



Høgskulen
på Vestlandet

BACHELOROPPGAVE

Modellering og bestemmelse av brevolum
og vintermassebalanse på Frudalsbreen

Determining and modelling the glacier volume and
winter mass balance of Frudalsbreen.

Jakob Lundsgaard Lange (210), Henrik
Sandbakken (218) og Bjarte Selsaas (202)

Geologi og geofare

Fakultet for ingeniør- og naturvitenskap

Veiledere: Mette Kusk Gilliespie og Simon de Villiers

Innleveringsdato: 28. Mai 2018

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 10

Forord

Denne oppgaven merker avslutningen av en treårig bachelor i geologi og geofare ved Høgskolen på Vestlandet i Sogndal. Oppgaven har vært svært givende og har vekket en stor interesse for geofysikk og glasiologi.

Vi vil gjerne rette en stor takk til vår fantastiske veileder Mette Kusk Giliespie. Du har hjulpet oss til enhver tid, fra når vi går gjennom døren din uten å banke på, til vi ringer deg i helgen med utstysproblemer. Din entusiasme har gjort at denne oppgave har blitt mye mer spennende å jobbe med og vi har lært mye av dine kunnskaper. Vi vil også takke vår veileder Simon de Villiers for gode innspill og hjelp for å få oppgaven på plass.

Innholdsliste

1. Sammendrag	5
2. Innledning	7
3. Feltlokalitet.....	9
3.1 Klima	12
4. Teori	12
4.1 Breers bidrag til havnivåstigning	12
4.2 Glasiologi.....	13
4.2.1 Brebevegelse	13
4.2.2 Massebalanse	14
4.2.3 Snømetamorfose.....	15
4.3 Georadar	16
4.3.1 Elektromagnetiske bølger.....	16
4.3.2 Dybde og two-way-time	19
4.3.3 Oppløsning og synlighet.....	20
4.3.4 Demping	22
4.3.5 Skinndybde	24
4.3.6 Hellende reflektorer.....	25
4.3.7 Diffraksjonshyperbler	26
4.3.8 Multipler	27
4.3.9 Strukturer og lagdeling i bre	27
4.4 Volumberegninger	28
4.4.1 Teoretisk tilnærming.....	28
4.4.2 Regresjon av empiriske målinger:	30
4.4.3 Bruk av V-A skalering på enkelt bre	32
5. Metode.....	33
5.1 Feltarbeid	33
5.1.1 Oppsett og datainnsamling.....	33
5.1.2 Måling av hastighet for elektromagnetiske bølger i snø	37
5.2 Prosessering av georadardata.....	38
5.2.1 Static correction	38
5.2.2 Subtract mean (dewow)	38
5.2.3 Gain	38
5.2.4 Kontraster	38

5.2.5 Background removal	39
5.2.6 Migration	39
5.2.7 Tolkning av reflektorer	40
5.3 Modellering i Arcmap	40
5.3.1 Modellering av snø- og bretykkelse	40
5.3.2 Modellering av overflate- og bunntopografi	45
6. Resultat og tolking	45
6.1 Hastigheten til EM-bølger i snø og firn	45
6.2 Tolking av radargram	47
6.2.1 Tolking av firngrensen	51
6.2.2 Tolking av isgrensen	53
6.2.3 Tolking av bunnreflektor	53
6.3 Firn-, is- og brevolum	54
6.4 Vintermassebalanse	56
6.5 Overflate- og bunntopografien til Frudalsbreen	58
6.6 Teoretiske volumestimer	61
7. Diskusjon	62
7.1 Usikkerheter knyttet til georadaren	62
7.2 Usikkerheter knyttet til brevolumet	64
7.3 Usikkerheter knyttet til vintermassebalansen	70
7.3.1 Hastighet i snø	70
7.3.2 Usikkerhet rundt densiteten til snø	70
7.3.3 Usikkerheter knyttet til modellen av snø	71
7.3.4 Alternativ modell	74
7.3.5 Resultat fra vintermassebalanse	76
7.4 Breers klimasensitivitet	77
7.5 Diskusjon rundt breens bevegelse	77
7.6 Diskusjon rundt V-A skalering	79
8. Konklusjon	79
Kildeliste	81
Appendix	84

Tabelliste

Tabell 1: Permittivitet, konduktivitet og hastighet form EM bølger.....	19
Tabell 2: Forskjellig V-A skalerings konstanter.....	31
Tabell 3: Oversikt over hvilke profiler som ble brukt i de ulike modellene.....	41
Tabell 4: Bestemmelse av hastighet for EM bølger gjennom snø.....	47
Tabell 5: Avvik i TWT mellom profil 197 og kryssende profiler.....	63
Tabell 6: Forskjellene mellom målte- og interpolerte verdier for is og firn.....	68
Tabell 7: Forskjellene mellom målte- og interpolerte verdier for is i profilene 077 og 063....	69

Figurliste

Figur 1: Oversiktskart for feltlokaliteten.....	9
Figur 2: Avgrensningen til breen.....	10
Figur 3: Ulike flybilder og satellittbilder av Frudalsbreen.....	11
Figur 4: Massebalansen til et utvalg Norske breer.....	15
Figur 5: Utbredelsen av EM-bølger.....	17
Figur 6: Illustrasjon av TWT.....	20
Figur 7: Første fresnel zone.....	22
Figur 8: Demping av EM bølger.....	23
Figur 9: Skinndybde.....	25
Figur 10: Hellende reflektorer.....	26
Figur 11: Utforming av en diffraksjonshyperbel.....	26
Figur 12: Multipler.....	27
Figur 13: Ankomstveien til Frudalsbreen.....	33
Figur 14: Georadar med 50 MHz antenne.....	34
Figur 15: Georadar med 500MHz antenne.....	35
Figur 16: Oversiktskart med profilene fra februar og september.....	36
Figur 17: Oversiktskart med profilene fra april.....	37
Figur 18: Søkemønsteret modellen bruker for å interpolere et nytt punkt.....	42
Figur 19: Sammenlikning av to eksakte interpolasjonsteknikker.....	42
Figur 20: Effekten av filteret «smooth».....	43
Figur 21: Illustrasjon som viser forskjellen mellom målte- og interpolerte verdier i et punkt..	44
Figur 22: Bestemmelse av snøhastigheten.....	46
Figur 23: Profil 197 og 093 samt plasseringen til tre utsnitt.....	48
Figur 24: Profil 197 med tolkede grenser.....	49
Figur 25: Profil 093 med tolkede grenser.....	50
Figur 26: Utsnitt fra profil 197 som viser hvordan firngrensen tolkes.....	51
Figur 27: Utsnitt fra profil 197 som viser flere firnlag.....	52
Figur 28: Utsnitt av profil 197 som viser sprekker i grensen mellom firn og is.....	53
Figur 29: Modell som viser utbredelsen og mektigheten til isen på Frudalsbreen.....	54
Figur 30: Modell som viser mektigheten til firnen på Frudalsbreen.....	55
Figur 31: Modell som viser mektigheten og fordelingen av snø på frudalsbreen.....	57
Figur 32: Overflatetopografien.....	58
Figur 33: Bunntopografien.....	59

Figur 34: 3D-bilder av bunntopografien.....	60
Figur 35: Ulike volumestimater for Frudalsbreen ved V-A scaling.....	61
Figur 36: Sammenlikning av TWT i kryssningspunkt.....	63
Figur 37: Sammenlikning av målte firntykkelser i kryssningspunktene mellom profilene.....	65
Figur 38: Sammenlikning av målte istykkelser i kryssningspunktene mellom profilene.....	66
Figur 39: Endringer på grunn av filteret «smooth».....	67
Figur 40: Forskjellene mellom interpolerte verdier og målte verdier for profil 063.....	68
Figur 41: Usikkerheter knyttet til breens margin.....	69
Figur 42: Mulige interpoleringsfeil på snømodellen fra april.....	72
Figur 43: Sammenlikning av målte snødybder fra februar og april.....	73
Figur 44: Nedbørsdata fra Selseng.....	74
Figur 45: Alternativ modell for snø.....	75
Figur 46: Utsnitt av modellen for snø med høydekoter.....	76
Figur 47: Sammenlikning av istykkelse mot firntykkelse.....	78

Likninger og formler

Likning 1: Beregning av vannekvivalens fra snødybde og densitet.....	14
Likning 2: Beregning av hastighet for EM bølger gjennom snø fra relativ permittivitet.....	18
Likning 3: Beregning av relativ permittivitet fra snøens densitet.....	18
Likning 4: Beregning av hastighet for EM bølger gjennom snø fra densitet.....	18
Likning 5: Bestemmelse av dybde til reflektor fra TWT.....	19
Likning 6: Beregning av hastighet for EM bølger gjennom snø fra TWT og dybde.....	20
Likning 7: Sammenhengen mellom horisontal oppløsning og dybde til reflektor.....	21
Likning 8: Beregning av skinndybden.....	24

1. Sammendrag

Et av de større bidrag til havnivåstigning er smeltende breer som en konsekvens av økt global temperatur. For å kunne si hvordan havnivåstigningen vil bli påvirket av smeltende breer, er det viktig å kunne estimere det totale brevolumet på jorden. Det totale brevolumet tar ofte ikke for seg små breer da de utgjør et relativt lite volum. Små breer er derimot av et stort antall og har en raskere responstid på klimaforandringer, som gjør at de kan ha en virkning på fremtidige havnivåendringer.

Formålet med denne oppgaven har vært å kartlegge en liten bre med georadar for å kunne bestemme brevolumet og sammenligne dette med forskjellige volumestimater ved V-A

skalering. Dette er blitt gjort ved å tolke og modellere variasjonen av snø, firn, is og berggrunn på Frudalsbreen. På bakgrunn av modellene og målingene har det blitt bestemt et brevolum på $0,0029\text{km}^3 \pm 20\%$ og en vintermassebalanse på $1,64 \text{ m. ve} \pm 15\%$.

Sammenlikningen av breens målte volum og volumestimeringene fra V-A skalering viser at samtlige av V-A metodene overestimerer breens volum. Selv om V-A skalering ikke skal brukes på enkelte breer gir dette en liten indikasjon på at V-A skalering ikke er optimal på breer som har Frudalsbreens karakteristikk. Resultatet kan uansett hjelpe med å forbedre metoder for å estimere brevolum og validere numeriske massebalansmodeller for Frudalsbreen.

Abstract

One of the major contributions to sea level rise is melting glaciers as a consequence of increased global temperature. In order to say how the sea level will be affected by melting glaciers, it is important to estimate the earths total glacier volume. The total glacier volume often does not involve small glaciers as they represent a relatively small volume. Small glaciers, however, are of a large number and have a faster response time to climate change, which could mean they have an impact on future sea level changes.

The purpose of this assignment has been to measure a small glacier using a ground penetrating radar in order to determine the glacier volume and compare this with different volume estimates by V-A scaling. This has been done by interpreting and modeling the variation of snow, firn, ice and subglacial topography on Frudalsbreen. Based on the models and measurements, a glacier volume of $0.0029\text{km}^3 \pm 20\%$ and a winter mass balance of $1.64 \text{ m. we} \pm 15\%$ has been determined.

The comparison of the measured volume and volume estimates from V-A scaling shows that all of the V-A methods overestimate the volume of Frudalsbreen. Although V-A scaling is not to be used on individual glaciers, this gives a slight indication that V-A scaling is not optimal on glaciers that have the characteristics of Frudalsbreen. The result might also help improve methods for estimating glacier volumes and validate numerical mass balance models for Frudalsbreen.

2. Innledning

Klimaforandringer i form av øking av temperatur som verden i dag står ovenfor bringer store utfordringer. En av disse utfordringer er økningen av havnivå på grunn av avsmelting av breer og termal ekspansjon (Benn og Evans, 2010). Mange lavtliggende land som Fiji, Bangladesh og Maldivene, eller lavtliggende byer som Amsterdam, Los Angeles og Tokyo er særlig utsatt. Disse stedene er spredt over hele verden og er hjem for mange millioner mennesker. Om vannstanden øker og gjør det umulig å bo på disse stedene vil det resultere i mange klimaflyktninger som må finne seg en ny plass å etablere seg (IPCC, 2013a).

De observerte havnivåstigninger mellom 1993 og 2010 var på $3,2 \pm 0,4$ mm/år (Church *et al.*, 2013). Det observerte bidrag fra breer utenom Antarktis og Grønland i denne perioden er estimert til $0,76 \pm 0,37$ mm/år, hvilket utgjør 24% av den observerte havnivåstigning (Church *et al.*, 2013). For å bestemme hvordan avsmelting fra breer bidrar til havnivåstigninger er det viktig med en bedre forståelse av forholdet mellom avsmelting og snøakkumulasjon på breer, også kalt massebalanse (Church *et al.*, 2013). Observasjoner tyder på at avsmeltingen siden 1971 har vært økende og at mange breer i dag ikke er i balanse med dagens klima (Vaughan *et al.*, 2013). Dette vil bety at selv om temperaturen stabiliserer seg vil breene fortsette å trekke seg tilbake og bidra til en øking av havnivået.

Siden bidraget til havnivåstigning fra mindre breer er betydelig, er det viktig å ha kjennskap til det totale volum av disse breer. Kun et par hundre breer har blitt volumbestemt ved hjelp av direkte målinger i felt (Radić og Hock, 2010) og de fleste brevolum er estimert ut fra karakteristikker av breoverflatene sett på fly- eller satellittbilder (referanse). En metode kalt V-A skalering (på engelsk: V-A scaling) ser på sammenhengen mellom overflateareal og brevolum ved å bruke likningen $V = k * A^\gamma$ der V er brevolum, A er overflateareal og k og γ er konstanter bestemt ved regresjon av data fra mange breer (Bahr, Pfeffer og Kaser, 2015). Konstantene k og γ krever regional bestemmelse og har fortsatt store usikkerheter (Andreassen *et al.*, 2015). Volumbestemmelser i felt av flere breer vil uansett kunne hjelpe til å gi bedre metoder for å estimere regionale og globale brevolum.

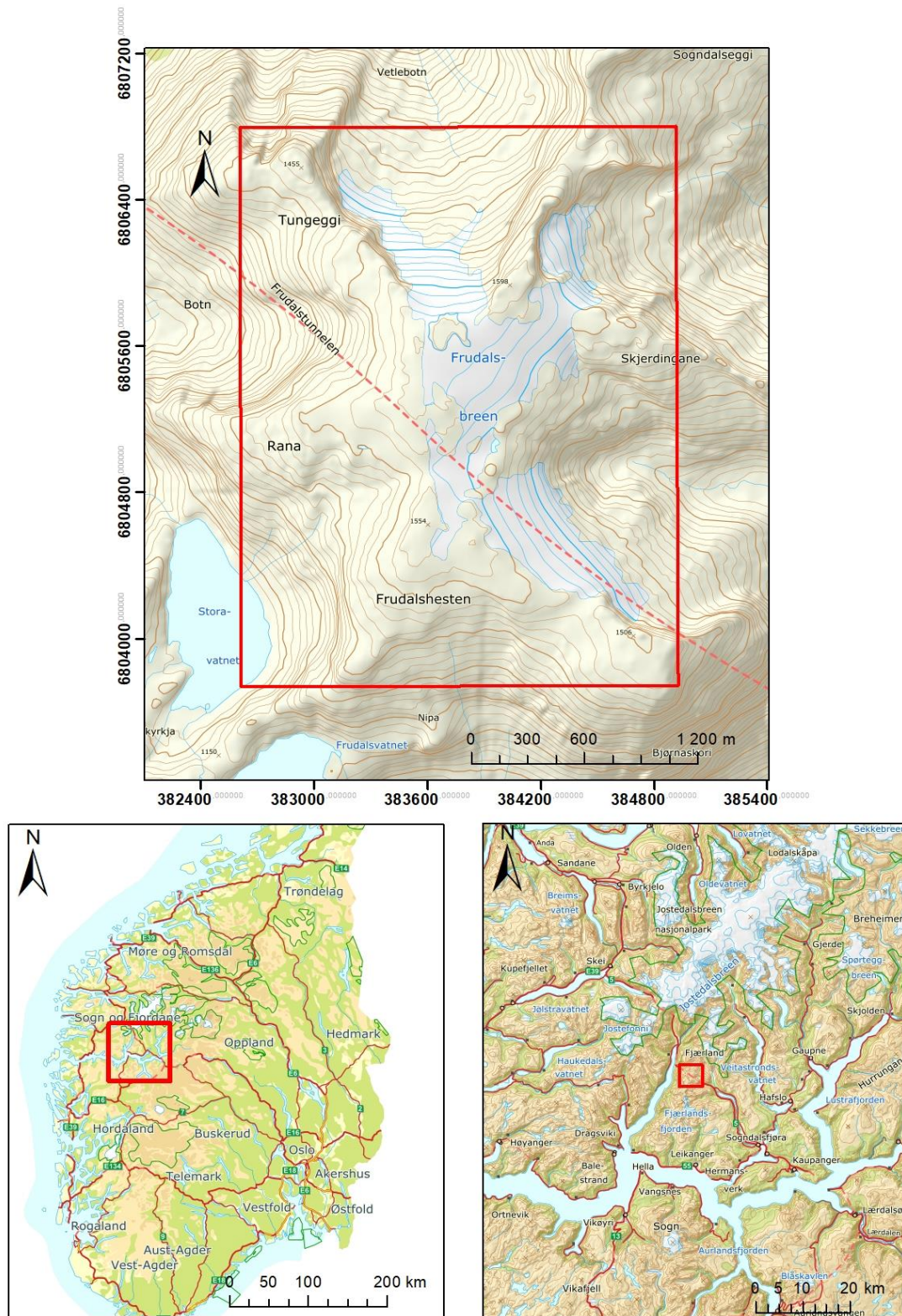
21 km nordvest for Sogndal ligger Skjerdinganebreen hvor det tidligere er bestemt volum fra feltundersøkelser (Eldegard og Rønningen, 2015). Det målte volum ble sammenliknet med forskjellige volumestimater funnet ved hjelp av V-A skalering som alle underestimerte breens volum betraktelig. Det er derfor ønskelig å undersøke breer i nærheten for å forbedre V-A skalering og eventuelle andre metoder som estimerer brevolum.

Frudalsbreen ligger 4 km nordøst fra Skjerdinganebreen og 500 meter høyere. Skjerdinganebreen ligger i en botn, mens Frudalsbreen ligger på toppen av et fjell og det forventes derfor at snø- og istykkelsen er annerledes. Det er ikke tidligere gjort noen målinger av Frudalsbreen og denne oppgave forsøker derfor å svare på følgende problemstillinger:

- A. Bestemme is-, snø- og firntykkelsen på Frudalsbreen.
- B. Lage modeller som viser tykkelsen av disse lagene og topografien under breen.
- C. Bestemme vintermassebalansen på Frudalsbreen gjennom vinteren 2017/18.
- D. Beregne volumet av Frudalsbreen og sammenligne dette med volumestimer fra V-A skalering metoder anvendt i andre studier.

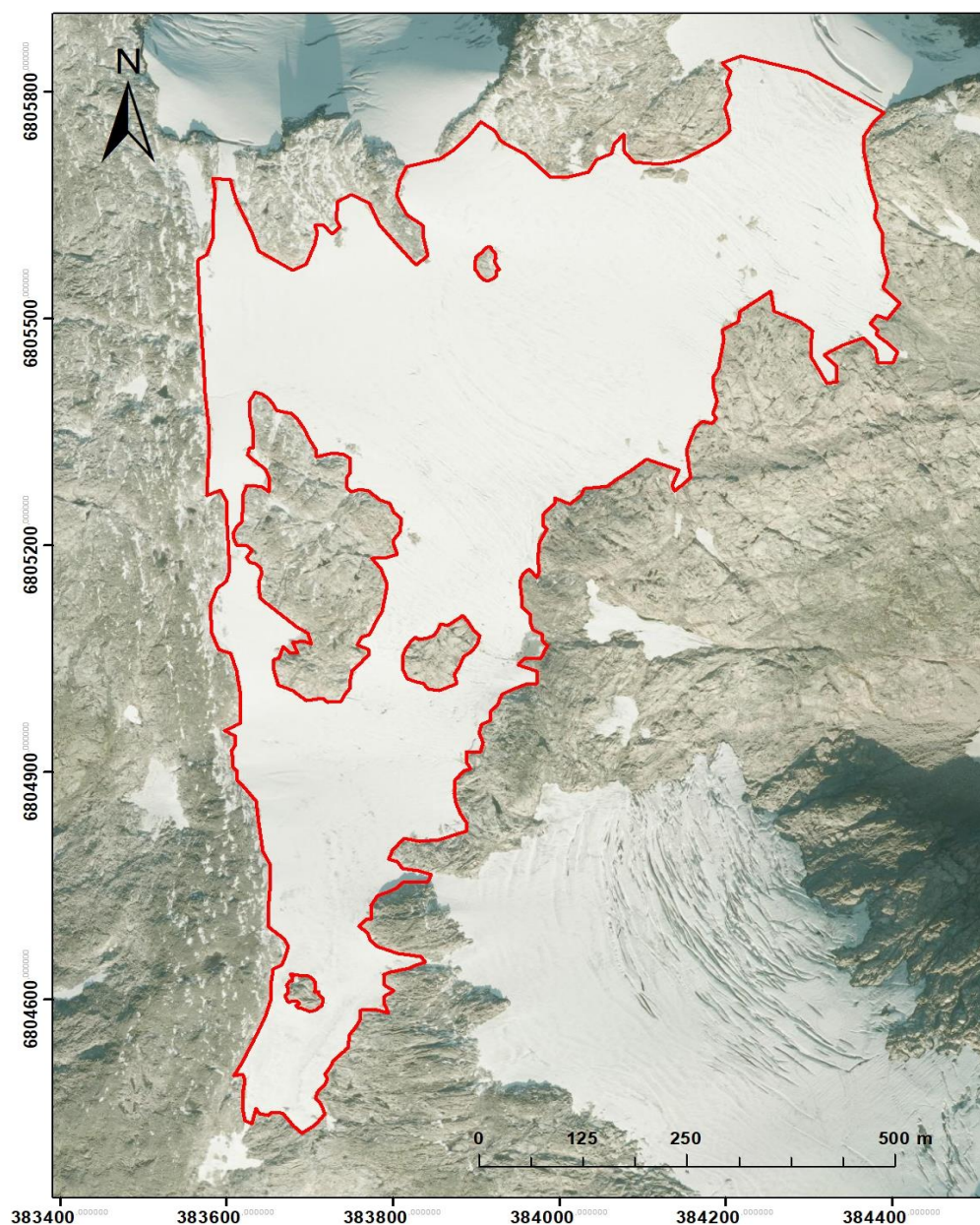
For å finne dybden til breens is og snø er det blitt nytt et georadar som ved hjelp av elektromagnetiske bølger kan skille grensene mellom snø, is og berggrunn. Ved hjelp av disse grenser, kan brevolum og vintermassebalanse for Frudalsbreen bestemmes. Resultatet kan videre være med å validere massebalansemodeller for Frudalsbreen og forbedre metoder for å estimere brevolum.

3. Feltlokalitet



Figur 1: Oversiktskart for feltlokaliteten.

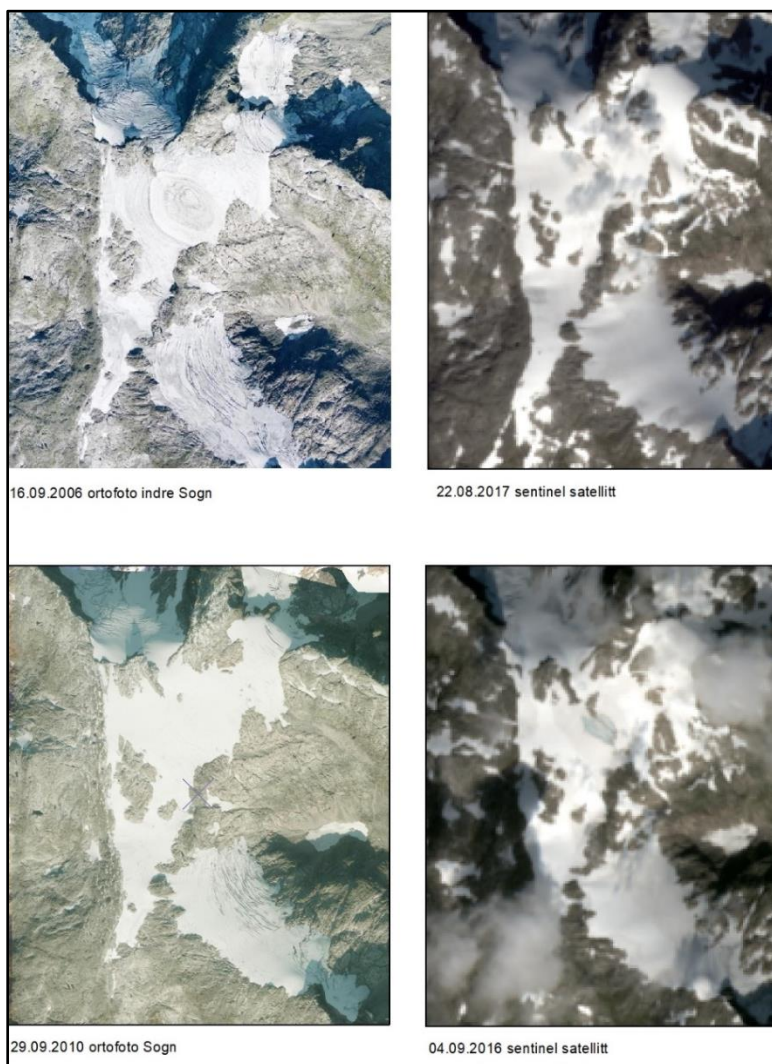
Frudalsbreen (Figur 1) ligger i Sogndalsdalen og består av et slakt hellende topparti med tre brearmer som faller ned i sørøst-, nord- og nordvestlig retning. Undersøkelsen av breen avgrenses til toppartiet (Figur 2) siden brearmene regnes som for bratte og inneholder for mye sprekker til å undersøke med georadar. Breen ligger på 1500 moh med et høydeintervall på ca. 330m inklusive brearmene (ca.155m eksklusiv brearmene). Fra flyfoto (2010) er Frudalsbreen beregnet til å være ca. 1,7 km lang, ca. 630m bred og har et overflateareal på 0.457215 km². Det kommer berg opp i dagen flere steder på breen, noe som tyder på varierende bunntopografi og en istykkelse.



Figur 2: Den røde avgrensningen markerer delen av Frudalsbreen, som blir undersøkt i denne oppgaven. Avgrensningen følger i hovedsak breens margin men kutter av en brearm i nord. Bakgrunnskartet er ortofoto Sogn 2010. Området er også vist på figur 1

Ved å sammenlikne ortofoto fra 2006 og 2010 kan man se at yttergrensene til breen er nokså like men at det er mer berg i dagen på bilde fra 2010 (figur 3). Dette kan tyde på at breen i denne perioden har hatt større ablasjon enn akkumulasjon, altså at den har hatt negativ nettomassebalanse. Ser man videre på satellittbilder fra 2016 og 2017 ser det ut som masse balansen fra 2010-2017 også har vært negativ.

Andreassen *et al.* (2005) fant at maritime breers massebalanse var særlig styrt av vintermassebalanse. Nigardsbreen nevnes i dette studie som en maritim bre og siden Frudalsbreen er nærmere kysten enn Nigardsbreen, antas det at også Frudalsbreen er en maritim bre. Altså vil nedbøren og temperaturene vinterstid, være særlig viktig for breens massebalanse.



Figur 3: Ulike flybilder og satellittbilder av Frudalsbreen.

3.1 Klima

Frudalsbreen er lokalisert på Vestlandet i Norge. Breen ligger langt inne i Sognefjorden som er et område med mye nedbør. I området rundt breen har det falt mellom 3000 og 4000 mm nedbør årlig mellom 1961 og 2000 og området har i samme periode hatt en årlig gjennomsnittlig lufttemperatur på mellom 0 og +1 grader celsius. (seNorge, 2018).

Værdata i denne oppgave er hentet fra Frudalstunnellen (3 km fra Frudalsbreen), Selseng (6,5 km fra Frudalsbreen) og Anestølen (4 km fra Frudalsbreen). Stasjonen ved Frudalstunnellen (521 moh.) er driftet av Statens vegvesen og måler temperatur, vindstyrke og vindretning. NVE drifter stasjonen ved Anestølen (443 moh.) og måler temperatur, snødybde og snøens vannekvivalent. Metrologisk Institutt (MET) drifter stasjonen ved Selseng (421 moh.) som måler nedbør og snødybde. Stasjonene ved Frudalen og Anestølen gir gode og presise data om værforholdene i området de siste årene da dataseriene startet i 2012 og 2011, men har ikke lang nok historikk til å si noe om klima. Dataserien til stasjonen ved Selseng startet i 1895 og kan bidra med gode nedbørsdata både i nyere tid og med tanke på klima de siste 120 år. Værdata er brukt for å kunne forstå massebalansen på breen bedre med tanke på hvilke faktorer som påvirker den. En bedre forståelse av disse sammenhenger kan hjelpe med å bestemme om en bre vokser eller smelter og avgir vann til havet.

4. Teori

4.1 Breers bidrag til havnivåstigning

Siden 1880 har den globale temperaturen steget med 0,85 grader celsius og i takt med dette har man opplevd en havnivåstigning (IPCC, 2013b). Endringen i havnivå skyldes en rekke prosesser, men er i hovedsak styrt av den globale lufttemperaturen som videre påvirker havtemperaturen og fordelingen av is og vann på jorden (Hyndman og Hyndman, 2011).

I dag er nesten 70% av alt ferskvannet på jorden bundet i is og snø. Dersom alt dette skulle smelte, vil det føre til en havnivåstigning på 64 meter (Nesje, 2012). Innlandsisen på Antarktis vil være den største bidragsyteren, da 91,8% av all is på jorden ligger der (Nesje, 2012). Mindre isbreer vil også bidra, da disse er svært tallrike, og det er anslått at for hver større isbre (10^4 km² eller større) finnes det 10 000 mindre isbreer (Radić og Hock, 2010).

Det er observert at breer utenom Antarktis og Grønland i perioden mellom 1993 og 2010 har bidratt med 24% av den observerte havnivåstigningen (Church *et al.*, 2013). Dette er en stor andel med tanke på at dette kun er fra en liten del av den totale ismassen på jorden.

Grunnen til dette er mindre breer reagerer raskere på endringer i sitt lokale klima. Denne reaksjon kalles også breens responstid, og ifølge Jóhannesson, Raymond og Waddington (1989) kan responstiden til mindre isbreer være opp mot hundre ganger så rask som hos de større isdekkene. Effekten av en global temperaturøkning vil derfor observeres tidligere på mindre breer og er grunnen til det store bidraget observert i perioden 1993- 2010. Endringer av temperaturer i fremtiden vil ha en stor effekt på utviklingen av breer.

4.2 Glasiologi

En isbre er en masse bestående av is og snø fra flere sesonger som er eller har vært i bevegelse (Nesje, 2012). Breer dannes i områder der det samles mer snø enn det smelter. Etterhvert som snøen bygger seg opp vil denne omdannes til is. Med en voksende istykkelse øker trykket inne i breen hvilket fører til at breen begynner å bevege seg (Benn og Evans, 2010).

4.2.1 Brebevegelse

Breer kan bevege seg på flere ulike måter men kan generelt deles inn i tre hovedtyper; basal glidning, indre bevegelse og deformasjon av underliggende sedimenter (Nesje, 2012). Ofte er det ulike kombinasjoner av disse som danner den totale brebevegelsen. Bevegelsesretningen vil særlig avhenge av overflatetopografiens helning.

Basal glidning betyr at breen på grunn av tyngdekraften, sklir på underlaget. Dette vil bare forekomme dersom breen ikke er frosset fast i underlaget. Temperaturen til breen er derfor en avgjørende faktor for om breen vil skli mot underlaget eller ikke. Særlig er det lufttemperaturen i akkumulasjonsområdet som bestemmer den indre temperaturen, men også geotermal varme, nedbørsmengde og bredynamikk spiller en rolle.

Nydannet is vil bestå av tilfeldig orienterte iskrystaller av ulik størrelse. Akkumulasjon på toppen av breen fører til et økende trykk, hvilket fører til at iskrystallene pakker seg tettere. Når trykket i breen blir stort nok vil breen begynne å oppføre seg plastisk, hvilket fører til en indre deformasjon (Benn og Evans, 2010). Videre vil ulikt trykk innad i breen føre til at enkelte iskrystaller vokser på bekostning av andre. De større iskrystallene vil orientere seg i samme retning og det dannes mindre parallelle glideplan inne i breen (Benn og Evans, 2010). Hastigheten på brebevegelsen vil være avhengig av helningen på breoverflaten og

tykkelsen til breen. I tillegg til indre deformasjon og basal glidning kan breer bevege seg ved at underliggende sedimenter eller «myke» bergarter deformeres (Benn og Evans, 2010).

4.2.2 Massebalanse

For å opprettholde bevegelsen i en bre over lengere tid må det tilføres minst like mye snø til breen som det smelter. Tilførselen av masse styres av snøfall, vindtransportert snø, skred og kalles for akkumulasjon. Masse fjernes ved smelting, sublimasjon, vindtransport, skred, kalving og kalles for ablasjon. Differansen som er igjen etter en sesong med ablasjon og akkumulasjon kalles nettomassebalansen (Hubbard og Glasser, 2005).

Nettomassebalansen beskriver forskjellen mellom akkumulasjon og ablasjon over en hel ismasse/bre gjennom et balanseår (Hubbard og Glasser, 2005). Et balanseår regnes fra slutten av smeltesesongen et år til slutten av smeltesesongen det neste år. I Norge består et balanseår av en akkumulasjonssesong som vanligvis regnes fra 1. oktober til 30. april og en ablasjonssesong som varer fra 1. mai til 30. september (Nesje, 2012). Områder hvor det fortsatt ligger snø fra forrige akkumulasjonssesong ved slutten av ablasjonssesongen, kalles for akkumulasjonsområdet og definerer hvor breen vil legge på masse. Ablasjonsområdet er hvor blåis er eksponert eller hvor det er fravær av snø fra forrige akkumulasjonssesong. Ablasjonsområdet er hvor breen vil miste masse. Grensen mellom akkumulasjonsområdet og ablasjonsområdet kalles likevektslinjen (Nesje, 2012).

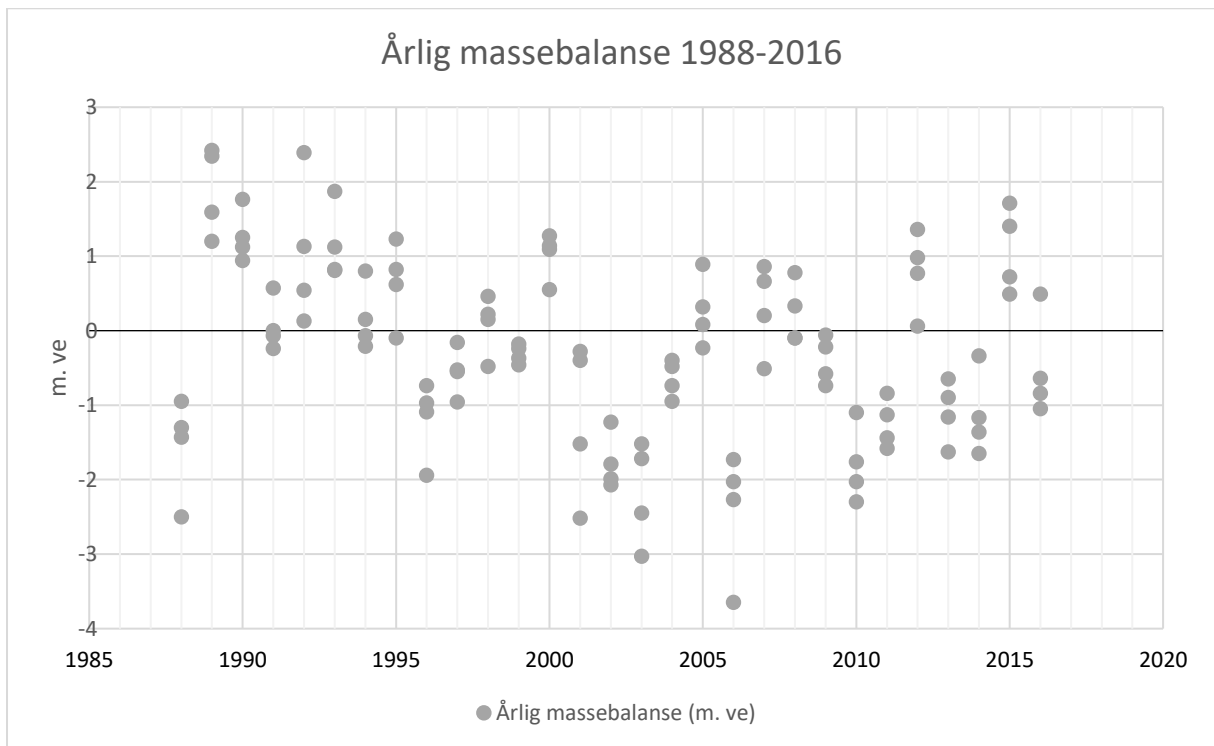
Vintermassebalansen beskriver nettomassebalansen gjennom akkumulasjonssesongen. Antas det at breen er snødekt det meste av vinteren vil det stort sett ikke være noe massetap. Det betyr at vintermassebalansen kan bestemmes som mengden av snø akkumulert på breen i løpet av vinteren (Hubbard og Glasser, 2005) og måles i hvor mange meter vannekvivalens snøen gir.

For å få et meningsfullt resultat på massebalansen må det bestemmes hvor mye vann snøen tilsvarer også kalt snøens vannekvivalens (m. ve.). Kjenner man den gjennomsnittlige snødybden, kan vannekvivalensen finnes ved å gange denne med densitetene til snø ($\rho_{\text{snø}}$) og vann (ρ_{vann}) som i likning 1:

$$1) \text{ Vannekvivalens (m. ve)} = \text{snødybde} * \frac{\rho_{\text{snø}}}{\rho_{\text{vann}}}$$

I det 20 århundre var hovedtrenden til breer i Norge at de har trukket seg tilbake, men at det har vært enkelte perioder der breene har gjort fremstøt (Andreassen *et al.*, 2012). Særlig ser man at de maritime breene hyppigere veksler mellom positiv og negativ massebalanse. Den

siste perioden der breene vokste var i slutten av 1980 til omkring 2000. Siden 2000 har breene generelt krympet, men det har vært enkelte år med positiv massebalanse (Andreassen *et al.*, 2012). Figur 4 viser årlige massebalansedata fra Ålfotbreen, Storbreen, Austedalsbreen og Nigardsbreen i tidsperioden 1988 – 2016. Breene ligger på Vestlandet og vil ha opplevd lignende klima som Frudalsbreen. Grafen viser at massebalansen varierer veldig fra år til år, men at breene har opplevd flere år med negativ massebalanse, spesielt de siste 20 årene.



Figur 4: Årlig massebalanse de siste 28 år fra Ålfotbreen, Storbreen, Austedalsbreen og Nigardsbreen i tidsperioden 1988-2016. Massebalansen er målt i meter vannekvivalens (m. ve) og er differansen mellom vintermassebalansen og sommermassebalansen. Hentet fra NVE breatlas (Andreassen *et al.*, 2012).

En del av å bestemme vintermassebalansen er å bestemme dybden av nysnø på slutten av akkumulasjonssesongen. For å bestemme denne dybde må man være i stand til å skille mellom nysnø og snø som ligger igjen fra forrige sesong.

4.2.3 Snømetamorfose

I sen i en bre stammer fra nysnø som langsomt blir omdannet til is. Tørr nysnø har et stort porevolum og en egenvekt på ca 0.1 g/cm^3 (Nesje, 2012). Etterhvert som snøen blir liggende vil vind, vekt av nye snøavsetninger samt smelting og gjenfrysing av snø, gjøre at porevolumet minker og densiteten øker. Snø som overlever sommeren kalles firn. Tettheten på firn starter ved ca 0.3 g/cm^3 og økes langsomt inntil det er omvandlet til breis som har en tetthet på ca 0.84 g/cm^3 (Nesje, 2012). Omvandlingen fra firn til is skjer langsomt ved at

større krystaller opptar de mindre. Kompresjonen vil langsomt forsegle åpne luftkanaler. Når firnen er omdannet til breis er den nærmest lufttett. Luften som er igjen vil komprimeres, samle seg til større luftbobler og langsomt bevege seg oppover i isen (Benn og Evans, 2010; Nesje, 2012). Omvandlingen fra snø til breis har veldig varierende varighet men hastigheten for omvandling økes i stor grad av gjentatte smelte- og gjenfrysingsprosesser (Benn og Evans, 2010). I kystklima kan omvandlingen vare 5-6 år mens det på Antarktis varer noen hundre til tusen år (Nesje, 2012). Det forventes at det på toppen av firnen vil finnes en smelteomvandlet grense mellom nysnø og firn og at firnen under denne grense vil ha større densitet enn nysnøen over. Det forventes også at firn som har overlevd flere sesonger vil ha mindre lagdeling på grunn av gjentatte smelte- og gjenfrysingsprosesser. Det smelteomvandlete lag på toppen av firnen og den større densitet av firn sammenliknet med snø gjør at vi forventer at kunne finne grensen ved hjelp av georadarmålinger.

4.3 Georadar

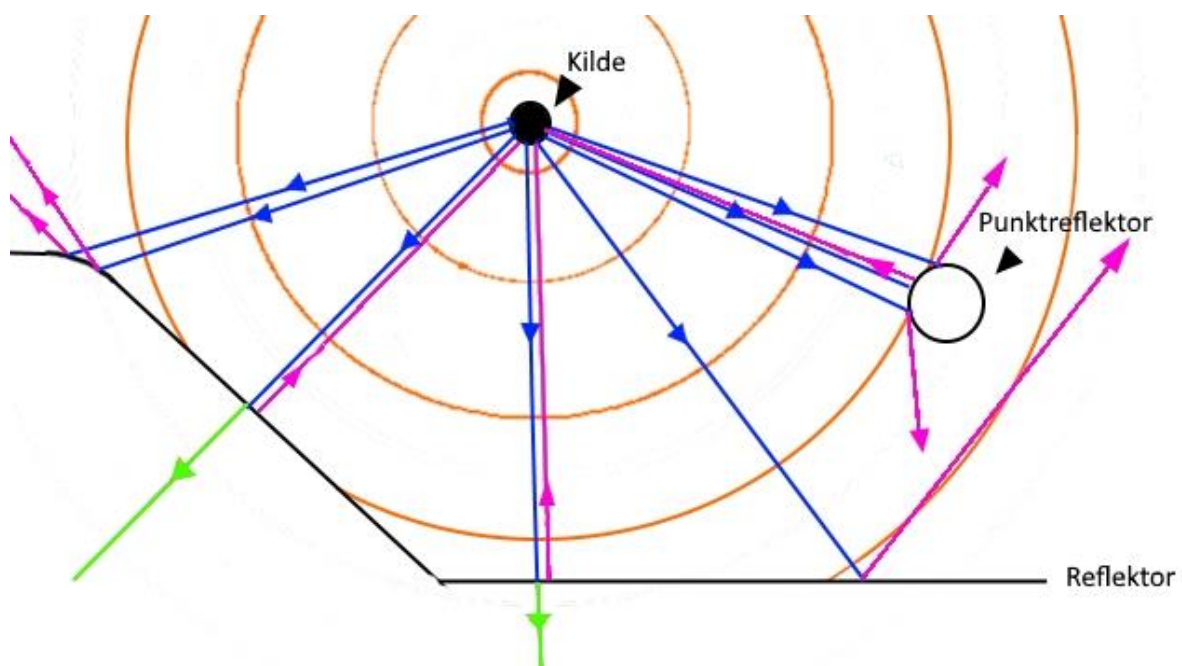
En georadar er et instrument som kan brukes til å finne dybden til forskjellige objekter/gjenstander under bakken. Georadaren fungerer ved å sende ut elektromagnetiske (EM) bølger og registrere når de blir mottatt på overflaten. Ved hjelp av litt kunnskap om EM bølger kan man ved bruk av georadar få et bilde av hvordan en bre ser ut under overflaten.

4.3.1 Elektromagnetiske bølger

EM bølger dannes når der skjer en akselerasjon av elektrisk ladning, det kan f.eks. være når det sendes vekselstrøm gjennom et legeme (Cutnell, 2013). Synligt lys, varmestråling og røntgenstråling er alle elektromagnetiske bølger (Chapman, 2002). EM bølger kan bevege seg gjennom både vakuum, gass, faste og flytende materialer, men beveger seg raskest gjennom vakuum med en hastighet (c) på $c = 3,00 * 10^8 \text{ m/s}$ (Cutnell, 2013). Bølgelengde (λ) er lengden fra bølgetopp til bølgetopp og måles i meter. Frekvens (f) er antall svingninger en bølge har pr. sekund og måles i hertz (Hz).

Hastigheten til en bølge kan beskrives som bølgelengde ganget med frekvensen. Da hastigheten for EM bølger gjennom et materiale er konstant, blir bølgelengde og frekvens omvendt proporsjonale. Det vil si at større hastighet betyr kortere bølgelengde og mindre hastighet betyr større bølgelengde (Cutnell, 2013). Hastigheten til EM bølger avhenger av materialet de beveger seg gjennom, mens frekvensen er uavhengig. Det betyr at EM bølger har en varierende bølgelengde avhengig av hvilket materiale de beveger seg gjennom (Chapman, 2002).

EM bølger beveger seg fra sin kilde i alle retninger som ringer i vann, men vil reflekteres når de treffer en grense der de gjennomgår en brå endring i hastighet. Refleksjonen vil følge en simpel lov som sier at innfallsvinkel er lik utfallsvinkel (Chapman, 2002). Figur 5 viser en kilde som sender ut et signal av EM bølger. Det ses at når bølgene treffer en reflektor vil noen av de sendes tilbake til kilden, mens noen vil sendes i en annen retning. Dette avhenger av reflektorens form og bølgenes innfallsvinkel. Treffer EM bølger en ujevn reflektor som f.eks. en punktrefleksor, vil bølgene spres i alle retninger. Den viser også at noen av bølgene ikke reflekteres men i stedet beveger seg gjennom reflektoren. Siden bølgene spres, er signalet som vender tilbake til kilden svakere enn det som sendes ut (Cutnell, 2013).



Figur 5: Utbredelsen av EM-bølger. Figuren viser en kilde som sender ut EM bølger, en svart grense og en sirkel/punkt som begge fungerer som reflektorer. De oransje ringene viser hvordan EM bølger spres seg i alle retninger fra kilden. Blå streker viser retningen til enkelte bølger som er sendt direkte fra kilden, de lilla strekene viser retningen til en bølge etter at de er reflektert av en overflate og de grønne strekene viser bølger etter de har passert gjennom en reflektor. På figuren kan det ses at en bølge forlater en reflektor med samme vinkel som den traff med. Dette medfører at noen bølger sendes tilbake til kilde mens noen sendes i andre retninger. Man kan også se hvordan en punktrefleksor spres bølger i alle retninger. Dette betyr at uansett hvor kilden befinner seg vil den motta refleksjoner fra punktrefleksoren. Figuren viser også hvordan en del av bølger vil passere gjennom reflektoren.

Siden EM bølger reflekteres av grenser hvor de opplever en brå endring i hastighet, må det vites hvordan hastigheten til EM bølger avhenger av materialet de beveger seg gjennom. Hastigheten til EM bølger bestemmes hovedsakelig av to materialeegenskaper: permittivitet og konduktivitet (Hubbard og Glasser, 2005). Konduktivitet beskriver et materials evne til å lede strøm. Konduktiviteten i snø og is er generelt lav men økes ved tilstedeværelsen av vann, ioner og urenheter (Hubbard og Glasser, 2005). Permittivitet beskriver et materials

egenskap til å lagre elektrisk ladning. Relativ permittivitet (ϵ_r), som beskriver materialets permittivitet i forhold til permittiviteten i vakuum ($8,854e-12 \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$), brukes ofte i stedet for materialets absolutte permittivitet. (Hubbard og Glasser, 2005). Is har en relativ permittivitet på 3 - 4 (Tabell 1).

Tabell 1: Relativ permittivitet, elektrisk konduktivitet og hastighet for EM bølger gjennom forskjellige materialer.

Materiale	Relative elektrisk permittivitet (ϵ_r)	Elektrisk konduktivitet (σ) (mS m^{-1})	Hastighet (V) ($\times 10^8 \text{ ms}^{-1}$)
Luft	1	0	3.0
Destillert vann	80	0.01	0.33
Ferskvann	80	0.5	0.33
Saltvatn	80	3000	0.1
Tørr sand	3-5	0.01	1.5
Vannmettet sand	20-30	0.1-1.0	0.6
Silt	5-30	1-100	0.7
Leire	5-40	2-1000	0.6
Granitt	4-6	0.01-1	1.3
Is	3-4	0.01	1.67

Da konduktiviteten for snø og is er veldig lav kan hastigheten for EM bølger gjennom materialene bestemmes ved å bruke likning 2 (Kovacs, J. Gow og M. Morey, 1995):

$$2) V = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

der ϵ_r er den relative permittivitet og c er hastigheten av en em-bølge i vakuum, som tilsvarer 0,3 m/ns (Kovacs, J. Gow og M. Morey, 1995). Felt - og laboratoriemålinger har kommet frem til en hastighet for em-bølger gjennom is på $1,67 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ (Hubbard og Glasser, 2005) (Tabell 1). Med kjennskap til densiteten (ρ) for snø, firn og is er det mulig å bestemme den relative permittivitet ved bruk av likning 3 (Kovacs, J. Gow og M. Morey, 1995):

$$3) \epsilon_r = (1 + 0,845\rho)^2$$

Denne er funnet ved å ta «Robin likningen»: $\epsilon_r = (1 + 0,851\rho)^2$ og erstatte konstanten 0,851 med 0,845 (Kovacs, J. Gow og M. Morey, 1995). Hastigheten kan dermed regnes ut med densitet og å kombinere likning 2 og 3 gjennom likning 4:

$$4) V = \frac{c}{1+0,845\rho}$$

Tabell 1 viser også hastigheten for em-bølger gjennom forskjellige materialer. Den viser at hastigheten gjennom is og hastigheten gjennom granitt er forskjellig (hhv. 0,167 m/ns og 0,13 m/ns). På grunn av variasjonene for permittivitet i is og granitt vil det være situasjoner

der hastigheten for em-bølger gjennom materialene er ganske like og em-bølger ikke vil reflekteres ved grensen. Bergrunnen i Frudalen består bl. a. av granittisk gneiss (NGU, 2018) og vil derfor ikke nødvendigvis danne en tydelig reflektor med isen. Det antas at temperaturen i bunnen av Frudalsbreen er over trykksmeltepunktet og der vil derfor være en hinne av vann mellom isen og berggrunn (se avsnitt 4.2.1) som gir en tydelig reflektor da vann har en mye større relativ permittivitet (Tabell 1).

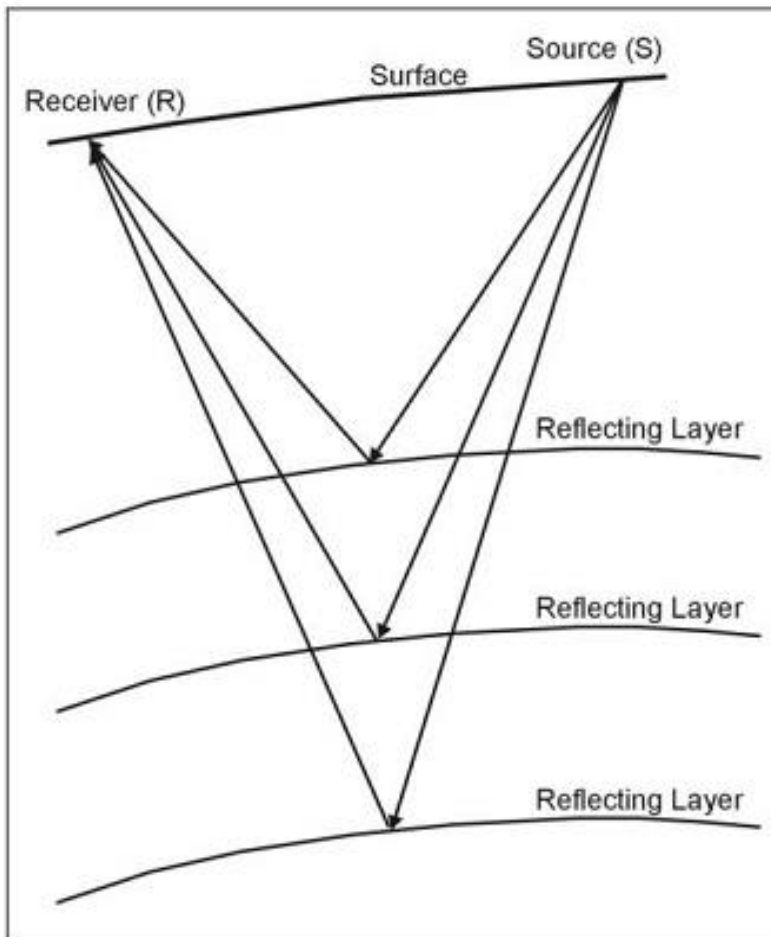
Kjennskap til hastigheten for EM bølger gjennom forskjellige materialer kan brukes til å bestemme hvilke grenser vil virke som reflektorer. Hastigheten gjennom materialene vil sammen med bruk av georadar også kunne brukes til å bestemme dybden til disse grenser.

4.3.2 Dybde og two-way-time

En georadar måler tiden en bølge bruker på å bevege seg fra sender til det reflekterende lag og tilbake til mottaker, denne kalles «two-way-time» (TWT) (figur 6). Sammen med kjennskap til bølgens hastighet (v) gjennom materialet kan TWT brukes til å bestemme dybden (h) til en reflektor ved bruk av likning 5 (Mussett, 2000)

$$5) 2h = TWT * v \Leftrightarrow$$
$$h = \frac{TWT * v}{2}$$

Formelen gjelder kun når sender og mottaker er i samme punkt. Likningen fungerer for det meste fint for georadar-undersøkelser siden avstanden mellom sender og mottaker er liten i forhold til dybden av reflektorer.



Figur 6: Illustrasjon av TWT. En bølge sendes fra (S), reflekteres av "Reflecting Layer" og mottas (R). Jo dypere en reflektor er, jo lengre tid bruker bølgen før den reflekteres og mottas. («Two way time» [Bilde], 2018)

Siden is og snø har ulikt vanninnhold og forskjellige urenheter er det en god ide, om mulig, å bestemme hastigheten til isen og snøen lokalt, siden feil hastighet vil resultere i feil dybde (Hubbard og Glasser, 2005). Hastigheten (v) til snøen kan bestemmes lokalt ved å grave en snøprofil og måle dybden (d) samt TWT til en gjenkjennelig reflektor og bruke likning 6:

$$6) v = 2 * d/t$$

Georadar-målinger samles kontinuerlig inn langs et profil. Resultatet av målingene avbildes som et tverrsnitt av undergrunnen der y-aksen viser tid (TWT) eller dybde og x-aksen viser avstanden langs overflateprofilen. Det er ikke sikkert at et objekt vil være synlig eller avbildet korrekt på profilet bare fordi det er en reflektor. Derfor er kunnskap om de forskjellige faktorer som bestemmer en reflektors oppløsning på et georadaprofil også nødvendig.

4.3.3 Oppløsning og synlighet

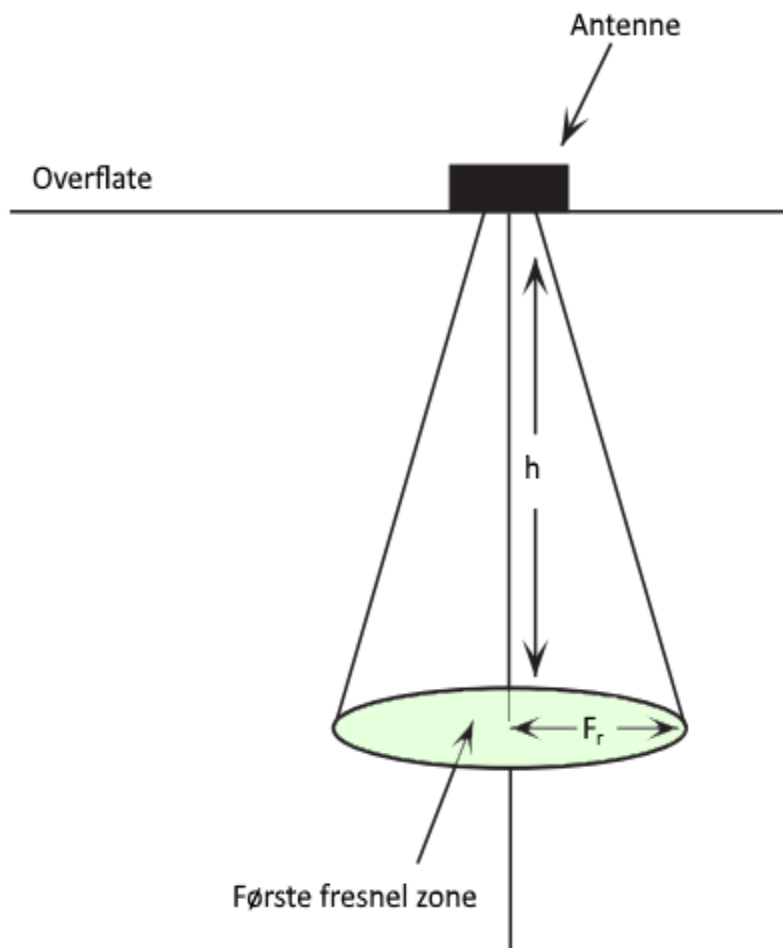
Synlighet refererer til om et legeme er synlig på et radargram, mens oppløsning vil være den minste skalaen der to reflektorer kan skilles fra hverandre (Hubbard og Glasser, 2005).

Synligheten av en reflektor avhenger av mange faktorer som størrelse, dybde, form, orientering, elektriske kontraster mellom vertsmaterialet og reflektor og hvilken signalstyrke mottakerantennen er i stand til å fange opp (Hubbard og Glasser, 2005).

Den vertikale oppløsningen tilsvarer teoretisk $\frac{1}{4}$ av bølgelengden (λ) men dette betyr ikke at bare fordi en reflektor er tynnere enn $\frac{1}{4} \lambda$ er den usynlig (Mussett, 2000). Er kontrasten mellom vertsmateriale og reflektor stor nok, men reflektoren er tynnere enn $\frac{1}{4} \lambda$, vil reflektoren fortsatt skape spredning av bølgen hvilket vises som støy i georadarprofilen. Dette er tilfellet med f.eks. små vannlommer i isen (Murray, Booth og Rippin, 2007). Hvis to reflektorer ligger nærmere hverandre enn $\frac{1}{4} \lambda$ kan de ikke skilles fra hverandre, dette kan f.eks. være et tynt vannlag i bunnen av breen. Vannet vil ha stor kontrast til isen men er for tynt til å skille fra berggrunnsreflektoren (Hubbard og Glasser, 2005). Selv om den teoretiske oppløsning er på $\frac{1}{4} \lambda$ kan den reelle oppløsning være redusert opp til $\frac{1}{2} \lambda$ (Hubbard og Glasser, 2005). Dette betyr at dersom man ønsker god oppløsning bør man anvende en radar med kort bølgelengde (høy frekvens).

Den horisontale oppløsning styres av størrelsen av den første Fresnel (F_r) sone som vises på figur 7 (Hubbard og Glasser, 2005). Her kan man se at oppløsningen blir dårligere når dybden øker. Sammenhengen mellom bølgelengden til radaren (λ) og dybden til det målte objekt (h) beskrives i Likning 7 (Hubbard og Glasser, 2005):

$$7) F_r = \sqrt{\frac{\lambda h}{2} + \frac{\lambda^2}{16}}$$

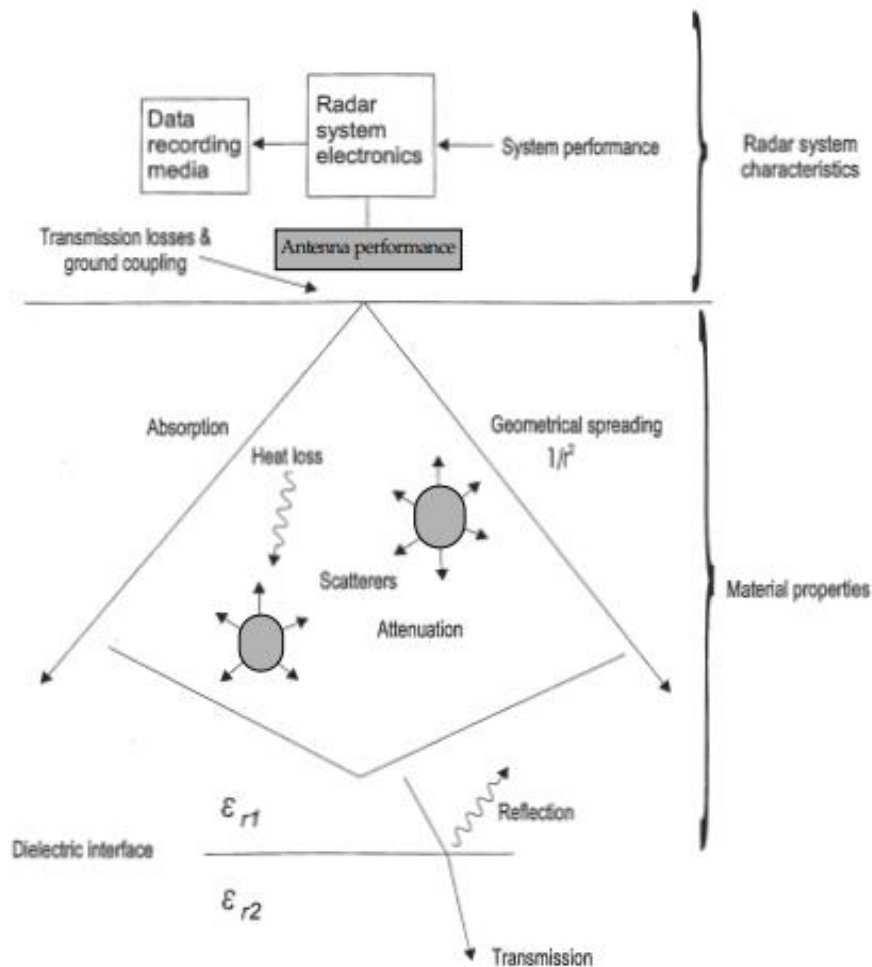


Figur 7: Første fresnel zone. Modifisert fra (Neal, 2004). Figuren viser hvordan den første fresnel zone utvider seg med dybden til et profil. Dette betyr at oppløsningen av en reflektor blir dårligere jo dypere den ligger.

Er den målte reflektor større enn den første Fresnel sone vil den avbildes korrekt av georadaren. Hvis reflektoren er mindre enn den første Fresnel sone vil det skje en spredning av EM bølgene og reflektoren vil derfor ikke avbildes korrekt. Spredning av bølger er forklart nærmere i avsnitt 4.3.1 og 4.3.4. Finnes det flere reflektorer innenfor den første Fresnel sone, vil de ikke kunne skilles fra hverandre (Hubbard og Glasser, 2005). Utover at oppløsningen blir dårligere med dybden vil det mottatte signal fra dype reflektorer være svakere på grunn av demping.

4.3.4 Demping

Når em-bølger reiser gjennom et materiale blir signalstyrken svekket. Dempingen er en funksjon av prosessene geometrisk spredning, energispredning og dielektrisk absorpsjon (Hubbard og Glasser, 2005). Prosessene illustreres på figur 8 og forklares nærmere under.



Figur 8: Figuren viser forskjellige prosesser som fører til demping av signalstyrken. De viktigste av disse prosessene er geometrisk spredning, spredning fra reflektorer og dielektrisk absorpsjon. Geometrisk spredning skjer fordi de utsendte bølger sprer seg over et større område hvilket vises ved kjeglen som sendes ut fra antennen. 500MHz antennen anvendt i denne oppgave er skjermet på toppen og vil sende signalet på denne måten mens 50MHz radaren ikke er skjermet og derfor sender ut signal i alle retninger. Spredning fra reflektorer skjer ved at reflektorer sender signalet bort fra mottakerantennen og kan ses på de to sirkler som sprer signalet i alle retninger. Dielektrisk absorpsjon skjer når noe av energien til bølgeene blir absorbert i materialene (Plewes og Hubbard, 2001).

Geometrisk spredning

Som vist på figur 8 spres EM bølger i alle retninger bort fra senderen. Denne spredning resulterer i et tap av signalstyrke som øker med avstand til senderen (Hubbard og Glasser, 2005).

Energispredning (scattering)

Energispredning er resultatet av prosesser som refleksjon, refraksjon og diffraksjon. En del av energispredningen er ønsket og vises i form av ekte reflektorer, en del er støy (se avsnitt 4.3.7 og 4.3.8) og noe fører til at signalet forsvinner som vist på både figur 5 og figur 8 (Hubbard og Glasser, 2005).

Dielektrisk absorpsjon

Dielektrisk absorpsjon er en prosess der signalet flytter elektroner i isen relativt til sine atomkjerner eller skaper svingninger i vannmolekylene. Dette krever energi som blir tatt fra den utsendte bølge og dermed svekker signalet (Hubbard og Glasser, 2005).

Ovennevnte effekter bidrar til en samlet demping av georadarens signalstyrke. En måte å uttrykke dempingen i forhold til dybden er ved å bruke skinndybden.

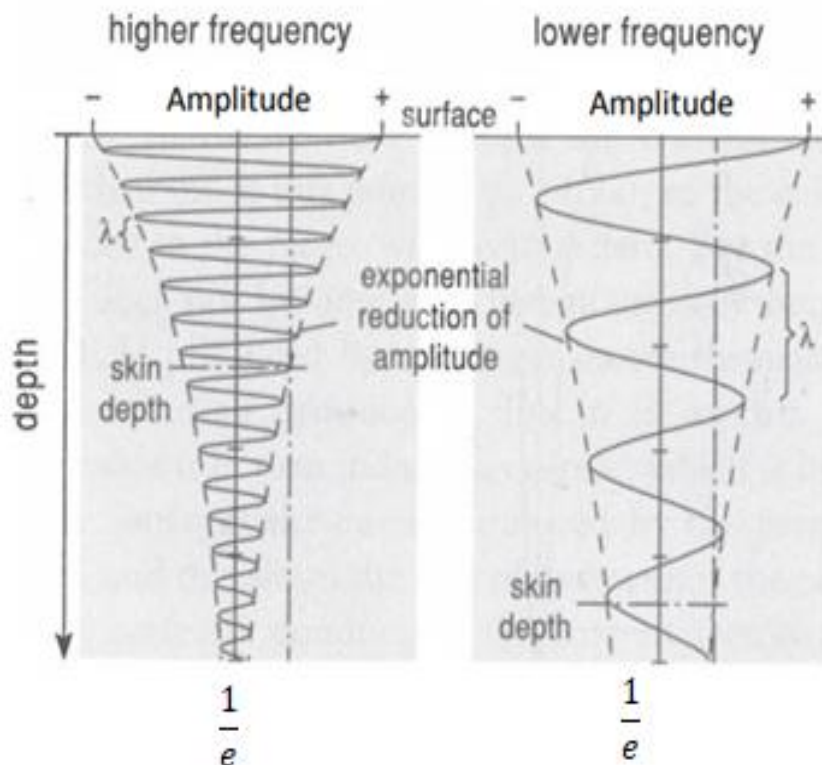
4.3.5 Skinndybde

Når EM bølger beveger seg gjennom et materiale avtar deres signalstyrke eksponentielt på grunn av effekter nevnt i avsnitt 4.3.4. Dette betyr at amplituden aldri helt blir 0, i stedet brukes skinndybden til å forklare dempingen. Skinndybden er dybden hvor amplituden av en bølge er redusert til $1/e$ (e er den matematiske konstant 2,718.) eller ca. $1/3$ av den originale amplitude (Mussett, 2000). Skinndybden kan finnes ved å bruke likning 8 (Mussett, 2000):

$$\begin{aligned} 8) \text{ Skinndybde (m)} &= 500 * \sqrt{\frac{1}{\sigma f}} = 500 \sqrt{\frac{\lambda}{\sigma v}} \\ &= 500 \sqrt{\frac{\rho}{f}} = 500 \sqrt{\frac{\rho \lambda}{v}} \end{aligned}$$

Der λ er bølgelengde, σ er konduktivitet, ρ er resistivitet, v er hastighet og f er frekvens.

Denne likningen sier at større frekvens samt større konduktivitet gir lavere skinndybde (figur 9).

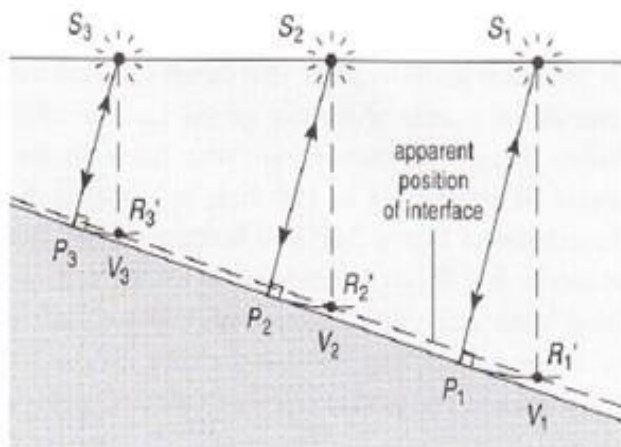


Figur 9: Viser sammenheng mellom demping, dybde av signal og frekvens til georadaren. Når EM bølger beveger seg gjennom et materiale dempes signalstyrken eksponentielt. Dybden der signalstyrken er dempet til $1/e$ av den originale styrke kalles skinndybde (på engelsk: skin depth). Figuren viser at høyere frekvens har lavere skinndybde og at lavere frekvens har større skinndybde Modifisert fra (Mussett, 2000).

Som nevnt samles georadarmålingene kontinuerlig inn langs et profil. Et godt resultat viser et korrekt bilde av undergrunnen, men feil hastighet, dårlig signalstyrke og dårlig oppløsning kan gjøre at avbildingen av undergrunnen blir feil. I tillegg vil georadaren alltid tolke mottatt signal som kommende fra rett under seg hvilket fører til feil avbilding av f.eks. hellende lag og punktrefektorer (Mussett, 2000).

4.3.6 Hellende reflektorer

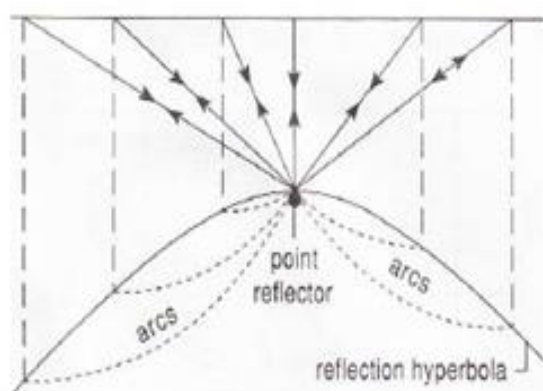
En georadar tolker signalene den mottar som kommende fra rett under den, men som figur 5 tidligere har vist kan en refleksjon komme fra mange forskjellige retninger. Hvis en reflektor har en helning, vil ikke det mottatte signal komme fra rett under, da dette reflekteres bort. Georadaren vil derfor avbilde en hellende reflektor feil (Mussett, 2000). Figur 10 viser både reell og målt overflate. Fra punktet S_1 sendes en puls. Det mottatte signal vil komme fra punktet P_1 men registreres som kommende fra punktet R_1' . Det ses at den reelle dybde (V_1) er dypere enn den registrerte dybde (R_1). Det samme gjelder for pulser sendt ut fra S_2 og S_3 . Siden avstanden mellom V_1 og R_1 er større enn avstanden mellom R_3 og V_3 er den reelle helning til bakken være brattere enn den registrerte (Mussett, 2000).



Figur 10: Hellende reflektor og målt reflektor (stiplet linje). Når georadaren beveger seg over en hellende reflektor vil den motta signaler fra siden men registrer dem som kommende fra rett under seg. Den målte reflektor er slakere og grunnere enn den ekte reflektor. (Mussett, 2000)

4.3.7 Diffraksjonshyperbler

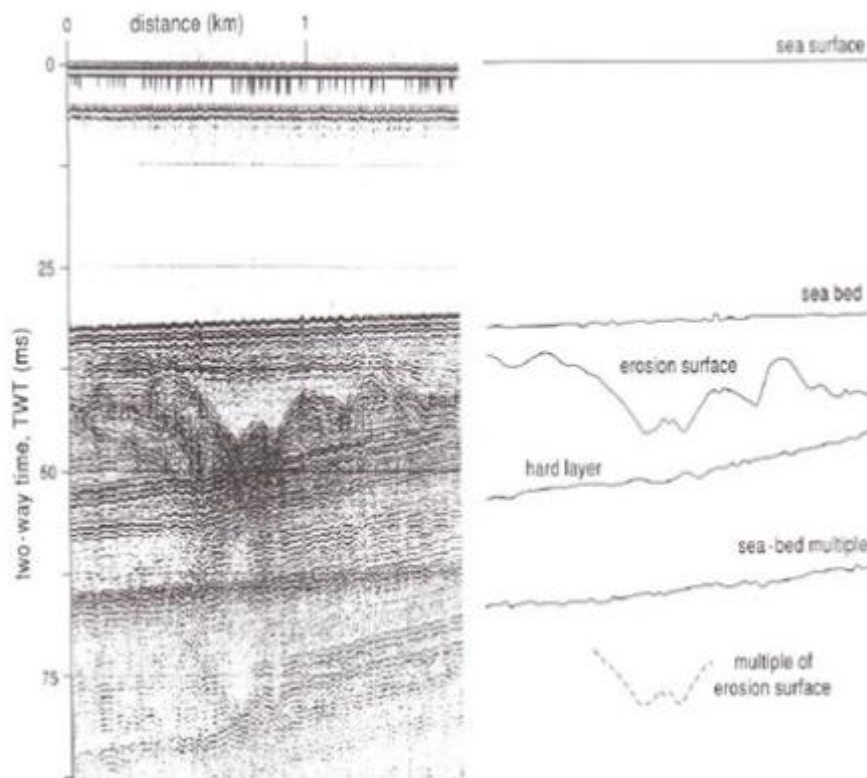
Som vist på figur 5 vil EM bølger spres i alle retninger når de treffer en punktreflektor. Når en georadar beveger seg over en punktreflektor vil den kontinuerlig motta signaler fra denne, tolke dem som kommende fra rett under og avbilde de i et mønster kalt en diffraksjonshyperbel (Figur 11) (Mussett, 2000). Her vil dybden til toppen av diffraksjonshyperbelen tilsvare dybden til den ekte reflektor. Merk at om georadaren ikke går rett over punktrefektoren vil ikke dybden til toppen av hyperbelen være den reelle dybden, men avstanden mellom georadaren og reflektoren. En bre kan inneholde flere elementer som en georadar vil avbilde som diffraksjonshyperbler. Eksempler på dette er vannlommer, sprekker eller sedimenter (Hubbard og Glasser, 2005).



Figur 11: Utforming av en diffraksjonshyperbel (Mussett, 2000). Når georadaren beveger seg over en punktreflektor vil den kontinuerlig motta signaler fra denne og registrere disse som kommende fra rett under seg. Den registrerte dybde blir da avstanden mellom georadar og reflektor. Når georadaren nærmer seg reflektoren vil den registrerte dybde bli mindre inntil georadaren befinner seg rett over reflektoren og viser den ekte dybde. Når georadaren beveger seg bort vil den registrert dybden igjen bli større. Toppen av diffraksjonshyperbelen viser den ekte reflektor.

4.3.8 Multipler

Når en bølge fra samme reflektor blir registrert flere ganger av georadaren, oppstår det multipler på radargrammet (Mussett, 2000). Dette skjer fordi noen av bølgene ikke bare reflekteres en gang før de registreres, men beveger seg opp og ned flere ganger før de registreres av mottakerantennen. En multiplert vil dermed ha en større TWT og vil ses på radargrammet som en dypere kopi av sin ekte refleksjon (Figur 12) (Mussett, 2000). De tydeligste multiplene ser man i områder hvor det er få men sterke reflektorer. Siden den falske refleksjonen fra en multiplert alltid har større TWT enn den ekte er det enkelt å adskille de når en multiplert er identifisert. Problemet med multipler er når de har omtrent lik TWT som ekte, dypere reflektorer (Mussett, 2000). Her kan det være vanskelig å skille den ekte reflektoren fra multiplert.



Figur 12: Multipler (Mussett, 2000). Figuren viser et tverrprofil av havbunnen, og illustrerer hvordan både havbunnen og en erosjonsoverflate blir registrert 2 i profilet. Profilet er målt med seismiske bølger og ikke georadar men det forventes å kunne finne multipler på samme måte i georadarprofiler.

4.3.9 Strukturer og lagdeling i bre

Fra det som er beskrevet tidligere i dette avsnittet og i Glasiologi (avsnitt 4.2) forventes det å kunne skille mellom snø, firn og is på et radargram. Ettersom de vil ha ulike strukturer og egenskaper, vil grensene mellom materialene skape reflektorer som kan tolkes på radargrammet. Snølaget vil kunne tolkes på bakgrunn av at den vil ha en relativt lav densitet og vil ligge med parallelle lag over grensen til firn. Grensen til firn vil bære preg av at den har opplevd gjentatt smelting og frysning før første snølaget kommer og ha en høyere densitet.

Firnlaget vil gradvis ha mindre parallell og mer kaotisk lagdeling enn snøen, da den har gjennomgått komprimering og smelting, samt ha en høyere densitet enn snø. Is vil fortsatt kunne ha en intern lagdeling, men på grunn av at den er komprimert til en så høy densitet vil reflektorene fra de individuelle islagene ofte være svake.

For å videre kunne tolke målinger tatt av en georadar på en bre er det også viktig å kunne identifisere ulike strukturer og elementer som det er forventet å få refleksjoner av. På et radargram kan sprekker og vann være til hjelp med å tolke ulike grenser, men også lage støy og føre til demping av signaler (avsnitt 4.3.4).

Sprekker oppstår i en bevegende bre når den utsettes for trykk- og trekkrefter. (Nesje, 2012). Sprekkene finnes i isoverflaten og kan kjennes igjen som en mindre fordypning med difraksjonshyperbel i bunnen (Figur 11). Vann forekommer hyppig på en bre og befinner seg både på overflaten (supraglasialt), i breen (englasialt) og under breen (subglasialt) (Nesje, 2012). Englasialt vann vil strømme gjennom sprekker og kanaler og vil ofte vises på et radargram som en punktrefektor. Signalet under en vannførende kanal eller sprekk vil svekkes og kunne føre til multipler og difraksjonshyperbler som forstyrrer underliggende reflektorer (avsnitt 4.3.7 og 4.3.8). Subglasialt vann vil føre til en kraftig bunnrefektor som ligger på grensen til berggrunnen (Nesje, 2012). Når alle grensene er tolket kan tykkelsene av de forskjellige lag finnes og volumet bestemmes.

4.4 Volumberegninger

Volumet av en bre kan bestemmes både ved direkte målinger eller ved hjelp av V-A skalering som ser på sammenhengen mellom overflatearealet og volumet av en bre. Å utføre feltarbeid er ofte både dyrt og tidkrevende mens V-A skalering er relativt simpelt å gjennomføre og mange volumbestemmelser er derfor gjort med V-A skalering.

V-A skalering blir enten gjort ved regresjon av empirisk data (kilde) men er også gjort ved teoretisk tilnærming av forskjellige faktorer for å bestemme en formel. Begge metoder for V-A skalering bruker i utgangspunkt likning 8 (Bahr, Meier og Peckham, 1997):

$$8) V = k * A^{\gamma}.$$

Her er V volumet av breen, A er arealet mens k og γ er konstanter.

4.4.1 Teoretisk tilnærming

Bahr, Meier og Peckham (1997) har brukt følgende likning til å beskrive hvilke parametere som påvirker γ :

$$\gamma = 1 + \frac{(1 + m + n(f + r))}{(q + 1)(n + 2)}$$

Her ga de forslag til verdier for parametrene n , q , m , f og r som beskrives under. Etter bestemmelse av n , q , m , f og r beregnet de verdiene $\gamma = 1.375$ for dalbreer og $\gamma = 1,25$ for iskapper og is skjold.

Strømningsparameter (n)

n beskriver breens plastiske egenskaper (egenskap til å deformere seg). For perfekt plastisk oppførsel vil $n \rightarrow$ uendelig. For is vil n typisk være lik 3 (Bahr, Meier og Peckham, 1997).

Forhold mellom lengde og bredde (q)

q er en skaleringssekspont som beskriver til en hvilken grad endringen i bredden av en bre avhenger av lengden. q kan forklares fra likningen « $W \propto x^q$ » der W er bredden og x er lengden (Bahr, 1997). Er $q = 0$ vil bredden være konstant langs et lengdeprofil. For store iskapper og is skjold forventes det at bredden økes proporsjonalt med lengden siden disse breer ikke har noen topografisk avgrensing. Dette tilsvarer en verdi på $q = 1$ som ble brukt til å bestemme verdien $\gamma = 1,25$ (Bahr, Meier og Peckham, 1997). Et studie av 24476 eurasiske breer og iskapper og 5422 breer fra de europeiske alper har anslått en verdier av q til 0,6 og γ til 1,375 for dalbreer (Bahr, 1997) (Bahr, Meier og Peckham, 1997).

Massebalanseeksponent (m)

m kan bestemmes ut fra forholdet mellom arealet av akkumulasjonsområdet og ablasjonsområdet (accumulation-area-ratio, AAR). AAR kan kartlegges ved hjelp av f. eks flyfoto og deretter kan m bestemmes med formelen:

$$AAR = \left(\frac{1}{m+1}\right)^{\frac{1}{m}} \text{ (Bahr, Meier og Peckham, 1997)}$$

Bredata fra 24000 eurasiske breer gir en gjennomsnittlig AAR på 0,578 og data fra 5400 breer i alpene gir en AAR på 0,580 (Bahr, Meier og Peckham, 1997). Dette tilsvarer en m -verdi på 2,0. Massebalansen er den av parametrene n , q , m , f og r som er mest utsatt for forandring. En stor endring av m vil føre til en betydelig endring av γ (Bahr 1997).

Friksjonsfaktor (f)

f er en form-eksponent som beskriver en sammenheng mellom friksjon og form. For iskapper og is skjold er friksjonen lite sammenliknet med volumet og $f = 0$ ble derfor brukt i beregningen av verdien $\gamma = 1,25$ for iskapper og is skjold (Bahr, Meier og Peckham, 1997). For dalbreer ble verdien for f valgt til å passe med en verdi av γ på 1,36 (Chen og Ohmura, 1990) og ble derfor satt lik 0 og brukt til å beregne den teoretiske verdi $\gamma = 1,25$ (Bahr, Meier

og Peckham, 1997). Det skal nevnes at f kan ha en annen verdi enn 0 for andre breer enn dalbreer, iskapper og isskjold (Bahr, Meier og Peckham, 1997).

Helning (r)

Hvis helningen på en bre er lav kan r beskrives med formelen:

$$r = \frac{(1-m+n-nf)}{2(n+1)} \text{ (Bahr, Meier og Peckham, 1997)}$$

m , n og f er parametrene beskrevet over. For bratt hellende breer er $r = 0$ mere passende da breen ofte vil følge et uforutsigbart underlag (Bahr, Meier og Peckham, 1997). Det er generelt vanskelig å bestemme r uten en veldefinert grense til berggrunnen. Bahr, Meier og Peckham (1997) kom frem til at for $\gamma = 1,36$ var $r \approx 0,6$ en passende verdi.

Det er også gitt et forslag for teoretisk bestemmelse av konstanten k i likning 8 basert på overnevnte parametere (Bahr, Pfeffer og Kaser, 2015). Bahr, Pfeffer og Kaser (2015) argumenterer for at γ i stor grad vil avhenge av fysiske egenskaper i is og til en viss grad også av lokale forhold, mens k er en konstant som i større grad er avhengig av lokale forhold som klima. Følgende grenseverdier har blitt foreslådd for γ : $7/6 \leq \gamma \leq 3/2$ eller $1,1667 \leq \gamma \leq 1,5$ (Bahr, Pfeffer og Kaser, 2015). Bli det for V-A scaling valgt en parameter γ som er veldig forskjellig fra den teoretisk bestemte verdi $\gamma = 1,375$ bør det argumenteres med grunnlag i parametrene n , q , m , f og r beskrevet over (Bahr, Pfeffer og Kaser, 2015).

4.4.2 Regresjon av empiriske målinger:

En annen metode for å bestemme koeffisientene for V-A skalering er ved å gjøre en regresjon av data målt i felt. Tabell 2 viser verdier av k og γ brukt i tidligere studier (Grinsted, 2013) (Andreassen *et al.*, 2015).

Tabell 2: Verdier for k og γ brukt i forskjellige studier. Verdiene er tatt fra (Grinsted, 2013) og (Andreassen et al., 2015)

Source/study	Glaciers	Ice caps	comment
Ersov (1968)	$0,027 * A^{1,5}$		Central Asia
Yafeng et al. (1981)	$0,0361 * A^{1,406}$		As recalculated by Chen and Ohmura (1990)
Macheret & Zhuravlev (1982)	$0,0597 * A^{1,12}$		Svalbard glaciers and ice caps
Chizhov & Kotlyakov (1983)		$0,04 * A^{1,25}$	From ice caps and ice sheets
Macheret et al. (1984)	$0,0371 * A^{1,357}$		
Zhuravlev (1985)	$0,03 * A^{1,36}$	$k * A^{1,26}$	Estimated from figure
Driedger & Kennard (1986)	$0,0218 * A^{1,124}$		
Zhuravlev (1988)	$0,048 * A^{1,186}$		As recalculated by Chen and Ohmura (1990)
Macheret et al. (1988)	$0,0298 * A^{1,379}$		Altai-Tien shan mountains
Chen & Ohmura (1990)	$0,0285 * A^{1,357}$		Alps
Meier & Bahr (1996)	$k * A^{1,36}$	$k * A^{1,22}$	
Bahr (1997)	$k * A^{1,375}$	$k * A^{1,25}$	Physically justified exponents
Bahr et al. (1997)	$0,0276 * A^{1,36}$		Fit to 144 glaciers
Van de Wal & Wild (2001)	$0,0213 * A^{1,375}$		K turned to total sea level from Warrick (1996)
Shiyin et al. (2003)	$0,0395cotA^{1,35}$		Qilian and Tien Shan
Radić et al. (2007)	$k * A^{1,56-2,90}$		Simulated steady-state vs. Transient
Radić & Hock (2010)	$0,0365 * A^{1,375}$	$0,0538 * A^{1,25}$	Based on earlier studies
Huss & Farinotti (2012)	$[0,024 - 0,042] * A^{[1,26-1,355]}$		Separate relationship for each RGI region
Adhikari & Marshall (2012)	$k * A^{[1,38-1,46]}$		Simulated transient vs. Steady-state
Grinsted (2013)	$0,0433 * A^{1,29}$	$0,0432 * A^{1,23}$	
Andreassen et al. (2015)	$0,0511 * A^{1,4492}$		Fit to 79 Norwegian glaciers

Ved å bruke forskjellige verdier for V-A skalering fant Andreassen *et al.* (2015) estimater av det totale norske brevolum varierende fra 137 til 359 km², dette viser usikkerheten ved bruk av V-A skalering og understreker hvorfor det er viktig med en lokal bestemmelse av k og γ . Andreassen *et al.* (2015) bestemte verdier for k og γ basert på en regresjon av 79 norske breer der volumet hadde blitt målt i felt som vises i tabell 2. Videre vurderer Andreassen *et al.* (2015) at en modellering av istykkelsen fra Huss og Farinotti (2012) gir et bedre volumestimat for norske breer enn V-A skalering, men teorien bak denne metoden gjennomgås ikke i denne oppgaven.

4.4.3 Bruk av V-A skalering på enkelt bre

V-A skalering brukes ofte til å anslå volumet av flere breer. Ved bruk av metoden på enkelte breer kan den ha store avvik. Bruk av metoden på enkelte breer bør derfor ikke gjøres uten grundige overveielser og vurderinger av feilkilder (Bahr, Pfeffer og Kaser, 2015). På Mittikkavat-breen på sørøst Grønland ble det gjort målinger av volumet i 1994 og 2012. Volum og overflate ble sammenliknet for de enkelte år for å finne konstantene k og γ for been. Her fant man verdiene $k = 0,00025 \text{ km}^{2-3\gamma}$ og $\gamma = 3,14$ (Yde *et al.*, 2014). Disse verdiene er store avvik fra tidligere anvendte verdier og baserer seg på hvilke tall som best passer likningen $V = k * A^\gamma$. Målingene fant at verdiene $k = 0,0433$ og $\gamma = 1,29$ (Grinsted, 2013) samt verdiene $k = 0,0365$ og $\gamma = 1,375$ (Radić og Hock, 2010) hadde avvik på mindre enn 14% fra de interpolerte volumene (Yde *et al.*, 2014).

En volumbestemmelse av Skjerdingsanebreen i Sogndalsdalen sammenliknet volum av breen bestemt ved interpolering av målinger gjort i felt med volum bestemt ved V-A skalering. Her ble det anvendt forskjellige verdier for k og γ hentet fra 12 tidligere studier. 10 av de 12 verdier førte til underestimeringer av brevolumet og et studie overvurderte volumet med 81% (Eldegard og Rønningen, 2015). De hyppigst brukte verdiene $k = 0,0365$ og $\gamma = 1,375$ (Radić og Hock, 2010) hadde et avvik fra volumet funnet ved hjelp av feltundersøkelser på 8%. (Eldegard og Rønningen, 2015).

Siden k ifølge Bahr, Pfeffer og Kaser (2015) er en konstant med stor variasjon mellom enkelte breer. Derfor krever det en god lokal bestemmelse av k for å kunne få et volum fra V-A skalering som er nærme det reelle volum. Et avvik på bare en enkelt standardavvik i k vil resultere i 34% avvik i volum (Bahr, Pfeffer og Kaser, 2015).

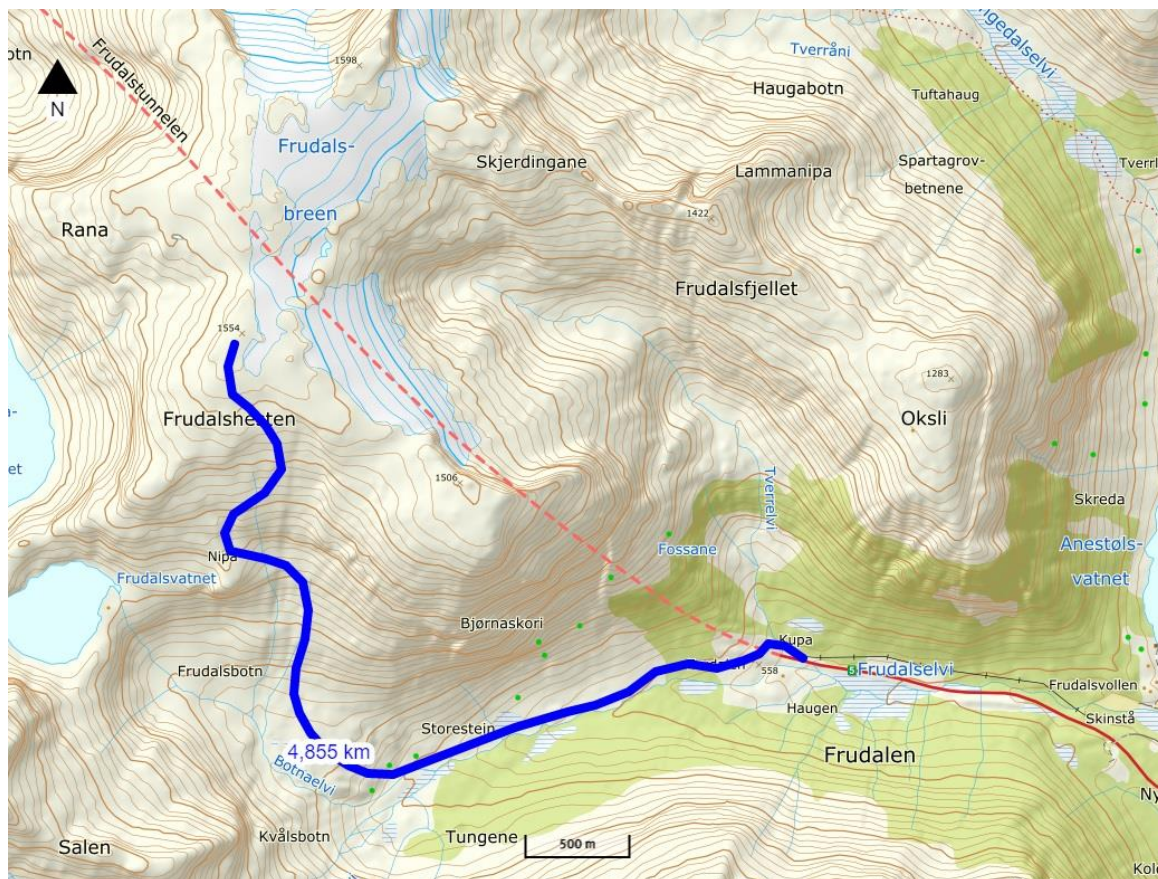
5. Metode

5.1 Feltarbeid

Målingene som er gjort på Frudalsbreen har blitt utført med georadar fra MALÅ systems. Det ble brukt to forskjellige antenner med ulike frekvenser for å kartlegge snø og istykkelse. Den 13. september 2017 ble det brukt 50 MHz antenne for å komme dypest mulig ettersom det var uvisst hvor dyp breen var på dette tidspunkt. Målingene fra 24. februar og 30. april ble gjort med en antenne på 500 MHz som gir bedre oppløsning, men mindre dybde (avsnitt 4.3.2 og 4.3.4).

5.1.1 Oppsett og datainnsamling

Turen til breen starter ved inngangen til Frudalstunnelen og går innover Frudalen og opp til Frudalshesten, en tur på ca. 5 km og stigning på 1000 m (Figur 13). For målingene på høsten ble turen til breen gått til fots. For målingene på vinteren og våren ble det brukt ski- og skredutstyr pga. store snømengder og mulig skredproblematikk i fjellsiden.



Figur 13: Stien til Frudalshesten (1554 moh.) fra Frudalstunnelen (521 moh.) til Frudalshesten (1554 moh.).

Georadaren består av en monitor, en kontrollenhet, en senderenhet og en mottakerenhet. Georadaren er generelt lik for både 50 og 500 MHz, men oppsettet er noe ulikt. For 50MHz antennen er mottaker- og senderenheten plassert med en permanent antenneseperasjon på 4.25m langs en slange som er koblet til kontrollenheten. Kontrollenheten er plassert i en sekk og er koblet til en monitor som blir holdt av personen som går profilet (Figur 14).



Figur 14: Georadar med 50 MHz antenne. Bildet ble tatt under feltarbeidet i september.

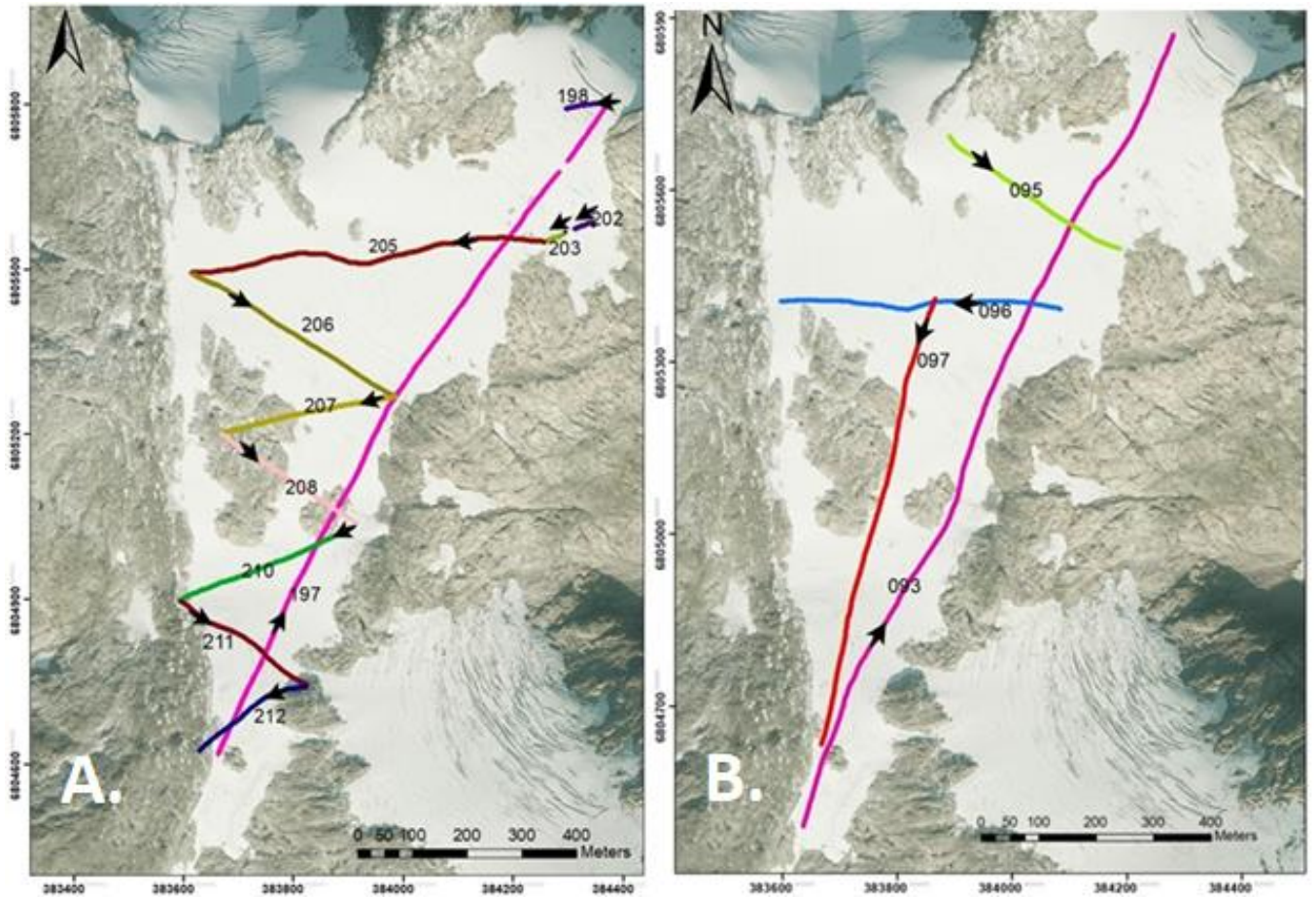
På georadaren til 500MHz antennen sitter både sender- og mottakerenheten i samme boks som gir muligheten for en "shielded" antenne. En metallplate med svært høy konduktivitet demper alle signalene fra radaren, med unntak av de som blir sendt ned i bakken. Boksen blir lagt i en pulk og antennene er koblet opp til kontrollenheten og blir dratt av en person (Figur 15).



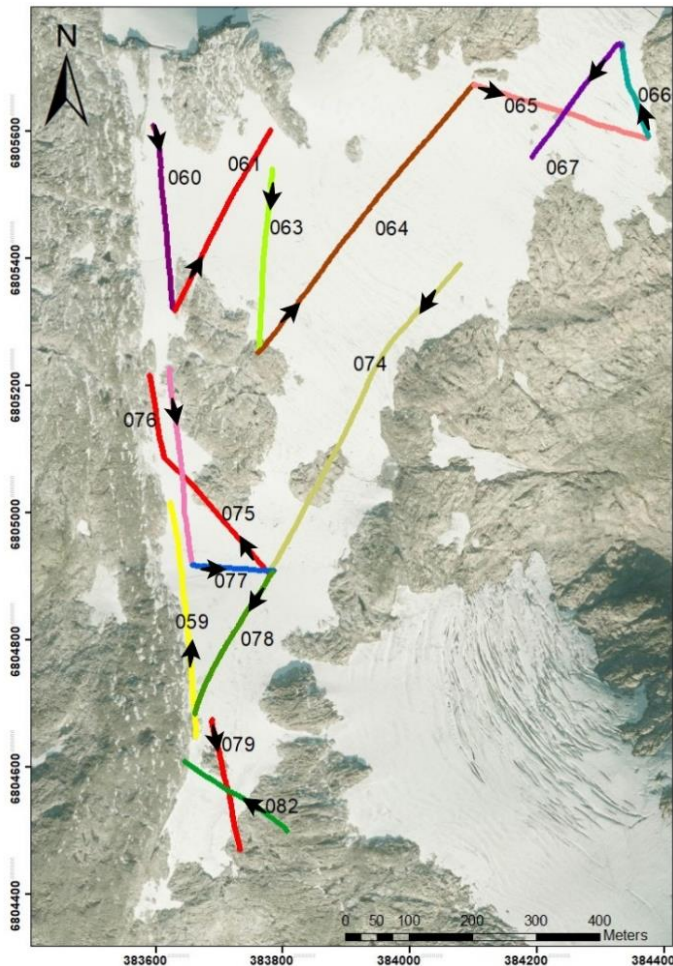
Figur 15: Georadar med 500MHz antenne. Bildet er fra feltarbeidet i februar.

Begge systemene er koblet opp til en GPS som lagrer punkter langs profilene med XYZ koordinater som senere kan legges inn i kartprogrammet ArcMap. GPSen er av type BU-353-S4 fra US Global Sat inc. Den er koblet til kontrollenheten gjennom en USB tilgang og har en nøyaktighet på $<2,5\text{m}$.

Profilene ble gått med fokus på konstant hastighet og i en rett linje. Den konstante hastighet og rette linje gjør at profilet kan bestemmes fra start og slutt punkt om GPS målingene langs profilet skulle mangle. Det er større høydeforskjeller på breen som gjorde at en person måtte gå bak pulken og holde igjen i nedoverbakker. Det ble gått totalt 30 profil på tre forskjellige dager som er brukt i oppgaven (Figur 16 og 17). Eksempler på prosesserte profiler er lagt i appendixlisten.



Figur 16: Bildet til venstre (A.) viser hvor profilene ble gått under feltarbeid 27. Februar. Hvert profil har en egen farge og navnet til profilet står skrevet ved siden eller på profilet. De svarte pilene indikerer hvilken retning profilene ble gått. Bakgrunnsbildet er ortofoto 2010 Sogn, hentet fra kartverket. Bildet til høyre (B.) viser profilene som ble gått 13. September 2017.



Figur 17: Figuren viser hvor profilene ble gått under feltarbeid 30. april. De svarte piler indikerer retning av profilet.

5.1.2 Måling av hastighet for elektromagnetiske bølger i snø

For bedre prosessering av data må hastigheten til EM-bølger i snø kjennes. Hastigheten finner man ved å måle TWT til en kjent reflektor i snøen og sammenlikne denne med dybden til den kjente reflektor. Den 8. april ble det gjort feltarbeid for å bestemme denne hastighet. På grunn av en lang periode med komplekse skredforhold i Sogndalsdalen ble feltarbeidet ikke utført på Frudalsbreen men ved Vardafjellet ca 10 km fra Frudalsbreen. Snøen var her uforstyrret av skiløpere.

Først ble det gått to korte profiler. Heretter ble det gravd en 2 meter dyp grop. Planen var å legge inn en vannflaske i bunnen og gå over den for å kjenne igjen refleksjonene. Uheldigvis ble en kabel på georadaren bøyd og denne planen kunne derfor ikke gjennomføres. I stedet ble det med søkestang søkt etter harde lag i snødekket som muligens kunne kjønnnes igjen på målingene tatt før gravingen.

Grunnet mulige feilkilder under målingene gjort den 8. April (se avsnitt 7.3.1) ble det gjort nye målinger for hastigheten til em-bølger i snø den 27. April på Skjerdinganebreen. Her ble det også gravd en grop og en vannflaske ble plassert både 2,25m og 1,5m under overflaten. Det ble gått tre profiler over vannflasken vinkelrett på gropen.

5.2 Prosessering av georadardata

De innsamlede profiler blir lagret som filer (rd3) som kan importeres til programmene Reflexw og Reflex2Dquick levert av Sandmeier Geophysical Research. Her blir de brukbare profilene prosessert og filtrert for å fremstille og tolke dataene på best mulig måte. De ulike filtre og prosesser som er brukt er beskrevet under.

5.2.1 Static correction

Når rd3 – filene importeres til Reflex har de ikke riktig starttid. Static correction justerer starttiden (ns) på profilene til å starte ved første signifikante refleksjon (avsnitt 4.3), Time = 0 ns, slik at signalene får rett ankomsttid og TWT for reflektorene blir korrekt. Dette kan enten gjøres manuelt ved å se hvor den første refleksjonen blir registrert eller automatisk ved bruk av funksjonen Static correction - Automatic. (Sandmeier, 2017).

5.2.2 Subtract mean (dewow)

På georadarmålinger vil det ofte være uønsket, lavfrekvent støy. Dewow finner gjennomsnittsverdien for et valgt tidsintervall langs profilet. Gjennomsnittet blir fjernet for å eliminere den uønskede lavfrekvente støyen (Sandmeier, 2017).

5.2.3 Gain

Refleksjoner i et georadar profil kan ha blitt dempet eller blitt utsatt for geometrisk spredning slik at refleksjonene blir mindre tydelige (se avsnitt 4.3.4). Gain tar høyde for dette ved å øker styrken på refleksjonene slik at de lettere kan tolkes. For lineær gain økes forsterkingen av amplituden proporsjonalt med TWT, mens den for eksponentiell gain økes eksponentielt. Dette gjør at særlig eksponentiell gain kan forsterke reflektorer i dybden uten å endre mye på reflektorer i overflaten. (Sandmeier, 2017)

5.2.4 Kontraster

Plotscale finjusterer kontrastene i profilet etter gain er lagt til. Dette gjør opp for laterale forskjeller i refleksjonenes styrke.

5.2.5 Background removal

Background removal fjerner direktebølger og overflatebølgen mellom sender og mottaker ved å eliminere verdier som er konstante for hele profilet og kan derfor være praktisk der man har reflektorer i de øverste lag som er skjult. Hvis reelle reflektorer er veldig nærme konstante vil background removal også fjerne disse. Background removal må derfor brukes med omtanke. (Sandmeier, 2017)

5.2.6 Migration

Migrasjonen kollapser diffraksjonshyperbler og korrigerer for rett helning. Dette blir gjort ved å se på former i profilet og bestemme om de er ekte eller uekte ved å sammenkoble de med reiselengden til bølgen og bølgens hastighet gjennom materialet (Hubbard og Glasser, 2005). Tilsvarende formen en hyperbel dannet ved denne dybde og hastighet vil migrasjonen kollapse hyperbelen tilbake til det originale punkt. Hyperbler på ikke-migrerte profiler vil derfor fremstilles som punkter på migrerte profiler. Migrasjonen ordner i tillegg så hellende lag får korrekt dybde og helning (Hubbard og Glasser, 2005). For å finne hastigheten til lagene kan man bruke hyperblene. Formen på hyperblen sier hvilken hastighet det er ned til refleksjonen. Man kan også fysisk måle hastigheten (avsnitt 5.1.2) til laget for å finne ut hvilken hastighet man skal migrere med. Etter man har migrert kan dybden til laggrensene leses av korrekt.

Siden grensen til berggrunnen for det meste er hellende må profilene migreres før tolking for å korrigere helningen. For å migrere ble profilene først ordnet så det var like langt mellom hver måling. Få å virke optimalt, bør migrasjon utføres med den gjennomsnittlige hastighet i materialet mellom sender og reflektor. Profilene ble derfor med hastighetene 0,167 m/ns, 0,17 m/ns, 0,175 m/ns, 0,18 m/ns og 0,185 m/ns for å se om de forskjellige hastigheter utgjorde en forskjell. Her kunne det ses at utseendet til bunnreflektoren var omtrent likt med de forskjellige hastigheter. Alle profilene ble derfor med hastigheten 0,167m/ns da det er en empirisk bestemt verdi for hastighet av EM bølger gjennom is (se avsnitt 4.3.2). Denne hastigheten er mest sannsynlig litt for lav, på grunn av overliggende snø og firn som har en høyere hastighet for em-bølger.

Noen av profilene (075, 076, 077, 078, 079, 082) ble ikke migrert da de var vanskelige å tolke etter migrasjon. For de fleste av disse profiler har det ikke så mye å si da det ikke er dype områder med bratt hellende bunnreflektor. Profilene 077 og 078 er i et område der breen er på sitt dypeste og berggrunnen har bratt helning. Tolkningen av berggrunnen her vil derfor inneholde feil som er videreført til modellen for istykkelse. I avsnitt 7.2 undersøkes

effekten av å utelate 077 fra den endelige modell. Her er det vist at modellen blir mer nøyaktig ved å inkludere 077. På bakgrunn av dette og lite annen data i områdene er både 077 og 078 inkludert i modellene selv om de ikke er migrert.

5.2.7 Tolkning av reflektorer

Funksjonen «pick» brukes for markere viktige refleksjoner som grensen mellom berggrunn og is, eller is og snø. Reflektorer kan markeres med innstillingen “phase follower” som automatisk følger den gitte reflektoren, eller markeres manuelt med “continuous pick”. Punktene som brukes til å markere refleksjonene lagres som XYZ koordinater og de kan dermed legges inn i GIS til videre analyser av is og snø. (Sandmeier, 2017)

5.3 Modellering i Arcmap

5.3.1 Modellering av snø- og bretykkelse

Fra målingene med georadar ble dybden til firn-, is- og snøgrensen kjent langs profilene. For å kunne estimere det totale brevolumet og vintermassebalansen, var det nødvendig å kjenne dybdene til de ulike grensene over hele breen. Dette ble gjort ved å interpolere i ArcMap som er et GIS program levert av ESRI.

Modelleringen av bretykkelse ble gjort ved å lage en to-lags modell; en for is og en for firn. Siden det var forskjell i mengden snø i september, februar og april, var det vanskelig å kombinere alle målingene. Årets snø ble derfor ekskludert og bretykkelsen vil derfor være tykkelsen av isen pluss tykkelsen av firn, altså slik breen var etter ablasjonssesongen 2017 (september). I enkelte områder var det vanskelig å tolke tykkelsen av isen og dataen fra disse områder var derfor ikke ønsket i modellen. Firntykkelsene i disse områdene var derimot fin og det var derfor hensiktsmessig å lage egne modeller for firn og is.

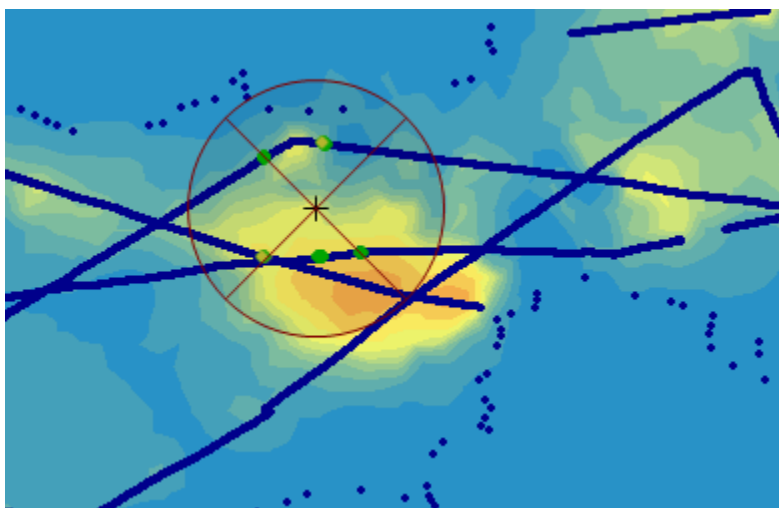
Hvilke profiler som skulle brukes som grunnlagsdata for interpoleringene, ble valgt på bakgrunn av hvor godt profilenes verdier samsvarte med kryssende profiler. Dersom det var store forskjeller langs et profil, ble dette ekskludert. Tabell 3 viser hvilke profiler som ble brukt under de ulike interpoleringene.

Tabell 3: Oversikt over hvilke profiler som er brukt i de ulike interpoleringene

Interpolering is-tykkelse					Interpolering firn-tykkelse					Interpolering snø-tykkelse	
059	066	078	202	210	059	066	078	198	208	059	066
060	067	079	203	211	060	067	079	202	210	060	067
061	074	082	205	212	061	074	082	203	211	061	074
063	075	0095	206		063	075	0095	205	212	063	075
064	076	0093	207		064	076	0093	206		064	076
065	077	198	208		065	077	0097	207		065	077

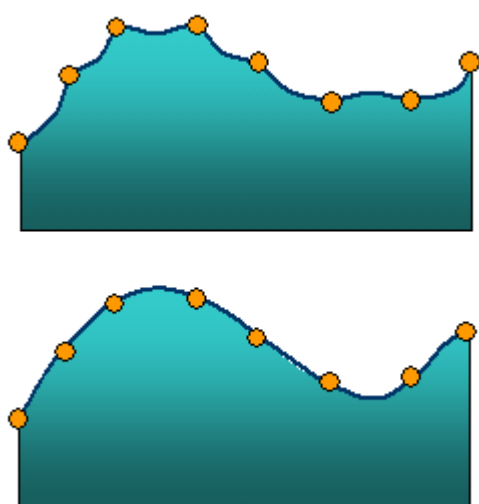
Avgrensningen til breen ble markert ut i fra ortofoto 50 Sogn 2010. Med unntak av grensen til brearmen nord på breen, ble det under interpoleringen av is- og firn satt en tykkelse lik null langs avgrensningen. Profilene som krysset avgrensningen ble med verktøyet «clip, analysis tool» klipt, slik at all data som skulle brukes under interpoleringen, var innenfor breens yttergrenser. Under interpoleringen av snø-tykkelse hadde yttergrensene ingen verdi, og profilene som gikk utenfor avgrensningen, ble derfor brukt.

Interpolasjonen av is-, firn- og snøtykkelse ble gjort med interpolasjonsteknikken Radial Basis Function (RBF) «completely regularized spline». Dette er en lokal deterministisk interpolasjonsteknikk, som betyr at modellen beregner dybder ut i fra verdiene til «nabopunktene», innenfor en sirkel med en gitt radius (ArcGis Pro, 2018). Radiusen til sirkelen vil særlig avhenge av avstanden mellom profilene. Dersom avstandene mellom profilene er store, vil man øke radiusen slik at man når flere profiler. Under interpoleringen av nysnø ble søkeradiusen satt til 180 meter, mens i interpoleringen av firn og is, som besto av flere profiler tettere sammen, ble radiusen satt til 120 meter. Det ble også bestemt hvordan det skulle søkes etter punkter innenfor sirkelen. Det beste resultatet ble oppnådd ved å dele sirkelen inn i fire sektorer, da dette tvang interpoleringen til å inkludere punkter fra forskjellige profiler (figur 18). Det ble satt et krav på minimum 10 og maksimum 15 punkter per. interpolering.



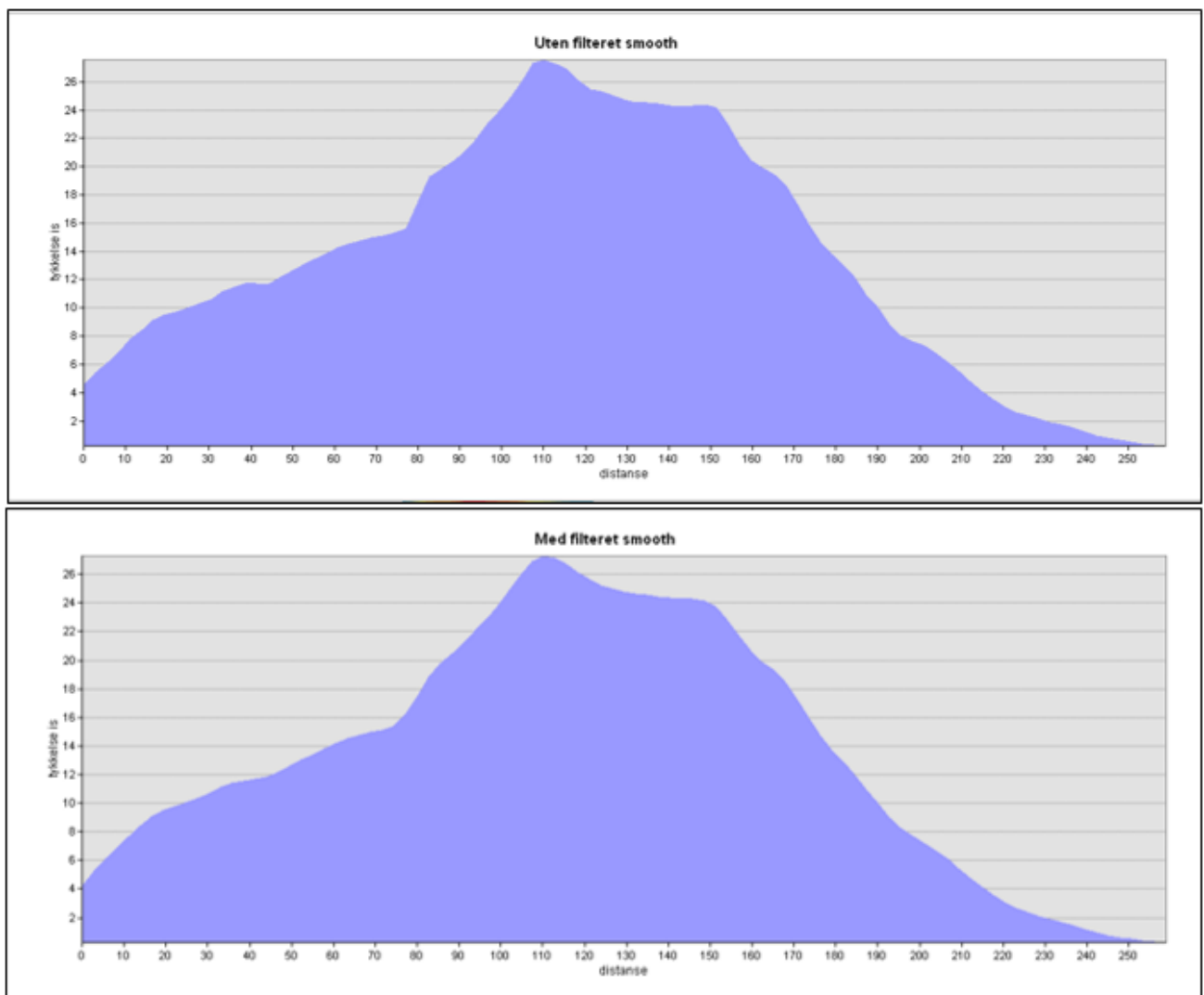
Figur 18: Figuren viser søkemønsteret modellen bruker for å interpolere et nytt punkt. Det er her brukt RBF «completely regularized spline» med en søkeradius på 120 meter og søkefeltet er delt inn i fire sektorer med 45 graders offset. De grønne punktene er kjente verdier som gir grunnlag for den interpolerte verdien i krysset (midten av sirkelen)

RBF-funksjonen ble foretrukket da dataen består av svært mange punkter og det er få drastiske endringer i dataen (Childs, 2004). Funksjonen er en eksakt interpolasjon hvilket betyr at den tilpasser den modellerte overflaten slik at den passerer gjennom hvert målt punkt og hele tiden prøver å minimere kurvaturen til overflaten (ArcGis Pro, 2018). Til forskjell fra andre eksakte interpolasjonsteknikker, kan denne anslå verdier som ikke er begrenset av den største og den minste målte verdi (figur 19)



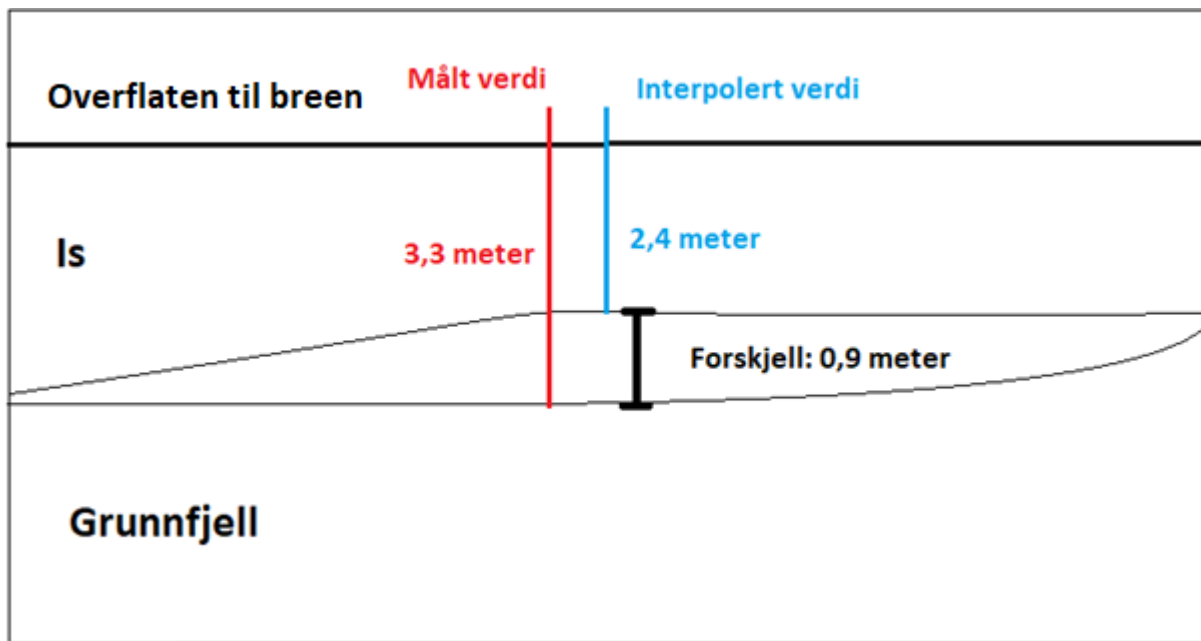
Figur 19: Figuren viser modell-tilpasningene til to eksakte interpolasjonsteknikker. Den øverste figuren er laget med inverse distance weighted (IDW), mens figuren under er laget med RBF. («Example Inverse Distance Weighted profile» & «Example RBF cross section»[Bilde],2017)

Resultatet fra interpolasjonen ble videre omgjort til rasterdata med en celle størrelse på fem*fem meter, og hver celle blir tilegnet en gjennomsnittlig verdi fra interpolasjonen. På grunn av konverteringen til rasterdata med større celler enn opprinnelig, blir overgangen mellom cellene grovere. Det ble derfor brukt filteret smooth (filter, spatial analyst) som gir jevnere overganger (figur 20). Filteret minimerer også synlige interpoleringsfeil. Rasterdataen ble så klippet etter yttergrensene til breen.



Figur 20: Figurene viser en høydeprofil fra modellen av istykkelse. Den øverste figuren er ubehandlet rasterdata, mens figuren under er den samme rasterdataen prosessert med filteret «smooth». Man kan se at overgangene blir jevnere etter at filteret «smooth» har blitt brukt. Y-aksen viser tykkelsen på isen (m), mens x-aksen viser distansen (m)

For å kontrollere interpolasjonen har funksjonen «extract values to points» blitt brukt. Den gjør at det er mulig å sammenlikne den målte verdien (kjente verdier målt med georadaren) med den interpolerte verdien i samme punkt på et profil (figur 21). Dette kan gjøres for alle profiler som ble brukt i interpolasjonen. De målte verdiene og de interpolerte verdiene med tilhørende koordinater, eksporteres til excel, der man kan regne ut forskjellen mellom de to (målt verdi minus interpolert verdi). Ved å finne forskjellen mellom alle punktene, kan man finne den største og den gjennomsnittlige forskjell mellom målt og interpolert verdi for alle profilene.



Figur 21: illustrasjon som viser forskjellen mellom målte- og interpolerte verdier i et punkt.

Metoden over beskriver hvordan man ser på forskjellen mellom målte verdier og interpolerte verdier for punkter som har blitt brukt i interpoleringen. Usikkerheten vil normalt øke med avstand fra punktene som var grunnlagsdata for interpoleringen, og det kan derfor være hensiktsmessig å kontrollere interpoleringen i områder med lite eller ingen data. Dette kan gjøres ved å utføre en ny interpolasjon uten ett av profilene, og sammenlikne de målte verdier i dette profil med verdiene fra den nye interpolasjonen.

5.3.2 Modellering av overflate- og bunntopografi

For å kartlegge blant annet brebevegelse og breerosjon ville det være hensiktsmessig å konstruere modeller av overflate- og bunntopografien. Virkningen av breerosjonen vil være avhengig av tykkelsen og hastigheten breen beveger seg med (Nesje, 2012). I bunntopografien kan større forsenkninger og jevne overflater vitne om høy erosjon, mens småkupert landskap med en rekke mindre forhøyninger og forsenkninger kan tyde på at erosjonen har vært lav. Bevegelsesretningen til breen, vil i stor grad være styrt av helningen til breoverflaten og en detaljert modell av overflatetopografien er derfor nødvendig for å anslå dette.

For å konstruere overflatetopografien ble DTM 10 (digital terrengmodell) over Frudalsbreen innhentet. Dette er en detaljert terrengmodell laget fra laserskanninger og høydedata fra kartserien Norge 1:50 000. Basert på DTM 10 ble det laget en rastermodell av overflatetopografien til breen.

Fra interpoleringen av bretykkelse (avsnitt 5.3.1) ble breens mektighet kjent. Ved å trekke bretykkelsen fra overflatetopografien fikk man høyden til bunnen. Basert på disse høydene ble det laget en rastermodell av bunntopografien og det ble konstruert høydekoter (10m). For å få en bedre visuell fremstilling, ble rastermodellen omgjort til TIN (triangulated irregular network), som åpnet for 3D fremstilling.

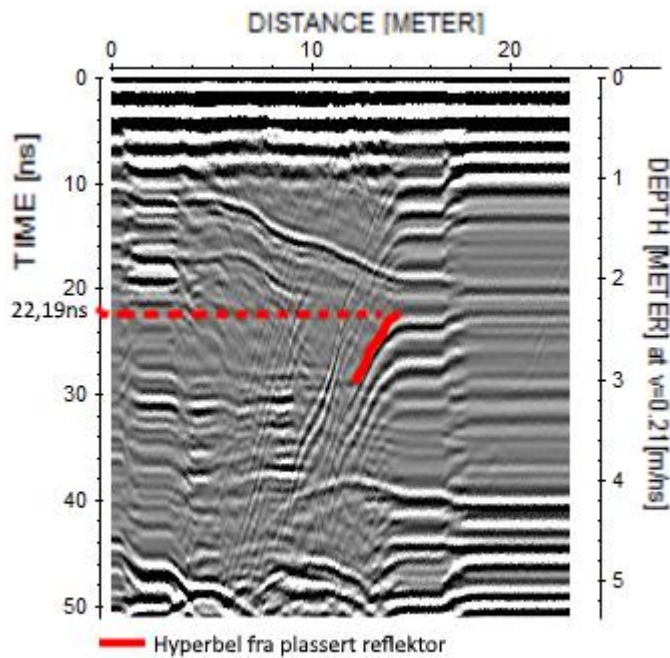
6. Resultat og tolking

Målingene gjort med georadar på Frudalsbreen har blitt prosessert og videre tolket for å kunne modelleres. Tolkningen av radargrammene og modellene som har blitt konstruert av snø, is og firn vil bli presentert i følgende avsnitt.

6.1 Hastigheten til EM-bølger i snø og firn

Gjennom metodene har det blitt bestemt parametere for å gjøre tolkingen av radargram og de endelige modellene mest mulig korrekte. For å bestemme dybden til de ulike grensene (problemstilling A) er det først nødvendig å kjenne hastigheten for EM bølger i snø og firn. Som nevnt i avsnitt 5.1.2 ble det 27 april gått tre profiler over vannflasker plassert i et snøprofil for at bestemme hastigheten for EM bølger i snø. På figur 22 vises et av de innsamlede profilene og det kan ses en halv diffraksjonshyperbel (avsnitt 4.3.7) der

vannflasken var plassert. Like hyperbler ble sett på de to andre profiler, toppen av disse ble markert og TWT notert.



Figur 22: Et av profilene som ble brukt for å bestemme hastigheten til snø. På profilet kan man se en halv hyperbel som trolig skyldes den nedgravde markøren. Hyperbelen blir markert og TWT leses av til 22,19ns. Under ses multipler av reflektoren som mest registreres fordi signalet har beveget seg frem og tilbake flere ganger i vannflasken før den har blitt registrert av mottakeren.

For hver markør ble en hastighet regnet ut ved hjelp av likning 6, denne varierte mellom 0,203 og 0,206 m/ns. Det ble til slutt beregnet gjennomsnittet på 0,204 m/ns av disse hastighetene. En oversikt over målingene vises i Tabell 4 under.

Tabell 4: Resultater fra bestemmelse av hastighet for EM bølger gjennom snø 27 april. Tabellen viser dybden til vannflasken plassert i snøprofilet, TWT til denne og hastigheten beregnet fra dybde og TWT. I bunn vises gjennomsnittet av de 3 målte hastighetene denne dagen.

Profil	Dybde reflektor (m)	TWT reflektor (ns)	Hastighet (m/ns)
DAT_0054	2,25	22,193	0,203
DAT_0055	2,25	21,814	0,206
DAT_0056	1,5	14,795	0,203
		Gjennomsnitt:	0.204

Da det fra målingene ikke er mulig å bestemme hastigheten for EM bølger gjennom firn er dette gjort ved å bruke likning 4. Som beskrevet i avsnitt 4.3.2 ligger densiteten til firn mellom 0,3 og 0,84 g/cm³, gjennomsnittet av dette er 0,57 g/cm³ og er brukt som densiteten til firn. Med denne densitet kan hastigheten gjennom firn ved hjelp av likning 4 finnes til:

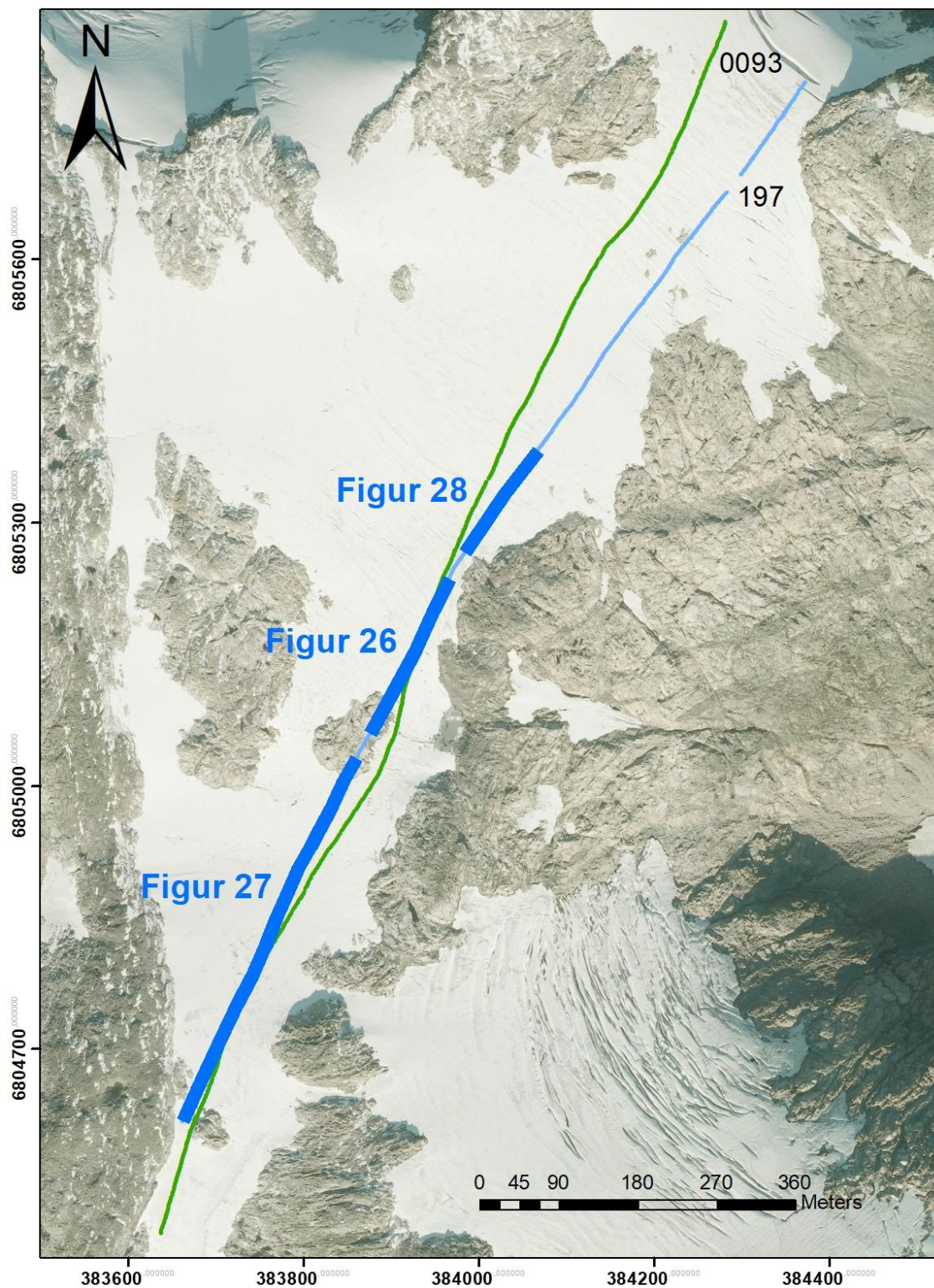
$$v_{firn} = \frac{0,3 \text{ m/ns}}{1 + 0,845 * 0,57 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 0,202 \frac{\text{m}}{\text{ns}}$$

Med hastighetene for EM bølger på 0,204m/ns gjennom snø, 0,202m/ns gjennom firn og 0,167m/ns gjennom is kan dybden til grensene finnes ved å tolke å måle TWT til grensene i ReflexW.

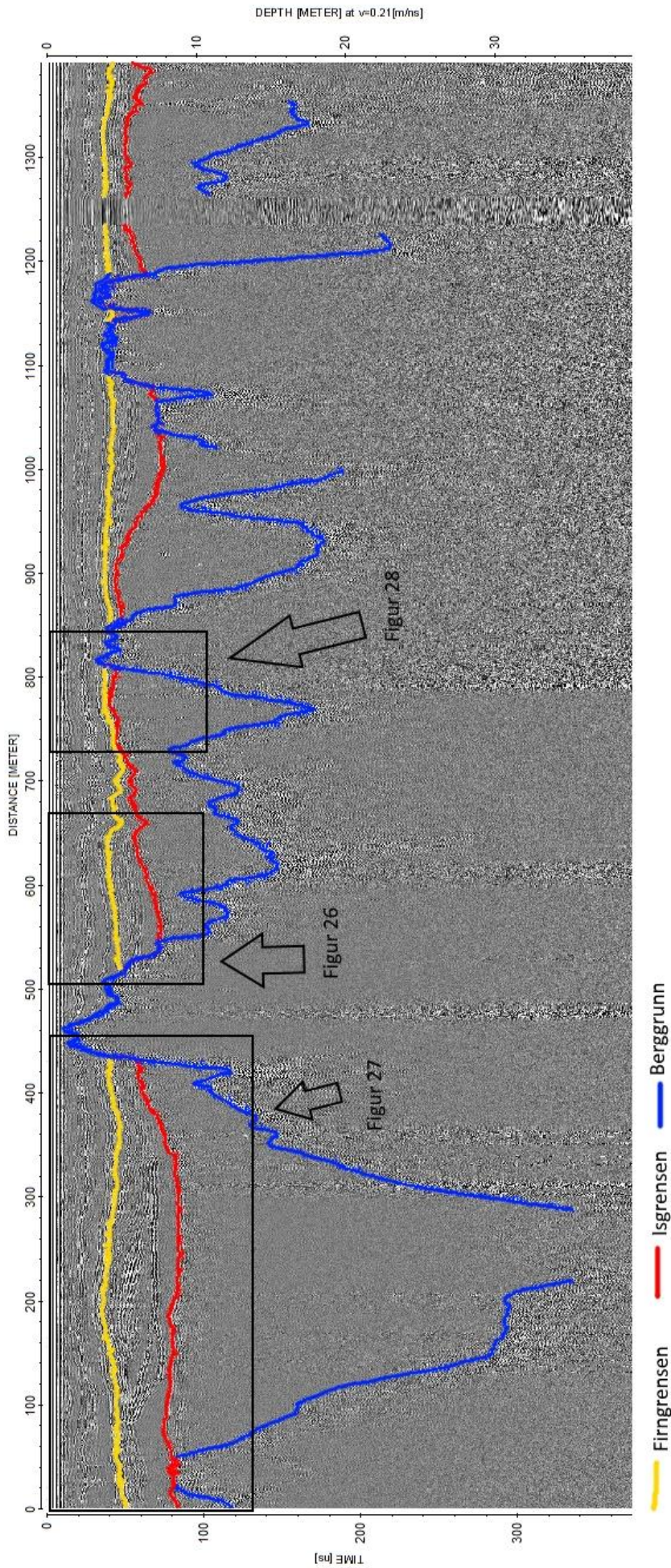
6.2 Tolking av radargram

For å svare på problemstilling A må grensene mellom snø-, firn, is og berggrunn bestemmes og TWT avleses fra disse. Gjennom oppgaven ble det totalt brukt 30 forskjellige profiler som alle har blitt prosessert og tolket. Under vises 2 profiler som dekker ca. samme område ferdig prosessert og tolket. Figur 24 viser profil 197 som er samlet inn med 500MHz antenne i februar, plassering av dette profil kan ses på figur 23. Figur 25 viser profil 093 som er samlet inn i september med 50 MHz antenne, plasseringen av dette profil kan ses på figur 23. Det kan ses en stor forskjell i oppløsning på de to profilene hvilket skyldes forskjellige antennefrekvenser (se avsnitt 4.3.3). Profilene har ikke blitt korrigeret for variasjoner i hastighet gjennom lagene og dybdeaksene i høyre side av profilene er derfor ikke korrekte. Profil 197 er det lengste kontinuerlige profil med både snø, firn og istykkelser. Den gule markør viser grensen mellom snø og firn, den røde er grensen mellom firn og is og den blå viser grensen til berggrunnen. Begge profiler ligger prosessert men uten tolking i appendix.

Langs profil 197 har snøen en gjennomsnittlig tykkelse på 4,1m og det kan ses på profilet at snødybden er relativt konstant. På begge profiler er det varierende tykkelse av firnen og på profil 197 ser det ut som at det enkelte plasser ligger firnlag fra mere enn et år, mens firnen andre plasser har smeltet helt bort. På profil 197 har firnen en gjennomsnittlig tykkelse på 2,0m. Langs begge profiler er det store variasjoner i tykkelsen. Det finnes hull i begge profiler der berggrunnen ikke har kunnet tolkes men disse overlapper hverandre. Det dypeste område profil 197 kunne ikke tolkes, men var tydelig på profil 093 hvilket kan skyldes at den er målt med en 50MHz og derfor dempes mindre (se avsnitt 4.3.4). Isen har på profil 197 en gjennomsnittlig dybde på 5,2m. Hvordan grensene er tolket forklares i følgende avsnitt.

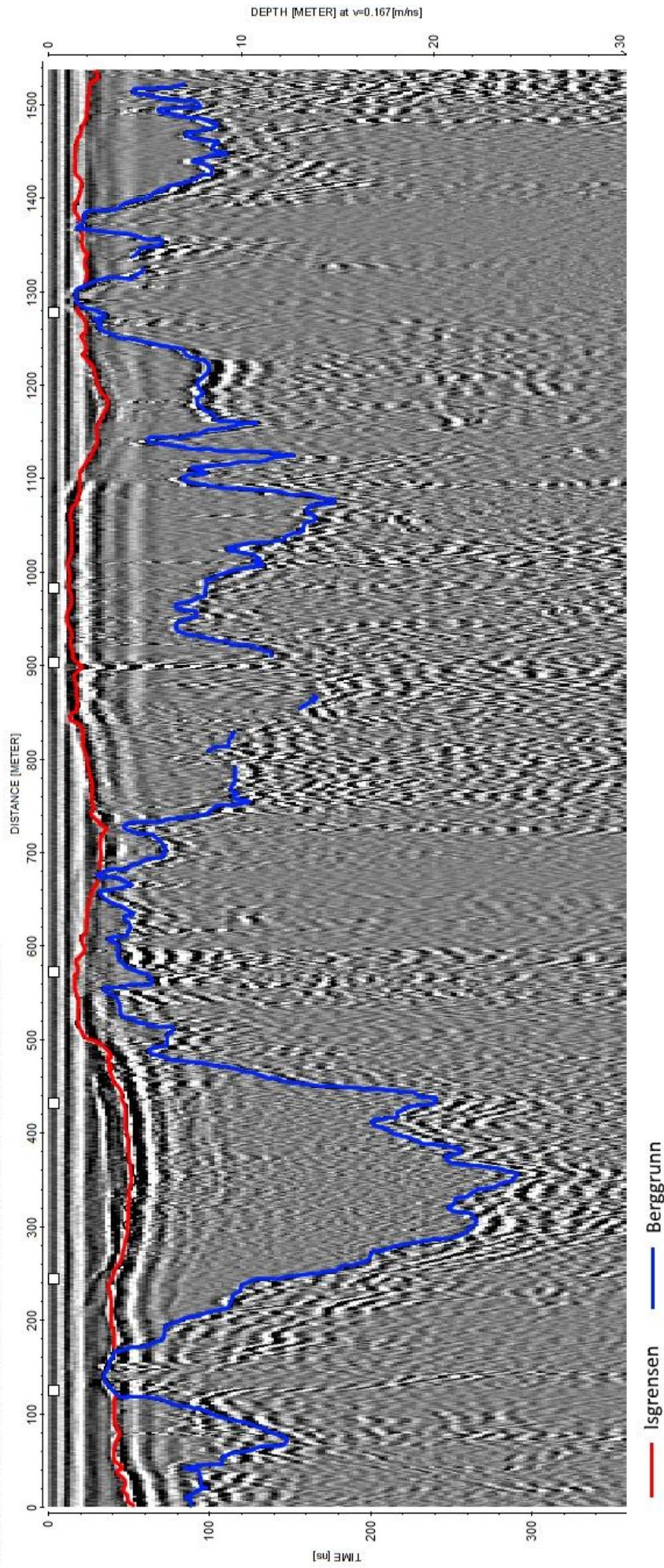


Figur 23: Figuren viser profil 197 (blå) og 093 (grønn). Tykk blå strek viser hvor radargrammene presentert i figur 28, figur 27 og figur 26 ligger.



Figur 24: Profil 197 fra 24. Februar som viser grensene mellom snø, firn is og berggrunn. Figuren er ikke korrigert for hastighet så skalaen til høyre er feil. Gul strek markerer grensen mellom snø og firn, rød strek markerer grensen mellom firn og is, mens blå strek markerer grensen mellom is og berggrunn. På figuren kan man se at snødybden langs profillet er relativt konstant. Firmtykkelsen er varierende langs profillet og det ser ut som at det noen plasser akkumuleres firm årlig (figur 27) mens der grensen er borte smelter vekkt hvert år. Det kan ses at dybden til berggrunnen er veldig varierende hvilket betyr at istykkelsen også er varierende. Det er noen plasser der berggrunnsreflektoren ikke har kunnet tolkes. De fleste hullene er der reflektoren er på sitt dypeste eller der den er bratt (se avsnitt 4.3.4).

1. C:\Program Files (x86)\REFLEX\13.09.17 50MHz\PROCDDATA\DAT093__04T / traces: 5394 / samples: 348

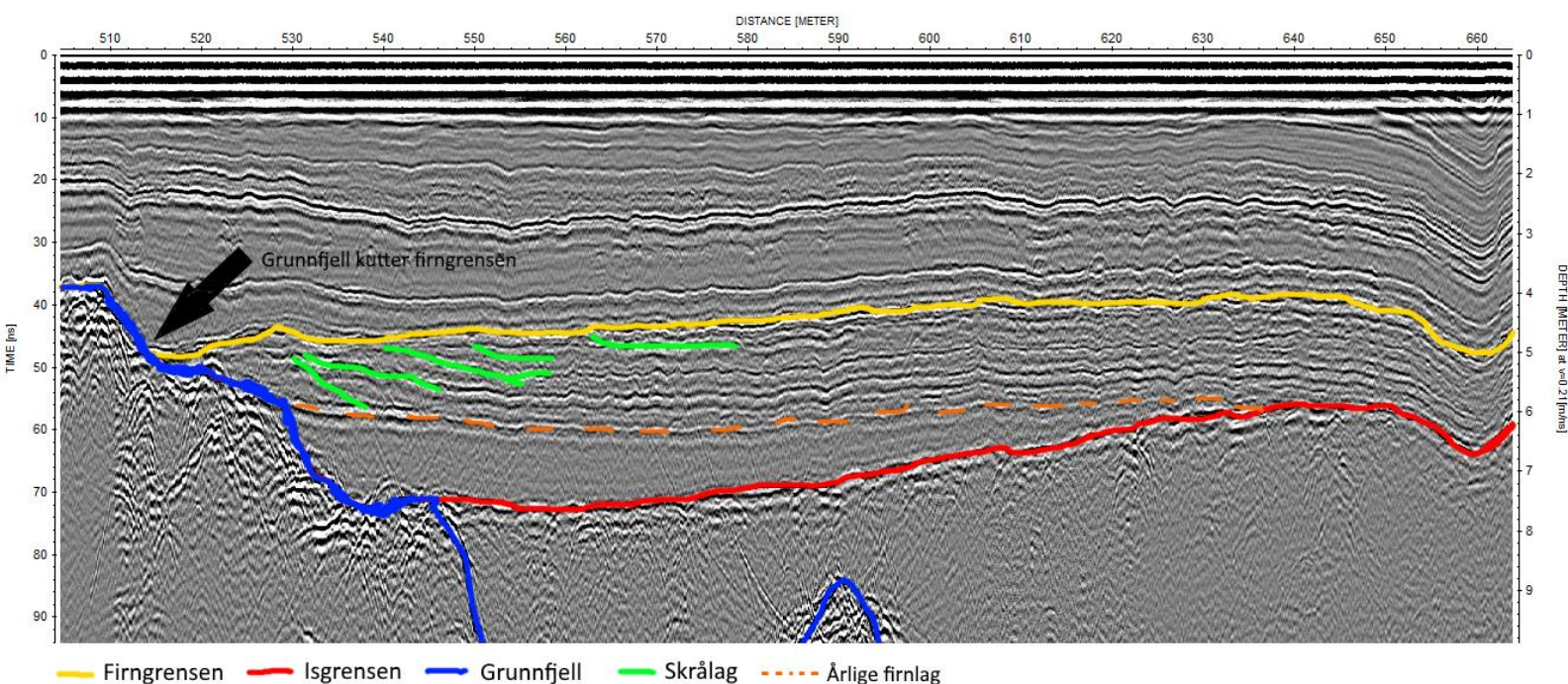


Figur 25: Profil 093 samlet inn med 50MHz antenne i september 2017. Den røde streken markerer grensen mellom firn og is, mens den blå markerer grensen mellom is og berggrunn. Dybdeaksen til høyre er ikke korrigert etter hastigheten til de individuelle lagene og viser derfor ikke korrekt dybde. Det kan ses en varierende tykkelse for både firn- og islaget langs hele profilet. I motsetning til på figur 24 kan det dypeste område ses på dette profil.

6.2.1 Tolking av firngrensen

En nøyaktig bestemmelse av snø-, firn- og isvolum avhenger av korrekte tolkinger av grensene mellom snø, firn, is og berggrunn. Figur 24 viser grensen til firn, is og berggrunn langs profil 197.

Grensen mellom nysnø og firn (firngrensen) er den vanskeligste å identifisere i radargrammene da den er nesten horisontal og det vil være mange lag som er parallelle med grensen. Vi har funnet grensen ved å se på hvor profilet krysser områder med bart fjell på flyfoto. I disse områdene er grensen til firn tydelig da den er avgrenset av berggrunn. Når grensen i et profil er tolket kan den også bestemmes på alle kryssende profil, siden grensen vil ha samme dybde i krysset.

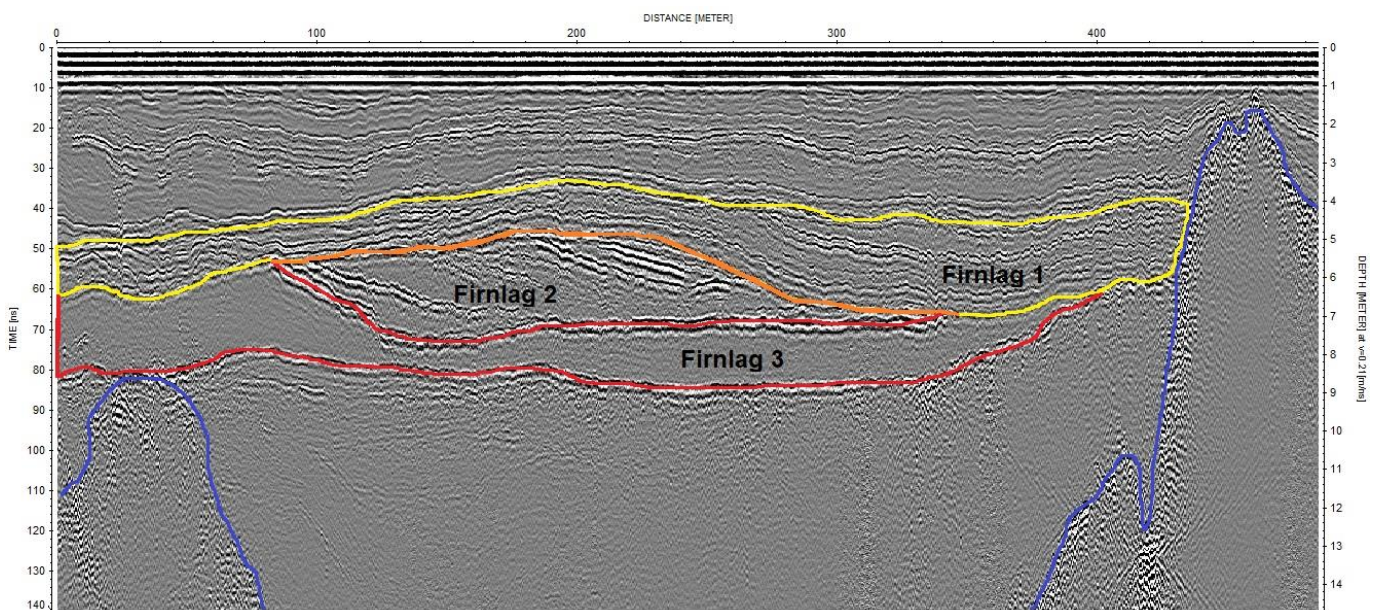


Figur 26: Viser et utsnitt av profil 197 (se figur 23 og 24). Den gule strek viser grensen mellom snø og firn, den røde viser grensen mellom firn og is og den blå viser berggrunnen. Den svarte pil viser skjæringen mellom berggrun og firn som vist på figur 23, videre ses det skrålag markert med grønt under toppen av firngrensen. Under ses hva kan se ut som en grense mellom to årlige firnlag. Skalaen til høyre er ikke korrigert for hastighet i de individuelle lag.

Når firn ligger sommeren over, vil overflaten oppleve smelting og frysing. Dette gir et islag på toppen som vil kutte underliggende lag med en annen helning (figur 26). Når snøen så faller vil den legge seg som horisontale, parallelle lag på toppen av islaget. Skrålag som skjæres av et overliggende lag, er i seg selv ikke nok til å si at dette er grensen mellom snø og firn, da en slik skjæring kan oppstå av andre prosesser som for eksempel vind. Derimot kan

kombinasjonen av berggrunn som skjærer grensen, og skrålag som kuttes, gjøre at vi med stor sikkerhet kan si at den tolkede grensen er mellom snø og firn.

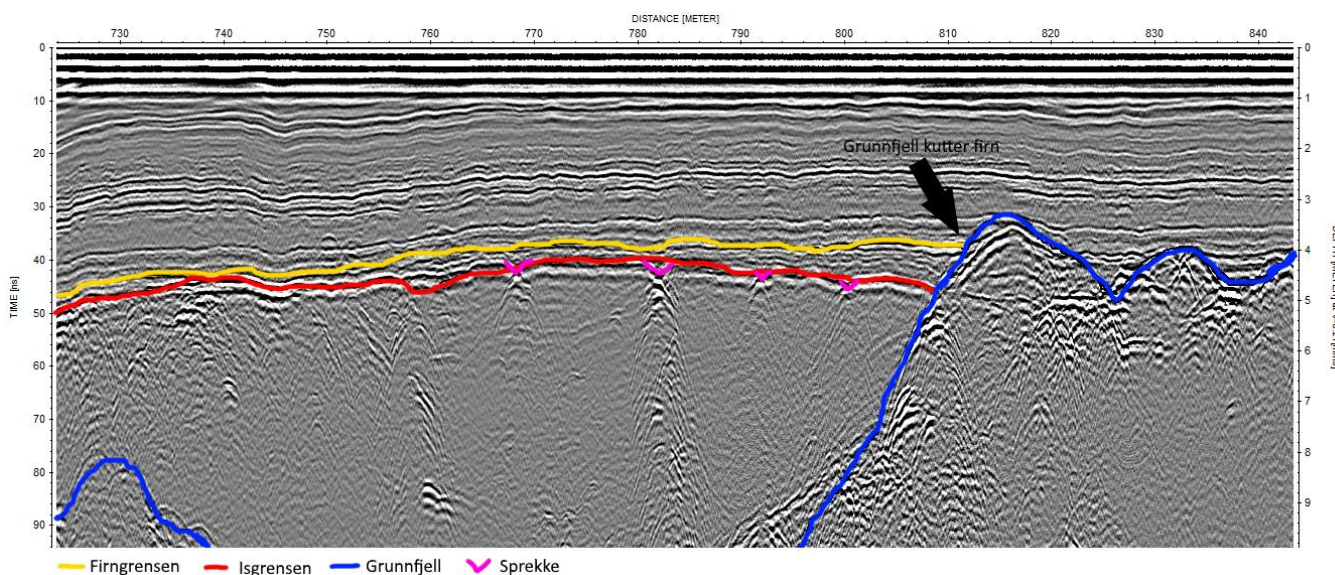
Mellom firn- og isgrensen kan det ses flere lag som kan tyde på at breen har flere firnlag fra tidligere år. Figur 27 viser tolket firngrense samt mulige grenser til eldre firnlag. Lagdelingen under firngrensen blir gradvis mindre parallell og mer kaotisk, men det er tydelig at enkelte lag kutter underliggende skrålag. Det er derfor blitt tolket tre individuelle firnlag. Firnlag 1 og 2 er tolket utfra hvordan de ulike grensene kutter skrålag. Firnlag 3 har ingen intern lagdeling som kan observeres på radargrammet og kan derfor minne om is. Det kommer derimot en ny tydelig reflektor en meter dypere som blir tolket som isgrensen. Etersom firnlag 3 ligger så dypt og har sannsynligvis overlevd flere ablasjonssesonger, har den nok blitt komprimert til at den har oppnådd en densitet nær is (se avsnitt 4.2.3).



Figur 27: Viser et utsnitt av profil 197 som vist på figur 23 og 24. I dette område kan det ses firn fra flere sesoner. Firnlag 1 viser snøen fra forrige sesong, skjæringen mellom denne og berggrunnen kan ses på figur 23. Firnlag 2 vises som en lomme av skrålag som skjæres av både firnlag 1 og firnlag 3. Firnlag 3 viser ser ut til at ha ligget flere sesonger. Her ses det ingen indre lagdeling og det antas at dette lag har blitt homogenisert gjennom kompresjon og gjentatte smelte og gjenfrysingsprosesser. Dybdeskalaen til høyre er ikke korrigert for hastighet.

6.2.2 Tolking av isgrensen

Grensen mellom firn og is er markert som en rød strek på figur 24. I toppen av isen ses det sprekker som vist rosa på figur 28. Sprekkene kan observeres som en mindre fordypning i isoverflaten med en diffraksjonshyperbel under (se avsnitt 4.3.7). På Frudalsbreen kan det ikke observeres noen tydelig intern lagdeling i isen. Tilstedeværelsen av sprekker og fraværet av en tydelig lagdeling, gjør at vi med stor sikkerhet kan si at den tolkede grensen mellom firn og is er korrekt.



Figur 28: Utsnitt av profil 197 som vises på figur 23 og 24. Her ses sprekker i grensen mellom firn og is. Grensen kan ses som en lille fordypning med en diffraksjonshyperbel i bunnen. Skjæringen mellom berggrunn og firn kan ses på figur 23. Dybdeaksen til høyre er ikke korrigeret for hastighet i de individuelle lag.

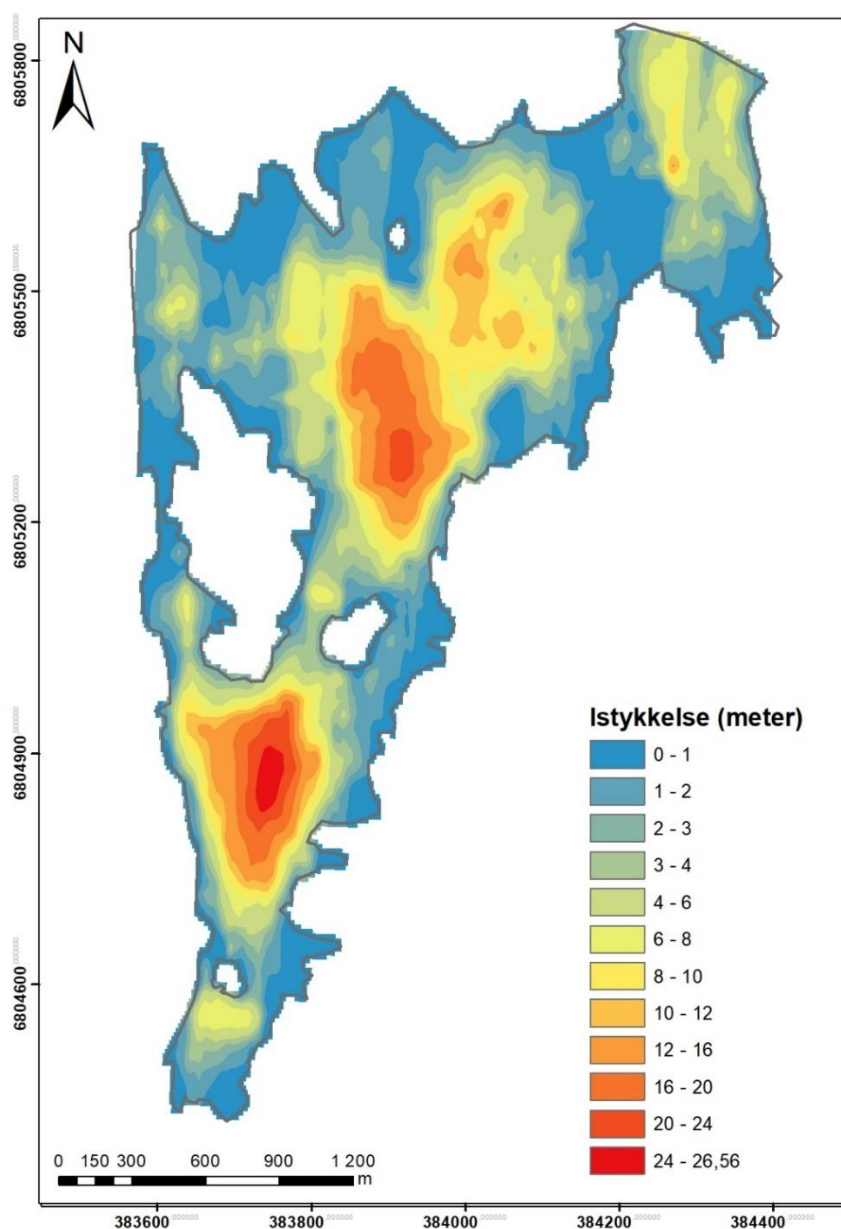
6.2.3 Tolking av bunnreflektor

Berggrunnen kan ses på figur 27 og 28 som skjærer gjennom både snø, firn og is. Grensen til berggrunn ble for det meste observert som en sterk reflektor og ble derfor tolket med relativt høy sikkerhet (avsnitt 4.3.1).

Det er noen plasser langs profilene der vi ikke har kunne tolke grensen mellom is og berggrunn. Dette er ofte i de dypeste områdene av breen eller der berggrunnen er svært bratt. Grunnen til dette er demping og spredning av signalet fra georadaren (se avsnitt 4.3.4). Det er verdt å notere at selv om grensen til berggrunn tolkes med stor sikkerhet er det på grunn av større variasjoner i bunntopografi, knyttet større usikkerheter til denne grensen enn snø og firn (se avsnitt 7.1).

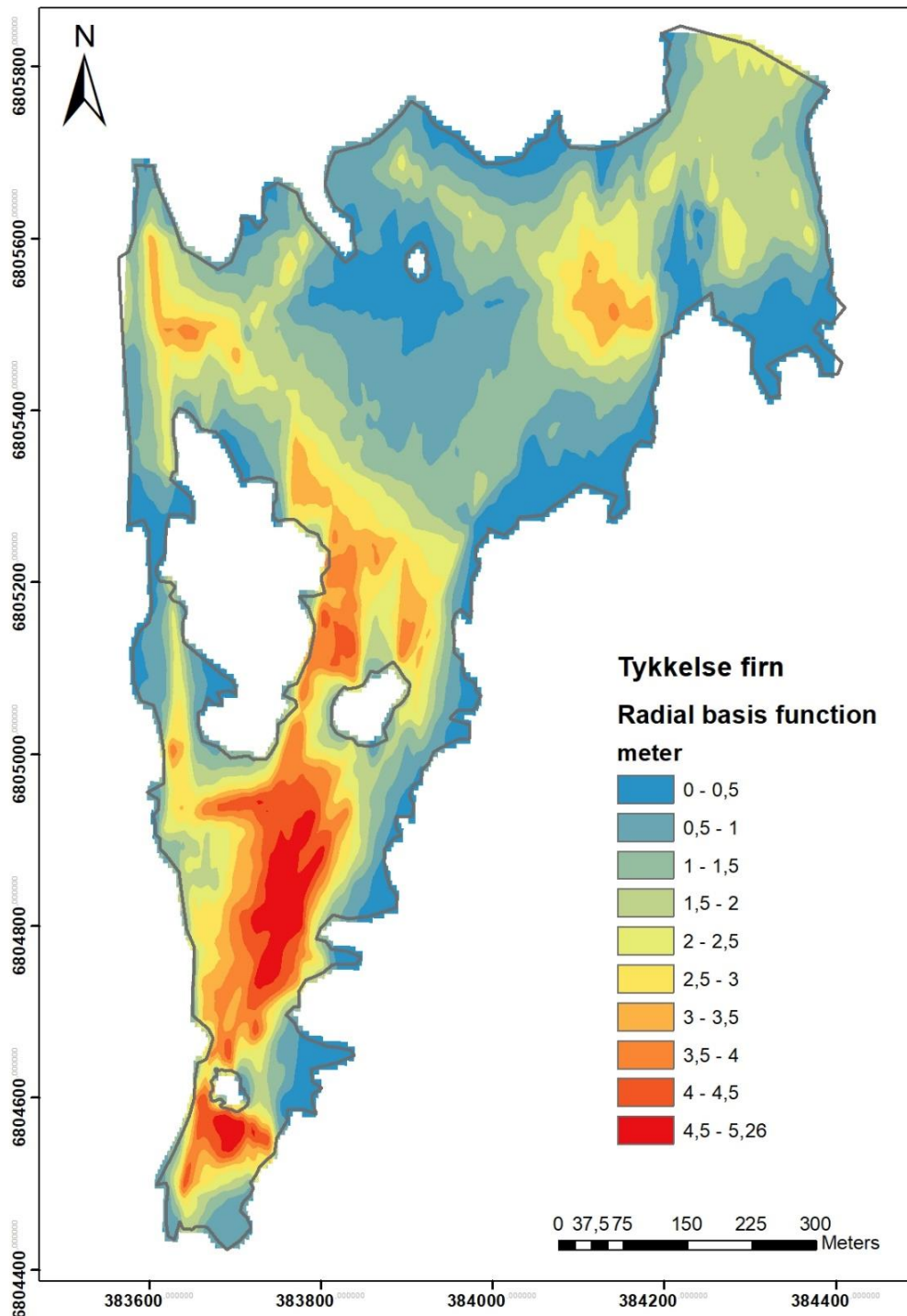
6.3 Firn-, is- og brevolum

For å besvare problemstilling B er det laget en modell som viser utbredelsen og mektigheten til isen på Frudalsbreen (figur 29). Modellen består av 32675 celler på 5*5 meter og har en gjennomsnittlig dybde på ca. 4,7 meter. Maksimalt er istykkelsen på 26,6 meter og isvolumet er beregnet til å være 0.0021 km³. På modellen er store deler av overflaten farget blå og viser at istykkelsen i disse områdene er under 3m tykk. På modellen ses det også at det er to røde/oransje områder der breen er mellom 20 og 26,5 meter tykk. Området i den nordøstlige del av interpolasjonen er sammenhengende med en brearm og isen her er derfor tykkere enn resten av avgrensingen som for det meste er breens margin.



Figur 29: Modell som viser utbredelsen og mektigheten til isen på Frudalsbreen. Istykkelsen varierer fra 0m (blå) til 26,6m (rød).

Figur 30 viser utbredelsen og mektigheten til firnen på Frudalsbreen (problemstilling B). Modellen har en gjennomsnittlig dybde på 1,6 meter og en maksimal dybde på 5,3 meter. Volumet av firnen er beregnet til å være ca. 0.00074 km³. Den største mektigheten finner man sør og vest på breen og særlig der terrenget har en konkav form og/eller rundt berg som stikker opp i dagen.



Figur 30: Modell som viser mektigheten til firnen på Frudalsbreen. Firntykkelsen er størst der modellen er rød og lavest der den er blå.

For å beregne det totale brevolumet til Frudalsbreen (problemstilling B), ble volumet av firnen lagt sammen med volumet av isen. Dette ga et brevolum på 0.0029 km^3 . Siden dette volumanslaget er uten årets snø, vil det være volumet av breen slik den var etter ablasjonssesongen 2017 (september).

6.4 Vintermassebalanse

Figur 31 viser modellen brukt for å bestemme vintermassebalansen (problemstilling C) og viser fordelingen og mektigheten av snøen 30. April. Den største snøtykkelsen var 6,5m og den minste snøtykkelsen var på 2,4m. Det kan ses at snøen generelt er tykkere i den sørvestlige delen av breen og tynnere i den nordøstlige delen. Den gjennomsnittlige dybden av snøen var på 3,9m hvilket sammen med overflatearealet er brukt til å finne et volum av snøen på $3,05 * 10^{-3} \text{ km}^3$

For å finne den totale vintermassebalanse (problemstilling C) må densiteten av snø bestemmes. Opprinnelig skulle densiteten bestemmes ved hjelp av likning 4 og den bestemte hastighet (avsnit 6.1) men dette ga en densitet på 557 kg/m^3 hvilket er urealistisk høyt i forhold til hva man vil forvente (avsnitt 4.3.2). Det ble i stedet valgt å bruke målinger av snøtykkelse og vannekvivalens fra målestasjonen på Anestølen til å bestemme densiteten. Den 30. april var det ved Anestølen en vannekvivalens på 0,36m og en snødybde på 0,861m. Fra disse tallene kan densiteten av snøen bestemmes ved likning 1:

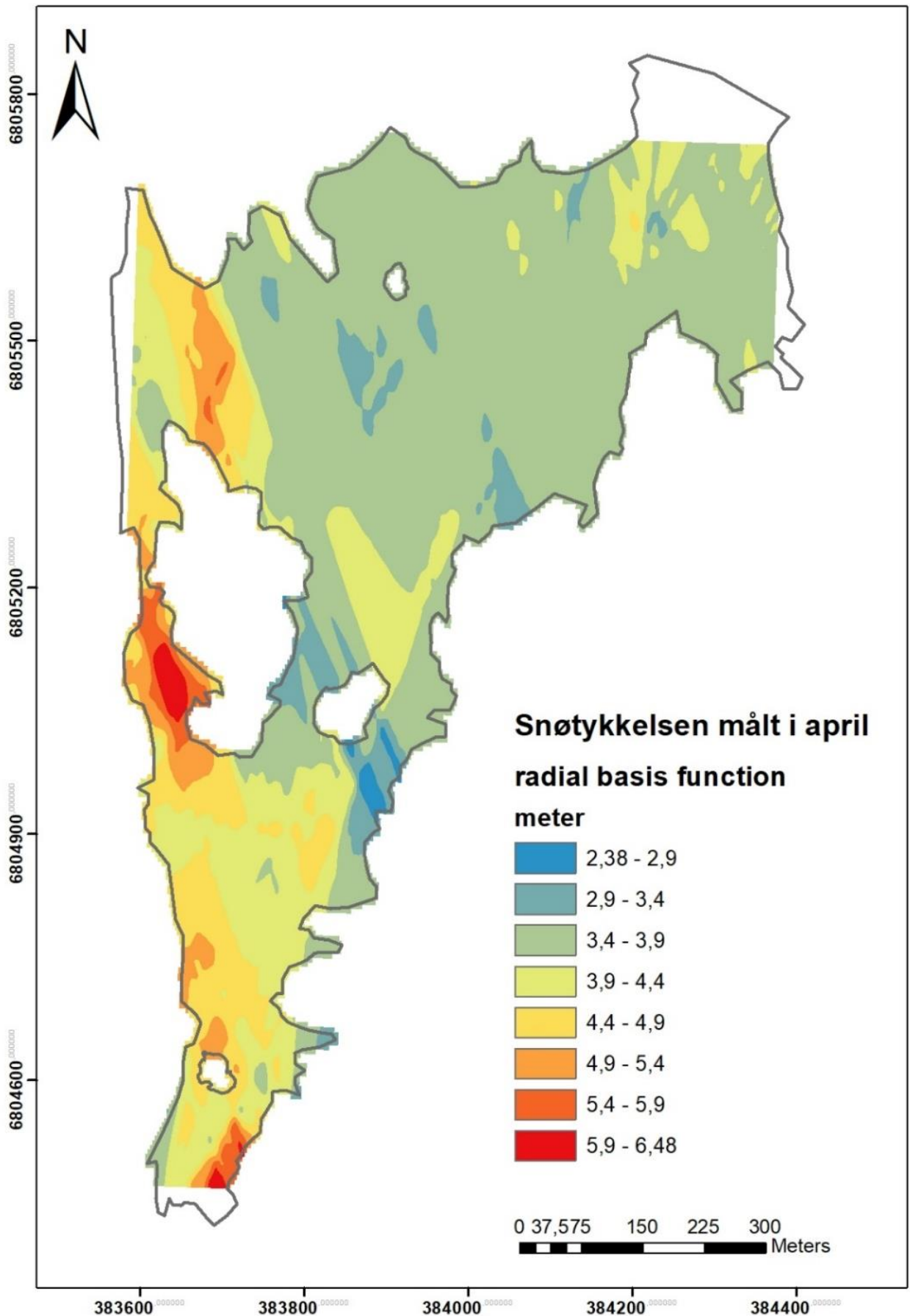
$$\rho_{snø} = \frac{0,36m * 1000 \text{ kg/m}^3}{0,861m} = 418 \text{ kg/m}^3$$

Samme formel kan da brukes til å bestemme vannekvivalensen til snøen på Frudalsbreen.

$$\text{Vannekvivalens (m. ve): } m.ve = \text{gjennomsnittlig dybde} * \frac{\rho_{snø}}{\rho_{vann}} = 3,93m \frac{418 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 1,64m$$

I tillegg kan massen av snøen ($m_{snø}$) bestemmes:

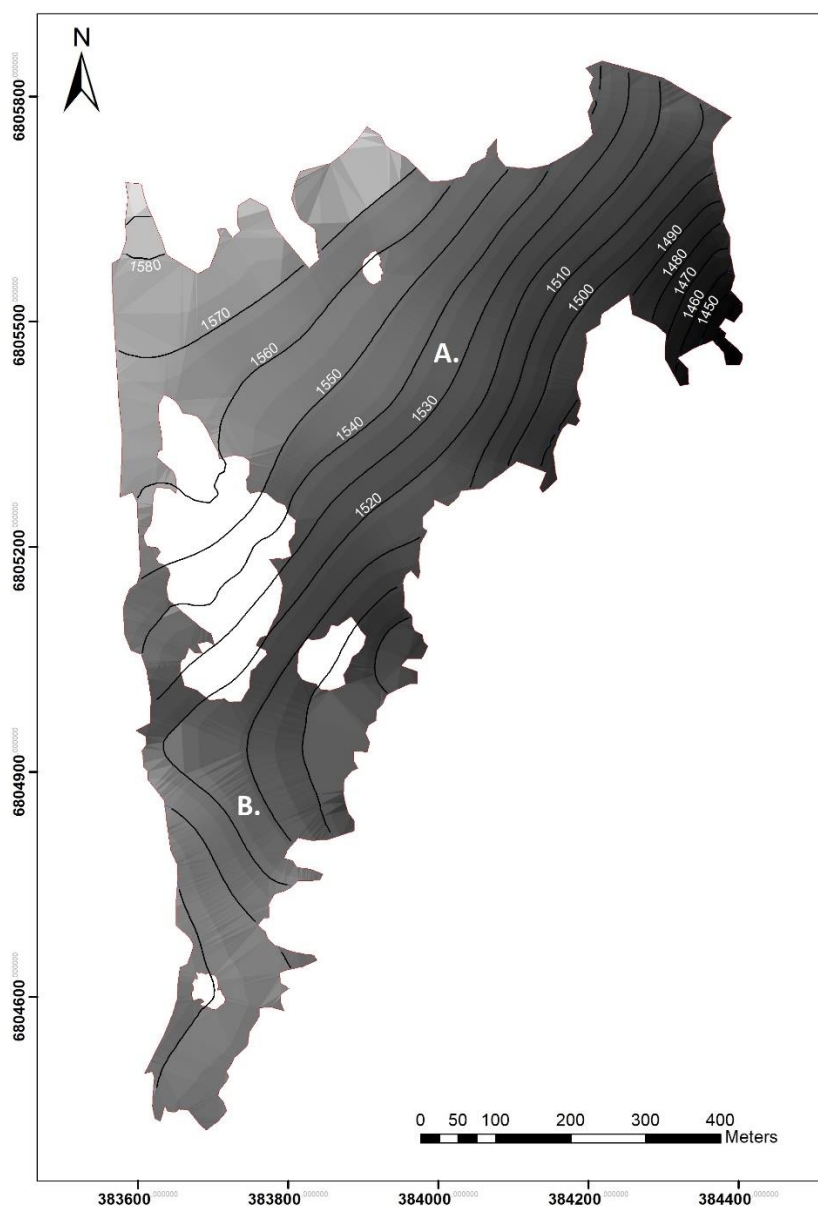
$$m_{snø} = V_{snø} * \rho_{snø} = 3,05 * 10^6 \text{ m}^3 * 418 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1,27 * 10^9 \text{ kg}$$



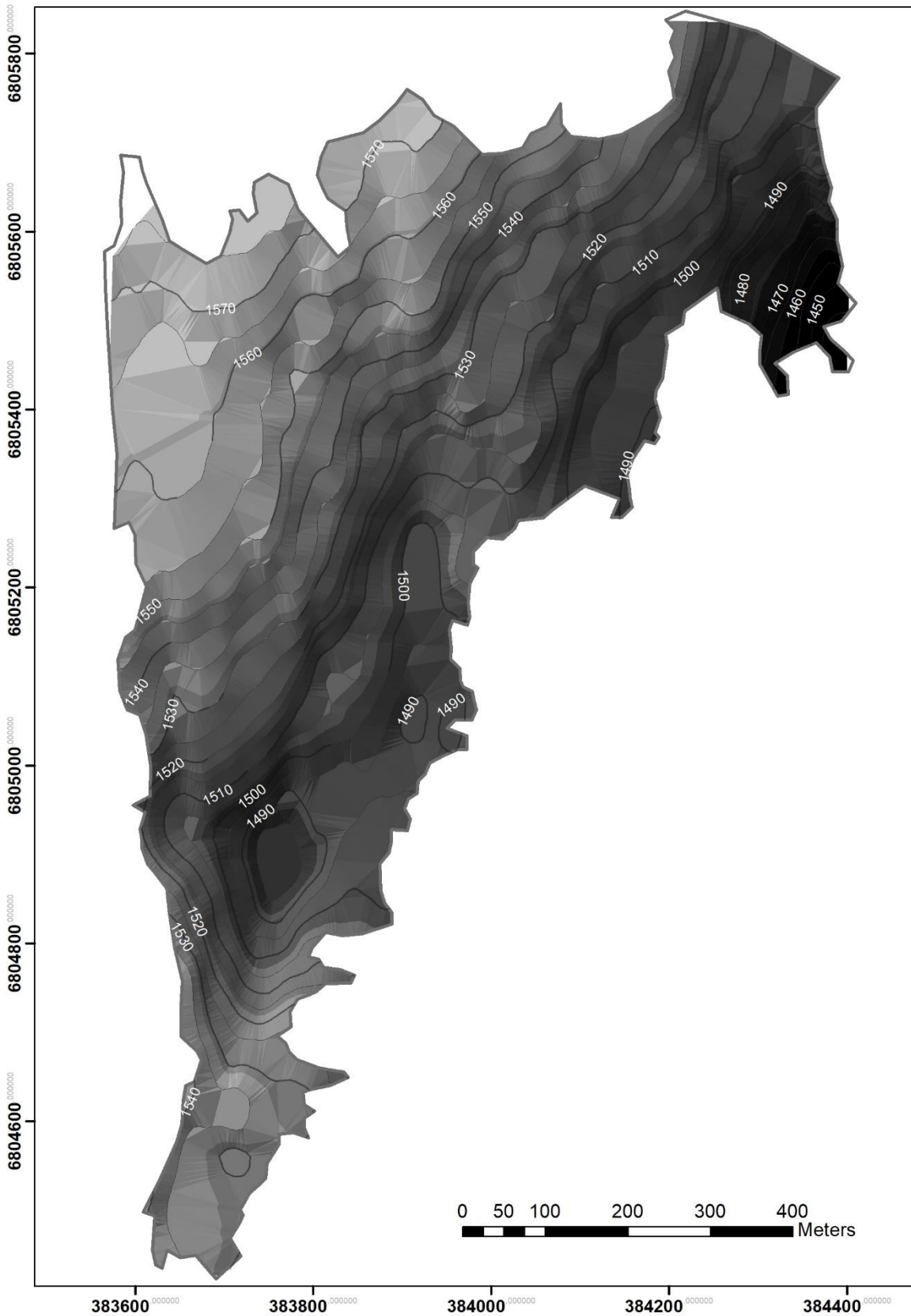
Figur 31: Modell som viser mektigheten og fordelingen av snø på frudalsbreen.

6.5 Overflate- og bunntopografien til Frudalsbreen

For å kartlegge den subglasiale erosjonen og bevegelsesretningen til breen (problemstilling B) ble det laget en modell av bunntopografien (figur 33) og en av overflatetopografien (figur 32). Av figur 32 som viser overflatetopografien til Frudalsbreen, går det frem at overflaten i den nordlige delen av breen (A.) heller mot sørøst, som også antas å være bevegelsesretningen til breen. Lengre sør heller breoverflaten mot nordøst og dette antas å være bevegelsesretningen i dette området (B.). Breens laveste punkt er på 1425 moh. og ligger nordøst, mens det høyeste punktet er på 1580 moh. og ligger nordvest på breen. Dette tilsvarer en høydeforskjell på 155 meter.

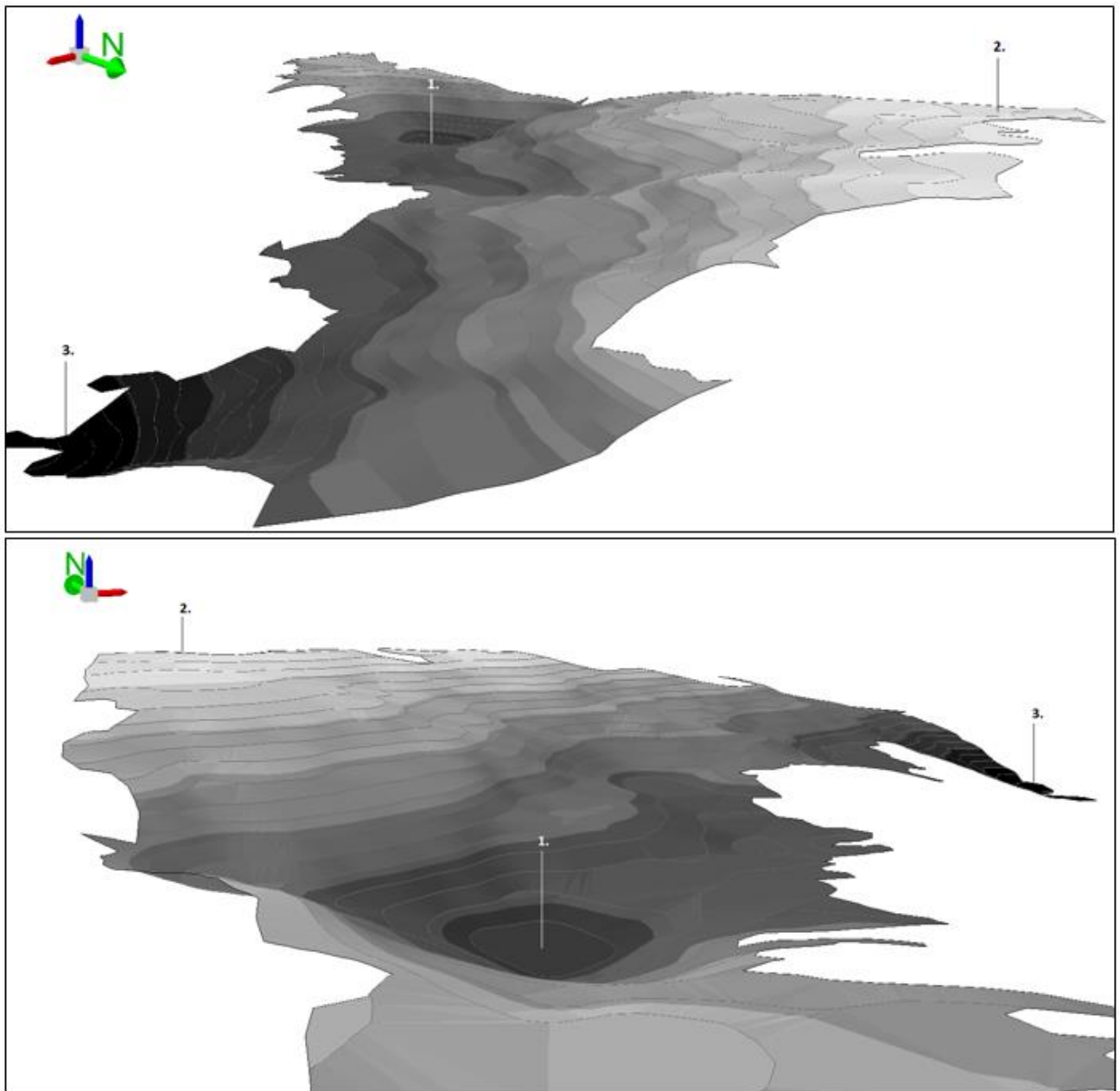


Figur 32: Overflatetopografien til Frudalsbreen med høydekoter (10m). Rundt punkt A heller breoverflaten mot sørøst, mens rundt punkt B heller overflaten mot nordøst.



Figur 33: TIN-modell (triangulated irregular network) av bunntopografien til Frudalsbreen. Mørkere farge betyr lavere høyde (moh.).

Figur 33 viser topografien under Frudalsbreen. Modellen er laget som beskrevet i avsnitt 5.3.2 og fremstilles også i 3D (figur 34). Av figurene går det frem at bunntopografien i stor grad har den samme helningen som overflatetopografien. Det laveste punktet er på 1445 moh. (3. på figur 34) og det høyeste punktet er på 1575 moh. (2.) som tilsvarer en høydeforskjell på 130 meter. Området markert med 1. viser en tydelig depresjon (botn) i terrenget og er trolig et resultat av breerosjon.

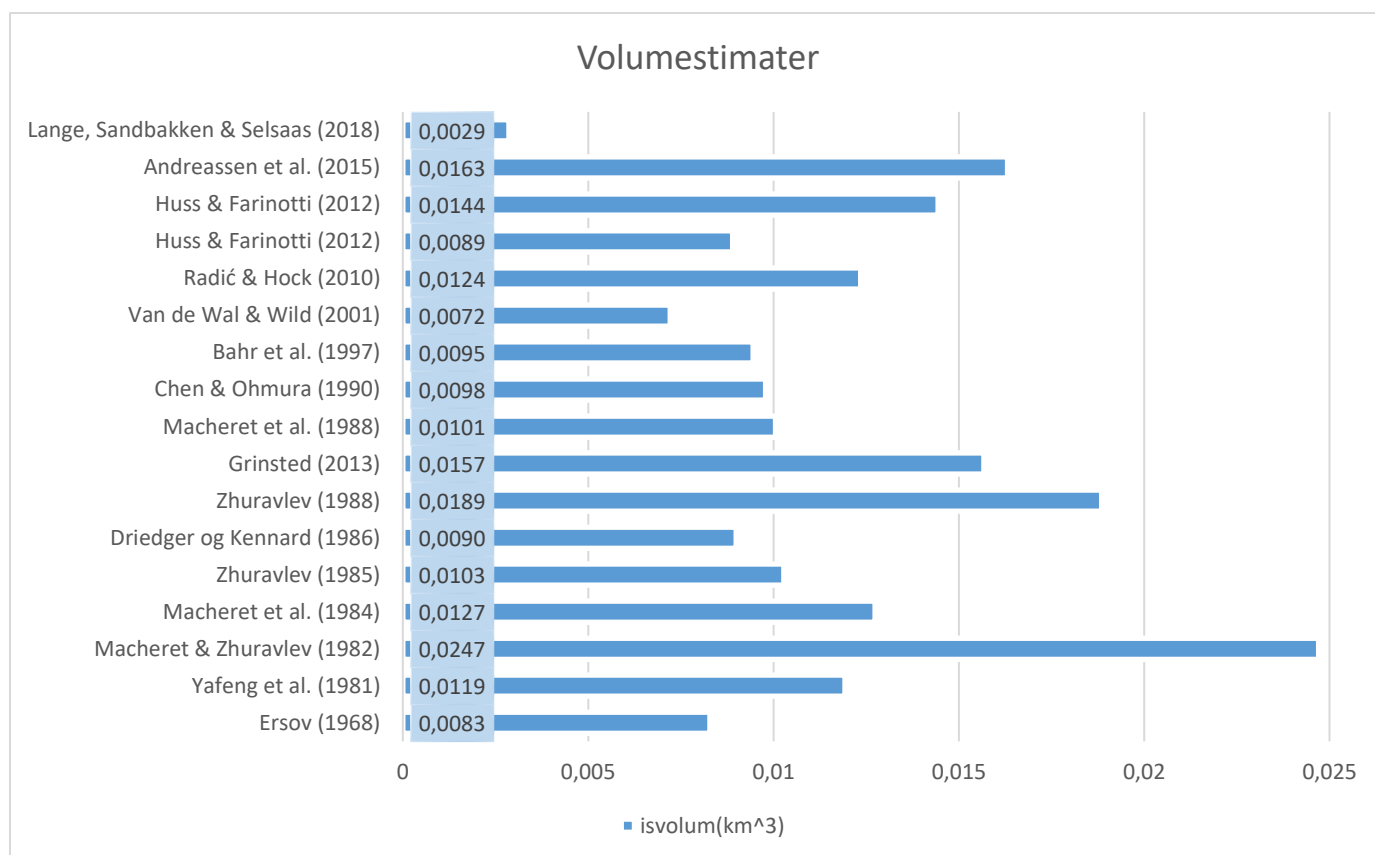


Figur 34: 3D-bilde av bunntopografien til Frudalsbreen. Den største depresjonen under breen er markert med «1.», høyeste punkt «2.» og laveste punkt: «3.»

6.6 Teoretiske volumestimater

Fra V-A skalering er det blitt estimert forskjellige brevolum av Frudalsbreen basert på ulike k og y verdier hentet fra flere studier (avsnitt 4.4.2). Figur 35 viser det målte volum fra denne oppgaven på $0,0029\text{km}^3$ i toppen og sammenlikner det med de forskjellige volumestimater (problemstilling D). På figuren ses det at samtlige av studiene med ulike verdier for k og y har overestimert brevolumet.

Det største volumanslaget fra V-A skalering er på $0,0247\text{ km}^3$ (Macheret og Zhuravlev, 1982) som brukte $k = 0,0597$ og $y = 1,12$, mens det minste er på $0,0072\text{ km}^3$ (Van de Wal og Wild, 2001) som brukte $k = 0,0213$ og $y = 1,375$. Gjennomsnittet av volumanslagene er på $0,0126\text{ km}^3$ og overvurderer dermed breens volum med 437%. Denne overestimering skyldes trolig at V-A skalering skal brukes på flere og ikke enkelte breer hvilket diskuteres nærmere i avsnitt 7.2.2.



Figur 35: Volumestimater for Frudalsbreen beregnet ved å bruke ulike verdier for y og k hentet fra forskjellig litteratur. Øverste rad viser beregningene gjort i denne oppgaven. Huss & Farinotti (2012) har to forskjellige estimater da de foreslår et intervall for k og y verdier. Estimaten viser største og minste verdi i intervallene (avsnitt 4.4.1j).

7. Diskusjon

Brevolum og vintermassebalanse er et resultat av en rekke prosesser og målinger. Data fra breen er innsamlet på forskjellige dager og årstider med ulike typer utstyr og blitt prosessert, tolket og modellert gjennom ulike dataprogram. Det vil oppstå usikkerheter rundt alle metodene brukt i oppgaven og resultatene de produserer. Vi vil starte med å diskutere resultatene fra georadarmålingene, deretter vurdere usikkerhetene rundt modellene og resultatene knyttet til disse

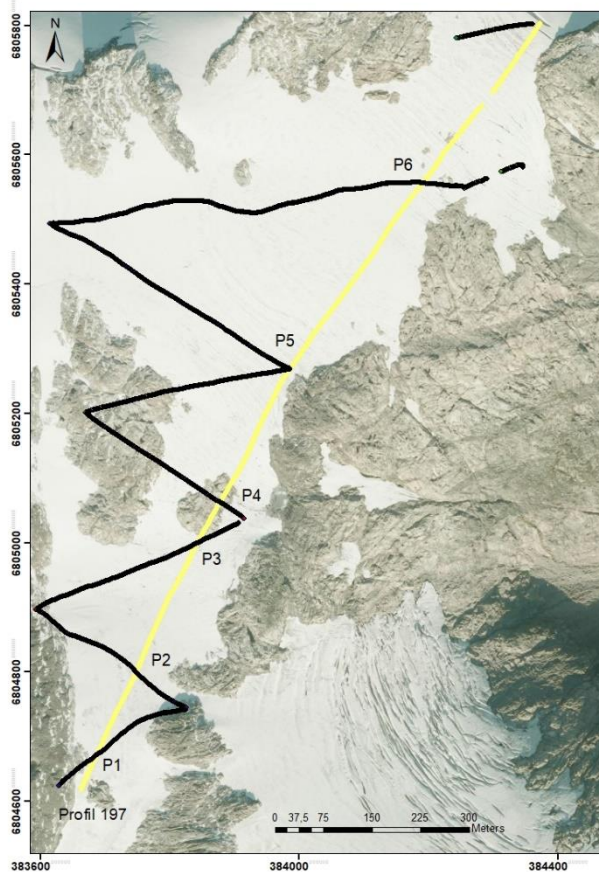
7.1 Usikkerheter knyttet til georadaren

For å anslå usikkerhetene ved bruk av georadaren har vi i Tabell 5 sammenlignet TWT i 6 krysspunkter på profilene fra februar (figur 36). Det er sett på både TWT til isgrensen og TWT til berggrunn. Bemerk at punktet p4 bare er dekket av nysnø og at det i p6 ikke er noe is, men bare nysnø og et tynt lag firn. Dette betyr at TWT for p4 og p6 vil være ned til berggrunn både i «TWT gjennom snø og firn» og i «TWT til berggrunn». Avviket er funnet ved først å ta forskjellen i TWT mellom de kryssende profil for så å beregne hvor mange prosent avviket utgjør av den gjennomsnittlige TWT i dette punkt. Til slutt er det gjennomsnittlige avviket for TWT i de 6 punktene beregnet.

Tabell 5: Avvik i TWT mellom profil 197 og kryssende profiler.

TWT gjennom snø og firn					
TWT 197(ns)	TWT kryss(ns)	forskjell(ns)	gjennomsnitt(ns)	avvik fra gjennomsnitt(%)	punkt
77,58	79,67	2,09	78,625	2,7	p1
81,18	82,89	1,71	82,035	2,1	p2
58,99	59,37	0,38	59,18	0,6	p3
38	42,3	4,3	40,15	10,7	p4
47,04	46,39	0,65	46,715	1,4	p5
52,95	47,8	5,15	50,375	10,2	p6
		Gjennomsnittlig avvik (%)		4,6	
TWT til berggrunn					
TWT 197(ns)	TWT kryss(ns)	forskjell(ns)	gjennomsnitt(ns)	avvik fra gjennomsnitt(%)	punkt
110,88	127,47	16,59	119,175	13,9	p1
292,51	290,78	1,73	291,645	0,6	p2
111,5	117,03	5,53	114,265	4,8	p3
38	42,3	4,3	40,15	10,7	p4
77,86	105,75	27,89	91,805	30,4	p5

52,94	46,55	6,39	49,745	12,9	p6
		Gjennomsnittlig avvik (%)		12,2	



Figur 36: Bildet viser krysspunktene mellom profil 197 (gul) og resten av profilene fra februar (svart). Hvert kryssningspunkt har blitt tilegnet et navn P1-P6.

Det ses at den gjennomsnittlige forskjellen mellom målingene til isgrensen er på 4,6 %, mens forskjellen på TWT til berggrunn, gjennomsnittlig er på 12,2%. Disse usikkerhetene er knyttet opp mot tolking, georadar og GPS. Det gjennomsnittlige avvik på TWT til berggrunnen er relativt stor, hvilket kan skyldes at krysspunktene er nær grensen av breen. Profil 197 går for det meste parallelt med breens margin, som gjør at den kan få inn refleksjoner fra siden også kalt «side-swipes». Side-swipes vil ha lavere TWT enn berggrunnsreflektoren, og siden profilet beveger seg langs breens margin vil ikke dette fikses ved migrasjon. De kryssende profiler beveger seg på tvers av breens margin, her vil migrasjon fungere og reflektoren vil derfor ha en mer nøyaktig og større TWT. Dette ser ut til å stemme godt med dataen da 5 ut av 6 kryssende profiler har større TWT for berggrunnsreflektoren enn 197. Særlig illustreres situasjonen godt i kryssningspunktet p5

(figur 36). Her går 197 går svært tett og parallelt med breens margin og gir det største målte avviket på 30,4%.

P6 er det eneste punktet der TWT for berggrunn er større på profil 197 enn på det kryssende profil. Ser man nærmere på p6 ser man at det kryssende profil går parallelt med berg som bare er dekket av nysnø, mens profil 197 går rett på. Det gir derfor mening at profil 197 har større TWT med tanke på migrasjon. Isoverflaten til breen er relativt flat (figur 32) og migrasjon vil derfor ikke gjøre så stor forskjell her. TWT i punktene p4 og p6 måles ned til berggrunnen og ikke til isgrensen som resten av punktene. Avviket i p4 og p6 er derfor vesentlig større og vil øke usikkerheten til TWT gjennom snø og firn.

Vi forventer at avvikene blir mindre lengre borte fra avgrensingen av breen, men basert på Tabell 5 anslår vi en usikkerhet på 12% for TWT til berggrunn og en usikkerhet på 5% for TWT gjennom snø og firn. Det hadde videre vært interessant å undersøke om migrasjon både på langs og på tvers av profilene kunne ha redusert denne usikkerhet.

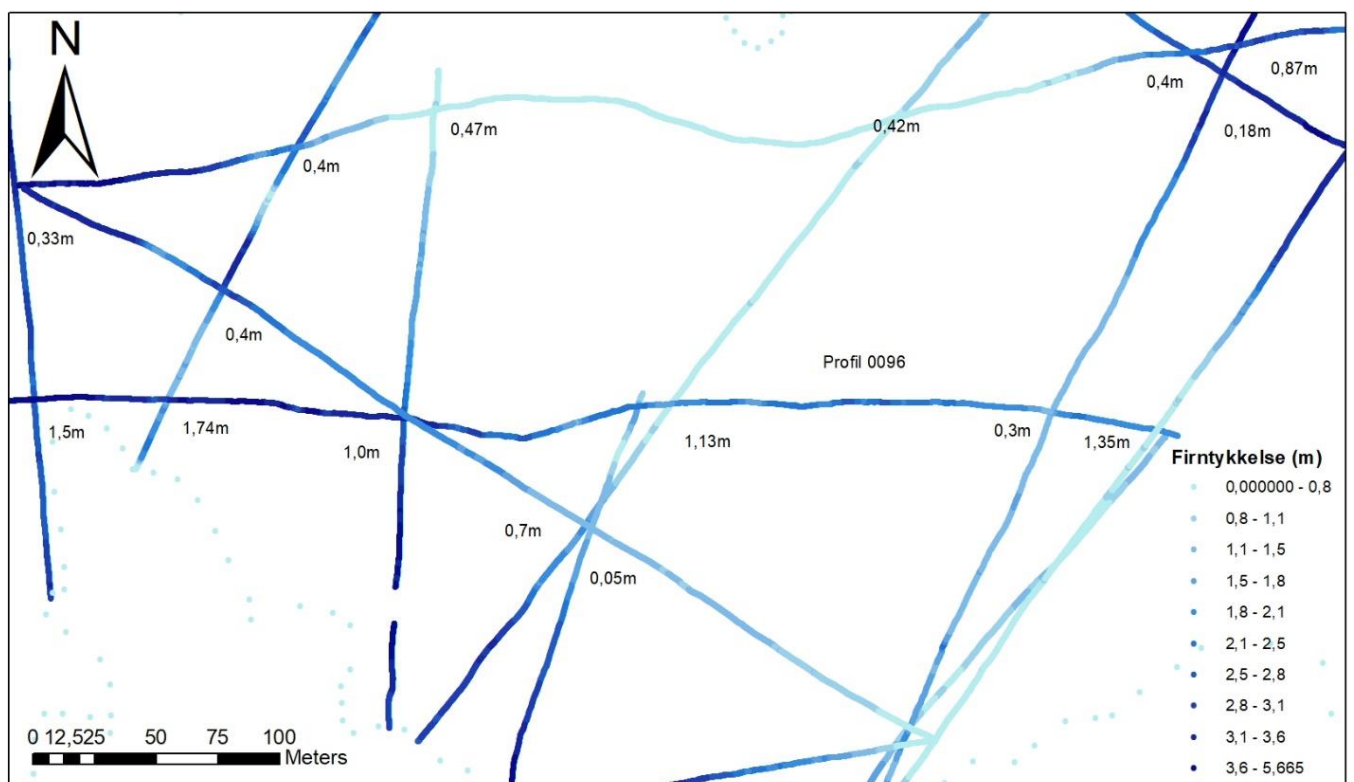
Usikkerhetene knyttet til måling og tolking av TWT følger resultatene videre i oppgaven. Når volumet av breen og snøen skal bestemmes vil det i tillegg komme usikkerheter relatert til interpoleringen og hastighetene gjennom de forskjellige lagene.

7.2 Usikkerheter knyttet til brevolumet

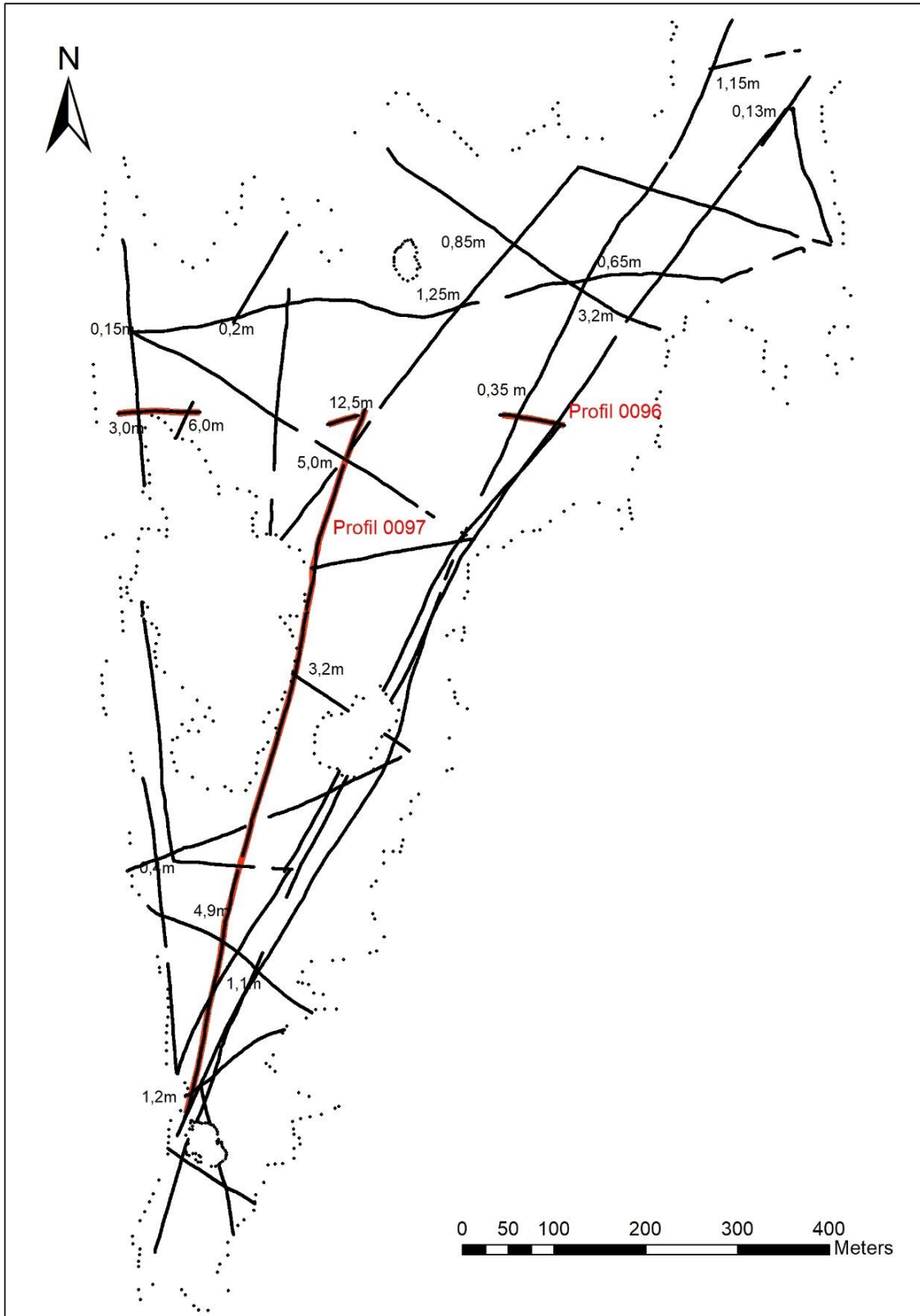
Fra tolkingen av firn- og istykkelsen på radargrammene har det blitt konstruert modeller som viser utbredelsen og mektigheten til is og firn. Volumet fra ismodellen og firnmodellen ble så lagt sammen for å få det totale brevolumet. De ulike modellenes usikkerheter samt resultatene de skaper blir diskutert under.

Under interpoleringen av istykkelse og firntykkelse, ble nesten alle profilene fra september, februar og april brukt (avsnitt 5.3.1) Fra figur 37 og figur 38 kan man se forskjellene i tykkelse ved krysningspunktene mellom de ulike profilene. For det meste er forskjellene små men enkelte profiler skilte seg ut. Profil 096 ble fjernet fra modellen av firn og profil 096 og 097 ble fjernet fra modellen til is, da tykkelsene for disse profiler ikke samsvarte med tykkelsene til kryssende profiler. Den største forskjellen i istykkelse ble funnet mellom 0096 og 0097 og var på 12,5 meter. Den største forskjellen i firntykkelse var i krysningspunktet mellom 0096 og 061 (april) og var på 1,74m.

De store forskjellene mellom 096, 097 og de kryssende profiler kan skyldes flere ting. Det er flere kryss der 096 og 097 er parallele med breens margin mens det kryssende profil beveger seg rett på. Dette vil gi en forskjell da migrasjon ikke vil korrigere dybden på profilet som går langs breens margin (avsnitt 5.2.6). Når 096 og 097 ble samlet inn i september var det i tillegg overflatevann flere steder på breen. Dette ga støy på profilene og gjorde det særlig vanskelig å tolke berggrunnsreflektoren på profil 096. En siste grunn til at 096 og 097 er mindre sikre er at de begge ble samlet inn med 50 MHz radar. 50 MHz radaren har en dårligere oppløsning enn 500 MHz radaren (se avsnitt 4.3.3) og nøyaktigheten til 096 og 097 er derfor ikke like stor. Bruken av 50MHz radar alene betyr selvfølgelig ikke at profilene ikke kan brukes, men kombinasjonen av den manglende migrasjon på tvers, støy langs profilene og mindre sikker radar gjør, at mener vi at modellene for firn og is blir bedre uten profil 096 og 097.



Figur 37: Forskjellene i firnetykkelse mellom profilene (målt med georadar). Fargen til profilene sier noe om dybden til firnen. Mørkere farge betyr større dybde.



Figur 38: Forskjellene i istykkelse (målt med georadar) mellom de ulike profilene. Profil 096 (rød/svart)) og 0097(rød/svart) ble fjernet og ikke brukt som grunnlagsdata for interpoleringen av istykkelse.

For å vurdere usikkerhetene knyttet til modellene av is og firn, ble de målte tykkelsene fra georadaren sammenlignet med de interpolerte tykkelsene (avsnitt 5.3.1). Tabell 6 viser største, minste og gjennomsnittlige forskjell mellom de målte og de interpolerte tykkelser for både is og firn.

Tabell 6: Viser forskjellene mellom målte og interpolerte verdier for is og firn.

	Største forskjell (m)	Minste forskjell (m)	Gjennomsnittlig forskjell (m)
Is	4,2	0	0,538
firn	3,8	$1,2 * 10^{-6}$	0,206

Tabell 6 viser et maksimalt avvik mellom de målte og interpolerte verdier for is på 4,2m. Det gjennomsnittlige avvik er på 0,54m og utgjør 11,5% av den gjennomsnittlige istykkelse på 4,66m. Forskjellen mellom målte og interpolerte verdier i firnmodellen var gjennomsnittlig på 0,2 meter, som tilsvarer 12,2% av den gjennomsnittlige tykkelsen til firnen (1,634 meter). Altså er det gjennomsnittlige avviket større for firnen enn for isen.

Georadaren viste en maksimal istykkelse på 27,7 meter, men på modellen er denne redusert til 26,5 meter (figur 29). Dette skyldes konverteringen til rasterdata og filteret «smooth». Etter endt interpolasjon ble dataen konvertert til rasterdata med en cellestørrelse på 5x5 meter, der hver celle ble tilegnet en gjennomsnittlig tykkelse. Ettersom det bare ble målt 27,7 meter istykkelse over en kort strekning, vil den gjennomsnittlige istykkelse innenfor cellen bli noe lavere. Filteret «smooth» (LOW pass) ble brukt for å gi en bedre visuell modell og for å minimere synlige interpolasjonsfeil. Filteret beregner nye verdier til cellene basert på cellene rundt (figur 39) og førte til at istykkelsen videre ble redusert. Konverteringen til rasterdata og bruken av filteret «smooth», vil altså endre de opprinnelige verdiene fra interpoleringen, men endringene er små.

26,9	26,4	27,3
26,3	27,7	26,5
26,4	27,6	26,1

$$\frac{((26,9+26,4+27,3)+(26,3+27,7+26,5)+(26,4+27,6+26,1))}{9} = 26,8$$

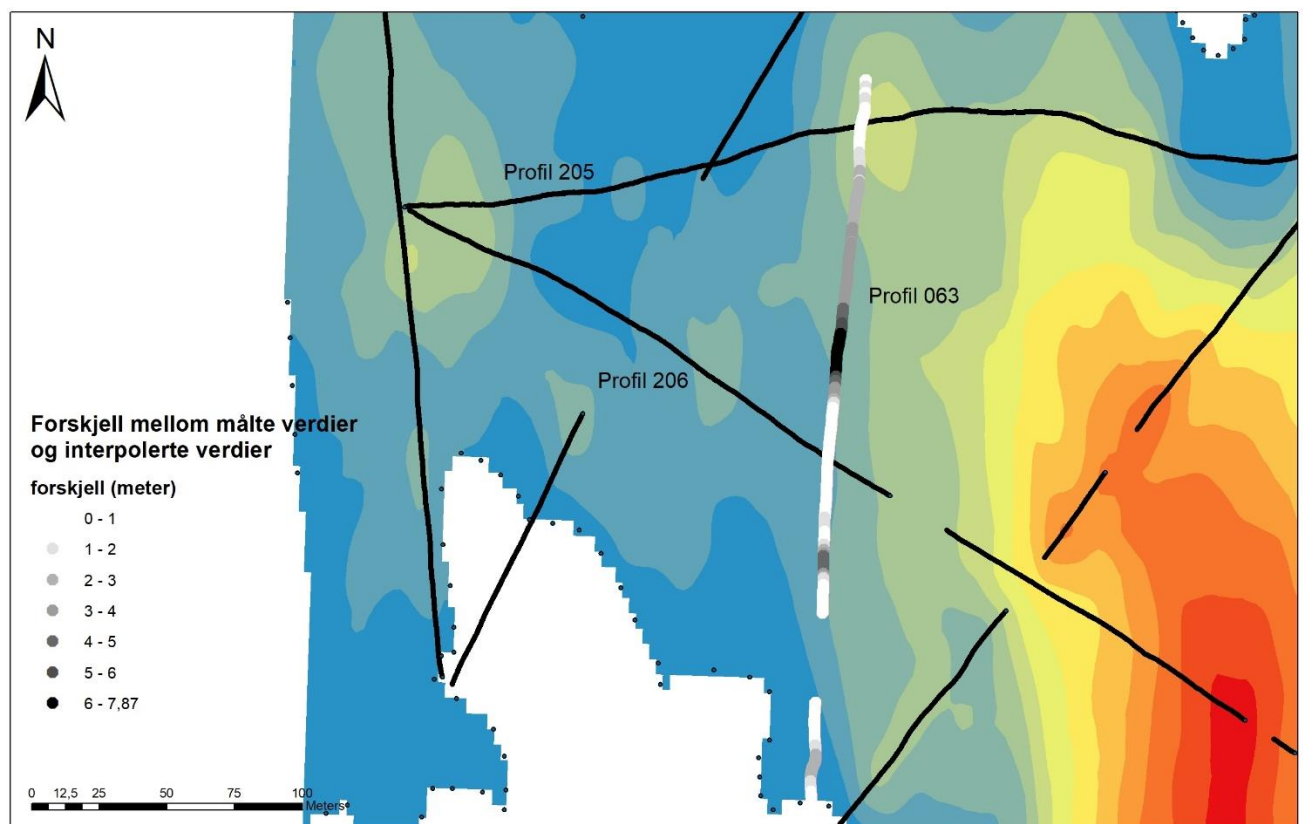
26,9	26,4	27,3
26,3	26,8	26,5
26,4	27,6	26,1

Figur 39: Boksen til venstre viser rasterdataen før Uten «smooth» filteret. Beregningen i midten viser hvordan den nye verdi blir funnet og boksen til høyre viser rasterdataen med filteret «smooth». Tallene i rasterdataen på figuren er tilfeldige.

Resultatene i tabell 6 viser usikkerhetene til interpoleringen langs de målte profiler og vi har utenom dette forsøkt å undersøke hvordan usikkerheten endrer seg med avstand til de målte profiler. For å teste usikkerhetene lengre vekk, ble det laget en ny modell for is uten profilene 077 og 063. De målte verdiene til 077 og 063 ble så sammenlignet med de interpolerte verdiene fra posisjonene til 077 og 063. Resultatet vises i tabell 7 og det kan ses at det er en gjennomsnittlig forskjell på 3 meter for profil 077, og 2,2 meter for profil 063. På figur 40 kan man se hvordan forskjellene varierer utover profil 063. I umiddelbar nærhet av kryssende profiler, er forskjellene lave, men med økt avstand, øker også forskjellene.

Tabell 7: Viser forskjellene mellom målte og interpolerte verdier for is i profilene 077 og 063.

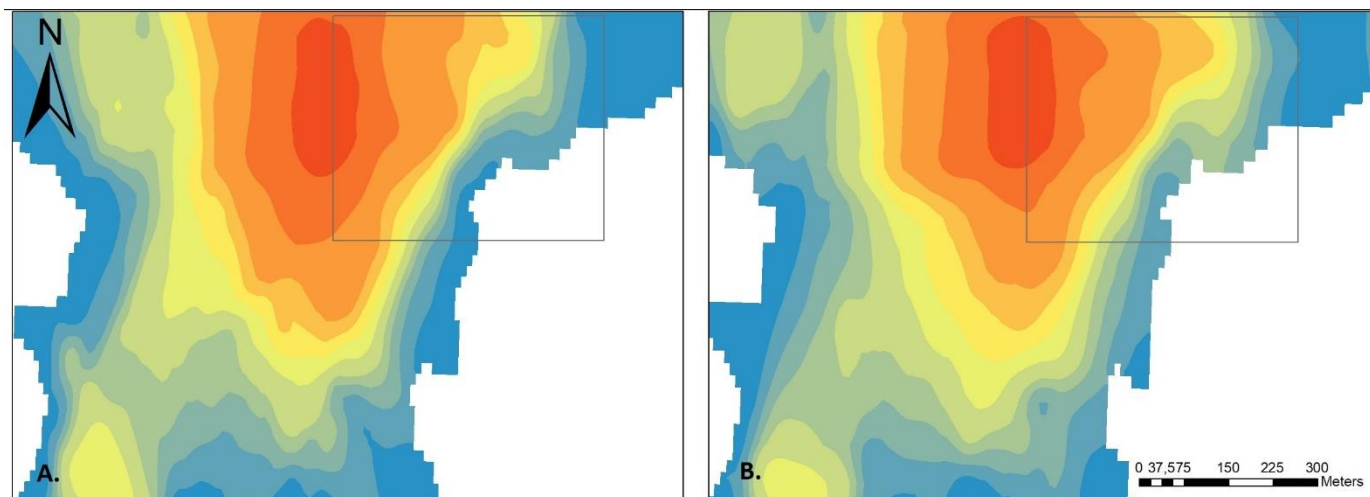
	Største forskjell (m)	Minste forskjell (m)	Gjennomsnittlig forskjell (m)
Profil 063	7,9	0,003	2,2
Profil 077	5,2	0,02	3,0



Figur 40: Figurene viser forskjellene mellom interpolerte verdier og målte verdier for profil 063. Fargen sier noe om størrelsen på forskjellen. Forskjellen øker med avstand fra de kryssende profilene og er på det meste 7,9 meter.

Profil 063 krysser profil 205 og 206 med 120 meters mellomrom, det betyr at det fra midten av profil 063 er ca. 60 meter til nærmeste kryss. Profil 205 og 206 har målt relativt grunne dybder, og modellen anslår derfor at dybden mellom profilene også er lav, men fra de målte verdiene til profil 063 kan man se at dybden i realiteten er betydelig høyere. Situasjonen i dette området er kompleks med store variasjoner i istykkelsen over relativt korte strekker. Det er få andre plasser hvor det ses så store variasjoner i istykkelsen og så stor avstander mellom målte profiler. De store usikkerhetene funnet her, ansees derfor å være noen av de største for hele modellen.

Det er også knyttet usikkerhet til modellene i yttergrensene til breen. Som nevnt i avsnitt 5.3.1, ble yttergrensene tilegnet en is- og firntykkelse lik 0. Dersom det er langt til nærmeste profil, vil disse 0-verdiene bli overrepresentert. Modellen vil også forsøke å lage overgangene jevne, altså at man har gradvis avtagende tykkelse ut mot kantene. Dette trenger ikke nødvendigvis å være tilfellet, da overgangene kan være bråe. Dette kan føre til at modellen feilestimerer tykkelsen i ytterkantene til breen (figur 41). Siden tykkelsen til isen i ytterkantene generelt er lav, vil ikke dette i stor grad påvirke det totale brevolumet.



Figur 41: Figuren til venstre (A.) viser modellen av istykkelse laget med data fra september og februar. Figuren til høyre (B.) er den ferdige modellen av istykkelse (presentert i resultatet), laget med data fra september, februar og april. Målingene fra april gikk nærmere yttergrensen til høyre på breen, og registrerte en større dybde enn det modellen A. viser. I realiteten var overgangen altså bråere, og modellen A. underestimerte dybdene.

Vi har tidligere (avsnitt 7.1) sett en usikkerhet for TWT på 12% og i dette avsnitt sett en usikkerhet for de interpolerte istykkelser langs profilene på 11,5%. Disse usikkerheter vil til en viss grad overlappe men det er vanskelig å si presis hvor mye. Ovenfor har vi vist

hvordan interpoleringen kan avvike med avstand til profilet, men vi forventer at dette er et ekstremt tilfelle og at de generelle avviket er mindre. Vi anslår en usikkerhet i brevolum på 20% basert på undersøkelsene i dette avsnitt.

7.3 Usikkerheter knyttet til vintermassebalansen

Vintermassebalansen blir oppgitt i hvor mange meter vannekvivalens breen legger på seg gjennom en vinter. For å bestemme vannekvivalensen for vinteren 2017/2018 har vi estimert densiteten og gjennomsnittsdybden for vinterens snø gjennom målinger av snødybde og av hastigheten til EM-bølger gjennom snø.

7.3.1 Hastighet i snø

Hastigheten for em-bølger i snø ble målt både 8. og 27. April (avsnitt 4.3.1). Det er to store usikkerheter ved målingene foretatt 8. April. Georadaren fungerte ikke under målingene tatt den 8. April, derfor ble testprofilen gått før reflektoren ble plassert i snøen anvendt. I snøen ble det observert et hardt lag på 2,5m og det kunne på testprofilen fra georadaren ses en reflektor som kunne passe med denne dybde, men vi vet ikke med sikkerhet om det er den samme. Testprofilen ble gått ca 2m unna hvor det harde lag ble observert. Da det kunne ses variasjoner i TWT til den nevnte reflektor langs testprofilen, forventes det at dybden til det harde lag også vil variere og derfor ikke nødvendigvis være på 2,5m hvor profilen ble gått. På grunn av disse usikkerhetene rundt bestemmelsen av hastigheten denne dag valgte vi å kun bruke resultatet funnet 27 april 0,204m/ns.

Målingene for hastighet 27. april ble gjort på Skjerdingsanebreen som ligger ca. 3 km luftlinje unna Frudalsbreen og ca. 500 meter lavere. Dette gjør at målingene ikke er direkte overførbare til Frudalsbreen og vil medføre en usikkerhet i forhold til forskjeller i snøen. Det ble gått 3 profiler over de plasserte reflektorene og det ble målt en hastighet på hvert profil. Gjennomsnittet av disse hastighetene var på 0,204 m/ns (se Tabell 4 i resultat), med avvik fra denne hastighet på opp til 1,15%. Siden Frudalsbreen ligger 500m høyere enn forventes at snøen er lettere her og at hastigheten trolig er noe større.

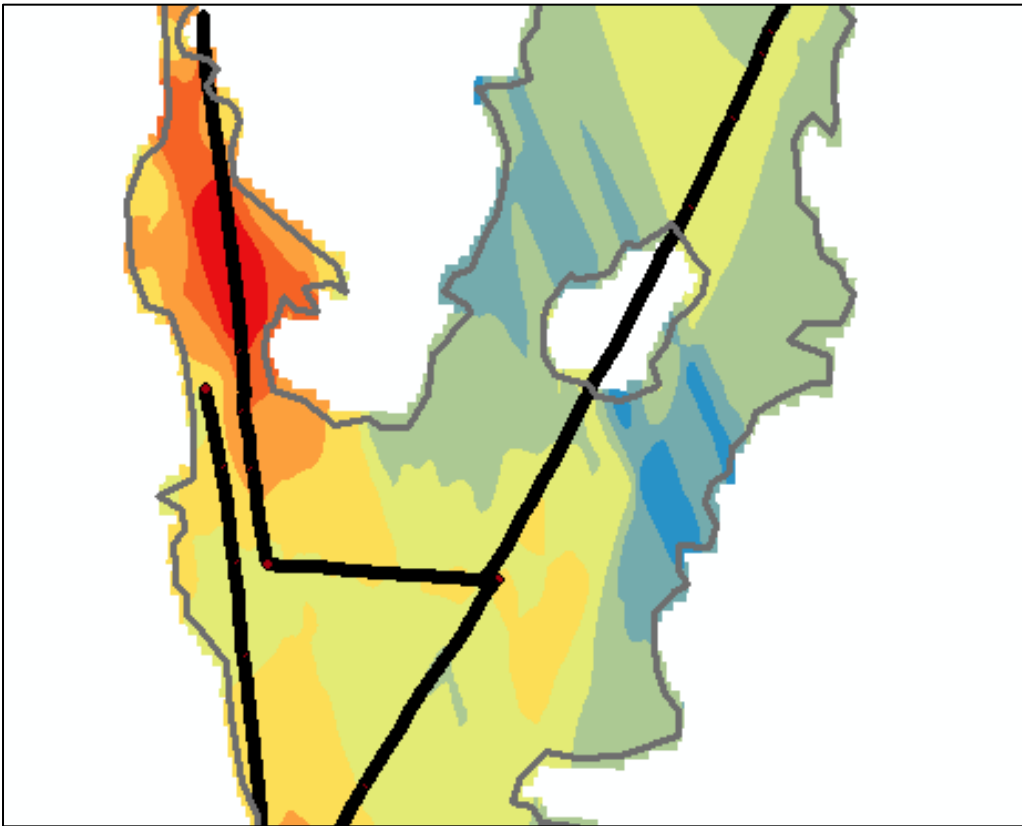
7.3.2 Usikkerhet rundt densiteten til snø

Med bakgrunn i hastigheten for em-bølger gjennom snø, burde densiteten av snøen kunne finnes ved bruk av likning 4. Dette ga en densitet på 557kg/m³, som er høyere enn forventet (avsnitt 4.3.2). Dagen målingene ble tatt var det mye vann i snøen, hvilket betyr at

konduktiviteten i snøen var større enn vanlig (Tabell 1). Siden likning 4 baserer seg på en blanding av snø og is uten vann samt lav konduktivitet, kan den ikke brukes til å bestemme densiteten fra hastigheten vi fant. I stedet brukte vi snøens vannekvivalens og dybde fra målestasjonen på Anestølen til å beregne en densitet på 418 kg/m^3 . Målestasjonen ved Anestølen ligger 1000 høydemeter lavere enn Frudalsbreen og densiteten av snøen forventes å være større her enn på Frudalsbreen på grunn av høyere temperaturer. For snø angis det en øvre grense for densitet på 300 kg/m^3 (avsnitt 4.3.2), men den reelle densitet ligger mest sannsynlig mellom 300 kg/m^3 og 418 kg/m^3 . Vi har valgt å bruke densiteten ved Anestølen på 418 kg/m^3 da dette er fysisk målt data fra nærområdet. Resultatet av vintermassebalansen kunne ha blitt gjort mere sikkert om vi hadde tatt densitetsmålinger på Frudalsbreen. Alternativt kunne densitetsmålingene ha blitt tatt i samband med måling av hastighet for em-bølger gjennom snø på Skjerdinganebreen 27. April.

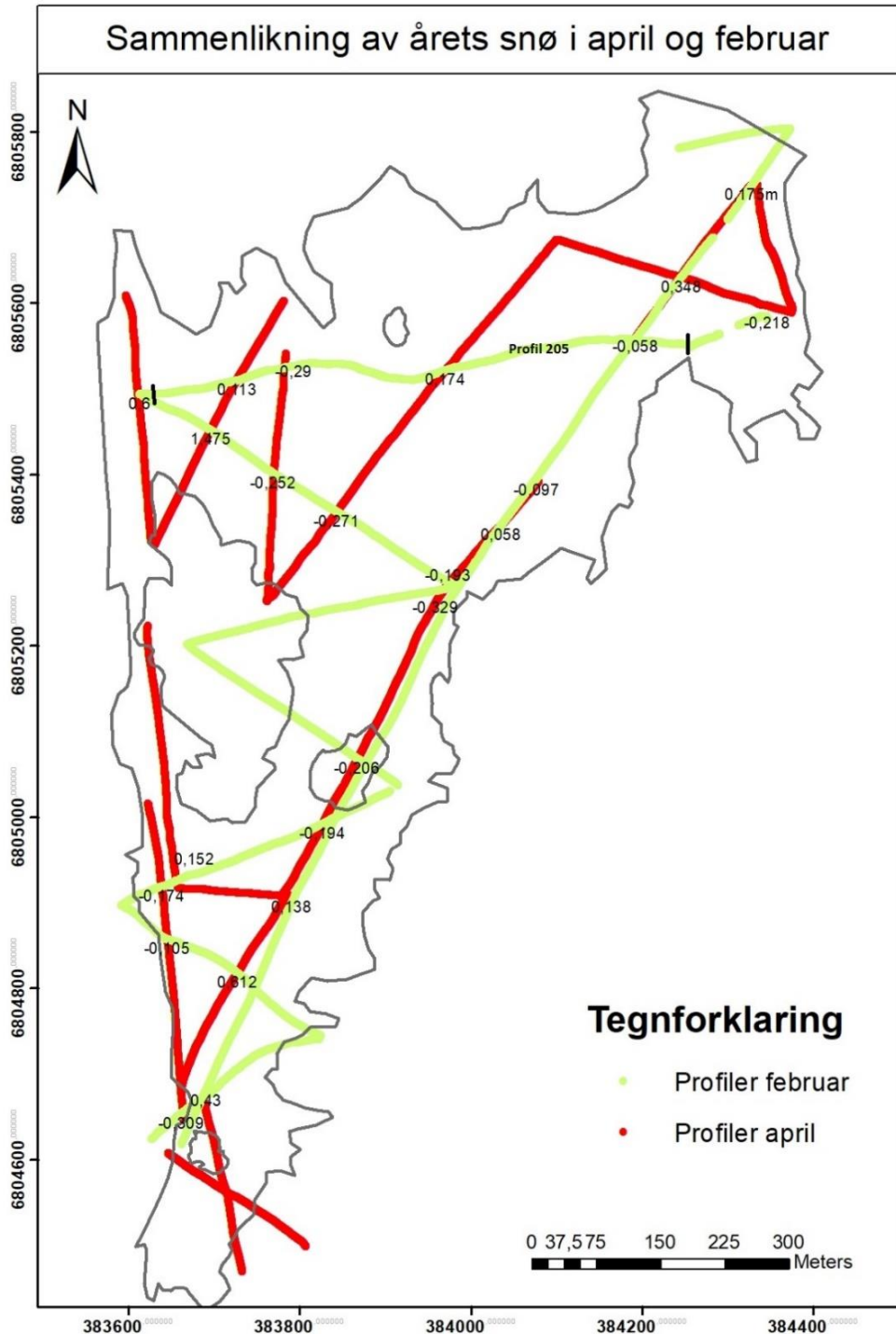
7.3.3 Usikkerheter knyttet til modellen av snø

Akkumulasjonssesongen i Norge varer normalt til slutten av april (avsnitt 4.2.2), derfor vil det være mest nøyaktig å bruke målinger fra april for å estimere vintermassebalansen. Siden det er store avstander mellom profilene fra april, ble usikkerhetene store i enkelte områder. På figur 42 kan man se to «striper» med lave verdier. Dette kan skyldes at et mindre område med lave verdier forplanter seg, da det ikke finnes noe annen data i området. Retningen av forplantningen stemmer også med søkemønsteret modellen brukte under interpoleringen (figur18) og det knyttes derfor stor usikkerhet til dette områdes nøyaktighet.



Figur 42: Utsnitt av modellen for snø, basert på målinger fra april. De blå «stripene» er områder med lav snøtykkelse, og det er knyttet usikkerhet til om dette er reelt eller en «interpolation artifact». De svarte strekene er profilene som ble brukt som grunnlagsdata for interpolasjonen.

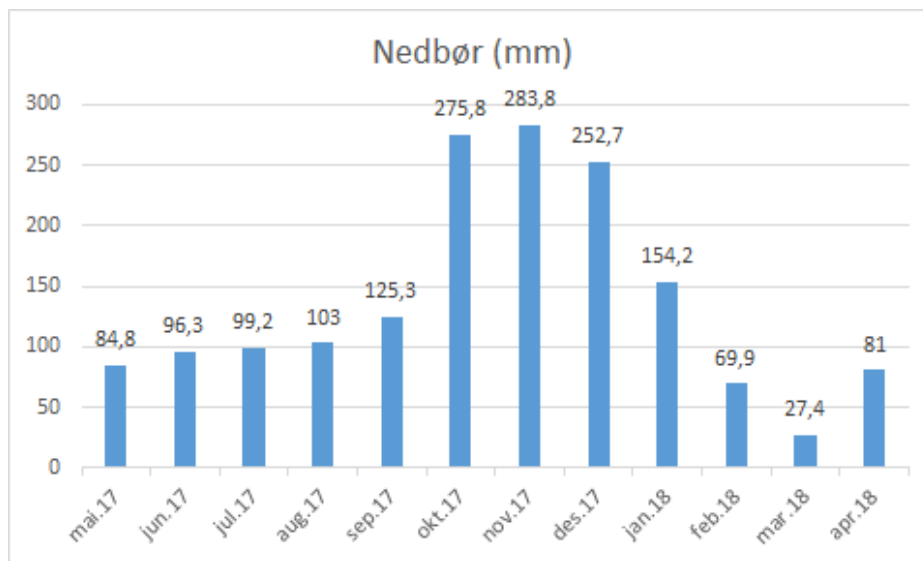
Vi hadde forventet at snøtykkelsen i april skulle være større enn i februar, da dette er senere på vinteren, men fra målingene kan det ses at den var ganske lik og noen plasser større i februar hvilket overrasket oss. Figur 43 viser forskjellen i snøtykkelsen mellom krysspunkter fra februar og april. De positive tal viser der snøtykkelsen var størst i februar mens negative tal viser at den var størst i april. Det kan ses at forskjellen i tykkelsen mellom februar og april generelt er veldig liten.



Figur 43: sammenlikning av målte snødybder fra februar (gul) og april (rød). Negative tall betyr at det er mere snø i februar enn i april.

Nedbørsdata hentet fra værstasjonen på Selseng viser at det frem til målingene i februar kom 1036,4mm nedbør hvilket utgjør 90,5% av den totale nedbør fra oktober til og med april (figur 44). Nedbøren fra februar til og med april utgjør altså ikke en stor del av den totale nedbør for sesonen, og når snøen i tillegg komprimeres over tid kan det hjelpe å forklare hvorfor snøtykkelsene er så like. På figur 43 ses det videre at snøtykkelsen i april noen

steder er større og andre steder mindre enn i februar. Dette skyldes mest sannsynlig en kombinasjon av kompresjon av snødekket og redistribuering av snøen ved vindtransport.



Figur 44: Mengde nedbør (mm) som har falt hver måned siden mai 2017 til og med april 2018. Hentet fra værstasjon på Selseng.

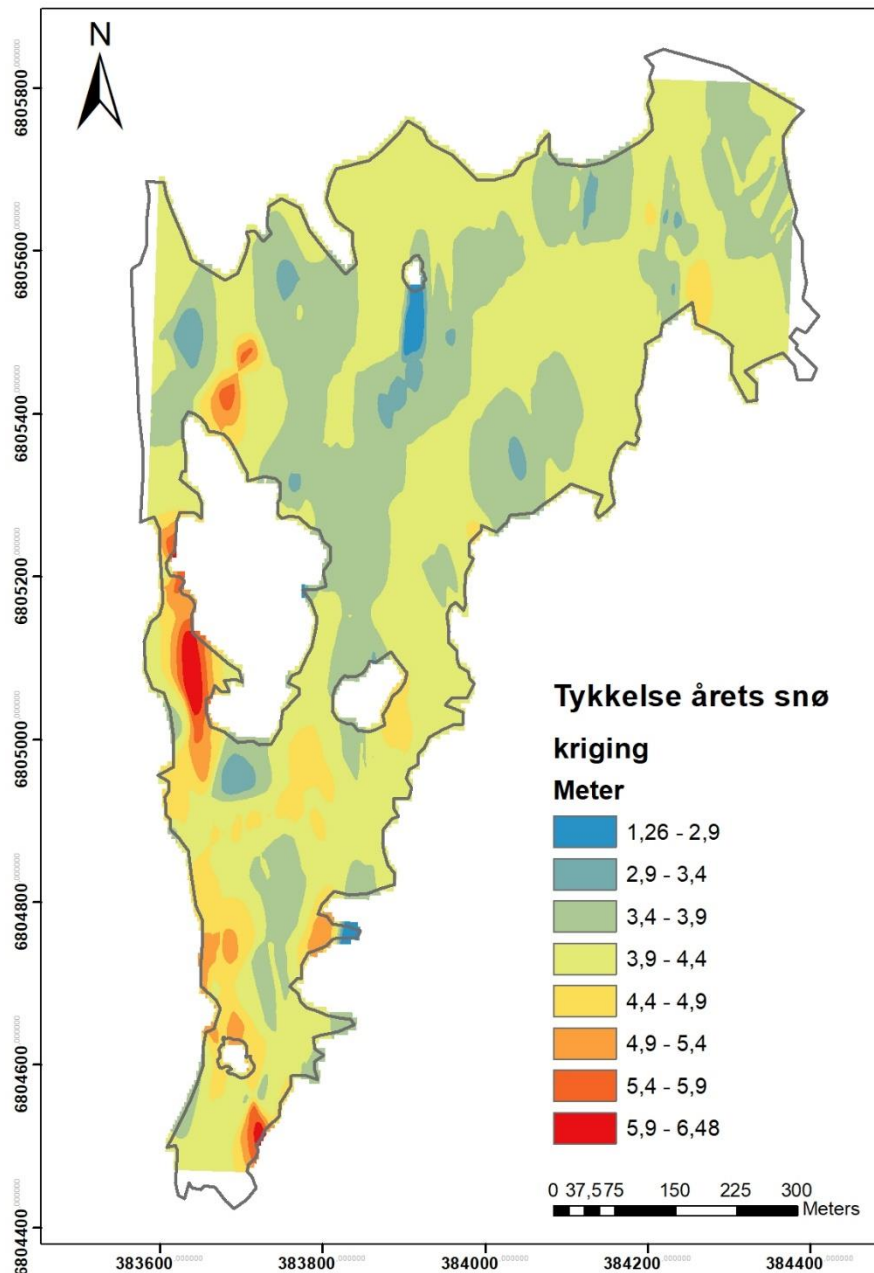
Under kontrolleringen av snømodellen fra april (forklart i avsnitt 5.3.1) ble det funnet en gjennomsnittlig forskjell på 0,088 meter mellom målte verdier og interpolerte verdier, noe som tilsvarer 2,3% av den gjennomsnittlige snøtykkelsen på 3,9 meter. For å undersøke usikkerhetene lengre vekk fra profilene, ble modellen kontrollert opp mot profil 205 fra februar som ikke ble brukt i modellen, men hadde omtrent like snødybder.

Resultatet viste en gjennomsnittlig forskjell på 0,514 meter, og at modellen i et område overestimerte snø-tykkelsen med 2,7 meter.

7.3.4 Alternativ modell

Siden forskjellene i snødybde fra februar til april var så små, og at snømodellen (basert på data fra april) i enkelte områder manglet data, kunne det være hensiktsmessig å bruke målingene fra februar i tillegg til målingene fra april. Figur 45 viser resultatet av interpolasjonen med målinger fra både februar og april. En sammenlikning av målte og interpolerte snøtykkelser for den nye modellen, viser en gjennomsnittlig forskjell på 0,064 meter. På det meste overestimerer modellen snøtykkelsen med 1,5 meter. Disse tallene viser at usikkerhetene tilknyttet den nye modellen, er lavere enn for modellen basert på målinger fra april (se avsnitt 7.3.4). Den nye modellen ser også ut til å ha færre

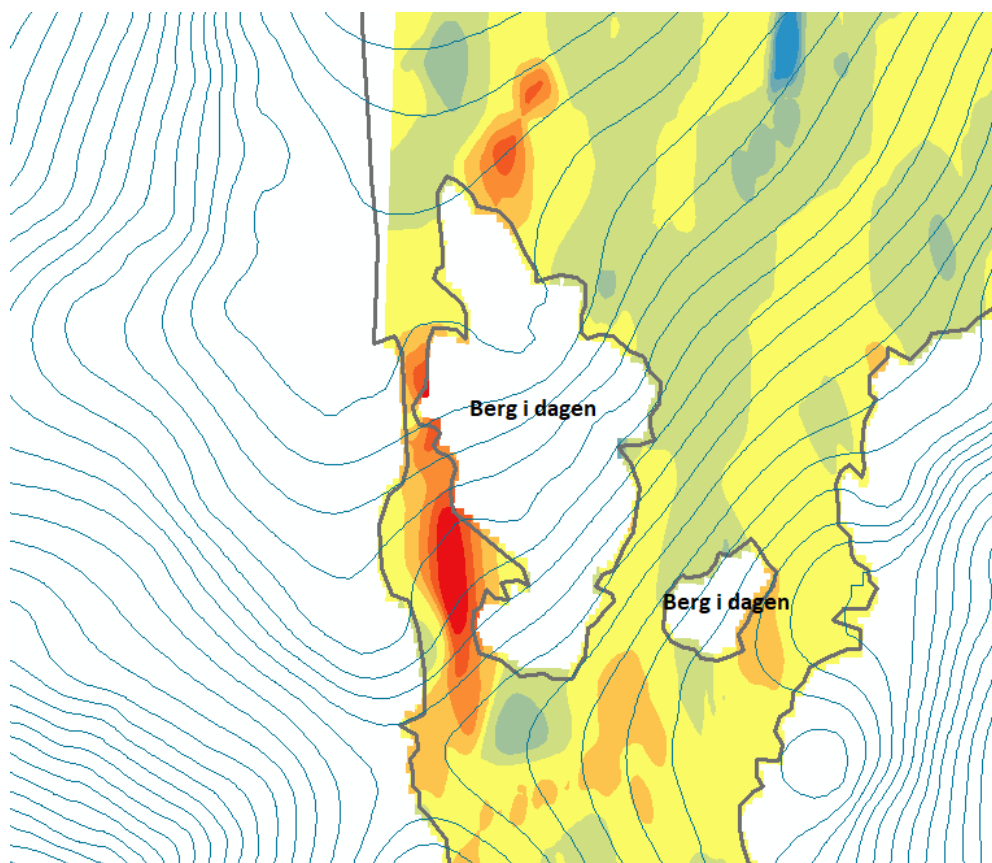
interpoleringsfeil (interpolation artifacts). Selv om modellen baserer seg på målinger fra to forskjellige tidspunkter anses den som en bedre representasjon av snøfordelingen enn modellen basert på målinger fra april alene. Likevel mener vi ikke at denne kan presenteres som det endelige resultat siden det ikke vil være riktig å bruke data fra februar til å representere den totale vintermassebalansen.



Figur 45: Modell som viser utbredelsen og mektigheten til årets snø. Modellen er laget med data fra april og februar.

Fra figur 45 kan man se at den største mektigheten finner man vest og sør på breen. Gjennomsnittlig er tykkelsen på snøen 4,02 meter, og på det meste 6,48 meter. Fra figur 46 som viser et mer detaljert utsnitt av modellen med høydekvoter, kan man se at de største

snødybdene er der det er forsenkninger i overflatetopografien eller rundt der berg stikker opp i dagen. Årsaken til dette er trolig vindens påvirkning på distribueringen av snø. Fra ryggen vest for breen, blir snø vindtransportert inn på breen og avsatt på losiden av bergknausene eller i konkave former. Videre inn på breen (øst) vil vinden redistribuere snøen som allerede ligger på breen, og da særlig fra konvekse former. Denne snøen blir enten fraktet av breen eller avsatt i konkave former.



Figur 46: Utsnitt av modellen for snø med høydekvoter (5 meter) laget fra DTM 10.

7.3.5 Resultat fra vintermassebalanse

Densiteten funnet fra Anestølen sammen med volumet fra snømodellen (april) ga en vannekvivalens på 1,64m for vintermassebalansen. Dette er nok litt over det som er sannsynlig da densiteten på Frudalsbreen burde være lavere enn på Anestølen på grunn av høydeforskjellen. Hadde vi i stedet valgt å bruke 300kg/m^3 , som er den teoretiske øvre grense for snø, ville vi fått en vannekvivalens på 1,18m. Dette tilsvarer 72% av vårt resultat hvilket viser en ganske stor forskjell. Vi forventer at densiteten er nærmere 418kg/m^3 enn 300kg/m^3 og anslår en samlet usikkerhet på ca. 15% for vintermassebalansen.

7.4 Breers klimasensitivitet

Som et resultat av den globale temperaturstigningen opplever man at de norske breene trekker seg tilbake (avsnitt 4.2.2). I studiet til (Andreassen og Oerlemans, 2009) ble klimasensitiviteten til storbreen (73 km øst for Frudalsbreen) undersøkt og det ble funnet at en endring på $+1$ C, ville føre til en endring på $+0,55$ m.ve, mens en endring i nedbør på $+10\%$ vil en føre til en endring i massebalansen på $+0,20$ m.ve (kilde). En temperaturøkning på 2 celsius vil i tillegg forlenge ablasjonssesongen med 30 dager, noe som ytterligere vil påvirke massebalansen negativt. (kilde). Altså vil endringer i klimaet, i svært stor grad påvirke massebalansen. Storbreen er 11 ganger større enn Frudalsbreen og ligger innenfor et høydeintervall på 681 meter. Frudalsbreen som ligger innenfor et høydeintervall på 150 meter vil trolig respondere enda sterkere på disse endringene, da den vil ha et mindre område for akkumulasjon over likevektslinjen (Andreassen *et al.*, 2012).

7.5 Diskusjon rundt breens bevegelse

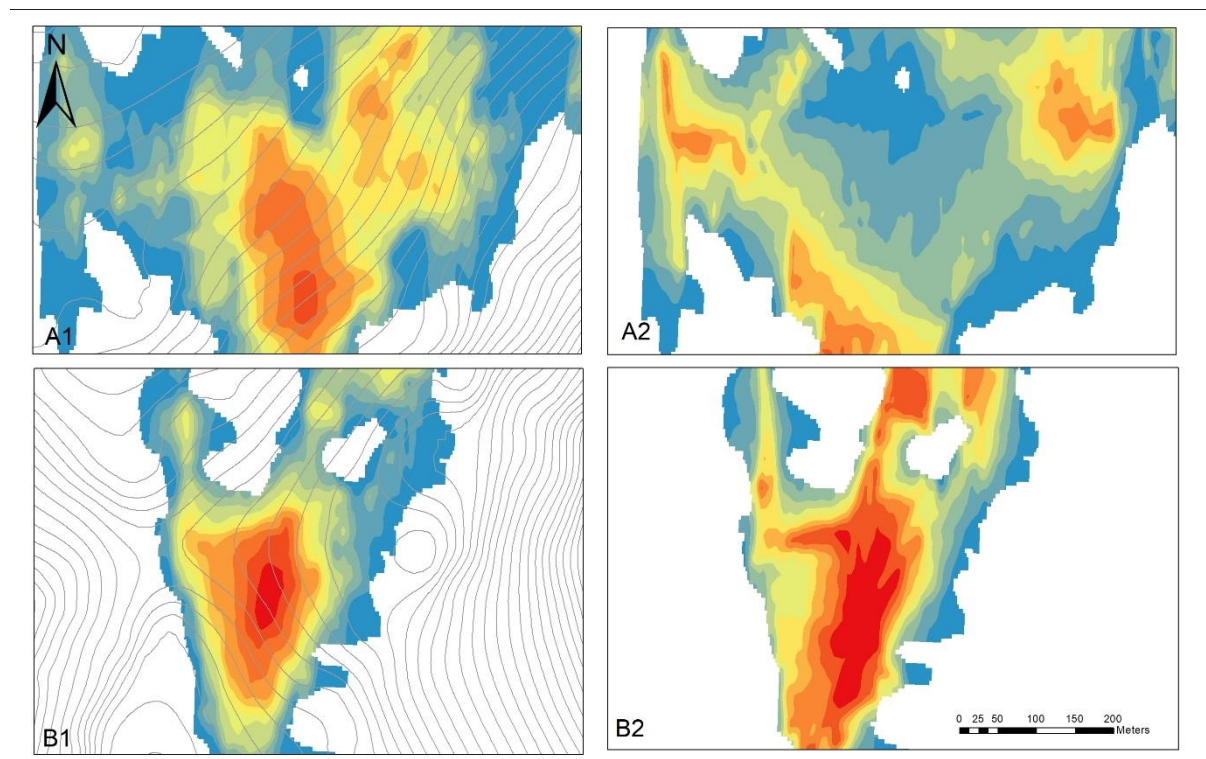
En isbre er definert som en masse med snø og is fra flere sesonger som er eller har vært i bevegelse (Nesje, 2012). Kuhn (1995) definerer derimot en ismasse ut fra om den har indre bevegelse og sier at om den ikke har en indre bevegelse er det ikke en isbre. Ismodellen viste at Frudalsbreen kun er ~ 26 m dyp (avsnitt 6.3 og 7.2) på det tykkeste og har en gjennomsnittlig istykkelse på 4,66 m. Det kan derfor diskuteres om breen i det hele tatt er i bevegelse eller skal klassifiseres som dødis. Dødis vil i mange tilfeller være et resultat av en isbre som har hatt negativ massebalanse i mange år og blitt redusert helt til at det ikke eksisterer en indre bevegelse (Kuhn, 1995).

Frudalsbreen har tre brearmer som er mer eller mindre i kontakt med oppgavens avgrensning av breen (avsnitt 3). En brearm er ikke i direkte kontakt med avgrensingen, men er i umiddelbar nærhet. Det tyder på at den en gang har hatt kontakt, men mistet denne pga. smelting. Den andre brearmen er i kontakt med den avgrensede delen, men er tynn og det er usikkert om det faktisk er breis i grensen. At en av brearmene har mistet kontakt og en annen virker til å være på veg å miste kontakt, kan tyde på at Frudalsbreen har fått redusert brevolumet, og dermed sin indre bevegelse som en gang har supplert brearmene med is.

Imidlertid er den avgrensede delen av breen fortsatt direkte koblet til to brearmer som viser tegn til bevegelse. Den avgrensede delen av breen var fullstendig dekket med snø ved høstens feltarbeid, hvilket tyder på positiv massebalanse under sesongen. Radargrammer fra breen har vist tegn på at breen har sprekker, som er et direkte tegn på bevegelse (avsnitt

4.2.1). Modellen av bunntopografi viser en markant depresjon under den tykkeste delen av breen (avsnitt 6.5). Denne depresjonen er mest sannsynlig et resultat av erosjon fra breen, hvilket tyder på at breen har hatt bevegelse i dette området. Derimot viser bunntopografien under resten av breen ingen klare tegn på noe større form for glacial erosjon, noe som kan tyde på at bevegelsen her har vært mindre.

Figur 47 viser tykkelsen til is og firn ved de stedene på breen med størst bredtykkelse. A1 og A2 viser utbredning av henholdvis is og firn i den nordlige delen av breen, mens B1 og B2 viser utbredningen av henholdvis is og firn i den sørlige delen av breen. I område B ses det at tykkelsen til firn er størst over området med størst mektighet av is. Dette var forventet på bakgrunn av hvordan snø/firn utvikler seg til breis (avsnitt 4.3.2). Område A derimot stemmer ikke overens med forventningene. Her er isen tykkest under et område med lav firntykkelse. Firnen ligger på sitt mektigste på sidene av hvor isen er tykkest.



Figur 47: Sammenlikning av istrykkelse mot firntykkelse. Figurene til venstre viser mektigheten og utbredelsen til isen (A1 og B1), mens figurene til høyre viser mektigheten og utbredelsen til firnen (A2 og B2). Figurene til venstre har i tillegg høydekontene fra overflatetopografien (5m), for å vise evt. bevegelsesretning på breen. Område A viser nordlige del av breen og område B viser sørlige del av breen

7.6 Diskusjon rundt V-A skalering

V-A skalering baserer seg på ligningen $V = k * A^\gamma$ og estimerer brevolum ut fra overflateareal og forskjellige parametere slik som breens morfologi, dynamikk, klima og topografi (avsnitt 4.4.1). Brevolumet beregnet fra modellene viser at volumet har blitt overestimert ved V-A skalering for alle forskjellige verdier satt for k og γ . Det kan være flere grunner til hvorfor Frudalsbreen har et mindre brevolum enn det som er blitt estimert. Som skrevet i avsnitt 4.4.1 er V-A skalering ment for å estimere det totale brevolumet i et større område og ikke for enkelte breer, samtidig er de anvendte verdier for k og γ generelt ment for breer i likevekt, hvilket man ikke kan si sikkert om Frudalsbreen (se avsnitt 4.2.2). Oppgavens resultater knytter derfor ingen usikkerhet til metoden V-A skalerings formål og bruk, men gir en indikasjon om at metoden kanskje kan gjøres bedre for breer lik Frudalsbreen. Videre er det derfor viktig å kunne si om det større området Frudalsbreen befinner seg i (Vestlandet, Norge), har breer som ligner Frudalsbreen.

Måling av brevolumet til Skjerdinganebreen i 2015 (Eldegard og Rønningen, 2015) viste at V-A skalering i motsetning til Frudalsbreen underestimerte volumet. Selv om de ligger nærme hverandre har Frudalsbreen og Skjerdinganebreen veldig forskjellig akkumulasjon og form. Dette tyder på at det kan være store forskjeller i sammenhengen mellom volum og overflateareal innenfor et lite område og viser hvorfor regionale justeringer av modeller er viktig. Andreasen et al (2015) skriver at de vurderer en "distributed ice thickness"-modell, som bruker estimater av massebalansen til å beregne istykkelse, til å være mere nøyaktig enn V-A skalering. De gjør oppmerksomme på at bruken av denne type modell også har sine begrensinger på enkelte breer. For videre undersøkelser er det derfor ønskelig å gjøre lignende feltarbeid på breer på Vestlandet med lignende morfologiske trekk som Frudalsbreen for å sammenligne. Breer som Myrdalsbreen, Voggebreen og Bjåstadbreen er aktuelle feltlokalteter i Sogndalsdalen som har likhetstrekk med Frudalsbreen og kan sammenlignes med volumestimeringen til Frudalsbreen.

8. Konklusjon

Formålet med denne oppgaven har vært å bestemme snø-, firn-, og istykkelsene på Frudalsbreen og lage modeller som illustrerer dette. Ved å bruke disse modellen har vi funnet vintermassebalansen og volumet til Frudalsbreen. Vi har også sammenliknet brevolumet fra modellen med volumestimater funnet ved V-A skalering.

Oppgaven presenterer modeller av breens is- og firntykkelse og fra dette er volumet av Frudalsbreen bestemt til å være $0,0029\text{km}^3 \pm 20\%$. I oppgaven er det også presentert en modell av snødybden på Frudalsbreen april 2018 som har blitt brukt til å bestemme en vintermassebalanse for vinteren 2017-2018 på 1,64 m. ve $\pm 15\%$.

Resultatene presenteres med en viss usikkerhet. Særlig brevolum har en stor usikkerhet da der er store variasjoner i bunntopografien. Dette gjør at georadaren vil registrere falske refleksjoner fra hellende reflektorer. Oppgaven har til en viss grad tatt høyde for dette ved å migrere langs de målte profiler men særlig der profilene går langs avgrensingen av breen kan det i oppgaven ses en usikkerhet i målingene. Små avvik i dybden kan potensielt utgjøre en stor andel av gjennomsnittsdybden da denne er liten. Det hadde vært interessant å undersøke hvilken forskjell migrasjon i 2 retninger ville ha på usikkerheten til volumet av Frudalsbreen eller en annen bre av lik karakter.

Sammenlikningen av brevolumet funnet i denne oppgaven og volumestimeringene fra V-A skalering, viser at samtlige V-A metoder overestimerer brevolumet. Dette sier ingenting om V-A skalering som metode da den ikke er ment for å brukes på en bre alene (og særlig ikke en avgrenset bre som i denne oppgave). Sammenlikningen viser likevel at det muligvis er karakteristikk ved Frudalsbreen som gjør at dagens V-A skalering ikke er optimal for bruk på breer som likner på Frudalsbreen, men det er uvisst om Frudalsbreen er et unikt tilfelle. Det er som nevnt i diskusjonen, ikke sikkert at V-A skalering nødvendigvis er den beste metoden for å estimere brevolum, kanskje er "ice flow" modeller et bedre alternativ. Oppgavens volumbestemmelse vil uansett kunne hjelpe til å gi bedre parametere til bruk i V-A skalering eller kalibrere ice-flow modeller.

På bakgrunn av resultatene våre synes vi det hadde vært interessant med flere undersøkelser av volumet til små og grunne breer som Frudalsbreen. Dette er spennende med tanke på å gi bedre modeller til å anslå det samlede volum av slike breer. Resultatet kan hjelpe til med å konstruere og validere massebalansmodeller samt bestemme om breen fortsatt har indre bevegelse eller ikke. Når man sammenlikner formen og akkumulasjonen for Skjerdingsanebreen med Frudalsbreen kan man videre se at det kan være store forskjeller på et lite område.

Kildeliste

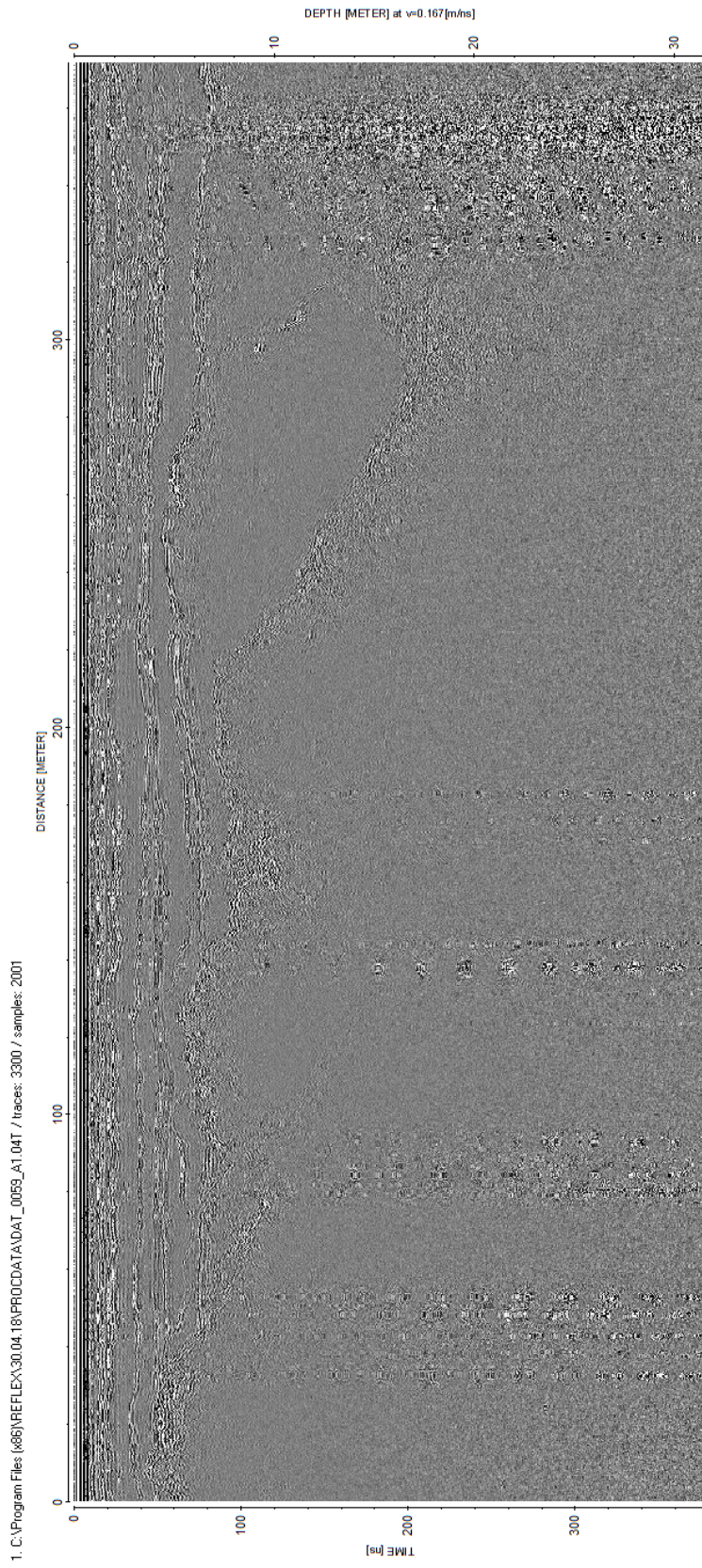
- Andreassen, L. M. *et al.* (2005) *Glacier mass-balance and length variation in Norway*.
- Andreassen, L. M. og Oerlemans, J. (2009) Modelling Long-Term Summer and Winter Balances and the Climate Sensitivity of Storbreen, Norway, *Geografiska Annaler. Series A, Physical Geography*, 91(4), s. 233-251. Tilgjengelig fra: <http://www.jstor.org/stable/25622659>.
- Andreassen, L. M. *et al.* (2012) *Inventory of Norwegian Glaciers*.
- Andreassen, L. M. *et al.* (2015) Ice thickness measurements and volume estimates for glaciers in Norway, *Journal of Glaciology*, 61(228), s. 763-775. doi: 10.3189/2015JoG14J161.
- Bahr, D. B. (1997) Width and length scaling of glaciers, *Journal of Glaciology*, 43(145), s. 557-562. doi: 10.3189/S0022143000035164.
- Bahr, D. B., Meier, M. F. og Peckham, S. D. (1997) The physical basis of glacier volume-area scaling, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 102(B9), s. 20355-20362. doi: doi:10.1029/97JB01696.
- Bahr, D. B., Pfeffer, W. T. og Kaser, G. (2015) A review of volume-area scaling of glaciers, *Reviews of Geophysics (Washington, D.C. : 1985)*, 53(1), s. 95-140. doi: 10.1002/2014RG000470.
- Benn, D. I. og Evans, D. J. A. (2010) *Glaciers and Glaciation*. Hodder Education.
- Chapman, R. E. (2002) *Physics for geologists*. 2nd ed. utg. London: Routledge.
- Chen, J. og Ohmura, A. (1990) *Estimation of Alpine Glacier Water Resources and their Change Since the 1870s*.
- Childs, C. (2004) *Interpolating surfaces in ArcGIS spatial analyst*.
- Church, J. A. *et al.* (2013) Sea Level Change, i Stocker, T. F., *et al.* (red.) *Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA: Cambridge University Press, s. 1137–1216.
- Cutnell, J. D. (2013) *Introduction to physics*. 9th ed. utg. Hoboken, N.J: Wiley.
- Eldegard, R. F. og Rønningen, E. S. S. (2015) Georadarundersøkelser av Skjerdingsanebreen. Beregning av istykkelse, volum og sammenligning av dette med estimerte volumer ved volum-arealmetode *Using ice thickness and volume, derived from GPR- investigations, to determine the accuracy of the widely used volume-area scaling parameters for Skjerdingsanebreen*.
- Grinsted, A. (2013) An estimate of global glacier volume, *The Cryosphere*, 7(1), s. 141-151. doi: 10.5194/tc-7-141-2013.
- Hubbard, B. og Glasser, N. F. (2005) *Field Techniques in Glaciology and Glacial Geomorphology*. John Wiley & Sons.
- Huss, M. og Farinotti, D. (2012) Distributed ice thickness and volume of all glaciers around the globe, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 117(F4). doi: doi:10.1029/2012JF002523.
- Hyndman, D. W. og Hyndman, D. W. (2011) *Natural hazards & disasters*. 4th ed. utg. Belmont, Calif.: Thomson/Brooks/Cole.
- IPCC (2013a) *Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA: Cambridge University Press.
- IPCC (2013b) Summary for Policymakers, i Stocker, T. F., *et al.* (red.) *Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA: Cambridge University Press, s. 1–30.

- Jóhannesson, T., Raymond, C. og Waddington, E. (1989) Time–Scale for Adjustment of Glaciers to Changes in Mass Balance, *Journal of Glaciology*, 35(121), s. 355-369. doi: 10.3189/S00221430000928X.
- Kovacs, A., J. Gow, A. og M. Morey, R. (1995) *The in-situ dielectric constant of polar firn revisited*.
- Kuhn, M. (1995) *The mass balance of very small glaciers*.
- Macheret, Y. Y. og Zhuravlev, A. B. (1982) Radio Echo-Sounding of Svalbard Glaciers, *Journal of Glaciology*, 28(99), s. 295-314. doi: 10.3189/S0022143000011643.
- Murray, Booth, A. og Rippin, D. (2007) *Water-content of Glacier-ice: Limitations on Estimates from Velocity Analysis of Surface Ground-penetrating Radar Surveys*.
- Mussett, A. E. (2000) *Looking into the earth : an introduction to geological geophysics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Neal, A. (2004) Ground-penetrating radar and its use in sedimentology: principles, problems and progress, *Earth-Science Reviews*, 66(3), s. 261-330. doi: <https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2004.01.004>.
- Nesje, A. (2012) *Brelære : bre, landskap, klimaendringer og datering*. 2. utg. utg. Kristiansand: Høyskoleforl.
- Plewes, L. A. og Hubbard, B. (2001) A review of the use of radio-echo sounding in glaciology, *Progress in Physical Geography: Earth and Environment*, 25(2), s. 203-236. doi: 10.1177/030913330102500203.
- Radić, V. og Hock, R. (2010) Regional and global volumes of glaciers derived from statistical upscaling of glacier inventory data, *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 115(F1). doi: doi:10.1029/2009JF001373.
- Sandmeier, K.-J. (2017) REFLEXW, s. 617.
- Van de Wal, R. S. W. og Wild, M. (2001) Modelling the response of glaciers to climate change by applying volume-area scaling in combination with a high resolution GCM, *Climate Dynamics*, 18(3), s. 359-366. doi: 10.1007/s003820100184.
- Vaughan, D. G. *et al.* (2013) Observations: Cryosphere, i Stocker, T. F., *et al.* (red.) *Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA: Cambridge University Press, s. 317–382.
- Yde, J. C. *et al.* (2014) Volume measurements of Mittivakkat Gletscher, southeast Greenland, *Journal of Glaciology*, 60(224), s. 1199-1207. doi: 10.3189/2014JoG14J047.
- ArcGis Pro. (2018). *Deterministic methods for spatial interpolation*. Hentet 26.april. Mai 2018 fra <http://pro.arcgis.com/en/pro-app/help/analysis/geostatistical-analyst/deterministic-methods-for-spatial-interpolation.htm>
- ArcGis Pro. (2018). *How radial basis functions work*. Hentet 30. April 2018 fra: <http://pro.arcgis.com/en/pro-app/help/analysis/geostatistical-analyst/how-radial-basis-functions-work.htm>
- seNorge.no. (2018). Kart med oversikt over klimastasjoner nære Frudalsbreen. Hentet 4. mai 2018 fra <http://www.senorge.no/index.html?p=klima>
- Geonorge. (2018). *DTM 10 Terrengmodell (UTM32)*. Hentet 8.mai 2018 fra <https://kartkatalog.geonorge.no/metadata/uuid/fd851873-f363-46f9-9fc6-bb1b403575df>
- Geonorge. (2018). *Topografisk norgeskart 3*. Hentet 24. April 2018 fra <https://kartkatalog.geonorge.no/metadata/kartverket/topografisk-norgeskart-3/81a617be-01d3-4daa-b345-0fa49ad45f37>
- Geonorge. (2018). *Ortofoto Sogn 2010*. Hentet 24. April 2018 fra

<https://kartkatalog.geonorge.no/metadata/uuid/18b047f1-4f3b-49c3-887d-0b862e634bdb>

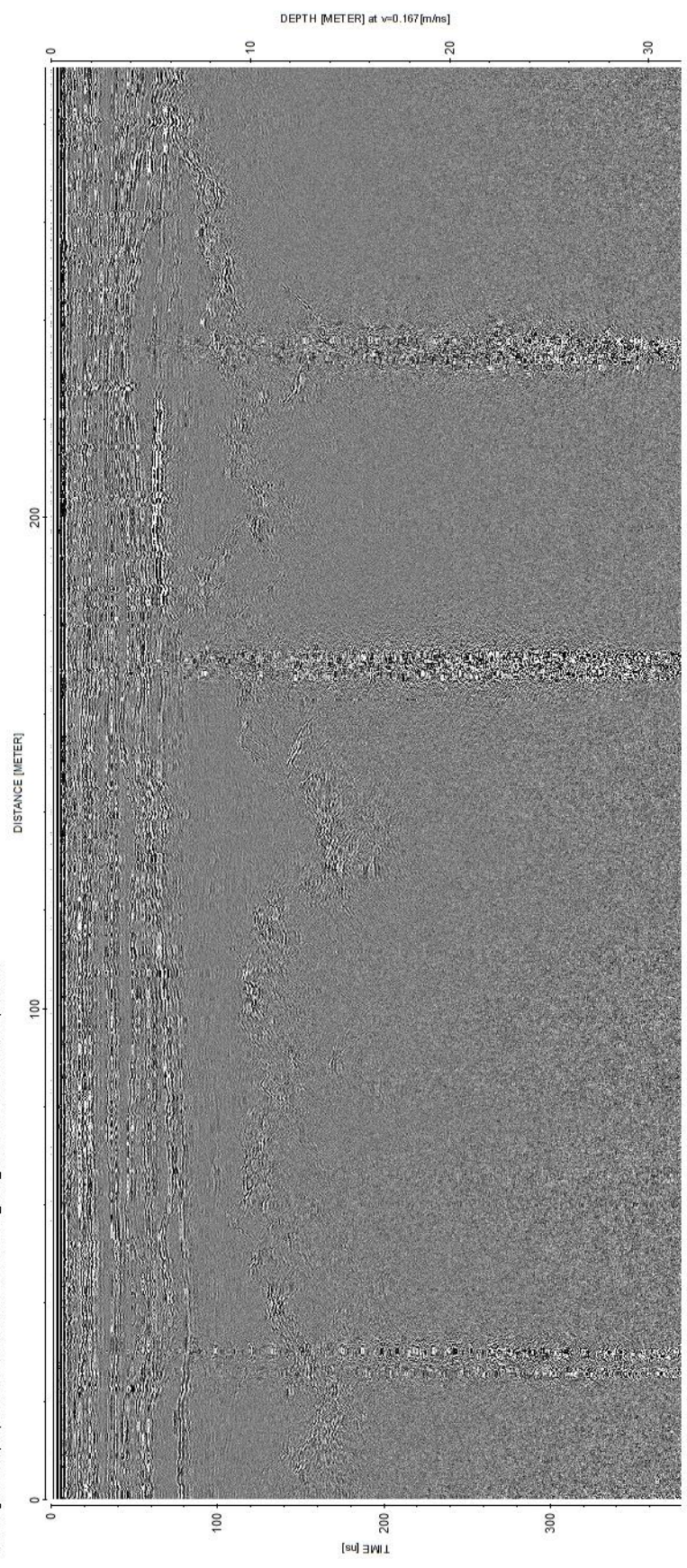
Norges Geologiske Undersøkelse. (2018). Berggrunn N50. Hentet 13. Januar fra:
<https://geo.ngu.no/kart/berggrunn/>

Appendix



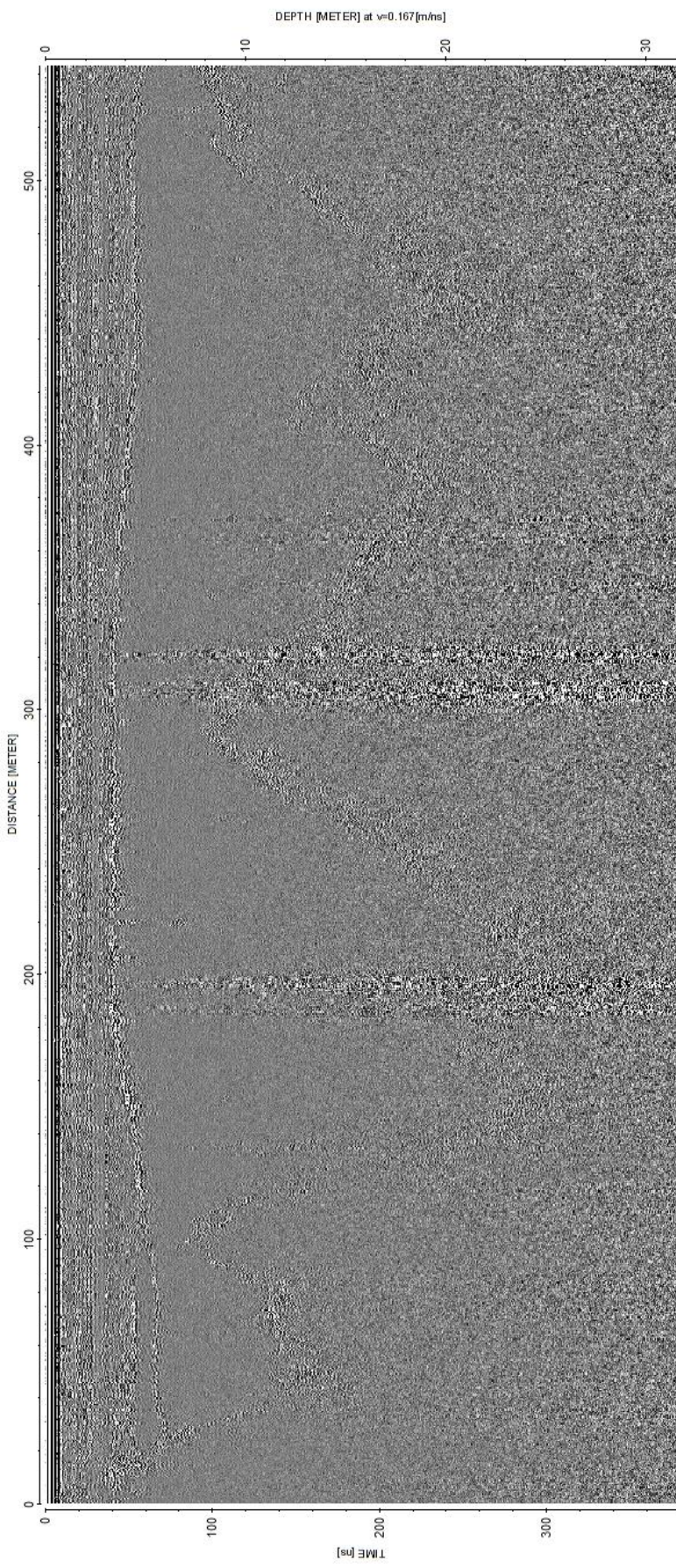
Profil 059 prosessert.

I: C:\Program Files (x86)\REFLEX\30.04.18\PROCDATA\DAT_0060_A1.04T / traces: 2453 / samples: 1999

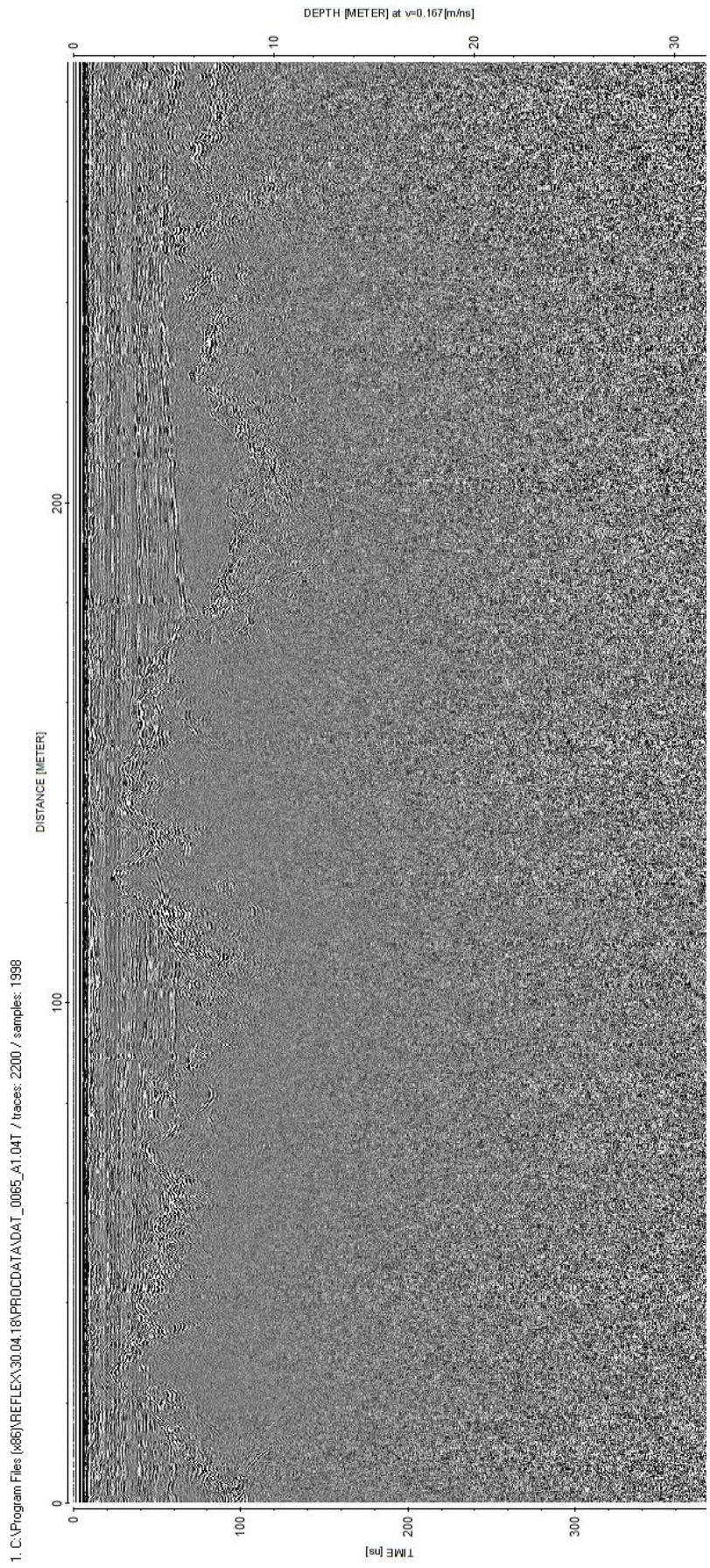


Profil 060 prosessert.

1. C:\Program Files (x86)\REFLEX\30.04.18\PROC\DATA\DAT_0064_A1.04T / traces: 5198 / samples: 1998

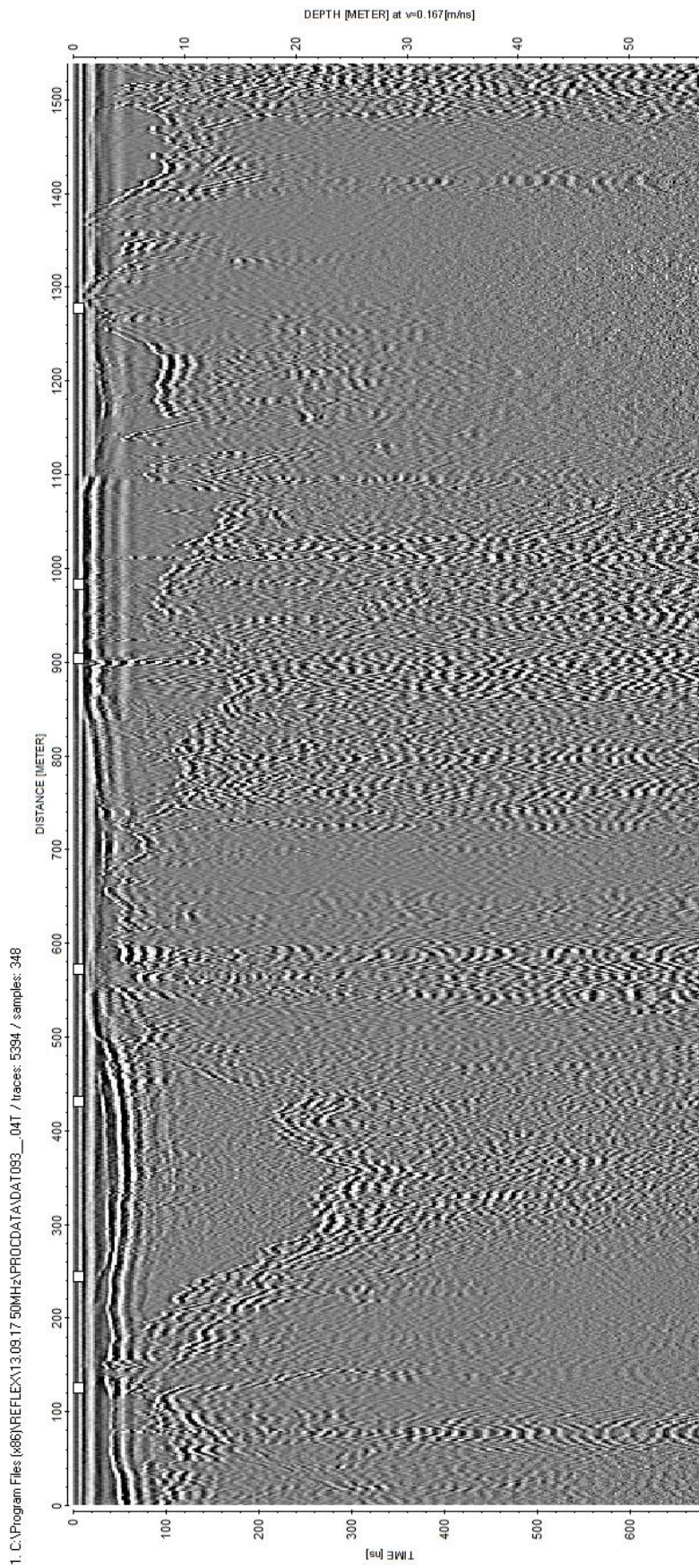


Profil 064 prosessert.

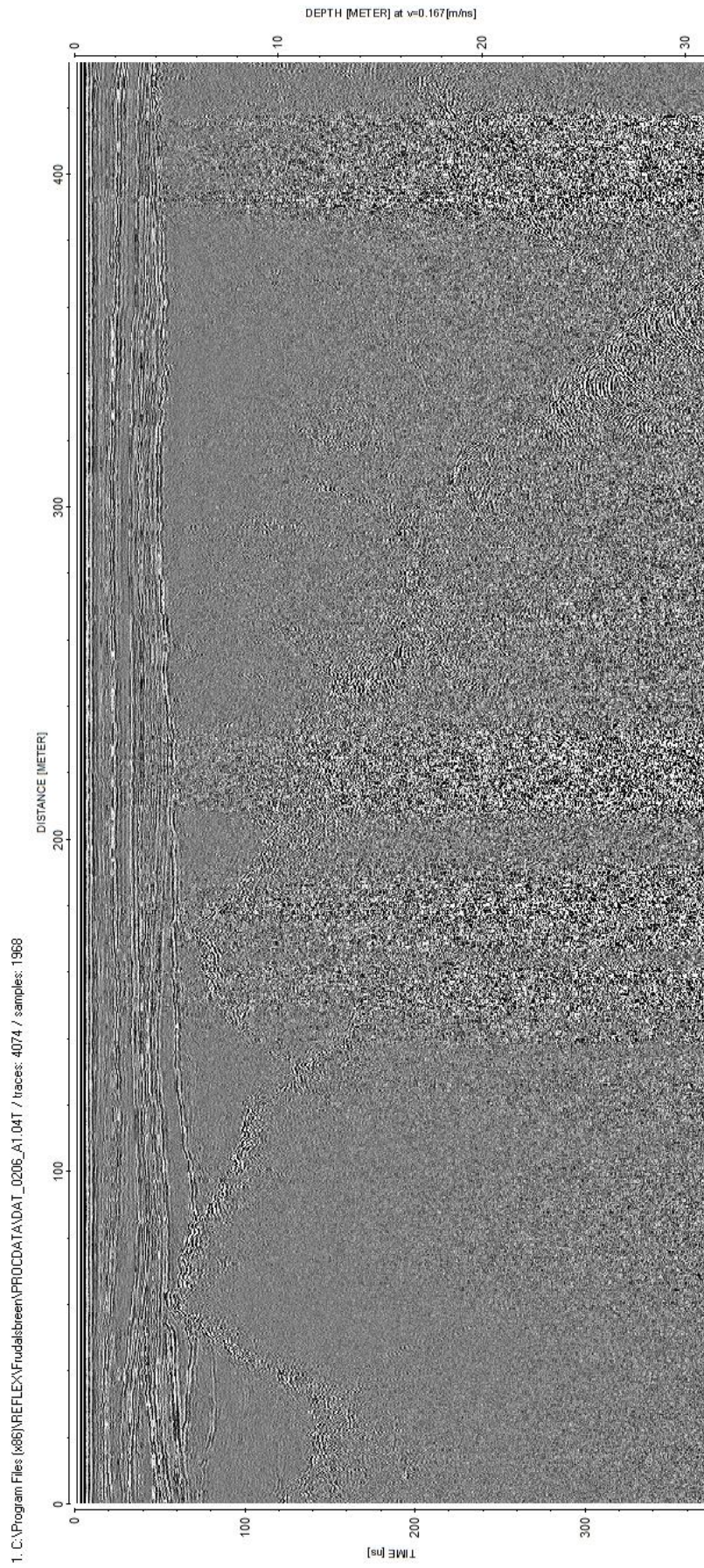


1. C:\Program Files (x86)\REFLEX\30.04.18\PROCDATA\DAT_0065_A1.04T / traces: 2200 / samples: 1998

Profil 065 prosessert.

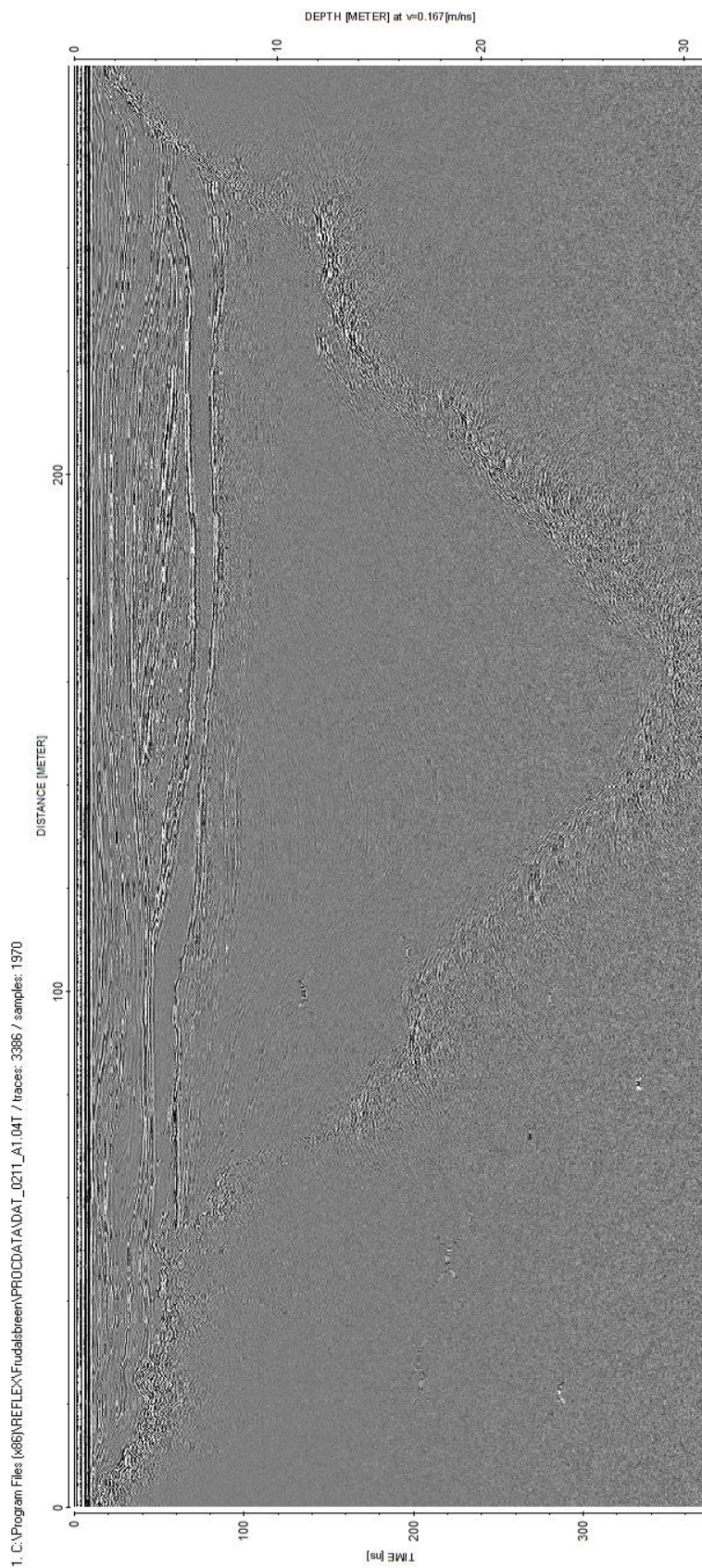


Profil 093 prosessert.



1. C:\Program Files (x86)\REFLEX\Frudalsbreen\PROCDATA\DAT_0206_A1.04T / traces: 4074 / samples: 1368

Profil 206 prosessert.



Profil 211 prosessert.

