjon fra virkeligheten og lage en matematisk modell for å løse et problem.

En viktig forutsetning for en matematisk modell, er at både det systemet eller fenomenet den representerer, forutser eller beskriver og de matematiske representasjonene som er brukt er tilgjengelig for at den skal kunne etableres, oppfattes og analyseres (Blomhøj, 2003, s. 53).

Det er også viktig å være klar over at en matematisk ikke alltid kan forklare alle deler av et fenomen. Det jeg vil bruke som definisjon i denne oppgaven er at matematiske modeller er matematiske elementer og operasjoner satt i system som enten beskriver, forklarer eller forutser noe i virkeligheten. Det betyr at matematiske modeller kan være alt fra tallet 14 som en representasjon av antallet 14 i sin simpleste form til kompliserte matematiske modeller som brukes til å forutse endringer i aksjebørsen. Matematiske modeller i ulike varianter finner vi overalt rundt oss i samfunnet.

Eksempler på matematiske modeller som er i bruk i det daglige liv er rutetabeller for transport, poenggivning i ulike sporter og prislister på ulike varer. Rutetabeller oppgir ofte ulike tidspunkter i timer og minutter (for eksempel 0807) og ulike passeringspunkter langs en rute, presentert i en rutetabell, eller for eksempel i en app. Dette er etter min definisjon matematiske modeller fordi matematiske elementer, tall, sammen med illustrasjoner av kjørerute blir stilt opp og brukt som en representasjon for å formidle når bussen passerer ulike stoppesteder. Poenggivning kan variere fra sport til sport og noen ganger fra nivå til nivå, men i for eksempel fotball og håndball, telles det først og fremst poenger for når det scores mål, og for antall vunnet og uavgjorte kamper. Andre sporter, som ulike skisporter kan gi stilpoeng, lengdepoeng, høydepoeng eller tidspoeng, alt etter sporten. Alt dette presenteres så som oftest i statistiske tabeller eller lister. Dette gjøres for å kunne måle og organisere hvem som yter best, men også for å kunne sammenligne med tidligere resultater. Ulike sporter har ulike regler og premisser, noe som gjør at man må sette seg inn i ulike matematiske begreper som poengvekting, multiplikasjon, rangering, sortering og måling for å kunne gi poeng og/eller forstå poengfordeling i de ulike sportene. Dermed er også dette matematiske modeller som beskriver ulike utøveres resultater som statistikk. Prislister i butikken viser hva varer koster, noen ganger per enhet og noen ganger pr kg/hg. Noen ganger er det salg eller tilbud, som ofte oppgis i prosentvis avslag på prisen, eller som en slags "kjøp 2 få 3" type priskutt. Her brukes altså tall, prosent, multiplikasjon og divisjon som representasjoner for hva ulike varer koster.

Det finnes også mer kompliserte matematiske modeller hvis resultater blir presentert i dagliglivet vårt, men hvor de eksakte utregningsprosessene kanskje ikke er like tilgjengelige og synlige. Et eksempel er værmeldinger, hvor kompliserte datamodeller bruker værobservasjoner, fysiske lover og kompliserte beregninger for å forutse været. Valutakalkulatorer på nett bruker daglig oppdatert informasjon om ulike valutaer til å enkelt regne om fra en valuta til en annen. Et annet eksempel på matematiske modeller er indekser.

En indeks kan defineres som en “[...]variabel som lages ved å kombinere informasjon fra et sett med ulike indikatorer eller variabler.” (“Indeks”, 2018). En indeks brukes vanligvis til å gi et mål på noe, ved å ta i bruk ulike variabler og samle dem til en felles måleenhet. Et eksempel er Human Development Index som bruker variablene forventet levealder, bruttonasjonalprodukt per innbygger og gjennomsnittlig varighet på skolegang for å gi et mål på menneskelig utvikling i et land. Big Mac Index er en annen indeks og den vil bli brukt som eksempel i denne oppgaven, og derfor vil jeg gå nærmere inn på den i et eget delkapittel.

2.4.1 Big Mac Index

Undervisningsopplegget som ble gjennomført på skolen, var inspirert av indeksen som er kalt Big Mac Index. Indeksen ble laget av nyhetsmagasinet The Economist i 1986 som en uformell og enkel måte å vise hvordan dagens valutakurser burde se ut basert på prinsippet om kjøpekraftsparitet (på engelsk purchasing-power parity eller PPP) (The Economist, 2007) Kort fortalt oppnår man kjøpekraftsparitet(KPP) mellom to eller flere land når man kan kjøpe den samme varen eller tjenesten for samme pris i disse landene(Hall, 2019). Big Mac Index går ut på at man sammenligner prisen på en “Big Mac”-hamburger fra fastfoodkjeden McDonald’s rundt om i verden med prisen i USA, og så beregner hvordan valutakursene burde se ut dersom verdien av Big Mac skal være lik i hele verden. Både prisene og valutakursene justeres årlig. Man kan si at indeksen viser hvor “overvurdert” eller “undervurdert” en valuta er i forhold til den amerikanske dollaren dersom man ønsker å oppnå kjøpekraftsparitet, og dermed i hvilken retning valutaen bør bevege seg langsiktig. Indeksen henter inn informasjon om prisen på en vanlig Big Mac fra land over hele verden og presenterer denne informasjon i en tabell, lignende den tabellen som vises i figuren under.

| | Big Mac prices | | Implied PPP of the dollar | Actual dollar exchange rate Jan 31st | Under (-)/over (+) valuation against the dollar, % |
|----------------|-------------------|------------|------------------------------|---|---|
| | In local currency | In dollars | | | |
| United States | USD 3,22 | 3,22 | | | |
| Argentina | ARS 8,25 | 2,65 | 2,56 | 3,11 | -18 |
| Australia | AUD 3,45 | 2,67 | 1,07 | 1,29 | -17 |
| Brazil | BRL 6,4 | 3,01 | 1,99 | 2,13 | -6 |
| Canada | CAD 3,63 | 3,08 | 1,13 | 1,18 | 21 |
| Chile | CLF 1670 | 3,07 | 519 | 544 | -4 |
| China | CNY 11,0 | 1,41 | 3,42 | 7,77 | -5 |
| Colombia | COP 6900 | 3,06 | 2143 | 2254 | -56 |
| Costa Rica | CRC 1130 | 2,18 | 351 | 519 | -5 |
| Czech Republic | CZK 52,1 | 2,41 | 16,2 | 21,6 | -32 |
| Denmark | DKK 27,75 | 4,84 | 8,62 | 5,74 | -25 |
| Egypt | EGP 9,09 | 1,6 | 2,82 | 5,7 | 50 |
| Hong Kong | HKD 12,0 | 1,54 | 3,73 | 7,81 | -52 |
| Hungary | HUF 590 | 3 | 183 | 197 | -7 |
| Iceland | ISK 509 | 7,44 | 158 | 68,4 | 131 |
| Indonesia | IDR 15900 | 1,75 | 4,938 | 9100 | -46 |
| Japan | JPY 280 | 2,31 | 87 | 121 | -28 |
| Malaysia | MYR 5,50 | 1,57 | 1,71 | 3,5 | -51 |
| Mexico | MXN 29,0 | 2,66 | 9,01 | 10,9 | -17 |
| New Zealand | NZ 4,60 | 3,16 | 1,43 | 1,45 | -2 |
| Norway | NOK 41,5 | 6,63 | 12,9 | 6,26 | 106 |

Tabell 1. Big Mac Index januar 2007 fra "The Big Mac Index" av The Economist, 2007 (<http://www.economist.com/node/8649005>). Tabell omarbeidet og gjengitt av meg.

Tabellen, som gjelder for januar 2007, viser et utvalg av resultatene av Big Mac indeksen. Alle land som er representert i Big Mac indeksen er altså ikke med i denne fremstillingen. Denne tabellen har seks kolonner der følgende informasjon fra venstre til høyre vises; 1. navn på land, 2. pris for Big Mac i lokal valuta samt navn på valuta, 3. pris i dollar, 4. implisitt valutakurs fra USD ut fra KPP, 5. faktisk valutakurs fra USD og til slutt 6. over-/undervurdering i prosent mot USD. Informasjonen i den andre og femte kolonnen hentes inn fra de gjeldende landene og brukes til å regne ut den tredje kolonnen, pris i USD. Da deler man prisen i det gjeldende landet, kolonne 3, med valutakursen i kolonne 5 og får dermed prisen for en BigMac oppgitt i USD. For Island blir regnestykket 509 kronur delt på valutakursen 68,4 med svaret 7,44 USD. Informasjonen i kolonne 4, implisitt valutakurs til USD ut fra KPP vil si at det er denne prisen som måtte vært valutakurs dersom prinsippet om kjøpekraftsparitet skal gjelde. For eksempel kan vi se at for Norge er gjeldende pris for en Big Mac 41,5 NOK, mens prisen i USA er 3,22 USD. Implisitt valutakurs vil da bety at hvis prisen i Norge (41,5 NOK) skal ha samme verdi som prisen i USA (3,22 USD), må valutakursen (den implisitte valutakursen) være $41,5 / 3,22 = 12,9$. Derimot er den reelle

valutakursen fra norske kroner til amerikanske dollar 6,26, altså mindre enn halvparten. Det betyr at kronen er mer verdifull enn den implisitte valutakursen tilsier. Den siste kolonnen, viser hvor med et positivt tall hvor overvurdert en valuta er, og med et negativt hvor undervurdert en valuta er. Med regnestykket $100((12,9-6,26)/6,26)=106$, regner man ut at Norges valuta NOK er 106 prosent overvurdert i forhold til USD. For å vise et eksempel med en undervurdert valuta, kan vi se på Egypt. En Big Mac her koster 9,09 Pound (finne riktig valuta). Dersom denne skulle ha samme verdi som Big Mac i USA, burde valutakursen vært 2,82. Den faktiske valutakursen er 5,70, noe som betyr at regnestykket blir $100((2,82-5,70)/5,70)=-50$. Informasjonen i Big Mac Index kan brukes til å sammenligne valutaen i ulike land. Selv om USA er landet alle landene blir målt opp mot, kan man også se på kolonne 6 for å få en pekepinn på hvor overvurdert eller undervurdert valutaen i de ulike landene er forhold til hverandre. En lignende tabell ble utformet til bruk i undervisningsopplegget med elevene på 7. trinn. Dette vil jeg komme tilbake til i metodekapittelet, under 3.3 Utforming av undervisningsopplegg.

Big Mac Index er som nevnt laget med tanke på at den skal være en enkel fremstilling av valutaverdien i ulike land og hvordan de ideelt burde sett ut for å jevne ut forskjellene i hva man får for samme verdi i ulike land. Indeksen tar kun utgangspunkt i pris og valutakurs, og kan derfor ha noen mangler. Den tar for eksempel ikke hensyn til driftskostnader, lønninger, sosiale faktorer, tilbud og etterspørsel og andre faktorer som kan spille inn på prisen på Big Mac. Land med høy gjennomsnittslønn, som for eksempel Norge, vil ha høyere pris på en Big Mac, ettersom det koster mer i driftskostnader å lage den. Derfor vil valutaen i land som har høy gjennomsnittslønn ofte bli vurdert som overvurdert i denne indeksen. Et annet argument kan være den sosiale statusen maten som selges på McDonalds har i ulike land. I USA har de fleste tilgang på McDonald's og statistikk viser at svært mange amerikanere spiser frokosten sin der hver dag (Shah, 2015). Etterspørselen er derfor kanskje ikke like stor i USA som i et land der McDonald's blir sett på som mer eksklusivt og en luksus man sjelden unner seg. Derfor kan det være en skjevhet i om maten på McDonald's er billigere eller dyrere enn annen type mat i landet.

Det skal nevnes at det også er laget en mer utfyllende versjon av Big Mac Index som også tar i beregning et lands samlede bruttonasjonalprodukt (BNP) per innbygger. Denne indeksen tar høyde for at de samlede inntektene et land ikke nødvendigvis gjenspeiles i prisene på

McDonald's. Jeg vil ikke gå nærmere inn på de nøyaktige beregningene i denne versjonen i indeksen i denne oppgaven.

Da jeg valgte å ta utgangspunkt i Big Mac indeksen, ville jeg at elevene skulle undersøke forskjeller og likheter i priser og valutaer i ulike land og muligens diskutere potensielle grunner for at forskjellene og likhetene er som de er. Da kan for eksempel høyere eller lavere kostnader for arbeidskraft, ulike lønningsnivåer og forventinger om hva som er rike og fattige land være gode utgangspunkt for fruktbare diskusjoner med elevene.

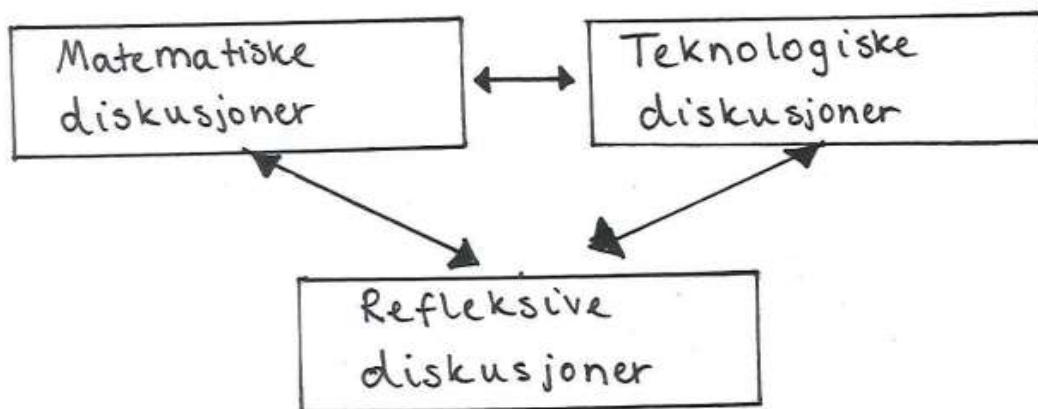
Alle disse modellene og indeksene har til felles at de beskriver, forutser eller forklarer noe i virkeligheten som egentlig ligger utenfor matematikken ved å ta i bruk matematiske operasjoner, elementer og begreper. Oppgavene informantene i dette prosjektet fikk var av en slik art at det ble lagt opp til at de skulle arbeide med matematiske modeller som viste ulike fenomener i den virkelige verden, og foreta vurderinger av dem, både rent matematisk, men også konsekvenser av å bruke dem til å måle, forklare eller beskrive noe i den virkelige verden. De skulle også lage en modell selv, der modellen var en system organisert i en tabell som skulle kunne brukes til å sammenligne ulike varer i ulike land. I gruppearbeidet med å lage, vurdere og utforske eksisterende modeller, oppstår det ulike diskusjoner.

2.5 Ulike diskusjoner i modelleringsarbeidet

Matematisk modellering kan ses på og analyseres innenfor ulike perspektiver. I denne delen av oppgaven inntar jeg et sosio-kritisk perspektiv på modellering, noe som blant annet innebærer at jeg, i likhet med Barbosa (2006; 2010; 2012), mener refleksjon over modellering og matematiske modeller er en viktig del av å lære seg å modellere. Slik refleksjon kan vise seg i diskusjoner mellom elever som driver med modelleringsaktiviteter. Barbosa har i sitt arbeid utviklet kriterier for det han beskriver som mathematical, technological og reflexive discussions (Barbosa 2006; 2010; 2012), oversatt til norsk: matematiske, teknologiske og refleksive diskusjoner. Dette er ulike typer diskusjoner som kan oppstå når elever arbeider med modelleringsaktiviteter eller model-eliciting activities. Disse bygger videre på det Skovsmose (1990) betegnet som matematisk, teknologisk og refleksiv kunnskap i modellering. Men der Skovsmose bruker begrepet *knowledge*, som refererer til noe som er konstant og skjer på det indre plan, bruker Barbosa begrepet *discussions* for å betegne det som uttrykkes verbalt i en modelleringsprosess. Matematiske diskusjoner kjennetegnes i følge Barbosa (2006; 2010) av at de tar for seg konsepter og ideer av ren matematisk art. Det kan

være en diskusjon som omhandler matematiske elementer, prinsipper, eller operasjoner uten at de nødvendigvis er knyttet til en reell situasjon. Det kan også for eksempel være å bestemme om man skal velge en lineær eller en eksponentiell modell. Dette bygger på Skovsmoses begrep matematisk kunnskap, altså kunnskap om matematiske elementer, prinsipper og operasjoner. De teknologiske diskusjonene handler om prosesser der situasjoner blir gjort om til matematikk, eller hvordan en modell skal utformes. De kan dreie seg om å velge variabler, diskutere hva som skal være med i modellen eller i hvilken rekkefølge de skal gjøre ting i. Begrepet teknologisk kunnskap brukte Skovsmose om kunnskap om hvordan man skal bruke matematikken, for eksempel hvordan man skal bygge en modell. Den siste kategorien, refleksive diskusjoner, skjer når det oppstår forbindelser mellom antagelsene som ligger til grunn og den endelige matematiske modellen (Barbosa, 2010, s. 367). Dette kan være uttalelser der elever diskuterer konsekvenser for den reelle situasjonen ved å bruke modellen, begrensninger ved å bruke ulike variabler, eller vurderinger av modellens evne til å representere, forklare eller forutse den reelle situasjonen det er tatt utgangspunkt i. Refleksiv kunnskap ser Skovsmose på som en mer generell kunnskap, en slags metakunnskap for å kunne forstå modeller og hvordan de er bygget opp, brukt og evaluert.

Det er ikke alltid at alle tre typer diskusjoner oppstår i modelleringsarbeid, for eksempel viser Barbosa (2006) et eksempel med en gruppe fremtidige matematikklærere som diskuterte en modell som skulle bestemme risiko for å en hjertesykdom. De identifiserte først 9 ulike faktorer som de mente kunne ha noe med risikoen for å få hjertesykdom å gjøre som de ville bruke i en matematisk modell, altså en teknologisk diskusjon. Deretter gikk det over i en matematisk diskusjon som dreiet seg om hvordan de skulle lage en graf og de diskuterte hvilke muligheter de har til å lage grafer med 2 variabler. Deretter gikk diskusjonen over i en teknologisk diskusjon igjen når de besluttet å redusere antall variabler til 3.



Figur 4. The types of discussions that might compose the modelling routes. Fra The Students' Discussions in the Modelling Environment, av J. C. Barbosa i R. Lesh P.L Galbraith, C. Haines, A. Hurford (2010) *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*. (s. 369). DOI 10.1007/978-1-4419-0561-1_31. Oversatt og gjengitt av meg.

Likevel henger de tre typene diskusjoner tett sammen, og som figur 4 viser, kan teknologiske diskusjoner lede inn i både matematiske og refleksive diskusjoner. På samme måte kan matematiske diskusjoner lede inn i teknologiske eller refleksive diskusjoner, og refleksive diskusjoner kan lede inn i matematiske eller teknologiske diskusjoner.

3.0 Metodedel

I dette kapittelet vil jeg presentere hvordan jeg har gått fram for å samle datamateriale. Jeg vil begynne med å presentere og argumentere for valg av metode, så fortelle om utformingen av undervisningsopplegget, selve datainnsamlingen og beskrive metodene jeg har benyttet meg av. Deretter vil jeg ta opp valg av informanter, etiske hensyn, reliabilitet og validitet. Til slutt vil jeg vise hvordan jeg har gått fram for å analysere datamaterialet.

3.1 Valg av metode

Metoden jeg har valgt skal gi innsikt i hvordan elever på 7 trinn arbeider i et undervisningsopplegg med eksisterende matematiske modeller, ved å besvare forskningsspørsmålene. Ettersom målet er å få innsikt i hvordan noen bestemte elever arbeider med eksisterende matematiske modeller, vil det være mest hensiktsmessig å velge en kvalitativ tilnærming over en kvantitativ tilnærming, siden man ved kvalitative metoder kan

oppnå dypere innsikt i fenomener (Johannessen, Tufte & Christoffersen, 2010, s. 32). Ved å bruke en kvalitativ tilnærming med et begrenset antall informanter har jeg mulighet til å gå mer i dybden på hva de enkelte informantene sier og gjør. Ettersom det er lite forskning på elevers arbeid med eksisterende matematiske modeller, egner kvalitativ forskning seg godt, siden den type forskning er hensiktsmessig å bruke når fenomenet er lite utforsket fra før (Thagaard, 2018, s. 12; Johannessen, Tufte & Christoffersen, 2010, s. 32). Jeg har altså valgt en metode som er kvalitativ

For å få fram ulike sider av undervisningsopplegget har jeg valgt å bruke flere metoder. For å svare på forskningsspørsmålene, har jeg valgt å dokumentere og analysere hva som blir sagt, både av elever og lærer, når elevene arbeider med oppgaver. Derfor har jeg blant annet valgt å ta lydopptak av elevene når de arbeider 3 og 3 sammen om å gjøre oppgaver, og så transkribere disse opptakene. I tillegg vil jeg ta i bruk observasjonsnotater fra oppstart av timen og en felles avslutning. Observasjonene og notatene derfra gir meg tilgang på et mer nyansert bilde av hva som skjedde før, under og etter lydopptakene. Ettersom jeg var til stede, kan jeg bruke det jeg så og hørte som en hjelp til å forklare i oppgaven hva som skjedde i situasjonene som jeg skal analysere. I tillegg, siden hele opplegget består av ulike aktiviteter som er inspirerte av model-eliciting activities, er observasjonene med på å gi et bilde av hele prosessen, ikke bare den delen som er tatt opp med lydopptak.

3.2 Datainnsamling

I samarbeid med men lærer på 7. trinn, ble et undervisningsopplegg planlagt der hele trinnet skulle delta. Undervisningsopplegget bestod av tre separate økter på to skoletimer à 45 min hver. Den første økten fungerte som en pilotundersøkelse, i den andre økten samlet jeg mesteparten av datamaterialet og den tredje økten fungerte som en avsluttende og oppsummerende økt. Før opplegget møtte jeg læreren et par ganger og diskuterte mulige måter å lage et undervisningsopplegg på.

3.2.1 Utforming av undervisningsopplegg

Jeg ville teste ut et undervisningsopplegg der elever på 7. trinn skulle ta i bruk eksisterende modeller og lage sin egen modell basert på andre variabler. Da jeg skulle gå i gang med å lage dette undervisningsopplegget var jeg inspirert av Big Mac Index og model-eliciting activities. Grunnen til at jeg valgte denne indeksen, er at den er relativt enkel å lese og forstå, samt at den tar utgangspunkt i noe som er kjent for de fleste, altså en Big Mac hamburger fra

fastfoodkjeden McDonald's. Hovedmålet for undervisningsopplegget var at elevene gjennom en rekke model-eliciting inspirerte aktiviteter, skulle velge en vare som de var kjent med og som på samme måte som Big Mac hamburgeren er lik og finnes over store deler av verden, finne informasjon om prisen på denne varen i ulike land og så utføre noen av de samme type beregningene som i Big Mac indeksen. Disse aktivitetene inkluderte innledende klassesdiskusjoner om valuta, tabeller, statistikk og Big Mac indeks, ulike forberedende gruppeoppgaver som handlet om statistikk og tabeller, gruppearbeid med utforming av egne modeller og avsluttende klassesdiskusjoner der elevenes egne modeller ble diskutert, analysert og sammenlignet.

Selv om Big Mac indeksen er forholdsvis enkel, tok det meg likevel litt tid å sette meg ordentlig inn i den. Spesielt hvordan den implisitte valutakursen var regnet ut, tok litt tid å finne ut av. Jeg tok utgangspunkt i Det gjorde at jeg besluttet å forenkle den litt slik at den ville være mer tilgjengelig for elever på 7. trinn, og dermed på en bedre måte oppfylle noen av prinsippene for utforming "model-eliciting" aktiviteter som ble presentert i delkapittel 2.2.2 Modelleringsprosess på mellomtrinnet. Min tabell, som for enkelthets skyld vil bli kalt BigMac-tabellen fra dette punktet ut, vises under.

| Big Mac Index | | | | | | |
|---------------|------------------------------------|--------------|---------------------------------|---------------|------------------|------------------------|
| Land | Pris for Big Mac i lokal valuta | Lokal valuta | Gjeldende valutakurs til NOK | Pris i NOK | Differanse i NOK | Forskjell i prosent |
| Norge | 49 | NOK | 1.00 | 49.00 | 0 | 0.00 |
| Danmark | 30 | DKK | 1.31 | 39.20 | -9.80 | -20.00 |
| England | 3.19 | GBP | 11.06 | 35.28 | -13.72 | -28.00 |
| Finland | 4.56 | EUR | 9.76 | 44.49 | -4.51 | -9.20 |
| Kina | 20.4 | CNY | 1.26 | 25.76 | -23.24 | -47.43 |
| Russland | 130 | RUB | 0.13 | 16.80 | -32.2 | -21.35 |
| Spania | 3.95 | EUR | 9.76 | 38.54 | -10.46 | -21.35 |
| Sveits | 6.5 | CHF | 8.62 | 56.01 | 7.01 | 14.31 |
| Sverige | 49.1 | SEK | 0.95 | 46.67 | -2.33 | -4.76 |
| Sør-Afrika | 30 | ZAR | 0.62 | 18.54 | -30.46 | -62.16 |
| Ukraina | 47 | UAH | 0.31 | 14.48 | -34.52 | -70.45 |
| USA | 5.28 | USD | 8.59 | 45.38 | -3.62 | -7.39 |
| Vietnam | 65000 | VND | 0.00037 | 24.05 | -24.95 | -50.92 |

Tabell 2. BigMac-tabell, omgjort og laget av meg, 20.01.19.

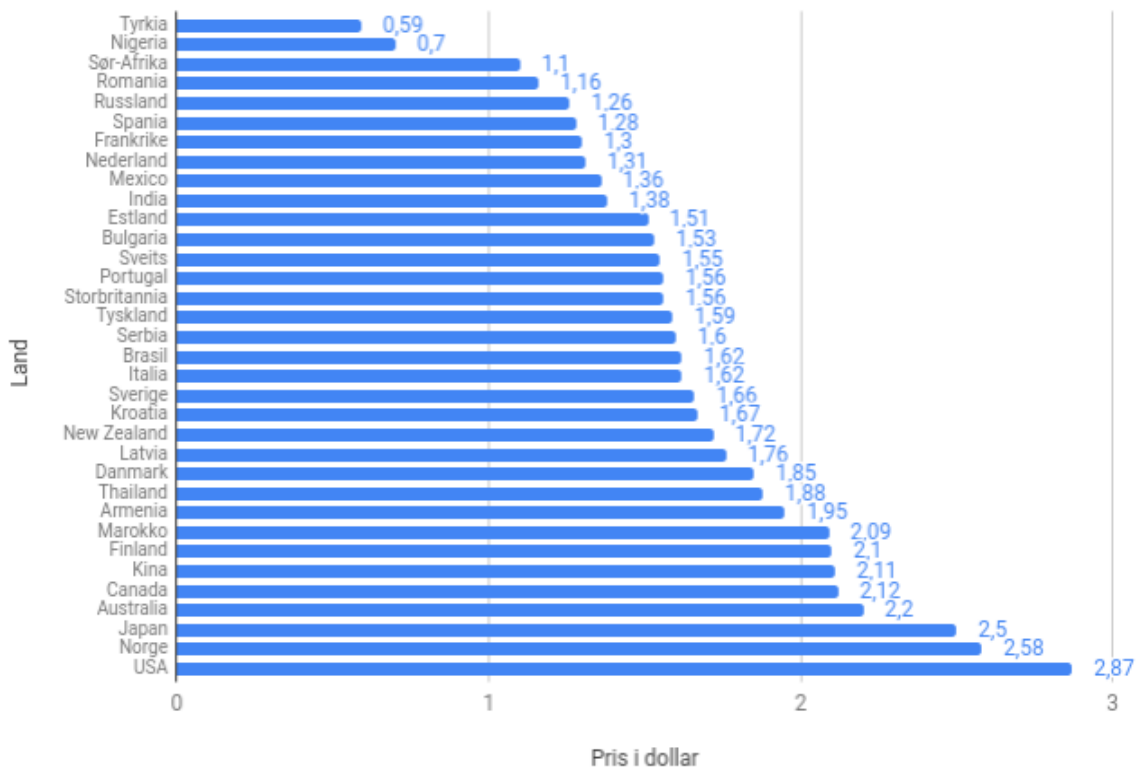
Prisene er hentet fra oversikten over prisen på Bic Mac index fra juli 2017. Måten jeg forenklet Big Mac indeksen på var for det første å bruke den norske kronen som sammenligningsgrunnlag i stedet for den amerikanske dollaren. Jeg valgte også å oversette og

erstatte noen av begrepene i indekstabellen (figur 1), for eksempel har jeg ikke brukt begrepet implisitt valutakurs, fordi det er et begrep som kan være vanskelig å forstå, spesielt for elever på mellomtrinnet. Jeg har også begrenset antall land og valgt å lage min egen BigMac-tabell med sju kolonner. Ved å lage min egen tabell, kan jeg tilpasse den med antall land og begreper slik jeg selv mener er hensiktsmessig. De første kolonnene er ganske like som de første kolonnene i figur 1; 1. Navn på land og 2. Pris i lokal valuta. I den 3. kolonnen har jeg plassert navn på valutaen ettersom tabellen ble laget i et regneark, og jeg ønsker å benytte meg av regnefunksjonene et slikt regneark tilbyr. Det fungerer bare i ruter med kun tall i, derfor kan jeg ikke skrive pris og valuta i samme rute/kolonne. De neste kolonnene er 4. valutakurs og 5. Pris i norske kroner. I BigMac-tabellen har jeg altså valgt å bruke kroner som sammenligningsgrunnlag i stedet for dollar. Dette valget tok jeg fordi elevene mest sannsynlig har bedre kjennskap og evne til å intuitivt vurdere verdien av norske kroner enn amerikanske dollar. Grunnen til at jeg plasserte 4. valutakurs mellom 2. pris i lokal valuta og 5. Pris kroner, er fordi jeg følte at dette var en naturlig plassering etter hvordan man ville regnet det ut. Først ville man funnet prisen i lokal valuta, så valutakursen til norsk og så regnet ut pris i norske kroner. Kolonne 6 er forskjell i kroner og 7. er forskjell i prosent. Grunnen til at jeg ville vise forskjell i kroner er fordi dette blir et viktig verktøy i sammenligningen mellom de ulike landene. Ved å sette et tall på hvor stor forskjellen mellom landene er, er det lettere å sammenligne prisene i de ulike landene. Det er også et viktig steg når man skal finne forskjellen uttrykt i prosentandel av helheten. Forskjell i prosent ville jeg ha med fordi da ville de ulike gruppene kunne sammenligne prisforskjell på tross av at de har valgt varer i ulike prisgrupper. For eksempel kan man ikke sammenligne prisforskjell i de ulike landene på en iPhone og prisforskjellene for en RedBull dersom forskjellene er oppgitt i kroner. Derimot kan man på en annen måte sammenligne prisforskjellene for de to varene dersom man oppgir dem i prosentandel av hele prisen.

Gruppeoppgaven som elevene ble utdelt i hovedøkten, er laget med tanke på at elevene er forskjellige og trenger individuell tilpasning. Den er ganske enkel i formen, med tre hoveddeler og er nesten en slags mal som elevene kan følge. Første del av oppgaven er å velge en vare som finnes over hele verden. Tanken med dette var at elevene kunne velge noe de selv var interessert i å undersøke, og på den måten kunne man foreta en sammenligning på klassenivå der man kunne diskutere og sammenligne funnene til de ulike gruppene i en klassediskusjon etterpå. Del to av oppgaven er å undersøke prisen på den valgte varen i fem ulike land og å lage en oversikt som viser pris i lokal valuta, valutakurs til norske kroner, pris

i norske kroner og prisforskjell i kroner. Jeg tok ikke med prisforskjell i prosent som et krav i oppgave, fordi jeg tenkte at dette kunne være en deloppgave som de som var raskt ferdige kunne få bryne seg på. Jeg har lagt til et bilde av BigMac-tabellen på oppgavearket, slik at elevene kunne bruke den som en mal om de ville det. Jeg sa ikke spesifisert at de måtte lage en lik tabell, men den var tilgjengelig dersom noen trengte den. Tanken bak det var at de som ville, kunne velge å lage en annen type oversikt etter eget ønske, men likevel følge noen enkle krav. Den siste delen av oppgaven var å forberede en presentasjon av resultatene sine. Her er det spesifisert at de skal sammenligne de ulike landene og kunne si noe om hva som er dyrt eller billig. Også denne delen er laget litt åpen, men med noen enkle krav, som alle kan få til. Grunnen til at jeg ville lage en oppgave som er åpen er at læreren Heidi og jeg da kunne tilpasse underveis for de gruppene som eventuelt kunne strekke seg lengre og ha med flere aspekter. Et annet aspekt er at med en åpen oppgave, kan læreren underveis stille spørsmål som kan gjøre at elevene ser på arbeidet sitt og resultatene sine i et kritisk lys, som igjen kan føre til refleksive diskusjoner (Barbosa, 2012, s. 231). Nederst på siden der oppgaven er skrevet er det listet opp noen nettsider som kan være nyttige for elevene å bruke i arbeidet. Den to første nettsidene, valutakurser.no og finn.no/reise/valuta, er nettsider som kan brukes til å regne om fra en valuta til en annen. På sistnevnte er også selve valutakursen i noen land oppført på siden. Den siste siden, globalbrandprices.com, er en nettside hvor en slik prissammenligning er foretatt på en rekke varer, alt fra en Toyota Corolla til Snickerssjokolade. For hver vare vises en oversikt med pris for varen i ulike land, rangert fra billigst til dyrest slik som i figur 7 for prisene for Red Bull i ulike land. Man kan velge hvilken valuta man vil ha prisene oppgitt i. Tanken var at denne siden kunne være til hjelp for elever som enten sto litt fast på hvilke varer de kunne velge, slet med å finne priser eller elever som kanskje trengte hjelp til å regne om mellom valutaer. Det letter selve regneprosessen, men tillater likevel elevene å foreta sammenligninger mellom landene.

Priser på Red Bull



Figur 5. Illustrasjon av diagram over Red Bull på nettsiden globalbrandprices.com, omarbeidet og gjengitt av meg, 07.05.19.

Selve opplegget ble utformet med tanke på at jeg ville gjennomføre en pilotøkt med elevene som skulle delta i prosjektet, slik at jeg kunne gjøre meg litt kjent i klassen og eventuelt kunne justere undervisningsopplegget til å passe enda bedre til elevene. Deretter ville jeg gjennomføre et opplegg over to separate økter på 2 timer, der datainnsamlingen foregikk. De tre øktene ble gjennomført i løpet av 10 dager. Jeg ville ha litt tid mellom pilotøkten og selve undervisningsopplegget for å kunne planlegge og tilpasse etter pilotøkten, men jeg kunne med fordel hatt de to neste øktene påfølgende dager, slik at det vi jobbet med var ferskt i minnet. Av logistiske grunner, ble det likevel slik at det gikk nesten en uke mellom hovedøkten og den avsluttende økten, og i den siste økten var det kun halve klassen som var tilstede. I tillegg var de elevene som ble tatt lydopptak denne siste økten ikke blant de som ble tatt lydopptak av i hovedøkten. Dermed fikk jeg ikke med starten av prosjektet deres, og dataene gir ikke like god innsikt i arbeidsprosessen til disse gruppene som dataene som ble samlet inn i hovedøktene. Derfor vil bli mest fokus på dataene som ble samlet inn i den økten jeg har kalt hovedøkten i denne oppgaven.

3.2.1.1 Første økt - pilotøkt:

Økten startet med en kort presentasjon av prosjektet og informasjon om lydopptak og hva de skulle brukes til. Deretter ble elevene bedt om å repetere litt om hva tabeller er og hva de kan brukes til. Dette resulterte i et tankekart på tavla. Det ble blant annet nevnt at tabeller brukes til å presentere informasjon om resultater i ulike idretter. Det ble en overgang til å vise elevene resultattabellene for Eliteserien i fotball og håndball (Se i vedlegg 1; oppgaver 21.01.19). De fikk diskutere i par hvordan man leser en slik tabell og hvilke likheter og forskjeller de har, før det ble oppsummert i fellesskap. De fikk så utdelt et oppgaveark (vedlegg 1; Oppgaver 21.01.19) med oppgaver der de skulle se etter forskjeller og likheter i par. Mens de jobbet, gikk både jeg og læreren rundt og hjalp til der det trengtes og lyttet på hva de snakket om. Etterhvert som de ble ferdige fikk hvert par hver sin oppgave (se liste i vedlegg 2; Tilleggsoppgaver) der de skulle finne ut hvordan tabellen hadde blitt seende ut dersom kriteriene for hvem som leder var annerledes. Et eksempel var “Hvordan hadde fotballtabellen blitt seende ut dersom man kun fikk 2 poeng for seier og 1 poeng for uavgjort?” Etter litt jobbing ble timen oppsummert i fellesskap og hver gruppe fikk presentere sin oppgave med resultat for resten av klassen. I denne timen ble det ikke tatt lydopptak, men noen observasjoner er notert ned. Grunnen til dette er delvis fordi hverken jeg, læreren eller elevene, for den saks skyld, hadde helt kontroll over hvem av elevene som hadde samtykket til lydopptak og ikke hadde forberedt grupper på forhånd, men også fordi dette var første møte med elevene. I stedet for å bruke tid i timen på å lete opp listen over de som hadde samtykket og lage grupper ut i fra det, ville jeg i stedet se på hvordan elevene jobbet i par. Basert på observasjonene denne dagen, fant jeg og læreren i fellesskap ut at det mest sannsynlig ville være mest hensiktsmessig å lage grupper på tre. Jeg fikk også mer kjennskap til klassedynamikken, og sett hvordan de arbeidet med oppgaver. Det gjorde at jeg forsto at jeg burde tilpasse oppgavene jeg hadde planlagt enda litt til, slik at alle elevene hadde forutsetninger for å mestre dem.

3.2.1.2 Andre økt - hovedøkt:

Økten startet med en kort repetisjon av hva vi gjorde sist økt, siden det hadde gått noen dager. Deretter lagde vi et tankekart på hva valuta betyr og hva det brukes til, og elevene diskuterte i par før vi listet opp ulike valutaer. Etterpå viste jeg dem BigMac-tabellen (tabell 2) og vi snakket om hva de ulike radene og kolonnene viste og betydde. Vi sammenlignet ulike land og elevene var blant annet oppmerksomme på at Norge var et av landene som hadde den

høyeste prisen på Big Mac. Deretter forklarte jeg dem deres oppgave; at de skulle velge seg produkt som finnes i mange ulike land og lage en lignende oversikt. Elevene ble delt inn i grupper på 3 som læreren hadde laget på forhånd slik at elevene som hadde samtykket havnet på gruppe med andre som hadde samtykket. På den måten kunne jeg ta lydopptak av hele grupper. Jeg hadde to lydopptakere, og derfor kunne jeg ta opptak av to ulike grupper i denne timen. En gruppe ble plassert på et grupperom rett ved klasserommet, og en annen gruppe ble plassert på et bord som var plassert borte fra de andre elevene. Elevene jobbet med oppgaven de fikk utdelt (vedlegg 3: gruppeoppgaven), og fikk bruke datamaskiner til å lete etter informasjon. Jeg og lærer gikk rundt for å støtte elevene i arbeidet. Noen grupper ble ferdige før timen var over, blant annet den ene av gruppene som ble tatt lydopptak av. De fikk da noen ekstra spørsmål som de kunne diskutere, som for eksempel om det lønner seg å reise til det landet der varen var billigst og kjøpe den der. Andre grupper brukte lengre tid på å finne ut hvilken vare de skulle velge og ble derfor ikke ferdige med arbeidet i løpet av timen. Dette gjaldt for eksempel den andre gruppen som det ble tatt lydopptak av i denne timen. For de som ikke ble ferdige denne timen, var avtalen at de kunne få fortsette arbeidet neste gang jeg kom, uken etter.

3.2.1.3 Tredje økt - avsluttende og oppsummerende økt:

Denne økta var bare halve klassen tilstede. Ingen av gruppene som hadde blitt tatt lydopptak av tidligere, var tilstede, men to av gruppene som var der hadde også samtykket til lydopptak. Timen startet med en liten repetisjon av hva de hadde gjort timen før, og de fikk diskutere litt mellom seg hva de manglet for å bli ferdige. Jeg forklarte at gruppene skulle legge fram sine resultater for en annen gruppe, og vi snakket om hva som var viktig å ha med i en presentasjon/framlegg. To av fire grupper (tilfeldigvis de to gruppene som hadde samtykket) var nesten ferdige og trengte bare 15 minutter på å gjøre seg klar for fremlegg. Disse to gruppene fikk så møtes i grupperommet og legge fram for hverandre, med lydopptakeren på. En av de andre gruppene hadde ikke kommet like langt med oppgaven og trengte litt mer tid på fullføre oppgaven, og det fikk de bruke mesteparten av tiden på. Den siste gruppen hadde ikke vært tilstede uken før, og hadde derfor ikke startet i det hele. Derfor fikk de utdelt oppgaven og litt forklaring av læreren før de startet. I slutten av timen møttes alle gruppene og på oppfordring av læreren tok elevgruppene opp ting som hadde overrasket dem. Ettersom ikke alle elevene hadde samtykket til lydopptak, kunne jeg ikke ta opp lyd, men jeg har observert og skrevet ned noen av tankene som kom frem blant elevene. Her sammenlignet de for eksempel hvilke land som var generelt “dyrest” og “billigst”.

3.3 Lydopptak

Jeg benyttet meg av blant annet av lydopptak for å samle inn datamateriale. Ved å velge lydopptak, får jeg et mer detaljert innblikk i hva som blir sagt enn om jeg bare hadde observert elevene. Det gjør at jeg kan konsentrere meg om helheten i det som skjer i klasserommet, i stedet for å skrive ned observasjoner fortløpende og muligens gå glipp av viktige momenter. I tillegg lagres lyden på et permanent opptak slik at jeg kan gå tilbake flere ganger og høre gjennom (Brinkmann & Kvale, 2015, s. 205). Datamaterialet som ble hentet gjennom lydopptak, ble hentet i den andre og tredje økten, av totalt fire grupper med elever som hadde samtykket til dette. Disse elevene ble plassert på andre rom eller lenger vekk fra de andre elevene, for at kvaliteten på lydopptaket skulle være så bra som mulig, og kun av de som hadde samtykket til å bli tatt lydopptak av.

I oppstarten og avslutningen av timen kunne det også ha vært en mulighet for å ta lydopptak, men jeg har valgt å ikke gjøre dette av ulike grunner. For det første ble dette undervisningsopplegget gjennomført med hele trinnet på 23 elever, selv om bare omtrent halvparten hadde levert inn samtykke til lydopptak. Det ble gjort på denne måten fordi læreren jeg samarbeidet med, hadde ansvar for hele klassen og det var ikke rom tilgjengelig slik at jeg kunne ta med meg bare de elevene som hadde samtykket ut fra timene. Dessuten frigjorde dette valget læreren mer, slik at også hun, som kjenner elevene best, kunne være med på opplegget og eventuelt gjøre justeringer slik hun vanligvis gjør med elevene sine. For det tredje ble oppstart og avslutning av opplegget gjennomført i et stort klasserom hvor det ville vært vanskelig å få et bra lydopptak av hele klassen. Både bakgrunnsstøy og avstand fra mikrofonen ville sannsynligvis gjort at disse lydopptakene ikke ville være en god gjengivelse av hva som faktisk skjedde. Derfor har jeg i stedet valgt å skrive ned observasjonsnotater fra oppstarten og avslutningene av timene.

3.3.1 Hvorfor lydopptak og ikke videoopptak?

Det kunne vært aktuelt å tatt i bruk videoopptak i stedet for lydopptak. Ved videoopptak kan man lettere fange den mellommenneskelige interaksjon som kroppsspråk, blikk og gester. Man ser også mer tydelig hvem det er som snakker og ofte hva de snakker om. Ved å velge lydopptak i stedet, risikerer jeg å ikke få med alle detaljer fra situasjonen. I dette tilfellet, var mitt fokus på å kartlegge hva som skjer når elevene arbeider med oppgavene, og jeg var mest interessert i hva de sa mens de arbeidet, og derfor passer lydopptak bra til dette. En annen

grunn til at lydopptak passer bra i dette tilfellet, er at lydopptak muligens vil virke mindre invaderende på elevene enn et videoopptak. I et videoopptak ser man veldig tydelig hvem som er hvem, mens ved lydopptak er man litt mer anonym.

3.4 Observasjon

For å få et mer utfyllende bilde av det som skjedde i klasserommet, har jeg har valgt å *triangulere* lydopptak og observasjoner fra de delene av timen der jeg ikke kunne ta lydopptak av hele gruppen (Dalland, 2012, s. 185). Her hadde jeg en rolle som observerende deltaker, noe som vil si at jeg var en del miljøet jeg forsket på, men jeg var åpen om hvorfor jeg var der og hva jeg gjorde (Johannessen, Tufte og Christoffersen, 2010, s. 127). I de ulike fasene av undervisningsopplegget var min deltakelse varierende, slik Fangen (2010, s. 72) beskriver at forskerens rolle i observasjonen kan være. I noen deler av opplegget ledet jeg alle elevene i en felles gjennomgang, og var med andre ord fullt deltakende. Andre ganger gikk jeg rundt og observerte elevene mens de arbeidet med oppgavene og kunne hjelpe til dersom de trengte hjelp til noe, eller komme med innspill. Og noen deler av opplegget var jeg fullt ut observatør når læreren oppsummerte hele opplegget sammen med elevene. Da kunne jeg sitte og notere i et observasjonsnotat.

Ettersom jeg selv har vært delaktig i timene og fordi det er vanskelig å få med seg alt når man skriver ned fortløpende, er ikke disse observasjonsnotatene så detaljerte som transkripsjonene fra lydopptakene. Likevel gir disse observasjonsbeskrivelsene god bakgrunnsinformasjon om konteksten til transkripsjonene, samt gir unik informasjon om hva slags samtale mellom elever og lærer som oppstod i oppstarten og avslutningen av timene.

3.4 Transkripsjon

For å gjøre lydopptakene mer egnede for en analyseprosess, var det viktig å først få dem transkribert, og så fort som mulig etter innsamling. Når man transkriberer, oversetter man mellom muntlig og skriftlig språk. Det kan være vanskelig å få til en god oversettelse, siden det er vesentlige forskjeller mellom hvordan man snakker og hvordan man skriver. For eksempel kan det være vanskelig å oversette tonefall, kroppsspråk, pauser og annet som er en viktig del av det muntlige språket, på en god måte skriftlig (Brinkmann & Kvale, 2015, s. 204). Når man snakker, kommer man gjerne med lange ytringer uten pauser, som muligens hadde vært tungvint å lese dersom man ikke satte inn tegnsetting. Derfor har jeg forsøkt å bruke tegnsetting og skrivemåte slik at setningene fulgte korrekt skriftlig form, for å gjøre transkripsjonene lettere å lese. Samtidig har jeg forsøkt å gjøre utsagnene mest mulig lik

elevenes tale, for å skape det mest nøyaktige bildet av situasjonen. Når jeg gjør transkripsjonen etter selv å ha vært tilstede, sitter jeg på kontekstinformasjon som gjør at jeg lettere kan forstå og tolke det som blir sagt, men denne informasjonen har ikke en utenforstående som leser transkripsjonene. Derfor er observasjonsnotater og kontekstbeskrivelser viktige å ha med i analysearbeidet.

3.5 Utvalg av informanter

Når jeg skulle velge informanter til dette prosjektet, foretok jeg et *strategisk utvalg*, noe som vil si at jeg valgte deltakere ut fra kvalifikasjoner eller egenskaper som kan være strategiske i forhold til problemstillingen (Thagaard, 2018, s. 54). Her spilte blant annet klassetrinn en viktig rolle i utvelgelsen. Utvalget ble også gjort ved et *tilgjengeligsutvalg*, noe som betyr at jeg valgte deltakere ut fra de som jeg har tilgang til.

Ut fra problemstillingen min og fordi jeg er grunnskolelærer på 1.-7- trinn, ville jeg forske på elever på mellomtrinnet. Jeg ville forske på elever som fortrinnsvis behersker de fire regneartene og som har kjennskap til å “[...]finne informasjon i tekstar eller praktiske sammenhengar, stille opp og forklare berekningar og framgangsmåtar, vurdere resultatet og presentere og diskutere løysinga” (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 7), og derfor passet det å forske på elever på mellomtrinnet. I min siste praksisperiode ble jeg kjent med en lærer, anonymisert som Hilde i transkripsjonene, som underviste ved en barneskole i Bergen og som var svært engasjert i arbeidet sitt, blant annet som matematikklærer. Derfor tok jeg kontakt med henne for å høre hvilket klassetrinn hun underviste dette skoleåret og om hun eventuelt var interessert i å samarbeide med meg om et prosjekt som omhandlet bruk av indekser/eksisterende matematiske modeller. Hun underviste på 7. trinn, og ville gjerne bli med på prosjektet. Trinnet er såpass lite (rundt 23 elever) at ble bestemt at alle elevene skulle være med på undervisningsopplegget, men kun de 14 elevene som samtykket til lydopptak, ble tatt lydopptak av.

Jeg har tatt lydopptak av totalt 4 grupper, og har gitt de navnene gruppe 1, gruppe 2, gruppe 3 og gruppe 4. Alle gruppene består av 3 elever i en blanding av både gutter og jenter. Likevel vil alle bli omtalt som han ettersom jeg bruker ordet hankjønnordet elev. Alle gruppene fikk oppgaven samme tidspunkt, men det er ikke tatt lydopptak av gruppene på samme tidspunkt. To av gruppene, gruppe 1 og 2, ble tatt lydopptak av når de begynte arbeidet med oppgaven, mens de to resterende gruppene, 3 og 4, ble tatt lydopptak av når de skulle presentere arbeidet sitt for hverandre. Derfor vil beskrivelsen av de to siste gruppenes arbeid

være litt annerledes enn de to første. Likevel vil jeg ta med alle gruppene, da de kan belyse ulike deler av arbeidsprosessen hele elevgruppa gikk gjennom i dette undervisningsopplegget.

3.6 Etiske hensyn

I dette prosjektet har det vært nær kontakt mellom meg som forsker og informantene og det er samlet inn datamateriale som kan knyttes direkte til elevene, og det er en del etiske hensyn som tas i slike tilfeller. Når man benytter lydopptak som innsamlingsmetode, innhenter man informasjon som kan gjøre informantene identifiserbare ved at man blant annet kan kjenne igjen stemmene til de ulike informantene. Derfor var det først og fremst viktig å få prosjektet godkjent av Norsk senter for forskningsdata (NSD) (se vedlegg 4; Godkjenning fra NSD).

Et viktig premiss for å få prosjektet godkjent, er at man innhenter frivillig og informert samtykke til at informasjon om informantene samles inn. Dette betyr at den som gir et samtykke er informert om hva slags type informasjon som skal samles inn og hvordan de skal anonymiseres, behandles og oppbevares, samt om deres rettigheter. Informantene har rett på innsyn i opplysninger samlet inn om dem, og dette skal de også informeres om. Ellers skal de informeres om at samtykket er frivillig, slik at de når som helst kan trekke tilbake samtykket og eventuelt få opplysninger om seg selv slettet. I loven om personopplysning kommer det fram at barn under 13 år trenger at foreldre samtykker på vegne av dem selv (Personopplysningsloven, 2000, § 5). Derfor ble det sendt ut et samtykkeskjema og et informasjonsskriv (se vedlegg 5; Samtykkeskjema og informasjonsskriv) til de foresatte til hele trinnet sammen med en frist for innlevering i god tid før datainnsamling. På samtykkeskjemaet kunne de foresatte krysse av 'ja' eller 'nei' på om de ville la opplysninger av sitt barn bli behandlet.

Selv om foresatte har signert et samtykkeskjema, er det også viktig å innhente elevenes egne samtykker. I den første økten, introduksjonsøkten, fikk elevene informasjon om prosjektet, hvordan lydopptakene skulle foregå, og at selv om foreldrene hadde samtykket til at de kunne være med, kunne de selv trekke seg om de ville det. De fikk også vite at det kun var jeg som skulle høre på lydopptakene, og at måten jeg brukte dem på ikke ville avsløre hvem de var.

I transkriberingsprosessen har jeg anonymisert alle navn og gitt elevene koder på formen E1, E2, E3 osv..., meg selv koden J og læreren H. Med dette fjerner jeg også skillet mellom kjønn og omtaler alle elevene som hankjønn, siden ordet elev er hankjønn.

3.7 Reliabilitet og validitet

3.7.1 Reliabilitet

Reliabilitet kan sies å være troverdigheten til oppgaven, et mål på hvor pålitelig metoden er. Høy reliabilitet kan for eksempel gjenkjennes ved at metoden kan etterprøves og kunne gi samme resultat (Krogtoft & Sjøvoll, 2018, s. 99). Ved å nøye beskrive alle detaljer i prosessen, oppnår jeg transparens slik at det er mulig å gjennomføre undervisningsopplegget på ny, og dette øker dermed reliabiliteten. Etersom kvalitative metoder er tatt i bruk og jeg er på jakt etter en innsikt i hvordan elevene arbeider med eksisterende matematiske modeller, er det likevel slik at om opplegget hadde blitt gjennomført på nytt, ville ikke resultatene nødvendigvis blitt like. Det gjelder både om de samme elevene hadde vært med på det samme opplegget, men også med nye elever. Dette er fordi studien er basert på det utsagnene elevene kommer med i den bestemte konteksten. Disse utsagnene og konteksten elevene befinner seg i når de ytrer utsagnene, er resultater av subjektive erfaringer, og det er derfor lite sannsynlig å kunne få nøyaktig de samme resultatene ved en annen anledning. I tolkningen av dataene spiller min personlige erfaringsbakgrunn en stor rolle, og det gjør at ingen kan tolke dataene på nøyaktig samme måte som meg selv (Johannessen, Tufte & Christoffersen, 2010, s. 229). For å øke reliabiliteten har jeg derfor gitt beskrivelser av konteksten som utsagnene jeg tolker oppstod i, samtidig som jeg har forklart hvordan jeg tenker når jeg analyserer. I tillegg har jeg vist til utdrag fra transkripsjonene for å vise tydelig hvilke situasjoner jeg tolker.

3.7.2 Validitet

Validitet handler om gyldighet, eller med andre ord om tolkningene jeg gjør av elevenes utsagn kan ses på som gyldige. Det er viktig å sørge for at tolkningen ikke blir et produkt av mine subjektive holdninger, men et produkt av forskningen som er gjort (Johannessen, Tufte & Christoffersen, 2010, s. 232) For å styrke validiteten har jeg derfor lagt fram alle steg i analysen og beskrevet det teoretiske perspektivet jeg tolker ut i fra. Ved å beskrive alt jeg har gjort og forklare hvordan jeg tolker elevenes prosess opp mot mitt teoretiske rammeverk, oppnår jeg høyere validitet. Ved å velge lydopptak som metode for å samle inn datamateriale, sikrer jeg at analysen skjer basert på funn fra transkripsjonen derfra, slik at ikke alt blir basert på mine subjektive observasjoner. Når man skal analysere utsagn får man innblikk i hva de sier, men ofte må man også foreta tolkninger av hva de mener med det de sier. Det medbringer en risiko for at jeg kan tolke feil, eller at noen andre med en annen forforståelse

enn meg kan tolke det annerledes. Derfor er det viktig at jeg er bevisst på at utsagnene kan bety noe annet enn det jeg tolker det som. Ettersom jeg har deltatt i klasserommet sitter jeg med en kunnskap om konteksten som kan være nødvendig å ha kunnskap om for å forstå hva utsagnene handler om. Derfor vil jeg beskrive konteksten rundt det elevene sier, slik at jeg viser på hvilket grunnlag jeg gjør tolkningene mine.

3.8 Analyseverktøy

Ettersom jeg har to forskjellige forskningsspørsmål, trenger jeg å se på datamaterialet på forskjellige måter. Derfor er det også hensiktsmessig å analysere materialet på forskjellige måter, alt etter hva jeg leter etter. Det første forskningsspørsmålet handler om det finnes tegn etter en modelleringsprosess i arbeidet elevene gjør når de arbeider med eksisterende modeller og lager en egen lignende modell. Derfor vil jeg bruke ordutvekslingene mellom elevene for å lete etter tegn på delprosesser som tar sted i en modelleringsprosess. Ettersom elevene er på mellomtrinnet, mye av modelleringslitteraturen er myntet på eldre elever, og fordi oppgaven de løser er utformet med tanke på at den skal være mulig for elever på 7. trinn skal kunne løse degn, forventer jeg at disse delprosessene kanskje viser seg i en forenklet form, og kanskje noe ufullstendig. Jeg har ikke tilgang på det som skjer i hodet til elevene, så derfor har jeg heller ikke tilgang på hele prosessen. Det blir derfor opp til meg å bruke den tilleggsinformasjonen om oppgaven og gjennomføringen jeg sitter på til å skape et fullstendig bilde. Jeg vil diskutere kort hva som kan være tegn på de ulike delprosessene som Blomhøj presenterte og hva jeg forventer. Ettersom oppgaven allerede er formulert, forventer jeg ikke å finne så mange tegn på første delprosess, problemformulering. Neste delprosess i Blomhøjs figur er systemavgrensning. Her velger elevene ut nøyaktig hva de skal finne ut, så her forventer jeg at de for eksempel velger produkt basert på noen kriterier de blir enige om innad i gruppa. Her kan det også komme diskusjoner om disse kriteriene, hvilke land det skal tas utgangspunkt i, hva slags produkter som det kan passe å undersøke, hvor de skal finne informasjonen de trenger og begrunnelser for valgene de tar. Neste delprosess er matematisering, hvor elevene skal begynne prosessen med å lage selve modellen. De har blitt presentert en tabell, kalt BigMac-tabellen, som fungerte som en slags mal og de fleste elevene tok den i bruk. Selv om selve formen på modellen er bestemt, er det fortsatt flere grep elevene må gjøre for å matematisere problemet. De må for eksempel finne informasjon om valuta i ulike land, finne valutakurs og forsøke å forstå og tolke hva dette betyr og hvordan de skal brukes i den matematiske analysen. De må også organisere tabellen sin slik at den er leselig og forståelig. Deretter kan den matematiske analysen starte. Her gjør elevene de matematiske

beregningene som multiplisering og dividering, organisering av opplysninger, rangering, sammenligning og omgjøring mellom valutaer. Deretter skjer fortolkning og vurdering av resultatene. Her vil jeg se etter utsagn der elevene tolker resultatene sine eller modellen opp mot den virkelige situasjonen. Det kan være utsagn som tyder på at de prøver å forstå hva de matematiske resultatene har å si for den reelle situasjonen de hører til. Den siste delprosessen i modelleringsprosessen er evaluering av modellens validitet. Her vil jeg se etter utsagn som tyder på at elevene sier noe om kvaliteten av modellen de har laget og resultatene de får ved å bruke den. Dersom elevene sier noe om likheter, sammenhenger eller forskjeller mellom resultatet de har fått og den situasjonen som de jobber ut fra eller eksempelet som jeg viste i starten av prosessen, BigMac-tabellen, er det et tegn på at de vurderer hvor god modellen er. Det kan også være at de oppdager at noe er feil og må endres på, fordi det ikke passer inn i den reelle situasjonen.

Deretter vil jeg analysere datamaterialet etter de tre typene diskusjoner som Barbosa skriver om, og se etter tegn på dem. Matematiske diskusjoner handler om matematiske ideer, elementer eller operasjoner. Hos elevene i dette undervisningsopplegget kan det vise seg som at de snakker om summer, tall, ulike regneoperasjoner, matematiske prinsipper eller at de nevner resultater på regneoperasjoner. Teknologiske diskusjoner har mer med selve oppbyggingen av en matematisk modell å gjøre. I dette undervisningsopplegget kan det vise seg som at elevene diskuterer ulike variabler som skal og ikke skal være med i modellen og hvordan modellen skal se ut. Den siste typen diskusjon, refleksive diskusjon, kjennetegnes av at man ser på sammenhengen mellom den matematiske modellen, kriteriene som brukes i den og konsekvensene de fører med seg i den reelle konteksten. For elevene kan det bety at de ser hva sin egen modell, eller resultatene den bringer, betyr i den reelle konteksten. Det kan også være at de viser at de setter spørsmål ved hvor god modellen er, eller deres beregninger er, at de gjør justeringer på beregninger eller antagelser eller sier noe om hva slags konsekvenser ulike variabler i modellen har.

4.0 Analysedel

Denne analysedelen er delt i to hoveddeler, og hver av disse har flere underkategorier. Jeg vil først i 4.1 Tegn etter modelleringsprosessen ta for meg hvordan datamaterialet viser tegn til en modelleringsprosess som ligner på den som er fremstilt av Blomhøj (2003). Deretter, i 4.2 Tegn etter ulike diskusjoner i modelleringsarbeidet, vil jeg analysere datamaterialet etter de ulike typene diskusjoner som Barbosa (2006; 2010; 2012) presenterte.

4.1 Tegn etter modelleringsprosessen

I denne delen av analysen vil jeg ta for meg de ulike delprosessene av modelleringsprosessen som illustrert av Blomhøj og vise funn av tegn til disse prosessene i utdragene hentet inn.

Oppgavens omfang er ikke så stor at jeg kan vise alle eksempler fra alle grupper, og det er heller ikke nødvendig. Derfor vil jeg i stedet velge ut noen eksempler på hver delprosess og gå grundigere inn på disse, samt snakke om utbredelsen av lignende eksempler i hele datamaterialet. Delprosessene problemformulering, er ikke med her, ettersom oppgaven elevene skulle løse allerede var formulert, og det ikke er forventet å finne tegn til en problemformuleringsprosess i datamaterialet.

4.1.1 Tegn til systemavgrensning

Med systemavgrensning menes at man presiserer problemstillingen man jobber med. For elevene som deltok i opplegget innebar det for eksempel å velge produkt og land som de ville undersøke. De fleste gruppene begynte med å velge produkt, og gjorde dette valget på grunnlag av noen kriterier, her eksemplifisert ved gruppe 1. Først snakker gruppen om hva som kan være aktuelt å velge:

E1: Men først må vi vite hvilke land som har sånn like butikker.

E2: Ja, det må vi.

E1: McDonald's!

E3: Det er jo allerede tatt. Altså jeg tror jo at..

E1: De har Burgerking

E3: Hæ?

E1: Det der er Burgerking. Hva tror du?

E2: De sa jo McDonalds.

E3: Mac!

E1: En Big Mac.

E3: Nei. Men hva skal vi ta?

Elev 1 konstaterer at gruppen må finne land som har de samme butikkene, og foreslår at de kan bruke McDonald's som butikk. Dette forslaget blir avslått av elev 3 som sier at denne butikken "er jo allerede tatt", som viser at et kriterie for å velge produkt for denne eleven er at det er et produkt som ingen andre grupper velger. Siden en burger fra McDonald's ble brukt i BigMac-tabellen, viser elev 3 at han synes at å velge et produkt fra samme kjede vil bli for likt. Deretter kommer elev 2 med et annet forslag, basert på et annet kriterium:

E2: Vi kan jo ta en mobil siden det er...

E1: Mobil er jo over hele verden.

E2: Ja. Eller iPad.

E3: Ja.

E2: Altså iPad..

E3: iPhone X.

E1: iPhone X?

E2: Den har de nok i alle... Jeg tror alle har det.

E2: Ok, vi må lage oss en sånn tabell.

E3: Eller iPhone XR? X eller XR? Men vi må jo først finne ut hvor mye den koster. Vi kan ta den svarte da. Og så her i Norge.

Elev 2 foreslår at de kan velge en mobil, og elev 1 følger opp med en bekreftelse og begrunnelse av hvorfor det er et godt valg. Elev 3 slår fast at de må sette noen krav til hva slags telefon ved å foreslå iPhone X eller XR. Her har de valgt produkt på bakgrunn av at de tror at produktet er tilgjengelig over hele verden. Så spesifiserer de enda mer ved å velge akkurat hvilken modell og hvilken lagringsplasstørrelse de skal gå ut fra, slik at de skal kunne søke opp nøyaktig den samme varen i ulike land. Også gruppe 2 viser tegn til at de vurderer hva slags kriterier ved produktet de skal undersøke må ha:

H: Ja. Hva skal dere ta om da?

E4: Vi skal ikke ta en dyr ting for da blir det så masse ting å..

E5: Regne ut.

E6: Jeg vet ikke hva vi skal ta..

Elev 4 påpeker at de ikke vil velge et produkt som er så dyrt. Senere bestemmer de at de skal velge et produkt fra matkjeder som finnes over hele verden, og som koster maksimum 100 kr. De undersøker noen produkter, men er ikke helt fornøyde. De bruker relativt lang tid på å velge et produkt noe som resulterer i at de finner et annet kriterie:

E4: Hva tar vi? Cola har de hvertfall.

E5: Ja.. Men Sprite da.

E6: Kjøpspris for null komma fem..

E5: Men det som er irriterende med sprite er at i noen butikker vil det koste det og i noen butikker koster det det. Ikke sant?

E4: Ja, jeg vet det.

E5: Det er derfor det er vanskelig å finne ut hvilken som.. For det koster forskjellig i hver eneste butikk. Det er lettere å ta fra en kjede som er lik i alle land. Sånn at vi kan ta det fra der.

Her viser utsagnet til elev 5 at han har identifisert annet viktig kriterium; at det finnes en noenlunde stabil pris på produktet innenfor samme land. Dersom en vare har ulike priser

innad i samme land, er det vanskelig å foreta en nøyaktig sammenligning med andre land. Derfor vil de velge et produkt som har en stabil pris innad i landet. Til slutt har det gått cirka 20 minutter og gruppa har enda ikke valgt et produkt, fordi de sliter med å finne prisinformasjon på varer som oppfyller kriteriene sine. Da kommer jeg inn i samtalen og tipser dem om å bruke nettsiden globalbrandprices.com for å finne et produkt som oppfyller kriteriene de har satt. De ender da opp med å velge energidrikken Red Bull.

I tillegg til å velge et produkt, må gruppene også velge hvilke land de skal undersøke prisen på dette produktet i. Gruppe 1 velger land ganske raskt, der alle elevene på gruppen kommer med forslag omtrent annenhver gang. Dette tror jeg har noe med at alle landene de velger, finnes på listen over land jeg hadde med i BigMac-tabellen. De velger å undersøke Norge, USA, Ukraina, Spania og Vietnam. Gruppe 2 velger litt andre strategier for å velge land.

E5: OK, hvilke land skal vi ta? Skal vi ta Ukraina?

E6: Vi har jobbet i tjuetre minutter og vi har ikke gjort noe...

E4: Ok, si en bokstav.

E6: A.

E4: Og si et tall, ikke så høyt.

E5: Tre.

E4: Sa du A?

E6: Ja.

E4: Vi tar det første..

E5: Kan vi ikke bare ta det billigste landet da.

E4: Argentina er det første landet. Nei fader da blir det bare billige land... Vi tar et random.

E5: Ta noen billige land og så noen dyre land, sant?

E4: Ta det tredje av A. Armenia.

E5: Ok, da skal vi ta Armenia?

Dette utdraget er hentet fra etter de har valgt produktet Red Bull. Elev 4 foreslår å velge land tilfeldig, ved at han oppfordrer de andre elevene på gruppa til å velge en bokstav og et tall. Elev 5 foreslår en annen strategi, å velge noen "billige" og noen "dyre" land. Med dette tror jeg han mener at han vil velge av de "dyre" og "billige" landene som oppgis under prissammenligningen av en boks Red Bull på nettsiden globalbrandprices.com. Andre strategier, som ved tilfeldig peking på skjermen, blir tatt i bruk. De forkaster ulike forslag som Sveits, Canada, Frankrike, Italia, Djibouti, Honduras og Colombia. Det er ulike begrunnelser for at elevene forkaster disse forslagene. Elevene mener at Canada er for likt USA, og Djibouti og Honduras blir forkastet når elev 5 sier at de heller burde velge et land alle har hørt

om. Andre forslag blir bare nevnt uten at noen andre kommenterer det. Etter litt fram og tilbake, blir de enige om å undersøke Armenia, Norge, USA, Tyrkia og Storbritannia.

Hos gruppene 3 og 4, har jeg ikke tilgang på denne delen av prosessen, så jeg kan ikke kommentere direkte på deres utsagn når de jobbet med modellene sine. Likevel har også disse gruppene gjort noen systemavgrensninger, ved å velge et produkt som de skal undersøke prisen på og de har valgt ulike land som de skal sjekke prisen på dette produktet i. Gruppe 3 valgte å undersøke en lue med "Star Wars"-motiv i Norge, Sverige, USA, India og Spania. Gruppe 4 valgte å undersøke prisen på en Tesla X-modell i Norge, Irland, Kina, Canada og Mexico.

Delprosessen systemavgrensning er altså synlig i alle gruppene, ved at gruppene har gjort avgrensninger på problemet. Alle gruppene har valgt et eget produkt som de vil undersøke prisen på og i hvilke fem land de vil finne prisen på produktet i. Gruppe 1 og 2 har lagt fram ulike kriterier for hva slags produkt og hvilke land de ville velge. Trolig har gruppe 3 og 4 også gjort dette, men siden jeg ikke har data på akkurat dette, kan jeg ikke si det med sikkerhet.

4.1.2 Tegn til matematisering

Matematisering handler i modelleringsprosessen om å gjøre om noe fra den virkelige situasjonen om til matematikk, ofte basert på de systemavgrensningene de allerede har gjort. De må altså klargjøre problemet til en matematisk analyse. I denne oppgaven kan matematiseringen bestå av å finne, sette seg inn i og sortere informasjon om valuta og priser og deretter organisere den i en tabell slik at de etterpå kan gjøre en matematisk analyse. Gruppe 1 starter med å klargjøre utgangspunktet for den matematiske.

E2: Hvor mye koster en norsk iPhone?

E3: Eh, i Norge koster den.

E1: Den koster sånn ett tusen, eh åtte tusen.

E2: Men, noen. Åtte tusen?

E3: Syv hundre og..

Elev 2 starter matematiseringen ved å spørre de andre på gruppa hva en slik iPhone koster i Norge, og elev 1 kommer først med en hypotese for hva den koster. Jeg mener det er en hypotese fordi han bruker ordet "sånn" foran prisen, noe som signaliserer at han gjør et overslag over prisen. Deretter begynner elev 3 å si det jeg tolker som den faktiske prisen for

en iPhone XR. Jeg går ut fra at han har søkt opp på internett hva den koster. Han fullfører aldri setningen, så jeg går ut fra han skriver ned svaret og at de to andre på gruppa skriver av elev 3. Deretter søker de opp prisen på iPhone XR i ulike land, først USA.

E1: Trettisyv! Det var trettisyv komma fire

E2: Tror det er sånn trettisyv euro. Nei ikke euro.

E1: Dollar.

E2: Men det er litt lite kanskje.

E1: Se. Der. Vi snakker om dollar.

E3: Men se på den der.

E1: Åja. Ja. Ha. Er ikke dette her sånn låne den?

E2: Ehm.

E3: Det er i måneden.

E2: Åja. Så den koster så mye da?

E1: Det er ganske rett. Ok, USA. Syv fire ni.

Elev 1 har funnet en pris, og i fellesskap prøver gruppen å forstå hva det betyr og hvordan de skal bruke denne prisen i modellen sin. De avklarer hvilken valuta det er snakk om, og finner ut at det er dollar (jeg antar at det er amerikanske dollar de snakker om). Elev 2 påpeker at det kan være lite med 37,4 dollar for en iPhone XR. Han gjør altså en vurdering av prisen opp mot varen og finner ut at det kan ikke stemme. De finner ut i fellesskap at denne prisen må være månedsprisen dersom man skal betale i avdrag. De drar konklusjonen at det må være en annen pris (som elev 2 peker ut i sin fjerde replikk i dette utdraget) som gjelder. Elev bekrefter at dette må være ganske rett og sier høyt den rette prisen. Gruppen må også finne valutakursen for de gjeldende landene.

E2: Men vi kan jo skrive hvor mye en krone er verdt og. Sånn Norge er en komma tre og så USA..

E1: Er det null, null, null, trettisyv

E2: Eh, trettisyv. Og så er det Spania.

E1: Spania, eeh.

E2: Ni komma syttiseks.

Elev 1 forklarer at de må skrive hvor mye en krone er verdt, noe jeg tolker som valutakurs. Tallene som følger, 00037(jeg tror han mener 0,00037) og 9,76 er i alle fall valutakurser som finnes i Big Mac tabellen. I tillegg kommer disse tallene så fort og kontant, at jeg tror at de bare skriver av de valutakursene som kom fram i min BigMac-tabell. Derfor faller noe av matematiseringen bort, fordi de ikke har funnet denne informasjonen selv. Likevel må elevene sette seg inn i hva disse tallene betyr og hvordan de skal brukes i modellen, og dette er også en del av matematiseringen.

E2: Ni komma syttiseks. Og så nå skal vi egentlig bare gang-

E3: Gange det med det, eller.

E2: Og så den der, det var. Ganger man. Hva skal man gjøre med de der? Skal vi gange de to?

E3: Ja.

E2: Så vi kan bare gjøre med USA da? Eller var det dele?

E3: Jeg tror det var, ehm.

Elev 2 spør her først om han skal gange “de to” og senere om han skal gange. Med “de to” tror jeg han mener prisen i lokale valuta og valutakursen til norske kroner. Første gang elev 2 spør, svarer elev 3 ganske kontant at ja, han skal gange “de to”, men når gang elev 2 spør om han skal dele, virker elev 3 mer usikker på hva han skal svare. Derfor beslutter de å spørre en lærer, eller nærmere bestemt meg, om hjelp.

E2: Skulle vi, eh vi skulle gange de her to nå?

J: Ja, da ganger du det prisen er i Norge med valutaen, og så får du den prisen som det hadde kostet i Norge.

E2: Så du tar prisen i USA og så ganger med norske, eller hvordan skal vi gjøre det.

J: Ja, hvordan blir det nå da? Hvis du skal ha fra amerikanske dollar til norske kroner? Hvis du ganger med det?

E2: Skal man ikke bare gange med den der og så blir svaret i norske kroner, eller hva?

J: Ja, det stemmer det.

Elev 2 stiller det samme spørsmålet til meg som han stilte gruppen, nemlig om han skal gange “de to”. Her vet jeg at han mener pris i lokal valuta og valutakursen, fordi han pekte på prisen i USA og valutakursen for dollar til kroner når han stilte meg spørsmålet. Her svarer jeg på en litt forvirrende måte, fordi jeg sier Norge to ganger, og det jeg egentlig mener å si er at om man ganger prisen i USA med valutakursen, får man prisen det koster i norske kroner. Elev 2 stiller et oppfølgingsspørsmål, mer utdypende denne gangen, antagelig fordi mitt forrige svar ikke var tilfredsstillende. Da gir han egentlig svaret til seg selv, men virker ikke helt sikker. Jeg forsøker å stille spørsmålet tilbake, og til slutt bekrefter jeg at han har rett. Jeg oppfatter at han egentlig vet hva han skal gjøre, men trenger bekreftelse. Eleven har altså forstått hvilken rolle valutakursen har i modellen deres og hvordan den skal brukes. Videre oppstår det litt forvirring og usikkerhet når de skal sjekke prisen på en iPhone i Ukraina.

E1: Eh hva f... UAH

E3: Hvilken er det? Er det her, eeh.

E1: Ukraina.

E3: Sekstifire

E1: Gigabyte

E3: Hvilken er det, er det den eller den?

E1: Jeg vet ikke. Vent litt.

E3: Eeeh.

E1: Hva er (noe uforståelig)

E2: (noe uforståelig) Ja, jeg tror rød er det billigste eller noe sånt. Jeg tror det er forskjeller.

E1: Hvor mye koster det?

E3: Skal vi tro den eller den?

E1: Kanskje vi bare kan (noe uforståelig)

E3: Skal vi tro den eller den? Kanskje det er sekstifire og det er..

Jeg tror at noe av forvirringen oppstår fordi at i Ukraina benyttes det kyrilliske alfabetet som ikke ligner på det latinske som er vanlig i store deler av den vestlige verden. I de andre landene de har valgt, benyttes det latinske alfabetet på nettsidene hvor de finner prisinformasjon. Det kan derfor hende at elevene på gruppe 1 synes det vanskelig å navigere på nettsiden og gjøre valg. I tillegg virker det som om det er det flere priser som vises på nettsiden, som gjør at de må ta et valg. De velger til slutt den de tror er mest sannsynlig riktig. Det å kunne trekke ut den matematiske informasjonen fra en ikke-matematisk situasjon er en viktig del av matematiseringen.

Gruppe 2 har egentlig begynt matematiseringsprosessen før de har kommet fram til det endelige produktet, Red Bull, fordi de har forsøkt å søke opp prisene på ulike varer, men ikke funnet resultatene de lette etter. Det ene kriteriet de kommer fram til i systemavgrensningen bærer også preg av matematisering. I utdraget under, har jeg akkurat kommet inn i rommet og spurt hvordan prosessen går.

E5: Vi finner ikke priser på forskjellige ting.

J: Hva er det dere har søkt på?

E4: Det meste, men det er for eksempel cola, det koster jo tjuefem noen.. Eller for eksempel på en flyplass koster en cola førti kroner.

J: Ja.

E4: Men på en bunnpris så koster den tjuetre.

J: Ja, så dere tenker ulike priser på ulike butikker?

E4: Ja, men vi kan jo ikke, det blir jo veldig stor forskjell dersom den ene koster tjuefem og den andre trettifem.

J: Går det an å tenke kanskje et gjennomsnitt, da? Hvis dere finner for eksempel 4 forskjellige priser og tar et gjennomsnitt av de?

E5: Da må vi ha gjennomsnitt av forskjellige land da.

E4: Det blir liksom så mye.

Her forklarer de igjen hva utfordringen med å velge for eksempel en brus er, nemlig at den kan ha ulik pris i ulike butikker. De har identifisert at en og samme vare kan ha ulik pris i ulike butikker, og har kommet fram til at det dermed kan være vanskelig å gjøre en matematisk analyse. Jeg foreslår at de kan operere med et gjennomsnitt, men elevene påpeker at da må de gjøre det med alle de andre landene også, og at dette blir mye jobb. Da har de gjort seg opp noen tanker om hvordan dette matematisk skal la seg gjøre, og vurdert at det blir vanskelig å gjøre. Da får de som tidligere nevnt tips av meg om å bruke nettsiden globalbrandprices.com. Her finner de informasjon om prisene på varen de har valgt, Red Bull og siden kan oppgi prisene i ulike valutaer. Da gjelder det for gruppe 2 å sortere ut hvilken informasjon de trenger til sin modell og å finne ut hvordan de skal bruke denne informasjonen. De bruker noen minutter på å gjøre seg kjent med hva tallene på siden betyr, men finner ut at prisene er oppgitt i amerikanske dollar og at de kan endre valutaen slik at alle prisene vises i den valutaen de vil. Deretter går de videre til å finne de ulike prisene i norske kroner og de resterende valutakursene, og det gjør de på en litt annerledes måte enn gruppe 1.

E5: Så, nå må vi finne ut hvor mye det koster i norsk.

E4: Nei, nå må vi finne ut hva vi skal gange det med.

E5: Eeh, ja. Lokal valuta..

E4: Og den er, Norge er en. Det vet vel dere.

E5: Men er det ikke her vi skal finne..

E4: Nei, men se her da. Hvis du ganger førtini med en så får du førtini, hvis du ganger tretti med en komma tre så får du trettini.

E5: Og UK, pund. Sånn! Men nå lurer jeg på; skal vi ikke her sjekke hva alle prisene er på norsk?

E4: Eeh, hvis du ganger...

E5: Jo, men må du ikke sjekke hva alle prisene er på norsk?

E4: Hvis du finner ut hva det er i norske kroner, og så deler du det?

E5: Ja, det er derfor vi må gjøre den først. Gjeldende valuta..

E4: Hæ?

E5: Ja, men vent litt. Du må gjøre. Det jeg tror du må gjøre først, er å finne ut hva det er på norsk.

Gruppe 1 valgte å bruke land som alle var representert i BigMac-tabellen og kunne derfor bruke valutakursene som var oppgitt der, og brukte dem til å regne ut hva prisen var i norske kroner. Gruppe 2 har valgt å begynne i motsatt ende. På nettsiden GlobalBrandPrices.com kan gruppe 2 finne både pris oppgitt i lokal valuta, men også bruke funksjonen til å finne prisen oppgitt i norske kroner. Først virker de ikke helt sikre på hva valutakursen brukes til, men elev 4 oppdager et mønster i BigMac-tabellen. Han ser at det er en sammenheng mellom

tallene som står etter hverandre i kolonnene med pris i lokal valuta, valutakurs og pris i norske kroner. Han ser at om du ganger 49 (prisen for en Big Mac i Norge oppgitt i norske kroner) ganget med valutakursen 1 (valutakursen er 1 fordi prisen er allerede oppgitt i norske kroner, og vil forbli lik i kolonnen med prisen i norske kroner) er 49, som er oppgitt i kolonnen for pris i norske kroner, og at prisen 30 DKK ganget med valutakursen 1,31 blir 39,2 i norske kroner. Han har skjønnt hvordan valutakursen skal brukes. Elev 5 påpeker at de først må finne ut hva prisene i de ulike landene er, før de kan gjøre som elev 4 sier, dele den norske prisen på prisen i lokal valuta og dermed finne valutakursen. De har altså skjønnt prinsippet med at for å finne ut valutakursen, altså hva man skal gange den lokale prisen med for å få den i norske kroner, kan man dele den norske prisen på den lokale prisen. Deretter jobber de seg nedover listen med land, først Armenia, så Tyrkia, USA og til slutt Storbritannia.

Gruppe 3 og 4 har også hentet inn informasjon om valuta og priser i ulike land, og har derfor måttet sette seg inn i hva det betyr. Jeg har ikke tilgang på prosessen der de har hentet inn informasjonen, men jeg har datamateriale fra når de skulle legge fram resultatene sine til hverandre. Selv om de for det meste har regnet rett, er det ikke alltid at de bruker begrepene på korrekt måte når de skal dele resultatene.

E9: Amerikanske dollar. Jo i hvertfall. Gjeldende valutakurs, altså en krone i Norge for liksom norsk. Og i USA null komma tolv, i India åtte komma tjue. Altså per, liksom hvor mye en krone er verdt da. I Spania null komma en og hva er det en komma null fem.

E7: Eeh..

E9: Jeg tror det er ut av ti kroner, er det ikke det?

Elev 9 begynner å lese opp valutakursene, og legger til at valutakursen betyr hvor mye en krone er verdt i de ulike valutaene, før han retter på seg selv og sier spørrende at det kanskje er "ut av ti kroner". Det kan stemme at kursene de oppgir er hva en krone er verdt i de ulike valutaene, selv om det kan virke som om at de bruker en ganske forkortet valutakurs. Jeg legger ved en av tabellene som ble utarbeidet i gruppe 4 for å vise mer tydelig hva jeg mener.

| LAND | PRIS | GJELDENE VALUTTA KURS i NOK | PRIS I NOK |
|-----------|--------------|-----------------------------------|-----------------------------|
| NORGE ✓ | 119 KR | 1 KR | 119 _{KR} 149,13 |
| USA ✓ | 16,90 USD | 0,12 USD | 149,13 97,08 |
| INDIA ✓ | 890 ₹ | 8,29 INR | 177,33 |
| SPANIA ✓ | 9,95 EUR | 0,1 EUR | 97,08 |
| SVERIGE ✓ | 129 SEK | 1,05 SEK | 122,87 |

ZARA
STARWARS LUE

Tabell 3. Bilde tatt av en elev på gruppe 4 sin ferdigstilte tabell. Tatt av meg i Bergen 30.01.19.

Å foreta en regneoperasjon med de tallene de oppgir i tabellen vil ikke gi de samme nøyaktige svarene som de har fått. For eksempel vil ikke utregningen fra 9,95 EUR bli 97,08 NOK ved å bruke valutakursen 0,1 fordi $9,95/0,1=99,5$. Derfor tror jeg de har brukt en av valutakalkulatoren på nett for å regne om til norske kroner og og så brukt den samme kalkulatoren til å regne ut hvor mye 1 krone er verdt i de ulike valutaene. Det er verdt å merke seg at denne gruppen har valgt å vise valutakursen fra norske kroner(NOK) til rupi(INR), euro(EUR), svenske kroner(SEK) og dollar(USD), i stedet for å oppgi valutaen fra ulike valutaer til norske kroner som jeg gjorde i BigMac-tabellen og som gruppe 1 og 2 har gjort. Regneoperasjonen vil derfor være litt annerledes dersom man skal gå fra for eksempel rupi til norske kroner. I stedet for å gange prisen i rupi med valutakursen, må man dele prisen i rupi på valutakursen for å få prisen i norske kroner. Gruppe 1 har matematisert og organisert de matematiske elementene i tabellen sin. De har vist at de har forstått hvordan valutakursen henger sammen med pris i lokal valuta og norske kroner, men de har dessverre noen unøyaktigheter som går ut over utregningen sin og de er litt usikre på hvordan de skal forklare begrepet valutakurs.

Gruppe 4 har også hentet inn informasjon om valuta og priser i ulike land, og heller ikke denne gruppen klarer helt å forklare hva valutakurs betyr. I tillegg sliter de med å lese tallene

de har skrevet ned. Det sier meg at de kanskje ikke har satt seg ordentlig inn i hva de har gjort med informasjonen de har hentet inn. Også her vil jeg støtte opp med en illustrasjon av deres tabell.

| land | pris i lokal valuta | lokal valuta | kurs | pris i norske kroner |
|--------|---------------------|-----------------|------|----------------------|
| Norge | 1 209 972 | kr | 0 | 1 209 972 |
| Canada | 189 500 | canadian dollar | 647 | 1 216 500 |
| Kina | 1 122 300 | CNY | 1,26 | 1 498 518 |
| Mexico | 3 092 800 | MXN | 0,45 | 1 391 760 |
| Irland | 179 584 | Euro | 9,75 | 1 750 944 |

Tabell 4. Bilde av en tabellene som ble utarbeidet i gruppe 4. Bilde tatt av meg i Bergen 30.01.19.

Selv om gruppa ikke navngitt alle kolonnene slik gruppe 3 har, kan vi likevel gå ut fra at de har brukt samme oppsett som gruppe 3, med henholdsvis land, pris i lokal valuta, lokal valuta, valutakurs og pris i norske kroner som innhold i kolonnene fra venstre til høyre.

Gruppe 4 ved elev 12 starter med å fortelle at de har valgt elbilen Tesla XP 100D-modell, og forteller så hva bilen koster i Norge (for øvrig uten å nevne hva slags valuta) og i Canada. Når han skal fortelle hva den koster i Kina, sliter han med å lese tallet.

*E12: Uansett, I Norge så kostet den en million, to hundre og nittini tusen og noe, aktig, ja. Veldig bra. I Canada så kostet den hundre og åttini tusen fem hundre canadiske dollar. Og i Kina så kostet den en million ett hundre, nei hva f***. Det er j*** vanskelig å lese med disse punktumene.*

E11: Ikke spør meg, jeg har ikke peiling. Jeg vet ikke, det stod på den nettsiden. Det var punktum overalt.

E10: Ok, ok. Kina var en komma en, to, to, hehehe, kina jing.

E7: Kan jeg få se?

E12: Ok, Mexico. Det er tre milliooon? Tre million komma nittito tusen åtte hundre. Hæ?

I tabellene til gruppe 4 (figur 6 og 7) kan vi lese at en Tesla XP 100D koster 1.122.300 kinesiske yuan renmimbi (CNY), og det er notert ned på en litt annen måte enn det som er

vanlig å gjøre i Norge, med komma mellom hvert tredje siffer. Det er vanlig å bruke kommaer for å dele opp et stort tall i flere andre land, for eksempel i engelskspråklige land. I Norge ville man skrevet dette tallet som 1 122 300 CNY eller 1.122.300 CNY, altså bruke mellomrom eller punktum for å dele opp et stort tall (Skramstad, 2006). Elevene i gruppe 4 forteller helt i slutten at de har brukt Tesla sine nettsider for å finne prisene på bilen i ulike land. Inne på denne nettsiden kan du endre hvilket land siden gjelder for, og det er antagelig det de har gjort. Derfor er prisene oppgitt slik det er naturlig å oppgi store tall i det landet det gjelder, for eksempel 189,500 CAD i Canada eller 179,584 EUR i Irland. I Norge brukes kommaet som et desimaltegn og det er kanskje derfor noen av elevene blir litt forvirret når de skal lese opp tallene. En av elevene på gruppe 3 prøver å forklare at disse kommaene ikke er kommaer slik vi bruker dem i Norge, men at de er der for å dele opp tallet. Elev 10 avfeier denne hjelpen med en gang. Videre skal de lese opp valutakursen, men det virker ikke helt som om de helt vet hva valutakursen står for eller hvordan den skal brukes.

E11: Ok, så skal jeg skrive opp prisene på, eh hvor mye noe er verdt. Er det en krone verdt?

E10: Ja.

E11: Ok. I Norge så er en krone verdt en krone. I Canada er en krone verdt seks komma fire eh førtito, eeh. Det er sikkert en

dollar i Canada. Og så Kina er det sjin? Eller er det cny?

E10: Cny.

E11: Ok. Er verdt en komma tjueseks. Eeh kroner. Og så i Mexico så er det, hva heter det? Mop? Ja, mop. Er det verdt null komma førtifem prosent av norsk krone. Og så Irland er det euro. Det er jo i Irland, verdt ni komma syttifem ganger så mye. Ni komma syttifem prosent mer enn norsk krone. Ok, din tur.

Elev 11 er ikke konsekvent når han forklarer valutakursen i de ulike landene. I noen av landene hevder han at valutakursen står for at “en krone er verdt...”, før han plutselig trekker inn at valutakursen viser at valutaen MOP er verdt 0,45 prosent av en norsk krone. Til slutt sier han at euroen er verdt 9,75 ganger så mye som kronen, (det eneste i denne setningen som stemmer), men retter på seg selv og sier at euroen er verdt 9,75 prosent mer enn kronen. Alle disse forskjellige forklaringene på hva valutakurs er, vitner om at han egentlig ikke klarer å forstå hva valutakursen står for. I tillegg er ikke utregningene av pris i norske kroner i tabellen deres korrekte dersom du bruker valutakursen de har notert opp. Det får meg til å tro at de ikke har gjort utregningen selv, men i stedet har brukt et nettsted som bruker flere desimaler i valutakursen slik at prisen blir mer nøyaktig. Antagelig har elevene skrevet ned valutakursen med bare to desimaler, og siden tallene de skal gange med valutakursen er så store, kan forskjellen bli stor når de ikke har med alle desimaler. Så i stedet for at 1 122 300 (CNY) *

1,26 (valutakurs) = 1 414 098 (NOK), har de fått svaret 1 498 518, altså 84 420 kroner mer. Det er kun utregningen mellom euro og norske kroner som stemmer slik det er oppgitt i tabellen. Gruppe 4 har altså også matematisert en del, men virker ikke fortrolige med å forklare hvordan de har kommet fram til svarene eller hvordan de henger sammen med virkeligheten.

4.1.3 Tegn til matematisk analyse

Matematisk analyse refererer til det som skjer når modellen de lager skal brukes til å få et matematisk resultat. Det matematiske resultatet i dette tilfellet vil jeg påstå at må være prisene på varen de velger i norske kroner og kan innebære matematisk beregning som multiplisering, overslagsregning og divisjon av tall, noen av dem med desimaler. Å finne mønstre, kunne reversere regneoperasjoner og se sammenhengen mellom ulike størrelser er også tegn på at det skjer en matematisk analyse. Med den oppgaven elevene har fått, kan det være litt vanskelig å vite akkurat hvor skillet mellom matematisering og matematisk analyse går, fordi gruppene jobber på ulike måter, og fordi den matematiske modellen (tabellen) som skapes i matematiseringsprosessen, også inneholder de matematiske resultatene. Derfor skjer matematiseringen og den matematiske analysen ofte simultant. Dersom jeg skal sette et skille, mener jeg det kan være at der gruppene gjør matematiske beregninger, hører det til matematisk analyse, mens der de leter opp informasjon om valuta og priser på nettet hører til matematisering. Det vil si at for de ulike gruppene så skjer matematiseringen og den matematiske analysen i ulike deler av løpet. Gruppe 1 matematiserer når de finner valutakursen og prisen i lokal valuta, mens gruppe 2 matematiserer når de finner prisen i lokal valuta og prisen i norske kroner. Tilsvarende blir det til at gruppe 1 driver med matematisk analyse når de skal finne prisen for iPhone XR i ulike land i norske kroner, mens gruppe 2 analyserer matematisk når de skal finne valutakursen mellom de ulike landene de har valgt.

I oppgaven står det presisert at de skal lage en oversikt som viser både pris i lokal valuta, valutakurs og pris i norske kroner. Disse tre elementene henger sammen ved at pris i lokal valuta \times valutakurs til NOK = pris i NOK. Gruppe 1 har funnet ut av prisen i lokal valuta og brukt valutakursen fra BigMac-tabellen og så multiplisert disse to for å finne prisen i norske kroner. I utdragene under kan man se eksempler på hvordan disse regneoperasjonene uttrykkes verbalt.

E3: Men skal man gange med..

E1: Hva?

E2: Nei, åja jeg glemte komma, og så.. Jo

E3: Ta den, og så den ganger.

E2: Eh jaa. Ja jeg gjorde det. Og så fikk jeg seks tusen fire hundre og elleve komma førtifire.

E3: Hva var det du fikk på eeh..

E1: Ukraina? Jeg fikk

E3: Ukraina, var ikke det Vietnam?

E1: Eh, jo jeg mener Vietnam, ja. Eeh, seks tusen tre hundre og åttito komma fem.

I begge disse utdragene snakker elevene om regneoperasjoner. De snakker sammen om hva resultater de “fikk”, og jeg går ut fra at de snakker om prisen i norske kroner for de ulike landene. Her har de gjennomført multiplikasjonsoperasjoner med pris i lokal valuta og valutakurs for å finne fram til prisen. Gruppe 2 har valgt en annen fremgangsmåte for å finne informasjon, og derfor er også regneoperasjonene litt annerledes.

E4: Ja, så skulle vi skrive en her.

E5: Ja, for du må gange en med en for å få norske. Så, nå er vi på Armenia. Hvor mange ganger må vi liksom gange det for at det skal bli seksten komma sekstifire?

E4: Og det er hundre og nittifire, du skal dele det mener du.

E5: Ja, dele ja.

E5: Hvor mange ganger må vi dele for å få..

E4: Er det ikke deling? Du skal få ni hundre og førti til å bli seksten komma sekstifire.

E5: Jo, jo men. Det er jo ikke ni hundre og førti kroner..

E4: Du skal jo dele det, ni hundre og førti.. Hvis du deler det på seksten komma sekstifire så blir det..

I begge utdragene over, snakker elevene på gruppe 2 om å dele. De forsøker å finne ut av hvordan de, med elev 4 sine ord; “skal få 940 til å bli 16,64”. 940 tror jeg refererer til 940 armenske dram for en Red Bull i Armenia, altså prisen i lokal valuta, og 16,64 er verdien av denne prisen vekslet om til norske kroner. De leter altså etter valutakursen, og elev 4 viser i sin siste replikk hvordan man skal gjøre dette.

Et av momentene ved BigMac-tabellen som nesten ingen av gruppene velger å ha med i sin tabell, er raden som viser prisdifferanse i kroner mellom Norge og de ulike landene. I BigMac-tabellen vises denne differansen både i kroner og i prosent, men det var ikke spesifisert i oppgaven at elevene måtte ha med prisforskjellen i prosent. Gruppe 1 hadde med denne raden i sin tabell og brukte kalkulator for å regne ut prisforskjellene.

E2: Så nå må vi ta minus, skal vi bare bruke kalkulator, eller?

E1: Jada. Og her, så er det..

E1: Åtte, syv, ni, ni.

E2: Minus seks fire tre tre, komma ni en.

E1: Ok

E2: To, tre, seks, fem komma null ni.

E1: USA. Vietnam..

E2: Skal det være i pluss eller minus?

E3: Det her er vel minus?

E1: Mumler.

E2: Ja, og så er det to tre seks fem komma null null.

E3: Og så nå er det Ukraina.

E2: Bare ta det norske åtte syv ni ni minus seks, fem, fire, en.

E3: To, tre, fem, åtte?

E1: Ja.

E2: Åtte.. Eeh ni. Sekstitre.

Til tross for at de bruker en kalkulator til å gjøre selve regneoperasjonen, krever det likevel at elevene vet hvordan man skal gå frem for å gjøre en matematisk analyse. De må for eksempel vite hvilken operasjon med hvilke tall de skal bruke for å finne ut differansen mellom Norge og de andre landene. Et spørsmål som oppstår er “skal det være i pluss eller minus?” og dette tror jeg refererer til om differansen skal oppgis i pluss eller minus. I BigMac-tabellen uttrykkes tall med minustegn foran dersom prisen som skal sammenlignes med Norge er lavere enn prisen i Norge. Dersom prisen er høyere enn den norske prisen, vil differansen vises uten fortegn, med andre ord i pluss. Dersom man ikke har minus som fortegn, vil denne differansen leses som om dette landet har en høyere pris enn Norge. Derfor er det viktig at elevene er bevisste på om de skal skrive differansen med minus som fortegn eller ikke, noe gruppen viser at de er her.

Jeg er ikke sikker på hvordan gruppe 3 og 4 har funnet fram til hverken valutakurs eller pris i norske kroner, og derfor er det vanskelig å kunne si noe med sikkerhet om deres matematiske analyse og beregninger av disse. Helt i slutten av presentasjonene deres nevner gruppene hvor de har hentet informasjon fra.

E9: Vi har egentlig ikke sagt kildene våre. Vi hadde finn.no.

E10: Våre kilder var Tesla sine sider.

E8: Men det som var litt morsomt, var at når vi skulle inn på Zara sine sider for å finne den luen på Zara i for eksempel India, så kom luen opp. For vi hadde vært innpå den på alle andre land sine sider, så det bare kom opp.

E11: Hva er Zara?

E7: Det er en klesbutikk.

Elev 9 og 8 fra gruppe 3 forteller at de har brukt finn.no og klesmerket Zara sine nettsider. Når de sier finn.no, er det mest sannsynlig snakk om en av nettsidene som var skrevet opp som en ressurs for elevene nederst på oppgavearket, finn.no/reise/valuta. Dette er en nettside som tilbyr en valutakalkulator. Zara sine nettsider er der har funnet prisene for den aktuelle luen i ulike valutaer. Gruppe 3 har mest sannsynlig brukt valutakalkulatoren til finn.no for å gjøre om lokal pris til norsk pris, og så brukt den samme valutakalkulatoren til å finne verdien av 1 krone i de ulike valutaene i de ulike landene de har valgt. Grunnen til at jeg tror dette, er fordi elev 9 har sagt at valutakursen deres er “hvor mye en krone er verdt” og fordi om jeg ser på tallene i modelltabellen deres, stemmer dette overens med valutakursen og prisene de har fått. Deres valutakurs er motsatt av gruppe 1, 2 og 3, fordi valutakursen de har funnet, gjelder for når vi vil gå fra norske kroner til andre valutaer. Det kan bety at denne gruppen egentlig ikke har gjort noen beregninger selv, men bare brukt valutakalkulatoren til å regne ut både pris i norske kroner og valutakurs. Når man bruker en valutakalkulator, putter man inn en sum i en valuta og så regner valutakalkulatoren om til en annen valuta, uten at man tydelig kan se regneoperasjonen som ligger bak. Det gjør at elevene ikke trenger å gjøre en egen matematisk analyse og de har heller ikke tilgang på hvilke regneoperasjoner med hvilke faktorer som ligger bak. Gruppe 4 sier at de har brukt Tesla sine nettsider, og jeg går ut fra at de mener at det er her de har funnet prisene på Tesla i ulike land på disse nettsidene. Ellers sier de ingenting om hvor de har funnet informasjon om valutakurs, eller noe om regneoperasjonene de har gjort. Jeg har dermed ingen tydelige funn på matematisk analyse hos gruppe 3 eller 4.

4.1.4 Tegn til fortolkning og vurdering av resultater

Fortolkning og vurdering av resultater innebærer at man ser på de matematiske resultatene man har fått etter den matematiske analysen og forsøker å tolke dem tilbake til den reelle situasjonen de stammer fra. Etter at gruppene har kommet fram til sine matematiske resultater, må de tolke dem i lys av den reelle sammenhengen de hører til. Siden noen av gruppene finner informasjon om pris og valutakurs i landene og regner ut pris i norske kroner fortløpende, betyr det at de finner resultatene underveis også. Dermed driver de med matematisering, matematisk analyse og tolkning om hverandre. Slik det ser ut i prosessen er at gruppene kommer fram til et svar og knytter det opp mot pris og landet det gjelder for. Noen ganger kommer de også med kommentarer som viser at de sammenligner det med priser i andre land.

E2: Så mye koster det i USA, nei det blir jo nok. Det er helt feil.

E3: Men skal man gange med..

E1: Hva?

E2: Nei, åja jeg glemte komma, og så.. Jo

E3: Ta den, og så den ganger.

E2: Eh jaa. Ja jeg gjorde det. Og så fikk jeg seks tusen fire hundre og elleve komma førtifire.

E1: Hvor mye koster det i norske kroner?

E3: Samme, det er akkurat det samme.

E2: Nei i USA..

E3: Det er Vietnam.

E2: I USA er det billigere.

E3: Mhm.

Her er det et resultat som nevnes med tall og det er prisen i USA som er 6411,43 i norske kroner (senere retter de dette til å være 6433,91). De gjør en vurdering av denne prisen mot de andre resultatene de allerede har fått, ved at elev 2 sier at "i USA er det billigere". Deretter følger det en annen vurdering av prisen i USA sammenlignet med et annet land, Ukraina.

E2: Men da blir det veldig likt da. Ukraina var ikke så billig. Er USA billigere på mobil enn mat?

E1: (Mumler noe).

E2: I mat var USA mye dyrere. Men i telefon var det sånn tre tusen billigere.

E1: Det (noe uforståelig) jo, dollar.

Elev 2 sier at Ukraina var ikke så billig, og at USA var billigere. Han hadde kanskje en forventning om at Ukraina skulle være billigere enn USA. Han refererer til at i mat var Ukraina mye billigere enn USA, mens når det gjelder mobil, var USA billigere enn Ukraina. Det jeg tror han mener er at i BigMac-tabellen var Ukraina mye billigere enn Norge, mens USA var nesten like dyrt som Norge. Han har altså oppdaget at det kan være forskjeller på hvilke varer som er billigere og dyrere i ulike land.

E3: Alle landene er billigere enn Norge.

E1: Nei.

E3: Jo.

E1: Det er jo ikke mer pris i Norge.

E3: Jo, det eneste som er nesten like mye er Spania.

E2: Det er ingen.. Ingen har lik pris. Eller? Skal vi si Norge og Spania?

E3: Ja, eller Spania var nærme prisen til Norge.

E2: Mm.

E2: Sånn nå er vi ferdige.

E1: Ukraina.. Ukraina og USA hadde nesten like. Bare sånn to hundre.

E3: Nesten. Da er vi vel egentlig ferdige.

E2: Men her står det; er noen land som er like.. Åja, ja. Skal vi heller skrive at de tre har veldig like? Vietnam, USA, Ukraina..

I slutten av gruppe 1 sin prosess skal elevene svare på spørsmålene som kommer fram i del 3 av gruppeoppgaven, der de skal forberede en presentasjon der de sammenligner resultatene med hverandre. Da skjer denne ordutvekslingen:

E3: Alle landene er billigere enn Norge.

E1: Nei.

E3: Jo.

E1: Det er jo ikke mer pris i Norge.

E3: Jo, det eneste som er nesten like mye er Spania.

E2: Det er ingen.. Ingen har lik pris. Eller? Skal vi si Norge og Spania?

E3: Ja, eller Spania var nærme prisen til Norge.

E2: Mm.

E2: Sånn nå er vi ferdige.

E1: Ukraina.. Ukraina og USA hadde nesten like. Bare sånn to hundre.

E3: Nesten. Da er vi vel egentlig ferdige.

E2: Men her står det; er noen land som er like.. Åja, ja. Skal vi heller skrive at de tre har veldig like? Vietnam, USA, Ukraina..

Her bruker de resultatene for å tolke hvilke land som det er billigst å kjøpe telefonen i, hvilke som er dyrest og hvilke som er ganske like. De konkluderer med at ingen land er dyrere i pris på iPhone XR enn Norge, men at prisen i Spania er nesten lik som i Norge. USA, Ukraina og Vietnam er ganske lik, men billigst i USA.

Gruppe 2 har også flere eksempler på at de vurderer resultatene opp mot den reelle situasjonen. Det skjer også i ulike deler av arbeidsprosessen, ikke som en egen prosess i slutten. Rett før det følgende utdraget, har elevene funnet fram på siden globalbrandprices.com og ser på prisene for en boks Red Bull i ulike land.

E4: Åja, det er sånn billigste. Det koster fem kroner! Vent, hvis det koster ca veldig billig i Ukraina. Hvis dere finner Ukraina.. Ja, det er ekte.

Elev 4 ser på prisene og oppdager at en boks Red Bull bare koster 5 kroner i Tyrkia, men det virker som han trenger en bekreftelse på at det kan være riktig. Da sammenligner han med Ukraina, et av de landene som i BigMac-tabellen var aller billigst. Han ser mest sannsynlig på prisen for en boks Red Bull i Ukraina og trekker deretter konklusjonen at resultatene må være korrekte, siden Ukraina også var billig. I det neste utdraget forsøker elev 4 å forklare til de

andre elevene på gruppen hvordan de ulike valutaene henger sammen. De ser på prisen for en Red Bull i Norge, men den er oppgitt i armenske dram.

E6: I Norge er det ett tusen to hundre og syttito..

E4: Nei, men det er liksom hvor mye, det er liksom, det her... Hvis vi skulle kommet dit, ville det ikke kostet ett tusen to hundre og syttito norske kroner, det ville kostet ett tusen og syttito armenske dollar. Og det er tjueto kroner, så det er like mye som tjueto kroner.

E5: Ok, det er ni hundre og førti armenske dram.

Elev 6 sier at Red Bull i Norge koster 1272 og elev forsøker å forklare at det er ikke kroner, men dram. Han forklarer at hvis de hadde betalt 1272 dram i Armenia, hadde det vært det samme som 22 norske kroner. Senere bruker han samme type forklaring til å forklare den tyrkiske valutaen: “Nei, men fem komma syttisyv koster det i norske kroner. Så hvis en tyrkisk fyr skulle veksle inn hans tyrkiske penger som var verdt en redbull så hadde det blitt fem komma syttisyv eller noe sånt”. Gruppen prøver å forstå hva de ulike tallene betyr, og elev 4 sine forklaringer viser at han ser resultatene i sammenheng med den reelle konteksten. Gruppe 2 ble ikke ferdig med å regne ut alle resultatene sine, og derfor har de ikke kommet så langt som gruppe 1 med å sammenligne de ulike landene med hverandre.

Gruppe 3 sier noe om hvordan de tolker resultatene sin opp mot forventningene sine, og sier også noe om hva grunnen til at de ble sånn.

E8: Og i India så koster den hundre og syttisyv komma trettitre norske..

E7: Jeg fikk hundre og syv.. Samma det. Bare si noe.

E8: Så i Spania så kostet den nittisyv komma..

E9: Åtte.

E8: Åtte. Eller null åtte.

E9: Ok, og det som var så rart var at USA er dyrere enn Norge. Ok i Sverige koster det hundre og tjueto komma atten. Jo i hvertfall da, det som er så rart, er at India og USA er ganske mye dyrere enn Norge, Norge er en av de billigste i denne Star Wars lua. Og det har kanskje litt å si at Norge og Spania har et ganske godt samarbeid, og de ligger jo ikke så langt fra hverandre, så det er kanskje lettere å sortere. Og, ja. Og det er kanskje en av grunnene da. Og USA har vel egentlig ikke så veldig supergodt samarbeid med alle, siden de er litt slemme noen ganger. Men hvertfall så...

Elev 9 gir uttrykk for at de hadde en forventning om at USA skulle være billigere enn Norge, ved å si at det var “rart” at USA var dyrere enn Norge. Han forklarer hvorfor han tror at resultatet kan være sånn, og viser at han tolker deres resultat ikke bare opp mot den reelle situasjonen, en lue i en klesbutikk, men også i et større bilde. Om hans antagelser stemmer, er

en ting, men bare det at han er i stand til å se deres resultat i en større sammenheng og forsøker å forklare det, viser at han er i stand til å foreta en tolkning og vurdering av deres egen modell.

Gruppe 4 bruker navnene på noen av valutaene de nevner, men utover det, sier de ikke noe som viser at de tolker resultatene sine opp mot Tesla, det er mer en oppramsing av tall.

4.1.5 Tegn til evaluering av modellens validitet

Evaluering av modellens validitet handler om å si noe om kvaliteten på modellen, og om den gjør jobben med å beskrive, forutse eller forklare fenomenet de representerer godt nok, eventuelt om man må gå tilbake og endre på noe for å få et mer gyldig resultat. I denne oppgaven skjer denne typen evaluering under hele prosessen, ikke bare i slutten. Elevene retter på seg selv og finner ut at noe må være feil. For eksempel når elevene på gruppe 1 skal finne prisen på iPhone XR i USA.

E1: Trettisyv! Det var trettisyv komma fire

E2: Tror det er sånn trettisyv euro. Nei ikke euro.

E1: Dollar.

E2: Men det er litt lite kanskje.

E1: Se. Der. Vi snakker om dollar.

E3: Men se på den der.

E1: Åja. Ja. Ha. Er ikke dette her sånn låne den?

E2: Ehm.

E3: Det er i måneden.

E2: Åja. Så den koster så mye da?

E1: Det er ganske rett. Ok, USA. Syv fire ni.

Her gjør elevene en evaluering av om 37 dollar kan være en reell pris for en iPhone XR.

Deres første reaksjon er at det må være for lite. De finner fort ut at det må være månedspris det er snakk om. Basert på denne evalueringen, finner de en annen pris på samme side som de tror er mer reell. Flere slike småfeil oppdages og rettes opp underveis. Hos gruppe 2 kan vi finne lignende eksempler.

E4: Nå ble jeg litt forvirret her. Hvor skrev vi de armenske dollarene? Aah, jeg skrev feil! Vi må skrive i deres.

E5: Ja, og så i norske kroner.

E4: Jeg skrev seksten komma sekstito, men det er feil.

Elev 4 uttrykker at han er forvirret over resultatene de har fått for Armenia og oppdager at han gjort en feil med prisen han hentet inn, og finner dermed en forklaring på det han virket forvirret over.

Utover å rette på seg selv på småfeil i løpet av arbeidsprosessen, er det ikke mange funn på evaluering av modellens validitet. Hos gruppe 3 og 4 har jeg få funn på at de har evaluert sin egen modell. Det betyr ikke at elevene på gruppe 3 og 4 ikke har evaluert, men jeg har ikke funn som viser tydelig evaluering av egen modell. Dette har trolig å gjøre med at opptakene av disse gruppene er tatt opp etter at de er ferdige med å utarbeide den og evaluere den. Derfor har jeg ikke fått med meg evalueringen hos disse gruppene.

4.2 Tegn til ulike diskusjoner i arbeidet

I denne delen av analysen vil jeg se på hva elevene sier og se på om det kan kategoriseres etter de tre ulike typene diskusjoner som kan oppstå i et modelleringsarbeid som Barbosa (2006; 2010; 2012) kalte matematiske, teknologiske og refleksive diskusjoner. Her har jeg beholdt fargekodingen jeg brukte når jeg kodet datamaterialet.

4.2.1 Tegn til matematiske diskusjoner

Matematiske diskusjoner kjennetegnes av at de omhandler matematiske elementer, operasjoner og prinsipper. I kodingen har jeg gitt matematiske diskusjoner fargen blå. I gruppe 1 og 2 finner man flere eksempler på at elevene snakke om ulike regneoperasjoner, samt resultater av disse regneoperasjonene. De diskuterer blant annet hvilke matematiske diskusjoner de skal bruke for å finne ut prisene i norske kroner og/eller hvilke regneoperasjoner de skal bruke når de skal finne valutakursen. Her et eksempel fra gruppe 1.

E2: Ni komma syttiseks. Og så nå skal vi egentlig bare gang-

E3: Gange det med det, eller.

E2: Men, ja.

E1: Skrive hva det heter da.

E2: Ja.

E1: Åtte, syv, ni.

E2: Og så den der, det var. Ganger man. Hva skal man gjøre med de der? Skal vi gange de to?

E3: Ja.

E2: Så vi kan bare gjøre med USA da? Eller var det dele?

I dette utdraget holder gruppe 1 først på med å finne ut hva prisen for iPhone XR er i norske kroner, ved å multiplisere valutakursen mellom euro og norske kroner, 9,76 med prisen i euro, 879. De nevner aldri resultatet, men noterer dette mest sannsynlig ned før de går videre til å diskutere om de skal gjøre det samme med prisen i USA. De nevner tall, 9,76 og 879 (selv om elev 1 ikke uttaler det som åtte hundre og syttini) og snakker om hvilke regneoperasjoner, gange(multiplikasjon) og deling (divisjon), de vil bruke for å finne resultatene sine. Dette kan derfor betegnes som en matematisk diskusjon. Underveis i arbeidet dukker disse type matematiske diskusjoner opp når elevene på gruppe 1 skal beregne resultatene sine. De bruker også matematiske diskusjoner når de skal sammenligne resultater innad i gruppen.

E1: Hvordan skal jeg gange det med null komma null null null... Er det dette man skal gange med null null sant?

E2: Eh, ja. Vi skal også ta alle de der kommaene. Så så mange tall bak komma.

E3: Hva var det du fikk på eeh..

E1: Ukraina? Jeg fikk

E3: Ukraina, var ikke det Vietnam?

E1: Eh, jo jeg mener Vietnam, ja. Eeh, seks tusen tre hundre og åttito komma fem.

E3: Ja, jeg fikk det samme

Elev 1 spør hvordan han skal regne ut et multiplikasjonsstykke med et tall som er mindre enn 1. Han sier 0,000 og mener trolig valutakursen mellom Vietnam og Norge som de tidligere har funnet ut at er 0,00037. Elev 2 svarer med en multiplikasjonsregel som er svært utbredt i skolen: når man ganger et tall med desimal med et annet tall, skal produktet av disse to alltid inneholde like mange tall "bak" komma som de to faktorene til sammen. Med andre ord: når vi multipliserer to desimaltall, er antall desimaler i svaret lik summen antall desimaler i faktorene vi multipliserer. Elev 2 setter her ord på et kjent matematisk prinsipp og denne diskusjonen kan dermed betegnes som en matematisk diskusjon.

Gruppe 2 har bruker litt lengre tid før det dukker opp matematiske diskusjoner. De bruker en nettside til å finne prisene sine i både norsk valuta og til de ulike landene de har valgt og trenger derfor ikke å regne ut selv hva resultatene blir. De må derimot ta i bruk matematikk for å finne ut hva valutakursene i de ulike landene er.

E5: Ja, men hva er dette her for noe da? Gjeldende valuta til norsk? Hva er det?

E4: Det her?

E4: Mhm..

E4: Det er det, hvis du ganger førtini med en så får du førtini, hvis du ganger tretti med en komma tre..

E5: Ja, ja, ja, men da må vi fikse det da. Det må vi selvfølgelig fikse.

E4: Ja, og da må vi.. Hvis du tar trettifem delt på elleve komma syv, så får du det der.

E5: Det er..

E4: Det vi skal finne ut.

E5: Det er tjueto komma sekstito, ja! Dette er ganske lett da. Hvor mye må vi gange det for å få...

Elev 5 ser på kriteriene for modellen de skal lage og prøver å forstå hva valuta betyr. Elev 4 har oppdaget mønsteret $\text{pris i lokal valuta} \times \text{valutakurs} = \text{pris i norske kroner i BigMac-tabellen}$, og forklarer det med å vise med eksempler fra BigMac-tabellen. Han viser at 49 NOK for en Big Mac i Norge ganget med valutakursen 1 er 49 kr, 30 DKK for en Big Mac i Danmark ganget med valutakursen 1,3 er 39 NOK. Han forklarer også hvordan dette mønsteret kan brukes til å finne det de mangler, valutakurs. Han forklarer at dersom du deler 35 på 11,7 får du “det der”. Jeg er ikke helt sikker på hvor han tar disse tallene fra eller hva “det der” er, men jeg tror at han mener 35,28 som er prisen i norske kroner for Big Mac i England delt på valutakursen 11,06 blir 3,19 pund som er prisen for Big Mac i England. Han viser at for å få valutakursen, må man gjøre om regnestykket slik at $\text{pris i norske kroner} / \text{pris i lokal valuta} = \text{valutakurs}$. Dette er også et matematisk prinsipp som elev 4 viser at han forstår. Til tross for at han viser at han forstår dette, følger noen matematiske diskusjoner der de ikke like lett klarer å overføre dette prinsippet til deres egne resultater.

E5: Ok, vi må bare fortsette. Må vi ikke dele seksten komma sekstifire på nitten komma førti? For da vet vi hvor mange ganger det må ganges opp for å få seksten komma sekstifire?

E4: Delt på nitten komma førti..

E5: Aaah, du gjorde heeelt feil.

E4: Det er ca syv.

E5: Du må ta seksten komma sekstifire og dele det på nihundre og førti. Eller er det omvendt? Hmm.

E4: Så ca syv.

E5: Nei, men du må dele nihundre og førti på seksten komma sekstifire.

E4: Femtiseks... Kan du huske det?

Elevene virker usikre på hva som skal deles på hva, og de blander også sammen noen av prisene. 940 dram som de har funnet som prisen for Red Bull i Armenia før, blir endret til 194 og 19,4 i elevenes diskusjon, før elev 5 retter opp igjen og sier at det er 940 dram. I tillegg til at de roter med tallet, virker de også usikre på om det er 940 som skal deles på 16,64 eller om 16,64 skal deles på 940. Dette er like fullt matematiske diskusjoner, fordi de diskuterer

matematiske operasjoner og bruker matematiske begreper som dele og gange for å betegne hva de skal gjøre med tall.

I gruppe 3 og 4 er det lite tegn til matematiske diskusjoner, annet enn at de ramser opp tall. De sier ikke noe særlig om hvilke operasjoner som ligger bak tallene de presenterer. Dette kan ha med å gjøre at det som er tatt lydopptak av, er etter at de er ferdig med utarbeidingsprosessen sin. Det kan godt hende at det er har vært matematiske diskusjoner på gruppe 3 og 4, men datamaterialet jeg har hentet inn viser det ikke.

4.2.2 Tegn til teknologiske diskusjoner

Teknologiske diskusjoner i matematisk modellering handler om hvordan man bygger en modell, i dette tilfellet en tabell. I kodingen har jeg gitt teknologiske diskusjoner fargen grønn. Teknologiske diskusjoner kan for elevene i undervisningsopplegget være at de diskuterer ulike variabler i modellen i sin, at de planlegger hvordan de skal gjøre ting og hvordan de finner informasjonen sin. Gruppe 1 og 2 begynner rett på teknologiske diskusjoner når de starter prosessen, i det de velger hvilket produkt de vil undersøke og hvilke land de vil undersøke dette produktet i.

E2: Vi kan jo ta en mobil siden det er..

E1: Mobil er jo over hele verden.

E2: Ja. Eller iPad.

E3: Ja.

E2: Altså iPad..

E3: iPhone X.

E1: iPhone X?

E2: Den har de nok i alle... Jeg tror alle har det.

E2: Ok, vi må lage oss en sønn tabell.

E3: Eller iPhone XR? X eller XR? Men vi må jo først finne ut hvor mye den koster. Vi kan ta den svarte da. Og så her i Norge.

Her diskuterer de hvilket produkt de vil undersøke prisen, og de begrunner valget av iPhone XR med at den finnes i hele verden, som er et viktig premiss for å kunne utføre oppgaven de har fått. De avgrensner også nærmere hvilken modell de skal velge, og diskuterer også hvordan de skal organisere opplysningene og resultatene sine. Gruppen fortsetter med lignende diskusjoner når de skal velge land og når de leter opp prisen på iPhone XR i de ulike landene, men de er ganske raskt over i matematiske diskusjoner. Gruppe 2 derimot, holder diskusjonen inne på det teknologiske lengre, siden de bruker lengre tid på å velge produkt. De bruker mye

tid på å lete etter ulike produkter, men velger av ulike grunner å lete videre. Her et eksempel på en teknologisk diskusjon der de forkaster et av forslagene til produkt.

E5: Skal vi ta den derre Oreo-greia da?

E4: Ok.

E6: Det står ikke hvor mye den koster. Skal vi ta noe annet?

E5: Ja.

E6: Siden det er helt umulig å finne ut..

E5: Ja, men hva skal vi ha nå? Noe under hundre, sant?

E5: Vi må ta noe som er lettere.

E4: Coca-Cola kanskje da? Eller Urge. Har de ikke det i andre land?

E6: Urge har de ikke i Spania.

E5: De har ikke Urge i USA heller.

E4: Men Urge er jo til og med fra Coca-Cola.

E5: Ja, ja. Men Urge ble liksom laget for å bli testet i Norge, og så ble det populært i Norge. og så lagde de det i USA, men det ble ikke like populært der. Det var ikke meningen, de skulle bare bruke Norge til å teste ut. I USA så het det Surge.

E6: Surge?

E5: Ja, Surge, men så tok de det vekk.

E6: Ja, ok. Så hva skal vi søke på da?

E4: Da tar vi Sprite kanskje?

Her har de først gått for McFlurry fra McDonald's, og blir enige om å velge varianten med Oreo. De sliter med å finne ut prisen og går derfor videre til å velge en brus. Urge blir foreslått, men elev 5 kommer med en historie om denne brusen og hvorfor den ikke er et godt valg; den finnes bare i Norge. Mye av prosessen til elevene på gruppe 2 foregår på samme måte, fram til de får tips om å bruke nettsiden globalbrandprices.com. Da går de teknologiske diskusjonene over på valg av land, og hvilke opplysninger de trenger å finne ut av for å kunne lage modellen sin. De bruker ulike strategier for å finne land, blant annet å velge noen "billige" land, noen "dyre" land og noen midt i mellom. En del av de teknologiske diskusjonene går også ut på hvordan de skal bruke nettsiden for å finne den informasjonen, slik som i utdraget under.

E4: Hvorfor ble det så mye billigere nå, jeg skjønner ingenting?

E5: Det er dollar. Du må få de forskjellige currencies i de ulike landene.

E4: Armenian dram, det er sikkert den.

E5: Men hvis du går på all currencies, da får du alle landene i stedet for et land.

E4: Hva, hvis du går på? Hvor står det.

E5: Trykk der, bare ta..

E4: Armenia. Det må være armenian dram.

Her prøver elevene å finne ut hvordan de skal manipulere siden for å vise informasjonen de trenger, som er en viktig del av å bygge modellen deres, og derfor kan slike diskusjoner sees

på som teknologiske diskusjoner. Hos gruppe 3 og 4 er det ikke mye tegn til teknologiske diskusjoner, med unntak av at de leser opp de ulike variablene uten å si hva de brukes til i modellen.

4.2.3 Tegn til refleksive diskusjoner

Refleksive diskusjoner har jeg markert i fargen rød. Refleksive diskusjoner handler om forbindelser mellom modellens natur og det den representerer i det reelle verden, samt at man ser konsekvenser av valgene man gjør i produksjonen av modellen. I denne oppgaven vil dette kanskje vise seg som kommentarer elevene kommer med som sier noe om den større sammenhengen modellen deres befinner seg i. Det kan være at de sammenligner sin modell med noen andres modell, eller at de ser at modellen ikke kan forklare situasjonen godt nok. Selv om jeg allerede har brukt dette som eksempel på fortolkning, vil jeg igjen trekke frem vurderingen elev 2 i gruppe 1 gjør når han sier *“Men da blir det veldig likt da. Ukraina var ikke så billig. Er USA billigere på mobil enn mat? I mat var USA mye dyrere. Men i telefon var det sånn tre tusen billigere.”* Dette viser at han bruker modellresultatene til å gjøre en sammenligning med BigMac-tabellresultatene. Han ser at det er forskjeller på hvilke varer som er “dyre” og “billige” ikke bare i to land, men også innad i landene. Dette er et eksempel på at eleven løfter blikket og bruker sine egne matematiske resultater til å stille spørsmål ved at resultatene innad i et land kan være så forskjellige bare ved å bytte vare, og kan derfor betegnes som en refleksiv diskusjon.

Denne gruppen viser også tegn på refleksiv diskusjon når de i slutten skal svare på del 3 av oppgaven, altså foreta sammenligninger mellom landene.

E3: Alle landene er billigere enn Norge.

E1: Nei.

E3: Jo.

E1: Det er jo ikke mer pris i Norge.

E3: Jo, det eneste som er nesten like mye er Spania.

E2: Det er ingen.. Ingen har lik pris. Eller? Skal vi si Norge og Spania?

E3: Ja, eller Spania var nærme prisen til Norge.

E2: Mm.

E2: Sånn nå er vi ferdige.

E1: Ukraina.. Ukraina og USA hadde nesten like. Bare sånn to hundre.

E3: Nesten. Da er vi vel egentlig ferdige.

E2: Men her står det; er noen land som er like.. Åja, ja. Skal vi heller skrive at de tre har veldig like? Vietnam, USA, Ukraina..

Her bruker elevene resultatene sine til å sammenligne ulike land, og trekke slutninger om hvilke land som er “billige”, “dyre” eller like i prisnivå, som kan være innhold i refleksive diskusjoner. Senere undersøker de om det kan lønne seg å fly til et av de billigste landene, USA, for å kjøpe telefonen der i stedet. De finner ut at med kostnadene for fly og opphold, vil de ikke spare på å kjøpe den i USA. Så til tross for at noen av de andre landene er billigere enn Norge, trekker de slutningen at det ikke vil lønne seg å kjøpe den et annet sted. Da har de undersøkt konsekvensene av resultatene sine. Gruppe 2 har også noen refleksive diskusjoner som handler om hvilke produkter de skal velge. Elevene setter ord på konsekvensene av å velge en brus som produkt.

J: Går det bra her?

E5 og E4 i kor: Nei.

J: Hva sliter dere med?

E5: Vi finner ikke priser på forskjellige ting.

J: Hva er det dere har søkt på?

E4: Det meste, men det er for eksempel cola, det koster jo tjuefem noen.. Eller for eksempel på en flyplass koster en cola førti kroner.

J: Ja.

E4: Men på en bunnpris så koster den tjuetre.

J: Ja, så dere tenker ulike priser på ulike butikker?

E4: Ja, men vi kan jo ikke, det blir jo veldig stor forskjell dersom den ene koster tjuefem og den andre trettifem.

J: Går det an å tenke kanskje et gjennomsnitt, da? Hvis dere finner for eksempel 4 forskjellige priser og tar et gjennomsnitt av de?

E5: Da må vi ha gjennomsnitt av forskjellige land da.

E4: Det blir liksom så mye.

Elevene viser i denne diskusjonen at de klarer å se konsekvensene av å velge en brus, ettersom den har ulike priser alt etter hvor du kjøper den. Jeg foreslår at de kan bruke et gjennomsnitt, men de ser at da må de gjøre det tilsvarende i alle land for at det skal bli likt. Dette er en refleksiv diskusjon fordi de snakker om konsekvensene av valgene de tar i utformingen av modellen sin.

Ellers vil jeg trekke fram diskusjon som oppsto i klasserommet etter at gruppene var ferdige med å framføre for hverandre. Her ledet læreren elevene i en samtale om de ulike modellene og hun spurte om de hadde oppdaget noe interessant. Blant annet kommer det fram en diskusjon om bil. Den ene gruppen (gruppe 4) har undersøkt Tesla, som er en elektrisk bil, og en annen gruppe har undersøkt Toyota Corolla, som er en diesel- eller bensindrevet bil. Tesla-gruppen forteller at i deres undersøkelser var Norge det billigste landet å kjøpe Tesla i

og at de er litt overrasket over dette. Toyota Corolla-gruppen sier at det gjaldt ikke for Toyota Corolla, der var Norge det dyreste av landene de hadde tatt med i utregningen. Læreren inviterer alle elevene i klassen til å fortelle hvorfor de tror det er slik. Flere elever kommer med innspill på hva som kan være grunner til dette. En elev sier at elbiler ofte er billigere i Norge enn i andre land, men at det gjelder ikke vanlige biler. Han forklarer videre at i Norge vil man at flere skal kjøpe elbil, så derfor setter man ned prisen på den. En annen elev henger seg på og sier at han tror det er billigere å eie en elbil også, fordi de slipper å betale like mye skatter som de som eier bensin- eller dieselbil. En tredje elev sier at det har noe å si med lønnsnivået også. Han forklarer at Norge har en høyere gjennomsnittslønn enn mange andre og derfor kan flere i Norge kjøpe seg Tesla, det er ikke bare de rikeste som kan kjøpe det. Denne samtalen som utspiller seg, kan betegnes som en refleksiv diskusjon fordi gruppene ser på de ulike modellene og kan si noe om hvorfor den modeller med samme type produkt kan ha så forskjellige resultater.

5.0 Diskusjon

I denne diskusjonsdelen, som for øvrig ikke skal forveksles med slik begrepet diskusjon har blitt brukt i andre deler av oppgaven, vil jeg først diskutere hvordan undervisningsopplegget henger sammen med model-eliciting activities, samt hva slags prosesser gruppeoppgaven inviterer elevene til å delta i. Deretter vil jeg diskutere de ulike gruppens prosesser med å løse oppgaven de fikk i undervisningsopplegget. Ettersom jeg har mindre datamateriale om gruppe 3 og 4 enn gruppe 1 og 2, vil hovedfokuset blir på gruppe 1 og 2. Jeg har funn på de ulike delprosessene i modelleringsprosessen og de ulike typene diskusjoner, så her vil jeg diskutere hvordan elevenes prosesser kan henge sammen med de ulike delprosessene i modelleringsprosessen, samt hvor i denne prosessen de ulike typene diskusjoner skjer.

I første del av diskusjonen vil jeg se nærmere på undervisningsopplegget og gruppeoppgaven som gruppene fikk utdelt. Undervisningsopplegget var inspirert av Big Mac Index og inneholdt en modifisert utgave av denne indeksen, som jeg har valgt å kalle en eksisterende modell. Jeg har i teoridelen snakket både om modellering og model-eliciting activities og jeg vil diskutere litt hvordan undervisningsopplegget henger kan sammenlignes med modellering og model-eliciting activities. Som nevnt i innledningen, vil jeg ikke påstå at undervisningsopplegget er et rent modelleringsopplegg, ettersom deler av problemformuleringen og systemavgrensingen allerede er bestemt i formuleringen av

gruppeoppgaven elevene fikk. Elevene har deltatt i ulike aktiviteter både før og etter lydopptakene som er beskrevet i metodedelen, og derfor vil jeg kalle det elevene har drevet med for model-eliciting activities. Elevene har deltatt i felles klassesdiskusjoner og jobbet med oppgaver om ulike typer eksisterende modeller, for eksempel tabeller over resultater i håndball og fotball. Her fikk de øving i å analysere en tabell etter hva den forteller oss og hvordan den er bygget opp. De har også deltatt i en klassesdiskusjon om den modifiserte Big Mac modellen hvor de fikk være med å diskutere hvordan denne modellen var bygget opp, før de skulle lage sin egen modell som lignet på BigMac-tabellen. I slutten av undervisningsopplegget deltok elevene igjen i en klassesdiskusjon, denne gangen om modellene de hadde laget og de fikk sammenlignet sine resultater med hverandre og diskutere forskjeller og likheter ved dem. Det ble også en diskusjon om hva som kunne være grunnen til disse forskjellene og likhetene. Alle disse aktivitetene har gitt elevene muligheter til å utvikle verktøy til å analysere, bygge og tolke modeller og jeg vil derfor påstå at de kan kvalifisere til å være model-eliciting activities.

Når det gjelder selve gruppeoppgaven som elevene fikk utdelt, vil jeg se på de tre delene av oppgaven og hva de inviterer til av prosesser. Del 1 av oppgaven lyder:

Velg en vare som finnes i de fleste land. For eksempel iPhone, Snickers, Coca-Cola, en bil, et klesplagg eller noe annet dere kommer på.

Her er det tydelige retningslinjer for hva slags modell elevene skal lage, fordi det er presisert at den skal baseres på et produkt som finnes over hele verden. Derfor er deler av problemet allerede definert. Likevel må elevene drive med systemavgrensning, fordi de selv må finne et slikt produkt. Del 1 inviterer derfor til systemavgrensning. Del 2 av oppgaven lyder:

Undersøk prisen på den samme varen i ulike land. Lag en oversikt/tabell som viser:

- a. pris i lokal valuta for alle landene (for eksempel dollar, euro, yen)*
- b. valutakurs til norske kroner for de lokale valutaene*
- c. pris i norske kroner ved å bruke valutakursen*
- d. prisforskjell i kroner*

Her må elevene først fortsette systemavgrensningen ved å velge fire land som skal sammenlignes med Norge. Deretter er det listet opp flere kriterier som skal være med i en

oversikt, som de må skaffe opplysninger. Punktene a) og b) krevet at de må matematisere opplysninger de finne på nettet og organisere dem i en tabell eller annen oversikt. Punktene c) og d) inviterer til en matematisk analyse ved hjelp av opplysningene i a) og b). Den tredje og siste delen av oppgaven lyder:

Lag en presentasjon der dere sammenligner prisen i ulike land med prisen på varen i Norge.

For eksempel:

- a. Er det noen land som har lavere pris enn Norge?*
- b. Er det noen land som har høyere pris enn Norge?*
- c. Er det noen land som har like priser?*

I denne delen av oppgaven inviteres elevene til å gjøre sammenligninger mellom landene og tolkninger av resultatene de har fått etter at de har undersøkt prisen på en vare i ulike land. I tillegg blir de oppfordret til å lage en presentasjon, som indikerer at de skal formulere utsagn om modellen de har laget og resultatene den har produsert.

Oppgaven inviterer altså både til systemavgrensning, matematisering, matematisk analyse og tolkning og vurdering av modellen. Dette inkluderer 4 av 6 delprosesser i modelleringsprosessen slik den er fremstilt av Blomhøj (2003). Det er ingen del av oppgaven som tydelig inviterer til at elevene skal evaluere sin egen modell og variablene de har brukt i den, og ettersom problemet allerede er formulert, inviterer den heller ikke til problemformulering. I tids- og arealrammene dette undervisningsopplegget hadde, tror jeg det hadde vært vanskelig å legge til rette for at elevene selv skulle formulere problemet, ettersom det gjerne tar litt lenger tid og krever mer av elevene å formulere et problem helt uten at lærer har en viss innvirkning på problemformuleringen. Derfor tror jeg at det i dette tilfellet var mer til hjelp enn skade for elevenes prosess at jeg på forhånd hadde formulert problemet. Evaluering er noe som hos disse elevene skjer spontant underveis som de utformer modellen eller tolker resultatene, så jeg tror at i en slik type oppgave, kan det være vanskelig å formulere instruksjoner i oppgaven som fører til at elevene evaluerer underveis. Dette er som, hvertfall i dette opplegget, skjedde av seg selv som en naturlig del av prosessen. Det er likevel noen svakheter ved oppgaven som jeg vil ta opp. For eksempel har jeg lagt til linker nederst på siden som skulle være til hjelp for elevene, slik at alle elevene i klassen skulle kunne gjennomføre oppgaven. Konsekvensen ved å legge til disse linkene, var at ved å ta i bruk disse hjelpemidlene, risikerte jeg at elevene ikke gjorde noen egne matematiske beregninger.

Nettsiden globalbrandprices.com oppgir priser på ulike varer i ulike priser, og det resulterte i at de som tok denne siden i bruk ikke trengte å regne om mellom de ulike valutaene, de kunne bare justere hvilken av valutaene prisene skulle vises i. På denne siden får de imidlertid ikke opp hva valutakursen mellom de ulike landene er, som var et av kriteriene de måtte ha med i oversikten. Dette resulterte i at gruppe 2, som brukte siden, måtte bruke matematisk analyse for å finne tak i valutakursen, ikke resultatet. Også ulike valutakalkulatorer var listet opp nederst på oppgavearket, som også bidro til at noen av gruppene ikke gjorde så mange matematiske beregninger. Jeg har i analysen vist hvorfor jeg tror at gruppe 3 har brukt valutakalkulatoren til å finne svar på både valutakurs og pris i norske kroner, noe som betyr at de ikke har gjort noen egne matematiske beregninger. Likevel, fokuset med denne oppgaven er ikke at elevene skal gjøre matematiske beregninger, noe de fleste grupper har gjort, men at de skal arbeide med å bygge en modell og tolke den i lys av den reelle sammenhengen den er laget til. Dessuten er disse nettsidene ment som hjelp til elevene etter behov slik at alle kunne gjennomføre oppgaven.

I neste del av diskusjonen vil jeg oppsummere litt hva de ulike gruppene har gjort, hva slags delprosesser de har vært gjennom og hvilke diskusjoner de har vært gjennom. Gruppe 1 starter prosessen sin det som kan blir sett på systemavgrensning med å velge et produkt som de tror finnes over store deler av verden, og så fire ulike land som skal sammenligne med Norge. De velger ganske raskt å sammenligne en mobiltelefon i USA, Ukraina, Spania og Vietnam. Så setter de kriterier for hvilken versjon av produktet som skal sammenlignes, iPhone XR. Det er i denne fasen av prosessen at de fleste teknologiske diskusjonene foregår. Deretter går de i gang med å søke opp prisen på iPhone XR i de ulike landene, som kan blir sett på som en del av en matematiseringprosess. Videre veksler elevene litt på om de regner den lokale prisen om til norske kroner og finner valutakursen med en gang, eller om de finner prisen i flere land før de regner ut den norske prisen. Dermed veksler de litt på å matematisere og å analysere matematisk, men har i begge tilfeller flere matematiske diskusjoner. De sliter litt med å regne om mellom de ulike valutaene og den norske valuta, og er ikke helt sikre på hva om de skal gange eller dele på valutakursen, men finner etter hvert ut av det. Underveis stiller de seg spørsmål om prisene og utregningene kan stemme, og dobbeltsjekker for å være sikre. De oppdager at prisforskjellene på en iPhone XR i ulike land ikke nødvendigvis er like som for en Big Mac, og en refleksiv diskusjon oppstår når de oppdager dette. De sammenligner resultatene de har fått for å rangere dem i prisnivå og sier seg fornøyde med det de har funnet. De får en oppfordring om å regne ut prisforskjellene i kroner og prosent. De regner ut

differansen i kroner, men ikke i prosent. I stedet for å prøve seg på å regne ut prosent, får de en annen oppgave av læreren Heidi. Hun spør elevene hvor telefonen var billigst og utfordrer elevene til å undersøke om det lønner seg å reise dit for å kjøpe den der i stedet. Dette resulterer i en egen liten modelleringsprosess med systemavgrensning og teknologiske diskusjoner, der elevene må velge faktorer som hvilke flyplasser reisen skal gå til og fra, når de skal reise, hvor lenge turen skal vare og om de skal beregne overnatting eller ikke. Deretter må de regne ut matematisk om prisen på flybillettene overskrider differansen mellom prisen for telefonen i Norge og prisen i USA og gjør dette i matematiske diskusjoner. Elevene søker opp flybilletter til USA på Finn.no og finner ut at flybillettene er såpass dyre at selv om de ikke har med opphold, overskrider de det de hadde spart på selve telefonen. De gjør altså en vurdering av resultatene og tolker hva det vil bety i virkeligheten og viser tegn på en refleksiv diskusjon.

Gruppe 2 starter også med teknologiske diskusjoner og systemavgrensning med å forsøke å velge et produkt og bruker ganske lang tid på dette. De er fast bestemt på å velge noe som ikke koster mer enn 100 kr fordi de vil slippe å “regne så masse”. Det mangler ikke på forslag og de er innom alt fra mat, drikke og klær før de forkaster dem enten på grunn av at de ikke finner informasjon om pris, eller fordi ikke alle på gruppen er enige. De blir enige om å velge en matvare eller en drikke, men støter på et problem som de sliter med å komme forbi. Her oppstår en refleksiv diskusjon som handler om konsekvensen av å velge en brus. De innser at brus har ulik pris alt etter hvor du kjøper den. Et eksempel de kommer med er at en brus vil ha en pris på en dagligvarebutikk, og en mye høyere pris på flyplassen. Jeg foreslår at de kan regne ut et gjennomsnitt, men de argumenterer med at da må de regne ut et gjennomsnitt i de landene de skal sammenligne med også, og da blir det for mye arbeid. Jeg introduserer dem derfor for nettsiden GlobalBrandPrices.com siden det er gått såpass mye tid og elevene virker oppgitt over ikke å finne den informasjonen de trengte. Selv om de bruker litt tid på å gjøre seg kjent med hvordan nettsiden fungerer og hva tallene de får oppgitt betyr, løsner endelig prosessen for dem og de kan sette i gang for alvor. Ganske kjapt velger de et produkt, Red Bull og skal bestemme hvilke land de vil sammenligne med Norge. Siden de allerede har prisene for alle landene foran seg, bruker de noen ulike strategier for å velge land blant de på listen på nettsiden. Til slutt blir de enige om noen “dyre” land, noen midt på og noen “billige” land; Norge, USA, Storbritannia, Armenia og Tyrkia. De begynner med å notere ned alle landene og alle prisene i lokal valuta, før de blir litt forvirret over hva valutakurs er og hvordan de skal finne den. I en matematisk diskusjon oppdager en elev

hvordan pris i lokal valuta, valutakurs og pris i norsk valuta henger sammen og de går i gang med å bruke pris i norske kroner og pris i lokal valuta i en matematisk analyse for å finne valutakursen for de ulike landene. Midt i denne prosessen av å finne de ulike valutakursene, er tiden ute og de må avslutte arbeidet.

Jeg vet ikke så mye om prosessen til gruppe 3 og 4, fordi den er ikke fanget opp av lydopptakene. Dessuten er lydopptaket av disse to gruppene vesentlig kortere enn lydopptakene av gruppe 1 og 2. Likevel viser resultatene deres og lydopptaket av presentasjonen deres av den at de har gått gjennom en prosess. De har begge gått gjennom en systemavgrensning, fordi de har valgt et produkt, land og funnet informasjonen. De har også matematisert fordi de har funnet informasjon og laget en tabell, og de har også gjort en form for matematisk analyse ettersom de har funnet resultater. Gruppe 3 sier noe om hvordan de tolker resultatene opp mot virkeligheten fordi de sier at resultatene ikke var som de hadde forventet, og de grunngir hvorfor tror det kan være sånn. Det kan godt hende at gruppene har vært innom andre delprosesser og ulike diskusjoner i prosessen sin, men ettersom jeg ikke har bevis på dette, kan jeg heller ikke si dette med sikkerhet.

For å oppsummere gruppenes prosesser, kan vi si at alle gruppene har vært gjennom en systemavgrensning og en viss matematisering og matematisk analyse, selv om de to sistnevnte ikke nødvendigvis har blitt gjennomført i den rekkefølgen. Gruppe 1 og 2 har også tolket og evaluert underveis i prosessen. Når det gjelder matematiske, teknologiske og refleksive diskusjoner finnes disse hos både gruppe 1 og 2, men er ikke like tydelige hos gruppe 3 og 4. Det kan ha den naturlige forklaringen at matematiske, teknologiske og refleksive diskusjoner er diskusjoner som oppstår i prosessen med å lage en modell, noe disse gruppene allerede var ferdige med når lydopptakene av dem fant sted. Disse ulike typer diskusjoner viste seg vanligvis i ulike deler av prosessen. Teknologiske diskusjoner fant som oftest sted i systemavgrensningen og deler av matematiseringen, altså i del 1 av gruppeoppgaven. Matematiske diskusjoner fant som regel sted i den matematiske analysen, men også delvis i matematiseringen, og som oftest i del 2 av oppgaven. Refleksive diskusjoner var ikke like vanlig, og dukket opp i ulike deler av prosessen. Hos gruppe 1 oppstod en refleksiv diskusjon når de holdt på å gjøre en fortolkning av et resultat de hadde regnet ut. Gruppen gjorde matematisering, matematisk analyse og fortolkning om hverandre mens de undersøkte de ulike landene, altså i del 2 av oppgaven. I tillegg kom det flere refleksive diskusjoner når elevene skulle svare på del 3 av oppgaven, der de skulle rangere og

sammenligne landene. Hos gruppe 2 oppstod en refleksiv diskusjon i systemavgrensingen, da elevene skulle velge et produkt i del 1 av oppgaven. De refleksive diskusjonene var altså ikke like knyttet til en del av oppgaven eller til en spesifikk delprosess i modelleringsprosess, men skjedde når elevene oppdaget at valgene de gjør i modellen har konsekvenser for resultatene den produserer. Disse diskusjonene viste dessuten ofte at elevene sammenlignet sin egen modell med BigMac-tabellen når de skulle vurderte sin egen modell. Gruppe 3 og 4 viser ikke mye tegn til matematiske, teknologiske og refleksive diskusjoner, og det kan både være fordi lydopptakene er mye kortere enn de til gruppe 1 og 2, men også fordi disse gruppene egentlig allerede er ferdig med prosessen, og disse type diskusjoner oftest skjer i prosessen med å lage en modell.

6.0 Begrensninger med studien

I enhver studie vil det være ulike faktorer som kan spille inn på resultatene man får, og denne oppgaven er intet unntak. I denne delen av oppgaven vil jeg ta opp faktorer som kan ha hatt en påvirkning på resultatene.

6.1 Tidsramme

Modelleringsoppgaver er ikke oppgaver med et fastsatt svar, og prosessen er ofte vel så viktig som resultatet, og det er derfor viktig å bruke god tid på å sette seg inn i det man vil undersøke. Når man arbeider med modellering, er det derfor ideelt å ha god tid, fordi en slik prosess ofte kan ta avstikkere eller utvikles videre mens man holder på, alt etter hva den som driver med modelleringen ønsker å undersøke. Intensjonen med å gi elevene oppgaven og å lage den litt åpen, var at elevene skulle ha mulighet til å ta avstikkere dersom de oppdaget noe uventet eller spennende som de ville vite mer om, for eksempel slik gruppe 1 gjorde når de undersøkte om det kunne lønne seg å kjøpe varen i et billigere land. Når man driver med modellering i skolen, må man forholde seg til en timeplan som er fastsatt for at alle fag skal få tilstrekkelig med dekning i løpet av elevenes skolegang, og det betyr at man må forholde seg til et tidsskjema. Ettersom man på forhånd ikke vet hvordan prosessen til elevene vil utspille seg, noe som heller ikke er poenget, kan det være vanskelig å forholde seg til dette tidsaspektet. Gruppene arbeider i ulik fart og prosessene deres ser ulike ut, og det er derfor utfordrende å få brukt tiden slik at alle gruppene fikk gjøre seg ferdig med oppgaven, men samtidig hele tiden hadde noe å gjøre. Dette viste seg i datamaterialet ved at gruppe 1 var tidlig ferdig og måtte få ekstraoppgaver, mens gruppe 2 brukte lengre tid på å velge produkt

og derfor ikke rakk å lage modellen sin ferdig i hovedøkten. Dette bidrar til at resultatene fra disse gruppene er svært forskjellige. Gruppe 3 og 4 sine prosesser ble ikke dokumentert på samme måte som gruppe 1 og 2, fordi alle gruppene skulle arbeide med oppgavene på samme tid og det ikke ble tid til å dokumentere alle gruppene samtidig. Et annet aspekt ved tidsproblematikken er at med mer tid kunne jeg satt meg mer inn i hva elevene sitter med av kunnskap og erfaringer fra før og utnyttet dette mer i ulike deler av opplegget. For å oppsummere denne begrensingen ved oppgaven kan jeg si at dersom jeg hadde hatt mer tid til rådighet, kunne jeg brukt mer tid med elevene i alle faser av opplegget slik at elevene kunne vært enda mer utforskende og diskutert enda mer. Likevel, utfordringen med tid er en veldig reell utfordring i skolehverdagen, og jeg mener at denne studien til tross for dette har klart å vise hvordan modellering kan foregå på skolen og at den bærer frukter selv om mer tid kunne gitt enda mer innsyn og enda mer læring for elevene.

6.2 Lærers påvirkning på elevenes prosess

Ettersom jeg har utformet på undervisningsopplegget og formulert oppgaven til elevene, påvirker jeg prosessen til elevene og styrer dem i en retning. Også underveis i opplegget var både jeg og læreren Heidi tilstede i klasserommet for å gi støtte og hjelp. Det er en fin balanse mellom å gi nødvendig støtte for at elevene skal kunne være selvstendige i arbeidet sitt og det å gi så mye hjelp at man fratrar elevene muligheten til å stole på seg selv og deres evne til å løse problemet. For eksempel tipset jeg gruppe 2 som stod fast i valget av produkt om nettsiden [globalbrandprices.com](https://www.globalbrandprices.com), som gjorde at de kunne velge et produkt som oppfulgte deres kriterier. Som en konsekvens av dette, førte det til at også selve matematiseringen og den matematiske analysen ble forenklet vesentlig for disse elevene, som trolig hadde fått mer ut av å gjøre dette selv. Også læreren Heidi har påvirket prosessen til elevene, både da hun tipset elevene i gruppe 1 til å sjekke ut om reisekostnadene til USA var større enn prisforskjellen mellom iPhone XR i Norge og USA, men også i klassediskusjonen som fant sted i slutten av undervisningsopplegget. Da ledet hun klassen i en diskusjon i klassen der hun stilte spørsmål om modellene til gruppene og hvorfor de tror resultatene ble som de ble. Dette kan ha påvirket resultatene, men jeg mener at hennes innspill ikke har hindret elevenes prosess eller gitt dem svar som de ikke hadde funnet selv, men i stedet løftet fram elevenes egne tanker og evner og synliggjort dem. Læreren er en viktig støttespiller for elevene, også i en prosess der de skal lage sine egne modeller. Derfor tror jeg at selv om resultatene har blitt påvirket av mine og Heidis innspill, er det ikke innspill som har skadet prosessen, men heller hjulpet dem på vei til å holde fokus og kunne komme fram til resultatene sine.

7.0 Avslutning

Skolen og lærere har en viktig del av ansvaret for å sørge for at elever er rustet til å leve i og bidra til samfunnet som medborgere, som kan stille seg kritisk til den informasjonen de blir møtt med og som kan løse ulike problemer de møter. Med en teknologi som utvikles raskere og raskere, blir det viktig å begynne så tidlig som mulig med å utvikle elevenes matematiske kompetanse, for eksempel modelleringskompetanse. Det er blant annet dette kritisk matematikkundervisning har som mål å hjelpe elevene med. Det finnes ulike måter å øve opp modelleringskompetansen, og denne oppgaven gir innsikt i en måte å drive med modellering på som tar utgangspunkt i å analysere eksisterende modeller som en del av deres egen utforming av en matematisk modell. I løpet av tre økter, har en klasse med elever på 7. trinn arbeidet med ulike model-eliciting activities, som kan bidra til økt modelleringskompetanse. De har for eksempel deltatt i klasseseksjoner med felles analyse av likheter og forskjeller mellom ulike matematiske modeller. De har også studert en forenklet versjon av Big Mac Index, som er en modell som viser hvordan prisnivået for en Big Mac hamburger varierer i ulike land, og sett på de ulike variablene som brukes for å lage denne modellen. Deretter har elevene fått lage en egen modell inspirert av Big Mac Index, men med et valgfritt produkt. De 12 elevene som er informanter i denne studien lagde i grupper på 3 modeller over prisforskjeller i ulike land på produkter som Red Bull, iPhone XR, Tesla og en Star Wars-lue fra Zara. Deretter deltok de i en diskusjon med hele klassen som handlet om å sammenligne de ulike modellene gruppene lagde. Her ble det diskutert hva som kunne være grunnen til forskjellene mellom de ulike landene. Gjennom en analyse av lydopptak innhentet under hovedøkta og et observasjonsnotat skrevet i forbindelse med den avsluttende og oppsummerende økta har studien vist at til tross for at oppgaven ikke nødvendigvis følger definisjonen av en modelleringsoppgave slik litteraturen beskriver, så finner mange av de samme delprosessene i en modelleringsprosess sted. Av de 6 delprosessene innenfor Blomhøjs (2003) fremstilling av modelleringsprosessen, fant jeg funn på 5 av disse Elevene har vist tegn på systemavgrensning i forbindelse med å velge et produkt og fem land slik at de kunne sammenligne prisene på produktet. De viser også tegn til matematisering ved innhenting av informasjon om priser og valutakurser og organisert dem i en tabell slik at det var mulig for dem å gjøre en matematisk analyse. Elevene har også fortolket resultatene sine i lys av den reelle situasjonen de tok utgangspunkt i og opp mot BigMac-tabellen og andre gruppers modeller. Underveis i arbeidet har de også evaluert sin egen modell og gjort

justeringer. I tillegg har oppgaven belyst hvilke type diskusjoner som oppstår i arbeidet og gitt innsikt i hvordan disse diskusjonene henger sammen med oppgaven som var gitt og de ulike delprosessene i en modelleringsprosess. Elevene hadde teknologiske diskusjoner i forbindelse med systemavgrensning og matematisering i del 1 og 2 av oppgaven. De hadde matematiske diskusjoner i matematiseringen og den matematiske analysen i del 2 av oppgaven. Noen steder dukket også refleksive diskusjoner, som regel i forbindelse med fortolkning av modellen i lys av den reelle situasjonen, for eksempel i del 3 av oppgaven eller i klassediskusjonen etterpå. Studien er et bidrag til å vise hvordan en modelleringsprosess som starter med en eksisterende modell kan se ut på mellomtrinnet, og kan gi verdifull innsikt i hvordan elever tolker, vurderer og forholder seg til matematiske modeller, både eksisterende modeller og dem de lager selv. Dette er en kvalitativ studie, så det er ingen garanti for at et likt prosjekt hadde gitt de samme resultatene i en annen klasse, men likevel mener jeg at den kan fungere som et eksempel på hvordan elever kan drive med model-eliciting activities med utbytte til tross for lite erfaring med matematisk modellering.

8.0 Litteratur

- Barbosa, J. C. (2006) Mathematical Modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*(38). 293-301.
<https://doi.org/10.1007/BF02652812>
- Barbosa, J. C. (2009) Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions. I M. Blomhøj (Red.) *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics*. (133-144) Roskilde: Roskilde University
- Barbosa, J. C. (2010) The Students' Discussions in the Modeling Environment. I R. Lesh, P.L. Galbraith, C. Haines, A. Hurford (Red.) *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*. (s. 365-372). DOI 10.1007/978-1-4419-0561-1_31
- Barbosa, J. C. (2012). Towards reflexive discussions in mathematical modelling. I B. Di Paola & J. Díez-Palomar (Red.), *Facilitating access and participation: Mathematical practices inside and outside the classroom. Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)* (Vol. 22) (s. 229-232). Italy: G.R.I.M. - Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento/Apprendimento delle' Matematiche.
- Blomhøj, M. (2003) Modelling som undervisningsform. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.) *Kan det virkelig passe? - Om matematikklæring*. (s. 51-71). København: L&R Uddannelse.
- Blomhøj, M. (2011) Modelling competencies: Teaching, learning and assessing competencies - Overview. I G. Kaiser et al. (Red.) *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. (s. 343-348) DOI 10.1007/978-94-007-0910-2_34
- Blum, W. & Borromeo Ferri, R. (2009) Mathematical Modelling: Can it Be Taught and Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, s. 45-58. Hentet fra <http://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelling>

- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students' and teachers deal with modelling problems? I C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Red.), *Mathematical Modelling (ICTMA12): Education, Engineering and Economics; proceedings* (s. 222-231). Chichester: Horwood Publishing
- Brinkmann, S. & Kvale, S. (2015) *Interviews - Learning the Craft of Qualitative Research Interviewing*. Los Angeles: SAGE Publications.
- da Silva Soares, D. (2015) Model Analysis and Digital Technology: A "Hybrid Approach". I G. A. Stillman et al. (Red.) *Mathematical modelling in Education Research and Practice* (s. 453-463). New York: Springer International Publishing AG.
- Dalland, O. (2012) *Metode og oppgaveskriving* (5. utg.) Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Diskusjon (2016) I *Store norske leksikon*. Hentet fra <https://snl.no/diskusjon>
- Doerr, H. M. & English, L. D. (2003) A Modeling Perspective on Students' Mathematical Reasoning About Data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 110-136. <https://www.jstor.org/stable/30034902>
- English, L. D. (2006) Mathematical Modelling in the Primary School: Children's Constructing of a Consumer Guide. *Educational Studies of Mathematics*, (63), 303-323. DOI: 10.1007/s10649-005-9013-1
- English, L. D. (2010a) Modelling with Complex Data in the Primary School. I R. Lesh, P. L. Galbraith, C. Haines, A. Hurford (Red.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*. (s. 287-299). DOI: 10.1007/978-1-4419-0561-1
- English, L. D. (2010b) Young Children's Early Modelling with Data. *Mathematics Education Research Journal*. (22) (s. 24-47). DOI: <https://doi.org/10.1007/BF03217564>
- Fangen, K. (2010) *Deltagende observasjon* (2. utg.) Bergen: Fagbokforlaget

- Hall, M. (2019) What is Purchasing Power Parity (PPP)?. Hentet 22. mars 2019 fra:
<https://www.investopedia.com/updates/purchasing-power-parity-ppp/>
- Indeks (2018) I *Store Norske Leksikon*. Hentet fra <https://snl.no/indeks>
- Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2010) *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (4. utg). Oslo: Abstrakt forlag.
- Julie, C. (2002) Making relevance in mathematics teacher education. I I. Vakalis, D. HughesHallett, C. Kourouniotis, & C. Tzanakis (Red.), *Proceedings of the 2nd international conference on the teaching of mathematics at the undergraduate level* (s.1-8). Hoboken, NJ: Wiley.
- Krogtoft, M. & Sjøvoll, J. (2018) *Masteroppgaven i lærerutdanninga* (2. utg). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Kunnskapsdepartementet (2018a) *Kjerneelementer i fag*. Hentet fra
<https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/forny-er-innholdet-i-skolen/id2606028/>
- Kunnskapdepartementet (2018b) *Overordnet del av læreplanverket*. Hentet fra
<https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/overordnet-del/>
- Lesh, R., Kramer, C., Doerr, H. M., Post, T. & Zawojewski, J. S. (2003) Chapter 2 Model Development Sequences. I R. Lesh & H. M. Doerr (Red.) *Beyond Constructivism. Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problems Solving, Learning, and Teaching*. (s. 35-58). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Lesh, R. & Doerr, H. M. (2003) Chapter 1 Foundations of a Models and Modeling Perspective on Mathematics Teaching, Learning, and Problem Solving. I R. Lesh & H. M. Doerr (Red.) *Beyond Constructivism. Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problems Solving, Learning, and Teaching*. (s. 3-33). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

- Niss, M. (2002) Kompetencer og matematikl ring. *Uddannelsesstyrelsens temah fteserie (hefte nr. 18)*, 43-70. <http://static.uvm.dk/Publikationer/2002/kom/hel.pdf>
- Niss, M. (2010) Modeling a Crucial Aspect of Students' Mathematical Modeling. I R. Lesh, P.L. Galbraith, C. Haines, A. Hurford (Red.) *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*. (s. 43-59) DOI 10.1007/978-94-007-6271-8_4
- Personopplysningsloven. (2000). Lov om behandling av personopplysninger: Tr dt i kraft 1. januar 2001, sist endret 20. desember 2018. Hentet 12. mars 2019 fra: <https://lovdata.no/dokument/NL/lov/2018-06-15-38>
- Schaap, S., Vos, P. & Goedhart, M. (2011) Students Overcoming Blockages While Building a Mathematical Model: Exploring a Framework. I G. Kaiser et al. (Red.) *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. (s. 137-146) DOI 10.1007/978-94-007-0910-2_34
- Shah, K. (2015, 25. august) McDonald's is America's Favorite Breakfast Spot, According to a New Report. *Eater*. Hentet fra <https://www.eater.com/2015/8/18/9171735/american-breakfast-eating-habits-mcdonalds-burger-king>
- Skovsmose, O. (1990) Reflective knowledge: its relation to the mathematical modelling process. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 21(5), 765-779. DOI: 10.1080/0020739900210512
- Skovsmose, O. (1994) Towards a critical mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*. Vol 27 (1). 35-57. <https://www.jstor.org/stable/3482665>
- Thagaard, T. (2018) *Systematikk og innlevelse. En innf ring i kvalitative metoder* (5. utg). Bergen: Fagbokforlaget.
- The Economist (2007, 1. februar) The Big Mac Index. Hentet fra <http://www.economist.com/node/8649005>

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag* (MAT1-04). Hentet fra:
<https://www.udir.no/k106/MAT1-04>

Vedlegg 1: Oppgaver 21.01.19

Tabeller

På baksiden finner dere bilde av en tabell over håndballkampene i Eliteserien og en tabell over fotballkampene i Eliteserien. Bruk disse til å finne svar på oppgavene nedenfor.

1. Hva er likt på tabellene? Bli enige om 5 likheter og skriv ned.
2. Hvorfor tror dere at disse 5 tingene ved tabellene er like?
3. Hva er ulikt på tabellene? Bli enige om 5 forskjeller og skriv ned.
4. Hvorfor tror dere disse 5 tingene ved tabellene er ulike?
5. Er det noe ved tabellene som er vanskelig å finne ut eller forstå?
6. Har dere oppdaget noe annet spesielt ved tabellene?
7. Kan dere finne lignende tabeller fra andre sporter som dere kan sammenligne med tabellene? Her kan dere bruke PC.

Vedlegg 2: Tilleggsoppgaver

Tilleggsoppgaver

1. Hvordan hadde fotballtabellen sett ut dersom uavgjorte kamper ikke ga poeng i fotballkamper?
2. Hvordan hadde fotballtabellen sett ut dersom seier i fotball ga 2 poeng i stedet for 3?
3. Hvordan hadde fotballtabellen sett ut dersom det var målforskjellen som talt?
4. Hvordan hadde fotballtabellen sett ut dersom høyest antall mål talt mest?
5. Hvordan hadde fotballtabellen sett ut dersom færrest innslupne mål talt mest?
6. Hvordan hadde håndballtabellen sett ut dersom seier ga 3 poeng i stedet for 2?
7. Hvordan hadde håndballtabellen sett ut dersom uavgjorte kamper ikke ga poeng?
8. Hvordan hadde håndballtabellen sett ut dersom målforskjellen talt mest?
9. Hvordan hadde håndballtabellen sett ut dersom antall mål talt mest?
10. Hvordan hadde håndballtabellen sett ut dersom færrest innslupne mål talt mest?

Vedlegg 3: Gruppeoppgave

Gruppeoppgave



1. Velg en vare som finnes i de fleste land. For eksempel iPhone, Snickers, Coca-Cola, en bil, et klesplagg eller noe annet dere kommer på.
2. Undersøk prisen på den samme varen i ulike land. Lag en oversikt/tabell som viser:
 - a. pris i lokal valuta for alle landene (for eksempel dollar, euro, yen)
 - b. valutakurs til norske kroner for de lokale valutaene
 - c. pris i norske kroner ved å bruke valutakursen
 - d. prisforskjell i kroner
3. Lag en presentasjon der dere sammenligner prisen i ulike land med prisen på varen i Norge. For eksempel:
 - a. Er det noen land som har lavere pris enn Norge?
 - b. Er det noen land som har høyere pris enn Norge?
 - c. Er det noen land som har like priser?



| Big Mac Index | | | | | | |
|---------------|---------------------------------|--------------|------------------------------|------------|------------------|---------------------|
| Land | Pris for Big Mac i lokal valuta | Lokal valuta | Gjeldende valutakurs til NOK | Pris i NOK | Differanse i NOK | Forskjell i prosent |
| Norge | 49 | NOK | 1.00 | 49.00 | 0 | 0.00 |
| Danmark | 30 | DKK | 1.31 | 39.20 | -9.80 | -20.00 |
| England | 3.19 | GBP | 11.06 | 35.28 | -13.72 | -28.00 |
| Finland | 4.56 | EUR | 9.76 | 44.49 | -4.51 | -9.20 |
| Kina | 20.4 | CNY | 1.26 | 25.76 | -23.24 | -47.43 |
| Russland | 130 | RUB | 0.13 | 16.80 | -32.2 | -21.35 |
| Spania | 3.95 | EUR | 9.76 | 38.54 | -10.46 | -21.35 |
| Sveits | 6.5 | CHF | 8.62 | 56.01 | 7.01 | 14.31 |
| Sverige | 49.1 | SEK | 0.95 | 46.67 | -2.33 | -4.76 |
| Sør-Afrika | 30 | ZAR | 0.62 | 18.54 | -30.46 | -62.16 |
| Ukraina | 47 | UAH | 0.31 | 14.48 | -34.52 | -70.45 |
| USA | 5.28 | USD | 8.59 | 45.38 | -3.62 | -7.39 |
| Vietnam | 65000 | VND | 0.00037 | 24.05 | -24.95 | -50.92 |

Nyttige nettsider:

- <http://www.valutakurser.no>
- <https://www.finn.no/reise/valuta>

- <http://www.globalbrandprices.com>

NSD NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

NSD sin vurdering

Prosjekttittel

Elevers kritisk demokratiske kompetanse observert i arbeid med eksisterende matematiske modeller

Referansenummer

756996

Registrert

22.10.2018 av June Hove Heggås - 145485@stud.hvl.no

Behandlingsansvarlig institusjon

Høgskulen på Vestlandet / Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett / Institutt for språk, litteratur, matematikk og tolkning

Prosjektansvarlig

Suela Kacerja, Suela.Kacerja@hvl.no, tlf: 55585965

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Student

June Hove Heggås, june_heggaas_94@hotmail.com, tlf: 90260568

Prosjektperiode

26.11.2018 - 15.05.2019

Status

11.12.2018 - Vurdert

Vurdering (1)

11.12.2018 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 11.12.18, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD ENDRINGER

Dersom behandlingen av personopplysninger endrer seg, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å

oppdatere meldeskjemaet. På våre nettsider informerer vi om hvilke endringer som må meldes. Vent på svar før endringer gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 15.05.2019

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD finner at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp behandlingen ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Silje Fjelberg Opsvik

Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

Vedlegg 5: Samtykke- og informasjonsskjema

Vil du la barnet ditt delta i forskningsprosjektet

"Elevens demokratiske kompetanse i arbeid med eksisterende modeller"?

Dette er et tilleggsskriv til deg som har takket ja til å la barnet ditt delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke elevens evne til å se matematikken i et samfunnsperspektiv. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg og ditt barn.

Formål

Formålet med prosjektet er å undersøke hvordan det fungerer å arbeide med oppgaver om eksisterende matematiske modeller på 7. trinn, og hvordan elevenes kritisk demokratiske kompetanse kommer til syne når det arbeides med slike oppgaver i par. Matematiske modeller kan forklares med at man bruker matematikken til å forklare, undersøke eller beregne et fenomen som befinner seg utenfor matematikken. Slike modeller benyttes i mange ulike grener av arbeidslivet, men også i nyheter, sosiale media og dagligliv. Dersom man har forståelse for hvordan en matematisk modell fungerer, kan det åpne opp for diskusjoner om hva modellen kan brukes til, eventuelt hva den ikke kan brukes til og ulike konsekvenser ved å bruke den. I en slik prosess kan det oppstå diskusjoner rundt gyldighet, bruksområde og konsekvenser som kan legge til rette for utvikling av den kritisk demokratiske kompetansen.

Jeg ønsker å dokumentere hva slags diskusjoner/samtaler som oppstår når elevene arbeider med oppgaver som omhandler matematiske modeller. Disse dokumentasjonene kan hjelpe meg til å se hva slags forståelse av matematikken elevene sitter med og hvilken evne de har til å se matematikken i et større lys enn bare skolesammenheng. Disse dataene vil altså bli brukt i min masteroppgave og analyseres i henhold til relevant litteratur.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Høgskulen på Vestlandet avdeling Bergen er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Jeg ønsket å undersøke hvordan å arbeide med slike oppgaver fungerer på mellomtrinnet og var derfor på utkikk etter elever i slutten av barneskolen. Etter et godt praksissamarbeid på Møhlenpris skole med Hilde i fjor, tok jeg kontakt med henne for å høre om hun var villig til å slippe meg inn i klasserommet enda en gang, noe hun ville.

Hva innebærer det for deg å delta?

Jeg og Hilde skal gjennomføre et undervisningsopplegg over 3 totimersøkter med alle elevene på trinnet der elevene arbeider i par med ulike oppgaver som handler om matematiske modeller. De elevene som har takket ja til å delta i prosjektet vil bli satt sammen parvis og tatt lydopptak av når de arbeider med oppgaver. Jeg har tilgang på to lydopptakere, noe som betyr at jeg ikke kan ta lydopptak av alle elevene hele tiden. Derfor vil kun deler av det elevene sier bli tatt opptak av. Disse opptakene vil bli transkribert og anonymisert av meg.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å la ditt barn delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg og barnet ditt vil da bli slettet og

ikke brukt i den endelige masteroppgaven. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det er kun jeg og min veileder som vil ha tilgang på opplysningene som hentes inn.
- Alle navn vil bli erstattet med koder, for eksempel "Elev 1" og behandles helt anonymt. Ingen skal kunne bli kjent igjen i endelig publikasjon.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes 15.05.19 og etter dette vil alle opplysninger slettes. Opptak slettes så snart de er blitt transkribert, mest sannsynlig innen utgangen av februar 2019.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Høgskulen på Vestlandet avdeling Bergen har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Meg, June Hove Heggås; tlf 90260568; june_heggaas_94@hotmail.com
- Høgskulen på Vestlandet avdeling Bergen ved min veileder Suela Kacerja; 55 58 59 65; Suela.Kacerja@hvl.no
- Vårt personvernombud: advokat Halfdan Mellbye; 55 30 10 31; personvernombod@hvl.no
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

June Hove Heggås

June Hove Heggås



Høgskulen
på Vestlandet

Samtykkeskjema i forbindelse med innhenting av lydopptak

Jeg er masterstudent ved Høgskulen på Vestlandet og i forbindelse med min masteroppgave, ønsker jeg å innhente datamateriale på 7. trinn på Møhlenpris skole. Masteroppgaven jeg skal skrive handler om bruken av modeller i matematikkundervisningen. Jeg vil dokumentere hvordan elevene diskuterer ulike modeller og vil derfor ta lydopptak av elevene i grupper. Datamaterialet vil bli transkribert og anonymisert av meg personlig, og de fysiske opptakene vil bli slettet så snart de er transkribert. Datainnsamlingen vil foregå i noen økter i uke 48 og 49, men ettersom jeg må sende en søknad til Norsk senter for forskningsdata, ber jeg om at skjemaet besvares og leveres til Hilde innen onsdag 17. oktober (uke 42).

Dersom dere har spørsmål om datainnsamlingen eller masteroppgaven, kan dere kontakte meg på tlf 90260568 eller june.heggaas.94@hotmail.com.

Mvh June Hove Heggås, masterstudent ved lærerutdanningen på HVL

Vennligst velg et av alternativene:

- Jeg samtykker til at mitt barn _____ kan være en del av datainnsamlingen i uke 48 og 49.
- Jeg ønsker ikke at mitt barn _____ er med på datainnsamling i uke 48 og 49.

Signatur: _____