HØGSKOLEN I BERGEN

BERGEN UNIVERSITY COLLEGE

Problem posing i matematikk i eit elevperspektiv

Problem posing in mathematics from a pupils' perspective

Tor Inge Vethe

Rettleiarar:

Suela Kacerja

Toril Eskeland Rangnes

Master i undervisningsvitskap,
fordjuping i matematikkdidaktikk
Avdeling for lærarutdanning

Innleveringsdato: 26.mai 2015

Masteroppgåva er gjennomført og godkjent som del av utdanninga ved Høgskolen i Bergen. Denne godkjenninga inneber ikkje at Høgskolen står inne for metodar som er brukt eller konklusjonar som er trekt.

Forord

Det har vore eit privilegium å studere eit fag ein er genuin interesse i. Det har vore ein inspirerande, motiverande og innhaldsrik prosess, der tankar, innspel og idear har lagt grunnlag for det som resulterte ei masteroppgåve.

Fyrst ynskjer eg å få takka leiing og involverte lærarar ved skulen der undersøkinga i hovudsak fann stad. Dei har bidrege med fine innspel, konstruktive samtalar og ikkje minst tid og ressursar. Samstundes går ein spesiell takk til klassen eg fekk gjennomføre studien i, og då spesielt dei elevane som tok seg tid til å stilla til intervju. Opplegget vart gjennomført utan protestar, og med innsats ein ikkje kan sei noko negativt om!

Vidare vil eg takke rettleiarane mine, Suela Kacerja og Toril Eskeland Rangnes, for inspirerande samtalar med gode vink og tips. På dei tidspunkt i studien der eg stod fast, var samtalar og diskusjonar motiverande for arbeidet vidare. Ja, ofte ynskjer ein svar rett i handa, gjerne konkrete utformingar på setningar og struktur. «Men samla sett veg forståing tyngst», vart det notert frå ei rettleiing. Takk for den tid de har nytta på oppgåva, og takk for alle innspel! Ynskjer samstundes å takke dei andre tilsette ved Lærarutdanninga ved HiB for initiativ og diskusjonar me har fått delteke i. Dette har òg vore til stor inspirasjon. Takk!

Sjølvsagt er lesesalgjengen høgt verdsett: Sjakk og modelleringsdiskusjonar med Andreas Hagen, filmquiz med Marius Schwarz, kjeldesnakk med Maria Sørngård, generell sladder og skratting med toastmaster Vilde Aronsen, og generell prat med Sander Solvik, Heidi Finne og Martine Sletten. For ein ei stemning det har vore – på godt og vondt. Spesielt verdsett er dei samtalar som har vore både villeiande og mindre konstruktive – alt har ført til noko, og kan umulig vurderast! Om alle kollegaer er som dykk, gler i alle fall eg meg til jobblivet! Takk!

Lene og Theo. Sambuar og son. Påtroppande ergoterapeut og hardtarbeidande barnehagespire. De har vore min tidsfrist og årsak for å verte ferdig med masteren. Takk for at de har orka alt mastermaset! Gler meg til fortsettinga med dykk!

Takk òg til mamma og pappa for psykisk støtte, korrekturlesing og barnepass. Takk!

Mai, 2015

Tor Inge

Samandrag

Denne masteroppgåva søker å identifisere kvalitetar ved bruk av problem posing i matematikkundervising ut frå eit elevperspektiv. Problem posing er i denne oppgåva forstått både som grep og omgrep. Medan problem posing som grep omhandlar reiskap for å oppnå læring, handlar problem posing som omgrep om det innhald som ligg i reiskapen.

For å få innsikt i opplevingar og erfaringar elevar kan få ved problem posing-aktivitet, vart det søkt etter kvalitetar gjennom to inngangar: ein inngang søker innsikt i kvalitetar knytt til elevrefleksjon om problem posing-aktivitet, og ein inngang søker innsikt i kvalitetar knytt til elevarbeid i problem posing-aktivitet.

Gjennom matematisk modellering, fekk elevgrupper full fridom til å gjennomføre eit matematisk prosjekt dei sjølv hadde valt. Dei var sjølve ansvarlege for gjennomføring, noko som inkluderte å ta stilling til problem som undervegs måtte oppstå. Gjennom prosjektet vart problem posing innført som eit reiskap som elevar kunne nytte for å søke etter alternative spørsmål, løysingar og metodar. På bakgrunn av erfaringane elevane gjorde seg, vart det gjennomført fokusgruppeintervju. Gjennom analysearbeid vart det søkt etter kjenneteikn på kvalitetar ved problem posing.

Der vart identifisert fleire kvalitetar ved problem posing som kan verke inn på elevar si matematikklæring. Eksempelvis opna problem posing for elevar sine eigne vurderingar og refleksjon kring oppgåver si vanskegrad. Elevar synar òg at dei evnar å danne eigne, gjennomførbare problemstillingar. Elevar evnar òg å tilpasse problemstillingar undervegs og finne hensiktsmessige metodar for å kunne løyse problemet.

Abstract

This master thesis seeks to identify qualities in using problem posing in teaching mathematics from a pupils' point of view. In this thesis, problem posing is understood as both a didactical tool and a term. While problem posing in the first sense is seen as a tool for achieving learning, problem posing as term relates to the content that is included in the tool.

In order to gain access to experiences pupils can get with problem posing activities qualities were sought for through two points of view: insight through pupils' reflections about problem posing activity, and insight through pupils' work in problem posing activity.

Through mathematical modeling, pupils were given complete freedom to implement a mathematical project they wanted to investigate. The pupils were responsible for the whole implementation, including solving problems which could occur during the modeling process. Problem posing was introduced as a tool that pupils could use in searching for alternative questions, solutions and methods. Focus group interviews were used to gain access to pupils' experiences with problem posing. Characteristics of qualities of problem posing were sought for during the analysis.

Several qualities of problem posing were identified which affect pupils' learning in mathematics. An example is how problem posing was opening opportunities for pupils' evaluations and reflections about the difficulty level of their assignments. Further, pupils showed they are able to formulate their own problems to solve, which includes ability to adapt questions during a modeling project and to find appropriate methods to solve the problem.

Innhaldsliste

1.0 Innleiing

Kva som er viktig å lære i matematikk, og korleis matematikk skal lærast, er under konstant diskusjon – òg blant elevar. Elevar frå 5.-7.trinn ved Tverlandet Skole i Nordland, stilte spørsmålet «Hvordan kan vi få matte til å være mindre teoretisk og mer praktisk?»[1]. Som bakgrunn for eit prosjekt ligg eit samarbeid med jordbruksnæringa der dei bur. Når elevane får arbeide på garden, fortel elevane at dei opplever matematikk som praktisk, morosam, og lettare å hugse. Med eit overordna mål om å lage ei matematikkbok knytt til emne og mål i den lokale læringsplanen, knyt elevane oppgåver til gardsbruk. Elevane valte å lage oppgåver med heile tal, statistikk og sannsyn, måling og brøk. Eksempelvis lagar elevane oppgåver om hestar, ridebane, traktor, temperatur og silo i arbeid med heile tal. For dette arbeidet vann dei Matematikkprisen i Årets Nysgjerrigper 2012.

Hensikta med å lage ei matematikkbok, var å få nytta dei erfaringar elevane hadde med praktisk matematikk knytt til gardsarbeid. Ser ein dette prosjektet opp mot dei grunnleggjande ferdigheitene i Læreplanen av Kunnskapsløftet av 2006 [LK06], kan ein sjå korleis Nysgjerrigper-prosjektet utfordrar elevar til å kople matematikk til praktiske, røyndomsnære situasjonar. Det følgjande utdraget er henta frå den grunnleggjande ferdigheita *å rekne i matematikk* i LK06, og skildrar korleis utvikling av å rekne matematikk som ein heilskapleg prosess:

> Utvikling av å rekne i matematikk går frå grunnleggjande talforståing og å kjenne att og løyse problem ut frå enkle situasjonar til å analysere og løyse eit spekter av komplekse problem med eit variert utval av strategiar og metodar. Vidare inneber dette i aukande grad å bruke ulike hjelpemiddel i berekningar, modellering og kommunikasjon. (Kunnskapsdepartementet, 2013, grunnleggjande ferdigheiter).

Det vert her lagt vekt på å kunne kjenne att og løyse problem, både enkle og komplekse. Sitatet peikar òg på at det skal gjerast berekningar, modellering og kommunikasjon, noko som kan skje både munnleg og skriftleg. I den grunnleggjande ferdigheita *munnlege ferdigheiter,* er meiningsskaping i matematikk kopla til det «(...) å gjere seg opp ei meining, stille spørsmål og argumentere ved hjelp av både eit uformelt språk, presis fagterminologi og omgrepsbruk»

[1] Forfattarar er 5.-7.klasse ved Tverlandet skole 2012. For meir informasjon om prosjektet, sjå https://nysgjerrigper.no/filearchive/praktisk_matte.pdf og https://nysgjerrigper.no/Artikler/2012/august/aarets_nysgjerrigper_2012.

(Kunnskapsdepartementet, 2013, grunnleggjande ferdigheiter). Dette inkluderer å drøfte og kommunisere matematiske problem, løysingar og strategiar.

Denne masterstudien har fokus på elevar si nytte av å arbeide med modellering og problem posing i matematikk. Det vert difor naturleg å ta eit elevperspektiv. Ved å undersøke læringssituasjonar, undersøker eg korleis elevar opplever og erfarer det å sjølv ta del i å danne matematiske problem. I *Landscapes of Investigation* skildrar Skovsmose (2001) korleis elevar i undersøkande verksemder kan reagere positivt undrande til matematiske tema. Han kallar desse undersøkande verksemdene for «Undersøkelseslandsskap», og kan sjåast som motpol til oppgåveparadigme i matematikkundervising (Skovsmose, 2001). Undersøkingslandskapet omhandlar korleis elevar tek på seg ei spørjande rolle, eksempelvis ved å stille spørsmål til matematiske idear, strukturar, utrekningar, eller framstillingar. Med sikte på å undersøke slike spørjande atmosfærar, er undersøkingslandskap ein stor inspirasjon for denne master-oppgåva. Det er ei målsetjing med denne masteroppgåva å la elevar få oppleve og kjenne på engasjement og nysgjerrigheit.

1.1 Bakgrunn for studien

Ideen til dette forskingsprosjektet har vorte til under ein lang prosess, og fleire faktorar har vore innverkande for korleis tema og problemstilling til slutt vart sjåande ut. Arbeidet med bacheloroppgåva ved Høgskolen i Bergen har på mange måtar vore hovudinspirasjon for å ta til på ei masteroppgåve. I løpet av grunnskulelærarutdanninga hadde me fleire førelesingar kring praktisk arbeid med matematikk, noko som la føringar for at bacheloroppgåva skulle omhandle møtet mellom fysisk aktivitet og matematikk. Dette var ei kopling som gjorde meg nysgjerrig på fleire aspekt rundt alternativ matematikkundervising, noko eg tok med meg inn i arbeidet med masteroppgåva. Utanom at eg sjølv har deltatt aktivt innan organisert og uorganisert idrett, har eg hatt ein skulegang med lærarar som tydeleg har engasjert seg i røyndomsnær aktivitet som seinare vart utgangspunkt for mellom anna matematikk-undervising. Dette er erfaringar som har hatt innverknad på mine haldningar til matematikk som eit nyttig reiskap i og utanfor skulesamanheng.

Med bakgrunn i både samfunnsaktuelle og personlege interesser, ynskjer eg i oppgåva å setje fokus på elevaktivitet. Brattenborg & Engebretsen (2007) synar til eit pedagogisk prinsipp, *aktivitetsprinsippet*, som fokuserer på eleven som oppdagande i læringsprosessen. Dei skriv:

«Aktivisering vil si å sette noen i gang med noe, det å gjøre noen virksom. Det kan være at eleven leser, regner, skriver, tegner, lytter eller diskuterer.» (s. 93) Tre haldepunkt; *Øving gjer meister, fysisk aktivitet stimulerer kroppen* og *ansvar for eiga læring* vert av Brattenborg & Engebretsen (2007) nytta som argument for at eleven skal få prøve ut og danne erfaring, òg i tradisjonelt teoretiske fag som matematikk.

Som lærar ynskjer eg å etablere eit utforskande og spørjande læringsmiljø, som bygger på nysgjerrigheit og engasjement. Argumenta til Brattenborg & Engebretsen (2007) kan sjåast som tre reiskap for å oppnå eit slik læringsmiljø. Eit anna reiskap er å la elevane stille spørsmål knytt til si nærmaste oppleving og erfaring. Ved å la elevar nytte modelleringsprosjekt, vil denne masteroppgåva undersøke elevar sine opplevingar med å arbeide sjølvstendig, utprøvande og ut ifrå eigne erfaringar.

1.2 Føremål med studien

Problembasert læring har for mange vore eit uttrykk for oppgåver som utfordrar elevar til å tenke nytt eller alternativt (Botten, 2011). Det kan mellom anna omhandle spørsmål knytt til logikk, systematikk, abstrakt matematikk eller ei form for modellering, og er gjerne presentert som nøtter og grubliser (Botten, 2011; Nordberg, 1992). Sjølv om desse oppgåvene kan vere knytt til røyndomsnære problem for eleven, er det ikkje sikkert elevar finn grublisane meiningsfulle.

Eit av måla med undervisinga som er bakgrunn for studien sin empiri, var å utfordre elevar til å sjølve ta del i det å finne og løyse problem. Ved å la elevar finne problem, ligg det som eit mål at elevar nyttar den matematiske kunnskapen dei har som eit reiskap for å løyse matematiske problem. Ein kan seie at undervisinga vert snudd litt på hovudet; I staden for at elevar svarar på oppgåver med matematikk, dannar elevar problem som dei gjennom å nytte matematikk kan svare på. Matematikk går frå å vere innhaldet i det som vert lært, til å vere reiskap for å løyse problem. Brown & Walter (2005) presenterer problem posing som ein undervisingsform og -metode der elevar kan stille spørsmål og ulike løysingsalternativ til problem eller modellar. Problem posing vert av Brown & Walter (2005) presentert som ein arena der elevar deltek ut frå sin interesse og kunnskap. Av den grunn ynskjer denne oppgåva å sjå på mogelegheitene som ligg ved reiskapen problem posing. Med utgangspunkt i mogelegheitene som ligg i problem posing som omgrep (innhald), vil denne oppgåva undersøke problem posing i undervisingsform som pedagogisk reiskap eller grep.

Fleire aspekt ved problem posing er allereie undersøkt i tidlegare forsking. Til dømes strukturar i arbeidet med problem posing (Stoyanova & Ellerton, 1996), tidspunkt for bruk av problem posing (Bonotto, 2013; Brown & Walter, 2005; Silver, 1994), og ulike nytteområder og føremål ved arbeid med problem posing (Silver, 1994) er allereie godt kartlagt og forska på. Likevel problematiserer Singer, Ellerton & Cai (2013) eit området ved problem posing som ikkje er godt undersøkt og dokumentert; nemleg «(...) å definere karakteristikk ved problem posing, samt identifisering av mogelege forhold mellom ulike subkategoriar av problem posing» (s. 3, mi oversetting).

Føremålet i denne masteroppgåva er å røre seg mot dette lite utforska området, der hensikta er å kaste ljos over mogelegheitene som ligg i det. Ved å undersøke elevar sin bruk og oppleving av arbeid med problem posing, kan eg få innsikt i og karakterisere kvalitetar ut ifrå eit elevperspektiv. Her vert kvalitetar sett på som eigenskapar som kan identifiserast som positive eller negative.

Med fokus på problem posing, har denne masteroppgåva eit overordna siktemål om å bidra i diskusjonen kring føremål med undervising og gjennomføring av undervising. Ei undervising med føremål om å skape engasjement eller nysgjerrigheit, er etter underteikna si meining naudsynt for å skape aktivt deltakande elevar. Med utgangspunkt i elevar og elevar sine interesser for læring, har denne masteroppgåva hensikt om å

- få innsikt i kvalitetar ved problem posing som kan identifiserast ut ifrå eit elevperspektiv.

Ved å inkludere elevar sine ytringar knytt til oppleving og refleksjon over eige arbeid med problem posing, òg elevar i problem posing-situasjonar, kan ein få innsikt i kvalitetar knytt til arbeid med problem posing. Det vil verte søkt etter kvalitetar frå to vinklar:

- Kvalitetar knytt til arbeid med problem posing som kan identifiserast ut ifrå elevar sine opplevingar av arbeid med problem posing.
- Kvalitetar knytt til arbeid med problem posing som kan identifiserast ut ifrå elevar i problem posing-aktivitet.

Begge innfallsvinklane bygger på samtalar mellom elevar, og interaksjon mellom elevar vil vere essensen i oppgåva. Fyrste perspektiv omhandlar korleis elevar omtalar og skildrar arbeid med problem posing gjennom prosjektet. Dette kan omhandle både positive og negative erfaringar i prosjektperioden. Andre perspektiv er direkte knytt til elevar si nytte av problem posing, og omhandlar situasjonar der elevar vert observert i arbeid med problem posing. Kort kan ein seie at perspektiva kan skiljast som to inngangar: ein inngang søker innsikt i kvalitetar knytt til elevrefleksjon om problem posing-aktivitet, medan ein inngang søker innsikt i kvalitetar knytt til elevarbeid i problem posing-aktivitet.

Kvalitetar kan identifiserast gjennom samtale og aktivitet, både eksplisitt og implisitt. Kvalitetar vert identifisert eksplisitt når elevar konkret fortel om situasjonar prega av problem posing, og deira erfaringar frå aktiviteten. Kvalitetar vert identifisert implisitt når elevar fortel om korleis gruppa har jobba, der følgjer av problem posing skin igjennom som påverkande for gruppa sin arbeidsprosess. Dei implisitte kvalitetane kjem då til syne gjennom tolkingsarbeid av intervju, samt observasjon av arbeidssituasjonar. Identifisering av kvalitetar skjer på bakgrunn av elevar i problem posing-aktivitet. Sidan opplevingar og erfaringar kan verke både positive og negative, kan eit elevperspektiv gje innsikt i ulike opplevingar av problem posing.

1.2.1 Utvikling av problemfokus

Ved datainnsamling var problemområdet noko vidare enn korleis den er presentert i denne oppgåva. Eg starta med utgangspunkt i elevar sitt arbeid med matematisk modellering knytt til fysisk aktivitet. Av praktiske årsaker, som til dømes vêrtilhøve (lyn og torden når dei skulle ha uteaktivitet), vart datainnsamlinga annleis enn planlagt. I etterkant av datainnsamlingsperioden hadde eg likevel data som kunne gje I på kvalitetar ved elevar sitt arbeid med problem posing i eit elevperspektiv. Ved å sjå problemformuleringsarbeid som gjentakande gjennom ein modelleringsprosess, kan det argumenterast for at datainnsamlinga ikkje fell utanfor forskingsfokus. Fysisk aktivitet og bruk av modellering i skule-, lærings- og undervisingssamanheng, er framleis viktige aspekt ved oppgåva sitt føremål, men har ein mindre dominerande plass enn kva som var planlagt frå start.

At forskingsspørsmål endrar seg i løpet av undersøkingssprosessen, er vanleg i kvalitativ forsking. Fangen & Sellerberg (2011) skriv at det ikkje er «(...) uvanlig at forskningsspørsmål formuleres og omformuleres helt til prosjektet avsluttes, i og med at det først er da du ser hva datamaterialet kan gje svar på» (s. 40). Krumsvik (2014, s. 98-99) og Larsen (2007, s. 18-19) argumenterer òg for at endring tvert i mot er heilt vanleg for å snevre inn kva ein søker å finne svar på. Krumsvik (2014) skriv at endring av forskingsmål ikkje naudsynt treng vere noko svekking av reliabilitet og validitet i undersøkinga: «Ein kan (...) gjerne ha praksisorienterte forskingsspørsmål, men dei praktiske aspekta ved studien er vanlegvis ikkje knytt til forskingsspørmål, men for måla for studien (...)» (s. 100). Då det opphavleg forskingsområdet kan sjåast på som større og vidare enn den nye, kan det sjåast som ein fordel at datainnsamlinga ikkje vert for lukka og snever (Fangen & Sellerberg, 2011). Ved å snevre inn forskingsområdet risikerer du å miste gevinsten som ligg i observasjon som metode. Fangen & Sellerberg (2011) oppsummerar: «(...) jo mer eksplorerende føremålet med studien er, jo mer åpent kan du definere temaene og forskningsspørsmålene der» (s. 43). Sidan denne masterstudien baserer seg på elevar sine opplevingar og erfaringar med problem posing, vert det sett som uproblematisk å skifte fokus.

1.3 Definisjon av omgrep

Problem posing

For å skildre arbeid med å skape, endre og omformulere problem, er det i denne oppgåva valt å nytte omgrepet «problem posing» (Malaspina, Mallart & Font, 2015; Silver, 1994; Singer et al., 2013; Stoyanova & Ellerton, 1996). Det har vore utfordrande å finne gode, norske formuleringar, som inkluderer det arbeid som inngår i ein problem posing-prosess. Alternativ som «problemformulering» eller «spørsmålsformulering» (Svorkmo, 2007) er i denne oppgåva vurdert som ufullstendige. Medan problemformulering omhandlar korleis å ordlegge eit problem, kan spørsmålsformulering sjåast som éin måte å uttrykke eit problem på. Vidare kan det dannast fleire spørsmålsformuleringar til eitt problem, og er då ikkje omgrepet som er ynskja å nytta i denne oppgåva. Av den grunn vil oppgåva operere med det engelske omgrepet problem posing.

Samstundes vil denne oppgåva nytta problem posing på to ulike nivå. Eit nivå som omhandlar problem posing som grep, og eit nivå som omhandlar problem posing som omgrep. Problem posing som grep er knytt til undervisingsreiskapen problem posing, og har knyt difor oppgåva til ei didaktisk tilnærming. Samstundes tar oppgåva opp ulike verdiar i problem posing. Ei utgreiing og samanlikning av ulik bruk og forsking av omgrepet problem posing, er meint å fungere klargjerande av innhaldet i problem posing.

Kvalitet og perspektiv

Ein lærar sitt føremål med ei problem posing-økt står ikkje alltid i samsvar med elevane sitt utbytte. Av den grunn vel oppgåva å definere *perspektiv* som læraren sitt føremål med ei økt, og kvalitet kan i denne oppgåva sjåast som ein potensiell verdi ved ei problem posing-økt (Silver, 1994). Ein elev sitt utbytte av ei matematikkøkt kan både skilje seg frå læraren sitt føremål, og vere ulikt frå elev til elev. Ved å identifisere kvalitetar kan ulike sider ved problem posing basere seg på elevar sitt føremål og utbytte.

Erfaringar og opplevingar

Denne oppgåva søker innsikt i kvalitetar ved problem posing frå eit elevperspektiv, der både erfaringar og opplevingar kan vere kjelder til identifisering av problem posing. Ved å skilje desse kan to ulike nivå gje innsikt i kvalitetar. Elevar si erfaring kan sjåast som eitt nivå, og vert omtala som ein «fellesbetegnelse på den informasjon individet erverver gjennom sansing og handling» (Erfaring, 2009). Eit anna nivå er elevar sine opplevingar, som vert omtala som «en persons subjektive erfaring, enten det henger saman med ytre sansepåverknad (persepsjon), emosjonell tilstand (følelse), tankeprosessar, motivasjon og anna» (Opplevelse, 2009). Ein skilnad mellom desse nivå opnar for å inkludere identifisering av kvalitetar i eit elevperspektiv både i problem posing-situasjonar og gjennom elevrefleksjon knytt til problem posing-aktivitet.

1.4 Tidlegare forsking

Føremålet med denne oppgåva er å få innsikt i kva kvalitetar ved problem posing som kan identifiserast i eit elevperspektiv. Litteratur som omhandlar kvalitetar ved problem posing synte seg som utfordrande å leite fram, og eg har ikkje klart å finne relevant litteratur som direkte omhandlar identifisering av kvalitetar ved problem posing. Ulike kombinasjonar av omgrepa *kvalitet*, *problem posing* samt *fordelar* og *ulemper*, har ikkje gitt relevant resultat på søkemotorar som Oria, Google Scholar eller ERIC. Oppgåva manglar med det ein sparringspartner, der ein følgje er at oppgåva ikkje har nokon å samanlikne seg med. Difor samanliknar denne studien forsking som inkluderer eitt eller fleire av aspekta ved resultata i denne studien.

I kapittel 1.2 Føremål med studien, vart tre områder ved problem posing presentert. Dette var områder som har vore undersøkt, og omhandlar mellom anna strukturar i arbeidet med problem posing (Stoyanova & Ellerton, 1996), tidspunkt for bruk av problem posing (Bonotto, 2013; Brown & Walter, 2005; Silver, 1994), og ulike nytteområder og føremål ved arbeid med problem posing (Silver, 1994). Sjølv om fleire av artiklane omhandlar elevar sine arbeidsprosessar, og inkluderer elevarbeid og intervju i studien, er tolkingsarbeid og forskingsområder basert på korleis problem posing lar seg gjennomføre frå eit lærarperspektiv.

I artikkelen *A Climbing Girl's Reflections about Angles* undersøker Fyhn (2006) bruk og openheit av matematikk i praktisk aktivitet. Gjennom eit intervju med ei jente på 12 år, inkluderer ho informanten med eit søk etter nytteområder av matematikk under ein klatretur. Fyhn (2006) synar korleis undersøkingar med utgangspunkt i elevperspektiv kan gje innsikt i praktisk matematikk, og er på den måten ein inspirasjon for denne oppgåva. Då informanten var over gjennomsnittet interessert i klatring, kan ein samstundes seie at undersøkinga er rotfesta i noko røyndomsnært for eleven. Denne artikkelen er sentral for mi undersøking fordi den stadfestar at forsking ut ifrå eit elevperspektiv fint lar seg gjennomføre. I tillegg omhandlar artikkelen røyndomsnær undervising, og baserer seg på ein informant sin refleksjon kring nytten av matematikk i praktiske gjeremål.

Bonotto (2013) knyt òg røyndomsnære situasjonar inn i undervising. Dei fleste elevane i hennar klassen kom frå familiar der dei fleste foreldre jobba innan turistbransjen - då sterkt representert innan resturantbransjen. Elevane fekk i oppgåve å setje saman ein meny beståande av tre rettar: forrett, middag og dessert - i tillegg til drikke. Dei fekk 15 Euro til disposisjon, og føremålet til Bonotto var å sjå etter strukturar knytt til elevane si rekning med desimaltal. Eit sentralt perspektiv Bonotto løfter fram er modellering som kritisk reiskap: «(...) [M]odellering er ein viktig faktor innan det å kjenne att potensialet i matematikk som kritisk reiskap, for å tolke og forstå samfunnet born opptrer i, eller samfunnet generelt» (s. 399, mi oversetting). Modellering vert her ein arena som tillèt elevar å utforske matematikk i kjende omgjevnadar. Ulike føremål med modelleringsprosjekta fører ein inn på dei ulike perspektiva ein finn ved modellering. Bonotto (2013).

I si doktorgradsavhandling, skriv Kjersti Wæge (2007) om elevar i vidaregåande skule (16-åringar) sin motivasjon for å lære matematikk kan endre seg når dei opplever ei matematikkundervising der elevane får vere aktive og utforskande. Med fokus på elevar sine behov og mål, gjorde Wæge tilstandsanalysar av elevar ein motivasjon for å lære matematikk. For denne masteroppgåva er resultata til Wæge spesielt interessante. Mellom anna fann ho at elevar som i matematisk aktivitet opplever at dei driv utvikling, eller får mogelegheita til å utvikle, eller oppnår ei kjensle av meistring, tykkjer faget er morosamt og interessant. Studien til Wæge indikerer òg at elevar som får dekka eit behov av kompetanse, i form av forståing, har høgare motivasjon for å lære matematikk. Gjennom studien kom det òg fram at elevar som arbeida med matematikk, hadde mål om å finne eigne løysingsalternativ og metodar til oppgåver. Wæge (2007) konkluderer med tre faktorar verkar inn på elevar sin motivasjon for matematikkfaget: undervisingsopplegg, samarbeid og å finne eigne løysingsstrategiar. «Studien viser at de tre faktorene på ulike måter har påvirket elevenes motivasjon i matematikk på en positiv måte», skriv Wæge (2007, s. 212).

1.5 Struktur

Denne masteroppgåva inneheld totalt fem kapittel. I innleiinga har bakgrunn, hensikt og føremål vore aktuelle tema. I det følgjande kapittelet vil relevant teori knytt til modellering og problem posing verte presentert. Dette kapittelet tar òg opp i seg ei nærare definering av ulike kjenneteikn ved kvalitetar ved problem posing. Val av metode samt argumentasjon for metodeval vil verte presentert i kapittelet om metode. Metodekapittelet vil gje informasjon kring utval for studien samt ei nærare skildring av undervisinga som vart bakgrunn for empirien av studien. På bakgrunn av analysereiskapen presentert mot slutten av metodekapittel, vil datamaterialet verte presentert og analysert i kapittel 4. I dette kapittelet vil det verte søkt etter kvalitetar ved problem posing, der fokus ligg på implisitte og eksplisitte tolkingar av utdrag av elevsamtalar henta frå intervju og observasjonar. Siste kapittel, kapittel 5, tar opp resultat frå analysen, og vert bakgrunn for ein diskusjon i ljos av denne oppgåva si problemstilling. I tillegg til ein oppsummerande konklusjon, inkluderer kapittelet didaktiske implikasjonar og alternative forskingsstudiar knytt til problem posing.

2.0 Kunsten å lage problem?

For å skaffe innsikt i kvalitetar ved problem posing, vil dette kapittelet kaste ljos over relevant teori innan omgrepa modellering og problem posing. Fyrst vil modellering og modelleringsteori verte presentert som bakgrunn for datainnsamlinga gjort i denne masteroppgåva. Deretter vil problem posing verte presentert som eit reiskap i undervisinga, med ulike føremål og eigenskapar. Som utgangspunkt for analysearbeidet, vil det mot slutten av kapittelet verte presentert og definere nokre kvalitetar samt kjenneteikn ved desse kvalitetane, knytt til problem posing.

2.1 Frå modellering til problem posing

> Når matematik anvendes til å beskrive, beregne, forudse, forstå eller forme forhold i den virkelige materielle verden, er der altid involveret en eller anden form for model. Hvis man i matematikundervisningen arbejder med anvendeler, arbejder man altså med matematiske modeller. (Skovsmose & Blomhøj, 2006, s. 20).

Det finst ulike syn på matematisk modellering, og det er behov for avklaring før omgrepet vert tatt i bruk - både vidare i denne oppgåva og i didaktisk samanheng. Sitatet over skildrar modellering som eit reiskap nytta for samanhengskopling mellom den verkelege, materielle verda og matematikk. Sitatet skildrar òg korleis ein kan nytte modellering, samt når ein kan ta det i bruk. Likevel må ein ta omsyn til at dette berre er éin av mange skildringar (til dømes Blomhøj, 2003; Bonotto, 2013; English, 2010; Silver, 1994; Skovsmose & Blomhøj, 2006). Modellering er eit emne som er tett knytt til røyndomen til både elevar og lærar. Garcia, Pérez, Higueras & Casabó (2006, s. 229) skriv at sidan 80-talet har synet på modellering som undervisingsmetode fått auka tilhøyrsle i klasseromsundervising. Vidare skriv dei at «(...) modellering er vurdert rikare og meir fruktbar i matematikkundervising, då det formar eit stort forskingsdomene som er i stadig endring» (s. 229, mi oversetting). I ei verd i teknologisk frammarsj lyt ein mellom anna ta høgde for dei matematikkdidaktiske endringane som skjer innan emnet modellering. Denne avhandlinga nyttar Skovsmose & Blomhøj (2006) si skildring av modellering som omtalar det å arbeide med modellering som ein prosess som vektlegg relasjonen mellom matematiske objekt og opplevinga av faktiske verd.

Hensikta med modellering er å skaffe eller spreie innsikt i røyndomsnære problem og situasjonar (Brown & Walter, 2005; English, 2010). Med språk tilpassa modell og brukar (lesar, elev, osv.) kan elevar lettare knyte relasjon mellom det ein lærer på skulen, og det dei opplever i kvardagen. English (2010) omtalar arbeid med modellering som noko som skil seg frå lærebokmatematikk. Ho skriv at konteksten rundt modellering er medverkande for å gjere matematikken meir relevant for elevane. Lærebokoppgåver kan ha ein noko snever oppgåvediskurs, som i matematikkundervising ofte kan basere seg på rutinar og rein oppgåveløysing med fokus på rekneferdigheiter (Mellin-Olsen, 1996). Dette kan ikkje berre verke øydeleggande for eleven si matematiske forståing, men òg for relasjonar elevar skaper med matematikk i og utanfor skulesamanheng (Bonotto, 2013; English, 2010; Evans, 1999). Lesh & Doerr (2003) poengterer: «Med omsyn til tradisjonelt syn på læring og oppgåveløysing, er det å lære å løyse 'real life'-problem antatt å vere vanskelegare enn å løyse lite meiningsfulle oppgåva i lærebok og i testar» (s. 4, mi oversetting). Likevel, skriv Lesh & Doerr (2003), er 'real-life'-situasjonen meir meiningsfull for eleven. I staden for å sjølv måtte skape ei meiningsfull røyndom kring ei lærebokgitt oppgåve, kan modelleringsfremjande prosessar og oppgåver vere nyttig reiskap for å skape nærleik mellom matematikk og erfaringar.

Blomhøj (1992) skriv at bruk av modellar i skulen ofte operer skjult. Til dømes når eleven får i oppgåve å rekne ut vekeløn: «Du jobbar 37,5t i veka, med ei timeløn på 112kr. Kor mykje er vekeløna di?» Gjerne med ei utviding om månadsløn, og vidare årsløn. Ein annan innfallsvinkel kan vere: «Kari har handla 2,8kg poteter for 37kr. Kva kostar det pr. kilo? Kor mange kilo vil Kari få for 98kr?» Ei slik oppgåve forventar svar. Svaret er det mange elevar som kan kome fram til, men modellen bak kjem sjeldan fram. Blomhøj (1992) fortel at elevar som skaper forståing for innan matematikk, har større sjanse for å halde på kunnskapen. Utan forståing for bakgrunn og årsak aukar sjansen for ein 'hugse og pugg'-paradigme i klasserommet, og sjansen for at kunnskap forvitrar minkar. Tre årsaker, henta frå Blomhøj (1992, s. 31-33; 2003), ligg til grunne for at ein slik puggmetode er lite hensiktsmessig i matematikklasserommet:

A. Mangelen på relevans mellom elevar sine erfaringar frå oppgåveløysing, og / eller tilsvarande kvardagserfaring, bidreg ikkje til tileigning av viktige faglege omgrep. I ei slik verksemd opplever ikkje elevar si eiga oppgåveløysing som konkretisering av faglege omgrep.
B. Matematikken i ein slik samanheng (sjå eksempel over) vert ikkje opplevd som hensiktsmessig til å skildre ei rekke av kvardagslege situasjonar ved hjelp av ein modell som bygger på abstrakte matematiske omgrep.

C. Kritikk knytt til bruk av slike modellar finst ikkje i matematikkundervisinga. Derimot ville det vore til stor hjelp om oppgåvesituasjonar som i eksempla over, kunne støtta elevar i sjølv å vektlegge kva situasjon som kan skildrast med ein slik modell. Gjennom diskusjon, kan ei utviding av oppgåver vere føremålstenleg. Diskusjonen kan syna potensialet i elever si dømmekraft angåande nytte av ein slik situasjon.

Desse argumenta underbygger å drive prosjekt i matematikk som inneheld mål og struktur. Samstundes vert det av Blomhøj (1992) poengtert at endringar bør og vil skje undervegs i ein modelleringsprosess. Dette kan eksempelvis skje gjennom diskusjon eller utarbeiding av matematiske prov. Punkta over poengterer òg potensialet som ligg i møtet mellom modellering som matematisk reiskap og elevar. Elevar får mellom anna øvd på presiseringsarbeid i form av betring av problemstillingar, samt argumentering i og med bakgrunn i matematisk verksemder. Desse delprosessane kan vere avgjerande for å kome vidare i arbeidet, og vert av Blomhøj (1992, 2003) definert som ledd eller fasar i ein *modelleringsprosess* (Blomhøj, 1992; Skovsmose & Blomhøj, 2006). Samstundes som dette kan vere eit argument for kvifor å drive modellering i skulen. er dette eit argument for undervisinga som vart bakgrunn for empirien i denne masteroppgåva.

2.1.1 Perspektiv ved modellering

Det finst fleire framstillingar av perspektiv ved modellering (Barbosa, 2006; Blomhøj, 2003; Kaiser & Sriraman, 2006). Modellering kan hensiktsmessig tene ulikt, avhengig av mål og ynskja perspektiv. I didaktisk samanheng ynskjer ein gjerne å danne læringssituasjonar der elevar nyttar modellering med ulikt føremål. Ulik bruk av ein modell eller ein modelleringssituasjon har ulikt læringspotensiale. I det påfølgjande vil to ulike perspektiv på modellering verte presentert. I etterkant vil det kome ei kort samanfatting, før ein ser perspektiva opp mot hensikta i denne oppgåva.

Blomhøj

Blomhøj (2003) skil mellom (a) *det samfunnsmessige*, (b) *det undervisningsmessige,* samt *(c) det læringsmessige perspektiv*. Det samfunnsmessige omhandlar å utvikle medvit om matematiske modeller si nytte og tyding hjå den allmenne befolkning. Dette inkluderer medvit om modellar sin funksjon i samfunnet, samt utvikling av kritisk dømmekraft over nytten av matematiske modellar som «(...) som grundlag for samfundsmæssige beslutninger» (s. 90).

Det undervisningsmessige perspektivet handlar om korleis å nytte matematiske modellar. Her er argumentasjon og konkret utforming av matematisk modellering innhaldet i undervisinga. Det læringsmessige perspektivet omhandlar mogelegheiter og ulemper som er forbunden med relasjonen mellom matematikk og røynda. Med dette perspektivet kan elevar utvikle ein modelleringskompetanse der dei kan lære å *modellere* og samstundes ha fokus på å lære akademisk matematikk. Dette aspektet omhandlar korleis modellering kan nyttast som motivasjonsreiskap som metode, der matematisk modellering kan gje elevar ein meir fruktbar tilgang til matematikkfaget, skriv Blomhøj (2003, s. 92-93).

Barbosa

Barbosa (2006) har, med bakgrunn i Julie (2002), ei noko anna inndeling av modellering. Han har nytta metaforane *modellering som innhald, modellering som kritikk,* samt *modellering som fartøy.* Desse metaforane er nytta for å synleggjere dei ulike nytteområda modellering kan ha i matematikkundervising.

Modellering som innhald omhandlar korleis å lære gjennom å drive modellering. Med fokus på å skaffe innsikt i, samt skape forståing for modellar si utforminga og bakgrunn, kan ein seie at perspektivet er med å bygge opp modelleringskompetanse hjå elevar (Niss & Jensen, 2002). Modelleringskompetanse omhandlar ikkje-matematiske element, som vurderingar knytt til modellen sitt føremål eller relevans for problemstilling i ein ikkje-matematisk setting. Modellering som innhald kan seiast å vektlegge modellering som læringsmålet, og matematiske utrekingar og omgrep *ikkje* vert ein så sentral del av resultatet av modelleringsøkta (Barbosa, 2006).

Modellering som kritikk omhandlar nytten av modellering som refleksjonsreiskap. Typiske og aktuelle tema er samfunnsplanlegging og miljødiskusjonar, og Hansen (2009) føreslår diskusjonen kring økte effektar av CO_2-utslepp i atmosfæren som eit tidsriktig tema. «Ifølge modellresultat vil store mengder slike [les: CO_2] utslepp føre til temperaturstigning med påfølgende nedsmelting av is, forhold som øker havnivået», skriv Hansen (2009, s. 29), og peiker på ein graf (Figur 1, *Havet Stiger*) av Drange og Jansen frå Bergens Tidene i 2009 som eit godt utgangspunkt i undervising. Modellering som kritikk er eit reiskap som i undervising kan auke forståing av ein modell, auke elevar sitt kritiske blikk på modellar som til dømes er nytta i media, samt skape eit sunt, undrande miljø i matematikklasserommet. Hansen (2009) presiserer at «[u]ansett hvilken av delprosessene en befinner seg i, vil det være behov for å gjøre både kritiske vurderinger og logiske resonnoment der matematikk inngår» (s. 32).

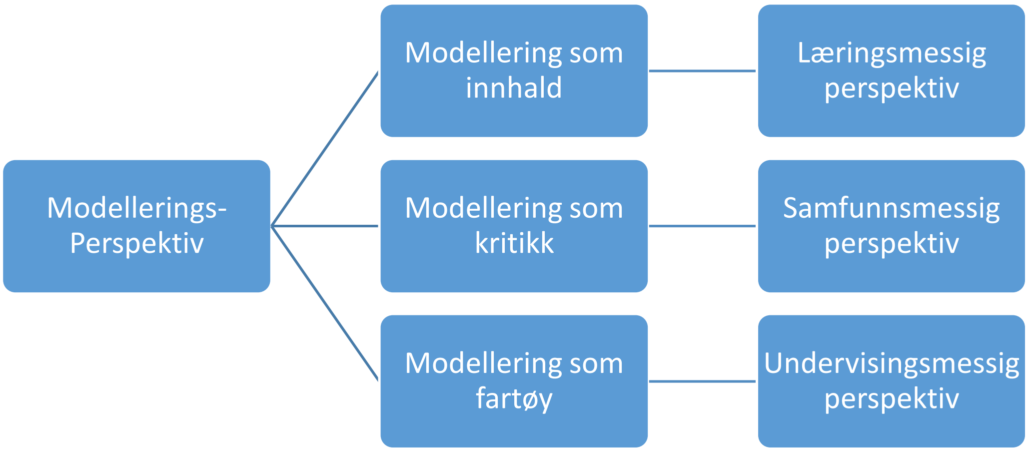
> Dømmekraft utvikles ved å vurdere ytringer og ytelser mot standarder. Å gi stilkarakter i sport krever et trenet blikk; å bedømme kvaliteten på et arbeid krever faginnsikt. Forstandig vurdering - evne til å fastslå kvalitet, karakter eller brukelighet - forutsetter modning ved gjentatt øvelse i bruk og problematisering av velprøvde standarder. I møtet med både kunstneriske uttrykk og arbeidslivets normer for godt håndverk og god form, må inntrykkene gis tid til å felle seg ned, slik at de kan vokse fram som selvstendige holdningen. (Utdanningsdirektoratet, 2011, s. 7).

Sitatet over er henta frå «Det skapande menneske» i LK06 (Utdanningsdirektoratet, 2011). Her kan ein lese om korleis elevar skal dannast som kritiske, reflekterte individ, der modning er sentralt for læringa av kritisk refleksjon. Av sitatet kjem det òg fram eit mål om at individa skal ha sjølvstendige haldningar, som skal nyttast i møtet med arbeidslivet.

Å skape rom for kritiske vurderingar kan bety at lærar bidreg med spørsmål som prøver å få fram elevrefleksjon over kva dei gjer og val dei tek. Til dømes med spørsmål som: «Kvifor vil du vite kor stor skulen er? Kvifor vil du male veggen? Har det noko å seie at de leitar opp ulike prisar på maling? Har det noko å seie kvar ein handlar malinga? Og kva maling ein vel?» Det er ikkje naudsynt at elevar svarar umiddelbart, men å stille spørsmål kan vere ein igangsetjar for refleksjon over eige arbeid. Å lære å stille seg kritisk, kan bidra til å auke den kritiske kompetanse ein har nytte av i læringssamanheng – kanskje spesielt i matematikklasserommet:

Modellering som fartøy omhandlar modellering som metode eller reiskap for læring av matematikk. Det vil seie korleis ein kan lære matematiske emnar, omgrep, framgangsmåtar og prosedyrar, ved hjelp av modellering (Barbosa, 2006). Dette kan omhandle å nytte ulike framgangsmåtar for å finne svar på problemstillingar, eller å finne løysingar på delprosessar av modelleringsprosjektet. Modellering som fartøy omhandlar modellering som metode i ein stor kontekst, men òg i ein mindre delprosess, der ynskje er at elevar må løyse problema sjølv for å kome vidare i prosessen. Metaforen illustrerer korleis modellering er eit reiskap for å kome fram til ei løysing.

Samanfatting



Figur 1: Samanlikning av modelleringsperspektiva av Blomhøj (2003) og Barbosa (2002)

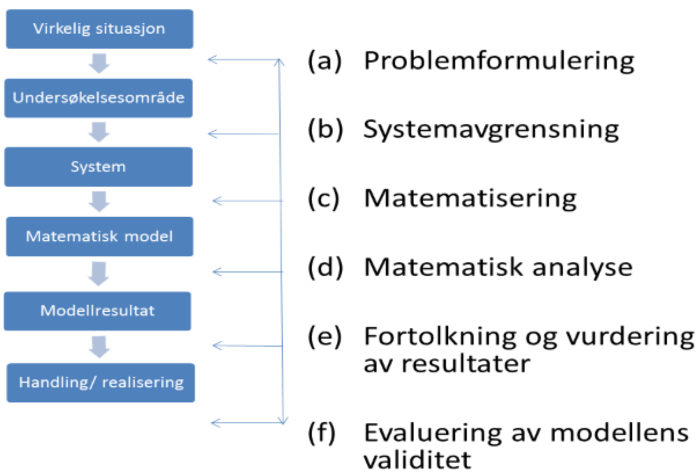
Figuren over har som føremål å illustrere likskapen mellom framstillingane hjå Blomhøj (2003) og Barbosa (2006). Framstillinga er ikkje meint som ein separasjon av ulike perspektiv, men som ei tydeleggjering av Barbosa (2006) sitt utsegn om at perspektiva bør sjåast som fleirsidige. Ein kan ha ulikt fokus på modellering knytt til same problem eller oppgåve. Modellering som innhald kan sjåast i likskap med det læringsmessige perspektivet til Blomhøj (2003). I undervisingssamanheng kan ein nytte modellering som kritikk for eksempelvis å lære å stille gode spørsmål knytt til ein graf. Til samanlikning kan ein til same graf med eit samfunns-perspektiv sjå etter matematiske modeller si nytte i samfunnet. Samstundes kan ein sjå at det undervisingsmessige perspektivet overordna omhandlar matematisk argumentasjon, samt konkret matematisk modellutforming som innhald i undervising. Dette kan sjåast i samsvar med modellering som fartøy.

Med andre ord kan føremålet ein har med modelleringsarbeidet vere avgjerande for kva læringspotensial som ligg i arbeidet. Samstundes som føremålet spelar ei rolle for kva utbytte elevar kan ha etter arbeid med modellering, kan elevar sitje att med kunnskap om andre tema enn kva som var føremålet frå lærar si side. Eksempelvis kan elevar som arbeider med golvlegging til dømes danne kritisk haldning til miljø samstundes som dei arbeider med å finne storleik av rom. På den måten er læringa knytt til fleire arena samstundes.

2.1.2 Modellering som prosess

Fasane, som nemnd over, er med for skape ein samanheng mellom matematikk og røyndom. Det finst mange skildringar og definisjonar av modelleringsprosessen (til dømes Blomhøj, 2003; Erfjord, 2005; Lesh & Doerr, 2003; Mousoulides, Christou & Sriraman, 2008; Niss, 1999; Skovsmose & Blomhøj, 2006). To av definisjonane på modellering er sett opp mot kvarandre, der oppgåva vil samanlikne desse, før den går i djupna på ein av dei.

Ein kan i stor grad slå parallellar mellom framstillinga til Erfjord (2005) og Blomhøj (2003). Begge skildrar ein verkeleg situasjon som utgangspunkt for modellering. Begge definerer korleis ein må danne eit problem i den verkelege situasjonen, for deretter å matematisk uttrykke den. Og mot slutten har begge inkludert ei utprøving av modellen. Under evaluering av modellen vert modellen sett opp mot den verkelege situasjonen som var utgangspunkt for modelleringsprosjektet. Det som skil dei to er evalueringa som vert gjort av elevar i etterkant av modelleringa. Medan Erfjord (2005) ser på modelleringsprosjektet som ein prosess som er ferdigstilt etter evaluering av modellen, peiker modelleringsprosessen skildra av Blomhøj (2003) attende til utgangspunktet for modelleringa. Fordi Blomhøj (2003) sin modell skisserer modellering som ein gjentakande prosess, har denne oppgåva valt å nytte framstillinga til Blomhøj (2003). Blomhøj (1992, 2003) skildrar modelleringsprosessen gjennom fleire ulike fasar. Kvar fase krev endringar og handteringar undervegs:



Figur 2: Blomhøj (2003) si framstilling av ein modelleringsprosess

I skildringa er det illustrert korleis ein kan definere dei oppgåver som må løysast (pkt. a-f) for å kome vidare i ein modelleringsprosess. Den konkrete, verkelege situasjonen er arena for noko som har skapt nysgjerrigheit eller som skaper engasjement. Ut i frå denne situasjonen dannar ein seg eit problem som ein ynskjer å finne svar på, det Blomhøj (2003) kallar *(a) Problemformulering*. Då den er kjelda til interesseområdet og årsak for prosessen, vil problemformulering i stor grad prege modellen og modelleringsprosessen. Når ein har funne undersøkingsområdet i den verkelege situasjonen, avgrensar ein mogelegheitene ved å *(b) systemavgrense* problemet med matematiske skildringar.

> Med systemafgrænsningen skaber modelbyggerne et lukket system, hvor kun de formodede vigtigste og mest tilgængelige tilstande og sammenhænge er repræseneret. Herved skaber et - i hvert fald i pincippet - modellerbart system. (...) For teori-baserede modeller er det muligt ud i fra en teoretisk analyse at afgrænse deres gyldighedsområde. (Blomhøj, 1992, s. 36-37).

For elevane som deltok under datainnsamlinga, kan ein sjå systemavgrensing som ei klargjering og fokusering av rammer der det vart sett grenser for kvar ein skal røre seg. Ved å sjå datainnsamlinga i ljos av systematisering, kan ein ut ifrå observasjonar og intervju identifisere aspekt ved gruppesamarbeid som kan vere avgjerande for modelleringsprosess – eksempelvis utval og argumentasjon av problemstilling.

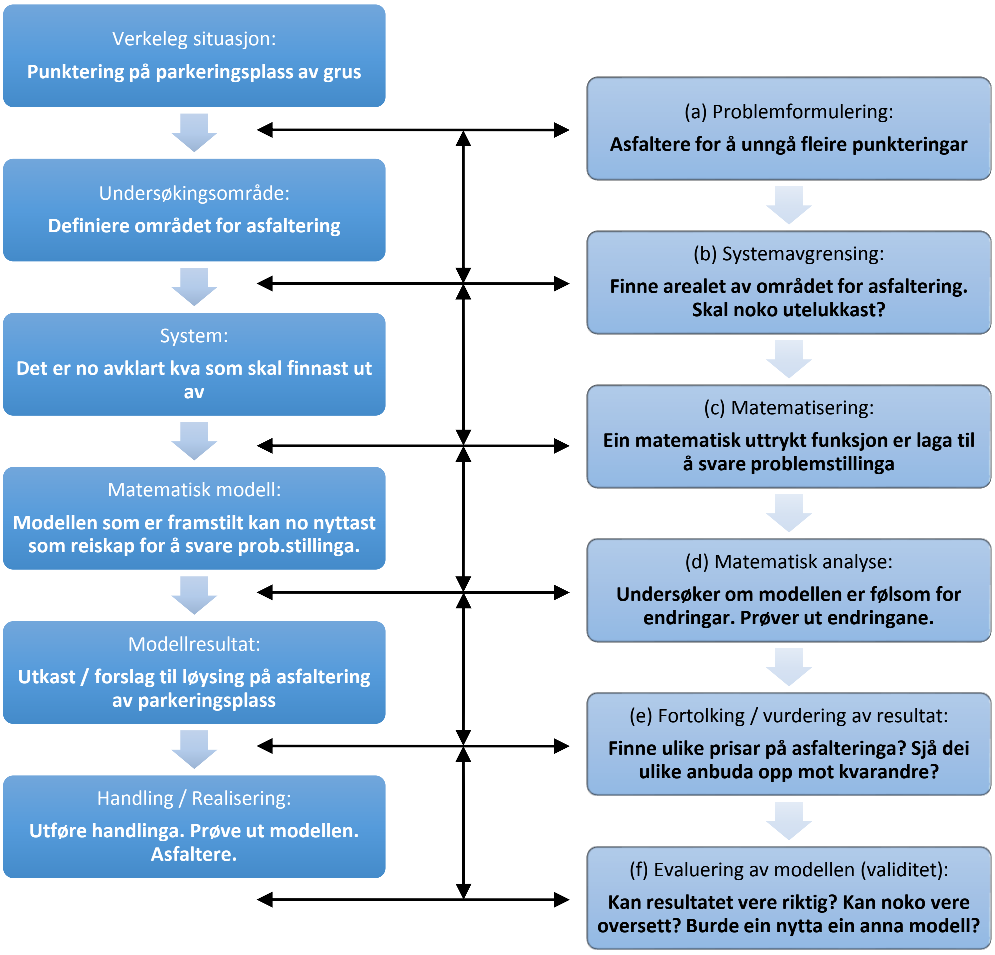
Hansen (2010) trekker fram omgrepet *autentiske samanhengar* som ein faktor for å auke læringsutbyttet hjå elevar. Spesielt om ein knyt autentiske samanhengar opp mot problemstillingar, kan elevar skape eigarskap til oppgåver dei arbeider med, skriv Hansen (2010). I undervisingssamanheng skriv ho at det likevel kan vere vanskeleg å forstå kompleksiteten i enkelte autentiske situasjonar, og trekker inn *semi-autentiske* samanhengar som eit alternativ. I semi-autentiske situasjonar tar ein utgangspunkt i modellar og problemstillingar som er eller kunne vore aktuelle i røyndomen. Dette er situasjonar som kan vere løfta fram av lærar og som ofte som er noko forenkla eller idealisert. Det kan òg vere situasjonar løfta fram av elevar, noko som kan vere eit godt utgangspunkt for å diskutere kompleksiteten i modellar, og som ofte ein eller fleire elevar kan skape tilhøyrsle ved. Ser ein på elevarbeid i modelleringsprosjekt, kan elevar danne bilete av korleis ein kan nytte matematikk for å løyse ulike problem (Blomhøj, 2003; Evans, 1999). At elevar knyt parallellar til røyndomen kan hjelpe kvar enkelt til å sjå nytten av den matematikken dei driv. Slik både Hansen (2010) og Lesh & Doerr (2003) skildrar, kan matematikkundervising med fokus på røyndomsnær matematikk, verke både haldningskapande og nyttig for læring av matematikk.

Men det kan òg verke både meistrings- og motivasjonsdannande i det å løyse ei oppgåve, samt å sjå nytten av det ein lærer.

(c) Matematiseringa omhandlar å sette systemet, eller systemavgrensinga, inn i eit matematisk system. Det betyr tileigning av matematiske symbol og skildringar. I nokre tilfelle kan matematikken hentast frå teori. Andre gonger må ein gjennom nye side-prosessar og eksperiment som kan kaste ljos over dei utvalte samanhengar på ein slik måte som gir grunnlag for ei matematisk skildring, skriv Blomhøj (1992). Poenget er at problemet skal skildrast matematisk gjennom å lage matematiske modellar.

Den matematiske modellen, som no er formulert med matematisk språk, kan la seg analyserast ved hjelp av matematikk. *(d) Analyse av matematikk* har føremål om å kaste ljos over problemet som var utgangspunkt for modellen. Med modellresultatet vil ei *(e) fortolking og vurdering av resultata* verte vurdert i forhold til modelleringsprosessen. Den kan vurderast innan modellen sine rammer, med matematisk karakter som angår eksempelvis følsemd og stabilitetsanalyse av modellen. Vidare kan analysen og modellen vurderast opp mot den allereie eksisterande kunnskap. Dette inkluderer samanlikning med liknande røyndomsutsnitt, altså anna forsking.

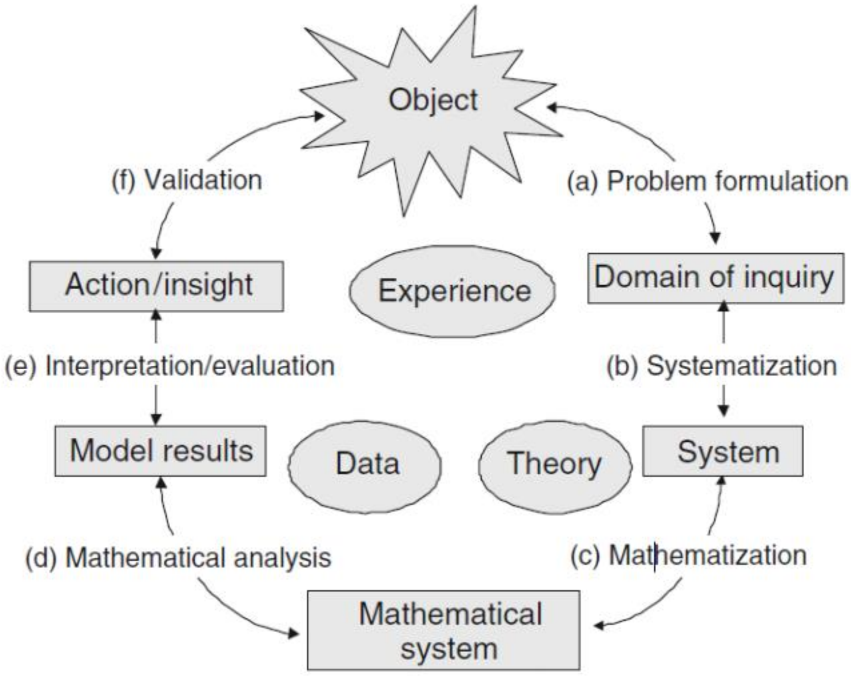
Siste ledd i modelleringsprosessen er *(f) vurdering av modellens validitet*. Ein kritisk analyse «(...) av heile prosessen med sikte på å avklare i kva grad, samt innanfor kva nytteområde modellen kan forventast å kaste ljos og svare på spørsmål knytt til det gjeldande røyndomsutsnitt» (Blomhøj, 1992, s. 40, mi oversetting). Medan den grafiske framstillinga til eksempelvis Erfjord (2005) unngår eit tilbakeblikk til den verkelege situasjonen i validitetsvurderinga, meiner Blomhøj (1992, 2003) at ein skal sjå vurderinga opp i mot kva ein ynskjer å finne ut. Utanom å kunne sjå om svara verkar fornuftige i forhold til den verkelege situasjonen, kan elevar gjennom modelleringsprosessen undersøke nye aspekt ved situasjonen. I tillegg kan ein finne nye innfallsvinklar om korleis å sjå på den verkelege situasjonen. Eit tilbakeblikk til den verkelege situasjonen meiner eg er eit viktig moment i ein modelleringsprosess. Eg meiner nye impulsar omhandlar eit essensielt poeng i det å nytte modellering som eit læringsreiskap. Ved refleksjon kan elevar få lukka modelleringsringen, og fått svar på det spørsmål ein stilte seg ved modelleringsstart (og endra undervegs). Med refleksjon som del av prosessen, er eit mål at elevar kan sjå koplingar mellom verkelege situasjonar eller problem, og (skule-)matematikk som meiningsfulle.



Figur 3: Modelleringsprosessen eksemplifisert ved eit fiktivt døme knytt til asfaltering

Framstillinga til Blomhøj (2003) vert presentert oversiktleg med konkrete situasjonsskildringar (markert i blå ruter) og kva elevar arbeider med i prosessen for å kome eit steg vidare (som forklart over ved punkt a-f). Dei vertikale pilene har som hensikt å illustrere viktigheita av *fri rørsle* mellom det Blomhøj kallar «erkjennelsmessige stadier» (Skovsmose & Blomhøj, 2006, s. 85-89). Rørslefridomen skildrar korleis ein i ein modelleringsprosess ikkje rører seg kronologisk frå punkt til punkt, men rører seg vertikalt fram og tilbake mellom dei ulike fasane. Undervegs i prosessen vert framstillinga (modellen) forbetra og tydeleggjort, der ein eksempelvis går attende og endrar på problemstillinga etter kvart som ein finn ut nye element. Endring av problemstilling kan få konsekvensar for andre ledd som igjen må endrast.

I samhald med Blomhøj & Kjeldsen (2011) kan det stillast spørsmålsteikn ved om modellen kunne vore framstilt som ein sirkel. Dette for å tydeleggjere rørslefridomen. På den måten ser ein tydelegare korleis ein mot slutten av modelleringsprosessen rører seg i retning den opphavlege, verkelege situasjonen. Ved å illustrere framstillinga som sirkel er det for å tydeleggjere viktigheita av å sjå heile prosessen som fleire ledd - som ei oppskriftsskildring for problemløysing. Blomhøj & Kjeldsen (2011) inkluderer òg indre og ytre påverkingsfaktorar i si framstilling av modelleringsprosessen. Dette i form av erfaring, data og teori.



Figur 4: Grafisk framstilling av modelleringsprosessen som sirkel (Blomhøj & Kjeldsen, 2011)

Å kunne røre seg fritt mellom stadia i arbeidsprosessen kan vere med å auke refleksjonen undervegs i arbeidet. Om elevar er «(...) vane med å kjenne att matematiske situasjonar der dei [elevane] er» (English, referert i Bonotto, 2013, s. 402, mi oversetting), kan sannsynet for at elevar kan betre innsikt i læringsmaterialet, auke. Samstundes kan rørslefridomen vere ein måte for elevar å unngå vanskelege matematiske utrekningar på (Bonotto, 2013). Ved å endre problemstillinga til noko enklare, kan dei òg forenkle prosjektet, og prosessen. Utfordringa ligg då på å skape ei så sterk indre motivasjon hjå eleven at ein ikkje ynskjer å 'ta snarvegar' men heller arbeidet med å løyse problemet.

Mot slutten av eit modelleringsprosjekt, kjem ein alltid tilbake til spørsmålet: «Har me fått svar på det me ynskja svar på?» Det at ein alltid ynskjer innsikt i eller svar på ei oppgåve, karakteriserer problemformulering som eit heilt sentralt punkt i ein slik modelleringssituasjon. Om eit prosjekt har ei utydeleg problemstilling vil vere vanskar knytt til gjennomføring, å finne svar, samt å konkludere.

2.1.3 Problemformulering som ein del av datainnsamlinga

«Altfor lenge har vellykka problemløysing vorte hylla som mål; tida har kome for å gje problemformuleringsarbeid ein framståande, men naturleg plass i matematikklæreplanar og -klasserom» (Ellerton, 2013, s. 100-101, mi oversetting).

Som sitatet over indikerer, burde eit fokus på å stille dei rette spørsmåla ligge minst like djupt i matematikkundervising som det å løyse problemet. Gjennom prosjekt i matematikk kan elevar endre problemstillingar eller problemområder undervegs. Det er fyrst når ein skal løyse større og meir komplekse problem enn kva elevar er van til, at elevar ser nytten av å ha eit klart mål i ei tydeleg problemstilling. Gjennom å sjå korleis elevar arbeider, vektlegg og argumenterer kring endring av problemstillingar, kan ein få innsikt i korleis fleire aspekt ved eleven sin matematiske forståing. Mellom anna kan dette omhandle korleis elevar vel å knytte tal til problema. Dette meiner eg er hjarta i det Blomhøj (1992) skildrar som ein del av matematiseringa i modelleringsprosessen. Her må elevar forme spørsmål undervegs for å vinkle det dei meiner er det vesentlege problemet. Eksempelvis kan dette vere problem knytt til verkelege situasjonar elevar opplever eller har opplevd. Ved å stille spørsmål til opplevde situasjonar, kan elevar danne ei årsak for kvifor å løyse problemet. Ellerton (2013, s. 89) skriv at ein ikkje kan løyse eit problem om ikkje problemet er stilt i forkant. Vidare kan problemet få ei matematisk vinkling.

2.1.4 Utfordringar knytt til bruk av modellering?

Ei av utfordringane ved å knytte klasseromsmatematikk og det som ofte vert kalla *kvardagsmatematikk* (til dømes av Blomhøj, 2003; Bonotto, 2013; Evans, 1999; Hansen, 2009, 2010; Kaiser, Blomhøj & Sriraman, 2006; Moschkovich, 2002; Silver, 1994) er i følgje Bonotto (2013) basert på språkproblem. Ho peiker på at ord kan ha ulik representasjon i skule- og kvardagsmatematikk. Frå tradisjon til tradisjon, og klasse til klasse, kan ord og omgrep ha ulik tyding – avhengig av kontekst og elevar sin erfaring. Spesielt i overføring av kunnskap mellom skulesamanheng og -bruk, til kvardagssamanheng og -bruk (Evans, 1999). Evans (1999), som er ein av kritikarane til korleis ein ser på overføring av kunnskap (transfer), skriv at ein er avhengig av å «(...) strukturere ein pedagogisk diskurs for å systematisk arbeide gjennom transformasjonsprosessen» (s. 30, mi oversetting). Når denne studien baserer seg på elevutsegn om erfaringar og opplevingar, kan koplingar som elevar dreg mellom kvardagsaktivitet og skuleaktivitet, vere spennande.

Det er to hovudårsaker til den minkande bruken av kvardagslig matematikk i undervisinga. Bonotto (2013) peiker på *tekstuelle faktorar*, som stereotypiske tekstoppgåver og mønster, som fangande for eleven. Dette påpeikar òg Wyndhamn & Säljö (1997), som skriv at målet med ei oppgåve ofte vert å svare på oppgåva, framfor å forstå problemet bak. Og framfor å forstå *kvifor* nettopp dette svaret passar til oppgåva, går ein vidare til neste oppgåve (Gravemeijer, 1997).

Den andre årsaken er knytt til kontekstuelle faktorar. Både Bonotto (2013) og Gravemeijer (1997) peiker på element som ulike undervisingspraksisar, forventingar til klasseromskulturen for oppgåveløysing i matematikk, samt uerfarne lærarar i arbeid med modellering som forstyrrande for oppgåvediskursen i matematikklasserommet. Mellin-Olsen (1996) skildrar korleis oppgåveløysing har ei sentral rolle i læraren si tenking om matematikkundervising, og nyttar omgrepet oppgåvediskurs som representasjon for dei påverkande normer og verdiar som finst i eit matematikklasserommet. Han nyttar omgrepet diskurs «(...) for måten en snakker på innenfor et saksområde» (s. 9), og viser til Højrup (1985) når han definerer diskurs som «(...) en beskrivelse av den samlete kommunikasjonen i en spesiell institusjon eller en bestemt situasjonstype» (s. 9). Innanfor matematikklasserommet kan ein lærar si vektlegging av oppgåveløysing ikkje berre vere eit resultat av læraren sine eigne val, men vektlegginga kan òg vere institusjonalisert. Mellin-Olsen (1996) skildrar oppgåvediskursen, der oppgåver og løysing av oppgåver regjerer i matematikkundervisinga, som ei utfordring. Gravemeijer (1997) oppsummerar utfordringa slik: «Generelt er klassemiljøet ein stønad for skilje mellom skule-matematikk og kvardagsrealitet» (s. 389, mi oversetting).

2.2 Kva er problem posing?

Det arbeid ein gjer i modelleringsarbeid dreiar seg alltid rundt fokuset for prosjektet - som regel framstilt gjennom ei problemstilling (Skovsmose & Blomhøj, 2006, s. 86-89). Denne delen av teorikapittelet vil ta opp sentrale sider ved problem posing. Kapittelet startar med ei definering av problem posing, før problem posing som undervisingsreiskap vert presentert. Til slutt vil fem perspektiv ved problem posing vert drøfta som kvalitetar ved problem posing.

2.2.1 Definering av problem posing

> Formulering av eit problem er ofte meir essensiell enn sjølve løysinga, som berre kan vere eit spørsmål om matematisk og eksperimentell dyktigheit. Å reise nye spørsmål, nye mogelegheiter for å angripe eldre spørsmål frå ei ny vinkling, krev kreativ førestillingsevne og markerer ein fordel innan reelle framsteg innan vitskap. *(Einstein & Infeld, 1938, s. 92, mi oversetting).*

Sitatet over framhevar kor viktig det er å stille gode spørsmål. Dette inkluderer å omformulere gamle spørsmål eller angripe eldre spørsmål frå nye vinklar. Etter intensiv forsking på sjølve teknikkar ved problemløysing[2], vart fokuset utover siste halvdel av 1900-talet snudd mot å studere effekten og verdien av prosessen bak problemløysinga. Men ikkje før på 60-talet vart problem posing som undervisingsmetode studert nøye. (Stoyanova & Ellerton, 1996).

Problem posing er ulikt definert. Duncker (1945) refererer til problem posing som «(...) ein generalisering av eit nytt problem eller reformulering av eit nytt problem» (Duncer, referert i Stoyanova & Ellerton, 1996, s. 518, mi oversetting). Dillon (referert i Stoyanova & Ellerton, 1996, s. 518) konseptualiserte problem posing som ein prosess som resulterer i eit problem som må løysast. Silver (1994) omtalar problem posing slik: «Problem posing referer både til danning av nye problem, men òg til omformulering av gitte problem» (s. 20). Ein kan sjå Silver (1994) si referanse til problem posing som oppsummerande, og er mykje brukt som definisjonsreferanse innan problem posing (Bonotto, 2013; Singer et al., 2013; Stoyanova & Ellerton, 1996).

Stoyanova & Ellerton (1996) definerer problem posing som «ein prosess der elevar, på grunnlag av matematikkerfaring, konstruerer personlege tolkingar av konkrete situasjonar og formulere meiningsfulle matematiske problem» (s. 518, mi oversetting). Deira definisjon kan sjåast som meir relevant knytt til matematikkompetanse og -erfaring hjå elevar som deltek i matematiske prosjekt. Definisjonen kombinerer elevar si matematiske erfaring med konkrete situasjonar, og ser problem posing som sentralt reiskap for elevar sitt arbeid i modellerings-prosjekt. I søket etter kvalitetar som kan identifiserast i arbeidet med problem posing, vil definisjonen ha tyding for analysen av denne masteroppgåva. Dette fordi definisjonen

[2] Oversett frå det engelske omgrepet «problem solving» (Brown & Walter, 2005; Stoyanova & Ellerton, 1996)

inkluderer elevar si matematiske erfaring, personlege tolkingar samt konkrete situasjonar når den om skildrar problem posing som ein prosess. Knytt til analysen i denne masteroppgåva kan definisjonen fungere som kjenneteikn for kvar og korleis problem posing kan oppstå.

2.2.2 Å drive problem posing?

Ved å stille spørsmål direkte knytt til oppgåvene ein arbeider med i matematikkundervisinga, kan elevar få djupare innsikt i bakgrunn og årsak. Med ein grunntanke om at undervisinga skal følast relevant og meiningsfullt for elevar, baserer Silver (1994) og Stoyanova & Ellerton (1996) problem posing på fire årsaker for kvifor å drive problem posing i matematikklasserommet:

- *For å oppnå løysing på den matematiske oppgåva eller problemet*. Dette inkluderer å finne delutrekningar og -løysingar som er naudsynt for å skaffe framgang mot hovudproblemstillinga.
- *For å oppnå forståing bak problemet*. Pólya (2004) skildrar ein problemløysingsteknikk gjennom fire ulike prinsipp. Desse omhandlar å forstå problemet, danne ein plan for løyse problemet, utføre planen, og til slutt sjå tilbake om ein har gjort det rett. Siste del, «sjå tilbake»-fasen (Pólya, 2004, s. 34-36), kan sjåast som eit reiskap for å skape forståing, der ein vurderer om løysingsreiskapen ein valte er det riktige og best eigna. Pólya (2004) inkluderer forenkling og forkorting som ein del av dette punktet, og konkluderer med at ein vil forbetre sine eigne problemløysingsferdigheiter ved å stille spørsmålet; «Kva gevinst har eg om eg gjer slik?» (s. 36, mi oversetting), knytt til omformulering.
- *For å variere undervising*. Problem posing kan verte nytta som eit motivasjonsreiskap for å vekke nysgjerrigheita hjå elevar. Gjennom problem posing kan elevar skape eigarskap til oppgåver (Stoyanova & Ellerton, 1996).
- *For å oppnå matematisk diskusjon i klasserommet*. Kan omhandle bevisstgjering av matematikk i kvardagsbruk, kritisk demokratisk kompetanse, eller skaffe innsikt i korleis ulikt formulerte problemstillingar kan gje ulik innsikt for elevane.

Det har òg stor tyding *når* ein nyttar problem posing i ein arbeidssituasjon (Silver, 1994; Singer et al., 2013; Stoyanova & Ellerton, 1996). Med ulik hensikt kan problem posing nyttast både i forkant, undervegs og i etterkant av ein problemløysingssituasjon:

- *I forkant*: Som inngang til ei matematisk økt. problem posing-økta kan då vere særs leiande, og er underliggjande for kva ein vil finne ut i løpet av den vidare lærings-situasjonen.
- *Undervegs*: Når elevar finn andre (betre?) mogelegheiter undervegs i arbeidsprosessen. Problemstillinga skifter kanskje fokus, eller ein treng å nytte anna tilnærming til problemet for å finne det svar ein ynskjer.
- *Etter*: Når elevar i etterkant av arbeid går tilbake i prosessen og ser på mogelege feilkjelder. Dette punktet er typisk knytt til det å skape forståing bak ei matematiske utgreiing. I skulesamanheng er det å stille spørsmål i etterkant av ei utrekning ofte knytt til forståing av struktur på oppstilling, utrekningar, kontroll av rekning og for å skaffe seg innsikt i utrekningar. Problem posing i etterkant av løysing av eit problem, kan sjåast i likskap med Pólya (2004) sin 'sjå attende'-fase.

Silver (1994) skildrar arbeid med problem posing som tidkrevjande. Tidspunkt for når ein nyttar problem posing vil, som nemnd over, variere etter føremål med undervisinga og problem posing-aktiviteten. Han skriv at det å forme problema er relatert til planlegging, og at det kan involvere å formulere delmål som må løysast før ein kan løyse det overordna problemet. Silver (1994) refererer til Pólya (2004) og skriv at tankegangen «Tenk på eit relatert, meir tilgjengeleg problem» (s. 21, mi oversetting) som ei form for re-formulering av problemet. Ei slik resonnering kan oppstå viss «[k]jelda til det opphavlege problemet ligg utanfor det løyselege (...)» (s. 21, mi oversetting). Då vil problemet verte «(...) reformulert og personifisert gjennom ein reformuleringsprosess» (s. 21, mi oversetting).

Det er viktig å jobbe med problem posing både i forkant, undervegs og i etterkant av modelleringsprosjekt, fordi det kan gje elevar eit klarare fokus på kva dei ynskjer å finne svar på. Ved å stille spørsmål knytt til føremålet for problem posing til dei rette tidspunkt, kan det opne nye vegar til løysinga av det overordna problemet (Brown & Walter, 2005; Silver, 1994). Det vil i analysearbeidet verte søkt utdrag som omhandlar problem som elevar ser som matematisk vanskeleg å løyse. Dette fordi samtaleutdrag som er prega av utforskande kommentarar eller spørsmål knytt til strukturar i problem, kan vere potensielle arenaer der problem posing-aktivitet kan førekome (Brown & Walter, 2005).

2.2.3 Problem posing som fri, semi-strukturert og strukturert

I tillegg til å sjå på tidspunktet for når elevar vert utfordra med problem posing-aktivitet, kan ein òg skilje mellom i kva grad elevar får danne eigne, sjølvstendige problemstillingar. Stoyanova & Ellerton (1996) har nytta Krutetskii si tredelte klassifisering for problemløysing[3] opp mot problem posing. Alle tre kategoriane, fri, semi-strukturert og strukturert, har vorte nytta av forskarar (Bonotto, 2013; Brown & Walter, 2005; Singer et al., 2013) for å undersøke ulike aspekt ved effekten av problem posing-aktivitet i matematisk strukturert arbeid. Stoyanova & Ellerton (1996) var fyrst ute med ei kategorisering i problem posing:

- *Fri*: Når elevar er spurt om å generere eit problem av ein gitt unaturleg eller naturleg situasjon, som dei eksempelvis kan finne sjølv. Med hensikt i å sjå om elevane sine hadde lært om eit matematisk tema, gav til dømes Ellerton (referert i Stoyanova & Ellerton, 1996, s. 519) elevane sine i oppgåve å lage problem som ville vere vanskeleg for ein medelev å løyse. Ei anna oppgåve var å skrive referat frå matematikkundervisinga om kva dei har lært dei siste tre vekene. Til den siste oppgåva skulle elevane legge ved ei typisk oppgåve for temaet, men som dei sjølv hadde greidd å løyse. «Elevar sine uttrykk for matematiske idear gjennom skapinga av deira eiga matematiserte problem, demonstrerer ikkje berre deira forståing og dugleiksnivå, men reflekterer òg deira oppfatning av matematikken sin natur» (Ellerton, 1988, s. 281, mi oversetting). Begge oppgåvene gir elevar full fridom og rom til å formulere spørsmål eller problem etter eigen erfaring og kunnskap.
- *Semi-strukturert*: Når elevar er gitt opne situasjonar, og vert invitert til å utforske og fullføre strukturar. Dette kan òg å uttrykke seg matematisk ved å nytte «(...) kunnskap, dugleik, omgrep og relasjonar frå sine tidlegare matematiske erfaringar» (Stoyanova & Ellerton, 1996, s. 520, mi oversetting). Eksempelvis refererer Stoyanova & Ellerton (1996) til Hart (1981) som gjennomførte eit forsøk der elevane hennar skulle lage matematiske problem gitt til eit gitt uttrykk. Målet hennar var å sjå korleis elevane nytta konkrete situasjonar for å skildre symbolske uttrykk. Mest nytta tilnærming for å binde saman skulematematikk og kvardagsproblem er semi-strukturerte problem posing-aktivitetar (Barbosa, 2006; Bonotto, 2013; Ellerton, 1988; English, 2010; Stoyanova & Ellerton, 1996). Det kan tenkast at elevar sine resonnement allereie har

[3] oversett frå problem-solving (Stoyanova & Ellerton, 1996).

haldepunkt i noko gitt, som eit matematisk uttrykk, og skal danne seg eit problem ut frå dette uttrykket. Fleire (sjå mellom andre English, 2010; Winograd, 1991) fann at semi-strukturert problem posing hjelpte elevar til å kople skulematematikk og kvardagsproblem. I tillegg til at problem posing fremja meiningsfullheit hjå elevar, fann dei samstundes at elevar lærte å generalisere matematiske uttrykk.

- *Strukturert* problem posing omhandlar når elevar har spesifikke problem å jobbe ut ifrå. Her kan eksempelvis føremålet vere å studere struktur i matematiske uttrykk eller situasjonar. Oppgåver kan vere å finne ulike utrekningsformer til ein gitt matematisk situasjon eller uttrykk.

Dei ulike tilnærmingane kan overlappe kvarandre, og spele samstundes over tid. I didaktisk samanheng kan ein nytte ei og ei tilnærming som introduksjon til undervising, men underteikna ser ikkje det som ei ulempe om det vert jobba parallelt med dei andre tilnærmingane. Som eit reiskap for tilpassa opplæring kan problem posing nyttast i forhold til elevar sine førekunnskap. Nokre trivst med ei forskande, utprøvande rolle og trivst med arbeid knytt til fritt strukturerte oppgåver. Andre har behov for å arbeide med feilsøking eller bestemte, fastsette tilnærmingar til lærestoffet. Ved å ha ein meir strukturert tilnærming kan ein lettare knytte kritisk demokratisk kompetanse-læring til prosessen, slik som tidlegare nemnd og eksemplifisert ved Hansen (2010).

Malaspina et al. (2015) tar mellom anna opp rollen lærar har i eit slike arbeid: «Ein lærar må ikkje berre vere ein dyktig problemløysar, men må òg vite korleis å velje, endre og lage dei [problema] med didaktisk føremål» (s. 2, mi oversetting). Vidare skriv dei at læraren må vurdere kritisk over kvaliteten på den matematiske aktiviteten som trengs for å løyse problemet som er presentert, og eventuelt modifisere det slik at problemet vert ein meir fruktbar arena for rikare matematisk aktivitet. Dette framhevar viktigheita av at lærar rettleiar elevar der dei er, og ikkje overstyrer elevar si læring.

2.2.4 Problem posing som perspektiv og kvalitet?

Som med modellering kan problem posing tene ulikt, avhengig av føremål og hensikt. I denne masteroppgåva er det eit moment å presentere problem posing med ulike perspektiv, då perspektiva er med å definere dei ulike formene problem posing kan ha. Dei fem perspektiva Silver (1994) peiker på kan sjåast som ulike nytteområder ved problem posing. Dette delkapittelet vil gjennomgå og presentere dei fem perspektiva, og deretter argumentere for kvifor desse kan sjåast på som kvalitetar ved problem posing. Mot slutten av kvar presentasjon vil det verte kasta ljos på kjenneteikn ved kvaliteten. Under er perspektiva til Silver (1994) oversett til norsk av underteikna, modifisert og framstilt som kvalitetar:

1. Problem posing som kreativitetsskapande
2. Problem posing som eit granskande reiskap ved matematisk verksemd
3. Problem posing som reiskap for forbetring av problemløysingsferdigheiter
4. Problem posing som eit vindauge til elevar si matematiske forståing
5. Problem posing som middel for forbetring av elevar sin disposisjon mot matematikk

Problem posing som kreativitetsskapande refererer til korleis arbeid med problem posing tidlegare har vorte karakterisert som kreativt arbeid. Silver (1994) peiker på det å fremje problem som ein ferdigheit som tidlegare har vorte nytta i testar designa for å identifisere kreative individ. Getzels & Jackson (referert i Silver, 1994, s. 21) laga eit sett med testar for fremjing av problem som stamma frå reelle kontekstar, der kandidatar skulle lage matematiske problem som kunne svarast med den informasjonen som vart gitt. Resultata frå testane vart sett opp i mot kompleksiteten i det å løyse oppgåva (til dømes aritmetisk framgangsmåte, eller utelating av lite relevante opplysingar), og på bakgrunn av resultata argumenterte dei for kreativitet hjå den enkelte. Med bakgrunn i Balka (referert i Silver, 1994, s. 21) kan ein argumentere for kreativitet gjennom tre aspekt: 1) Flyt, som omhandlar talet problem som vart generert (les: oppgåver svart på). 2) Fleksibilitet, som omhandlar talet på ulike kategoriar av problem som vart generert. 3) Originalitet, som omhandlar nyskaping og nytenking, og eventuelt ulikskap mellom problema (les: unngå gjentakande / repeterande / imiterande resonnement). Silver (1994) skriv at via ein kreativ aktivitet, skjer det ein interaksjon mellom problem posing og problemløysing som fører til ein kognitiv prosess. Føresetnadar for korleis ein ser på desse kreative aktivitetane er opp til kvar enkelt elev, men dei kan ha utgangspunkt i situasjonar eller innspel som kjem utanfrå, eller tankar frå ein sjølv (s. 21-22).

Med å kunne identifisere problem posing som kreativitetsskapande, kan det ikkje berre auke fokus og timetal knytt til den type arbeid, men òg vere dannande og medverkande til utvikling av elevar sine matematiske ferdigheiter og haldningar. Utdanningsdirektoratet (2011) skriv:

«Opplæringa skal møte barn, unge og vaksne på deira eigne vilkår og samtidig føre dei inn i grenseland der dei kan lære nytt ved opne sinn og prøve evner» (s. 5), og skriv følgande om omgrepet *skapande*: «Skapande evner vil seie å oppnå nye løysingar på praktiske problem ved uprøvde grep og framgangsmåtar, ved å spore opp nye samanhengar gjennom tenking og forsking» (s. 5). Ved å parallellisere omgrepa kreativitet og skapande, kan ein med matematikkbriller på hevde at problem posing kan ta på seg ei skapande og kreativ rolle i samsvar med læreplan. Det er opp til klasselærar å legge best mogeleg til rette for å vise «(...) korleis oppfinnsemd og skaparkraft stadig har endra levekår og livsopphald (...)» (s. 5).

I analysearbeid vil *flyt, fleksibilitet* og *originalitet* vere identifiserbare kjenneteikn på kreativitetsskapande aktivitet. Flyt omhandlar korleis elevar genererer fleire spørsmål eller mogelege metodar knytt til svar eller metodar for å løyse problem. Samstundes synar elevar god fleksibilitet når det vert generert ulike typar svar eller forslag. Originalitet er eit kjenneteikn som vert identifisert når elevar stiller spørsmål eller skaper problemstillingar som bryt med det vanlege. Dette synar nytenking, skriv Silver (1994). Ved å identifisere eitt eller fleire av dei tre kjenneteikna i utsegn eller situasjonar, kan det vere indikasjon på at problem posing har kreativitetsskapane effekt.

Problem posing som eit granskande reiskap ved matematisk verksemd refererer til korleis problemformulerande arbeid i matematikkundervising kan lære elevar å vere spørjande. Ved å tørre å stille spørsmål kan elevar starte å betre og utarbeide nye spørsmål (re-formulere gamle spørsmål), som igjen kan gje elevar innsikt i hensikt og føremål bak ulike utrekningar, framstillingar eller modellar. Silver (1994) underbygger dette når han skriv at «dårleg strukturerte problem tilbyr ein rik arena der ein kan studere kompleks kognitiv aktivitet» (Silver, 1994, s. 23, mi oversetting). Det vert her nemnd korleis sjølv dårleg strukturerte problem kan skape kognitiv aktivitet. Silver (1994), refererer til forsking gjort av Lesh (1981), der signifikant matematisk problem posing-aktivitet ikkje berre oppstår ved kreasjonen av matematikk av profesjonelle matematikarar, men òg i tenkt bruk av matematikk hjå elevar. Dette, hevder Silver (1994), er eit argument for at problem posing burde fremjast som eit reiskap i matematikk, der fokus ligg på å «rettleie elevar til å lære måtar for korleis å tenke og resonnere matematisk effektivt (...) for å løyse kvardagslege[4] problem» (s. 23, mi oversetting).

[4] Oversett frå omgrepet «Real World»-problem.

Denne type kvalitet, ikkje berre ved arbeid med problem posing, men ved arbeid i matematikk generelt, omfamne alle elevar – uavhengig av matematiske ferdigheiter. Skovsmose (2001) fortel om verdien i det å stille spørsmål, der mindre gode spørsmål òg kan fungere som ein rik arena for vidare undersøking. Ved å oppføre seg spørjande i eit undersøkingslandskap kan ein sjå likskapen til det å oppføre seg granskande ved hjelp av problem posing. Denne kvaliteten bygger på å undersøke og utforske innan matematikk. I analysekapittelet vil det verte søkt etter utsegn og aktivitet der elevar oppfører seg utforskande og spørjande. Dette kan vere indikasjon på at elevar nyttar problem posing som eit granskande reiskap for å svare på utforskinga.

Problem posing som reiskap for forbetring av problemløysingsferdigheiter kan tenkast å vere den mest nytta motivasjonen for kvifor å drive problem posing (Silver, 1994). Silver (1994) refererer til korleis den potensielle verdien som ligg i arbeid med Problem Posing kan gjere elevar til betre problemløysarar. Dette inkluderer å gjere elevar betre rusta til å angripe problem. Niss (2003) skriv at det «[å] eige en kompetanse i nokre domene av det personlege, profesjonelle eller sosiale liv, er å meistre viktige aspekt ved livet (...)» (s. 6, mi oversetting). Niss (1999, 2003) fortel at det å meistre matematikk omhandlar å ha eigarskap over matematisk kompetanse, og peiker på åtte matematikkompetansar til å forstå, dømme, gjere og nytte matematikken i kontekster og situasjonar der matematikk spelar eller kunne spelt ei rolle. Ei av desse kompetansane som omfattar evna til å «(...) spørje og svare på spørsmål i og med matematikk» (Niss, 2003, s. 7, mi oversetting), er å posere problem. Det omfattar å identifisere, posere og spesifisere ulike matematiske problem, for å gjere dei løyselege. Problem posing kan her spele ei rolle for å betre problemløysingsferdigheiter.

Denne masteroppgåva baserer seg på elevutsegn, og det kan vere utfordrande for elevar å ha innsikt i kva som for dei er nylærd og kva som er nytte av etablert kunnskap. På førehand kan dette sjåast ut som ein av kvalitetane som kan vere utfordrande å identifisere. Likevel vil det under analysearbeidet, verte søkt etter utdrag eller situasjonar der det kan identifiserast ei tydeleg ytring om forbetring av ferdigheiter relatert til matematikkfaget. Inspirert av Bonotto (2013), vil eit typisk kjenneteikn for denne kvaliteten vere koplingar som elevar dreg mellom røyndom og skulematematikk, og som vert uttrykt av elevar sjølve. Andre indikasjonar på kvaliteten vil bygge på ytringar der elevar gir uttrykk for betring av sin matematiske innsikt.

Problem posing som eit vindauge til elevar si matematiske forståing refererer til korleis elevar kan verte meir sensitive til fakta og relasjonar som ligg integrert i situasjonar. Om ei elevgruppe eksempelvis vert presentert for ein graf, kan ein ved hjelp av problem posing diskutere bakgrunnen for utrekningar bak grafen (Hansen, 2010; Hauge et al., 2015; Vethe et al., 2015). Å gje elevar innsikt og erfaring i å meistre koplingsdanning mellom strukturerte problem og matematisk struktur, har synt seg å vere utfordrande (Stoyanova & Ellerton, 1996). Når mange elevar kan ha vanskar med å undersøke ferdigformulerte problem, kan problem posing dele opp strukturar, og opne for at elevar gje få innsikt i mindre komponentar av eit problem (Silver, 1994).

Problem posing som vindauga refererer òg til korleis elevar sine rekneferdigheiter, og elevar sin relasjonar til matematikk generelt, kan speglast (Silver, 1994). Problem posing kan reflektere eleven i forhold til undervisingsinnhald og karakter, noko som mellom anna kan gje innsikt i elevar si relasjonsforståing av koplinga mellom røyndoms- og skulematematikk. Silver (1994) skriv at både lærar og elev kan nytte problem posing for eksempelvis å finne noverande reknestrategiar, som kan fungere som utgangspunkt for vidare læring. Problem posing som vindauga kan òg refererast til som eit reiskap som kan reflektere elevar sine haldningar knytt til matematikk. Dette handlar om matematikkundervising som læringsarena som inkluderer både matematikklærar og medelevar som del av kontekst, samt bruk av matematikk i og utanfor skulesamanheng. Ved å dra parallell til Ellerton (1988) kan ein sjå korleis fristrukturert problem posing-aktivitet (sjå

2.2.3 Problem posing som fri, semi-strukturert og strukturert) kan fungere med eit perspektiv retta mot elevar si matematiske forståing. Ved å gje elevane oppgåve i å lage oppgåver som var vanskelege for ein medelev å løyse, fekk Ellerton (1988) innsikt i kva kunnskap elevane sit inne med.

Når problem posing som vindauga i denne oppgåva fungerer som ein kvalitet, vil det gjennom analysearbeid verte søkt etter korleis elevar gjennom problem posing får synt sin matematiske kunnskap. Eksempelvis gjennom modelleringsarbeidet der grupper synar korleis matematikk får ei tydeleg rolle i prosjektet. Kvaliteten kan både kome til uttrykk eksplisitt når elevar fortel om gruppeprosessar eller utrekningar, og implisitt gjennom tolkingsarbeid av elevutsegn.

Problem posing som middel for betring av elevar sin disposisjon for matematikk refererer til korleis problem posing kan nyttast som diskusjonsforum på tvers av interesser i matematikklasserommet. Silver (1994) skildrar matematiske samtalar og diskusjonar som lærar sin største motivasjonsfaktor for kvifor å drive problem posing. Han skriv at samtalar og diskusjonar vert ein møtestad mellom ulike syn på problem. Ved at elevar eller lærar presenterer problem som elevar finn interessant eller vanskeleg, kan skape entusiasme og nysgjerrigheit hjå medelevar. I denne masteroppgåva vert engasjement og nysgjerrigheit sett på som kjenneteikn for positive haldingar. Om denne entusiasmen og nysgjerrigheita kjem til syne, og vert fanga opp, kan det danne grunnlag for ein matematikkfagleg diskusjon. (Malaspina et al., 2015; Singer et al., 2013).

Undervegs i modelleringsprosjekt kan det opnast for klasseromssamtalar der grupper får innspel frå andre elevar på sine prosjekt og utfordringar. Innspela kan verte forma som spørsmål til løysingar og framstillingar, eller at alternative løysingar på utfordringar vert føreslått. Ved å opne for innspel må grupper ta stilling til korleis dei ynskjer å løyse utfordringane. Om gruppene tar stilling til innspela, kan problem posing gje innsikt i elevar sine løysingsorienterte haldningar. Ved eventuell vurderingsprosess av innspela, synar det korleis problem posing kan fungere som eit refleksjonsmiddel. Desse refleksjonane kan opne matematiske mogelegheiter ved prosjekta som tidlegare ikkje var (like) synleg. Ved at problem posing spelar ei rolle retta mot elevar sine løysingar, der elevar må ta stilling til innspel, kan problem posing gje innsikt i elevar sine haldningar og disposisjon for matematikk.

Desse to avsnitta har presentert korleis haldningar for matematikkfaget kan vere innverkande på korleis elevar oppfører seg i matematikkfaget. Haldningsaspektet kan tolkast som dei kjensler som spelar inn på elevar i arbeid med matematikk. Eksempelvis kan mangel på meistring føre til dårlege assosiasjonar til faget - noko som igjen kan føre tankar som at «matematikk er keisamt» eller «matematikk er lite meiningsfullt». Elevar som synar motivasjon for å lære matematikk, kan tenkast å vere elevar som verkar meir tilgjengeleg eller disponibel for innspel på si nytte av matematikk. Eksempelvis gjennom modelleringsprosjekt. Å skape ein læringskultur der elevar gjennom diskusjon er van med å få innspel, kan gjere elevar betre elevar sin disposisjon for matematikk. (Malaspina et al., 2015; Singer et al., 2013).

Det vil i analysearbeid verte søkt etter elevutsegn som indikerer at problem posing spelar ei rolle for betring av elevar sin disposisjon for matematikk. Identifisering av denne kvaliteten inkluderer elevutsegn knytt til haldningar for matematikkfaget samt utsegn som fungerer opnande for matematisk diskusjon. Haldningsaspektet kan kome til uttrykk gjennom diskusjonar eller intervju, der dei fortel og diskuterer prosessane gruppa har vore igjennom, samt korleis problema vart løyste. At problem posing kan verke opnande for diskusjon omhandlar korleis elevar er opne for ulike løysingar. Slik Silver (1994) skildrar perspektivet (kvaliteten), er openheit eit viktig moment ved problem posing. Spesielt problem posing i gruppearbeid kan opne for fleire løysingar og løysingsmogelegheiter.

2.3 Kvalitetar knytt til arbeid med problem posing

Ut ifrå tidlegare forsking og teori, vil denne oppgåva søke etter kvalitetar ved problem posing som ferdigheiter eller eigenskapar. Ved å skilje ferdigheiter og eigenskapar, kan ein sjå korleis perspektiva over kan tene desse to vinklingane ulikt. Eksempelvis kan siste punkt, problem posing som middel for betring av elevar sin disposisjon for matematikk, fremje matematisk kompetanse hjå elevar. Dette kan vere reknemessige ferdigheiter, å kunne sjå samanheng mellom ulike tema, eller arbeide med «(...) nye løysingar på praktiske problem ved uprøvde grep og framgangsmåtar» (Utdanningsdirektoratet, 2011, s. 5).

Det er her argumentert for korleis dei fem perspektiva (Silver, 1994) ikkje berre er ulike nytteområder eller perspektiv for korleis å bruke problem posing, men dei kan òg vere potensielle kvalitetar ved problem posing i seg sjølv. Gjennom analysearbeidet vil desse fem perspektiva fungere som kvalitetar. Karakteristikk ved perspektiva vil i analysekapittelet vere identifiserbare kjenneteikn ved kvalitetane. I samtaleutdrag og i elevarbeid med problem posing, vil det verte søkt etter desse kjenneteikna og kvalitetane. I tillegg kan det vere naudsynt å utvide, eller legge til nye kvalitetar om det skulle oppstå nye kategoriar.

2.4 Oppsummering

Dette kapittelet løfta fyrst fram teori på modellering. Modellering har vorte presentert som ein prosess, og er illustrert gjennom fleire fasar. I denne oppgåva er modellering i hovudsak meint som ein bakgrunn eller arena der problem posing kan oppstå. Gjennom teori har det vorte argumentert for korleis problem posing kan vere eit fruktbart reiskap under fleire av stadia i modelleringsprosessen. Kapittelet har søkt innsikt i teori knytt til problem posing, der problem posing som omgrep (innhald) og problem posing som grep (reiskap) har vore tema. Sidan denne masteroppgåva søker etter kva kvalitetar ved problem posing som kan identifiserast i eit elevperspektiv, har siste del av kapittelet argumentert for korleis Silver (1994) sine fem perspektiv ved problem posing kan sjåast som kvalitetar ved problem posing.

3.0 Metode

Dette kapittelet vil gjere greie for kva metode som dannar grunnlag for identifisering av kvalitetar ved problem posing. Dette kapittelet vil presentere og argumentere for kva metode, intervju og utval og analysereiskap som er nytta. Etter at analysereiskapen er presentert, vil kapittelet kaste ljos på feilkjelder, reliabilitet og validitet.

3.1 Val av metode

Av tradisjon skil ein mellom kvalitativ og kvantitativ metode. Avhengig av kva ein ynskjer å forske på har dei to styrker og svakheiter som vil verke inn på resultatet av studien (Jacobsen, 2005; Larsen, 2007). For å få innsikt i kvalitetar ut ifrå eit elevperspektiv, fell det naturlig å nytte kvalitative undersøkingar. Dette fordi metoden gir mogelegheit til å grave djupare i svara om det skulle vere naudsynt (Cohen, Manion & Morrison, 2011; Kvale & Brinkmann, 2009). Kvale & Brinkmann (2009) framhevar korleis intervjuar kan stoppe opp ved enkelte spørsmål, og la samtalen dreie seg rundt viktig, uføresette moment i intervjuet. Utfordringar ved kvalitativ metode er knytt til generalisering. Kvale & Brinkmann (2009) skriv at generalisering kan vere tidkrevjande, og som intervjuar må ein operere mest mogeleg objektiv og spørjande for ikkje å leie informanten sine svar i nokon retningar. Dette for å sikre truverdigheita til funna (Kvale & Brinkmann, 2009; Larsen, 2007).

Krumsvik (2014) refererer til Patton, og skriv at kvalitative undersøkingar «er forsøk på å forstå situasjonar ut frå deira unikheit om ein del av ein bestemt kontekst og samspelet der» (s. 14, mi oversetting). Med det er det sagt at kvalitative undersøkingar kan skaffe innsikt hjå informantar som kan gje svar på deira oppleving av gitte situasjonar. Knytt til identifisering på bakgrunn av elevutsegn, kan undersøkinga eksempelvis omhandle spørsmål og utgreiingar når det gjeld føremål for aktivitet, motivasjon for deltaking, informantar sine meining om, eller deira perspektiv på matematikk i skule- og kvardagsaktivitetar. Dette er ein metode som i analysearbeid kan formidle perspektiv og oppleving på ein truverdig måte, skriv Patton (referert i Krumsvik, 2014). Han poengterer vidare at: «analysen tar sikte på å forstå djupna i forståinga» (Patton, referert i Krumsvik, 2014, s. 14, mi oversetting).

Sitatet i slutten av avsnittet over, synar korleis eit fokus på individ sine erfaringar og opplevingar, kan gje auka innsikt i eit tema. Denne masteroppgåva har som føremål å skaffe innsikt i korleis individ oppfattar og engasjerer seg i arbeid med problem posing. I tillegg indikerer òg Krumsvik (2014) at ei kvalitativ undersøking kan finne svar på kontekstavhengige fenomen. Det er difor føremålstenleg at ei oppgåve som søker kjenneteikn eller kategoriar ut ifrå eit elevperspektiv, nyttar kvalitativ metode. For å få innsikt i kvalitetar er ein avhengig av refleksjon hjå elevar. Det å legge til rette for at informanten skal føle seg så trygg som mogeleg, er difor essensielt (Larsen, 2007, s., 83).

Gjennom undersøkinga har eg støtta meg på Kvale & Brinkmann (2009) sin lineære skisse for intervjuundersøking, presentert gjennom sju steg: *tematisering, planlegging, (observering og) intervjuing, transkribering, analysering, verifisering og rapportering* (s. 113, 118-119).

3.2 Datainnsamling

Prosjektet elevane deltok i, føregjekk over fire langøkter - konsentrert over åtte dagar. Varigheita på kvar undervisingsøkt varierte frå to til fire undervisingstimar, og gjekk på tvers av fag. Dette for å få lenger, samanhengande arbeidsøkter. Andre fag som prosjektet kunne trekkast parallellar til var nytta til prosjektet. Eksempelvis kroppsøving, kunst og handverk, og norsktimar. Det vart sett som ein materiell fordel med lenger økter over færre dagar, då til dømes datamaskiner eller klassesett med måleutstyr ikkje ville verte tinga kvar dag.

Som ein følgje av å dra saman ulike fag til lenger matematikkøkter, var at timar som var tenkt til matematikk enkelte dagar vart overtatt av andre fag. Då all matematikk i denne perioden omhandla prosjektet, var det sett av tid til å jobbe med modelleringsprosjektet annakvar dag. Ei ulempe med lenger økter er at elevar vert meir sårbar ved fråvær, som til dømes ved sjukdomshøve. Sjølv om det vart enkelte matematikkfrie dagar, vart lenger økter funnen meir føremålstenleg. Dette var eit forslag frå klasselærar då han trudde prosjektet ville verke motiverande på elevgruppa.

Dette kapittelet vil vidare presentere korleis datainnsamlinga føregjekk. Her vart observasjon nytta med hensikt om å identifisere kvalitetar ved problem posing i elevarbeid. Samstundes skaffa observasjonen informasjon om prosjekta til kvar gruppe, og kva elevgrupper som eigna seg for vidare intervju. Observasjonane fungerer på den måten som grunnlag for gruppeintervjua som vart gjennomført seinare i prosessen.

3.2.1 Observasjon

Under datainnsamlinga vart det bytta mellom deltakande og ikkje-deltakande observasjon (Larsen, 2007). Observatøraktivitetane til forskaren var på førehand kjend for elevane, og dei var visse på at det ville verte tatt notat undervegs. Dette fell inn under det Larsen (2007) omtalar som open observasjon. Sidan gruppene jobba på ulike geografiske områder (til dømes utandørs, i gang, i klasserom, ulike etasjar, og liknande) var det naudsynt å få skrive ned notat av kva som vart sett og høyrt - så objektivt som råd. Ved å stille oppklaringsspørsmål undervegs i elevane sin arbeidsprosess, var det mogeleg å få innsikt i hensikt og føremål i arbeidet gruppa dreiv. Samstundes fekk elevane vist fram og forklart kva dei hadde gjort. Oppklaringsspørsmåla frå observatør kom ved naturlege pausar i arbeidet. For å oppretthalde mest mogeleg flyt i arbeidet deira, vart ikkje gruppa avbroten med spørsmål før etter arbeidssekvensen.

For å skaffe eit så heilskapleg bilete av arbeidssituasjonar som råd, opererer Creswell & Clark (referert i Krumsvik, 2014) med seks strategiar når det gjeld observasjon: «

1. *Den fysiske settinga:* Kva er det fysiske miljøet? Kva er konteksten? Kva former for åtferd er den settinga utforma for?
2. *Deltakarane:* Beskriv kven som finn seg i settinga, kor mange menneske det er, og rollene deira. Kva bringar desse menneska hit?
3. *Aktivitetar og interaksjonar:* Kva er det som føregår? Er det ein definerbar sekvens av aktivitetar? Korleis integrerer menneske med aktiviteten og kvarandre? Kva sosiale mønster avdekkjer seg?
4. *Samtale*: Kva er innhaldet i samtalar i denne settinga? Kven snakkar til kven? Kven lyttar? Siter direkte, omformuler og oppsummerar samtalane.
5. *Spissfindige faktorar*: Ikkje så eksplisitte faktorar, men likevel viktige faktorar kan vere:
    a. Uformelle og ikkje-planlagde aktivitetar
    b. Symbolske og konnotative meiningar med ord
    c. Ikkje-verbal kommunikasjon som klesstil og fysisk rom

   d. Direkte mål som fysiske haldepunkt
   e. 'Kva er det som ikkje skjer?' - særskild visst det burde ha skjedd
6. *Di eiga framferd:* Du er like mykje ein del av denne settinga som deltakarane er. Kva er di rolle, anten om observatør eller nær deltakar, som påverkar scenen du observerer? Kva seier og gjer du?» (s. 143).

For å vere mest mogeleg førebudd til observasjon, var desse strategiane leiande for eit skjema som vart laga (sjå vedlegg 3). Skjemaet var meint å vere så opent som råd, slik at observasjonar og hendingar fort kunne noterast ned. Med eit så ope skjema var det mogeleg å skissere ned det som skjedde, samt skrive kommentarar undervegs. Utarbeiding av observasjonsskjema vart gjort i tråd med Krumsvik (2014): «Ein vanleg måte er å dele arket ein noterer på, i to deler med ein strek og notere kva som faktisk skjer, reint deskriptivt til venstre og så spørsmål og tolkingar til det som skjer, til høgre. Slik kan ein skilje mellom det som skjer deskriptivt og sine eigne tolkingar - og så kan ein bruke desse innspela i analysen» (s. 144).

Ved å nytte ei slik systematisering av observasjonsskjemaet, hadde ein mogelegheit for å gjere tolkingar under observasjonsarbeidet. Å gjere seg tolkingar undervegs kan på godt og vondt påverke observasjonane, samt tolkings- og analysearbeid i ettertid. Positivt kan tolkingar vere forklarande for situasjonar og samtalar som oppstår. På den andre sida kan tolkingane vere hemmande eller styrande for tolking i etterkant av datainnsamling. Under datainnsamling vart det nytta tolking undervegs fordi dette var med på å klargjere situasjonar og samtalar etter det underteikna såg etter ved datainnsamling. Tolkingsarbeidet undervegs var òg til hjelp for å halde fokus på hensikta med denne masteroppgåva. Observasjonsskjemaet vart sjåande ut slik:

Figur 5: Observasjonsskjema som vart nytta under datainnsamlinga

Utover det som sitatet over skildrar, kan ein sjå mønster mellom observasjonsstrategiane nemnd over og observasjonsskjemaet: punkta 1-4 vart notert under kategorien «Observasjon», medan punkt 5 og 6 vart notert under kategorien «Kommentar». Årsaka bak dette valet ligg på at punkta 1-4 er faktorar som fysisk vert gjort eller sagt - noko som gjer dei lett observerbare. Punkta 5 og 6 er faktorar som ikkje naudsynt er verbale eller er like synlege i den grad verbale utsegn kan vere. Punkta 5 og 6 kan vere påverkande for verksemda i gruppa, men det kan vere behov for intervju eller spørsmål for å få innsikt i desse punkta.

Eit av uromomenta ved å observere ei gruppe, er forstyrring av observasjonsinformantane i ein arbeidssituasjon. Kvale & Brinkmann (2009) fortel om kor viktig det er å la eleven få ro til å gjennomføre det som er ynskja at eleven skal gjennomføre. Slik denne observasjonen vart gjennomført, fekk observatør ei passiv rolle fram til elevgruppa var ferdig med det arbeid dei gjennomførte ved observasjonsaugeblink. Det vart sett etter situasjonar prega av formulerings- eller omformuleringsarbeid, utprøving av problemstillinga, samt undervegs-problemstillingar eller mellomrekningar. Det var viktig for underteikna som aktiv observatør, å få innsikt i kvifor og korleis elevar kom fram til den framgangsmåten dei gjorde. Kvale & Brinkmann (2009) påpeiker òg at ein som observatør ikkje skal utsetje elevar for press - aktivitet skal skje naturleg. For å få utfyllande svar, anbefaler Kvale & Brinkmann (2009) å nytte djupneintervju. Observasjon var difor både nytta som ein arena for identifisering av kvalitetar ved problem posing, men òg som utgangspunkt for intervju.

3.2.2 Fokusgruppeintervju

Denne oppgåva bygger på kva elevar fortel om deira oppleving av arbeid gjennom problem posing. For å få djupare innsikt i elevar sine opplevingar, vart elevgrupper invitert til gruppeintervju. Totalt vart ni elevar, fordelt på fire grupper, intervjua. Det vart tatt opptak av intervjua, der dei som ynskja kunne få høyre igjennom opptaket i etterkant. Det er viktig å presisere at intervjua var forma som ein samtale, slik Steinar Kvale (referert i Krumsvik, 2014) definerer eit *semi-strukturert intervju*: «Eit planlagt og fleksibelt intervju med føremål å skaffe skildringar av livsverda til informanten, i førehald til å tolke tydinga av de skildra fenomena» (s. 124, mi oversetting). Med utgangspunkt i ein intervjuguide, vart det stilt oppfølgingsspørsmål ved naudsynt behov for avklaring undervegs (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 147). Sidan dette prosjektet føregjekk i grupper, var det naturleg å gjennomføre intervju av heile grupper (dei som jobba i lag under prosjektet). Dette for å få fram korleis elevar jobba med problem posing i gruppene.

Sjølve intervjua vart gjennomført på som fokusgruppeintervju. Kvale & Brinkmann (2009) karakteriserer fokusgruppeintervju som «en ikkje-styrende intervjustil» (s. 162), noko som òg var leiande for korleis intervjusituasjonen skulle følast for informantane. Det vart stilt stor fridom til informantane om å fortelje det dei ynskja, med bakgrunn i spørsmål og emne frå intervjuguiden. Då mange av dei potensielle informantane aldri hadde vore på intervju før, var det eit moment å skape ei så open atmosfære som råd. Føremålet var å få informantane til å slappe av, og berre fokusere på å uttrykke sine personlege meiningar. Dette samsvarar med korleis Kvale & Brinkmann (2009) når dei karakteriserer moderatorrolla som signifikant for å «skape ei velvillig og open atmosfære, der man kan uttrykke personlige og motstridende synspunkter» (s. 162). Med fokus på motstridande synspunkt, var intervjuar merksemd på potensielle diskusjonar mellom deltakarane i intervjusituasjonen.

Den uformelle intervjuforma får fram meiningar hjå informanten, og er karakterisert som ein av styrkane ved fokusgruppeintervju (Larsen, 2007). Som sitatet i avsnittet over indikerer, kan ein i fokusgruppeintervju få fram skilnadar eller kontrastar i ei informantgruppe. Ulempa derimot, kan vere informantar kan føle seg bunden til å gje eit svar som gagnar gruppa, eller som er av gruppa si felles oppfatning. I tillegg kan det vere ei ulempe når forskar/intervjuar får for stor innverknad på prosessen (Krumsvik, 2014; Kvale & Brinkmann, 2009; Larsen, 2007). For å sikre at informantane skal våge å uttrykke seg ærleg som råd frå sitt eige synspunkt, vart det nytta ulike grep. Det vart jobba mykje med ein intervjuguide som skulle innehalde så opne spørsmål som råd, samstundes som det var eit mål å skape ei ope atmosfære under intervjuet. Å gjennomføre intervjua i grupper vert òg vurdert som ein tryggleiksfaktor, og var med på å trygge rammene for intervjua.

Kvale & Brinkmann (2009) skriv at det vanlegvis deltek seks til ti informantar i fokusgruppeintervju. Under datainnsamlinga vart dette kriteriet berre oppfylt ved eitt av intervjua, då det deltok åtte informantar. I dei tre andre deltok informantane gruppevis, på høvesvis to eller tre informantar. For å få auka innsikt i gruppeprosessen til kvar enkelt gruppe var det føremålstenleg å intervjue informantgruppene mot slutten av studien. I nokre av intervju kunne det vore ein fordel med fleire informantar for å få fleire innspel i samtalen, sette ljos på nye vinklingar, stille spørsmål til val undervegs i prosessen, samt at deltakarane kunne sett andre sine prosjekt i ljos av sitt eige. Dette kunne skapt kognitiv refleksjon, skriv Kvale & Brinkmann (2009). Sidan intervjua hadde fokus på elevar sine opplevingar, vart det prioritert å ha fullt fokus på ei og ei gruppe om gongen. Med fokus på identifikasjon av kvalitetar ved problem posing frå eit elevperspektiv, ville eit fokus på gruppene sine arbeidsprosessar, samt identifisering av kvalitetar, tydeleggjerast ved færre informantar. Som intervjuar, eller moderator, er målet å få elevar til å fortelje om arbeidsprosessar dei har vore gjennom. Dette omhandlar dei val som er tatt, samt årsak for vala. Kvale & Brinkmann (2009) skriv at fokusgruppeintervju er godt eigna i undersøkingar knytt til elevforklaringar. Dette fordi kollektiv interaksjon kan skape meir spontane ytringar enn individuelle. Ved spontane ytringar kan diskusjonar oppstå. Der er desse diskusjonane som kan vere rike arenaer for deling av ærlege opplevingar og erfaringar knytt til problem posing.

3.2.2.1 Dei ulike utførte intervjua

«Seks tjenere er godt å ha.

Jeg lærte alt av dem.

De heter Hvorfor, Når og Hva,

Og Hvordan, Hvor og Hvem.»

(Kipling, 1987, s. 83)

Det vart totalt gjennomført fire gruppeintervju. Eitt intervju fann stad allereie fyrste dag, der tre grupper deltok. Føremålet med dette intervjuet var å undersøke korleis informantane opplevde at dei var kome i gang med prosjekta. Utover dette, var tema for intervjuet korleis gruppene hadde fordelt arbeid, og deira oppleving av det å drive sjølvstendig arbeid. Dei tre andre intervjua var gruppedelt med høvesvis tre, to og to informantar pr. intervju. Kvale & Brinkmann (2009) anbefaler at intervju som fokuserer på heile arbeidsprosessen, bør gjennomførast seint i prosjektperioden då informantane er betre rusta til å fortelje og forklare om prosjekta. Dette styrkar undersøkinga si tiltru, skriv dei. Av denne årsak vart intervjua i denne studien gjennomført i løpet av dei siste to prosjektdagane.

Strukturen i det fyrste intervjuet skil seg frå strukturen i dei tre siste. Medan dei tre siste intervjua hadde ein intervjuguide som leiande for fokus, var det fyrste intervjuet berre basert på elevutsegn. Sidan det var ynskjeleg å få innsikt i hendingsgang og grunngjeving der grupper vart stilt val, var det naudsynt å nytta oppfølgingsspørsmål som var mest mogeleg formulert med spørjeorda *kvifor*, *kva*, *korleis*, *kven*, samt *kor* og *når* (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 145-146). Sitatet øvst presenterer seks spørjeord som alle er behjelpelege med sine eigenskapar. Kvar spørjeord set ljos på ulike sider av ei sak, men som samla kan vere med å presentere ei sak i si heilheit. Med hovudvekt på dei tre fyrstnemnde, kvifor, kva og korleis, var målet å få elevane til å skildre si oppleving av arbeid med problem posing.

3.2.2.2 Intervjuguide

Det var eit bevisst val å nytte eit språk i intervjua som informantane umiddelbart forstod. Dette for å få full konsentrasjon på å svare på spørsmålet, framfor å måtte tolke spørsmålet i forkant. Spørsmåla var òg meint å vere så opne som råd, samt virke objektive i den grad at informanten ikkje vart styrt i svarprosessen. Stundom vart informantane stilt spørsmål der dei fekk to val. I desse tilfella var oppfølgingsspørsmålet ofte knytt til grunngjeving av svaret. Totalt var åtte spørsmål utgangspunkt for intervjua (sjå Vedlegg 2).

Fyrste spørsmål, «Korleis går prosjektet?», var eit introduksjonsspørsmål som var meint å bygge på kjende situasjonar for informanten. Kvale & Brinkmann (2009, s. 147) påpeiker at slike spørsmål er opnande for intervjua, og kan vere nyttige for å få eleven til å føle seg komfortabel ved spørjesituasjonen. Fangen & Sellerberg (2011) skriv at ein «tillitsfull relasjon» (s. 60) mellom partane legg føringar for ein fruktbar og respektfull samtale. Likevel fungerer spørsmålet som ein leiar for kvar ein ynskjer å røre seg gjennom intervjuet. Samstundes har informantane fått presentert noko av deira syn på prosjektet.

Spørsmål to og tre omhandla informantar si oppleving av prosjektet. Medan spørsmål nummer to søkte innsikt i opplevingar kring det å arbeide med sjølvlaga problemstillingar, søkte spørsmål tre innsikt i informantar sine opplevingar av gruppa si nytte av fridomen som vart gitt under prosjektet. Begge desse spørsmåla gav informantane mogelegheit til å forklare korleis gruppa arbeida, samt om og korleis dei følte eit nytt læringsmiljø la føringar for prosjektet til gruppa. Som eit tilleggsspørsmål til desse vart informantane spurt om dei synte til eksempel når dei diskuterte. Dette spørsmålet er meint som eit refleksjonsspørsmål, der informantane får mogelegheit til å kome med direkte eksempel på når dei diskuterte, samt utdjuping av korleis dei diskuterte.

I intervjuguiden var det òg eit spørsmål knytt til opplevingar av relasjonen mellom matematikk i skule- og kvardagssituasjonar. Spørsmålet søkte fyrst og fremst innsikt i om informanten finn eller ser det ein lærer på skulen som meiningsfull for kvardagsaktivitet, eller omvendt. I eit slikt spørsmål vert det implisitt spurt om dei kan eksemplifisere eller utdjupe. Siste spørsmål ber informanten skildre sin draumematematikktime. Spørsmålet kan sjåast på som eit utgangspunkt for ei problem posing-økt åleine, då informanten vert gitt fridom til å fortelje korleis dei helst ville sett opp si eiga undervising.

Både oppfølgingsspørsmål og inngåande spørsmål bygger vidare på utsegna under intervjua. Dette for å skape djupne (Kvale & Brinkmann, 2009). Då det var usikkert kor djupt informantane ville svare på kvart spørsmål, var det naudsynt å verer merksemd med oppklaringsspørsmål knytt til det dei sa. Under intervjua vart det stundom vist til observasjonsnotata. Dette for å halde diskusjonen til temaet, men det var likevel knytt stor openheit til å la informantane fortelje deira syn. Ofte var det naudsynt å vise til situasjonar under prosjektet, der oppklaringsspørsmål søkte utdjupande svar om opplevingar knytt til prosjektet og prosjektet si gjennomføring.

3.2.3 Transkripsjon

«Transkripsjoner er oversettelser fra talespråk til skriftsspråk» (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 187). Forsøk på å sitere informantar ordrett, direkte under intervju, kan skape «(...) hybride, kunstige konstruksjonar som kanskje verken er dekkende for den levde muntlige samtalen eller de skriftlege tekstenes formelle stil», skriv Kvale & Brinkmann (2009, s. 187). Ved å nytte lydopptak under intervju, har intervjuar full merksemd på informanten og det som vert sagt, samt påfølgande oppfølgingsspørsmål. Under intervjua vart det notert ned element eller uføresette hendingar som fann stad. Dette kan vere knytt til ting informantar gjer, eksempelvis tonefall, signifikante eller uføresette ordval, latter, lenger pausar eller gestikkulering og andletsuttrykk. Det vart òg notert ned om forstyrringar oppstod undervegs, eksempelvis om nokon tok i døra, klokka ringte for friminutt eller om andre informantar tromma på benken. Notata var kortfatta, for oppretthalde den aktive lyttarrolla som moderator. Desse elementa kan verke inn på informantane sine svar, og notata må difor takast høgde for under analyse. For å unngå at desse elementa skulle forvitre, vart intervjua transkribert så fort som råd. Notata vart koordinert med tidtakaren på lydopptakaren, slik at transkriberinga skulle gå smidigare (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 188).

I forhold til personvern og forskingsetikk, fekk alle informantar fiktive namn under transkripsjon (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 195). Både under innføringsøkta (full klasse) og før kvart intervju vart informantane opplyst og gjort kjend med anonymisering i intervjua ville skje umiddelbart etter intervju. Under intervjua vart informantane òg oppfordra til å ikkje nemne namn, men heller fortelje om personar i tredje person. For ikkje å komme i situasjonar der informantar trekker seg, eller ikkje er einige i det dei sjølve har sagt, fekk kvar gruppe i etterkant av intervjua tilbod om høyre gjennom intervjua.

For å unngå at utsegn vart forbigått eller oversett, vart det sett som ein fordel å transkribere heile intervjua. Ved å unnlate delar av intervjuet kunne det verke påverkande for kva retninga analysen ville tatt. Då det på seinare tidspunkt ville vere naudsynt å sjå tilbake i utsegna for å finne relevant data, der utsegna vart sett i den konteksten som faktisk var tilfelle, var det naudsynt å transkribere intervjua i det fulle. Eit tredje argument for å skrive heile intervju, går på å gjennomgå det som vart sagt i intervjua. Under transkriberinga kan ein få innblikk i det som kan verte sentrale moment i oppgåva, og ein kan sjå aspekt eller ytringar på ein anna måte enn korleis ein høyrde det under sjølve intervjuet. Kvale & Brinkmann (2009, s. 189) påpeiker nettopp på dette siste argumentet som bygger på eit meta-refleksjonsnivå. I tillegg til å lære om eiga intervjustil, kan ein òg starte refleksjonsarbeid og samstundes starte ei meiningsanalyse av det som vert sagt (Kvale & Brinkmann, 2009).

Å konstruere det skriftlege dokumentet so naturleg som råd etter det informanten fortel, er med å sikre reliabilitet og validitet under transkripsjonsarbeidet (Kvale & Brinkmann, 2009). I dette inngår å skrive eksakt det som vart sagt under intervjua, markere pausar, samt å stille spørsmål som er så objektive som råd (Kvale & Brinkmann, 2009). Dei sitat som er funnen og vurdert som interessante i forhold til hensikta med denne masteroppgåva, har blitt sjekka opp mot transkripsjonane fleire gonger. Dette for å kontrollere at utsegn og kontekst er riktig, slik at ikkje analysen bygger på uriktig informasjon. Dette underbygger igjen det å sikre tilliten i oppgåva, og omhandlar å halde seg så objektiv som råd, både under førebuing, gjennomføring samt i etterarbeid av intervju.

I transkripsjonsarbeidet er intervjuar konsekvent vorte presentert i tredje person, enten som *intervjuar* eller *Tor Inge (eller TI)*. Dette for å skape avstand til materialet inn mot analyse- og tolkingsarbeidet.

3.3 Utval

Val av stad og klasse for datainnsamling var ikkje tilfeldig ved denne oppgåva. På bakgrunn av økonomiske omsyn fall valet på ein skule underteikna hadde kjennskap til, både geografisk og ressursar. Dette kallar Larsen (2007, s. 77-78) *ikkje-sannsynsutval*, der val av skule fell under kategorien *skjønnsmessig utvelging*. Det betyr at stad for innsamling av data er vurdert ut frå forskar sine behov og kriterier. Skulen der studien er gjennomført har vorte nytta i forskingsprosjekt tidlegare. I samtaleprosessen med skuleleiinga ved skulen og klasselærar, uttrykk dei tidleg interesse for gjennomføring av prosjektet som omfatta elevar. Det empiriske grunnlaget baserer seg på 25 elevar i ein klasse på sjette trinn, jamt fordelt mellom kjønn.

Sjølv om søk etter kvalitetar kunne vorte gjort på fleire trinn, har elevar på sjette trinn gjennom åra arbeida med fleire matematiske tema enn kva ein i lågare trinn har. Med ei så fri oppgåve som deltakarane i denne settinga vart gitt, var det ynskjeleg at elevane ikkje skulle føle seg for låst til matematiske emne. Samstundes skulle dei ikkje føle at dei måtte velje vekk tema på grunn av manglande kunnskap. Det at elevane tidlegare har jobba mykje med lekser og gjeremål i form av vekeplan for ei veke i slengen, underbygger valet om å at elevar kan jobbe sjølvstendig, ta avgjerande val undervegs i prosessen, samt grunngje svar. Av den grunn verka sjette trinn som eit trinn der elevar i stor grad er danna til å jobbe sjølvstendig, samt ta avgjersler angåande oppgåver.

Dei sju elevane, fordelt på tre grupper, som stilte til intervju i fyrste økta, var dei elevane som til denne økta hadde med samtykke til deltaking (sjå Vedlegg 1). Etter påfølgande økt hadde

24 av 25 underskrive på å deltaking, noko som påverka valet av informantar i den grad at det var fleire å velje mellom. Utvalet til dei vidare intervjua var på bakgrunn av situasjonar og observasjonar som oppstod under arbeidet - enten frå situasjonar henta frå gruppearbeidet eller frå situasjonar i klasserom. To av gruppene som deltok på fyrste intervju, vart invitert til eit nytt intervju. I tillegg vart ei ny gruppe invitert.

Kvale & Brinkmann (2009) skriv at ein ut ifrå observasjon og uformelle samtalar under feltundersøkingar kan få meir valid kunnskap om personar og veremåtar enn om ein spør nokre personar om deira åtferd. Samstundes kan ein òg finne godt eigna informantar til eksempelvis djupneintervju. Dette fordi ein observerer informantar i den faktiske røynda - noko som kan vere stikk i strid med deira oppfatning av si eiga åtferd. I denne oppgåva ligg observasjon av gruppearbeid til grunne for eit intervju, og ifølge Kvale & Brinkmann (2009) vil «(...) deltakerobservasjon og feltundersøkelser av faktisk atferd, supplert med uformelle intervjuer, gje mer relevant informasjon enn formelle intervju» (s. 131).

Implisitt kan sitatet over tolkast i den retning at utval på bakgrunn av observasjonar kan, ved hjelp av uformelle intervju, gje naudsynt informasjon som analysemateriale. Som nemnd tidlegare, vart observasjon ei form for utveljing av kven som var ynskja for vidare utgreiing. Ved at 24 av 25 var villige til å stille til intervju, stilte det fleire krav til underteikna. Dei gruppene som valt til intervju måtte argumentere for korleis dei hadde jobba, dei måtte ha munnlege ferdigheiter til å kunne skildre arbeidsprosessen, samt faktisk ha gjennomført noko som vart vurdert som relevant i forhold til hensikta med denne masteroppgåva. I tillegg var det ynskjeleg å ha grupper som var kome så langt om råd i modelleringsprosessen, slik at dei hadde bakgrunn for å reflektere over prosessen, samt kanskje å kunne konkludere noko i retning av si eiga problemstilling.

3.3.1 Presentasjon av grupper

Her vil dei ulike gruppene verte kort presentert. Gruppene valte sjølv kva tema dei ynskja å arbeide med, og stod difor òg fritt til å velje problemstilling sjølve. Gruppesamansetting vart gjort av klasselærar. Dei fire gruppene som vert presentert fyrst, er gruppene som i løpet av prosjektet deltok på intervju. Dei resterande gruppene (gruppe nummer 5, 6, 7, 8 og 9) fungerte ikkje som informantar i intervju, men var likevel deltakande på lik linje som dei andre elevane i klasseromsdiskusjonar.

Gruppe 1: Maling av skulevegg

Gruppe på tre jenter. Som fyrste problemstilling ville gruppa måle areal av alle veggar på skulen, med føremål om å male skulen. Etter fyrste økt endra dei fokus til å måle og male éin vegg på skulen. Dette var ei mindre oppgåve, og var noko gruppa sjølv sa dei kunne få tid til. Under innsamling av data nytta gruppa kladdeboka si, der dei valte å skrive i heile setningar. Nokre av utfordringane dei arbeide med var høgda på veggen (2.5 etg.), rekne areal utanom vindauger og dører, samt å søke opp ulike prisar på maling.

Gruppe 2: Spensthopp

To gutar. Denne gruppa ynskja å samanlikne puls og spensthopp. Gruppa hoppa ulike tal hopp, for deretter å måle pulsen, og føre ned resultata i ein tabell. Data vart notert i ein tabell i skriveboa, med rutetabell, der dei førte talet på spensthopp i ei rute, og pulsslag pr. minutt i naboruta. Pulsmåling føregjekk ved å ta pulsslag pr. 10 sek, og gange opp med seks, for å få talet pulsslag pr. minutt.

Gruppe 3: Springegruppe

Ved å måle tid på ulike lengder dei sprang, samanlikna gruppa med to gutar tidsforskjellar, og hadde som hovudoppgåve å finne den perfekte fart for 1000meter. Ut i prosjektet presiserte gruppa for resten av klassen at gruppa ville finne den farten på ein av lengdene som dei meinte dei kunne halde i 1000m. Dei sprang og samla resultat på lengdene: 10m, 20m, 30m, 40m, 50m, 60m, 70m, 80m, 90m, 100m, 150m, 200m, 400m, 500m, 750m, og 1000m. Dei skreiv data ned i ei kladdebok, der dei førte tabell med to kolonnar; ei side for lengde, den andre sida for tider.

Gruppe 4: Terninggruppe

Dette var den største gruppa, fire gutar, noko som gjorde at gruppa hadde fleire resursar både til utrekning, diskusjon, samt skriving og måling under datainnsamlinga si. Ved prosjektstart ynskja dei å måle arealet av ei dør. Ved hjelp av måleband rekna gruppa seg fram til arealet, for deretter nytte seg av terningar (kubar: 1.8cm x 1.8cm x 1.8cm) for å kontrollere resultatet. Dette førte til store utrekningar. Ved å inkludere høgda, arbeide gruppa med volum - eit matematisk emne klassen tidlegare ikkje hadde arbeida med. Etter arbeidet med døra, utvida dei prosjektet til å arbeide med volum av heile gangen. Her nytta dei meterstokk, og kontrollrekna med terningane. Seinare endra dei problemstilling til kor mange terningar det var plass til i gangen.

Gruppe 5 til 9:

Gruppene som ikkje er i fokus i undersøkinga, hadde problemstillingar knytt til tidtaking av springerunde skog (veg/ fart/ tid), måle areal av ulike gangar på skulen og samanlikne dei for å lage planteikningar (målestokk), temperaturskilnadar på rom på skulen (samanlikningsstudie - grafisk framstilling), talet på elevar på skulen, samt ei gruppe som skulle måle volum av ei betongtrapp (inspirert av terninggruppa).

3.4 Etikk

Etter fleire samtalar med Norsk Samfunnsvitenskaplig datatjeneste (NSD, vart prosjektet funne ikkje-meldingspliktig. Då det ikkje ville vere føremålstenleg for oppgåva å opplyse om namn eller geografisk tilknyting, samt at personar i transkripsjonane umiddelbart vart anonymisert, stadfesta NSD at det heller ikkje var naudsynt å søke om godkjenning av gjennomføring.

Før prosjektet starta var det naudsynt å få med elevane på undersøkinga. Gjennom eit informasjonsskriv (sjå Vedlegg 1) til elev og føresette vart to ulike perspektiva av prosjektet omtala:

1. Prosjektet elevane skulle gjennomføre på skulen - modelleringsprosjekt.
2. Prosjektet underteikna som forskar skulle gjennomføre - innsikt i eleverfaringar.

Modelleringsprosjektet var ei erstatning av undervising, og var difor obligatorisk som ein del av ordinær undervising. Det andre perspektivet inkluderer datainnsamling i form av både observasjon og intervju. Det kan her framkome uynskja eller sensitiv informasjon, og det er difor behov for underskrift av føresette for å la deira barn delta i prosjektet (Kvale & Brinkmann, 2009). Det vart òg bedt om underskrifta til eleven. Dette var meint å fungere både som ei førebuande og motiverande effekt der eleven sjølv måtte setje seg inn i kva som inngjekk i prosjektet før dei tok eit val om å delta eller ikkje. Føremålet med å gje elevar mandat til å ta eigne val om deltaking, omhandlar i dette prosjektet å synleggjere for elevane at dei var inkludert i prosessen (Kvale & Brinkmann, 2009). I tillegg til å opplyse om anonymitet og kort om kva spørsmål som ville vere aktuelle i intervju, gav informasjonsskrivet òg opplysing om kven som ville ha tilgang på datamaterialet.

3.5 Analysereiskap

I kapittel 2.2.4 Problem posing som perspektiv og kvalitet? vart fem kvalitetar ved problem posing definert. Søkjande etter kvalitetar ved problem posing, tar analysen utgangspunkt i desse fem kvalitetane:

1. Problem posing som kreativitetsskapande
2. Problem posing som granskande reiskap ved matematisk verksemd
3. Problem posing som reiskap for betring av problemløysingsferdigheiter
4. Problem posing som vindauge for elevar si matematiske forståing
5. Problem posing som middel for betring for elevar sin disposisjon mot matematikk

Kvale & Brinkmann (2009) skriv at «[m]eningsfortolkning kan fokusere på små utsnitt av interaksjon (...) og utvide de opprinnelige tekstene gjennom en rekke fortolkninger» (s. 208). Ved å nytte eit analysereiskap med vekt på fortolking og meiningsinnhald, kan analyse av utdrag frå intervju eller arbeidssituasjonar kaste ljos på identifiserbare kvalitetar. Kvalitetane vert søkt etter og identifisert på bakgrunn av kjenneteikna som definerer kvar kvalitet:

Kvalitet	**Kjenneteikn**
Problem posing som kreativitetsskapande	- Flyt (talet problem generert) - Fleksibilitet (ulike kategoriar av problem) - Originalitet (lite gjentakande/ repeterande)
Problem posing som granskande reiskap ved matematisk verksemd	- Utforskande - Spørjande
Problem posing som reiskap for betring av problemløysingsferdigheiter	- Kopling mellom røyndom («real-world») og skulematematikk

	- Elev gir uttrykk for auka mat. innsikt
Problem posing som vindauge for elevar si matematiske forståing	- Elevar synar matematisk innsikt og forståing (implisitt og eksplisitt) - Elevar får synt matematiske ferdigheiter
Problem posing som middel for betring av elevar sin disposisjon for matematikk	- Haldningar - Opnande for matematisk diskusjon.

Tabell 1: Definering av kvalitetar og kjenneteikn ved problem posing.

Tabellen over gir eit overblikk over kvalitetane med kjenneteikn. Om det vert identifisert andre aspekt eller potensielle kvalitetar, utover dei som er definert over, vil dei verte diskutert i eit eige diskusjonskapittel. På den måten får ein prøvd perspektiva til Silver (1994) som kvalitetar, men samstundes er ein open for nye kvalitetar.

Dei tre kvalitetane problem posing som kreativitetsskapande, problem posing som granskande reiskap ved matematisk verksemd, og problem posing som middel for betring av elevar sin disposisjon for matematikk, har kjenneteikn som skil kvalitetane frå kvarandre og dei to siste kvalitetane. Dei to kvalitetane problem posing som reiskap for betring av problemløysingsferdigheiter og problem posing som eit vindauge til elevar si matematiske forståing, kan vere vanskelegare å skilje. Dette fordi begge omhandlar korleis elevar syning eller nytte av matematisk forståing eller kompetanse.

Sidan fyrstnemnde kvalitet omhandlar ei betring av ferdigheiter, vil ein i analysearbeidet vere avhengig av ytringar eller utdrag der elevar gjer uttrykk for å ha lært noko nytt eller fått auka innsikt i eit matematisk tema. Kvaliteten problem posing som vindauge til elevar si matematiske forståing omhandlar elevar sin bruk og nytte av matematikk. Denne kvaliteten omhandlar då elevar si bruk av matematiske forståing, medan ein fyrstnemnde kvalitet omhandlar elevar sine opplevingar av ny innsikt i matematiske tema.

3.5.1 Presentasjon av framgangsmåte for analysering

Kvale & Brinkmann (2009) skriv at ved ei kategorisering vert meiningar i lange intervju redusert til nokre få enkle kategoriar. Koding, som «(...) innebærer at det knyttes ett eller flere nøkkelord til et tekstavsnitt med henblikk på å kunne identifisere en uttalelse» (s. 208), er eit reiskap som kan gje meining i ufullstendige ytringar eller settingar ut i frå kontekst. For å kunne kategorisere kan det vere nyttig å kode ytringar i forkant av kategoriseringa, eller samstundes som ein kategoriserer (Cohen et al., 2011).

Når det under analysearbeidet vart sett etter identifikasjon, vart det nytta teiknsetjing i form av «+» for førekomst, og «!» for viktige førekomstar. Ikkje-førekomstar vart ikkje merka. Det vart merka både førekomstar av sitat som kan identifiserast som problem posing-aktivitet, der det vart søkt etter kjenneteikna ved kvalitetane ved problem posing. Kvalitetane kan verke positivt på elevarbeid, men òg negativt. For å setje ljos på alle sider knytt til arbeid med problem posing, er det i denne oppgåva viktig å ha med både positive og negative opplevingar som elevar refererer til. Under utveljing av merka førekomstar av opplevingar med problem posing, vart det nytta fargekoding for å definere dei viktigaste funna. Fargane raud og gul vart nytta for høvesvis *viktige* og *litt viktige* utsnitt. Kvale & Brinkmann (2009) skriv at kategorisering er med å redusere og strukturere store intervjutekstar, noko som lettar analysearbeidet.

Frå utdraget over vert det skildra korleis ein kan kategorisere ulike utsegn, samt korleis ein kan strukturere utsegna til å gje meining. Kvale & Brinkmann (2009) skriv òg at kategoriar kan vere ferdigutvikla på førehand. Men kategoriar kan òg oppstå under datainnsamling eller i analysearbeid, eller hentast frå teori. I denne oppgåva har kategoriar, eller kvalitetar, vorte henta både frå teori, samt frå datainnsamling og i analysearbeid.

3.6 Forskinga sett under eitt

Ved å nytte seg av Kvale & Brinkmann (2009, s. 125) sine sju steg i ein studie, kan ein få innsikt i korleis ein studie har vorte gjennomført. Her er prosessen i denne mastera presentert gjennom dei sju stadia.

Steg	Kjenneteikn
1: Tematisering	- Formulering av utgangspunkt for prosjektet - Hypotesar med grunnlag i tidlegare forsking

	- Tidlegare prosjekt, som bacheloroppgåva samt andre lærarsamarbeidsoppgåver ligg til grunne for tematisering for denne oppgåva
2: Planlegging	- Samtale med NSD - Hensikta med oppgåva legg føringar for korleis datainnsamling skal skje - Utval av skule, klasse, samarbeidslærar, osv. - Samtale med leiing ved skulen - planlegging med klasselærar angåande gjennomføring og matematisk tema ✓ Informasjonsskriv til elev og føresette - Observasjon (fire økter, totalt 17 undervisingstimar) og intervju
3: Intervjuing	- Fire intervju - Eitt stort intervju med tre grupper samstundes(fyrste økt) - Tre separate gruppeintervju (intervjuguide - tredje og fjerde økt) - Lydopptakar
4: Transkripsjon	- Alle intervju transkribert, ordrett, som samla gav rundt 60 sider tekstsider - Notat frå observasjon og intervju vart inkludert som sidepunkt i transkripsjonen. Dette for lettare å forstå setting og samanheng - Anonymisering - Sletting av lydfiler i etterkant
5: Analysering	- Intervjua vart gjenstand for grundig kvalitativ fortolking - Utsegna i intervjua vart kategorisert mot ulike kvalitetar
6: Verifisering	- Reliabilitets- og validitetskontrollar vart prøvd ut gjennom heile prosessen - Ved å sjå på settinga i transkripsjon, det elevar seier gjennom intervjua, samt fortolkinga si validitet
7: Rapportering	- Prosjekta resulterte i ei masteroppgåve.

Tabell 2: Framstilling av prosjektet gjennom sju steg (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 125).

3.7 Feilkjelder

Reliabilitet synar til pålitelegheit eller nøyaktigheit, og omhandlar i forskingssamanheng korleis data og konklusjon er framstilt og presentert truverdig. Ofte er reliabilitet sett i samanheng med spørsmålet om resultatet frå undersøkinga kan reproduserast med av andre forskarar (Kvale & Brinkmann, 2009; Larsen, 2007). Kvale & Brinkmann (2009) skriv at det er ynskjeleg med høg reliabilitet ved heile forskingsprosessen, frå planlegging, gjennomføring og intervju til transkripsjon og analyse. Dette for å best mogeleg ha kartlagt usikkerheitsmoment som kan svekke truverdigheita til oppgåva. I denne oppgåva var det å ha intervjuspørsmål som var mest mogeleg objektive, altså spørsmål som lar informantane svare så fritt som råd, med å skape høg reliabilitet. Men samstundes åtvarar Kvale & Brinkmann (2009) mot at «en for sterk fokusering på reliabilitet motvirke kreativ tenking og variasjon» (s. 250). Ein må balansere framgangsmåte for å best mogeleg fargelegge det som skjer, utan at det går ut over kvaliteten.

Utanom truverdigheit, kan validitet samanliknast med sanning eller riktigheit. I ein samfunnsvitskapeleg samanheng, eksempelvis som i denne oppgåva, bygger validitet på om det er nytta rett metode for å få innsikt i kva kvalitetar som kan identifiserast ut i frå eit elevperspektiv. Kerlinger (referert i Kvale & Brinkmann, 2009) skildrar validitet slik: «Validitet bestemmes ofte ved at man stiller spørsmålet: Måler du det du tror du måler?» (s. 250). På spørsmål om kva som er valid kunnskap, inkluderer det det filosofiske spørsmålet: *Kva er sanning?* (Kvale & Brinkmann, 2009).

Kvale & Brinkmann (2009) fortel at ein i filosofien har tre ulike sanningskriterier: *Korrespondanse, koherens og pragmatisk* nytteverdi. Fyrstnemnde, korrespondansekriteriet for sanning, bygger på kunnskapsutsegn stemmer overeins med den verkelege verden. I denne oppgåva omhandlar dette å framstille metoden så truverdig som råd. Det omhandlar å kaste ljos på alle sider ved framstillinga. Koherens står til utsegna sin konsistens og logikk. For denne oppgåva er dette eit svært viktig punkt med tanke på observasjons- , intervju-, og transkripsjonssituasjonar. Siste kriteriet, det pragmatiske kriteriet, framhevar forholdet mellom sanning og praktisk hending. Dette inkluderer etiske forhold, og korleis forfalsking kan gje følgjefeil og gje lite samanheng i utsegna. Når denne oppgåva bygger på elevutsegn og elevaktivitet, inkluderer det eit uromoment om at ein ikkje naudsynt får dei resultata ein forventar.

3.7.1 Denne oppgåve i ljos av pålitelegheit

I ein kvalitativ studie der det er nytta observasjon og intervju, kan det vere noko problematisk å prate om reproduksjon av resultat. Dette fordi den konteksten og samtalen som under datainnsamling er unik. Arbeidssituasjonane blant elevane er på lik linje unik, og å skape dei same situasjonane vil vere umogeleg. (Kvale & Brinkmann, 2009). Med det er det sagt at rammene for prosjektprosessen elevane var igjennom, er mogeleg å gjenta. Og som forskar kan både observasjons- og intervjuprosessen gjentakast. Men materialet henta ut ifrå datainnsamlinga vil sannsynlegvis ikkje la seg repetere. Ein kan seie at rammene for prosjektet lar seg gjennomføre på nytt, men resultata vil sannsynlegvis variere (Kvale & Brinkmann, 2009; Larsen, 2007).

For denne oppgåva har datainnsamlinga gjennom intervju, hatt stor påverknad for korleis datamaterialet vart sjåande ut. Ved å presentere innhaldet i intervjuguiden, og korleis sjølve intervjuet vart gjennomført, kan la ein annan forskar prøve ut intervjuet. Om informanten svarar det same om ein annan forskar ville spurt, omhandlar nettopp reliabilitet eller pålitelegheit (Kvale & Brinkmann, 2009). I kapittelet 3.2.2.2 Intervjuguide, vart det klargjort at fokus under intervjuet heile tida omhandla hensikta med oppgåva. Dette er noko ein ny forskar kan ta høgde for. Noko av utfordringa knytt til pålitelegheita, dreier seg om påverknadsfaktorar som har spelt inn på informantane på intervjudag. informantane kan vere fulle av inntrykk, vere misnøgde med samarbeid i gruppa, ting kan ha skjedd i friminutta, er trøytt, eller andre faktorar som spelar inn på deira samarbeidsvilligheit og svarevne denne dagen. For å minske uromomenta under datainnsamling var det viktig å presisere kor viktig det var at gruppa jobba i lag. Dette er faktorar som spelar, og sannsynlegvis spelte, inn på underteikna si forskarrolla òg, og er faktorar som kan ha forårsaka svakheiter i datamaterialet. Sidan dette er eit prosjekt som skal gjennomførast på avgrensa tid, støttar denne oppgåva seg på observasjon og lydopptak av intervju, og prøvd å korrigere mogelege feil som kan skuldast mi umiddelbare oppfatning av det som vart sagt.

3.7.2 Denne oppgåve i ljos av truverdigheit

Å skildre datainnsamlingsprosessen, og korleis det har vorte søkt etter kvalitetar i intervjua, samt å tolke dataa mot teori, er meint å fungere tillitsdannande. «Å validere er å kontrollere», skriv Kvale & Brinkmann (2009, s. 254), og inkluderer lesar i å gyldiggjere ein tekst eller oppgåve. Informantane har fått tilbod om å høyre gjennom intervjua, der dei for sjansen til å stadfeste eller avkrefte sitat eller utdrag. Validitet, eller truverdigheit, er nytta for skildre metodebruk og funn, og omhandlar difor spørsmålet om den nytta «(...) metode[n] er egnet til å undersøke det den skal undersøke» (s. 250).

Gjennom å nytte av observasjon og intervju som grunnlag for ein analyse, er triangulering nytta for å sikre reliabilitet og validitet. Cohen et al. (2011) definerer triangulering som «(...) bruken av to eller fleire datainnsamlingsmetodar i undersøkinga (...)» (s. 195, mi oversetting). For denne oppgåva har triangulering opna for å sjå utdrag frå intervju i ljos av observasjonar, men har òg vorte nyttast omvendt; observasjonar har vore utgangspunkt for intervju. Ei kopling mellom det observerte i prosjektperioden og informanten sine opplevingar av situasjonen, er med å styrke truverdigheita til oppgåva.

3.8 Oppsummering

Som mål om å søke etter kva kvalitetar som kan identifiserast utifrå eit elevperspektiv, har dette kapittelet skildra korleis intervju og observasjon dannar bakgrunn for innsamling av data. Observasjon er skildra både som innspel som samtaletema i intervju, men òg som reiskap for utval av intervjukandidatar. Intervjua har vore fokusgruppeintervju, der åtte spørsmål har vore leiande for tema i intervjua. Det har vore fokus på uformelle, lite pressande samtalar, noko som skulle danne grunnlag for ærlege, personlege og utdjupande svar frå informantane. Kapittelet har òg presentert eit analysereiskap. Dette bygger på kjenneteikn ved kvalitetar ved problem posing. Samstundes opnar analysereiskapen for at det kan kome indikasjonar på andre kvalitetar enn dei som er skissert i analysemodellen (Tabell 2).

4.0 Presentasjon og fortolking av det empiriske materialet

Denne oppgåva søker innsikt i kva kvalitetar ved problem posing som kan identifiserast ut ifrå eit elevperspektiv. Dette kapittelet presenterer ulike utdrag frå intervju eller arbeidssituasjon, der det vert søkt etter kjenneteikn på kvalitetar på dei fem kvalitetane:

Kvalitet	Kjenneteikn
Problem posing som kreativitetsskapande	- Flyt (talet problem generert) - Fleksibilitet (ulike kategoriar av problem) - Originalitet (lite gjentakande/ repeterande)
Problem posing som granskande reiskap ved matematisk verksemd	- Utforskande - Spørjande
Problem posing som reiskap for betring av problemløysingsferdigheiter	- Kopling mellom røyndom («real-world») og skulematematikk - Elev gir uttrykk for auka mat. innsikt
Problem posing som vindauge for elevar si matematiske forståing	- Elevar synar matematisk innsikt og forståing (implisitt og eksplisitt) - Elevar får synt matematiske ferdigheiter
Problem posing som middel for betring av elevar sin disposisjon for matematikk	- Haldningar - Opnande for matematisk diskusjon.

Tabell 3: Definering av kvalitetar og kjenneteikn ved problem posing.

Utdraga vert presentert ut i frå kontekst, før utdraget med påfølgande tolking vert presentert. Vidare vert det argumentert for ein eller fleire kvalitetar knytt til desse fem, og eventuelle andre aspekt ved utdraget som potensielt kan sjåast som ein kvalitet. I innleiinga vart det skissert korleis problemstillinga søker etter kvalitetar ved hjelp av to inngangar: ein inngang søker innsikt i kvalitetar knytt til elevrefleksjon om problem posing-aktivitet, medan ein inngang søker innsikt i kvalitetar knytt til elevarbeid i problem posing-aktivitet. Med utgangspunkt i desse vinklingane vil analyseutdraga kategoriserast i to: fyrst del søker innsikt i kvalitetar gjennom elevrefleksjonar om problem posing-aktivitet, medan andre del søker innsikt i kvalitetar knytt til elevarbeid i problem posing-aktivitet.

4.1 Kvalitetar knytt til elevrefleksjonar om problem posing-aktivitet?

«Komplisert matematikk?»

Dette utdraget er henta frå gruppa som arbeida med maling av ein skulevegg. Intervjuet med dei tre jentene fann stad seint i modelleringsprosessen, etter dei hadde gjort seg erfaringar med prosjektarbeidet og problem posing. På intervjutidspunktet arbeida gruppa med utrekning av areal av skulevegg. Under observasjon sa ei av jentene at etter dei var ferdig med å måle veggen, skulle dei finne prisar på maling. Då ynskja dei å nytte internett.

I forkant av følgande utdraget diskuterer elevane erfaringar med pultorientert matematikk-undervising, samt fordelar og ulemper med å arbeide mindre med lærebok. Like før utdraget pratar dei tre jentene om kor kjekt opplegget har vore, og dei fortel at det er nyttig med slike prosjekt.

TI: Men om de kan velje mellom å jobbe med matematikk i læreboka, eller hatt slike prosjekt som no?

Eva: Ja, utan tvil... Då vil me ha matematikk ute!

Julie: Ute, ute. Uansett om det tornar!

Eva: Viss me, viss me ville ha litt komplisert matematikk i staden for å berre sitje i boka å jobbe...

Ina: (skyt inn) Utfordrande matematikk.

Eva: Ja.

TI: Kva er komplisert matematikk?

Eva: Det er...

Ina: Utfordringar

Eva: Utfordringar ja.. Liksom litt vanskelegare, eller...

Ina: Eller noko heilt nytt.

Eva: Noko som er vanskelegare enn det me har hatt tidlegare.

Ina: Eller noko som er heilt nytt for oss

Julie: Ja, det er eg einig i. Utfordrande... Og det er mykje, mykje meir å lære av.

Ved at det vert spurt «Men om de kan velje mellom å jobbe med matematikk i læreboka, eller hatt slike prosjekt som no?» gir intervjuar informantane eit val mellom to alternativ. Blant desse alternativa er ikkje Hilde i tvil; «Då vil me ha matematikk ute!», seier han. Ut ifrå prosjektet denne gruppa arbeida med, å male ein skulevegg, kan det å arbeide ute sjåast som synonymt med alternativet «slike prosjekt som no». Julie stadfestar ynskje om utandørs matematikk ved å seie: «Ute, ute. Uansett om det tornar.» Her trekker Julie inn torden som understrekande for at utfordrande vêr ikkje påverkar motivasjonen om å arbeide utandørs.

I framhaldet av samtalen kommenterer Hilde «Viss me, viss me ville ha litt komplisert matematikk i staden for å berre sitje i boka å jobbe». Ytringa til Hilde kan her sjåast som ein parallellisering mellom komplisert matematikk og det å arbeide med modelleringsprosjekt slik dei har gjort i dette perioden. Her skyt Ina inn «Utfordrande matematikk», og tolkar Hilde si ytring om komplisert matematikk som synonymt med utfordrande matematikk. Når informantane her peiker på gruppa sitt modelleringsprosjekt som komplisert og utfordrande, kan det indikere at elevane må bruke matematikk på ein annan måte. Truleg koplar elevane modelleringsprosjektet opp mot rørslefridomen dei har hatt, der gruppa har valt å gjennomføre prosjektet sitt utandørs. Om dei kunne velje mellom tilsvarande prosjekt som dei har drive med i dette prosjektet, eller jobbe med matematikk i boka, gir både Eva og Julie uttrykk for at dei ynskjer meir undervising utandørs.

Vidare i intervjuet søker intervjuar ei utdjuping av omgrepa, og spør «Kva er komplisert matematikk». Intervjuar tar her tak i det fyrste uttrykket, *komplisert matematikk*, og ikkje *utfordrande matematikk*, som er det sist nytta og bekrefta svar. Truleg kan det tenkast at det var komplisert matematikk som fyrst vart nemnd som eit spennande ordval av Eva, og den umiddelbare tanken til intervjuar omhandla å søka innsikt i informanten sin forståing av omgrepet. Men ved å stille dette spørsmålet svarar ikkje lenger informantane på valet mellom to undervisingsløysingar. Situasjonen vert snudd mot å søka etter ei definering eller utgreiing. For å definere komplisert matematikk, nyttar informantane synonym. Hilde tar ordet og startar med «Det er...», før ho vert avbroten av Ina som tar ordet og utfyller: «Utfordringar». Hilde stadfestar det Ina fortel, før ho fullfører: «Utfordringar ja.. Liksom litt vanskelegare, eller... ». Her utvidar ho skildringa *utfordringar* til noko som er *litt vanskelegare*. Men ved å avslutte med «eller» kan det virke som Hilde stiller seg spørjande til si eiga eller Ina si tolking av komplisert matematikk. Det kan òg tenkast at ho er noko tvilande til synonymiseringa mellom *komplisert matematikk*, *utfordringar* og *litt vanskelegare*. Ina fortset synonymiseringa med «Eller noko heilt nytt». Hilde held likevel noko fast i «litt vanskelegare», og prøver å tydeleggjere: «Noko som er vanskelegare enn det me har hatt tidlegare», medan Ina held fast i si tolking: «Eller noko som er heilt nytt for oss».

Gjennom utdraget gir elevane innsikt i deira oppleving av matematikken gruppa nytta i modelleringsprosessen. Utdraget indikerer korleis problem posing har spelt ei rolle for deira oppleving av prosessen. Samtalen rører seg på eit metanivå, der elevane reflekterer over eiga oppleving av problem posing. Når informantane her fortel om komplisert matematikk, fortel det noko om deira haldningar til prosjektet. At informantane skildrar komplisert matematikk som noko vanskelegare enn kva dei har lært før, samstundes som dei ynskjer meir av slike prosjekt, indikerer at dei ikkje opplever matematikk i slike prosjekt som negativt. Ein elev fortel òg at det er mykje meir å lære av slike prosjekt, og siktar truleg til eit alternativ for matematikklæring gjennom lærebok. Begge desse eksempla indikerer haldningar om matematikk og matematikklæring, og er eit kjenneteikn som identifiserer problem posing som middel for betring av disposisjon for matematikk.

Ved at alle tre seier seg einige i at dei ville prioritert tilsvarande (modellerings-)prosjekt framfor lærebokstyrt matematikk, kan det indikere at problem posing har trigga elevane til å oppsøke det dei ser på som utfordrande, komplisert matematikk. Med den frie tilnærminga elevane fekk i dette prosjektet, kunne elevane velje den oppgåva dei sjølv ynskja. Dette valet inkluderer ein mogelegheit for å velje eit enklare alternativ framfor eit vanskelegare. Elevgruppa vel å arbeide med noko Julie tidlegare i intervjuet omtala som «ei ganske vanskeleg oppgåve, [som] eg trur me kjem til løyse (...)». Ut ifrå utdraga, kan ein seie at modellering har fungert opnande for at elevane kunne velje problemområde sjølve, medan problem posing har fungert som regulerande for vanskegrad. Gjennom problem posing har elevgruppa valt å arbeide med det dei opplever som ei vanskeleg oppgåve, der problem posing har fungert opnande for val av vanskegrad.

Dette samtaleutdraget synar korleis elevar kan reflektere over eige arbeidsaktivitet. På eit metanivå, diskuterer elevane korleis dei ser på modelleringsprosjektet som både komplisert, utfordrande, og som noko nytt. Med fokus på identifisering av kvalitetar ved elevar si oppleving om problem posing-aktivitet, gir elevane innsikt i korleis problem posing kan ha spelt ei rolle for deira oppleving av prosjektet. Utdraget indikerer slik at problem posing fungerer som middel for betring av elevar sin disposisjon for matematikk. Når informantane samstundes fortel om deira oppleving av å arbeide med slike prosjekt, vert det tydeleg korleis modellering har fungert opnande for val av arena for gjennomføring av prosjektet, og korleis problem posing har hatt påverkande effekt for val av problemstilling.

«Men det er òg lurt å sitje i boka, for då lærer du det du skal»

Utdraga under kjem i direkte fortsetting av utdraget over, der same informantar deltek. Diskusjonen dreiar her ifrå komplisert og utfordrande matematikk og inn på læreboka som styrande for kva som skal lærast, samt metode for læring.

Ina: Men det er òg lurt å sitje i bok... eg meiner jobbe i bok, for då lærer du på ein måte det du skal...

TI: hmm

Ina: For hadde me ikkje sitte i boka hadde du kanskje ikkje lært dei måtane du gjer når du er i rørsle.

Når Ina seier «Men det er òg lurt å sitje i bok.. eg meiner jobbe i bok, for då lærer du på ein måte det du skal...», indikerer ei oppfatning om at matematikklærebok er eit nyttig reiskap for matematikkundervisinga. Alternativ forståing kan omhandle læreboka som tradisjon, der læreboka fortel kva som skal lærast - og om du kjem gjennom boka, «lærer du på ein måte det du skal». Ytringa «for då lærer du på ein måte det du skal» vert forstått som at matematikk vert lært på ein gitt måte, altså er det eit argument som omhandlar metode. Samstundes kan ein forstå setninga som eit argument som omhandlar innhaldet, der ein lærer ting ein bør lære i matematikkundervisinga. Ved å nytte ordet «måte» argumenterer Ina i denne samanheng for to ulike perspektiv: eitt om metode, og eitt om innhald. Ved å høyre på opptak av intervjuet kunne ein høyre ordet «måte» som trykkfritt. Dette indikerer truleg at det viktige i ytringa ikkje var knytt til kva metode ein lærer gjennom i matematikkundervisinga, men at det kan vere fordelaktig å arbeide i læreboka fordi den kan vere rettleiande for kva ein skal lære.

Ut ifrå dette fyrste sitatet kan det stillast spørsmålsteikn ved effekt problem posing har hatt for denne informanten og gruppa hans. Ein kan tolke utsegna som at problem posing har vorte nytta i prosjektperioden, men informanten har funne problem posing som vanskeleg å nytte.

I førre utdrag indikerte jentegruppa at problem posing har hatt positiv innverknad på gruppa og prosjektet. Når informanten her vel å inkludere lærebok som nyttig reiskap for matematikklæring, synar informanten innsikt i at ein kombinasjonen mellom lærebok-undervising og problem posing / modellering kan ha fruktbar effekt.

Bruken av adverbet og bindeordet «òg» indikerer truleg at Ina tar opp tråden om utfordrande matematikk i undervisinga, og inkluderer det å arbeide i læreboka som eit nyttig reiskap for matematikklæring. I ytringa «For hadde me ikkje sitte i boka hadde du kanskje ikkje lært dei måtane du gjer når du er i rørsle», påpeiker ho at læreboka kan vere påverkande for korleis ein lærer når ein er i rørsle. Altså er det her snakk om metode for undervising. Ved å kombinere dette med «(...) då lærer du det du skal», indikerer det at læreboka legg føringar, ikkje berre for kva ein lærer, men òg som referanseramme for korleis ein lærer i andre undervisingsformer - eksempelvis som i modelleringsprosjekt.

Med bakgrunn i desse utdraga ser ein verdien av problem posing som eit reiskap der eleven synar innsikt i potensialet i arbeid med læreboka. Det kan tolkast som at Ina gir uttrykk for å sjå verdien av prosjektet ho har deltatt i, men viser til læreboka som ein form for mal og fasit som bør følgast slik at ein lærer det som er meint å lære. Dette peiker på læreboka si tradisjon i matematikklasseroma, men kan òg sjåast i ein annan retning. Utdraget kan sjåast i ljos av potensialet i møtet mellom ei praktisk oppgåve og læreboka, der modelleringsprosjektet og problem posing har gitt elevar innsikt i verdien ved å kombinere teoretisk og praktisk matematikk. Problem posing kan på den måten ha hatt ei påverkande rolle for haldningar informantane om matematikkundervisinga. Utdraget kan då kategoriserast som reiskap for forbetring av elevar sin disposisjon for matematikk.

«Lettare med oppgåver me har laga sjølv, ja»

Det følgjande utdraget er henta frå intervjuet med gruppa på fire gutar som arbeida med volum av gangen. På tidspunktet gruppa vart intervjua, har dei funne talet på terningar (kube med sider på 1.8cm) i gangen. To av gruppedeltakarane kontrollreknar der dei sjekkar terningar pr. meter att, samt måler gangen med ulike målereiskap – deriblant måleband. Dei to andre på gruppa nyttar datamaskin for å finne korleis ein teiknar med tre flater (volum), og har planar om å teikne gangen på eit ark med terningar - som ei skisse av arbeidsprosessen. I forhold til modelleringsprosessen til Blomhøj (2003), er gruppa no på ulike stader. Gruppa har ein matematisk modell, og eit modellresultat, og driv evaluering av modellen. To av elevane deltok i intervjuet. Dei to andre valte å prioritere ferdigstilling av prosjektet.

I forkant av utdraget under, har gruppa fortalt om dei ulike alternative problemstillingane dei vurderte ved prosjektstart. Mellom anna var eit alternativ å finne ut kor mange steinar det var på skuleplassen, noko ein av gutane meiner var for vanskeleg til å arbeide med. Spørsmålet som opnar utdraget, kjem som ein tilleggsspørsmål til eller reaksjon på dette.

TI: Men er det lettare eller vanskelegare å jobbe med oppgåver ein har laga sjølv?

Lars: Eg synes det er mykje lettare å jobbe med dei oppgåvene som me lagar sjølv, ja.

Knut: Ja...og det er jo litt enklare då...Viss du lagar ei kjempeenkel oppgåve, «Kor lang er denne benken?», sant? [sit på benken]

TI: Kvifor er det kjekkare å jobbe med oppgåver ein har laga sjølv?

Lars: Det er mykje større, og tar lenger tid. Éi oppgåve som du liksom... gjer éi oppgåve, så gjer du éi stor oppgåve i staden for.

Knut: Det er så keisamt... å berre jobbe med ein haug med oppgåver. Så finn me ut av éi stor, kjekk oppgåve, i staden for å finne tusen små keisame.

Her får elevane valet om det er lettare eller vanskelegare å arbeide med oppgåver dei har laga sjølve. Lars gir uttrykk for at det er «mykje lettare», noko Knut seier seg einig i, og eksemplifiserer ei den han tolkar som ei enkel oppgåve: «Kor lang er denne benken?». Her refererer eleven til benken han sit på i intervjusituasjon, og peiker på ei måleoppgåve som ei «kjempeenkel oppgåve». At Lars vel å skildre sjølvlaga oppgåver som «lettare», kan forståast ulikt. Truleg referer eleven til si eiga oppleving, der det å svare på ferdiglaga matematikk-oppgåver er enklare enn å svare på problemstillingar eleven sjølv har laga. Det kan omhandle gradering av vanskegrad, der oppgåver som er sjølvlaga faktisk er lettare. Alternativt kan det tenkast at eleven nyttar skildringa «lettare» i den forstand at oppgåva er meir meiningsfull enn oppgåver gjengitt i lærebøker, gitt av lærar, eller liknande. Og vidare, at motivasjonen for å løyse sjølvlaga oppgåver difor er høgare. Eit tredje alternativ går på at eleven svarar til eitt av to svaralternativ intervjuar gir: lettare eller vanskelegare. Ut i frå den vidare utgreiinga til Lars, der han utdjupar kvifor det er kjekkare å arbeide med sjølvlaga oppgåver, kan indikere at ordet *lettare* omhandlar meiningsfullheit og motivasjon for å løyse oppgåva. Ved å fungere som stimulerande for vanskegrad, indikerer samtaleutdraget at problem posing kan auke motivasjonen og meiningsfullheita for å løyse oppgåver.

For å få djupare innsikt i årsaka bak argumentasjonsbruken hjå elevane, spør intervjuar: «Kvifor er det kjekkare å jobbe med oppgåver ein har laga sjølv?» Lars argumenterer med at «Det er mykje større, og tar lenger tid». Storleik ha noko å gjere med omfanget på oppgåvene å gjere. Truleg koplar eleven tid og storleik på oppgåva, der ei oppgåve som har stort omfang, vil ta lenger tid å løyse. Vidare seier Lars: «Éi oppgåve som du liksom... gjer éi oppgåve, så gjer du éi stor i staden for». Dette kan tenkast å vere ei understreking av hans argumentasjon om at tidsbruk og storleik spelar ei viktig rolle i arbeidet med problemstillingar – som tydelegare kjem til sin rett gjennom sjølvlaga problemstillingar.

Knut følger opp det Lars sa; «Det er keisamt, å berre jobbe med ein haug med oppgåver». Han nyttar skildringa «ein haug med oppgåver» som illustrasjon, og referere til eit tidsaspekt der han heller kan løyse ei stor oppgåve, enn fleire mindre oppgåver. Ordlyden er negativt lada, der ordet «keisamt» er eit ord som kan skildre ei matematikkundervising eleven ser på som lite utfordrande og meiningsfull. Det kan sjå ut for at arbeid med oppgåver som dei sjølv har produsert, stimulerer den nysgjerrigheita og motivasjonen.

Elevane skil mellom ferdige, ikkje sjølvlaga oppgåver og oppgåver dei er med å lage sjølve. Elevane indikerer at oppgåver dei har laga sjølve kan vere meir meiningsfulle, og dei synar samstues at dei oppfattar desse som større, samt at dei tar lenger tid å løyse. Fleire av sitata i utdraget indikerer at elevane ikkje ynskjer å velje dei antatt ferdige, ikkje sjølvlaga oppgåver, men ynskjer heller utfordringar i oppgåver med større omfang. Samtaleutdraget indikerer at problem posing og modellering triggar elevar til å utfordre seg sjølv med meir utfordrande oppgåver. At elevane utfordrar seg sjølv med vanskelegare oppgåver, samstundes som dei skildrar utfordringane som kjekkare og meir meiningsfullt enn tidlegare undervising, kan indikere ei forbetring av haldningar knytt til matematikkfaget.

Silver (1994) skildrar openheit ved diskusjon som eit viktig moment ved problem posing. Openheita er meint å inkludere fleire stemmer i diskusjonen, der interesser og nysgjerrigheit er meint å skape meiningsfullheit for matematikkoppgåver. At informantane søker utfordringar i vanskelegare oppgåver, kan indikere at problem posing har spelt ei rolle for elevane sin disposisjon for matematikk. Det meiningsfulle dei såg i si oppgåva skapte ein entusiasme og nysgjerrigheit, noko Malaspina et al. (2015) fortel er avgjerande for godt motiverte problem posing-diskusjonar og -oppgåver.

Innspela om storleik og tidsbruk indikerer ei viss forståing hjå elevane om at større matematiske prosjekt kan vere tidkrevjande. Ein elev fortel at sjølvlaga, kjekke prosjekt er meir omfattande enn å måle lengda på ein benk, medan ein annan elev omtalar sjølvlaga oppgåver som *lettare* enn ikkje-sjølvlaga. Av utdraget kan det tolkast at elevane har motivasjon for å prøve meir omfattande matematikkprosjekt. Utdraget synar korleis modelleringsarbeid og problem posing har opna for at elevane får synt forståing for matematikkbruk i større prosjekt.

«Ja, men kva ganga me 36 med?»

Utdraget er henta frå same gruppa som over, gruppa som arbeida med å finne volum av gangen utanfor klasserommet. Gjennom observasjonar var det tydeleg korleis gruppa utvida prosjektet sitt undervegs, frå å arbeide med areal av ein dørkarm, til volum av ein gang. Som sagt har ikkje klassen hatt om volum endå, og elevane er bedne om å forklare den matematiske framgangsmåten i intervjuet.

Utdraga under er henta frå tidleg i intervjuet, og elevane har i forkant forklart at dei målte opp talet terningar pr. halvmeter, og ganga talet med to for å få talet på terningar pr. heile meter: 28 terningar (pr. 50cm) x 2 = 56t pr. meter. Elevane er her i gang med å forklare utrekninga av areal av eit område på golvet, der dei nyttar svaret i ei vidare utrekning.

Knut: Og så blir det ein meter, og så kvar gong me tok ein meter tok me ein finger i mellom. Og ein finger er omtrent 1 centimeter (...). Og 36 delt på ...altså, lengda var.. [snakkar fort] Kva var lengda då, kva var lengda då? Ehhm... 36 ganga med ..

Lars: Det var så mange meter.

Knut: Ja, eg veit det, men kva ganga me 36 med? [Tek kjapt ordet etter Lars]

Lars: Lengden den andre vegen?

Knut: 270 var det.

TI: Kvifor 270?

Knut: Fordi det var lengden på gangen ... det var to.ehhm... tre ...

Lars: Var det ikkje 3.1?

Knut: Ja, 3...ehhm.. 1.... 3.1. 2...2...270cm var det opp der... så ganga me det, då 36 meter med 301, og det vert til saman 614.040. Så rekna me det ut med høgda...

I dette utdraget ser ein korleis typisk praksisrelatert undervising kan danne grunnlag for diskusjon i etterkant - sjølv etter at oppgåva i utgangspunktet er løyst. Elevane legg her fram framgangsmåte for utrekninga, og skildrar korleis dei la ein finger der meterstokken i nådde lenger, før dei la meterstokken inntil fingeren igjen. Fingeren målte gruppa til 1cm, slik Knut fortel. Knut ytrar ei usikkerheit i det han seier «Og 36 delt på... altså, lengda var... Kva var lengda då, kva var lengda då? Ehhm... 36 x ...». Knut synar til talet «36», noko som er lenga i gangen i meter. På lydopptak høyrer ein kor fort informanten pratar når han seier «36 delt på...», noko som indikerer iver og engasjement. Iveren etter framgang i forklaringa er truleg årsaka til at han vekslar «multiplisert med...» og «delt på...». I same ytring spør han «Kva er lengda då, kva er lengda då?» Repetisjon av spørsmålet indikerer igjen engasjementet, samstundes som han tenker. Riktignok har gruppa alt funne lengda på gangen, 36 meter, men har ikkje fortalt noko om breidda av gangen, samt høgda. Truleg er det breidda han spør etter i spørsmålet «Kva er lengda?». I siste del av sitatet, rettar eleven opp divisjons-ytringa frå tidlegare, og seier: «36 ganga med...».

Lars tar over ordet, og seier: «Det var så mange meter», før Lars uttrykker: «Ja, eg veit det. Men kva ganga me 36 med?» Ytringane som kan tolkast på fleire måtar. Det kan både vere ei form for unnskyldning for at elevane ikkje heilt greier gjengi det dei har jobba med. Ei anna tolking kan vere å sjå på Lars si nytte av omgrepet «meter» som at tala dei målar er store, og vidare vanskelegare å halde styr på. Ei tredje tolking kan vere å sjå på «meter» som eit fellesomgrep skildrande for ulike dimensjonar - i staden for å nytte omgrepa lengde, breidde og høgd. Elevane har tidlegare arbeida med areal, men ikkje med volum, og det at det er kome inn ein «meter» til (lengde / breidde / høgde), kan ha verka forvirrande - noko Lars gir uttrykk for her. Ut den neste kommentaren til Lars: «Lengda av den andre veggen?», er ein av dei to siste tolkingane mest sannsynlege, og passar samanhengen best. Her skildrar Lars breidda av gangen, gjennom å kalle breidda *lengda av den andre veggen*. Dette får gruppa på glid att, og Knut kjem på lengda: «270 [cm] var det».

For å få klarheit i kva gruppa faktisk har rekna ut, spør intervjuar: «Kvifor 270?». Knut tar ordet: «Fordi det var lengden på gangen ... det var to. ehhm ... tre ...» Han grunngir at 270 er lengden på gangen, men ytrar samstundes noko tvil. Med kommentaren «Det var to. ehhm ... tre …» verkar han noko usikker. Lars tar her ordet, og spør: «Var det ikkje 3.1?», og drar for andre gong på kort tid samtalen inn på rett spor att. Begge gongene Lars har henta inn samtalen, formar han ytringa som eit spørsmål. Dette kan vere for å ikkje verke for bastant og konkluderande, eller fordi han ikkje er heilt sikkert sjølv. Med ytringa «Var det ikkje 3.1?», spør Lars om ikkje høgda på gangen, i denne samtalen omtala som *lengda på den andre veggen*, var 3.1 meter.

Knut fortset resonnementet frå tidlegare: «Ja, 3...ehhm.. 1.... 3.1. 2...2...270cm var det opp der... så ganga me det, då 36 meter med 301, og det vert til saman 614.040. Så rekna me det ut med høgda...». I dette resonnementet fortel uttrykker Knut einigheit med Lars, om at 3.1meter er rett mål for breidda, før han trekker inn «270 var det opp der». Det kan tenkast at 270cm står til høgda av gangen, då 310cm tilsvara breidda på gangen. Den vidare utrekninga er vanskeleg å forstå, og truleg er ikkje framstillinga er riktig. Knut opplyser her at gruppa har ganga 36 med 301, noko som til saman vert 614.040. Ut ifrå utrekninga framstilt innleiingsvis, fann gruppa ut at det var plass til 56 terningar pr. meter. Seinare i intervjuet opplyser gruppa om at for å rekne ut talet på terningar på ei rast i lengda, ganga dei 56 med 36.36[5] meter, og fekk 2036.16. Vidare gjorde gruppa eit overslag, der Knut seier: «Ja, to null førti. Eller me har ikkje funne det heeeeeilt ut sånn presist men...», og opererte vidare med 2040 terningar pr. ganglengde-rast. Når elevane gangar opp ei rast med breidda av gangen, som Knut oppgjeve å vere 301 cm, får ein ei flate (golvarealet) med terningar. Gruppa fekk 161 040 terningar på denne flata. I intervjuet vart utrekning gjennomgått. Medan intervjuar skreiv på tavla, siterte elevane utrekninga og framgangsmåte. Tabellen under gir eit overblikk over utrekningane, og korleis elevane har tenkt stegvis for å kome fram til resultatet.

[5] For å måle lengda av gangen nytta gruppa meterstokken 36 gonger. Men fordi dei nytta peikefingeren som markør på bakken for kor langt dei var kome, og kor neste meterstokklengde skulle måle frå, la gruppa til 1 cm pr, meter. Difor vart nytta gruppa 36.36meter som lengda for gangen.

Tekst	Utrekning	Svar i terningar
Talet på terningar pr. meter	1m / breidda på ein terning: 100cm / 1.8cm	≈ 56
Talet på terningar i ei ganglengde	55t x (Lengda av gang + 33 fingrar) 56t x 36.36cm	≈ 2040
Talet på terningar som dekker golvflata (arealutrekning)	Terningar pr. ganglende x gangbreidde 2040t x 301cm	= 614 040
Talet på terningar i gangen (totalt)	Terningar pr. golvflata x høgd 614 040 x 270cm	= 165 790 800

Tabell 4: Gjennomgang av utrekning gjort av elevane i gruppa.

Gruppa måtte førehalde seg til fleire dimensjonar når dei inkluderte volumrekning i prosjektet sitt. Tydlege kunne ein sjå korleis gruppa tok utgangspunkt i arealrekning golvflata, før dei utvida med høgda av gangen for å finne volum av heile gangen. Med utgangspunkt i kunnskap om arealrekning, synte elevane korleis dei prøvde seg fram med å ganga inn høgda. Elevane flytta fokus frå eit mindre objekt (dørkarm), til å arbeide granskande i eit større objekt. Ei oppgåva som trong ei utviding av kunnskapen enn dei hadde. Modelleringsprosjektet har her opna for at elevane kan utforske gangen ved hjelp av terningar, og gjennom problem posing har elevgruppa studert matematiske mogelegheiter i arbeid med gangen (Silver, 1994). Utprøving av mogelegheitene resulterte i ein ekstra dimensjon, noko elevgruppa nytta for å rekne ut volum av gangen.

Elevane har gjennom dette utdraget, samt det vidare intervjuet, vist korleis dei reknar og arbeider i lag. Eksempelvis kan ein sjå korleis Knut gjer om 3.1 meter til 301 centimeter, noko som sannsynlegvis har gitt følgjefeil. 301 cm er eit mål som vert gjentatt av Knut fleire gonger gjennom intervjuet, utan at informanten vert retta på av dei andre informantane. Utdraget synar korleis elevstyrt problem posing kan vere ein arena der elevar får vist si matematiske forståing, noko som identifiserer kvaliteten problem posing som eit vindauge til elevar si matematiske forståing (Silver, 1994).

Det følgande utdraget kjem i etterkant av utdraget analysert over. Ved å dele opp utdraga i to, får ein tydeleggjort dei ulike aspekta i utdraga. I førre utdrag viste elevane korleis dei nytta måling av lengder der terningar vart nytta som konkretar på ulike lengder, deriblant for ein meter (56 terningar) og for ei lengde (3636meter = ca. 2040 terningar). Dette avsnittet set ljos på korleis ein informant bryt ned forklaringa, og forklarar stegvis utrekningsprosessen gruppa har gjennomført.

TI: Kvifor ganga de med høgda?

Knut: Fordi me ville dekke heile greia.

TI: Kva er heile greia?

Knut: Heile gangen då...heile. Alt... frå døra til trappa... Og viss me ganga det då med 270 fekk me 165 790 800 (...). Utrulig mange! I forhold til å vere ein så liten terning, i ein så stor gang, så er det ikkje sååå mange.

For å skaffe innsikt i elevane si forståing kring utrekning av volum, spør intervjuar kvifor gruppa har ganga med høgda. Knut grunngir valet ved å seie: «Fordi me ville dekke alt». Det kan tenkast at eleven snakkar ut i frå erfaring med areal, der ein av tradisjon ofte pratar om å *dekke alt. Heile greia* skildrar gangen, noko som vert stadfesta etter at intervjuar spør om utgreiing. I stadfestinga definerer ikkje berre Knut *heile greia* som gangen, men han avgrensar òg området: «Frå døra [dør mellom gang og yttergang] til trappa [opp til andre etg]». Vidare i sitatet fortel han: «Og viss me ganga det då med 270 fekk me 165 790 800». Dette er rekna ut ved å ta 270 cm ganga med 164 040 (talet på terningar i ei flate).

Vidare ytrar eleven at det er «Utrulig mange» terningar. Ut i frå den vidare kommentaren «I forhold til å vere ein så liten terning, i ein så stor gang, så er det ikkje sååå mange», verkar eleven noko drøftande. Han synes det er mange terningar, *men* likevel ikkje så mange fordi terningane er så små i forhold til storleiken på gangen. Denne tosidigheita, kan sjåast som god refleksjon. Truleg er kommentaren «Utrulig mange» ein umiddelbar reaksjon talet 165 790 800 terningar. Deretter, når Knut har truleg har tenkt seg litt om, vurderer han storleiken på terningane i forhold til storleiken på gangen, som konkluderer med at det ikkje er overdriven mange likevel.

Denne vurderinga og refleksjonen kan sjåast i ljos av volumrekning - som tidlegare nemnd, eit tema klassen ikkje har arbeida med. Korleis gruppa fann ut å gange flata med høgda omhandlar truleg utprøving og utforsking. Gjennom utdraget ser ein effekten problem posing har hatt som granskande reiskap i ei matematisk verksemd, der elevane har nytta konkret (terningar) for å finne kor mange det er plass til i gangen. Det siste sitatet til Knut, «Utrulig mange! I forhold til å vere ein så liten terning, i ein så stor gang, så er det ikkje sååå mange», synar korleis eleven greier å tenke abstrakt. Eleven tar refleksjonen opp eit nivå, og storleiksforhold som ein del av vurderinga av talet 165 790 800. Då dette talet kan sjåast som ein abstrakt representasjon av terningane nytta i gangen, indikerer utsegna ei forståing hjå Knut knytt til mengda som ligg i 165 790 800 terningar.

At gruppa har prøva å feila under leitinga etter dei tre dimensjonane, kan indikere at problem posing har hatt ei rolle som utprøvande reiskap. Uavhengig om elevane kunne volumrekning eller ikkje, har gruppa fått prøvd ut temaet i skulesamanheng. På bakgrunn av observasjonar, samt klasselærar sin kommentar om at klassen ikkje har hatt om volum i matematikkundervising endå, kan samtaleutdraget indikere korleis modellering og problem posing ha opna for at elevane har fått utfolda seg i ljos av matematikk. Modellering spelar her ei rolle som opnande for val av problemområde. Problem posing kjem til uttrykk gjennom dei ulike framgangsmåtar dei genererer, det Silver (1994) skildrar som *flyt*, og er eit kjenneteikn på kreativitetsskapande aktivitet.

Niss (2003) fortel om korleis det å meistre matematikk omhandlar det å tørre å spørje. At denne matematiske utforskinga har resultert i at gruppa har funne ein framgangsmåte og modell for korleis å rekne terningar i gangen, kan indikere at gruppa har forbetra sine evner til å møte utfordringar. Kommentaren til Knut, om at dei ynskja å dekke heile gangen, indikerer at gruppa hadde ein tydeleg hensikt med forsøket. På bakgrunn av at volum var eit nytt matematisk tema for klassen, men at dei gjennom prosjektet likevel hadde som hensikta å finne volumet av gangen, vert modellering og problem posing her sett på som reiskap forbetrande for elevar sine problemløysingsferdigheiter.

«Ikkje heeeeeilt presist, men ...»

I det følgande er det funnen eit utval utdrag og sitat der elevar fortel korleis dei sjølve tillèt å innføre upresise tilnærmingar i prosjekta sine. Det fyrste sitatet er henta frå situasjonen nemnd i avsnittet over, der elevane gjennomgår utrekning for volum av gangen, og eleven fortel at det er plass til 2040 terningar i ei rast i lengda.

Knut: Ja, to null førti. Eller me har ikkje funne det heeeeeilt ut sånn presist men...

I denne ytringa fortel Knut kor talet terningar dei fann plass til i ei rast langs lengda på gangen (36.36m). Men den vidare ytring «Eller me har ikkje funne det heeeeeilt ut sånn presist men» indikerer truleg at gruppa har avrunda utrekningar undervegs. Innleiingsordet «Eller», kan her indikere ei form for tilleggsopplysing, og fungerer som ei tilståing om at det noko er usagt. Tolkar ein vidare frå denne settinga, kan «heeeeeilt (...) sånn presist» tolkast som at gruppa er bevisste ved avrundinga. At dei andre i gruppa òg nyttar 2040 terningar, framfor 2036, kan indikere at gruppa har *godkjent* avrundinga i svaret. Ved at gruppa bevisst har runda av, kan det sjå ut som at gruppa ikkje ser avrundinga som noko å seie for den vidare rekninga. Intervjuar har ikkje fanga opp dette, og den vidare samtalen rører seg mot den vidare utrekninga. Avslutningsordet «men» kan tolkast som at eleven ikkje ser avrundinga som noko viktig.

Dette sitatet tydeleggjer og illustrerer korleis elevar i modelleringsprosjekt tar seg fridom til å nytte eit språk som skil seg frå lærebok eller andre matematisk formelle samanhengar. I eit perspektiv knytt til haldningar i matematikkfaget, kan ein seie at slike avrundingsavgjersler, som gjort i dette tilfelle, kan vere problematisk fordi det gir følgjefeil. Samstundes var elevane i dette prosjektet fri til å velje prosjekt og framgangsmåte. Når det er sagt får elevane mogelegheita til å syne og nytte matematiske ferdigheiter gjennom avrunding. Og samstundes kan slike avrundingar indikere eit uformelt læringsmiljø - noko som kan vere opnande og inkluderande for fleire stemmer. Sitatet speglar openheita som Silver (1994) uttrykker som viktig i arbeid med problem posing. Gjennom utdraget kjem det til syne korleis modellering har opna for at elevar kan ta avgjersler om avrunding, og vissheita elevane synar kring avrundinga indikerer at modelleringa har gitt dei eigarskap over å ta matematiske avgjersler undervegs.

Det følgande utdraget synar korleis gruppa er visse på korleis små endringar eller unøyaktige mål kan verke inn på det endelege svaret. Intervjuar ynskjer her å klargjere bruke av peike-fingeren som markør for kor langt dei var komen med oppmålinga.

TI: Så de brukte fingeren til å måle kor langt de var komen?

Knut: Ja

Lars: Ja

TI: Og så tok de å målte fingeren, og tok det med i reknestykket. For å ikkje ta med fingeren...

Knut: (Skyt inn) ...ville verte feil i målinga.

På stadfestingsspørsmålet om dei nytta fingeren for å måle kor langt dei hadde målt, svara begge elevane «Ja» - så å seie i kor. At elevane er så samstemte kan indikere at deltakarane har forstått kva rolle fingeren hadde i oppmålinga. Intervjuar søker djupare innsikt i bruken av fingeren som lengdemarkør. Når intervjuar seier: «Og så tok de å målte fingeren, og tok det med i reknestykket», oppsummerar han noko elevane har sagt tidlegare. Det er her snakk om å måle breidda på fingeren, og legge breidda med reknestykket. Siste del av sitatet, «For å ikkje ta med fingeren...» er ein ufullstendig setning. Intervjuar vert her avbroten av Knut, som skyt inn fortsettinga «ville verte feil i målinga». Her synar eleven full forståing av kva det vil seie å nytte fingeren som markør: ved å ikkje ta breidda av fingeren med i reknestykket, ville det få utslag på lengda av gangen.

Det er usikkert om eleven eller gruppa var klar over å inkludere breidda av fingeren i den totale lengda eller ikkje. Ved å la elevane utforske på eigehand, har modelleringsprosessen opna for at elevane kan prøve ut å måle på ulike måtar og med ulike reiskap. Eleven synar her korleis modellering har gitt gruppa mogelegheit for å prøve ut, utforske og reflektere over det utprøvde. Utdraget over synar at elevane i gruppa var klar over kva dei gjorde når dei nytta fingen som markør. Ved å inkludere breidda av fingeren i utrekninga, kan ein utifrå Knut sin innskote kommentar, tolke det som at elevane var klar over følgjene av å nytte fingeren som markering. Frå observasjon av gruppa under modelleringsprosjektet, kunne ein sjå gruppa vurdere både linjal og kritt. At gruppa har funne eitt alternativ betre enn andre gjer at ein kan sjå problem posing, som ein del av modelleringsprosessen, som Silver (1994) omtalar som kreativitetsskapande. Samstundes kan ein sjå at ei slik vurdering av måleeiningane gjer elevane betre rusta til å løyse problem, utdraget kan på den måten identifiserast problem posing som reiskap for forbetring av problemløysingsferdigheiter.

Fleire grupper har nytta seg av dei frie rammene dette modelleringsprosjektet inneheldt. Fridomen har her opna for at elevane kunne drive praktiske oppgåver, som igjen har ført til friare tilnærmingar under prosjekta. Utdraget over indikerer korleis gruppa praktisk løyste ei utfordring knytt til markeringar av lengder, men samstundes var klar over følgjene. Utdraget synar korleis modellering opnar for at elevar kan løyse oppgåver med praktisk tilsnitt. Som ein følge av fridomen opnar problem posing for meir upresise tilnærmingar i den munnlege språket – her eksemplifisert gjennom avrunding.

«Me kunne målt gjennomsnittet?»

Det komande utdraget er henta frå ein samtale med gruppa på to gutar som såg etter samanhengar mellom springing av ulike lengder og tid. Gruppa var på intervjutidspunktet midt i datainnsamling, og intervjuet var noko prega av at elevane ynskja å kome vidare i prosjektet sitt. Utdraget tar utgangspunkt i spørsmålet «Nytta de eksempel under diskusjonar innad i gruppa?», noko ein elev avviser: «Nahh... Me brukte ikkje så mykje eksempel eigentleg». Etter ein pause på over ti sekund spør intervjuar:

TI: Kva gjorde de i staden?

Mads: Me brukte liksom tre...me fann ut sånn ca. tre stykk me skulle velje mellom. Me fann...me to tenkte oss...nei, me to tenkte at me kunne måle kor mange steinar det var på skuleplassen.

Nils: Men det var berre tull.

Mads: Ja. Og så prøvde me liksom å stemme mellom dei to på ein måte...kva me hadde lyst til, og..

Nils: (Avbryt) Men det vart kanskje litt vanskeleg å måle alle steinane.

(...)

TI: Korleis kunne de ha funne det ut?

Nils: Me kunne målt gjennomsnittet av kor stor kvar stein var, og kunne man ganga med arealet og kor stort det var.

Mads: Men det hadde tatt litt lang tid å tatt opp ein og ein stein, og måle dei, og så gløymer me... Fordi det er litt vanskeleg å telle alle steinane. [TI: Ja] Og å vite akkurat kor langt me har kome.

Utdraget startar med eit spørsmål om kva gruppa gjorde i staden for å nytte eksempel i diskusjonar i gruppa. På spørsmålet gir Mads ei skildring av prosessen gruppa var igjennom for å finne utgangspunkt for modelleringsprosjektet deira. Mads fortel at gruppa valte mellom tre alternative problemstillingsforslag tidleg i prosjektperioden. Det kan peikast på korleis eleven alltid pratar om «me», og inkluderer medeleven i sine resonnement. Dette kan ha med spørsmålsformuleringa til intervjuar å gjere, der ordet «de» inkluderer dei begge, noko som dei direkte svarar på - slik som her ved hjelp av «me». Eit anna alternativ kan omhandle inkludering i gruppa, der deltakarane i gruppa er samde om å dei avgjerslene gruppa tar. Vidare fortel Mads om eitt av alternativa til problemstilling: «(...) me to tenkte at me kunne måle kor mange steinar det var på skuleplassen». Her er Nils raskt med å svare «Men det var berre tull». Med denne kommentaren meiner nok Nils at oppgåva er vanskelegare å løyse enn kva dei føler dei kunne få til.

Når Mads fyrst seier «Ja», kan det tolkast i ulike retningar. Enten at han er einig i det Nils fortel om at ei oppgåve angåande mengde stein på uteområdet vil vere vanskeleg. Eller så fungerer «Ja» som ein igangsetjar for det han skal sei - som eit reiskap for å kome til ordet. Ved å tolke «Ja»-et i ljos av den vidare kommentaren, kan det verke som «Ja»-et står til sistnemnde alternativ. Då seie nemleg Mads: «Og så prøvde me liksom å stemme mellom dei to på ein måte...kva me hadde lyst til, og...». Det han fortel er vanskeleg å sjå i direkte samanheng med kommentaren til Nils, men kan sjåast som ei forlenging av sin tidlegare kommentar. I dette sitatet skildrar Mads korleis gruppa stemte fram det forslaget dei ynskja å gjennomføre. Når Nils avbryt Mads sitt utsegn, og seier: «Men det vart kanskje litt vanskeleg å måle alle steinane», kan det stillast spørsmålsteikn ved kor aktuell oppgåva angåande måling av stein, eigentleg var for elevane. Denne kommentaren er eit motargument for å velje denne oppgåva, og verkar på den måten positivt for den oppgåva gruppa valte - springing og tidtaking på ulike lengder.

Når intervjuar spør om korleis dei kunne funne ut kor mykje stein det er ute på skuleplassen, vert det søkt innsikt i elevane sin resonnementsprosess bak, eller bakgrunn for, utveljinga av problemstillinga. Nils svarar då: «Me kunne målt gjennomsnittet av kor stor kvar stein var, og kunne man ganga med arealet og kor stort det var». Her tar eleven opp omgrepa gjennomsnitt og areal i eit potensielt problemløysingsforslag knytt til problemet om kor mange stein det var i skuleområdet. Her viser Nils, som tidlegare verka skeptisk til oppgåva, at gruppa har gjennomgått og vurdert oppgåva. Men argumentet for kvifor dei ikkje valte denne oppgåva er det Mads som påfølgande fortel: «Men det hadde tatt litt lang tid å tatt opp ein og ein stein, og måle dei, og så gløymer me... Fordi det er litt vanskeleg å telle alle steinane. Og å vite akkurat kor langt me har kome». Han skildrar oppgåva som tidkrevjande, der utfordringar knytt til kontroll og systematisering under datainnsamling kan vere utfordrande. Samtidig etterlyser han ein fasit på riktig framgangsmåte i etterkant.

I dette utkastet skildrar gruppa korleis eitt av alternativa til problemstilling vart gjennomtenkt og vurdert, men likevel lagt til sides. Gruppa synte at dei hadde funne ein mogeleg modell som kunne gje svar på problemstillinga. Dette indikerer at problem posing opnar for å kunne argumentere over alternative problemstillingar. Gruppa poengterte at ein mangel på fasit var ein avgjerande faktor for å ikkje gjennomføre prosjektet. Sidan klassen ikkje har arbeida mykje med så frie prosjekt, kan det tenkast at gruppa ikkje såg det som ei mogelegheit å arbeide med ei oppgåva som ikkje hadde gjeldande svar. Dei uttrykker at oppgåva var berre tull, noko som indikerer at oppgåva ikkje vart tatt seriøst - truleg på bakgrunn av at dei ikkje såg det rette svar som tilgjengeleg. Likevel valte gruppa å arbeide med ei oppgåve som omhandla eit ukjend svar. Ein kan dermed seie at elevar kan nytte modellering og problem posing for å identifisere oppgåver sine vanskegrader, og som her er med å avgjer om eleven finn oppgåva lett, utfordrande, eller uløyseleg, osv.

Når informantane i dette utdraget synar til eit prosjekt som ikkje var valt, synar han samstundes årsaka som ligg bak valet. Her har problem posing vorte nytta som reiskap i evalueringa av problemområde. Modellering har opna for at elevne kan velje problemstilling, medan problem posing har fungert for å velje den oppgåva dei ynskja å finne svar på. Samstundes står informantane fram som utforskande og granskande i møtet med dei ulike problemområda dei valte mellom - noko som kjenneteiknar problem posing som granskande reiskap. Gjennom samtaleutdraget får elevane samstundes synt sine kunnskap om matematikk. Eksempelvis nyttar Nils omgrepa gjennomsnitt og areal i ei matematisk skissering av eit prosjekt, og eleven synar matematisk forståing ved å nytta omgrepa i ein forklaringsprosess. På den måten kan problem posing vere eit reiskap som speglar eleven si matematiske forståing.

4.2 Kvalitetar knytt til elevarbeid i problem posing-aktivitet?

«Korleis kan me få målt høgda på denne veggen?»

Som ei utgreining frå det å inkludere gruppedeltakarar, bør det her nemnast ein situasjon frå klasserommet. Under oppstart av øktene presenterte kvar gruppe kva dei hadde gjort så langt, og kva som var målet med den økta dei skulle til med. I desse oppstartane var det rom for å få tips og råd om utfordringar gruppa hadde støtt på. Under observasjon av presentasjonen tredje økt, la gruppa som arbeida med maling av ein skulevegg fram kor langt dei var komen. Det kom fram at gruppa trong hjelp med korleis dei kunne få målt høgda på ytterveggen på skulen. Utdraget under er frå denne samtalen, og er ein samtale gruppa sjølv ordstyrar. Klasselærar var deltakande på lik linje som elevane, og gav forslag til korleis å løyse dei ulike problema.

Ina: Korleis kan me få målt høgda på denne veggen?

Chana: Bruke stege og måle.

Anna: Stå oppå kvarandre, eller bygge tårn som på youtube.

Birger: Eller de kan nytte målestokk?

David: Kva med å telje plankar oppover, og finne høgda på ein planke, og so gange plankane med høgda?

Ina: hmm...å ja, meiner du.... Kva meiner du?

Gruppa som presenterte prosjektet hadde allereie prøvd å bruke stege, men dette vart vanskeleg fordi ein kom for langt i frå veggen med meterstokk. Og ingen av dei turte å klatre opp til takrenna og halde eit måleband ned, for det vart for høgt. Forslaget om å nytte seg sjølv i tårnbygging vart møtt med latter – både av Anna og av resten av klassen. Truleg var dette eit alternativ som ikkje var meint heilt seriøst, men speglar likevel humør og eleven si løysingsorienterte innstilling. Birger føreslår å nytta målestokk, eit reiskap som kunne latt seg nytte, men gruppa kommenterer ikkje på forslaget. Klasselærar kunne fortelje at målestokk er eit matematisk reiskap klassen ikkje har mykje kjennskap til gjennom matematikkundervisinga, noko som kanskje gjer det vanskeleg å kommentere på det. Alternativt kan det tenkast at det ikkje vert kommentert på nokre av forslaga fordi dei ynskja fleire innspel på problemet. Eller at gruppa var ukjend med rolla som ordstyrar, og av den grunn ikkje hadde mykje å seie.

Siste forslag gruppa får er frå David, som føreslår at gruppa kan måle éin plank på veggen (denne skuleveggen er panelkledd), telje kor mange plank det er frå bakken og opp til taket, for deretter å gange høgda på kvar plank med talet på plank. At dette er det fyrste forslaget ei på presentasjonsgruppa reagerer på, ilag med reaksjonen til Ina, «hmm...å ja, meiner du.... Kva meiner du?», kan tolkast som at forslaget umiddelbart vert vurdert som eit godt forslag. Det kan verke som Ina forstår kva som vert sagt, og prøver å gjengi: «meiner du...». Forsøket stoppar likevel opp, og ho spelar ballen tilbake til David, og ber han utdjupe. David vert vinka opp på tavla, og teiknar veggen som eit rektangel. Vidare lagar han vassrette linjer inni rektangelet, noko som dannar representasjonar av plankane. Medan han teiknar forklarar han, korleis høgda ganga med talet på plank kan gje svar på høgda. Samstundes fortel han at gruppa må vere sikker på at plankane var like høge, elles ville resultatet verte feil. Ved å stille eit slikt vilkår for nytte av modellen, synar eleven kritikk til sin eigen modell.

Gjennom diskusjonane vart fleire og fleire elevar engasjert, der ei uformell atmosfære tillèt alle forslag å verte kaste ljos over. Dei innspela som vart vurdert 'gode nok', vart diskutert vidare ved at presentasjonsgruppa kommenterte, skreiv ned forslaga, eller spurte «kva meiner du med det?», slik som i utdraget over. På den måten fekk alle i klassen innsikt i andre sine prosjekt, samstundes som presentasjonsgruppa fekk tips om korleis å arbeide vidare. Klasseromsdiskusjonen, som eksemplifisert i utdraget over, kan seiast å gje innsikt i korleis problem posing og modelleringsprosjekt kan etablere eit engasjerande, løysingsorientert fellesskap. Samstundes samsvarar dei mange ulike løysingsalternativa med Silver (1994) si definering av kreativitetsskaping, der kriteriet *flyt* vert målt etter kor mange mogelege løysingsalternativ som vert presentert. At problem posing her oppfordra medelevane til å hjelpe presentasjonsgruppa til å løyse eit faktisk problem, viser korleis problem posing kan vere eit reiskap som opnar for kreativitet.

«Korleis kan me måle høgda på leikestativet?»

Eit anna eksempel på slik kollektiv matematisk verksemd, er ei anna gruppe som skulle finne overflatearealet av eit leikestativ som er høgare enn dei sjølve. Dette er eit kjegleforma leikestativ med ei metallstolpe i midten og seks sider, der sidene er kjetting som dannar ruter av ulik storleik som gjer det mogeleg å klatre i. Toppen av kjettingnettet er festa i toppen av stolpen. Utdraget er frå same økt som førre eksempel, og gruppa ytrar i presentasjonen av framstillinga tvil om problemstillinga deira er mogeleg å løyse.

Eva: Korleis kan me måle høgda på leikestativet?

Knut: Kva med å nytte meterstokk? Det gjorde me i vårt prosjekt.

Frøya: Eller så kan de bruke dykkar eiga høgde. Å stå ved sida av stolpen, liksom.. og måle...

Eva: Ja, kanskje det.

Sara: Eller... De kan ta eit tau, feste ein stein i enden, og berre sleppe det ned frå toppen av leikestativet. Og måle frå der tauet treff bakken.

Her presenterer Eva eit problem i form av eit ope spørsmål. Igjen kjem det fleire forslag, og som i førre eksempel er det lite kommentarar frå presentasjonsgruppa. Meterstokk og kroppshøgde vert føreslått som mogelege høgdemålingsreiskap, der Knut (frå terninggruppa) synar til si eiga gruppe der dei nyttar meterstokk for å finne lengde på gangen. Medan fyrste forslag bygger på eige erfaring, og skildrar kva reiskap som kan nyttast i målinga, er neste forslag ein meir metodeinspirert forklaring. Sidan stolpen er høgare enn kroppshøgda til elevane vert forslaget noko ufullstendig. Guro fullfører derimot ei fullstendig, mogeleg gjennomførbar løysing, der ho forklarar både reiskap og metode. Med kommentaren «Og måle frå der tauet treff bakken» kan det tenkast at det vert markert på tauet når tauet treff bakken. Ved å måle avstanden frå markeringa til steinen, finn ein høgda på leikestativet.

I dette utdraget ser ein korleis ei samling med ulike løysingsalternativ fører fram til eit alternativ som er gjennomførbart. Det er vanskeleg å kople alle forslag saman, samt å argumentere for at dei bygger på kvarandre, men ved å sjå korleis elevane engasjert presenterer sine forslag til å løyse problemet, kan identifisere problem posing som kreativt, granskande og som speglande for elevar si matematiske forståing. Sitatet «feste ein stein i enden» kan tolkast som at eleven ynskjer å utelate upresise målingar, og ved å feste ein stein i enden vil tyngdekrafta hjelpe med å halde tauet rett. Som David i det førre utrag, synar Guro korleis potensielle feilkjelder må utelatast for å ei valid måling.

Mange av identifikasjonane frå førre utdrag ser ein igjen her; korleis problem posing opnar for kreativitetsskapande verksemder, og samstundes er eit vindauga for elevar si matematiske forståing.

Draumematematikk

Som siste spørsmål i intervjuet, fekk gruppene skildra sin draumematematikktime. Gruppa som arbeida med tidtaking og springing kom fort inn på bruk av IKT-reiskap som freistande middel i draumetimen. I forkant av det følgande utdraget drar gruppa inn rekneark og Kahoot[6] som ynskjelege element i draumeundervisinga.

TI: Okay, oppsummering...Så draumematematikktimen omhandlar arbeid med data, rekneark og Kahoot?

Mads: Ja, det hadde vore kjekt.

Nils: Eller endå kjekkare å bygd eit hus. Eller ei hytte. [Ser ut av vindauga]

TI: Er det matematikk då?

Nils: Ja, finne ut kor mange plankar ein treng. Eller kor store vindauge...

Mads: (Avbryt) Eller lage lage reknestykke i Excel. Kor dyrt det blir og sånn. Mat og sånn når ein bygger hytta.

Nils: Ja! Og finne ut kor mange rom ein treng for alle i huset

Mads: Det skulle me gjort. Bygd ei hytte. Oppi eit tre. Kva tre? [Elevane ser ut av vindauga]

Nils: Treet med sklia ser jo solid ut.

Mads: Men det andre er høgare, det borte med skaterampen ... eller?

I starten av samtaleutdraget oppsummerer intervjuar informantane si skisserte draumetime. Ved å forme oppsummeringa som eit spørsmål søker intervjuar stadfesting på om oppsummeringa stemmer overeins med det informantane har skissert. Mads stadfestar «Ja, det hadde vore kjekt.» Brått kjem det frå Nils at det hadde vore «(...) endå kjekkare å bygd eit

[6] https://kahoot.it/#/ er ei online quizside, der fleire deltakarar kan nytte mobil, nettbrett og datamaskiner kvar for seg til å svare på ulike spørsmål som kjem opp på ein fellesskjerm (TV, smartboard, etc.). Ved å velje mellom fire alternativ får du poeng om du svarar rett, og ekstra poeng om du svarar raskt.

hus». I og med at Mads sit å ser ut vindauga ved dette tilfellet, ser truleg informanten eit hus som får tankane til eleven på glid. Ved å nytte seg av orda «endå kjekkare» veg ITK-reiskap i draumetimen opp mot det å «bygge eit hus» i draumetimen. Samstundes slår han ikkje ideen om IKT-reiskap daud, men å få bygge eit hus veg tyngre. Like etter utbryt han: «Eller eit hus», noko som kan verke som ein naturleg tankeprosess, og eleven truleg ser som eit meir gjennomførbart prosjekt.

Ved å spørje «Er det matematikk då?», utfordrar intervjuar eleven til å finne matematiske argument ved hyttebygging. Nils har festa blikket ut vindauga, og argumenterer truleg med ting han ser på andre hus: «Ja, finne ut kor mange plankar ein treng. Eller kor store vindauge...». Mads avbryt argumentasjonen, truleg fordi han føler det komande sitatet som sentralt, og seier: «Eller lage reknestykke i Excel. Kor dyrt det blir og sånn. Mat og sånn når ein bygger hytta». Ved å føre budsjett på materiell og mat til hytta, knyt eleven saman dei to perspektiva på draumematematikktimen. At begge informantane er så ivrig etter å kome til ordet, gjenspeglar engasjementet elevane har på dette tidspunktet. Nils sitt følgande «Ja!», kan tolkast som eit ytring av glede, der idear endeleg fell på plass mot å verte ein draumematematikktime dei verkeleg ynskjer å gjennomføre. Alternativt kan «Ja»-et vere ein igangsetjar for det han har å seie, som eit 'eg-vil-ha-ordet'-ja, eller eventuelt eit stadfestande «Ja», der han seier seg einig i det Mads føreslo. Uansett, refererer truleg Nils til intervjuspørsmålet, om det er matematikk å bygge ei hytte, når han vidare føreslår å finne ut kor mange rom det er behov for i huset.

Vidare kjem samtalen inn på lokalisering av området for hyttebygging, og Mads slår fast at hyttebygging må vere oppi eit tre. Bygging av hytte vert tradisjonelt sett på som eit mindre prosjekt enn husbygging, og som kan innehalde fleire spennande element. Nils ser ut vindauga, og spør: «Kva tre?». Nils responderer, og føreslår eit tre plassert ved ei sklie, og grunngjev sitt svar med at treet ser solid ut. Eleven vurderer her storleiken på trestamma, og finn treet som godt eigna for hyttebygging. Mads føreslår eit anna tre, og argumenterer med høgde av treet som ein viktig faktor for utveljinga av tre.

Ut ifrå engasjementet som oppstår i dette samtaleutdraget, kan ein slå fast at draume-matematikktimen har innhald som fengja desse elevane. Dei finn matematikk relatert til det føreslåtte innhaldet av økta, der dei koplar inn IKT og rekneark for budsjettoversikt og oversikt over rominndeling. Dette gjenspeglar ei av fleksibilitetskriteriet for kreativitet, definert av Silver (1994), som omhandlar talet på ulike genererte problem. I dette tilfellet utformar informantgruppa problem knytt til materiale, storleik av vindauga, nytte av Excel-rekneark der budsjett vert inkludert, i tillegg til å føre matbudsjett under bygging og lokalisering av byggeplass. Med talet på løysingsmogelege problem, samt ulikskapane av problem elevane presenterer ved hyttebygginga, speglar det både flyt og originalitet.

Ved å sjå på korleis informantgruppa bygger på kvarandre sine forslag, ser ein korleis dei saman løyser ulike aspekt eller problem knytt til hyttebygginga. Det er vanskeleg å seie om den løysingsorienterte haldninga er ei forbetring av deira problemløysingskompetanse frå før prosjektet. Men ein kan seie at dei saman opererte løysingsorientert. Ved å fortelje om problema knytt til hyttebygginga, får elevane òg vist si matematiske forståing av ei oppgåve som ut i frå engasjementet kan seiast å vere meiningsfull for informantane. Dette samtaleutdraget indikerer at modellering og problem posing, i den grad dei er involvert i danninga av problemstilling, kan fungere som eit middel for forbetring av elevane sin disposisjon for matematikk. Dette kan omhandle korleis elevar ser på matematikk i skule- og utanfor skulesamanheng, korleis dei vektlegg løysingsmogelegheiter, og korleis dei ulike løysingsmogelegheitene vert vurdert som gjennomførbare eller ikkje.

4.3 Oppsummering

Gjennom observasjon og intervju har ulike kvalitetar ved problem posing vorte identifisert i elevarbeid og -samtale. Når kvalitetar ved problem posing vert synleggjort frå eit elevperspektiv, gir det rom og mogelegheit for å drøfte resultata. Resultata kan verte drøfta i positiv grad og i negativ grad. Elevane har implisitt og eksplisitt fortalt om sine erfaringar og opplevingar med modelleringsprosjekta der problem posing har spelt ei rolle. Eksempelvis når informantane fortel om prosessen bak utval av problemstilling, der modellering og problem posing fungert med ulik føremål: modellering som opnande for arena for prosjekt, medan problem posing har gitt innsikt i prosessen bak gruppa si problemstilling. Elevane har òg nytta problem posing i sjølve intervjua, eksempelvis gjennom siste utdrag der elevane fortel korleis matematikk spelar ei rolle i forhold til hyttebygging. I intervjua kjem informantane til stadigheit tilbake til at prosjektet har vore kjekt og motiverande. Matematikk med fokus på modellering har opna matematiske arenaer der problem posing har gitt elevar nye mogelegheiter til å framstille problem knytt til arenaen. Modellering har òg opna for elevsamarbeid, i gruppe- og klassediskusjonar. Eksempelvis har modellering opna for at elevar kan løyse praktisk matematiske oppgåver, som igjen har legitimert avrunding i utrekningar.

4.3.1 Identifiserte kvalitetar ved problem posing

Tabellen under oppsummerar dei viktigaste identifikasjonane som kom fram under analysearbeidet. Desse vil verte djupare diskutert i diskusjonskapittelet.

Nr.	**Kvalitet**
1	Problem posing som kreativitetsskapande
2	Problem posing som granskande reiskap ved matematisk verksemd
3	Problem posing som reiskap betrande av problemløysingsferdigheiter
4	Problem posing som vindauga for elevar si matematiske forståing
5	Problem posing som middel betrande av elevar sin disposisjon for matematikk
6	Problem posing som opnande for meiningsfulle oppgåver
7	Problem posing som opnande for val av vanskegrad
8	Problem posing som opnande for val av læringsarena
9	Problem posing som variert undervising (kombinasjonen lærebok - *ikkje* lærebok)

Tabell 5: Framstilling av identifiserte kvalitetar

5.0 Diskusjon og konklusjon

Hensikta med denne masteroppgåva har vore å søke etter kva kvalitetar ved problem posing som kan identifiserast ut ifrå eit elevperspektiv. Gjennom intervju og observasjon har fleire kjenneteikn på kvalitetar vorte identifisert ved problem posing-aktivitet. Med fokus på elevar sine opplevingar med problem posing, vil dette kapittelet trekke trådar frå utdraga og samanlikne dei som kvalitetar. Vidare vil kapittelet omhandle ei samanlikning med andre studiar, før implikasjonar for praksis vere eit tema for diskusjon.

5.0.1 Utgangspunkt for diskusjon

Analysekapittelet tok opp i seg utdrag som synte eller indikerte at problem posing spelar ei rolle under eit modelleringsprosjekta. Analysekapittelet synte òg at elevar har ulik oppleving av å arbeide med problem posing. Dei trekk som kom fram under analysen, omhandla mellom anna korleis elevar opplevde problem posing som komplisert matematikk. Samstundes omtalte dei same informantane at matematikkprosjekt med komplisert og utfordrande matematikk var noko dei ynskja meir av i framtidig matematikkundervising. Andre aspekt som kom fram gjennom analysearbeidet har vore evna elevar har synt til å kunne vurdere vanskegrad på oppgåver, påverknaden problem posing har hatt angåande haldningsdanning mot matematikkfaget i skulen, samt refleksjonar elevar synar kring lærebok- og prosjektundervising som inkluderande i variert matematikkundervising.

I denne studien har det vore viktig å skilje mellom identifisering av kvalitetar gjennom elevar si oppleving av arbeid med problem posing, og gjennom elevar i problem posing-aktivitet. I det følgjande vil kvalitetar som vart identifisert verte diskutert.

5.1 Kvalitetar ved problem posing?

Gjennom analysearbeidet vart det i utdrag frå intervju og observasjonar søkt etter kjenneteikn på kvalitetar. Med utgangspunkt i Silver (1994) vart fem perspektiv omformulert som kvalitetar. Ved å identifisere kvalitetar kan ein få innsikt i verdiar ved problem posing-aktivitet ut i frå eit elevperspektiv, noko som kan gje indikasjonar på nyttigheita av problem posing som undervisingsreiskap. I det følgjande vil det verte skilt mellom identifiserbare kvalitetar gjennom elevar si oppleving om arbeid med problem posing, og identifisering av kvalitetar gjennom elevar i problem posing-aktivitet.

5.1.1 Identifisering av kvalitetar knytt til elevrefleksjonar om problem posing-aktivitet

I fleire utsegn har elevar fortalt om sine opplevingar kring å drive modellering og problem posing. Gjennom desse utdraga har kjenneteikn på kvalitetar vorte identifisert. Problem posing som kreativitetsskapande aktivitet kom til syne i fleire av utdraga, der informantane omtalar prosjekta som løyselege med fleire løysingsalternativ. Silver (1994) skildrar perspektivet med hensikt om å få elevar til å generere fleire løysingsalternativ, eller å få elevar til å angripe spørsmål og problem med nye vinklingar. Ved å vinkle perspektiva som kvalitetar inkluderer det å omforma karakteristikk ved perspektiva til identifiserbare kjenneteikn ved kvalitetane. Samtaleutdraga valt i analysekapittelet synar at det er mogeleg å identifisere kjenneteikn ved kvalitetar gjennom elevar sine opplevingar av problem posing-aktivitet.

Når elevar fortel om sine opplevingar av å arbeide med frie oppgåver, omtalar elevane oppgåvene som kompliserte og utfordrande, eller «noko som er vanskelegare enn dei tidelegare har hatt». Samstundes fortel informantane at dei ynskjer meir av liknande undervising, framfor å drive lærebokstyrt undervising, og omtalar prosjektet sitt som meir læringsfremjande enn lærebokstyrt undervising. Nokre elevar fortel om korleis problem posing gav dei innsikt i alternative oppgåver, for så å nytte informasjonen dei fekk til å velje vekk oppgåver. Når Silver (1994) peiker på problem posing som kreativitetsskapande, omhandlar dette mellom anna elevar sin produksjon av ulike mogelege løysingar knytt til eit problem (flyt). At elevar skaffar seg innsikt i fleire løysingsalternativ, kan indikere korleis problem posing spelar ei rolle med kreativitetsskapande effekt.

Gjennom analysearbeid har det òg kome til syne korleis elevar både opplevde problem posing som nyttig som granskande reiskap, men òg som arena der dei fekk synt si eiga matematiske forståing. Ved fleire høve fortel informantar at deira gruppe har jobba med oppgåver dei på førehand ikkje hadde svaret på. For mange elevar førte dette til at dei gjennom modelleringsprosjektet tok på seg ei utforskande rolle, der problem posing vart eit reiskap til å finne og vurdere mogelegheiter på oppståande problem undervegs i prosjekta. Samstundes spegla fleire av løysingsalternativa elevar sin matematiske kunnskap. Gruppa som arbeide med maling av skulevegg fekk eksempelvis nytta sin kompetanse innan multiplikasjon og systematisering når dei måtte løyse problemet knytt til måling av areal av skuleveggen. Når elevane i gruppa støtte på ei utfordring, opna problem posing for at elevane kunne nytte sin matematiske kunnskap for å foreslå mogeleg løysing på problemet. Problem posing synte seg i dette tilfelle som eit opnande for bruk der elevar fekk synt si matematiske forståing gjennom diskusjonar.

Informantane uttrykte ved stadigheit stor glede til prosjekta gruppa dreiv. Ved å omtale diskusjonane som meiningsfulle og motiverande, poengterer elevane deira syn på prosjektet. Det kan stillast spørsmål ved om det er variasjon av undervising, modellering, eller problem posing fostrar opp positive haldningar knytt til matematikk. Kanskje er det ein kombinasjon av desse. Uansett, har det gjennom prosjektet ikkje vorte observert eller uttrykt misnøye med gruppa sine prosjekt eller undervisingsform. Med det er det sagt at fleire har uttrykt at dei fann oppgåvene sine vanskelege og utfordrande, utan at det treng å vere negativt lada. Truleg er det vanskeleg for ein elev å uttrykke misnøye med gruppa si, eller undervisingsopplegget, og kan derfor vere ein svakheit i prosjektet. Men når elevar likevel uttrykker at dei føler prosjekta sine som meiningsfulle, og dei samstundes kan vise matematisk forståing, har prosjektet betra fleire elevar sine haldningar knytt til matematikk og matematikkfaget.

Perspektivet problem posing som reiskap for betring av problemløysingsferdigheiter, vert av Silver (1994) kjenneteikna ved at elevar matematisk vert betre problemløysarar. Av fleire årsaker, har perspektivet oversett som kvalitet vore vanskeleg å identifisere. At undersøkinga føregjekk over eit kort tidsrom gjorde det vanskeleg å identifisere noko merkbar betring av elevar sine problemløysingsferdigheiter. Samstundes vart det ikkje gjennomført noko form for kontroll av elevane sin matematiske kunnskap, noko som gjorde ei samanlikning før og etter prosjektet som utfordrande. Derfor vart det i denne undersøkinga søkt etter ytringar der elevar sa eller indikerte at dei hadde vorte betre problemløysarar. Gjennom analysearbeidet var dette den kvaliteten som vart identifisert færrast gonger. Gruppa som undersøkte volum av gangen, arbeidde med eit matematisk tema elevane tidlegare ikkje hadde hatt undervising i. Måten informantane uttrykker korleis dei utforska fleire mogelegheitene i gangen, og fann ein modell der dei inkluderte tre dimensjonar, kan indikere at problem posing har opna for at gruppa fekk prøve mogelege utfall. Når utprøvinga resulterte i ein modell som kan nyttast til tiltenkt føremål, kan det argumentarast for at elevgruppa har lært noko nytt. På den måten kan det argumenterast for at problem posing har fungert som reiskap for betring av elevar sine problemløysingsferdigheiter

5.1.2 Identifisering av kvalitetar knytt til elevarbeid i problem posing-aktivitet

Gjennom observasjons- og i intervjusitusjonar vart kjenneteikn på kvalitetar identifisert ved elevar i problem posing-aktivitet. Når informantane vart spurt om å skissera si draumematematikktime, framstilte ei gruppe eit modelleringsprosjekt der dei kunne bygge hytte i eit tre. Intervjuet vart i seg sjølv ei problem posing-økt, der gruppa presenterte fleire ulike problem knytt til gjennomføringa av hyttebygginga. Fleksibiliteten, det at gruppa genererte fleire ulike problem, karakteriserer denne spontane problem posing-økta som kreativitetsskapande (Silver, 1994).

Nokre elevar fortel korleis dei tok ei utforskande rolle for å finne mogeleg innfallsvinklar på eit problem. Ved å trekke fram klasseromsdiskusjonar som eksempel, ser ein korleis elevar nytta problem posing for å få (fleire) alternativ knytt til sine utfordringar. Elevar fekk øving i å framstille utfordringar, samt å stille seg kritisk både til si eiga undersøking og til tilbakemeldingane dei fekk. Ved å sjå korleis dei involverte i diskusjonen rørte seg spørjande i forhold til utfordringa, speglar det korleis Silver (1994) karakteriserer problem posing som granskande reiskap ved matematisk verksemd. Malaspina et al. (2015, s. 8), som har gjort ei undersøking på lærarrolla ved problem posing-aktivitet, fortel at dei ikkje-deltakande i ei problem posing-økt kan ha like mykje utbytte enn deltakande elevar. Dette fordi ikkje-deltakande kan knyte aspekt ved diskusjonar til diskusjonar kring eigne problem. Denne masterstudien har synt at problem posing som granskande reiskap ved matematisk verksemd kan identifiserast ut i frå elevar i problem posing-aktivitet.

Det var på førehand forventa at kvaliteten problem posing som reiskap for betring av elevar sine problemløysingsferdigheiter, kunne vere utfordrande å identifisere ved elevar i problem posing-aktivitetar. Som ein følge av å identifisere kvalitetar ut ifrå eit elevperspektiv, har denne studien vore avhengig av at elevar sjølve gir uttrykk for å nytte eller lære noko nytt. Når den refleksjonen ikkje har førekome, har det ført til vanskar med identifisering av kvaliteten. Kvalitetane var i utgangspunktet oversett frå mogelege perspektiv ved problem posing. At utgangspunktet for kvalitetane var basert på eit lærarperspektiv, har truleg hatt innverknad på korleis kvaliteten vart søkt etter. Det kan stillast spørsmålsteikn ved om ein lærar kan ha betre bakgrunn for å sjå når ein elev lærer noko nytt, enn kva ein eleven sjølv har innsikt i. Uansett, sjølv om forsking synar at det å søke etter spesifikke fenomen gjennom eit elevperspektiv, er fullt mogeleg (Bonotto, 2013; Fyhn, 2006), har det i denne studien vore vanskar med å identifisere kjenneteikn ved kvaliteten gjennom elevar i problem posing-aktivitet.

Prosjekta elevane har gjennomført, har vore mykje prega av at sjølvinitiert aktivitet. Elevane har måtta nytte den matematiske kunnskapen og erfaringa dei har, til å angripe problem. Ved å gje elevgrupper ansvar for danning av si eiga problemstilling, har det gjennom prosjektet vorte opna for at elevar må diskutere matematikk. I gruppene har problem posing fungert opnande for at elevar kan syne matematisk kompetanse i diskusjonar. Då slike diskusjonar oppstod fleire gonger gjennom datainnsamling, kan det indikerer at problem posing som vindauge til elevar sin matematiske forståing kan ha spelt ei rolle i elevar sine prosjekt.

Elevdiskusjonar synte seg som rike arenaer for identifisering av elevar si nytte av upresise tilnærmingar. Det kan tenkast at dette har med smidigheit og framgang å gjere, der elevar som er i godt driv, vel å ta kjappe avgjersle for ikkje å stoppe opp og miste tråden. Ved fleire høve kjem denne kvaliteten til syne, eksempelvis når ei gruppe inkluderer avrunding i delsvar, ei utrekning som vert nytta i vidare utrekningar. At gruppa gir uttrykk for at dei er visse på avrundinga, indikerer at dei har godtatt det avrunda svaret som gyldig svar for vidare utrekningar. Modellering og problem posing har her fungert opnande for at elevar kan ta slike avgjersle.

Kort oppsummering kring identifiserbare kvalitetar

Hensikta med denne masteroppgåva er å få innsikt i kva kvalitetar ved problem posing som kan identifiserast ut i frå eit elevperspektiv. Over har kvalitetar vorte sett i ljos av to ulike innfallsvinklar, der alle fem kvalitetane totalt sett har vorte identifisert ved problem posing. Gjennom analysearbeidet har det òg vorte funne andre karakteristiske trekk. Desse vil i det følgjande verte presentert og diskutert som mogelege kvalitetar.

5.2 Andre funn?

Dette delkapittet tar opp aspekt frå intervjua som har vore utfordrande, eller ikkje mogeleg, å identifisere i dei fem kvalitetane basert på Silver (1994) sine fem perspektiv ved problem posing.

5.2.1 Kan elevar skape eigne problemstillingar?

Gjennom studien vart det openbart korleis modellering og problem posing har hatt ulik påverking for elevane sitt arbeid. Det har fleire gonger vorte nemnd at modellering har opna for at elevar sjølv kan ta val om kvar dei ynskja å gjennomføre sitt prosjekt. Dette opna igjen for fleire diskusjonar i gruppene, der det synte seg at fleire grupper valte å røre seg vekk frå klasserommet. Dette kan ha ulike årsaker, der mellom anna spenning med oppgåver utanfor klasserommet appellerte til gruppene. Eller at elevar fekk fridom til å skape problem som kunne la seg kontrollere eller løysast gjennom fysiske eller praktiske oppgåver. Som ein følgje av at modellering gir elevar fridom til å velje læringsarena, gir problem posing mogelegheit for at elevar kan spesifisere og velje ut problem. Fleire av gruppene indikerte at det å ha fridom for kva studien deira skulle omhandle, og kvar og korleis dei skulle gjennomføre studien, var nytt for dei. At elevane lettare knyt eigarskap til oppgåver om dei sjølve er i danningsprosessen bak ei problemstilling, og er i samsvar med anna forsking (Bonotto, 2013; Ellerton, 2013; Singer et al., 2013). Samstundes har problem posing synt seg som ein arena opnande for matematiske innfallsvinklar hjå andre elevar, og på den måten vere opnande for samtale i verksemder. Studien har likevel synt at elevar ynskjer og evner å skape eigne problem gjennom modellering og problem posing.

5.2.2 Opnar problem posing for val av vanskegrad?

Fleire av informantane fortalte i intervjua om ulike prosessar dei hadde gjennomgått i løpet av prosjekta. Det vart fortalt om korleis dei hadde hatt ulike problemstillingar ved prosjektstart. Gjennom å skaffe seg innsikt i dei ulike problema, valte elevane på det problemet dei ynskja å undersøke. Utdrag frå intervjua indikerer korleis problem posing har fungert som eit reiskap for å få innsikt i problema, og at elevar på bakgrunn av innsikta kunne ta stilling til kva problem dei såg som gjennomførbare eller ikkje-gjennomførbare. Eksempelvis, når ei gruppe ynskja å finne ut kor mange steinar det var på skuleplassen, føreslo gruppa ei mogeleg løysing på oppgåva. Dei skisserte tidsaspektet kring ei slik oppgåve, kontroll og systematisering av data, samt mangel på fasit for framgangsmåte, som utfordrande. Samla sett vurderte gruppa desse utfordringane som for vanskelege til å gjennomføre, og vel ei anna oppgåve i staden. Elevar synar korleis dei kan nytte problem posing som reiskap for å skaffe innsikt i oppgåver sin vanskegrad.

5.2.3 Opnar problem posing for meiningsfulle oppgåver?

Malaspina et al. (2015) fortel at ei av utfordringane ved å drive problem posing-aktivitet er å få elevar genuint interesserte i lærestoffet for økta. Ved å gje elevar fridom til å velje tema sjølve, kan dette gje elevar auka motivasjon til å drive undersøkande matematikk, skriv Wæge (2007). For å få auka motivasjon, skriv Wæge (2007), bør elevar arbeide med, og oppleve kjensle av meistring i å skape eigne løysingsalternativ. Dette kan gje elevar eigarskap og motivasjon i matematikkfaget – uavhengig av fagleg kompetanse. Knytt til denne master-oppgåva, omtalte fleire informantar si eige oppgåve som vanskelegare enn andre grupper si oppgåve. Som ein følge av at elevar skulle danne eigne problemstillingar, fortalte informantar at dei hadde valt oppgåver dei ynskja å finne svar på. Ved å trekke parallellar til undersøkinga til Wæge (2007), kan ein sjå likskap i det at elevar fann det motiverande å danne og arbeide med eigne problemstillingar. At elevar finn oppgåvene sine interessante og motiverande, bygger truleg på at elevane fekk fridom til å velje problemstilling sjølve.

Det at elevgruppene skulle føle ei meining med oppgåvene sine, var eit viktig poeng med prosjektet. Det vart gjennom studien tydeleg korleis elevar evna å argumentere med koplingar til røyndom når dei vart spurt om hensikta med oppgåva. Ei gruppe eksemplifiserte eit alternativ prosjekt når dei viste matematisk forståing knytt til hyttebygging. Informantane hadde vorte spurt om å skildra draumematematikktimen, og element som elevane fann interessante vart dratt inn utan nemneverdig engasjement. Det var fyrst når ein elev såg ut vindauga, og rørte seg frå husbygging til hyttebygging, samtalen eskalerte. Begge informantane vart tydeleg trigga av kvarandre sine idear, og prosjektet kring hyttebygging vart skissert med lokalasjon, budsjett på rekneark, samt estimering av materiale. At problem posing kan skape koplingar til elevar sin røyndom, er i samsvar med Bonotto (2013) som undersøkte elevar sine ferdigheiter i hovudrekning. Ho bygde elevprosjekt med bakgrunn i elevar sin røyndom, der elevane skulle arbeide med restaurantmenyar. Sjølv om ein kan peike på ulikskap mellom hensikt med prosjekta, kan ein finne likskap i korleis elevar engasjerte seg matematisk med bakgrunn i meiningsfull og røyndomsnær problem posing.

5.2.4 Lærebok eller prosjekt?

Dette prosjektet baserte seg på at elevar sjølve skulle danne og undersøke matematiske problem. Gjennom prosjektet vart det synleg korleis elevar opplevde læreboka som fordel og ulempe. Ein informant ytrar korleis lærebok både kan fungere som styrande for innhald av kva ein skal lære, men òg som metode for korleis ein skal lære. Ytringane til jenta kjem i etterkant av samtalen om prosjektet som komplisert matematikk. At det er den same jenta som omtalte prosjektet som komplisert, kan sjåast i ljos av at ho er noko usikker på innhald og metode for gruppa sitt prosjekt. Ytringane til jenta synar innsikt i hennar forståing av at læreboka fordelaktig fungerer som ein tryggleik. Læreboka fortel både om kva og korleis matematikk kan lærast, presentert kronologisk etter vanskegrad. For mange elevar kan dette vere trygge rammer å lære matematikk innanfor, der læreboka tilfredsstiller behov av kompetanse, utfordringar og meistring (Wæge, 2007).

Ein annan elev fortel korleis dei ved hjelp av problem posing og modellering kan flytte fokus vekk frå læreboka. Han fortel korleis dei nytta problem posing for å velje vekk problemstillingar dei såg som vanskelege. Eksempelvis fortel han om ein gruppediskusjon der dei vurderte ei oppgåve som handla om kor mange steinar det var på skuleplassen. Ved å nytte problem posing skaffa gruppa seg innsikt i problemet, men på bakgrunn av mangel på fasit og skisse for framgangsmåte for å løyse problemet, vurderte dei oppgåva som for vanskeleg. Brown & Walter (2005) og Bonotto (2013) skriv alle om viktigheita av å tillate elevar å utforske i matematikkundervisinga. Dette fører ofte til at elevar jobbar mot ukjende svar (Bonotto, 2013; English, 2010). Under datainnsamlinga i denne masteroppgåva har elevar ytra at dei har opplevd prosjekt i seg sjølv som utforskande. Ved hjelp av problem posing, som ein del av modelleringsprosjektet, kan elevar lausrive seg frå læreboka ved å stille spørsmål til problem sjølv.

Ytringa til jenta som peika på lærebok som ein tryggleiksfaktor, indikerer korleis ein kombinasjon av lærebokundervising og prosjekt, kunne vere lurt. Sidan denne kommentaren kjem i eit intervju seint i modelleringsprosessen, har jenta truleg reflektert over den matematiske nytten av prosjektet. Gjennom analysearbeidet kom det fram korleis ho opplever læreboka som påverkande for læring i matematikkundervising. Ved at ho kommenterer «at det er òg lurt å sitje i bok», kan det stillast spørsmålsteikn ved om jenta har opplevd matematikken ved prosjektet som noko utfordrande eller uvanleg. Denne påstanden vert forsterka gjennom ytringar der ho indikerer at læreboka gir instruksar for kva ein bør lære, og korleis å lære. Sitata reflekterer ei forståing hjå informanten, om at ein kombinasjon av undervisingsmetodar kan vere lurt.

5.3 Funna si tyding

Med ei problemstilling søkande etter kvalitetar ved problem posing som kan identifiserast ut ifrå elevperspektiv, har oppgåva presentert ulike opplevingar og erfaringar som elevar har synt i eller om arbeid med problem posing. Kvalitetane som er presentert over, representerer effekten som denne studien har identifisert ved problem posing. Dei synar at problem posing kan ha verdi for elevar. Elevar har synt at dei evnar å sjå korleis matematikk kan nyttast til konstruksjon og estimering av materiale. Eksempelvis ved samtaleutdraget om hyttebygging. Andre elevar har gjennom problem posing og modellering synt at dei evnar å danne problemstillingar, strukturere tid, samt diskutere på bakgrunn av matematikk og matematiske utrekningar. I forhold til å gjengi opplevingar, synar elevar at dei på eit metanivå kan fortelje om sine opplevingar og erfaringar knytt til arbeid med modellering og problem posing. Og i tillegg har elevar i problem posing-aktivitet, omtalt matematikk som motiverande og meiningsfullt. Dette indikerer korleis slike prosjekt kan ha positiv haldningsskapande effekt for matematikkfaget i skulen.

På spørsmål om elevane i dette prosjektet faktisk lærte noko nytt gjennom problem posing, har ikkje hensikta med oppgåva basert seg på læringsutbytte i seg sjølv, men heller elevopplevingar. For mange elevar vart problem posing ein ny måte å uttrykke seg på i matematikksamanheng. Det å stille spørsmålet «Kva om...?» til strukturar og utrekningar, vert av både English (2010) og Pinter (2012) skildra som essensen i det å utvide ei oppgåve for å inkludere fleire inngangar. Når English (2010) fortel at problem posing ikkje naudsynt treng omhandle å finne rett svar, argumenterer ho med at elevar kan oppleve mykje matematikkrelatert læring i det å sjå mogelegheiter i andre løysingsalternativ. På bakgrunn av talet deltakarar i denne studien, er det vanskeleg å gjere store generaliseringar. Likevel vart det funne indikasjonar på at elevar ikkje oppsøker dei lettaste oppgåvene. Gjennom at elevar heller oppsøker det dei ser som utfordrande oppgåver, synar studien at problem posing kan ha påverknad på elevar sin motivasjon for matematikk.

Gjennom studien har problem posing synt seg eit reiskap elevar kan nytte for å skape og oppleve utfordringar, aha-opplevingar og meistring. At elevar kan nytte problem posing til å få innsikt i oppgåver sitt omfang og vanskegrad, gjer at element av masteroppgåva i ein større samanheng kan trekkast mot tilpassa opplæring i matematikk. Ved hjelp av modellering og problem posing kan elevar oppleve og erfare matematikk som er utfordrande for sitt ferdigheitsnivå. Samstundes er det naudsynt å unngå at elevar vert pressa mot ei panikksone, der dei ikkje opplever meistring eller læring. Når elevar synte korleis dei valte vekk oppgåver, grunna vanskegrad, unngjekk dei ei oppgåve dei kanskje ikkje hadde greidd. Likevel synte elevane eit mogeleg løysingsalternativ, noko som indikerer at elevar kan pressast til å prøve vanskelegare oppgåver enn dei sjølv opplever som løyselege.

5.3.1 Kor meiningsfull er meiningsfull matematikk?

Under analysen kom det fram korleis elevar skildra prosjekta som morosame og meiningsfulle. Nokre grupper skapte problem som kunne knytast til eller samanliknast med røyndomsnære situasjonar. Eksempelvis kunne gruppa som målte areal av skulegangen estimere elevkapasitet i gangen. Gruppa som malte skuleveggen kunne arbeide med samanlikning av prisar, prisoverslag og mengde maling. Og gruppa som arbeida med pulsmåling etter spurting kopla matematikken i prosjektet til fotball og andre fritidsinteresser. Frå elevperspektiv, kan det likevel stillast spørsmålsteikn ved kor meiningsfulle nokre av oppgåvene eigentleg var. Eksempelvis kan oppgåva der elevgruppa skulle gjere overslag på kor mange steinar det var på skuleplassen, umiddelbart verke meiningsfull. Med ei så fri tilnærming som elevane i dette prosjektet vart gitt, har dei stor fridom til å velje den oppgåva dei sjølv ynskjer å arbeide med. Men sjølv om det er gruppene sjølv som bygde problemstillingane, er det vel ikkje sagt at dei automatisk er meiningsfulle?

Frå eit elevperspektiv kan det vere utfordrande å finne årsak til kvifor elevar skal finne svaret på talet steinar på skuleplassen. Det kan tenkast at elevverksemder var med å skape ei meiningsfullheit hjå elevane. Kanskje låg meiningsfullheita i eigarskapet nokre elevar skapte til oppgåvene då dei sjølve måtte stille spørsmål, finne rett metode, samt finne eit ynskja svar? Eller kanskje opplevde elevar variasjonen i undervisinga som meiningsfullt då dei fekk arbeide med matematikk på ein måte dei ikkje var van til, og at dei difor følte det som nytt, spennande og meiningsfullt? Kanskje er det ein kombinasjon av fleire faktorar. Uansett, ytra elevar at dei var nøgde med prosjekta sine, og at dei gjerne vil ha fleire tilsvarande prosjekt.

Frå eit lærarperspektiv er det fleire matematiske tema som kan forsvare kvifor ein skal gjennomføre eit estimeringsprosjekt av talet steinar på skuleplassen. Lærarar kan sjå nytten av prosjekt fordi dei har eit anna perspektiv på kva som kan vere viktig å lære. Forskrifter som læreplanar eller individuelle opplæringsplanar, elevar sitt faglege behov for å meistre matematikk med tanke på seinare høver, og at dei ser kva som er naudsynt for det lenger løp, er perspektiv som lærar kan ha lettare for å sjå enn elevar. Med ein lærar som rettleiar, framfor ein lærar som førelesar, kan det kanskje lettare leggast til rette for at elevar kan skape meiningsfullheit og motivasjon i matematikkundervisinga. Ved å la spørsmåla «Kva er meiningsfullt?» og «Kven avgjer kva som er meiningsfullt?» stå opne, er det med føremål om å skape refleksjon kring undervisingspraksis.

5.4 Problem i læreplanar?

Problem posing har ulik posisjon i læreplanar for matematikk. Eit av landa som var tideleg ute med å oppfordra lærarar til å nytte problem posing som eit reiskap i matematikkundervisinga, var Australia (Pinter, 2012; Stoyanova & Ellerton, 1996). Med fokus på såkalla «open-ended»-problem[7] vart problem posing som reiskap i klasserommet støtta: «Studentar skal delta i utvida matematiske aktiviteter som oppmuntrar til problem posing, avvikande tenking, refleksjon og pågangsmot. Elevar forventast å følgje alternative strategiar, samt å posere og forsøke å svare på sine eigne matematiske spørsmål» (Australian Education Council, referert i Stoyanova & Ellerton, 1996, s. 519, mi oversetting). I USA fekk òg problem posing auka merksemd utover 90-talet. Det vart poengtert at elevar skulle få oppleve aspekt ved problem posing som er involvert i ein matematikar sitt arbeid: «Elevar i klasse 9-12 bør få erfaring innan å kjenne att og formulere sine eigne problem, ein aktivitet som er i hjarta av matematikk» (National Council of Teachers of Mathematics, referert i Stoyanova & Ellerton, 1996, s. 519, mi oversetting).

I LK06 har det å ta stilling til matematiske problem representert. Blant dei grunnleggjande ferdigheitene i læreplanen for matematikk, vert omgrepet problem nytta både i skildringa av *munnlege ferdigheiter, å kunne skrive, å kunne rekne,* samt i *digitale ferdigheiter i matematikk*. I innleiinga vart ferdigheita *å kunne rekne i matematikkfaget* sitert. Sitatet synar korleis eit problem ligg til grunne for danning av fleire problem, der modellering og kommunikasjon er nemnd som hjelpemiddel for fremjing av problem.

[7] Stoyanova & Ellerton (1996) omtalar «open-ended»-problem som problem ikkje knytt til ei konkret løysing. Dei byter mellom å nytte «fri» og «open-ended» som definisjon på problem posing der målet er generering av mogelege løysingar.

> Munnlege ferdigheiter i matematikk inneber å skape meining gjennom å lytte, tale og samtale om matematikk. Det inneber å gjere seg opp ei meining, stille spørsmål og argumentere ved hjelp av både eit uformelt språk, presis fagterminologi og omgrepsbruk. Det vil seie å vere med i samtalar, kommunisere idear og drøfte matematiske problem, løysingar og strategiar med andre. (Kunnskapsdepartementet, 2013, grunnleggjande ferdigheiter).

Dette sitatet synar korleis munnlege ferdigheiter i matematikk gir elevar mogelegheit til å ytre seg munnleg i matematikk. Mellom anna omhandlar dette munnleg drøfting av matematiske problem, samt å ytre og diskutere mogelegheiter i løysingar og strategiar. I den grunnleggjande ferdigheita *å kunne skrive i matematikk* vert det å løyse problem nytta i samanheng med framstilling og presentasjon, eksempelvis gjennom teikning, grafar og tabellar. Skriving i matematikk vert vidare presentert som eit reiskap for å utvikle eigne tankar og eiga læring.

Ser ein problem posing, slik det er framstilt i denne masteroppgåva, i ljos av dei grunnleggjande ferdigheitene i læreplanen, ser ein kor nærliggjande elevarbeid med problem er matematikk. Studien har synt korleis elevar som arbeider med matematiske problem, rører seg utforskande i lag med andre elevar. Elevar har nytta problem posing i munnlege diskusjonar, både som ein del av modelleringsprosjektet samt i intervjusituasjon, der ein tydeleg ser effekt av reiskapen problem posing. I denne samanheng kan kvalitetane som er identifisert ved problem posing, fungere som argument for kvifor å drive problem posing i undervising.

5.5 Meir forsking knytt til kvalitetar ved problem posing

Sjølv om denne oppgåva indikerer at det finst kvalitetar ved problem posing som kan identifiserast ut frå eit elevperspektiv, bygger denne studien på få informantar over ein kort periode. Skulle eg gjort undersøkinga på nytt, ville eit klarare observasjonsskjema vorte nytta under datainnsamling. Dette skjemaet skulle fanga opp når problem posing-aktivitet oppstår, kven som deltek, samt korleis aktiviteten og deltakarar utviklar seg undervegs. Dette kunne gitt indikasjonar på korleis problem posing påverkar elevar i arbeid med matematikk, samt fått nærare fokus på kva som fungerer og kva som ikkje fungerer. Samstundes hadde det òg vore spennande å undersøke læringsutbyttet ved problem posing nærare - gjerne med fleire deltakarar. Dette for å sjå om og korleis elevar meistrar og / eller lærer ny matematikk ved bruk av problem posing, eller om problem posing berre opnar for bruk av allereie lærd kunnskap.

5.6 Didaktiske implikasjonar

I innleiinga av denne masteroppgåva vart det skildra korleis Tverlandet skole[8] har kopla matematikk og gardsbruk. Dette gav eit fruktbart resultert der elevar opplevde at dei lærte matematikk på ein måte som dei hugsa betre. Samstundes skildra elevar den praktiske matematikken ved gardsbruk som morosam. Mellom Tverlandet skole-prosjektet og modelleringsprosjektet som er bakgrunn for empirien i denne masteroppgåva, kan det i eit elevperspektiv trekkast fleire koplingar knytt til undervisingspraksis. Mellom anna er ein likskap korleis elevar sjølv fekk ta del i å danne matematikk i problem. Ein anna likskap omhandlar korleis elevar tar ansvar når dei får fridom til å ta del i prosjekt. Gjennom indikasjonar som engasjementet i diskusjonar og pågangsmot for progresjon i sitt prosjekt, verka elevar motiverte for å bruke og lære matematikk. Gjennom intervju og observasjon knytt til modelleringsprosjektet, synte og fortalte elevar korleis problem posing har hatt innverknad på deira syn på nytten av matematikk. Deira ferdigheiter til å sjå og leite etter alternative metode- og løysingsmogelegheiter, samt evna til å argumentere for hensikta med si problemstilling, er òg funn som argumenterer for at elevar kan nytte arbeid med matematiske problem for læring av matematikk. Dette er koplingar som argumenterer for at lærarar må våge å inkludere elevar i matematikkaktivitet med vidare rammer enn klasserom og lærebok. Fordi problem posing har synt seg som eit reiskap der elevar får innsikt i årsak for kvifor å nytte matematikk, er det argument for at lærarar bør nytte modellering og problem posing-aktivitet i si undervising.

Gjennom eit samfunnsperspektiv, har elevar arbeida mykje med korleis dei stiller seg kritisk til eige og andre sine prosjekt. Elevar har fortalt at dei gjennom diskusjonar har fått innsikt i fleire løysingsalternativ på problem. Dei har kommentert det å lage problemstillingar sjølve som kjekkare fordi dei er utfordrande og at dei tar lenger tid å løyse. Dette synar refleksjon hjå elevar om at større matematiske prosjekt er meir omfattande og krev meir enn dei er van med. At elevar kan stille seg kritisk til eige og andre sine prosjekt, kan koplast til danningsaspektet i LK06 (Hansen, 2010). Dette omhandlar læring i det lenger løp, der elevar

[8] Som skrive i kapittel 1, var det 5.-7.klasseelevar i 2012 som deltok i prosjektet.

skal dannast til som samfunnsborgarar. Gjennom arbeid med problem posing har elevar stilt seg kritisk spørjande og undrande med matematisk fokus på ulike problem.

Gjennom eit forskingsperspektiv, har studien synt tyding gjennom korleis identifisering kvalitetar ved problem posing har skjedd gjennom eit elevperspektiv. Med meir forsking knytt til kvalitetar ved problem posing, kan auka innsikt i nytten av reiskapen og effekten av reiskapen , styrke problem posing i læreplanar. Ved å sjå på elevar sine ytringar om deira oppleving av arbeid med modellering og problem posing, har fleire kvalitetar vorte identifisert. Denne studien har gitt innsikt i elevar sine opplevingar og erfaringar med problem posing, noko som synar at forsking basert på elevutsegn kan gje implikasjonar for matematikk-undervising.

5.7 Oppsummering av resultat

Dette kapittelet har hatt som føremål å sjå resultat frå datamaterialet og analyse i ljos av teori og anna forsking. Hensikta med denne oppgåva er å identifisere kvalitetar ved problem posing ut frå eit elevperspektiv. På grunnlag av elevopplevingar, har kapittelet presentert ulike kvalitetar som kan sjåast som fordelar og ulemper ved problem posing. Utanom kvalitetane basert på Silver (1994) sine perspektiv ved problem posing, har det vorte presentert kvalitetar som omhandlar elevar i arbeid med sjølvlaga problemstillingar. Vidare har kapittelet søkt etter problem posing i ulike læreplanar, der det vart funnen koplingar mellom matematikkfaget og undersøking av problem gjennom dei fem grunnleggjande ferdigheitene. Mot slutten har didaktiske implikasjonar vore tema for diskusjon, der det vart inndelt i undervisingsperspektiv, samfunnsperspektiv og forskingsperspektiv.

5.8 Avslutting

Hensikta med denne masteroppgåva har vore å få innsikt i kva kvalitetar ved problem posing som kan identifiserast ut frå eit elevperspektiv. Det har vorte søkt innsikt i kvalitetar gjennom to innfallsvinklar: ein innfallsvinkel søker innsikt i kvalitetar knytt til elevrefleksjon om problem posing-aktivitet, medan ein innfallsvinkel søker innsikt i kvalitetar knytt til elevarbeid i problem posing-aktivitet. Identifisering hadde skjedd gjennom observasjon og intervju med elevar på sjette trinn, der dei gjennom eit modelleringsprosjekt arbeidde med frie rammer.

Gjennom studien har kvalitetar ved problem posing vorte identifisert. Studien har synt korleis elevar opplever arbeid med problem posing som meiningsfullt og røyndomsnært. Gjennom studien har elevar òg ytra at dei opplevde fridomen under prosjektet som nyttig. Elevar har ikkje utnytta fridomen til å velje dei faglig lettaste oppgåvene, eller utnytta prosjektet til ikkje-faglig aktivitet. Elevar har derimot fungert deltakande og engasjert i sine eigne problemstillingar, samt tatt stilling til andre sine problemområder under matematiske diskusjonar. Elevar har synt at dei kan danne eigne, gjennomførbare problemstillingar, samt tilpasse desse undervegs når mindre delproblem oppstår. Problem posing er eit relativt nytt undervisingreiskap, og det trengs meir forsking som kan gje innsikt i feltet. Auka kunnskap om reiskapen problem posing, kan i matematikkfaget fungere tilpassande for opplæring, uavhengig av fagkompetanse eller problemløysingsferdigheiter.

Gjennom studien har eg sjølv fått auka innsikt i både grepet og omgrepet problem posing. Eg ser problem posing som eit reiskap som kan bygge på elevar sine interesser, skape nysgjerrigheit, og som kan skape engasjerte og inkluderande elevdiskusjonar på tvers av faglig kompetanse. Eg håpar oppgåva kan inspirera og motivere lærarar til å prøve ut problem posing, då potensialet som ligg i reiskapen, frå eit elevperspektiv, vert sett som verdifull. I det vidare løp hadde det vore spennande å undersøke den vidare på effekten av problem posing.

Litteraturliste

Barbosa, J. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *The International Journal on Mathematics Education, 38*(3), 293-301.

Blomhøj, M. (1992). *Modellering i den elementære matematikundervisning - et didaktisk problemfelt*. København: Danmarks Lærerhøjskole, Matematisk Institut.

Blomhøj, M. (2003). Modellering som undervisningsform *Kan det virkelig passe? Om matematiklæring* (s. 51-71). København: L&R Uddannelse Forlag Malling Beck.

Blomhøj, M. & Kjeldsen, T. H. (2011). Students' reflections in mathematical modelling projects. I G. Kaiser, W. Blum, R. R. Borromeo Ferry, & G. Stillmann (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling.* (s. 385–396). Utgjevnad: Springer.

Bonotto, C. (2013). Realistic Mathematical Modeling and Problem Posing. I R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (s. 399-408): Springer Netherlands.

Botten, G. (2011). *Meningsfylt matematikk - nærhet og engasjement i læringen*. Bergen: Caspar Forlag.

Brattenborg, S. & Engebretsen, B. (2007). *Innføring i kroppsøvingsdidaktikk*. Krisitansand: Høyskoleforlaget.

Brown, S. I. & Walter, M. I. (2005). *The Art of Problem Posing*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education*. London: Routledge.

Duncker, K. (1945). On Problem-Solving. *Psychological Monographs, 58*, i-113.

Einstein, A. & Infeld, L. (1938). *The evolution of physics: the growth of ideas from early concepts to relativity and quanta*. New York: Simon & Schuster.

Ellerton, N. F. (1988). Exploring children's perception of mathematics' through letters and problems written by children. I A. Borbas (Ed.), *Proceedings of the twelfth International Conferance for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, s. 280-287). Vespzprem (Ungarn): International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Ellerton, N. F. (2013). Engaging Pre-Service Middle-School Teacher-Education Students in Mathematical Problem Posing: Development of an Active Learning Framework. *Educational Studies in Mathematics*(1), 87-101.

English, L. D. (2010). Young children's early modelling with data. *Mathematics Education Research Journal, 22*(2), 22-47.

Erfaring. (2009). Store Norske Leksikon. Henta 19.mai, frå https://snl.no/erfaring

Erfjord, I. (2005). Matematisk modellering. *Tangenten, Inspirasjonsheftet*, 115-121.

Evans, J. (1999). Building Bridges: Reflections on the problem of transfer of learning in mathematics. *An International Journal, 39*(1), 23-44.

Fangen, K. & Sellerberg, A.-M. (2011). *Mange ulike metoder*. Oslo: Gyldendal akademisk.

Fyhn, A. B. (2006). A Climbing Girl's Reflections about Angles. *Journal of Mathematical Behavior, 25*(2), 91-102. Henta 14.des 2015, frå http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0732312306000113

Garcia, F., Pérez, J., Higueras, L., & Casabó, M. (2006). Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics. *The International Journal on Mathematics Education, 38*(3), 226-246.

Gravemeijer, K. (1997). Solving word problems: A case of modelling? Commentary. *Learn Instruction, 7*(4), 389-397.

Hansen, R. (2009). Modellering og kritisk demokratisk kompetanse. *Tangenten, 23*(4), 22-28.

Hansen, R. (2010). Modeller, miljø og kritisk demokratisk kompetanse. *Tangenten, 24*(3), 29-35.

Hauge, K. H., Sørngård, M. A., Vethe, T. I., Hagen, A. A., Bringeland, T. A., & Sumstad, M. S. (2015). (Under publisering). Critical reflections on temperature change. *Proceedings of 9th congress of European research on mathematics education*. Praha: CERME9

Jacobsen, D. I. (2005). *Hvordan gjennomføre undersøkelser? Innføring i samfunnsvitenskapelig metode*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Julie, C. (2002). Making Relevance Relevant in Mathematics Teacher Educator. I I. Vakalis, D. H. Hughes, D. Quinney, & C. Kourouniotis (Eds.), *Proceedings of 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics*. New York: Wiley.

Kaiser, G., Blomhøj, M., & Sriraman, B. (2006). Towards a didactical theory for mathematical modelling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38*(2), 82-85.

Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education, 38*(3), 302-310.

Kipling, R. (1987). *Just so stories*. Harmondsworth: Puffin Books.

Krumsvik, R. J. (2014). *Forskingsdesign og kvalitativ metode: ei innføring*. Bergen: Fagbokforlaget.

Kunnskapsdepartementet. (2013). *Læreplanen i matematikk (MAT1-04)*. Oslo: Utdanningdirektoratet Henta 14.mai 2015, frå: http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskingsintervju*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.

Larsen, A. K. (2007). *En enklere metode - veiledning i samfunnsvitenskapelig forskningsmetode*. Bergen: Fagbokforlaget.

Lesh, R. & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. I R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (s. 3-34). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Malaspina, U., Mallart, A., & Font, V. (2015). Development of Teachers' Mathematical and didactic Competencies by Means of Problem Posing. *Proceedings of 9th congress of European research on mathematics education*. Praha: CERME9

Mellin-Olsen, S. (1996). Oppgavediskursen i matematikk. Rekonstruksjon av en diskurs. *Tangenten, 7*(2), 9-15.

Moschkovich, J. N. (2002). An Introduction to Examining Everyday and Acadamic Mathematical Practises *Journal for Research in Mathemathics Education. Monograph* (Vol. 11, s. 1-11). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Mousoulides, N. G., Christou, C., & Sriraman, B. (2008). A Modeling Perspective on the Teaching and Learning of Mathematical Problem Solving. *Mathematical Thinking and Learning, 10*, 293-304.

Niss, M. (1999). Aspects of the Nature and State of Research in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics, 40*(1), 1-24.

Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. I A. Gagatsis & S. Papastavridis (Eds.), *3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education 3-5 January 2003* (s. 115-124). Athen: Hellenic Mathematical Society.

Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring - Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark.* Henta 04.feb 2015, frå http://pub.uvm.dk/2002/kom/hel.pdf

Nordberg, G. (1992). Problemløsning i matematikk : nye muligheter - nye utfordringer. Kristiansand: Pedagogisk senter.

Opplevelse. (2009). Store Norske Leksikon. Retrieved 19.mai, 2015, frå https://snl.no/opplevelse

Pinter, K. (2012). *On Teaching Mathematical Problem-Solving and Problem Posing.* (Doktorgradsavhandling), University in Szeged, Ungarn.

Pólya, G. (2004). *How to solve it : a new aspect of mathematical method Princeton science library* Henta 12.jan 2015, frå http://is.muni.cz/el/1441/podzim2013/MA2MP_SMR2/um/polya--how_to_solve_it.pdf

Silver, E. A. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics, 14*(1), 19-28.

Singer, F., Ellerton, N., & Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: new questions and directions. *An International Journal, 83*(1), 1-7.

Skovsmose, O. (2001). Landscapes of Investigation. *International Journal of Mathematics Education, 33*(4), 123-132.

Skovsmose, O. & Blomhøj, M. (2006). *Kunne det tænkes?: om matematiklæring*. Albertslund: Malling Beck.

Stoyanova, E. & Ellerton, N. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics *Technology in mathematics education* (s. 518-525). Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.

Svorkmo, A.-G. (2007). *Rike matematiske problemer og spørsmålsformuleringer i matematikkundervisningen: hvordan kan samspillet mellom disse fremme 11-åringers matematiske resonnementer?* (Masteroppgåve Trondheim). Henta 5.jan 2015, frå http://brage.bibsys.no/xmlui/handle/11250/148783

Utdanningsdirektoratet. (2011). *Generell del av læreplanen*. Henta 2.mars 2015, frå: http://www.udir.no/Lareplaner/Kunnskapsloftet/Generell-del-av-lareplanen/.

Vethe, T. I., Sørngård, M. A., Hagen, A. A., Bringeland, T. A., Sumstad, M. S., & Hauge, K. H. (2015). Kritiske refleksjoner rundt den globale temperaturutviklingen. *Tangenten (Manuskript innsendt for publisering)*.

Winograd, K. (1991). *Writing, Solving, and Sharing Original Math Story Problems: Case Studies of Fifth Grade Children's Cognitive Behavior*. Upublisert Manuskript. Universitetet i Nord-Colorado.

Wyndhamn, J. & Säljö, R. (1997). Word Problems and Mathematical Reasoning--A Study of Children's Mastery of Reference and Meaning in Textual Realities. *Learning and Instruction, 7*(4), 361-382.

Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning.* (Doktoravhandling), NTNU, Trondheim.

Vedlegg

Vedlegg 1: Foreldreskriv

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"Fysisk aktivitet og matematikk.

Skaffe innsikt i hvordan fysisk aktivitet

kan virke inn på elevers matematiske læring"

Bakgrunn og formål
Mitt navn er Tor Inge Vethe, og er mastergradsstudent i "Undervisningsvitenskap med fordypning i matematikk", ved Høgskulen i Bergen. I media blir det ofte etterlyst en mer aktiv og praksisnær matematikkundervising. Jeg ønsker i masteroppgaven å se etter hvordan praksis- og virklighetsnær undervising kan virke inn på kvaliteter ved elevers læring i matematikk. For å undersøke dette planlegger lærer og jeg i samarbeid et prosjekt der fysisk aktivitet blir nyttet som utgangspunkt for matematikkundervising.

Hva innebærer deltakelse i studien?
Undervisningen vil starte med en tur til [redacted]. Som en del av undervisningen i matematikk skal elevene jobbe i grupper der de løser et selvvalgt problem rettet mot [redacted]. Elevene avslutter prosjektet med en ny tur til [redacted] der de får prøve ut løsningene på problemet de valgte å løse. Prosjektet, inkludert turer til [redacted] vil foregå i skuletiden, og elevene skal, om ikke annen beskjed blir gitt, møte på skolen.

Jeg ønsker som en del av min masteravhandling å ta notater og lydopptak av diskusjonene knytt til prosjektet. Det vil også bli tatt korte gruppeintervju. Intervjuene vil vare rundt 15min. Intervjuene foregår på skolen, i skoletiden, og vil i praksis vere en samtale om deres opplevelse av fysisk aktivitet i matematikkundervisningen. Klasselærer vil vere delaktig i prosjektet som lærer og samarbeidspartner. 6.trinn ved [redacted] vil bruke matematikkundervising (og kroppsøvingstimer) på prosjektet. Om ønskelig er det mulig å se intervjuguide.

Hva skjer med informasjonen om deg?
All informasjon vil bli annonymisert ved transkribering. Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Både klasselærer og masterstudent vil ha tilgang til opplysningene, men det er kun masterstudent som vil ha tilgang til lydopptak. Når intervju er transkribert vil lydopptak slettes. Det skal ikke kunnes kobles tilbake til elev eller skole.

Etter samtale med Norsk Samfunnsvitenskapelig Datatjeneste A/S (NSD), ble prosjektet (slik det er presentert) ikke funnet meldepliktig. Prosjektstart er 1.des 2014, og avsluttes 12.des.2014.

Frivillig deltakelse
Undervisningen er obligatorisk, men det er frivillig å delta i mastergradsstudien. Du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg undervegs, vil all data så godt som det lar seg gjøre, bli utelatt frå studien.

Dersom du har spørsmål til studien, ta kontakt:

Tor Inge Vethe på 99 35 35 87 / ti.vethe@gmail.com,

Veileder 1: Suela Kacerja tlf: 55 58 59 65, eller e-post: suela.kacerja@hib.no
Veileder 2: Toril Eskeland Rangnes tlf: 55 58 57 11, eller e-post: toril.eskeland.rangnes@hib.no

Samtykke til deltakelse i studien

Lever til [redacted] på skolen

Til elev:

"Jeg, ... , har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta i undersøkelsen"
(navn, elev)

(Signatur av elev, dato)

Til foresatte:

"Jeg/ vi, ... , har mottatt informasjon om studien, og tillater at barnet vårt
(navn, foresatte)
deltar i undersøkelsen"

(Signatur av foreldre / foresatte, dato)

Intervjuguide

Intervjuguiden er meint som igangsetter for gruppesamtale der målet er innsikt i fysisk aktivitet som reiskap i eit modelleringsprosjekt.

- Hvordan går prosjektet? Samarbeidet? (fordeling av arbeid, diskusjoner, osv)
- Hvordan er det å jobbe med en problemstilling dere selv har laget? Fordeler / bakdeler contra å jobbe med ferdige problemstillinger?
- Hvordan bruker dere skuleområdet når dere arbeider med prosjektet?
- Bruker dere eksempel når dere diskuterer? i så fall, hvilke? Hvorfor / hvorfor ikke?
- Opplever du noe nytte av fysisk aktivitet i prosjektet? Eksempel? Hvordan?
- Hvordan påvirker fysisk aktivitet måten du lærer?
- Hvordan bruker dere det dere lærer utenfor skolen?
- Beskriv din drømmematematikktime :)

Vedlegg 3: Observasjonsskjema

XX.XX.2014: Datainnsamling, X'te økt

Observasjon	**Kommentar:**