



Høgskulen
på Vestlandet

BACHELOROPPGAVE

*«Liksom det kan jo ikke være fire her og tre der da går
han jo helt skjev»*

*«Like, it can't be four here and three there, it's going to
be all uneven»*

Bacheloroppgave, vitenskapsteori og forskningsmetode

GBPEL412

Avdeling for Lærerutdanning, Høgskulen på Vestlandet, GLU 1-7

02.06.17

Antall tegn: 59 161

Kandidatnummer: 18

Veileder: Andrea Eikset

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, jfr. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 10.

Abstract

In this bachelor thesis, I have examined what kind of understanding for the equal sign two pupils in a first grade have, as well as looked at their understanding as a part of their algebraic thinking. By this I mean that the ability to see relations among numbers is a part of algebraic thinking, and pupils need to acquire this knowledge to be able see the equivalence of the equal sign. This bachelor thesis is also focusing on factors that can prevent children's algebraic thinking.

In the analysis- and discussion chapter, I have used Carpenter, Franke and Levi's (2003) theory about different understandings of the equal sign, as well as my own interpretation of Skemp's concept of instrumental and relational understanding. The results show that pupil 1 is moving between the ability to see two types of relation: between the left side of the equal sign and the right, as well as between the numbers in the number sentence. He is on his way in acquiring a relational understanding for the equal sign. The other pupil's understanding seems to be different depending on which number sentence she is given in the interview, and number sentences such as $a+b=c+d$ seems to cause some confusion. Both pupils want to have the same amount of numbers on each side of the equal sign, but on their path to a relational understanding they seem to meet different obstacles.

Innholdsfortegnelse

Abstract.....	I
Figurliste	III
1 Innledning.....	1
1.1 Begrepsredegjørelse	2
1.1.1 Algebraisk tekning.....	2
1.1.2 Ekvivalens.....	3
1.2 Oppgavens oppbygging.....	3
2 Teoridel.....	4
2.1 De fem store ideene i algebra.....	4
2.1.1 Utvikle algebraisk tenkning gjennom aritmetikken.....	4
2.1.2 Utvikle en forståelse for likninger og relasjoner mellom tallmengder	5
2.2 Balansevekt	6
2.3 Tallsetninger.....	7
2.3.1 Erfaring med ulike tallsetninger for å øke forståelsen for likhetstegnets ekvivalens	7
2.4 Ulike forståelser for likhetstegnet	8
2.4.1 Svaret kommer etter	9
2.4.2 Utregning med alle tall.....	9
2.4.3 Utvide problemet	9
2.4.4 Evnen til å se relasjoner	10
3 Metode.....	11
3.1 Valg av metode.....	11
3.2 Min datainnsamling.....	12
3.2.1 Kvalitativ observasjon	12
3.2.2 Utvalg av informanter	13
3.2.3 Kvalitativt intervju	13
3.3 Ethiske hensyn.....	14
3.4 Validitet og reliabilitet	15
4 Analyse og drøfting	16
4.1 Elev 1.....	16

4.1.1	Hvilken forståelse for likhetstegnet har eleven når tallsetningene er på formen $a=a$?	16
4.1.2	Hvilken forståelse for likhetstegnet har eleven når tallsetningene er på formen $a+b=c+d$?	18
4.1.3	Eleven beveger seg mellom de to ulike relasjonene innenfor ekvivalens	19
4.2	Elev 2	21
4.2.1	Hvilken forståelse for likhetstegnet har eleven når tallsetningene er på formen $a=a$?	21
4.2.2	Utgregning av alle tall som en forståelse for likhetstegnet	22
4.2.3	Hvordan kan bruken av konkrete styrke elevens symbolforståelse?	24
4.3	Oppsummering og sammenlikning av elevene	26
4.3.1	Elev 1	26
4.3.2	Elev 2	27
4.3.3	Sammenlikning	27
5	Oppsummering	27
6	Litteraturliste	29
7	Vedlegg	31
7.1	Oppgaver fra Multi	31
7.2	Samtykkeskjema til foreldre	33
7.3	Samtykkeskjema til skolen	34
7.4	Samtykkeskjema til intervju med lærer	36

Figurliste

Figur 2.1	Balansevekt (Weegschaal met schaal)	6
Figur 4.1	Kroknes, Palovaara, Kavén, & Persson, 2013, s. 52	16

1 Innledning

Elevers evne til å forstå likhetstegnets ekvivalens, er sentralt for å utvikle en algebraisk forståelse. Når elevene har en forståelse for at venstre- og høyresiden av likhetstegnet er likeverdige, vil de kunne ha forståelse for løsninger av likninger. De elevene som forstår likhetstegnet som «her kommer svaret», vil ha vanskeligheter for å forstå at man i arbeid med likninger skal utføre lik operasjon på begge sider av likhetstegnet for å opprettholde likevekten. Dette viser hvordan forståelsen for likhetstegnets ekvivalens er en sentral del av elevenes utvikling av algebraisk forståelse (Carpenter, Franke og Levi, 2003, s. 22). Det er viktig at elevene får muligheten til å tilegne seg en algebraisk forståelse tidlig i skoleårene, slik at denne forståelsen ligger til grunn når de arbeider med algebra på ungdomsskolen. Resultater fra TIMSS (2011-2015) viser at norske elever scorer dårligere i algebra sammenlignet med andre emneområder (Bergem, 2016, s. 42), og kanskje kan mangel på algebraisk forståelse være grunnen til dette.

Elevenes alder er ikke en faktor som påvirker forståelsen for likhetstegnet. Carpenter et al. (2003, s. 22) skriver at så lenge elevene har opparbeidet seg erfaring, kan elever i førsteklasse tilegne seg en forståelse for likhetstegnets ekvivalens. Dette innebærer at elevene har møtt på tallsetninger av ulike former og arbeidet med aktiviteter som fremmer deres forståelse for å se relasjonen mellom venstre- og høyresiden av likhetstegnet. Elever med begrensede erfaringer, som er vant til å arbeide med tallsetninger på formen $a+b=c$, vil sannsynligvis se på likhetstegnet som «her kommer svaret». Flere har forsket på elevers forståelse for likhetstegnets ekvivalens i tidlig alder, blant annet Stephens, Blanton, Knuth, Isler og Gardiner (2015) og Leavy, Hourigan og McMahon (2013).

Med dette som teoretisk grunnlag er temaet i denne oppgaven to elever i en 1. klasse sin forståelse for likhetstegnets ekvivalens, som en del av deres algebraiske tenkning. Grunnen til at jeg ønsker å bruke førsteklassinger som mine informanter er fordi jeg ville se om Carpenter et al. (2003, s. 22) sin teori, om at alder ikke er en faktor som påvirker forståelsen for likhetstegnet, stemmer. Bakgrunnen for mitt valg av tema er teori jeg har lest i forbindelse med matematikkundervisningen på lærerutdanningen. Bergsten, Häggström og Lindberg (1997, s. 51f) har delt elevers oppfatninger

av likhetstegnet i to deler: «*är like mycket som*», hvor elevene forstår likhetstegnets ekvivalens, og «*blir*», hvor elevene ser på likhetstegnet som et tegn for at svaret kommer etter. Schliemann, Carraher, Brizuela og Earnest (2003, s. 130) har forsket på 3. og 4. klassinger sin algebraiske forståelse, og har blant annet stilt spørsmålet: «Is $6+9=7+8$ True or False?», for å kartlegge deres forståelse for likhetstegnet. Dette var spørsmålet som gjorde meg nysgjerrig på å se hvordan elever i første klasse forstår likhetstegnet. Dette leder meg til min problemstilling:

Hvilken forståelse for likhetstegnets ekvivalens har to elever på 1. trinn? Hvordan kan dette relateres til, og hindre elevenes algebraiske tenkning?

Formålet med denne oppgaven er å undersøke to elevers forståelse for likhetstegnet, og se på denne forståelsen som en del av deres algebraiske tenkning. Videre ønsker jeg å se på hva som kan hindre deres utvikling av en forståelse for likhetstegnets ekvivalens, og skrive kort om hvordan jeg som lærer kan skape en forståelse for relasjoner mellom tall, og dermed utvikle en forståelse for likhetstegnet ekvivalens hos elevene.

1.1 Begrepsredegjørelse

I dette avsnittet følger en redegjørelse for de begrepene som er sentrale i min problemstilling. Den definisjonen jeg presenterer her vil ligge til grunn for forståelsen av begrepene gjennom hele oppgaven.

1.1.1 Algebraisk tenkning

Kieran (2004, s. 149, oversatt) skriver at algebraisk tenkning hos elever i de tidlige skoleårene innebærer en utvikling i elevenes tenkemåter ved hjelp av aktiviteter som for eksempel analysere sammenhenger mellom mengder, oppdage strukturer, studere forandringer, generalisering og evnen til å begrunne. Hun trekker frem at det å kunne ta i bruk algebraiske symboler ikke trenger å være en del av elevens kunnskaper for å foreta en utvikling i tenkningen. Ut ifra dette vil jeg trekke det dithen at algebraisk tenkning innebære ulike evner elevene tilegner seg. Ifølge Blanton,

Levi, Crites og Dougherty (2016, s. 1, oversatt) omhandler algebraisk tenkning blant annet å «...begrunne relasjoner mellom mengder...». Ut ifra disse teoriene vil jeg trekke frem det å se relasjoner mellom mengder som en del av den algebraiske tenkningen, og det er dette som vil være mitt hovedfokus i denne oppgaven.

1.1.2 Ekvivalens

Å forstå likhetstegnets ekvivalens innebærer at elevene tolker likhetstegnet som «er like mye som» (oversatt, Bergsten, et al., 1997, s. 51). Da vil venstre- og høyresiden i en likning representere like store tallverdier, og leddene er dermed likeverdige. Falkner, Levi og Carpenter (1999, s. 232) understreker at det å ha en forståelse for ekvivalens vil være avgjørende for at elevene skal kunne utvikle deres algebraiske tenkning.

1.2 Oppgavens oppbygging

For å gi en oversikt over hva som vil komme videre i oppgaven, vil jeg nå kort presentere oppgavens oppbygging.

I kapittel 2 kommer oppgavens teoridel. Her presenterer jeg den teorien som er sentral i forhold til min problemstilling, og som jeg vil bruke videre i min analyse- og drøftingsdel. I kapittel 3 følger min metodedel. Her vil jeg skrive om mitt valg av metode, beskrive min datainnsamling, etiske hensyn og begrepene validitet og reliabilitet. I kapittel 4 kommer min analyse- og drøftingsdel. Jeg har valgt å ha analysen og drøftingen i samme del, fordi jeg følte disse utfylte hverandre på en god måte. I denne delen av oppgaven skal jeg bruke teorien fra kapittel 2 til å analysere og drøfte mine datafunn. Til slutt foretar jeg en oppsummering av elevenes forståelse for likhetstegnet og en kort sammenlikning mellom dem. I kapittel 5 følger en oppsummering av oppgaven som en helhet. Her besvarer jeg min problemstilling ved å trekke frem sentrale punkter fra oppgaven.

2 Teoridel

2.1 De fem store ideene i algebra

Algebra er et stort og omfattende begrep, og jeg blir derfor nødt til å foreta en avgrensning av begrepet i forhold til hva som er mest relevant for oppgavens problemstilling. For å forklare hva begrepet innebærer har jeg valgt å bruke Blanton et al., (2016, s. 12-14) sin inndeling av de fem store ideene i algebra. Flere av disse ser ut til å være en del av Kieran sin definisjon av algebraisk tenkning (kapittel 1.1.1), blant annet idé 2 og 4. På grunnlag av dette vil jeg si at elevers utvikling av de fem store ideene vil være en del av deres algebraiske tenkning, og vil bidra til en algebraisk forståelse hos elevene.

Boken til Blanton et al. (2016, s. 4) fokuserer på hvordan man som lærer skal arbeide med algebraisk tenkning på 3.-5. trinn, men det vil også være relevant å trekke frem de fem store ideene i algebra som en del av utviklingen av den algebraiske tenkningen til elever på 1. trinn. Hvilken alder elevene har er ikke relevant for om de klarer å utvikle en algebraisk tenkning, det er graden av erfaring de tilegner seg som står sentralt. Jo tidligere elevene møter på de store ideene, jo mer erfaring vil de ha muligheten til å tilegne seg. De fem store ideene er (oversatt):

1. Utvikle algebraisk tenkning gjennom aritmetikken
2. Likninger
3. Variabler
4. Relasjoner mellom tallmengder
5. Funksjonstenkning

I min teoridel har jeg valgt å gå nærmere inn på 1, 2 og 4 (se kapittel 2.1.1 og 2.1.2). De andre ideene har jeg utelatt, fordi jeg finner disse mindre relevant for min problemstilling.

2.1.1 Utvikle algebraisk tenkning gjennom aritmetikken

Mason, Graham og Johnston-Wilder (2011 s. 78) skriver at man i og gjennom aritmetikken kan utvikle algebraisk tenkning. Dette innebærer blant annet elevenes evne til generalisering (Kieran, kapittel 1.1.1). Aritmetikken handler om «...å lære metoder for å gjøre aritmetiske beregninger» (Mason, et al., 2011, s. 78). Dette betyr at elevene skal lære seg å gå fra det spesielle til det generelle, hvor de tar med seg erfaringer fra et tilfelle til å gjelde ved flere tilfeller. Generalitet er

«livsnerven i matematisk tenkning, spesielt i algebraen» (Mason, et al., 2011, s. 335-336). Et eksempel på å bevege seg fra det spesielle til det generelle kan være å gå fra å vite at man vil få det samme svaret hvis man adderer $2+4$ som hvis man adderer $4+2$, og utvikle denne kunnskapen til å gjelde addisjon og multiplikasjon av alle tall. Dette kalles den kommutative lov, og innebærer at rekkefølgen tallene adderes eller multipliseres ikke har noen betydning (Mason et al., 2011, s. 336). Generelt kan dette uttrykkes som $a+b=b+a$. Det er viktig at elevene har en evne til både spesialisering og generalisering, slik at de forstår meningen med det de holder på med, samtidig som de klarer å overføre denne meningen til å gjelde flere tilfeller (Mason et al., 2011, s. 336). For at elevene skal få en forståelse for generaliseringer, er det viktig at de har en forståelse for begrepet kardinaltall. Dette innebærer at elevene forstår at et tall uttrykker hvor mange objekter en mengde består av (Hinna, Rinvold, Gustavsen, 2012, s. 54).

2.1.2 Utvikle en forståelse for likninger og relasjoner mellom tallmengder

Den andre store ideen handler blant annet om hvordan likhetstegnet symboliserer at to tallmengder er ekvivalente (Blanton et al., 2016, s. 12). Det å forstå likhetstegnets ekvivalens har en stor påvirkning for senere algebraisk forståelse, for eksempel arbeid med likninger. Derfor er det viktig at eventuelle misoppfatninger elevene har blir oppdaget tidlig, slik at man kan rette opp i dem (Leavy, Hourigan og McMahan, 2013, s. 247). I første klasse kan man arbeide med tallsetninger av typen $27+48-48=27$ for å utvikle en forståelse for likninger (Carpenter et al., 2003, s. 32). Her vil målet være at eleven skal se på tallsetningen som en helhet, slik at de ikke trenger å foreta utregningene fra venstre mot høyre ledd for ledd (Blanton et al., 2016, s. 25). Det er viktig at man tilpasser tallene til elevenes nivå. I kapittel 2.4 skal jeg gå nærmere inn på ulike forståelser for likhetstegnet.

Den fjerde store ideen Blanton et al. presenterer er evnen til å se relasjoner mellom tallmengder. Dette omhandler blant annet at eleven klarer å se at to mengder kan enten være: 1) like store 2) den ene mengden (a) er større enn den andre ($a > b$) eller 3) a er mindre enn b ($a < b$) (Blanton et al., 2016, s. 39). En del av den fjerde store ideen innebærer at elevene skal utvikle evnen til å bruke kjente relasjoner mellom to tallmengder for å beskrive relasjoner mellom andre tallmengder (Blanton et al., 2016, s. 13). Et eksempel på dette kan være hvis en elev møter på tallsetningen $7+8$

= $7+7+1$ og han vet at $7+7$ blir 14, så kan han bruke denne kunnskapen til å vite at $7+8$ vil være en mer enn 14 (Falkner et al., 1999, s. 234). I forhold til min problemstilling vil det være relevant at elever utvikler en kunnskap for relasjoner mellom tallmengder for å kunne ha en relasjonell forståelse for likhetstegnet (se kap. 2.4.4).

2.2 Balansevekt

Arbeid med balansevekt kan være en fin arbeidsmåte for at elever på småskoletrinnet skal tilegne seg en forståelse for relasjoner som en del av deres algebraiske tenkning. En balansevekt viser tydelig likhetstegnets ekvivalens, ved at tallverdiene på venstre- og høyrearmen på vekten må være lik for at vekten skal være i balanse. Figur 2.1 viser ekvivalensen mellom $6+4$ og $2+8$. Her blir det synlig for elevene at tallet 10 kan bestå av ulike tallmengder, og at disse vil være ekvivalente.



Figur 2.1 Balansevekt (Weegschaal met schaal)

Balansevekten og de blå brikkene er et eksempel på konkretiseringsmateriale. Et annet eksempel på konkretiseringsmaterieell kan være centikuber. Konkretiseringsmaterieell kan defineres som: «...fysiske gjenstander som brukes som representasjon for å støtte elevens læring av begreper og regneoperasjoner» (Hinna, Rinvold og Gustavsen, 2012, s. 958). Forstad (1995) trekker frem at hensikten med konkretiseringsmaterieell er å «tydeliggjøre de symbolske matematiske sammenhengene på en måte som er mindre symbolsk, og dermed antatt lettere for elevene å forstå».

2.3 Tallsetninger

Jeg har valgt å forklare begrepet tallsetning som en oppstilling av tall hvor man tar i bruk symboler for å uttrykke hvordan relasjon tallene har til hverandre. En tallsetning kan bestå av et eller flere tall på hver side av likhetstegnet. Et eksempel kan være tallsetningen $8+4=\square+5$. Det å forstå symbolene (tallene, + og =) sin betydning vil være essensielt for å oppnå en forståelse for likhetstegnets ekvivalens. Peirce (referert i Atkin, 2013) skriver at symbolet består av tre sammenhengende deler. Disse har jeg valgt å forstå som:

1. Symbolet i seg selv
2. Et objekt/gjenstand
3. Elevens tolkning av symbolet.

Ut ifra min forståelse av Peirce sin teori har jeg utarbeidet et eksempel: Hvis symbolet er tallet 2, kan objektet være centicuber som representerer tallmengden til symbolet, og elevens tolkning vil ligge til grunn for om eleven klarer å forstå at symbolet er en tallmengde uansett hvordan symbolet blir representert (kardinaltall). Hvis symbolet er =, kan objektet være en balansevekt (Figur 2.1) som representerer likhetstegnets ekvivalens, og til slutt vil elevens erfaringer ligge til grunn om eleven forstår likhetstegnets ekvivalens. I analyse- og drøftingsdelen vil jeg trekke frem symbolforståelse som en faktor som kan hindre elevens forståelse for likhetstegnets ekvivalens.

2.3.1 Erfaring med ulike tallsetninger for å øke forståelsen for likhetstegnets ekvivalens

Carpenter et al. (2003, s. 14) skriver at det vil være nødvendig å sette elevene i en posisjon hvor deres nåværende oppfatning for likhetstegnet blir utfordret, for at de skal utvikle en forståelse for likhetstegnets ekvivalens. Det er viktig at elevene forklarer sin forståelse godt, slik at man som lærer får en innsikt i hvilken forståelse elevene har og hvorfor. Diskusjoner med medelever kan føre til at elevene utvikler evnen til å begrunne sin tenkemåte, som er en viktig del av den algebraiske tenkningen (Kieran, kapittel 1.1.1). Elevene må reflektere over hvilken betydning likhetstegnet har, og kanskje vil de oppdage at denne betydningen er annerledes enn først antatt. Det er viktig å arbeide med ulike tallsetninger, slik at elevene ikke får begrenset erfaring med den ensidige formen som for eksempel blir presentert i Multi (kapittel 7.1).

Carpenter et al. (2003, s. 15ff) skriver om sanne/usanne og åpne tallsetninger som eksempler på oppgaver man kan arbeide med i undervisningen for å utvikle en forståelse for likhetstegnets ekvivalens. Sanne/usanne tallsetninger er en aktivitet hvor elevene blir presentert for en tallsetning, som de skal vurdere som sann eller usann ut ifra deres forståelse for likhetstegnet. De ulike tallsetningene stiller ulike krav til elevenes forståelse for likhetstegnet. For eksempel i tallsetninger på formen $a+b=c+d$, vil elevene ofte være enige i at tallmengden på hver side av likhetstegnet er lik men de vil påstå at tallsetningene ikke kan skrives på denne måten. En slik situasjon vil ofte skape konflikt mellom eleven og deres forståelse for likhetstegnet (Carpenter et al., 2003, s. 16).

I åpne tallsetninger har et av tallene blitt erstattet med en boks. Arbeid med åpne tallsetninger er en fin aktivitet for å forberede elevene på et møte med variabler som for eksempel $x-x=0$, fordi boksen er en ukjent tallverdi som kan variere på lik linje som en variabel. For å finne tallet som skal stå i boksen blir elevene utfordret til å se på relasjonene mellom tallene i tallsetningen (Carpenter et al., 2003, s. 82). Carpenter et al., (2003, s. 17) trekker frem at noen elever som har en forståelse for likhetstegnets ekvivalens i arbeid med sanne/usanne tallsetninger kan gå tilbake til å se på likhetstegnet som en kommando når de ser åpne tallsetninger som for eksempel $3+5=\square+4$. Dette viser viktigheten av å arbeide med både sanne/usanne tallsetninger og åpne tallsetninger for å skape en relasjonell forståelse for likhetstegnet. Det er viktig å understreke at det først er når man bruker store tall i tallsetningene, som for eksempel $17+25=18+\square$, at man oppdager om elevene ser behovet for å foreta utregninger, eller om de klarer å se relasjonen mellom tallene uten å regne ut (Carpenter, et al., 2003, s. 14).

2.4 Ulike forståelser for likhetstegnet

I min analyse- og drøftingsdel skal jeg se på elevens forståelse for likhetstegnet, og derfor vil det være relevant at jeg presenterer de ulike forståelsene elever kan ha. Carpenter et al. (2003, s. 10-14, oversatt) presenterer fem ulike forståelser for likhetstegnet: svaret kommer etter, utregning med alle tall, utvide problemet og evnen til å se relasjoner. Videre skal jeg med utgangspunkt i eksemplet $8+4=\square+5$, som Carpenter et al. har brukt i sin presentasjon, gå nærmere inn på de ulike forståelsene. Jeg vil også knytte Skemp (1976) sin teori om instrumentell og relasjonell forståelse til de ulike forståelsene som blir presentert.

2.4.1 Svaret kommer etter

Denne forståelsen innebærer at elevene tenker at likhetstegnet betyr at de skal foreta en utregning med de tallene som står på venstresiden, og deretter skrive svaret på høyresiden (Carpenter et al., 2003, s. 10). Likhetstegnet ble dermed sett på som en kommando for å foreta en utregning av 8 addert med 4. (Bergsten et al., 1997, s. 51). Denne oppfatningen kan forsterkes ved at elevene regner mange oppgaver som legger til rette for en slik oppfatning (kapittel 7.1). En slik forståelse for likhetstegnet kan føre til at elevene får vanskeligheter for å løse likninger, hvor balansen mellom høyre- og venstresiden står sentralt (Bergsten et al., 1997, s. 52).

2.4.2 Utregning med alle tall

Elever som tolker likhetstegnet på denne måten adderer tallene på venstresiden av likhetstegnet, og deretter adderer det kjente tallet på høyresiden. I dette tilfellet vil det bli $8+4+5=17$. Her endrer eleven på plasseringen av likhetstegnet, slik at tallsetningen endres (Carpenter et al., 2003, s. 11).

2.4.3 Utvide problemet

En elev som har denne forståelsen for likhetstegnet ser først på likhetstegnet som en kommando, hvor han eller hun adderer $8+4$ og skriver svaret i boksen. Men deretter tenker eleven at det oppstår et nytt regnestykke, $12+5$, og adderer disse tallene og skriver $=17$. Elever med en slik forståelse har ikke tatt i betraktning om $8+4$ er det samme som 17 eller ikke. Det blir foretatt flere utregninger for å til slutt komme frem til et svar. Dette vil være en feil bruk av likhetstegnet, fordi eleven ser ikke likevekten mellom venstre- og høyresiden.

I de tre forståelsene ovenfor er problemene blant annet tallsetningens oppbygging og elevenes forståelse for likhetstegnets ekvivalens. Elevene klarer å forstå at både $8+4$ og $7+5$ er like mye som 12, men de tolker $8+4$ som en operasjon de skal utføre i stedet for å se på det som en representasjon av mengden 12 (Carpenter et al., 2003, s. 12). Disse forståelsene for likhetstegnet kan man knytte til begrepet instrumentell forståelse (Skemp, 1976). Skemp (1976, s. 20) forklarer instrumentell forståelse som at eleven har lært seg en regel og vet hvordan den skal brukes, men han har ikke nødvendigvis en forståelse for hvorfor han gjør som han gjør. I forhold til en forståelse

for likhetstegnet har jeg valgt å forstå dette som at en elev med en instrumentell forståelse har tilegnet seg en misoppfatning om at likhetstegnet betyr at svaret kommer etter, og han har ikke en forståelse for likhetstegnets ekvivalens.

2.4.4 Evnen til å se relasjoner

Carpenter et al. (2003, s. 13f) presenterer to ulike typer relasjoner. Den første innebærer at eleven ser en relasjon mellom de to sidene av likhetstegnet, og foretar en utregning av venstreleddet, for å deretter finne ut hva man må addere 5 med for å få 12. Den andre relasjonen innebærer at eleven også oppdager en relasjon mellom tallene i de to uttrykkene ($8+4$ og $\square+5$). Da behøver ikke eleven å foreta utregninger for å finne ut av hva som skal stå i boksen. Han eller hun ser at svaret må være 7, fordi eleven vet at 5 er en mer enn 4 og derfor må 5 adderes med et tall som er en mindre enn 8 for å få likevekt. Den sistnevnte strategien viser en større grad av fleksibilitet, og det vil også være relevant og nødvendig å bruke denne strategien når tallene i likningen blir større.

Skemp (1976) forklarer begrepet relasjonell forståelse som at eleven vet både hva han skal gjøre og hvorfor han gjør det (s. 20). I forhold til mitt tema i denne oppgaven har jeg valgt å forstå begrepet som at eleven har en forståelse for likhetstegnets ekvivalens, altså han eller hun har kunnskap om at venstre- og høyresiden av likhetstegnet må inneholde lik tallmengde. Jeg vil også understreke at det er den andre typen relasjoner Carpenter et al. (2003) presenterer, altså evnen til å se relasjoner mellom tallene i tallsetninger, som jeg ser på som en fullverdig relasjonell forståelse. Hvis en elev ser relasjoner mellom de to sidene av likhetstegnet har han eller hun en forståelse for likevekten mellom de to sidene, men mangler fortsatt evnen til å se relasjoner mellom tallene. I analyse- og drøftingsdelen min vil jeg si at elevene er på god vei mot en relasjonell forståelse, hvis de har en evne til å se på venstre- og høyresiden av likhetstegnet som ekvivalente, selv om de ikke klarer å se relasjoner mellom tallmengder.

Det er også viktig å understreke at elever kan befinne seg mellom instrumentell og relasjonell forståelse for likhetstegnet, hvor de har en forståelse for likhetstegnets ekvivalens når de arbeider med noen typer tallsetninger (for eksempel $a+b=c$), mens i arbeid med andre tallsetninger (for

eksempel $a+b=c+d$) har de vanskeligheter for å se ekvivalensen. Da vil det være viktig å utfordre elevens oppfatning gjennom arbeid med ulike tallsetninger og aktiviteter som for eksempel balansevekten.

3 Metode

I dette kapitlet skal jeg presentere den metoden jeg valgte å ta i bruk for å besvare min problemstilling. I følge Christoffersen og Johannessen (2012, s. 16) er metoden den veien man velger å ta mot et gitt mål. Det er vanlig å skille mellom kvalitativ og kvantitativ metode. En kvalitativ metode tar man ofte i bruk når man ønsker å fokusere på innhold og mening, mens kvantitative metoder brukes når man ønsker å se på omfang og bredde (Fangen, 2015). Christoffersen og Johannessen (2012, s. 17) trekker frem at en forskning også kan være både kvalitativ og kvantitativ. I dette kapitlet skal jeg begrunne valg av metode, mitt utvalg av informanter, presentere min datainnsamling, skrive om hvilke etiske hensyn jeg måtte ta og til slutt knytte begrepene validitet og reliabilitet til min datainnsamling.

3.1 Valg av metode

I forhold til min problemstilling fant jeg det hensiktsmessig å ta i bruk en kvalitativ forskningsmetode. Grunnen til dette var at jeg ønsket å få en dypere forståelse for to elevers forståelse for likhetstegnet, og da tenkte jeg at observasjon og intervju var gode metoder å bruke. Jeg kunne brukt et spørreskjema (kvantitativ metode) for å kartlegge elevenes forståelse, men da ville jeg ikke hatt muligheten til å få en dypere forståelse for de elevene jeg fant interessante. En kvalitativ metode er preget av fleksibilitet, og mulighetene til å oppnå en mer detaljert forståelse på et forskningsfelt er større enn ved bruk av en kvantitativ metode (Christoffersen og Johannessen, 2012, s. 17). Dette innebærer blant annet at man kan tilpasse intervju spørsmål etter hva man ønsker å få ut av hver informant, forskeren kan respondere umiddelbart på informantens svar og man blir bedre kjent med informantene enn ved en kvantitativ forskningsmetode. I og med at elever er forskjellige, vil det være vesentlig å kunne tilpasse spørsmålene til hver enkelt elev.

3.2 Min datainnsamling

Jeg foretok min datainnsamling i en førsteklasse, over en periode på to uker. I den første uken observerte jeg undervisningen og elevene i klassen, mens jeg den andre uken gjennomførte intervjuer med syv av elevene og læreren. Grunnen til at jeg ønsket å observere klassen som helhet var for å se hvordan klassen arbeidet med aktiviteter for å fremme en forståelse for likhetstegnets ekvivalens, og hvordan undervisningen kunne være med å påvirke deres forståelse. Observasjonen lå til grunn for mitt utvalg av elever til intervju.

3.2.1 Kvalitativ observasjon

I den første uken observerte jeg undervisningen i klassen. Her fikk jeg tid til å bli bedre kjent med elevene, og muligheten til å danne meg et bilde av deres forståelse for likhetstegnets ekvivalens. Observasjonen jeg foretok var en strukturert observasjon. Dette innebærer at jeg visste hva jeg ønsket å se etter da jeg foretok observasjonen. I forkant av observasjonen hadde jeg bestemt meg for settingen (klasserommet), hvilke aktiviteter jeg fant interessante (likhetstegnet) og analyseenheten (elevene og læreren) (Christoffersen og Johannessen, 2012, s. 71-72). Små detaljer og enkelthendelser kan bli vektlagt i en kvalitativ metode (Thurén, 2009, s. 123). I forhold til min oppgave innebærer dette at mine observasjoner av elevene i arbeid med oppgaver i Multi, var mitt utgangspunkt for utvelgelse av informanter til intervju. Jeg snakket også med elevene mens de arbeidet med oppgaver i Multi, og på denne måten kunne jeg få et innblikk i deres forståelse for likhetstegnets ekvivalens og hvordan oppgavene i boka var med på å legge et grunnlag for deres forståelse. Her var min rolle som observatør deltakende da jeg snakket med elevene, men da jeg observerte lærerens undervisning var jeg mer en ikke-deltakende observatør hvor jeg noterte samtaler mellom elev og lærer (Christoffersen og Johannessen, 2012, s. 69). Da jeg var tilstede i klasserommet hadde jeg også flere samtaler med læreren før, underveis og etter undervisningsøktene. Formålet med disse samtale var å få innblikk i hennes tanker med undervisningen hun gjennomførte, og de oppgavene elevene arbeidet med. På denne måten kunne jeg få et innblikk i elevenes erfaringer med arbeid med likhetstegnet.

3.2.2 Utvalg av informanter

Når man som forsker velger informanter må man tenke gjennom hvilken målgruppe som må til for å svare på problemstillingen, og deretter finne informanter som passer inn i denne målgruppen (Christoffersen og Johannessen, 2012, s. 50). Jeg har valgt å bruke plass på å begrunne mitt utvalg av informanter, fordi jeg tenker at mine valg er med på å prege oppgavens resultater. For å besvare min problemstilling fant jeg det relevant å ha både elever og læreren deres som informanter, slik at jeg fikk en forståelse for hva læreren legger til grunn i arbeidet med å utvikle en forståelse for likhetstegnets ekvivalens, samtidig som jeg får et innblikk i elevenes forståelse for likhetstegnet. Bakgrunnen for funnet av den bestemte klassen var et tips fra en medstudent som hadde vært i kontakt med læreren gjennom en vikartime på skolen.

På grunnlag av observasjonene jeg foretok den første uken, valgte jeg ut syv elever til intervju. Dette utvalget var basert på at jeg ønsket å intervjuere elever som jeg gjennom mine observasjoner hadde fått inntrykk av at hadde ulike forståelser for likhetstegnets ekvivalens. I tillegg hadde jeg en samtale med læreren hvor hun tipset meg om de elevene hun tenkte ville gi meg et vidt spekter av forståelser for likhetstegnet. Grunnen til at jeg ønsket å ha elever med ulike forståelser for likhetstegnet var fordi jeg gjennom intervjuet ønsket å se hvordan de ulike forståelsene preget elevenes besvarelse av oppgavene jeg ga dem i intervjuet. Jeg valgte å bruke to av elevene jeg intervjuet i min analyse- og drøftingsdel. Bakgrunnen for at jeg valgte akkurat disse var at jeg fikk inntrykk av at deres forståelse plasserte seg i ytterpunktene, hvor den ene så ut til å forstå likhetstegnets ekvivalens mens den andre så ut til å møte på flere hindringer på veien. Jeg ønsket å analysere og drøfte disse motsetningene fordi jeg syntes det virket spennende å se elevenes ulike forståelse opp mot hverandre og sammenlikne dem.

3.2.3 Kvalitativt intervju

I den andre uken gjennomførte jeg intervjuer med syv av elevene i klassen. Til intervjuene lagde jeg oppgaver med utgangspunkt i Carpenter et al. (2003) sine oppgaver om sanne/usanne tallsetninger og åpne tallsetninger, som elevene skulle løse. Vi arbeidet også med en side i boken *Matemagisk* (Figur 4.1). Da jeg foretok intervjuene med elevene ble mengden oppgaver og tallene jeg tok i bruk variert, fordi jeg oppdaget at deres forståelse for likhetstegnets ekvivalens stoppet

opp på ulike områder. Noen hadde vanskeligheter for å løse tallsetninger på formen $a+b=c+d$, mens andre løste disse uten problemer. Jeg arbeidet med tallsetninger på den formen jeg synes eleven utfordret sin egen forståelse, for på denne måten følte jeg at jeg fikk mest interessant datamateriale. Dette intervjuet vil jeg kategorisere som et ustrukturert intervju, fordi jeg tilpasset intervjuet til hver enkelt elev og jeg hadde ikke forberedt spørsmål på forhånd (Christoffersen og Johannessen, 2012, s. 78). Målet med intervjuene var å danne meg et større bilde av elevenes forståelse for likhetstegnets ekvivalens, enn det jeg hadde observert den første uken. Jeg foretok også et semistrukturert intervju med elevenes lærer, hvor jeg blant annet ønsket å få en forståelse for hvordan hun arbeidet med aktiviteter for å fremme en forståelse for likhetstegnets ekvivalens hos elevene, men for å besvare min problemstilling har jeg i min analyse- og drøftingsdel valgt å fokusere på elevintervjuene.

3.3 Ethiske hensyn

I forbindelse med min datainnsamling var det flere etiske hensyn som var viktige å vurdere. Et av hensynene var *Informantens rett til selvbestemmelse og autonomi* (Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora [NESH], Christoffersen og Johannessen, 2012, s. 41). Dette omhandler informantens rett til å bestemme over egen deltakelse i prosjektet. På forhånd sendte jeg ut et samtykkeskjema til elevenes foreldre, læreren og rektor, slik at de hadde mulighet til å reservere seg fra deltakelse fra forskningsprosjektet om de ønsket det. I dette skjemaet ble de informert om hva min oppgave gikk ut på, og hva jeg ønsket å se etter i min datainnsamling på denne skolen (kapittel 7.2, 7.3 og 7.4).

Videre måtte jeg ta hensyn til informantens privatliv (*Forskerens plikt til å respektere informantens privatliv* (NESH)). Dette omhandler at man som forsker ikke skal bruke personopplysninger fra datainnsamlingen i oppgaven, slik at informantene kan identifiseres (Christoffersen og Johannessen, 2012, s. 41-42). For å bevare informantens anonymitet har jeg i min analyse- og drøftingsdel valgt å kalle elevene for elev 1 og elev 2. I min datainnsamling tok jeg i bruk lydopptak for å dokumentere intervju og samtaler som dukket opp under observasjonen. I forkant av intervjuene opplyste jeg informantene om at jeg skulle foreta et lydopptak av intervjuet, og de måtte bekrefte at de ikke skulle dele personopplysninger mens opptaket var i

gang. Personopplysninger om lærer og elever i klassen ble ikke omtalt på opptaket, og når opptakene var transkribert ble de slettet.

3.4 Validitet og reliabilitet

Grønmo (2010, s. 221) definerer validitet som «datamaterialets gyldighet for de problemstillingene som skal belyses». Dette kan forstås som i hvor stor grad datamaterialet er med på å besvare det man som forsker ønsker å finne ut av gjennom sin forskning. Christoffersen og Johannessen (2012, s. 24) skriver om begrepsvaliditet som en form for validitet. Dette innebærer om dataene fremstår som en god representasjon av temaet som undersøkes. I forhold til min forskning vil jeg trekke frem at min oppgave bare ser på en del av det som definerer algebraisk tenkning, nemlig elevenes evne til å se relasjoner og sammenhenger. Det er viktig å være klar over at elevene kan ha evner til algebraisk tenkning på andre områder selv om det ikke blir gitt uttrykk for når det kommer til å se relasjoner og sammenhenger, for eksempel figurtall. Videre vil jeg si at jeg har intervjuet elevene med utgangspunkt i noen gitte oppgaver, noe som begrenser min mulighet til å se hvordan deres forståelse for likhetstegnets ekvivalens er i arbeid med andre typer oppgaver, for eksempel en balansevekt. Men samtidig så kan jeg ut ifra mitt datamateriale si noe om elevenes forståelse for likhetstegnet, knyttet til disse type oppgavene. Det er også viktig å trekke frem at jeg var i klassen i to uker og kjente derfor ikke elevene så godt, noe som kan ha påvirket min tolkning av elevenes forståelse for likhetstegnet. Men det som styrker min validitet er at jeg både har observert elevene i tillegg til å intervju dem. På denne måten vil jeg få en bredere forståelse for hvordan elevene forstår likhetstegnet.

Grønmo (2010, s. 220-222) skriver at reliabilitet omhandler påliteligheten datamaterialet har. Hvis forskningen har en høy grad av reliabilitet innebærer dette at jeg vil få samme funn dersom jeg utfører min datainnsamling ved flere ulike innsamlinger. Christoffersen og Johannessen (2012, s. 23) skriver at reliabilitet innebærer «nøyaktigheten av undersøkelsens data; hvilke data som brukes, den måten de samles inn på, og hvordan de bearbeides». I forhold til min oppgave vil det være vanskelig å oppnå samme resultater hvis jeg hadde utført tilsvarende intervju med de samme elevene. Grunnen til dette er at elevene kan ha arbeidet med å utvikle deres forståelse for

likhetstegnet siden det forrige intervjuet. Eller de kan ha utviklet deres forståelse i løpet av det intervjuet jeg foretok første gang, hvis dette fikk dem til å reflektere.

4 Analyse og drøfting

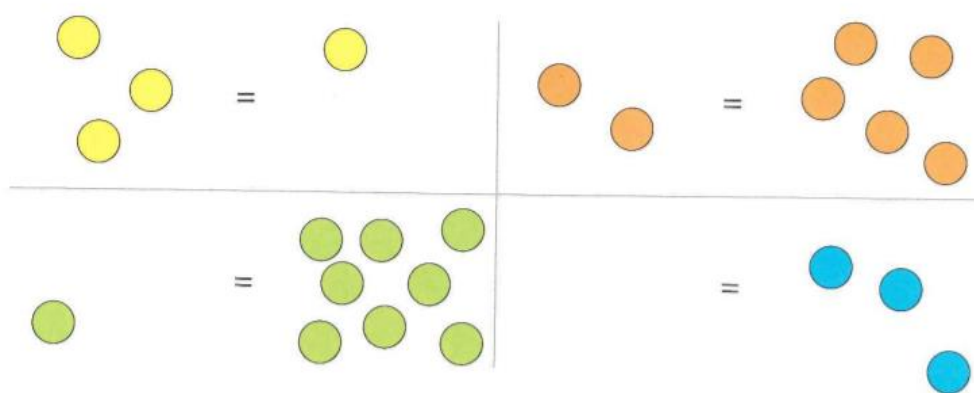
I denne delen av oppgaven skal jeg ved hjelp av teorien jeg har presentert i min teoridel, analysere og drøfte to elevers forståelse for likhetstegnet. Først analyserer og drøfter jeg elevenes forståelse hver for seg, før jeg til slutt foretar en oppsummering og sammenlikner dem. Her ønsker jeg å trekke frem hvilke faktorer som kan ha påvirket elevenes nåværende forståelse for likhetstegnet, hva som kan eventuelt er en hindring for at elevene forstår likhetstegnets ekvivalens og hvordan jeg som fremtidig lærer ville arbeidet videre med hver av elevene.

4.1 Elev 1

4.1.1 Hvilken forståelse for likhetstegnet har eleven når tallsetningene er på formen $a=a$?

Den første oppgaven eleven fikk på intervjuet var følgende:

Tegn kuler slik at det blir like mange på hver side av =.



Figur 4.1 Kroknes, Palovaara, Kavén, & Persson, 2013, s. 52

Jeg ba eleven løse oppgaven med de gule kulene, for å få en bedre forståelse for elevens forståelse for likhetstegnets ekvivalens. I denne oppgaven blir tallene representert med kuler, noe jeg har

valgt å forstå som tallsymbolets objekt (Atkin, 2013). Eleven velger å legge til to kuler på høyresiden av likhetstegnet.

Elev 1: Sånn. Nå er det helt riktig. Se den derre har tre sant, o-også må vi ha tallet to siden det er en der fra før av.

Meg: Jaa. Så du ville tegne to kuler der?

Elev 1: Mhm.

Meg: Ja. Men hvorfor ville du ikke tegne tre for eksempel da?

*Elev 1: På grunn av da hadde det blitt fire der og tre der *Eleven peker på arket**

Meg: Og det hadde blitt feil da eller?

Elev 1: Ja.

Meg: Hvorfor det da?

Elev 1: På grunn av, ehm. Liksom det kan jo ikke være fire her og tre der da går han jo helt skjev.

I dette utsagnet viser han et ønske om å ha like mange kuler på hver side av likhetstegnet, og derfor kan man si at han klarer å se likhetstegnet som et symbol for at to mengder er like store. På grunnlag av dette kan man si at eleven nærmer seg en algebraisk forståelse, hvor han klarer å tolke likhetstegnet som «er like mye som» (oversatt, Bergsten, et al., 1997, s. 51).

Videre forklarer han at hvis det er ulik mengde kuler på hver side «går han jo helt skjev». Her snakker eleven om likhetstegnet som et humpedisstegn. I undervisningen har læreren valgt å introdusere likhetstegnet som et humpedisstegn for at elevene skal få en forståelse for tegnets ekvivalens gjennom deres erfaringer med humpedissen og balanse. Tanken bak dette begrepet kan sammenlignes med balansevekten jeg skrev om i kapittel 2.2. Begrepet humpedisstegn viser tydelig hvordan venstre- og høyresiden av likhetstegnet skal ha like store tallverdier, og kan dermed legge et grunnlag for at elevene oppnår en relasjonell forståelse for likhetstegnet.

4.1.2 Hvilken forståelse for likhetstegnet har eleven når tallsetningene er på formen $a+b=c+d$?

Den neste oppgaven jeg ga eleven var $1+6=\square+5$. Denne tallsetningen er bygd opp annerledes enn de fleste oppgavene elevene er vant med fra oppgavebøkene deres. I løpet av den første uken jeg observerte klassen arbeidet de med oppgaver i Multi. Disse oppgavene bar ofte preg av tallsetninger på formen $a+b=c$ eller $c=a+b$ (kapittel 7.1). Jeg ønsket å gi eleven tallsetninger på formen $a+b=c+d$ for å se om han klarte å finne den ukjente tallverdien ved å se på relasjoner mellom tallene i tallsetninger (Carpenter et al., 2003, s. 82). Slik som jeg skrev i teoridelen kan noen elever se på likhetstegnet som en kommando i arbeid med åpne tallsetninger, selv om de ser ut til å ha en forståelse for likhetstegnets ekvivalens ved andre tilfeller.

Elev 1: To

Meg: To. Kan du fortelle åssen du kom frem til at det skulle være to?

Elev 1: På grunn av, ehm. Det var en mer enn seks sant, også fem også kommer seks også kommer syv og det er to mer enn fem.

Meg: Ja!

Elev 1: Også det må jo være like, ehm.. Like tung.

I dette utdraget fra intervjuet viser eleven at han klarer å se relasjoner mellom venstre- og høyresiden av likhetstegnet. Dette kan man se ved at han summerer sammen 1 og 6, og deretter teller seg opp fra 5 for å se hvor mye han må legge til 5 for å få 7. Ut ifra dette utdraget fra intervjuet vil det være vanskelig å si noe om eleven klarer å se relasjonene mellom tallene uten å summere dem på hver side, noe Carpenter et al. (2003, s. 13) ser på som en større grad av fleksibilitet.

I tallsetningene jeg brukte i intervjuet, var tallene så lave at eleven klarte å addere dem uten problemer. Dette gjør det vanskelig å si om elevene hadde sett relasjonen mellom tallene, uten å foreta en utregning for å finne tallet i boksen, hvis han hadde møtt på tall som var større enn han klarte å addere. Et viktig punkt for videre arbeid med elevenes forståelse for likhetstegnet vil derfor være å gi elever oppgaver hvor han ser at det å ta i bruk relasjoner mellom tallene vil være mer hensiktsmessig enn å foreta vanskelige utregninger.

Eleven sier også at vekten på venstre- og høyresiden av likhetstegnet må være «like tung». Dette velger jeg å tolke som at han mener at tallmengden på begge sider må være like stor. Videre spør jeg eleven hva han tenker at likhetstegnet betyr.

Elev 1: Ehm, det er sånn der humpedissetegn, akkurat som at hvis dette er en humpedisse sant, også sitter det fire her og tre der, sant? Da går jo han sånn. Og-og hvis det er tre her og tre her så er han rett sånn.

Igjen trekker eleven frem humpedissen som et eksempel for å forklare likhetstegnets betydning, noe som er med på å styrke min tolkning av at han forstår likhetstegnets ekvivalens. Dette viser at humpedissetegnet som begrep er med på å skape en relasjonell forståelse for likhetstegnets ekvivalens hos denne eleven. Eleven avslutter med å si at likt tall på hver side av humpedissetegnet gjør den rett, altså at tallmengden på høyre- og venstresiden av likhetstegnet må være like stor, noe som viser at han har en forståelse for ekvivalens. Gjennom dette utdraget vil jeg si at elevene klarer å begrunne relasjoner mellom mengder, som ifølge Blanton (et al., 2016, s. 1) er en av faktorene ved å tenke algebraisk.

4.1.3 Eleven beveger seg mellom de to ulike relasjonene innenfor ekvivalens

Den neste oppgaven jeg ga eleven var $8+\square=7+5$. I denne oppgaven valgte jeg å plassere boksen på venstresiden av likhetstegnet, for å se om dette ville utgjøre noen forskjell i elevens tenkemåte. Nå var det ikke lenger mulig for eleven å addere tallene på venstresiden. Eleven starter med å addere $7+5$, og skriver 13 i boksen, men etter kort tid ombestemmer han seg.

Elev 1: Tretten, siden syv pluss... Åneei, åtte pluss tretten. Åjaa, jeg så ikke at det stod der.

Meg: Men hvordan tenkte du når du skreiv tretten i boksen da?

Elev 1: Siden liksom jeg såkke at, atte det åttetallet stod der. Liksom tretten pluss fem, nei syv pluss fem, det er jo ehmm.. Tretten.

Meg: Åjaa, at syv pluss fem er tretten tenkte du på?

Elev 1: Mhm.

Meg: Men hvorfor blir det feil å skrive tretten i boksen da?

Elev 1: På grunn av der er det jo åtte pluss.

I dette utdraget ser man at det første han gjør er å addere tallene på den ene siden av likhetstegnet ($c+d$), slik som han også gjorde i det forrige avsnittet ($1+6$). I denne oppgaven velger han å skrive svaret han får i boksen, noe han ikke gjorde i den forrige oppgaven. Mot slutten av utdraget fra intervjuet oppdager eleven selv at han ikke kan skrive 13 i boksen, fordi han også må tenke på tallet 8 i forhold til $7+5$. Eleven ønsker heller å ha 4 i boksen, og jeg spør han hvorfor han ønsker dette.

Elev 1: Åtte pluss fire det blir, ehm.. Neei, det er et høyere tall, nå vet eg det! Nå vet eg det! Eg vet det endelig. Sånn.

Meg: Hva står det nå da?

Elev 1: Fem

I utdraget over kan man se at regnefeilen hans $7+5=13$ fra tidligere i intervjuet, skaper problemer for han. Han ønsker å finne et tall som gjør at venstre- og høyresiden av likhetstegnet er i balanse, men han får ikke tallet 4 til å stemme siden $8+4$ ikke er 13. Han velger å skrive 5 i boksen, og grunnen til dette er nok mest sannsynlig fordi han vet at $8+5=13$. Jeg spør om han kan lese tallene for meg, for å se om han er helt sikker på det tallet han har valgt å skrive i boksen.

Elev 1: Se åtte pluss fem ehm, sant? Det e, det e jo.. Nei nei, eg hadde jo riktig svar sist gang, åå!

Meg: Åssen oppdaga du det da?

Elev 1: På grunn av, det e jo, det må jo være en under hvis det er syv der og fem der. Da kan det jo ikke være åtte der og fem der siden det er en for mye

Helt til slutt i utdraget fra intervjuet oppdager eleven at det må være fire som er riktig svar. Dette begrunner han ved å se relasjoner mellom tallene: «det må jo være en under». Samtidig er det ut ifra dette vanskelig å si om han ser relasjonen mellom høyre- og venstresiden, og bruker addisjon som strategi, eller om han ser på relasjonen mellom alle tallene i tallsetningen og tenker at det må være 4 som skal stå i boksen, fordi 4 er en mindre enn 5 og 8 er en mer enn 7.

Det jeg savnet litt i denne oppgaven var at eleven skulle bemerke at han ikke kunne addere med samme tall på begge sider når det andre tallet er ulikt ($8+5=7+5$). Jeg burde spurt eleven om hans tanker rundt dette, men det gjorde jeg ikke. Det kan godt tenkes at eleven reflekterte over dette, men at han ikke tenkte på å si dette høyt. Hvis jeg hadde fått frem at han var klar over at han ikke kunne addere 5 med både 7 og 8, ville dette vært et enda større grunnlag for å si at eleven har en relasjonell forståelse for likhetstegnet. Ved løsningen av denne oppgaven ser det ut til at eleven beveger seg i spennet mellom de to viktige relasjonene Carpenter et al. (2003) presenterer. Han viser at han ønsker lik tallmengde på venstre- og høyresiden, og har dermed en forståelse for likhetstegnets ekvivalens. Ut ifra mitt datamateriale ser han ut til å bevege seg mot en relasjonell forståelse for likhetstegnets betydning.

4.2 Elev 2

4.2.1 Hvilken forståelse for likhetstegnet har eleven når tallsetningene er på formen $a=a$?

Den første oppgaven jeg ga til elev 2 var tilsvarende som til elev 1, de gule kulene (Figur 4.1). Eleven tegnet to kuler på høyresiden av likhetstegnet, og jeg spurte henne hvorfor hun valgte å tegne akkurat to.

*Elev 2: For hvis vi tegner tre til, så blir det fire der *peker på høyresiden av likhetstegnet* og det skal de liksom ikke være*

Meg: Hvorfor ikke?

Elev 2: Siden da hadde det ikke blitt likt regnestykke.

Elevens utsagn «likt regnestykke» velger jeg å tolke som hennes måte å forklare at tallmengdene på venstre- og høyresiden av likhetstegnet skal være like store. På grunnlag av elevens ønske om å ha likt antall kuler på hver side av likhetstegnet, vil jeg si at hun i denne oppgaven ser ut til å en forståelse for likhetstegnets ekvivalens.

Videre i intervjuet ønsket jeg å se om eleven så ut til å ha en forståelse for likhetstegnets ekvivalens hvis kulene ble erstattet med tallsymboler. Jeg ønsket å se om eleven hadde en forståelse for

kardinaltall (Hinna et al., 2012, s. 54), og få et innsyn i hennes symbolforståelse (Atkin, 2013). Jeg ga eleven påstanden $5=4$.

*Elev 2: Da må vi ta vekk en fra den bunken *peker på venstresiden av likhetstegnet**

Ut ifra dette utsagnet ser det ut til at eleven har en forståelse for at tallmengden på venstre- og høyresiden av likhetstegnet skal være lik, når kulene blir erstatter med tallsymboler på formen $a=a$. Bakgrunnen for dette er at hun ønsker å subtrahere 1 fra tallmengden 5, slik at hun får to tallmengder på 4. Hun ser dermed ut til å ha en forståelse for likhetstegnets ekvivalens.

4.2.2 Utregning av alle tall som en forståelse for likhetstegnet

Videre i intervjuet arbeidet vi med tallsetninger på formen $a+b=c+d$. Her ga jeg eleven den åpne tallsetningen $6+6=10+\square$ og spurte henne hvilket tall hun ønsket å plassere i boksen. For å finne ut hva som skal stå i boksen må eleven kunne se på relasjonen mellom venstre- og høyresiden eller mellom tallene i tallsetningen. Evnen til å se relasjoner vil være en generalisering eleven kan ta med seg videre til alle slike tallsetninger (Mason et al., 2011, s. 335f). Ved å ta i bruk en åpen tallsetning ønsker jeg at eleven skal utfordre sin forståelse for likhetstegnet, og kanskje oppdage at hennes forståelse for likhetstegnet er annerledes enn det hun først trodde. I arbeid med denne oppgaven ønsket eleven å endre tallsetningen, slik at det på en av sidene bare stod ett tall. Dette kan man tolke som at eleven ser på likhetstegnet som at hun skal addere tallene på venstresiden av likhetstegnet, og deretter addere det kjente tallet på høyresiden. På grunnlag av dette vil jeg si at i denne oppgaven ser eleven ut til å ha en instrumentell forståelse for likhetstegnet. Tallsetninger på formen $a+b=c+d$ vil utfordre forståelsen til elever som har en instrumentell forståelse for likhetstegnet, fordi her vil det være to tall på begge sider av likhetstegnet og det vil dermed være vanskeligere å skrive et svar.

En av grunnen til at eleven ønsker å endre tallsetningen kan være at hun har lite erfaringer med tallsetninger på denne formen. Slik som jeg beskrev i analysen- og drøftingen rundt elev 1 fikk jeg ut ifra min observasjon i klassen inntrykk av at oppgavene de arbeidet med i Multi var på formen $a+b=c$ eller $c=a+b$ (kapittel 7.1). Hvis eleven bare møter tallsetninger på denne formen, vil det

være lettere for at hun utvikler en instrumentell forståelse for likhetstegnet og er på jakt etter å finne et svar.

*Elev 2: Nei, den skal ikke stå der *peker på likhetstegnet**

Meg: Hvorfor ikke?

Elev 2: Fordi der skal det stå et plusstegn

Meg: Okei, hvorfor det da?

Elev 2: Fordi at hvis ikke så kan det ikke stå 10 der.

Eleven ønsket å endre tallsetningen til $6+6+10=\square$. I denne oppgaven ser det ut til at hun har en instrumentell forståelse for likhetstegnet, fordi hun ønsker å få et tall på høyresiden av likhetstegnet, slik at hun kan summere tallene på venstresiden for å få et svar. Til slutt foretar hun en utregning og kommer frem til at svaret skal være 22.

*Meg: Hvorfor kan det ikke stå 10 der da? *Peker bak likhetstegnet i den opprinnelige tallsetningen**

Elev 2: Fordi atte $6+6$ er ikke 10.

Videre viser eleven en forståelse for at tallmengdene $6+6$ og 10 ikke er like store, ved at hun sier at 10 ikke kan stå bak likhetstegnet. Dette kan man forstå som at hun har en forståelse for at tallmengden på venstre- og høyresiden skal være lik for å skape en balanse. Eleven klarer derimot ikke å se at 10 og boksen skal være like mye som $6+6$, og bruke relasjoner for å finne ut hvilket tall som skal stå i boksen. Ut ifra dette kan man si at eleven har vanskeligheter for å finne det ukjente tallet i tallsetninger på formen $a+b=c+d$.

I etterkant har jeg tenkt at jeg burde ha gitt eleven tallsetningen $6+6=\square+10$, slik at jeg kunne fått et innblikk i hvordan hun eventuelt ville ha endret på denne tallsetningen. Det ville kanskje bydd på større utfordringer for eleven, fordi boksens plassering gjør at det vil være vanskelig å skrive et svar på summen av alle tallene i tallsetningen her. For å danne et bilde av elevens forståelse for likhetstegnets ekvivalens, vil det for meg som lærer være viktig å reflektere over hvordan eleven oppfatter boksen. Gjennom utdragene fra elevintervjuet får jeg inntrykk av at hun ser på den som

et sted hvor hun skal skrive inn svaret på et regnestykke. Det vil være viktig at eleven gjennom erfaringer med ulike tallsetninger får en forståelse for at boksen er et symbol for en ukjent tallmengde (Carpenter et al., 2003, s. 82).

For å utvikle en relasjonell forståelse for likhetstegnet hos eleven ville jeg arbeidet med åpne tallsetninger på formen $a+b=c+d$ i klassen. Gjennom diskusjoner med klassen ville elevens nåværende forståelse for likhetstegnet blitt utfordret, og hun ville kanskje reflektert rundt sin forståelse for likhetstegnet. Da hadde eleven fått muligheten til å begrunne sin egen tankemåte og høre på andre elevers begrunnelser (Carpenter et al., 2003, s. 14). Etter mye erfaring med denne arbeidsformen vil hun kanskje klare å se relasjoner mellom tallmengdene for å finne ut av hvilket tall som skal plasseres i boksen.

4.2.3 Hvordan kan bruken av konkrete styrke elevens symbolforståelse?

Videre arbeider vi med påstanden $5+1=2+4$. Eleven ønsket å endre på tallsetningen, slik at det ble ett ledd på høyresiden av likhetstegnet og tre ledd på venstresiden.

Elev 2: Det er ikke riktig.

Meg: Hvorfor ikke det?

*Elev 2: Fordi at der skal det ikke stå er lik, og her skal det ikke stå pluss. De skal bytte plass. *Hun ønsker å skrive tallsetningen slik: $5+1+2=4$ **

På grunnlag av dette utdraget vil jeg si at eleven ser ut til å ha en instrumentell forståelse for likhetstegnet, fordi det ser ut som at hun ikke har en forståelse for ekvivalensen mellom venstre- og høyresiden av likhetstegnet. Hun ønsker å tilpasse tallsetningen etter sin forståelse for likhetstegnet, som ser ut til å være at hun foretar en utregning med alle tall. I arbeid med den åpne tallsetningen $6+6=10+\square$, var det mulig for eleven å manipulere tallsetningen slik at hun fikk et svar hvor venstre- og høyresiden var ekvivalente. Da hadde hun en tom boks hun skrev svaret i, mens i denne oppgaven har hun bare fire tall og ingen boks. Når eleven endrer tallsetningen til $5+1+2$ vil hun ikke kunne skrive 8 i en boks fordi her står det allerede 4. Denne tallsetningen er med på å utfordre elevens forståelse for likhetstegnet.

Elev 2: Også er det fortsatt ikke riktig.

Meg: Hvorfor ikke?

Elev 2: Fordi at $5+1+2$ er lik 4, det er ikke riktig.

I løsningen av denne oppgaven ser eleven ut til å være på vei mot forståelse for likhetstegnets ekvivalens, fordi hun ser at tallmengden på venstre- og høyresiden ikke er lik når hun endrer på tallsetningen. Selv om eleven fremdeles er opptatt av å «finne et svar», så aksepterer hun samtidig ikke et hvilket som helst tall til svar. Hun har en forståelse for at $5+1+2$ ikke er det samme som 4, noe som viser at hun har kunnskaper om kardinalitet og symbolforståelse i forhold til tallene. Eleven ser dermed ut til å ha en forståelse for at tallmengden på hver side av likhetstegnet er lik, men det kan se ut til at hun fortsatt mener at tallsetningen ikke kan skrives på formen $a+b=c+d$ (Carpenter et al., 2003). I denne oppgaven har jeg ikke tilstrekkelig datamateriale for å si noe mer om elevens forståelse av tallsetninger på formen $a+b=c+d$, da måtte jeg ha gitt eleven flere tallsetninger på denne formen.

Selv om eleven klarer å se at tallmengdene $5+1+2$ og 4 ikke er ekvivalente, vil jeg likevel si at hun har en vei igjen å gå før hun har en relasjonell forståelse for likhetstegnet. En av grunnene til dette er at hun endrer tallsetningen før hun oppdager at tallmengdene $5+1+2$ og 4 ikke er like store. Hun klarer ikke å se relasjonene mellom tallmengdene i den opprinnelige tallsetningen. For å prøve å få eleven til å se relasjonen mellom tallene i den opprinnelige tallsetningen, ønsket jeg i intervjuet å ta i bruk klosser som konkretiseringsmaterieell. På denne måten tenkte jeg at tallmengden kanskje blir synligere for eleven, og slik kan det bli lettere å se ekvivalensen mellom venstre- og høyresiden av likhetstegnet og dermed utvikle en relasjonell forståelse (Forstad, 1995).

Da vi representerte tallene i tallsetningen med klosser spurte jeg eleven om hvor mange klosser vi har hver av sidene av likhetstegnet. Hun svarer «seks».

Meg: Vi har seks der og ja, okei. Så blir det egentlig likt da?

*Elev 2: *Nikker**

Meg: Det er kanskje litt vanskelig fordi det er skrevet på denne måten, sant? Fordi du tenker kanskje at etter likhetstegnet skal det være et svar?

Elev 2: Mhm.

I utdraget over prøvde jeg å samtale med eleven for å vise henne at måten man setter opp tallsetningen på, tilsvarer med hvordan vi har arbeidet med klossene. Dette viser at når eleven bruker klossene, slik at tallmengden er mer synlig for henne, har hun lettere for å se at venstre- og høyresiden er i balanse. Ut i fra dette kan man si at det å arbeide med konkreter er en aktivitet som fremmer elevens algebraiske tenkning, fordi hun ved hjelp av konkretene klarte å se sammenhengen mellom tallmengdene (Kieran, 2004, s. 149). Videre kunne eleven arbeidet med balansevekten som et konkretiseringsmiddel, for å få en forståelse for relasjoner mellom tallene og tydeliggjøre likhetstegnets likevekt, slik at eleven kunne utviklet en relasjonell forståelse for likhetstegnet.

Til slutt ønsker jeg å trekke frem at det er mulig at jeg i det siste utdraget fra intervjuet stiller for veiledende spørsmål, slik at det vil være vanskelig å si om eleven nærmet seg en relasjonell forståelse ved bruk av konkreter. Det er ikke sikkert at hun hadde oppnådd denne forståelsen hvis hun arbeidet alene.

4.3 Oppsummering og sammenlikning av elevene

Jeg ønsker nå å foreta en kort oppsummering av det inntrykket jeg fikk av elevenes forståelse for likhetstegnets ekvivalens gjennom intervjuene, før jeg sammenlikner deres forståelse. Det vil ikke være hensiktsmessig å komme med en konklusjon på hvilken forståelse elevene har, i og med at dette intervjuet bare har inneholdt noen typer oppgaver, og kanskje ville jeg fått et annet inntrykk om vi arbeidet med andre former for oppgaver. Men samtidig kan jeg si noe om hvordan deres forståelse for likhetstegnets ekvivalens ser ut til å være ut ifra mitt datamateriale.

4.3.1 Elev 1

Ut ifra de utdragene fra intervjuet jeg har presentert i denne oppgaven vil jeg si at elev 1 ser ut til å bevege seg mot en relasjonell forståelse for likhetstegnet. Strategien han bruker bærer preg av en blanding mellom det å addere tallene på den ene siden av likhetstegnet og det å se relasjoner

mellom tallene uten å addere. Fremover vil det være viktig at eleven arbeider mer med å se relasjoner mellom tallene uten å foreta utregninger, slik at han kan bruke denne kunnskapen når han møter på likninger. Det vil også være hensiktsmessig at eleven møter tallsetninger med større tall enn jeg tok i bruk i intervjuet, slik at han finner det å ta i bruk relasjoner mellom tallene som en nyttig strategi og tilegner seg på denne måten en relasjonell forståelse for likhetstegnet.

4.3.2 Elev 2

Ut ifra utdragene fra intervjuet som har blitt presentert i denne oppgaven vil jeg si at elev 2 ser ut til å ha en instrumentell forståelse for likhetstegnet, men samtidig har hun en forståelse for at tallmengden på venstre- og høyresiden av likhetstegnet skal være lik. I arbeid med tallsetninger på formen $a+b=c+d$ ønsker hun å endre på tallsetningen til å bli $a+b+c=d$, hvor hun ser ut til å ha et ønske om å skrive et svar på høyresiden av likhetstegnet. Men samtidig viser hun en forståelse for at tallmengden på venstre- og høyresiden av likhetstegnet må være like stor. Forståelsen hennes ser ut til å bli bedre når vi tar i bruk konkreter for å illustrere tallmengden til de ulike tallsymbolene.

4.3.3 Sammenlikning

Begge elevene ser ut til å uttrykke en forståelse for likhetstegnets ekvivalens i arbeid med kuleoppgavene, hvor de begge ønsker å ha like mange kuler på hver side av likhetstegnet. Når vi arbeider med tallsetninger på formen $a+b=c+d$, ser elevene ut til å ha ulike forståelser for likhetstegnet. Mens elev 1 klarer å se på tallsetningen som en helhet, hvor han ønsker å plassere et tall i boksen som gir lik tallmengde på begge sider av likhetstegnet, ønsker elev 2 å endre på tallsetninger til $a+b+c=d$ for å finne et svar fremfor en balanse. Samtidig ønsker begge elevene å oppnå lik tallmengde på hver side av likhetstegnet, men de møter ulike hindringer på veien.

5 Oppsummering

I denne oppgaven har jeg med utgangspunkt i Carpenter et al. (2003) og Skemp (1976) sin teori, analysert og drøftet hvilke forståelser for likhetstegnets ekvivalens to elever på 1. trinn har. Gjennom min forskning har jeg sett at det er en sammenheng mellom forståelsen for likhetstegnets

ekvivalens og algebraisk tenkning. Med dette mener jeg at hvis elever har en evne til å se relasjoner mellom tallmengder, som er en del av den algebraiske tenkningen, så vil de kunne tilegne seg en relasjonell forståelse for likhetstegnet.

I oppgaven har jeg også drøftet rundt hva som hindrer elevenes algebraiske tenkning, og dermed også hindringer for å oppnå en relasjonell forståelse for likhetstegnet. Her har jeg trukket frem elevers misoppfatninger for likhetstegnets betydning, erfaringer med oppgaver i Multi, mangel på symbolforståelse og mangel på en forståelse for at et tall består av en gitt mengde. Hvis en elev ikke forstår hva betydningen til et symbol (for eksempel $=$) eller hvilken tallmengde et tall representerer, så vil det være vanskeligere å se relasjoner mellom tallene og oppfatte likhetstegnets ekvivalens. I oppgaven trakk jeg også frem hvordan sanne/usanne- og åpne tallsetninger kan utfordre elevenes forståelse for likhetstegnet, og at erfaringer med ulike tallsetninger kan bidra til en forståelse for likhetstegnets ekvivalens.

Forskningen jeg har utført har gjort meg nysgjerrig på videre arbeid med elevers forståelse for likhetstegnet. I min masteroppgave hadde det vært spennende å prøve ut ulike aktiviteter med en gruppe elever for å se hvordan disse eventuelt kunne bidratt til å forbedre deres forståelse for likhetstegnet. Samtidig har den forskningen jeg har gjennomført i denne oppgaven gjort meg som fremtidig lærer mer bevisst på viktigheten av å arbeide med elevenes forståelse for likhetstegnet.

6 Litteraturliste


- Alseth, B., Arnås, A-C., Kirkegaard, H., & Røsseland, M. (2010). *Multi 1b grunnbok. Matematikk for barnetrinnet*. (2.utg.). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.
- Atkin, A., (2013). Peirce's Theory of Signs. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Hentet fra: <https://plato.stanford.edu/entries/peirce-semiotics/>
- Bergem, O. K. (2016). Hovedresultater i matematikk. I O.K. Bergen, H. Kaarstein & T. Nilsen (Red.), *Vi kan lykkes i realfag. Resultater og analyser fra TIMSS 2015* (s. 22-43). Oslo: Universitetsforlaget.
- Bergsten, C., Häggström, J., & Lindberg, L. (1997). *Algebra för alla*. Gøteborg: NCM.
- Blanton, M., Levi, L., Crites, T., & Dougherty, B. J. (2016). *Developing Essential Understanding of Algebraic Thinking. Grades 3-5*. Reston: NCTM
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking Mathematically: Integrating arithmetic & algebra in Elementary School*. Portsmouth: Heinemann
- Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Falkner, K. P., Levi, L., & Carpenter, T. P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching children mathematics*, 6(4), 232-237
- Fangen, K. (2015, 17. Juni). Kvalitativ metode. Hentet fra <https://www.etikkom.no/FBIB/Introduksjon/Metoder-og-tilnarminger/Kvalitativ-metode/>
- Forstad, P. (1995). Konkretiseringsmaterieill – veien til matematikkinnst? *Tangenten* 1995(2). Hentet fra http://www.caspar.no/tangenten/1995/frostad_295.html
- Grønmo, S. (2010). *Samfunnsvitenskapelige metoder*. Bergen: Fagbokforlaget
- Hinna, K. R. C., Rinvold, R. A., & Gustavsen T. S. (2012). *QED 1-7. Matematikk for grunnskolelærerutdanningen. Bind 1*. Kristiansand: Høyskoleforslaget
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.
- Kroknes, T-E., Palovaara, L., Kavén, A., & Persson, H. (2013). *Matemagisk 1A: Oppgavebok*. Oslo: Aschehoug.

- Leavy, A., Hourigan, M., & McMahon, A. (2013). Early Understanding of Equality. *Teaching Children Mathematics*, 20(4), s. 246-252. Hentet fra: <http://www.jstor.org/stable/10.5951/teacchilmath.20.4.0246>
- Mason, J., Graham, A., & Johnston-Wilder, S. (2011). *Å lære algebraisk tenkning*. Bergen: Caspar Forlag AS
- Schliemann, A., Carraher, D., Brizuela, B., Ernest, D., Goodrow, A., Lara-Roth, S., & Peled, I. (2003). Algebra in Elementary School. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 127-134.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 77, 20-26.
- Stephens, A., Blanton, M., Knuth, E., Isler, I., & Gardiner A. M. (2015). Just say yes to early algebra! *Teaching Children Mathematics*, 22(2), 92-101. Hentet fra <http://www.nctm.org/Publications/Teaching-Children-Mathematics/2015/Vol22/Issue2/Just-Say-Yes-to-Early-Algebra/>
- Thurén, T. (2009). *Vitenskapsteori for nybegynnere* (2.utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk
- Weegschaal met schaal. [Bilde] (u.å). Hentet fra https://www.google.no/search?q=balansevekt&espv=2&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjhtLLzjMDTAhUBWSwKHRDWCuIQ_AUIBigB&biw=1536&bih=759#tbn=isch&q=balansevekt+brikker&imgc=nig3HSjzJQWlwM:

7 Vedlegg

7.1 Oppgaver fra Multi

☞ HVOR MANGE ER DET TIL SAMMEN?



$5 + 3 = 8$

$5 + 2 = \square$

$5 + 4 = \square$

$5 + 5 = \square$

$3 + 3 = \square$

$3 + 5 = \square$

$4 + 3 = \square$

$4 + 4 = \square$

$4 + 4 = \square$

$6 + 2 = \square$




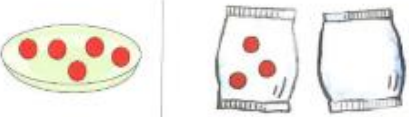




$6 + 4 = \square$

34

• Finn ut hvor mange drops det er i posen og skålen til sammen.

8 • Pluss og minus

HVOR MANGE MANGLER?

 <p>HER MANGLER 3.</p> $6 = 3 + 3$	 $4 = 2 + \square$
 $\square = \square + \square$	 $\square = \square + \square$
 $\square = \square + \square$	 $\square = \square + \square$
 $\square = \square + \square$	 $\square = \square + \square$

36

8 • Pluss og minus

* Fatet viser hvor mange drops det er til sammen. Finn ut hvor mange drops det skal være i den tomme posen. Tegn dropsene og skriv tall i rutene.

Høgskulen på Vestlandet Avdeling for lærerutdanning

Informasjon om at en lærerstudent ved Høgskulen på Vestlandet gjennomfører en undersøkelse som del av arbeidet med bacheloroppgaven

Jeg er lærerstudent ved Høgskulen på Vestlandet og jeg har valgt å foreta min datainnsamling ved skolen til ditt barn. Jeg skal nå arbeide med den obligatoriske bacheloroppgaven som er en del av grunnskolelærerutdanningen. Oppgaven skal belyse utfordringer ved arbeidet i skolen med utgangspunkt i pedagogikk eller et bestemt fag. Temaet for oppgaven min er algebraisk tenkning i matematikkfaget, og jeg ønsker å se på hvordan ulike arbeidsmåter i klasserommet støtter algebraisk tenkning. Jeg vil samle inn data til oppgaven i uke 6-7.

I denne sammenhengen planlegger jeg å observere elever når de arbeider med ulike aktiviteter i klasserommet, med hovedvekt på likhetstegnet. Jeg vil beskrive observasjonene i notater og i bruk av lydopptak. Lydopptakene slettes etter at transkripsjonen har forekommet, og det vil ikke være mulig å identifisere elevene. I forbindelse med observasjonen kan det hende at jeg tar bilder av elevenes utførelse av aktivitetene (for eksempel oppgaveark), men det vil da ikke være bilder av elevenes ansikter eller mulighet for å identifisere hvilke elever som har utført aktiviteten.

Det vil ikke bli innhentet opplysninger som kan knyttes til enkeltpersoner/elever. Skulle det likevel fremkomme opplysninger (ved at elev gir til kjenne egen eller andres identitet), vil disse opplysningene fjernes/slettes umiddelbart og ikke inngå i datamaterialet. Det blir ikke registrert hvilke elever som har deltatt i undersøkelsen.

Da det ikke skal innhentes personopplysninger kreves det ikke formelt samtykke fra foreldre i forbindelse med elevens deltakelse. Deltakelse er selvfølgelig likevel frivillig, både for elev og foreldre, og du kan reservere deg mot at ditt barn deltar i undersøkelsen ved å kontakte meg på forhånd (se nedenfor).

Dersom du har spørsmål, kan du ringe meg på -----, eller sende en e-post til -----@stud.hib.no. Du kan også kontakte min veileder Andrea Eikset (HVL) Avdeling for lærerutdanning på telefonnummer 46695006, eller sende en e-post til anei@hvl.no.

Med vennlig hilsen

Kandidatnummer: 18

Student ved HVL

Høgskulen på Vestlandet Avdeling for lærerutdanning

Informasjon om at student ved Høgskulen på Vestlandet planlegger å gjennomføre arbeid med bacheloroppgaven ved denne skolen

I grunnskolelærerutdanningen inngår det krav om at studentene i tredje år skal skrive en obligatorisk større oppgave som er praksisrelatert og forskningsrettet – en bacheloroppgave. Ettersom at en av våre studenter (etter avtale med en lærer på skolen) skal foreta sin datainnsamling på deres skole, ønsker vi å informere om det arbeidet som skal utføres med bacheloroppgaven i 3. studieår.

Oppgavene skal belyse utfordringer ved arbeidet i skolen basert på en faglig eller pedagogisk problemstilling.

Ingen av partnerskolens personale har noe pålagt ansvar i forbindelse med bacheloroppgavene. Hver student har en veileder ved HVL. Lærere ved denne skolen vil likevel kunne være til støtte og hjelp for studentene, og høgskolen takker på forhånd for all velvillighet.

Grunnet sen vårpraksis for tredjeårsstudenter i år, har denne studenten valgt å foreta sin datainnsamling på deres skole i uke 6-7. Data kan bli innhentet i form av spørreskjema, intervju, observasjoner eller tekster elevene har produsert. Det kan også være aktuelt å innhente data fra lærere. Vi håper også her at skolen og lærere vil være imøtekommende overfor de behov som studenten måtte ha.

Studentene har fått informasjon fra personvernombudet for forskning for å sikre at innhenting av data ikke kommer i strid med personopplysningsloven og datatilsynet sine retningslinjer. De viktigste stikkordene i denne sammenhengen er meldeplikt og samtykke.

MELDEPLIKT (til NSD): Elektronisk behandling av personopplysninger utløser meldeplikt. Personopplysninger er informasjon som til sammen kan identifisere en person. Vi ønsker i utgangspunktet at studentene skal utforme prosjektene sine slik at det ikke innhentes og behandles personopplysninger. Unntak fra dette diskuterer studenten med sin veileder, og prosjektet meldes til Personvernombudet for forskning, NSD.

SAMTYKKE: Bruk av spørreskjema, intervju, observasjoner og tekster (skrevet av elever) kan gjennomføres slik at formelt samtykke fra foreldrene ikke er nødvendig. Det forutsettes da at det ikke føres liste over elever som har deltatt, at spørreskjema er anonyme og at data fra intervju, observasjoner og tekster bearbeides slik at ingen personer kan identifiseres i dataene

(ingen navn eller opplysninger som kan identifisere personer kan lagres på pc). I slike tilfeller vil studentene likevel informere foresatte om at deltakelse er frivillig og at de kan ta kontakt for å reservere seg mot undersøkelsen. Studentene vil bruke et standard informasjonsskriv til foreldrene før datainnsamling gjennomføres.

Vi ber om at studenten får anledning til å samle inn data i skoletiden dersom hun har behov for det, mens elever som ikke skal delta i undersøkelsen får et alternativt tilbud. Vennligst ta kontakt med undertegnede dersom dere har spørsmål og/eller kommentarer til informasjonen ovenfor eller dersom det er behov for oppklaringer underveis. Nedenfor finner dere en lenke til Personvernombudet for forskning (NSD) sin omtale av datainnsamling i skoler og vanlige spørsmål.

<http://www.nsd.uib.no/personvern/forskningstemaer/barnehageskole.html>

http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/vanlige_sporsmal.html

Meldeplikttest: <http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/meldeplikttest>

Vennlig hilsen

Jan Helge Kallestad, jhk@hvl.no

Bodil Kjesbo Risøy, bkr@hvl.no

Programansvarlig GLU 5-10

Programansvarlig GLU 1-7

Avdeling for lærerutdanning
Høgskulen på Vestlandet

7.4 Samtykkeskjema til intervju med lærer



Høgskulen på Vestlandet Avdeling for lærerutdanning

Samtykkeskjema – Kvalitativt intervju

Jeg er klar over at jeg når som helst kan si at jeg ikke lenger ønsker å delta i dette intervjuet.

Jeg samtykker til at intervjuet blir dokumentert ved hjelp av lydopptak. Jeg vet at opptaket slettes etter at intervjuet har blitt transkribert.

I dette intervjuet skal jeg ikke nevne mine elever (eller meg selv) med personopplysninger, eller annen informasjon som gjør det mulig å vite hvem vi snakker om.

Sett kryss hvis du er enig i punktene ovenfor.