Høgskolen i Bergen

Masteravhandling

M120UND509

Predefinert informasjon

Startdato:	12-05-2016 17:06	**Termin:**	2016 VÅR
Avslutningsdato:	18-05-2016 12:00	**Karakterform:**	Norsk 6-trinnsskala (A-F)
SIS-kode:	M120UND509 1 MG	**Studiepoeng:**	45
Eksamensform:	Masteravhandling		
Intern sensor:	Tamsin Jillian Meaney		

Student

Navn:	Ørjan Svaland Aas
Kandidatnr.:	106
HiB-Id:	h146674@hib.no

Informasjon fra deltaker

Jeg godkjenner avtalen om tilgjengeliggjøring av masteroppgaven min i BORA:	Valgt

HØGSKOLEN I BERGEN

BERGEN UNIVERSITY COLLEGE

Elevers forståelse av måling av lengde

Students` understanding of measurement of length

Ørjan Svaland Aas

Master i undervisningsvitenskap med fordypning i matematikk

Institutt/program for

lærerutdanning

Innleveringsdato 18.05.2016

Forord

Det å skrive en masteroppgave har vært en lang prosess med både oppturer og nedturer. Nå er jeg i mål, og gleder meg til å bruke alt jeg har lært i arbeidet som lærer.

Jeg ønsker å takke alle som har hjulpet meg i prosessen. Noen må spesielt nevnes:

Jeg vil først takke Mona Røsseland for at vi fikk lov til å være med som aktive deltakere i PhD prosjektet ditt. Det har vært interessant og lærerikt og skrive denne masteroppgaven som en del av et større prosjekt med ulike innfallsvinkler.

Jeg vil takke veilederne mine Suela Kacerja og Troels Lange for gode tilbakemeldinger og veiledning underveis i arbeidet med masteroppgaven. Når jeg har følt jeg har stått fast i arbeidet med oppgaven har dere kommet med gode råd og tips om veien videre.

Jeg vil også takke den faste gjengen på lesesalen for godt selskap i pausene og mamma for korrekturlesing av oppgaven.

Ørjan Svaland Aas

Bergen, Norge

13.05.2016

Sammendrag

I denne masteroppgaven har jeg sett på hvilken forståelse elever i 5. klasse har for det matematiske temaet lengdemåling. Jeg har brukt variasjonsteorien som mitt teoretiske rammeverk. For å få en dypere innsikt i elevenes forståelse, har jeg sett på hvilke kritiske aspekter elevene har klart å skille ut, og hvilke de ikke har klart å skille ut. På den måten har jeg fått innsikt i årsaker til at noen elever har problemer med løse oppgaver innenfor lengdemåling.

Jeg har kommet frem til resultatene ved å analysere svarene som elevene gav på en diagnostisk test. Det var tre skoleklasser som gjennomførte testen. I tillegg har jeg analysert intervjuer hvor 10 av elevene begrunner hvorfor de har svart som de har gjort på testen. Tre av intervjuene er analysert i dybden. Fra de sju andre intervjuene legger jeg fram en oppsummering av resultatene.

Jeg har studert matematikkdidaktisk forskningslitteratur om lengdemåling, og på bakgrunn av det kommet med noen hypoteser om hva som er de kritiske aspektene. Funnene i denne oppgaven viser at det er forskjellige kritiske aspekter for elevene. Alle de kritiske aspektene jeg hadde funnet frem til ved å lese faglitteratur, viste det seg også at det var noen av elevene som hadde problemer med.

Alle oppgavene hvor det kommer frem på pretesten at elevene har skilt ut det kritiske aspektet, viser også intervjuene at elevene har skilt ut det kritiske aspektet. Analysen av intervjuene viser at elevene har større forståelse for de kritiske aspektene enn det som fremkommer på testen. Selv om det er for lite datamateriale til å generalisere resultatene vil jeg på bakgrunn av dette stille spørsmål ved om elevene får vist all forståelsen de har innenfor emnet lengdemåling på en test.

Abstract

In this thesis, I have focused on the understanding students in 5th grade have of the mathematical topic measurement of length. I have used variation theory as my theoretical framework. To get a deeper insight into their understanding, I looked at which critical aspects students have managed to distinguish, and which they were not able to distinguish. By doing so, I gained insight into why some students have trouble solving tasks within the topic, measurement of length.

I arrived at my results by analyzing the the students answers to a diagnostic test. Three classes conducted the diagnostic test. In addition, I analyzed interviews, where 10 of the students who participated in the diagnostic test, justified why they answered the test questions the way they did. Furthermore, I did an in-depth analysis of all 10 interviews and presented them in the thesis, and chose to present three of them in detail and a summary of the remaining seven.

From studying mathematics education research literature on the topic measurement of length, I formulated hypotheses of what might be the critical aspects. The findings of my study shows, that students have difficulties with different kinds of critical aspects. It also turned out that the critical aspects the students have issues with, were the same critical aspects I discovered by reading literature.

In my results, it appears that in all of the cases where the students have distinguished the critical aspects of a task in the diagnostic test, they also distinguished the critical aspects during the interview. My in-depth analysis of the interviews show that the students have a greater understanding of the critical aspects than what appears in the test. Although there is insufficient data to generalize my results, I raise the question whether students are able to show their full understanding of the critical aspects in a diagnostic test.

Innholdsfortegnelse

Forord **2**

Sammendrag **3**

Abstract **4**

Innledning **7**

Problemformulering 8

Teoretisk grunnlag **10**

Måling som tema i matematikk 10

Måling av lengde 11

Oppdeling (Partioning) *12*

Gjentakelse av enhet *12*

Transitivitet *12*

Konserververing *13*

Akkumulering av avstand *13*

Fenomenografien: 13

Variasjonsteori 17

Læringsobjektet: *17*

Kritiske aspekter *18*

Variasjonsmønster *20*

Kritiske aspekter innenfor måling av lengde 24

Metode **29**

Datainnsamlingen 29

Det større forskningsprosjektet denne oppgaven er en del av: *29*

Utvalget 35

Undersøkelsens troverdighet 35

Forskningsetikk 37

Analyse av elevenes kritiske aspekter ved måling av lengde **38**

Hvilke kritiske aspekter viser testen at elevene har problemer med? 39

Analyse av elevintervjuene....45

Elev A 46

Elev B 56

Elev C 69

Diskusjon 81

Hva har jeg funnet ut 81

Oppsummering av de kritiske aspektene til elev A, B og C....81

Oppsummering av de kritiske aspektene til elev D-J 84

Noen avsluttende refleksjoner 86

Bibliografi 88

Innledning

”I dag går nesten én av fire elever ut av ungdomsskolen uten å kunne regne skikkelig” (Regjeringen, 2015). Overskrifter som dette om norske elever som gjør det dårlig i matematikk, er etter hvert blitt vanlig i norske medier. Diskusjonen om hvorfor norske elever gjør det dårlig dukker opp med jevne mellomrom, som regel i forbindelse med at resultatene på nasjonale og internasjonale tester blir offentliggjort. I etterkant av at jeg var ferdig med datainnsamlingen til denne oppgaven, dukket det opp en artikkel i Aftenposten om Engebråten skole i Oslo som hadde gode resultater i matematikk (Tessem, 2015). I denne artikkelen kommer det blant annet frem at lærerne der har hentet inspirasjon fra sørøst-Asia og fokuserer på at elevene skal lære matematikk ved hjelp av dybdelæring. Kunnskapsminister Torbjørn Røe Isaksen sier i artikkelen: ”Vi bør følge Sør-Koreas eksempel ved å gå mer i dybden i de matematiske emnene. Vår norske læreplan er full, og lærerne opplever at de må haste videre. Han mener at ”dybdelæring skal bidra til at elevene behersker sentrale deler i fagene bedre, og lettere kan overføre læring fra et fag til et annet og til andre situasjoner” (Regjeringen, 2015). Målet med dette er å få flere elever opp på de høyeste mestringsnivåene på internasjonale tester. Om vi ser på de nasjonale prøvene er måling det matematiske området der elevene gjør det dårligst (Ravlo, Vinje, Johansen, & Åsenhus, 2014).

Dybdelæring bygger på det Skemp (1976) kaller for relasjonell forståelse. Skemp skiller mellom instrumentell og relasjonell forståelse. Instrumentell forståelse er å ha kunnskap om regler og prosedyrer og vite hvordan man bruker reglene og prosedyrene for å løse oppgaver. Relasjonell forståelse er at man i tillegg til å ha kunnskap om hva man skal gjøre, også vet hvorfor man gjør det. Her er ikke målet å lære seg reglene, men heller å finne ut hvorfor reglene fungerer, betydningen av begreper og symboler og hvilke relasjoner det finnes mellom ulike representasjoner.

Jeg vil i denne oppgaven bruke variasjonsteorien som mitt teoretiske rammeverk for å komme i dybden på hvordan elevene forstår lengdemåling. Tankene bak variasjonsteorien er utviklet av forskere i Sverige og Hong Kong, og har mye til felles med det lærerne på Engebråten skole hadde gode resultater med i Norge. Det sentrale innenfor variasjonsteorien er å fokusere

på hva elevene skal lære (læringsobjekt). Når elevene skal lære noe, er det forskjellige aspekter det kan fokuseres på. Noen aspekter har betydning for hvordan en skal løse en oppgave, mens andre aspekter ikke har betydning. Dersom en skal finne vinkelsummen til en figur, vil et viktig aspekt være hvor mange sider figuren har. Fargen og størrelsen til figuren vil ikke spille noen rolle. I variasjonsteorien blir de aspektene som er viktig for å komme frem til rett svar kalt for de kritiske aspektene. For at elevene skal lære det en ønsker, fokuserer variasjonsteorien på å finne de kritiske aspektene. For å få frem disse, er det viktig å skape et variasjonsmønster. Dette er nødvendig for at elevene skal få oppleve forskjellige kritiske aspekter ved læringsobjektet. For at elevene skal klare å skille ut de kritiske aspektene, er det viktig at de oppdager dem selv, og ikke bare blir fortalt hva som er det kritiske aspektet. Når elevene selv oppdager det kritiske aspektet, vil de huske det bedre enn om noen forteller dem hva som er det kritiske aspektet. Ved å arbeide på denne måten blir det mulig for læreren å gå i dybden slik kunnskapsminister Røe Isaksen ønsker at matematikkundervisningen i Norge skal være.

Jeg ønsker i denne oppgaven å se på hvilken forståelse elever på 5. trinn har av det matematiske temaet lengdemåling. Dette vil jeg gjøre for å få innsikt i de utfordringer elever har når de skal tilegne seg forståelse for lengdemåling. Denne innsikten håper jeg kan inspirere lærere som underviser om lengdemåling når de planlegger undervisningen sin. Det er tidligere skrevet en del innenfor dette området for eksempel (Kamii, 2006); (McCool & Holland, 2012); (Støren, 2001); (Thompson & Preston, 2004).

Resultatene på nasjonale og internasjonale tester (for eksempel TIMSS, PISA og Nasjonale prøver) blir ofte brukt i debatten om hvor flinke elevene er matematikk. Derfor ønsker jeg i denne oppgaven å se på om elevene viser samme forståelse på testene de har gjennomført, som de viser i intervjuene i etterkant av testene.

Problemformulering

På bakgrunn av dette er jeg komme frem til at hensikten med denne oppgaven er:

Å få innsikt i hvilke kritiske aspekter som er de vanligste innenfor det matematiske emnet lengdemåling blant elever i 5 klasse, og om elevene viser lik forståelse i intervjuene som på testene.

Forskningsspørsmålene jeg ønsker å se på i denne oppgaven er:

- Hvilke kritiske aspekter har elevene klart å skille ut, og hvilke har de problemer med å skille ut?
- Er det forskjell i de kritiske aspektene som kommer frem på intervjuene og på pretesten?

Teoretisk grunnlag

I denne delen av oppgaven vil jeg først presentere tidligere forskning innenfor måling og presentere viktige begreper innenfor lengdemåling. Deretter vil jeg komme med en innføring i fenomenografien og variasjonsteorien. Et av de sentrale elementene innenfor variasjonsteorien er å oppdage elevenes kritiske aspekter. Derfor vil jeg i tredje delen av teoridelen se på hvilke kritiske aspekter som er vanlig innenfor måling av lengde. Her kobler jeg sammen tidligere forskning innenfor lengdemåling med begrepene fra variasjonsteorien. Dette vil utgjøre rammeverket som jeg bruker når jeg skal analysere hvilken forståelse elevene har av lengdemåling, og deretter analysere om det er en forskjell i resultatene som fremkommer fra intervjuene i forhold til resultatene som kommer frem på pretesten.

Måling som tema i matematikk

Det matematiske hovedområdet som denne masteroppgaven omhandler er som tidligere nevnt måling. I rapporten om de norske resultatene fra TIMSS undersøkelsen i 2003 blir måling definert slik:

> Måling er knyttet til det å tilordne en numerisk verdi til et objekt. Ulike objekter har ulike kvantifiserbare aspekter. Linjesegmenter har for eksempel lengde, et avgrenset plan (planregion) har areal, og fysiske objekter har masse. Det å lære om målinger begynner med en erkjennelse av behovet for å sammenlikne, i tillegg til at man innser at ulike ting må måles med forskjellige enheter." (Grønmo, Bergem, Kjærnsli, Lie, & Turmo, 2003)

Det større forskningsprosjektet som denne oppgaven er en del av, fokuserte på måling av lengde, omkrets og areal. Som redegjort i innledningen har jeg i denne oppgaven valgt å fokusere på måling av lengde.

Måling er et av fire hovedområder i læreplanen for grunnskolen i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2006). Kompetansemålene elevene skal oppnå innenfor måling av lengde og omkrets når de er ferdige med 7. klasse er:

- Gjere overslag over og måle storleikar for lengd, areal, masse, volum, vinkel og tid og bruke tidspunkt og tidsintervall i enkle berekningar, diskutere resultata og vurdere kor rimelege dei er
- Forklare oppbygginga av mål for lengd, areal og volum og berekne omkrins, areal, overflate og volum av to- og tredimensjonale figurar

(Utdanningsdirektoratet, 2006)

Det er to kompetansemål som er aktuelle i kunnskapsløftet når det gjelder måling. Det ene kompetansemålet går ut på å kunne gjennomføre målinger, mens det andre går ut på å kunne forklare hvordan målesystemet er bygd opp.

I likhet med kunnskapsløftet, mener Thompson og Preston (2004, pp. 514-515) at måling er en grunnleggende ferdighet innenfor matematikk. De skriver at måling er et av de temaene elevene internasjonalt gjør det dårligst på i TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) og NAEP (The National Assessment of Educational Progress) undersøkelsene. NAEP undersøkelsen er gjennomført i USA, mens TIMSS undersøkelsen er gjennomført i mange ulike land.

Resultatene på de nasjonale prøvene for 8. og 9. trinn viser at også norske elever sliter med måling. De nasjonale prøvene i regning er delt opp i tre hovedområder (måling, tall og statistikk). På de nasjonale prøvene er måling det emnet som elevene på mellomtrinnet gjør det dårligst i. (Ravlo, Vinje, Johansen, & Åsenhus, 2014, p. 8)

Måling av lengde

Clements og Stephan (2004) definerer lengde som ”a characteristic of an object and can be found by quantifying how far it is between the endpoints of the object” (Clements & Stephan, 2004, p. 300). Dersom vi ser denne definisjonen i tilknytning til definisjonen for måling som ble brukt i TIMSS undersøkelsen kan vi si at det er to hovedmål for måling av lengde. Det ene er å kunne kvantifisere hvor langt det er fra et objekt til et annet, og det andre er å kunne sammenligne lengden på ulike objekter.

(Jess, Skott, & Hansen, 2008, p. 248) argumenterer for at måling består av 3 deler:

1. Å bestemme seg for hvilke(n) enhet(er) det skal måles med
2. Å benytte enheten(e) det nødvendige antall ganger for å dekke den gjeldende avstanden
3. Å angi lengden som det antall ganger enheten er benyttet

Ut fra dette kan det ved første øyekast virke som om måling av lengde er enkelt, og noe alle får til. Clements & Stephan (2004) bygger ut denne definisjonen og mener at for å forstå lengdemåling er det fem ulike konsept man må forstå.

Oppdeling (Partioning)

Med oppdeling (partioning) menes det den mentale prosessen å dele opp et objekt i like store deler. Dette refererer til at et objekt kan deles opp i mindre deler. Om du har et objekt og deler det opp, vil det ikke ha noe å si for hvor stort objektet er. Om vi ser på en meterstokk som er delt opp i centimeter, er den like stor som en meterstokk som ikke er delt opp i centimeter.

En annen ting som ligger i oppdeling er at alle enheter kan bli delt i mindre enheter. Dette fører til at man ikke kan si at det finnes en minste måleenhet.

Gjentakelse av enhet

Gjentakelse av enhet (unit iteration) er evnen til å tenke på lengden av flere små enheter som en del av lengden til det større objektet som blir målt. Dersom en plasserer de små enhetene repeterende langs lengden av det større objektet vil en kunne måle det større objektets lengde. For at dette skal fungere er det viktig at enhetene blir plassert tett i tett og at det ikke er mellomrom mellom enhetene. Det er også viktig at enhetene som blir plassert etter hverandre, er like store.

Transitivitet

Transitivitet (transitivity) er forståelsen av at om lengden av objekt 1 er lik lengden av objekt 2, og lengden av objekt 2 er lik lengden av objekt 3, vil objekt 3 være like langt som objekt 1. Det samme gjelder om objekt 1 er lengre enn objekt 2, og objekt 2 er lengre enn objekt 3. Da vil objekt 1 være lengre enn objekt 3. Dette bruker man når man skal sammenligne lengden på to enheter. Man måler da objekt 1 først og marker ned hvor langt det rekker på objekt 2. Deretter måler man objekt 3 og ser hvor langt det rekker på objekt 2. Dersom objekt 3 rekker lenger på objekt 2 vil det ha større lengde enn objekt 1. Dette handler med andre ord om indirekte sammenlikning. Dersom man skal måle om flaggstangen er lenger enn klasserommet, kan man ikke ta den inn i klasserommet. Da er man nødt til å bruke et annet objekt for å sammenlikne lengden på flaggstangen og klasserommet.

Konserververing

Å konservere (conservation) vil innenfor lengdemåling si at en lengde er den samme uavhengig av hvordan vi deler den opp eller hvordan vi måler den (Støren, 2001, p. 18). Det er også forståelsen av at et objekt som blir flyttet ikke forandrer lengde. Om en ser to glass som er like høye ved siden av hverandre vil alle si at de er like høye. Dersom man flytter det ene glasset bak det andre vil det glasset som står foran se høyere ut en det glasset som står bak. En elev som ikke har utviklet forståelse for konseptet konservering vil da si at glasset som står foran er høyere enn glasset som står bak.

Akkumulering av avstand

Akkumulering av avstand (accumulation of distance) er forståelsen av at om du tar en enhet og gjentar den langs lengden av et objekt, og teller hvor mange ganger det gjentar seg; vil det tallet du kommer frem til betegne alt rommet som er dekket av alle enhetene som man har talt opp mellom de punktene man skal måle (Clements & Stephan, 2004, pp. 300-303). Dette kan eksemplifiseres med om man måler lengden på tavlen i klasserommet med en meterstokk. Siden tavlen er mer enn 1 meter lang vil det ikke være mulig å lese direkte av meterstokken hvor lang tavlen er. Man blir derfor avhengig av å legge meterstokken etter hverandre flere ganger. En elev som ikke har forståelse for accumulation of distance vil ikke forstå hvordan det er mulig å måle lengden på tavlen med bare en meterstokk, men vil si at man trenger flere meterstokker.

Fenomenografien:

Fenomenografien ble utviklet på universitet i Gøteborg av en forskningsgruppe som ble ledet av Ference Marton. De første tankene bak fenomenografien ble presentert på 1980 tallet. ”There is a limited number of qualitatively different ways in which that a phenomenon is experienced, conceptualized or understood. ”Phenomenography” has been suggested as a name for an empirical phenomenology aimed at describing such differences” (Marton, 1988, p. 1). Det finnes et begrenset antall måter som fenomen blir opplevd, begrepsliggjort eller forstått på. Fenomenografien forsøker å sette ord på og beskrive disse forskjellige måtene. Om du spør en elev hva som er lengdemåling, vil han mest sannsynlig svare at det er å bruke linjalen og måle fra et punkt til et annet. Om du derimot spør en matematikkdidaktikker om hva lengdemåling er vil han komme med et mye mer utfyllende svar. Det vil være forskjellig hvordan de oppfatter det samme begrepet. Slike forskjeller forsøker fenomenografien og

beskrive. Runesson (1999) forklarer det på denne måten: ”The object of phenomenographic research has been to identify and describe the various way in which people experience, understand or comprehend certain phenomenon in the world.” (p. 313). Målet innenfor fenomenografien kan en derfor si er å beskrive de ulike måtene folk opplever, forstår og forklarer et fenomen. Ved hjelp av fenomenografien kan en beskrive hvorfor folk har ulike oppfatninger av det, og hvordan man endrer oppfattelsen av et fenomen jo mer man lærer.

Innenfor fenomenografien blir læring sett på som ”a change in the learner´s capability of experiencing somethings in the world” (Marton & Fazey sitert i Runesson, 1999, p. 314). På den måten defineres læring som at det skjer en endring i måten en oppfatter et fenomen. En elev som lærer om omkrets, vil få endret oppfattelsen av hva lengdemåling er. Mens eleven tidligere har erfart at lengdemåling er å måle fra punkt A til punkt B, vil en når en måler omkrets, starte og stoppe på samme punkt under målingen. Man måler nå heller distansen rundt et objekt.

Marton (1988) skiller mellom tre former for kompetanse. Han skiller mellom ferdigheter (skills), kunnskap (knowledge) og forståelse (understanding). Med begrepet ferdigheter mener han hvordan vi handler. Med dette mener han å ha praktiske evner til å utføre en oppgave. Dersom en ikke klarer å måle nøyaktig nok, men har god kunnskap om hvordan man skal gjøre det, er det ferdighetene man må arbeide med. Kunnskap er det vi vet. Det vil si at man vet hvordan man skal gjøre en ting. Dersom man starter på 1 cm merket i stedet for på 0 når man måler med en linjal, og dermed konsekvent får 1 cm for langt på alle målingene, er det ikke ferdighetene til å måle som er problemet, men kunnskapen om hvordan man skal måle. Med forståelse mener Marton at man må vite hvorfor man gjør det man gjør. Marton skriver at det ”refers to the way in which the phenomena are discerned and apprehended” (Marton, 1988, p. 3). Med dette mener Marton at forståelse referer til måten et fenomen gir mening til noe, og hvordan man ser eller hører forskjeller og kan identifisere en bestemt del, eller identifisere deler av en helhet. Slik begrepet forståelse blir brukt i fenomenografien legges det vekt på hvilke aspekter, deler og relasjoner som blir oppdaget og fokusert på.

Marton (1988) mener at både kunnskap og ferdigheter bør bygge på forståelse av et tema. Dette mener han at man ikke lykkes med i skolen. ”A great number of investigations have led

to the conclusion that students in schools and universities fail to develop the understandings of the phenomena they learn about that are presupposed by the skills and knowledge they acquire." (Marton, 1988, p. 5). På den måten kritiserer Marton skolen for bare å utvikle ferdigheter og kunnskap. Dermed lærer elevene hva de skal gjøre og hvordan de skal gjøre det men ikke hvorfor de gjør det.

Måten Marton tenker om undervisning, kan sammenlignes med det som blir kalt for dybdelæring. Knutsen utvalget som ble satt ned for å "vurdere grunnopplæringens fag opp mot krav til kompetanse i et fremtidig samfunns- og arbeidsliv" (Ludvigsen, 2015, p. 5), peker på at det som må kjennetegne den fremtidige undervisningen i skolen i Norge er dybdelæring. Dybdelæring dreier seg om elevenes gradvise utvikling av forståelse av begreper, begrepssystemer, metoder og sammenhenger innenfor et fagområde. Dybdelæring innebærer at elevene utvikler sin evne til å analysere, løse problemer og reflektere over egen læring slik at de konstruerer en varig forståelse. (Ludvigsen, 2015, p. 14). Målet med dybdelæring er at elevene utvikler "helhetlig og varig forståelse innenfor et fag eller på tvers av fagområder" (Ludvigsen, 2015, p. 41). Om man sammenligner det med begrepene Marton bruker, legger også Knutsenutvalget vekt på at kunnskap og ferdigheter som blir utviklet i skolen, skal bygge på forståelse av det elevene lærer.

Skemp (1976) har også skrevet om det samme som Marton, men bruker andre begreper. Skemp skiller mellom instrumentell og relasjonell forståelse. Instrumentell forståelse er å ha kunnskap om regler og prosedyrer, og å vite hvordan man bruker reglene og prosedyrene for å løse oppgaver. Dette tilsvarer det Marton kaller for ferdighet og kunnskap. Relasjonell forståelse er at man i tillegg til å ha kunnskap om hva man skal gjøre, vet hvorfor man gjør det. Her er ikke målet å lære seg reglene, men heller å finne ut hvorfor reglene fungerer, betydningen av begreper og symboler, og hvilke relasjoner det finnes mellom ulike representasjoner (Skemp, 1976). Dette tilsvarer det Marton skriver om at kunnskap og ferdigheter bør bygge på forståelse.

Instrumentell forståelse er effektivt for å løse oppgaver som er på samme form som de man har lært å løse. Dersom oppgaven blir endret vil en elev som har instrumentell forståelse, slite mer med å løse oppgaven enn en elev som har utviklet en relasjonell forståelse for begrepene

oppgaven tester. Skemp (1976) skriver at fordelen med instrumentell matematikk er at det er en raskere vei for å komme frem til korrekt svar. Når man kommer raskere frem til rett svar vil det føre til at man raskere får belønning (i form av rett svar) og det kan virke motiverende for elevene. Relasjonell forståelse har fire fordeler. Den første fordelen er at det er lettere å tilpasse kunnskapen til nye oppgaver, den andre er at det er lettere å huske det man har lært når man har forstått bakgrunnen for det man skal huske. Den tredje fordelen er at det kan virke motiverende for elevene å forstå det de gjør. Den fjerde fordelen er at man ifølge Skemp ønsker å finne ut mer og dermed begynner å søke i og oppdage nye områder. Skemp (1976) argumenterer for at matematikkundervisningen skal legges opp med mål om å utvikle relasjonell forståelse hos elevene.

Botten (2003) bruker ikke begrepene instrumental og relasjonell forståelse, men skriver om mye av det samme. ”Vi må legge opp til en undervisning der elevene lærer gjennom forståelse, slik at de, når de får et matematisk problem eller en matematikkoppgave, tenker gjennom problemet og ikke bare febrilsk prøver å erindre hvordan læreren sa de skulle løse slike problemer eller oppgaver” (Botten, 2003, p. 90). På den måten argumenterer også han for at elevene skal utvikle en relasjonell forståelse for matematikken.

Derfor kan man si at både Marton, Knutsenutvalget, Skemp og Botten argumenterer for mye av det samme, men at de bruker ulike begreper. Alle mener at elevene må forstå det de gjør, og ikke bare pugge prosedyrer og regler. I analysedelen har jeg valgt å ta utgangspunkt i begrepene som Marton bruker.

For å lykkes med å skape forståelse, og ikke bare kunnskap og ferdigheter, skriver Marton (1988, p. 22) ”If we want to change the students´ understanding of a phenomenon, it seems only reasonable to expect that insights into how the students actually understand that phenomenon will be helpful”. Det vil si at for å gi elevene bedre forståelse for ett fenomen vil det hjelpe oss å ha innsikt i hvordan elevene forstår et fenomen. Når man vet hvordan elevene forstår fenomenet det skal undervises i, kan man planlegge hvordan man skal lære bort ny og utvidet forståelse av fenomenet. Da kan man fokusere på de aspektene og delene av elevens forståelse som skiller seg fra måten man ønsker at elevene skal se et fenomen på.

Variasjonsteori

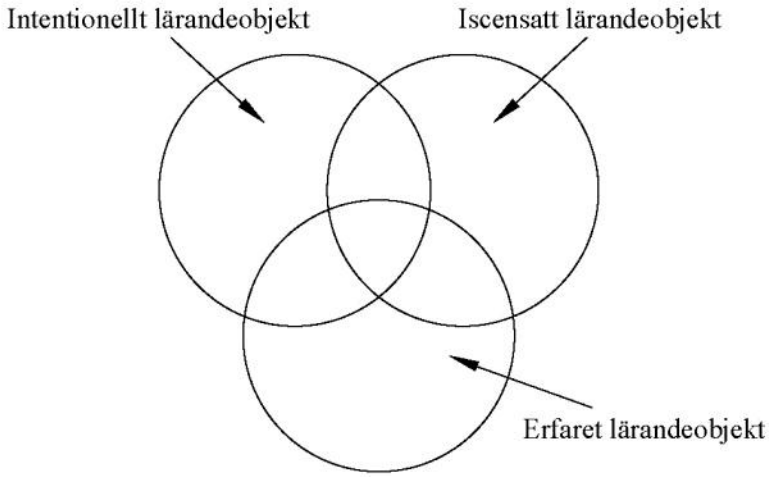
Med bakgrunn i fenomenografien er variasjonsteorien utviklet. I forordet skriver Ference Marton ”Den som bare vet hva England er kan, inte veta hva England er” og ”Om du bare har hørt engelsk hele livet, kan du ikke veta hva ”engelska” innebær” (Ling, 2014, p. 7). Med dette mener Marton at for å vite hva noe er, må man vite hva det ikke er. Uansett hvor mye engelsk man hører, vil man ikke få en forståelse av hva det er før man hører et annet språk og kan si hva som ikke er engelsk. Gustavsson (2008, p. 18) skriver at grunntanken bak variasjonsteorien er at man får ”förståelsen av något genom att den lärande erfar hur något skiljer sig från något annat”. Innenfor variasjonsteorien er hovedfokus hva man skal lære. Dette blir kalt for læringsobjektet.

Læringsobjektet:

Ling (2014, pp. 66-67) skiller mellom tre former for læringsobjekt i undervisningen:

- Det planlagte læringsobjektet
- Det iscenesatte læringsobjektet
- Det erfarte læringsobjektet

Det planlagte læringsobjektet (intensjonelt læringsobjekt) er det læreren på forhånd planlegger å legge til rette for at elevene skal lære i løpet av en undervisningsøkt. **Det iscenesatte læringobjektet** er det læreren faktisk underviser i løpet av undervisningsøkten. Læreren kan endre det planlagte læringsobjektet sitt på bakgrunn av observasjoner og erfaringer som gjøres underveis i timen for at elevene skal lære mest mulig. Som regel går ikke en time helt som planlagt, og derfor blir det iscenesatte læringsobjektet ofte litt annerledes enn det planlagte læringsobjektet. **Det erfarte læringsobjektet** er det læringsobjektet elevene faktisk erfarer i løpet av timen. Elevene har ulike forhåndskunnskaper og derfor blir læringsobjektet oppfattet ulikt av forskjellige elever. Det er heller ikke sikkert læreren klarer å få frem det læringsobjektet han prøver, og derfor kan elevene oppfatte et annet læringsobjekt enn det læreren prøver å formidle.



Figur 1. Lärandeobjekt (efter en figur av Häggström, 2008, s. 54 referert i Wernberg, 2009)

Figur 1 Læringsobjekt – Sammenheng mellom det planlagte, iscenesatte og erfarte læringsobjektet. Området som overlapper er der hvor det planlagte, iscenesatte og erfarte læringsobjektet er det samme.

Forholdet mellom det planlagte, iscenesatte og erfarte læringsobjektet viser Häggström i modellen over. Målet er at området i midten hvor alle tre sirklene møtes er størst mulig. Dette er området hvor det planlagte læringsobjektet er både iscenesatt og erfart i løpet av timen.

Kritiske aspekter

Ling (2014, p. 29) skriver at de fleste lærere tror at dersom de forklarer innholdet tydelig og klart for elevene sine, vil de få samme forståelse av læringsobjektet som det læreren har. I variasjonsteori er tanken at det finnes flere måter å se et læringsobjekt på. Forskjellen mellom det iscenesatte læringsobjektet og det erfarte læringsobjektet kan skape et kritisk aspekt. Et kritisk aspekt kan også bli skapt ved at det er en motsetning i det læringsobjektet eleven har opplevd tidligere og det som blir lært nå. Dersom en elev først blir undervist i hvordan han måler en lengde med en vanlig linjal, mens neste gang blir undervist i hvordan man kan måle uten å bruke en linjal, kan det skape en motsetning. Etter første time kan denne eleven tenke at måling er det samme som å bruke en linjal. Dette vil da bli et kritisk aspekt når læringsobjektet i neste time er å lære seg å måle uten å bruke linjal. Dersom læreren har timen hvor elevene målte med linjal i bakhodet, vil læreren forstå hvorfor dette blir et kritisk aspekt. Det er derfor viktig å skille ut de kritiske aspektene slik at læreren ser hvor feiloppfatningen til elevene ligger, og hvorfor de ikke forstår det læreren forklarer.

Det som innenfor variasjonsteorien blir kalt for kritiske aspekter tilsvarer det som i mye annen

litteratur blir kalt for misoppfatninger. Brekke forklarer hva en misoppfatning er på denne måten.

> ”Me kaller ufullstendige tanker knytte til eit omgrep for misoppfatningar. Det er viktig å forstå skildnaden på dei feila elevane gjer, og dei misoppfatningane dei har. Ein feil kan komme meir eller mindre tilfeldig, fordi ein ikkje er merksam nok eller ikkje les oppgåva godt nok osv. Misoppfatningar er ikkje tilfeldige. Bak dei ligg det ei bestemt tenkning – ein ide som ein bruker nokså konsekvent” (Brekke, 1995, p. 10)

Smith, DiSessa, & Roschelle (1993, p. 115) skriver at en misoppfatning er forskjellen mellom ekspertens syn på matematikk og nybegynnerens syn på matematikk. I en skolesetting vil læreren være eksperten og elevene nybegynnerne. Om man finner ut hvilken misoppfatning elevene har, kan man legge opp undervisningen slik at en kan gi elevene mulighet for å få samme forståelse av det matematiske temaet som det eksperten har.

Smith et. al. skriver at det er vanskelig å endre en misoppfatning som er til stede. En misoppfatning stammer fra elevenes tidligere læring, enten i klasserommet, eller fra livet utenom skolen. Misoppfatningen opptrer både før og etter introduksjonen av et nytt tema og blir aktivt forsvart. Kullberg (2010) skriver at det er viktig at elevene selv oppdager de kritiske aspektene: ”If the student does not discern them, s/he will not learn what is intended” (p. 35). Selv om det er læreren som legger til rette for at elevene skal kunne skille ut de kritiske aspektene, er det eleven selv som må oppdage de kritiske aspektene. Når eleven selv oppdager hvorfor noe ikke er som eleven tror, vil det bli lettere for eleven og selv erstatte misoppfatningen sin.

Botten (2003) skriver at det er viktig å vektlegge elevenes oppfatning og forståelse av matematiske begreper i større grad en det man tradisjonelt har gjort. Samtidig stiller han seg tvilende til om det er fornuftig å ensidig fokusere på feil eller mangler i elevenes begrepsoppfatning. Dette begrunner han med at dersom elevene stadig vekk oppfatter at lærerne er opptatt av mangler og feil, og at matematikk i hovedsak går ut på å sette elevene fast og lure dem, utvikles det negative holdninger hos elevene. Disse mener han så kan bli en hindring for videre læring (Botten, 2003, p. 102).

Jeg er enig i at dette er en fallgruve man kan gå i om man fokuserer for mye på de kritiske aspektene, og det elevene ikke kan. Derfor er det viktig å skape et variasjonsmønster som gjør at elevene både får vist de kritiske aspektene de har klart å skille ut, samtidig som de får vist de kritiske aspektene de ikke har skilt ut.

Det finnes flere ulike måter for å komme frem til de kritiske aspektene. En del kritiske aspekter går igjen og kan derfor forutses gjennom å ha god kontroll på faglitteratur, bruke den erfaringen man har som lærer, og lære av erfaringene til andre som har undervist i emnet. Samtidig er ingen klasser like, og det er derfor ikke slik at det nødvendigvis er de samme aspektene som er kritiske i alle klasser. En vanlig måte innenfor variasjonsteorien for å oppdage de kritiske aspektene, er å gjennomføre en pretest. (Ling, 2014, p. 43) Testen kan ta utgangspunkt i de kritiske aspektene man tror er gjeldende i klassen. Resultatene vil så indikere om man har forutsatt de rette kritiske aspektene. Det er ikke sikkert testen oppdager alle de kritiske aspektene. Derfor er det viktig å være åpen og oppmerksom i undervisningen, for å oppdage nye kritiske aspekter som ikke ble oppdaget.

Variasjonsmønster

I alle situasjoner finner det en stor mengde utskillbare kritiske aspekter men det er ikke mulig å skille ut alt samtidig. Derfor må man legge til rette for at elevene kan skille ut de kritiske aspektene. Dette gjør man ved å lage et variasjonsmønster. Med variasjon menes det i variasjonsteorien innholdsmessig variasjon. For å forklare hva som menes med variasjon i variasjonsteorien, vil jeg først starte med et eksempel på hvorfor det er viktig å skape variasjon. Læringsobjektet i eksempelet er det kinesiske ordet **黄色 (kiiro).** Etter dette eksempelet vil jeg vise hvordan det kan brukes ulike virkemidler for å skape et variasjonsmønster.

黄色 (kiiro)

Bilde 1

Ut fra dette bildet kan det kinesiske ordet 黄色 ha flere betydninger. Det kan for eksempel bety bananer, frukt, gul, to osv.

Bilde 2

Uansett hvor mange ganger man viser dette bildet med to bananer, blir man ikke mye klokere i forhold til hva 黄色 betyr.

Bilde 3

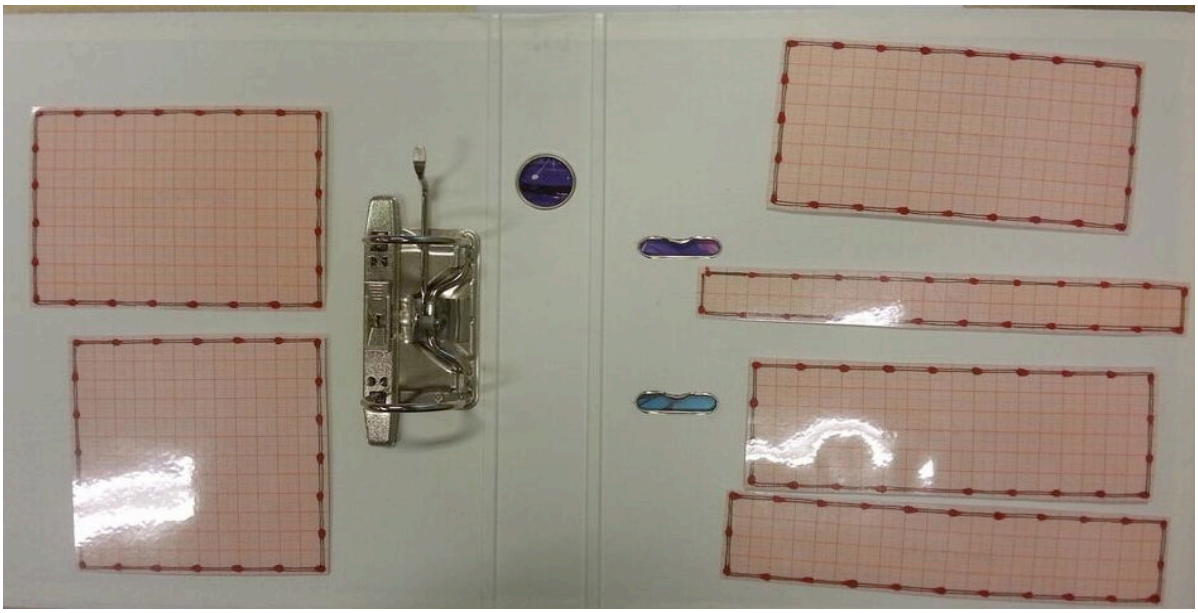
Dersom en derimot legger ved disse tre bildene for å beskrive ordet 黄色 i tillegg til det første bildet blir en være mer sikker på at det er gul som er ordet man skal frem til. Gjennom å skape variasjon har man nå opplevd ulike aspekter av innholdet i ordet gul.

Innenfor variasjonsteorien finnes det ulike måter å variere på. Magnusson og Maunula (2011) skriver om fire ulike måter å skape variasjonsmønster på. For å forklare de fire måtene å variere på vil jeg presentere ulike eksempler.

Seperasjon

Seperasjon vil si at et aspekt av læringsobjektet separeres, mens resten holdes konstant. Dette gjøres for at elevene skal klare å skille ut de kritiske aspektene i læringsobjektet. Dersom det

er for mye som varieres samtidig, er det vanskelig å skille ut det kritiske aspektet (Wernberg, 2009, p. 42).

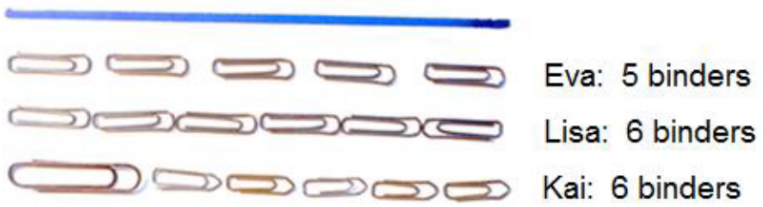


I eksemplet blir seperasjon brukt for å vise forskjell på areal og omkrets. Omkretsen blir holdt konstant, mens arealet varierer. På den måten har man gjort det mulig for elevene å se forskjell på begrepene areal og omkrets.

Kontrast

En annen måte å bruke variasjonsmønster på, er ved hjelp av kontrast. Her sier variasjonsteorien at for å vise hva noe er, må man vise hva det ikke er (Wernberg, 2009, p. 43). Eksemplet under er hentet fra pretesten. Her er det laget en oppgave hvor Kai, Eva og Lisa har målt den samme blå streken med ulike binderser.

1 Eva, Lisa og Kai har målt eit linjestykke. Dei har brukt binders til å måle med.



Kven av dei har målt best synest du? _____

Kvifor valgte du ikkje ein av dei andre? _____

_____

Bilde 5: Eksempel på kontrast

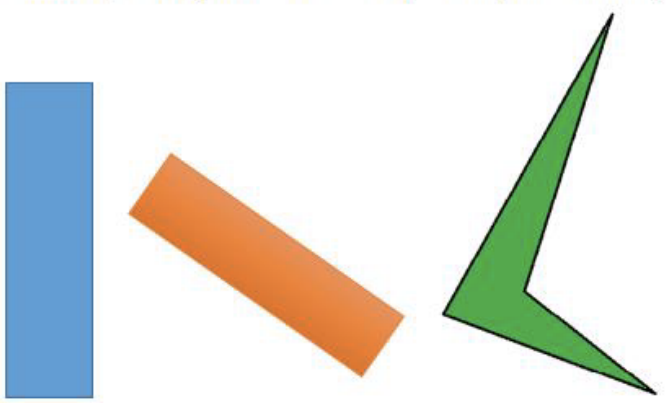
Lisa har målt riktig, og er satt i kontrast til Eva og Kai, som har gjort to vanlige feil innenfor lengdemåling. Eva har lagt bindersene med mellomrom, mens Kai har brukt binderser med ulik størrelse.

Generalisering

Når elevene har klart å skille ut det kritiske aspektet til læringsobjektet, er neste steg å klare å generalisere læringsobjektet. Da holder man læringsobjektet konstant, mens en varierer de aspektene ved læringsobjektet som hittil ikke har vært i fokus. Det kan være lurt ikke å variere mer enn et aspekt samtidig. Om elevene virkelig har forstått læringsobjektet, kan man se på om elevene kan erfare og utskille variasjonsmønsteret til læringsobjektet (Ling, 2014, p. 122). For å forstå den geometriske figuren rektangel, må man erfare ulike typer rektangler. Samtidig må man klare å skille det som kjennetegner et rektangel fra det som ikke har noen betydning. For eksempel vil ikke fargen eller størrelsen ha noe å si for om det er et rektangel, mens antall sider må være 4 og vinklene til hjørnene må være 90°.

Fusjon

Fusjon vil si å kunne se helheten i det en skal lære/har lært. ”Fusjon vil si at flere kritiske aspekter varierer samtidig” (Wernberg, 2009, p. 43). På bilde 6 følger et eksempel på fusjon innenfor måling av omkrets.



Bilde 6 Eksempel på fusjon

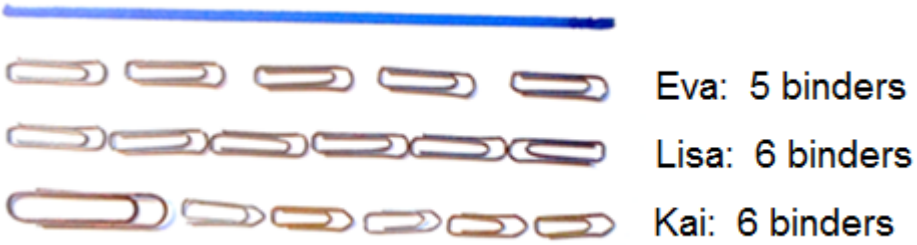
På denne oppgaven varierer flere ulike aspekter. Det er ulike geometriske figurer som skal måles, omkretsen varierer og fargen varierer. For å klare å måle omkretsen av disse figurene må eleven ha klart å skille ut at fargen og formen ikke har noe å si. De må også vite hvordan de måler omkrets av ulike figurer.

Kritiske aspekter innenfor måling av lengde

Som tidligere nevnt har variasjonsteorien hovedfokus på hva elevene skal lære (læringsobjekt). Jeg vil derfor på bakgrunn av de fem ulike konseptene som er viktig for å ha en god forståelse av måling av lengde, presentere noen av de mest vanlige kritiske aspektene innenfor måling av lengde. Dette vil jeg gjøre ved å presentere kritiske aspekter som er hentet fra annen aktuell forskningslitteratur.

I følge Departement of Education and Early Childhood Development (2009) er et vanlig kritisk aspekt når det gjelder lengdemåling at elevene ikke har forstått at måleenhetene må ha lik størrelse. Jess, Skott & Hansen (2008) skriver at mange elever har vanskelig for å se behovet for å bruke identiske enheter. Elever som har vanskelig for dette og får i oppgave å måle opp pulten sin ved hjelp av blyanter, vil ikke være oppmerksomme på at de blyantene de bruker, må ha samme lengde.

På samme måte vil elevene som ikke har skilt ut dette kritiske aspektet, mene at det ikke er et problem at Kai i Figur 2 har målt med binderser som har forskjellig størrelse. Eksempelet under er hentet fra pretesten.



Figur 2 – eksempel på det kritiske aspektet "måleenhetene må ha lik størrelse" og "måleenhetene må ligge tett i tett"

Departement of Education an Early Childhood Development (2009) peker på at noen elever ikke tenker over at måleenhetene må ligge tett i tett. Jess et al. (2008) skriver at elevene ikke ser nødvendigheten av at de med den gjentatte bruken av enheter fyller ut hele det stykket som de skal måle. En elev som ikke er oppmerksom på dette, kan ikke forklare hvorfor Eva og Lisa har fått forskjellig svar når de har målt samme linje på figur 2. De ser ikke at det er et problem at Eva har mellomrom mellom bindersene og dermed ikke har fylt ut hele det stykket som skal måles.

Jess et al. (2008) skriver at i en linjal ligger det en lang rekke begrepsmessige forståelser som blir usynlige når man bare bruker linjalen, men som det likevel er viktig at elevene utvikler.

- De markerte avstandene er like store
- Avstandene er standardiserte, i den forstand at det er utviklet konsensus om at det er nettopp de enheter man vil bruke. (For eksempel cm eller tommer)
- Oppdelingen i mindre enheter er i praksis å tilnærme måling som kontinuerlig fenomen
- Det refereres til et nullpunkt som er avgjørende for å forstå de tall som kan leses på linjalen, men som man ikke behøver å gå ut i fra i praksis, i det man kan måle fra andre punkter hvis man bare tar høyde for det.
- De tall som kan avleses, angir et avstandsintervall. Tallet 5 på linjalen referer ikke (primært) til den femte strekene, men til avstanden fra nullpunktet til streken. (Jess, Skott, & Hansen, 2008, p. 252)

På bakgrunn av dette oppstår det kritiske aspekter hos elevene når de skal bruke en linjal for å gjennomføre en lengdemåling.

Thompson og Preston (2004)skriver at et kritisk aspekt mange elever sliter med, er å måle en lengde hvor elevene ikke får lov til å starte på 0 på linjalen. De tar ikke høyde for at målingen ikke starter på 0 punktet.

Figur 3 – Eksempel på kritisk aspekter

McCool & Holland (2012, p. 544) peker på at den feilen mange elever gjør på slike oppgaver, er at de ser på tallet som står der linjen de skal måle slutter, og de glemmer å se på hvor linjen starter. Dermed ville de på linjen ovenfor kommet frem til at den var 7,5 enheter lang og ikke 3,5 enheter lang. Elever som gjør denne feilen viser at de ikke bygger kunnskapene og ferdighetene de har innenfor måling på forståelse. Dette er et eksempel på det Marton (1988) kritiserer skolen for.

McCool & Holland skriver videre at en annen grunn til at elever sliter med å måle lengder med en knekt linjal er at ”they did not view the ruler as a compilation of inches laid end to end” (McCool & Holland, 2012, p. 544). Derfor teller de heller streker. I eksempelet ovenfor teller mange elever strek 4-strek 5- strek 6- strek 7 og en halv strek. Dermed kommer de frem til at linjen er 4,5 cm i stedet for 3,5 cm. På den måten måler de konsekvent 1 cm for langt.

Alle disse kritiske aspektene bygger på at elevene ikke har utviklet en ordentlig forståelse for konseptene partioning og unit iteration. Som tidligere nevnt var partioning den mentale prosessen om å dele opp et objekt i like store deler. Dette er det samme som å vite at måleenhetene må være like store. Unit iteration var som tidligere nevnt å tenke på lengden av flere små enheter som lengden av det større objektet som blir målt. Både på oppgaven med binderser og den avkappede linjalen deler man opp måleobjektet i mindre deler. Dermed må man ha forstått unit iteration for å klare å skille ut disse kritiske aspektene.

En annen ting en del elever har problemer med er å skille mellom lengde og areal. Spesielt kan begrepet omkrets være vanskelig å skille fra areal (Støren, 2001, p. 38). Støren viser videre til en oppgave hvor elever fra 6. klasse får en oppgave hvor de skal beregne omkretsen

og arealet til et kvadrat hvor sidene er 3 cm. På denne oppgaven svarer en stor del av elevene samme svar på omkrets og areal. Det er bare 10% av elevene som svarer rett på oppgaven med både areal og omkrets. En av grunnene til dette kan være at begrepene er det Høines (2006, p. 80) kaller for 2. ordens språk for elevene. Det er språk som ikke står i direkte kontakt med begrepsinnholdet. Det nye språket skaffer få assosiasjoner og derfor må det oversettes. (Høines, 2006, p. 80). Det vil si at elevene ikke med en gang forstår hva som ligger i begrepene omkrets og areal og derfor må de tolke dem. I denne tolkningsprosessen blander mange elever begrepene.

Oppsummert har jeg på bakgrunn av det jeg har presentert kommet frem til at de vanligste kritiske faktorene innenfor måling av lengde er:

- Måleenhetene må ligge tett i tett
- Måleenhetene må være like store
- Ta hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og ikke bare lese av på linjalen hvor tingen ender
- Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker
- Vite hva begrepet omkrets betyr

I analysedelen vil jeg drøfte om elevene har skilt ut disse kritiske aspektene.

De kritiske aspektene ”Måleenhetene må ligge tett i tett” og ”Måleenhetene må være like store” fokuserer for det meste på det Marton (1988) kaller for ferdigheter og kunnskaper. For å klare å skille ut disse aspektene, må elevene ha ferdigheter til å legge måleenhetene tett i tett, og å lage like store måleenheter. I tillegg må de ha kunnskap om at dersom en måling skal gi mening må målenhetene ligge tett i tett og være like store. Når det gjelder den kritiske faktoren ”ta hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og ikke bare lese av på linjalen hvor tingen ender”, stiller det krav til elevenes forståelse. Dersom elevene bare har kunnskap og ferdigheter om hvordan de leser av en linjal, men ikke har forståelse for at det har like mye å si hvor du starter å måle med linjalen som hvor du slutter vil de ikke klare å skille ut det kritiske aspektet.

Når det gjelder ”Telle mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker” kreves det kunnskap og forståelse om hvordan målesystemet er bygd opp for å løse slike oppgaver, men ikke store telleferdigheter. I det kritiske aspektet ”Vite hva begrepet omkrets

betyr" kreves det kunnskap om hva som skiller omkrets fra andre begreper. Forståelse er en fordel, men ikke en nødvendighet om man skal klare å redegjøre for hva begrepet omkrets betyr. En som ikke har forståelse for hvordan man måler omkrets, men kunnskap om det vil kunne formelen og kunne bruke den men han forstår ikke hva han gjør.

Metode

I denne delen av oppgaven vil jeg først presentere det større studiet denne masteroppgaven er en del av, og hvordan jeg har samlet inn data i prosjektet. Deretter vil jeg presentere hvordan jeg vil analysere dataen, litt undersøkelsens troverdighet og forskningsetiske utfordringer som har oppstått i løpet av prosjektet.

Datainnsamlingen

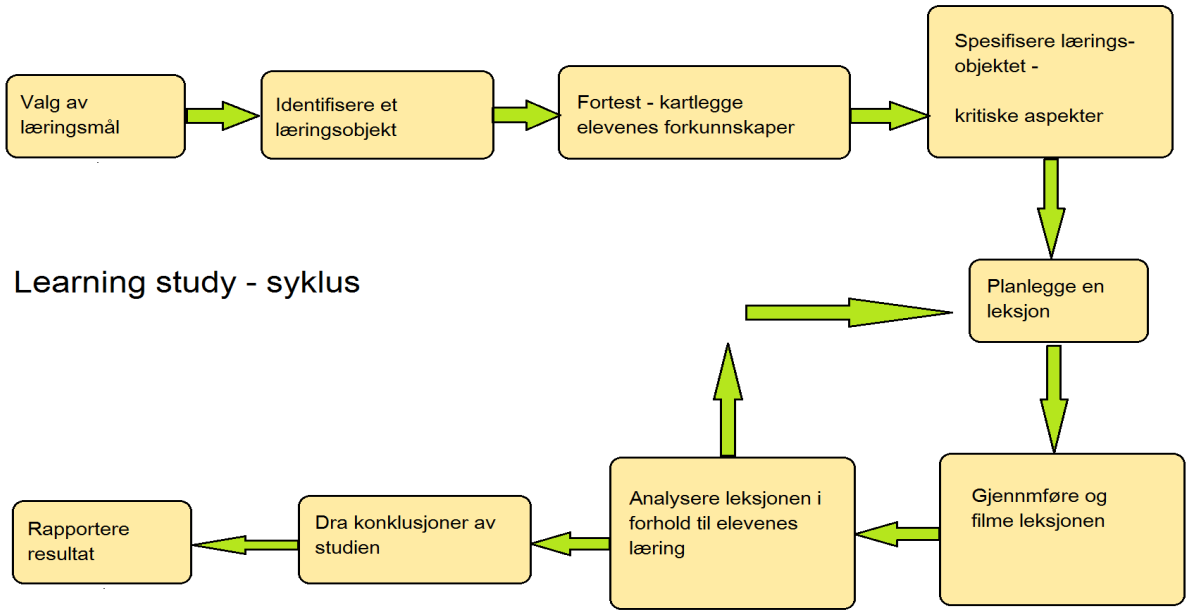
Det større forskningsprosjektet denne oppgaven er en del av:

Jeg kom inn i et allerede pågående forskningsprosjekt som ble ledet av PhD stipendiat Mona Røsseland. I tillegg til meg, bestod prosjektets deltakere av tre lærere på 5. trinn, en doktorgradsstipendiat og tre masterstudenter. Datainnsamlingen til prosjektet varte i fem uker. Jeg ble med i prosjektet da datainnsamlingen startet. Jeg hadde dermed ingen rolle i planleggingen av prosjektet. Under datainnsamlingen var jeg med på planmøtene og observerte noen av timene. Jeg observerte flest timer i klasse A. Sammen med en annen mastergradsstudent og klassens lærer var jeg med på å planlegge undervisningen i klasse A. Før arbeidet med prosjektet startet, fikk foresatte informasjon om prosjektet, og godkjente deres barns deltakelse.

Vi samarbeidet om all datainnsamlingen, og i etterkant av datainnsamlingen er alt materialet blitt tilgjengelig for alle.

Learning study

Forskningsprosjektet denne oppgaven er en del av besto av en ”learning study”. ”Learning study” er en forskningsmetode. Denne metoden går ut på at lærere (og gjerne forskere) går sammen og danner et forskningsprosjekt, der de gjennom systematisk planlegging og utprøving, refleksjon og vurdering, har som mål å utvikle undervisningen og forbedre elevens læring med utgangspunkt i variasjonsteoriens lærings- og kunnskapssyn. Ling (2014, s. 43) presenterer visse steg som et ”learning study” prosjekt har (figur 4). Disse stegene danner gangen i undersøkelsen, men trenger ikke nødvendigvis å opptre i den rekkefølgen som er satt, og noen kan også eksistere samtidig.



Figur 4 – Denne figuren viser stegene i en learning study

Fremgangsmåte:

Stegene i "learning study"-modellen ble gjennomført for hvert av emnene innen måling. De fire første stegene ble gjennomført av doktorgradsstipendiat, sammen med lærer. Mastergradsstudentene hadde en sentral deltakelse på steg fem, seks og sju.

Steg 1: Valg av emne.

Det større studiet fokuserte på undervisning innen måling: lengdemåling, omkrets og areal. Jeg har i denne oppgaven valgt å fokusere på lengdemåling og omkrets. Omkrets har jeg valgt å ta med siden det er en form for lengdemåling.

Steg 2: Identifisere et foreløpig læringsobjekt.

I denne prosessen var det viktig å få en oversikt over sentrale begreper innen lengdemåling og deres betydning. Litteratur om lengdemåling som har blitt presentert i teorikapittelet, og læreboken *Multi* (Alseth, Nordberg, & Røsseland, 2006) ble studert. Dette ble gjort for å vite hva disse elevene skulle lære om lengdemåling, og hvilke kritiske aspekter som er vanlig innenfor lengdemåling. Med bakgrunn i dette, samt lærernes erfaringer og kunnskap om sine elever laget Mona Røssland en pretest. Oppgavene var laget som diagnostiske oppgaver, som betyr at målet er å identifisere og fremheve de kritiske aspektene (Brekke, 1995, p. 16). Derfor var alle oppgavene laget slik at de fokuserte på å avdekke om elevene hadde klart å

skille ut ulike kritiske aspekter. PhD stipendiaten laget også et skjema som viste hvilke kritiske aspekter den enkelte oppgaven skal vise om elevene har. Pretestene var delt opp i to. En del av testen som fokuserte på lengdemåling og en del fokuserte på måling av omkrets og areal. Jeg har i tabellen nedenfor tatt med oppgavene som fokuserte på måling av lengde og omkrets og som samtidig fokuserte på de kritiske aspektene som jeg har skrevet om i kapittelet "Kritiske aspekter innenfor måling av lengde"

Tabell 1- Kritiske aspekter lengdemåling

Lengdemåling

Oppgav enr	**Oppgave**	**Kritiske aspekter**
1	Bestemme måling ved hjelp av binders	Avdekke om elevene har forstått at måling består av samme måleenhet uten overlapp og gliper.
2	Bestemme lengder uten måletall	Avdekke om elevene teller måleenheter, dvs her de røde og hvite områdene, fra starten av målebåndet (7) eller bare måler streken (6), eller om de teller streker på målebåndet (8).
3	Bestemme lengde uten måletall og på målebånd uten like store måleenheter	Avdekke om elevene har forstått at måling består av identiske måleenheter, og om de teller områder eller streker.
5	Finne lengde på knekt linjal	Avdekke om elevene teller streker og leser av tall, eller om de ser antall måleenheter

Tabell 2 – Omkrets

Omkrets

1	Finne omkrets til et rektangel	Avdekke om elevene har forståelse for begrepet omkrets
2a	Sammenligne omkrets på to figurer på prikkeark	Avdekke om elevene har forståelse for begrepene omkrets og areal.
3	Bestemme omkrets og areal av figurer med rutenett	Avdekke om elevene har forståelse for begrepene omkrets og areal. Avdekke om elevene i omkrets: -Teller alle rutene - teller strekene langs hele figuren.

Steg 3: Kartlegge elevenes forkunnskaper gjennom pre-tester.

Elevene gjennomførte deretter pretesten. Målet med dette var å avdekke hvilke kritiske aspekter som var vanlig i klassen. Dette ble gjort for å kunne fokusere på det elevene slet med innenfor emnet i den videre undervisningen. I etterkant av pretesten gjennomførte PhD stipendiaten intervjuer av elevene. Disse intervjuene vil bli analysert i denne oppgaven.

Steg 4: Bekrefte og spesifisere læringsobjekt (kritiske aspekter).

Resultatene fra pretesten ble evaluert og lagt inn i en tabell. Gjennom dette fikk vi oversikt over hver enkelt elev og deres forkunnskaper og forståelse for lengdemåling. Vi fikk også oversikt over hele klassen der vi kunne observere om det var en trend i resultatene, altså om det var noen spørsmål flere i klassen hadde svart rett eller galt på. Dette forarbeidet dannet grunnlaget for hva vi ville fokusere på i den etterfølgende undervisningen.

Jeg ønsker nå i etterkant og gå grundigere inn enn vi hadde mulighet til ved prosjektstart og se på hvilke kritiske aspekter elevene har skilt ut og hvilke de ikke har skilt ut. Dette vil jeg

gjøre ved å analysere elevintervjuene som ble gjort i forkant av undervisningen og sammenligne dem med det elevene svarte på pretesten.

Steg 5: Planlegging av undervisning.

Mastergradsstudentene hadde hovedansvar for å planlegge undervisningen, men diskuterte muligheter og undervisningsopplegg sammen med lærer og PhD stipendiat. Hver undervisning ble planlagt, og skrevet ned trinn-for-trinn på et skjema. Her var variasjonsteorien ledende for hvordan undervisningen skulle utføres. Kritiske aspekter og læringsobjektet for timen ble valgt ut, og det ble vurdert hvordan vi kunne synliggjøre de kritiske aspektene for hver enkelt elev i undervisningen. I planleggingen var det viktig å sørge for at elevene ble presentert for flest mulig av de kritiske aspektene gjennom de tre undervisningsøktene. Samtidig var det viktig at vi brukte nok tid, slik at elevene fikk mulighet til å skille ut de kritiske faktorene ved hjelp av seperasjon, kontrast og generalisering.

Steg 6: Gjennomføring av undervisning

Lærerne ledet alle undervisningsøktene. Dette ble gjort siden doktorgradsstipendiat skulle forske på læreres bruk av variasjonsteori. Derfor var det viktig at lærerne fikk erfare å undervise innenfor lengdemåling. Læreren fulgte det planlagte skjemaet som var laget for undervisningen, men endret mindre aspekter dersom læreren så det som nødvendig. Det læreren valgte å undervise om, blir som tidligere nevnt kalt for det «det iscenesatte læringsobjektet». Mastergradsstudentene observerte en del av undervisningen. Tre undervisningsøkter i hver klasse ble også videofilmet.

Steg 7: Analysere og evaluere undervisningen i forhold til elevenes læring

Vi studenter og læreren snakket sammen etter timene om hvordan undervisningen var gått. En undervisningsøkt ble også vurdert under planmøtet, som en del av det større studiet, og klipp fra undervisningen, som var blitt filmet ble sett gjennom. Undervisningen ble diskutert og analysert i forhold til elevenes læring, og vi vurderte i hvilken grad elevene hadde fått mulighet til å fange opp den/de kritiske aspektene som var tenkt, hva som hadde fungert bra, samt hva som eventuelt kunne vært gjort annerledes.

Steg 8: Dra konklusjoner fra studien

I etterkant av studien vil det bli skrevet fire mastergradsoppgaver, og en

doktorgradsavhandling på bakgrunn av dataen som er blitt samlet inn i studiet.

Hva besto datainnsamlingen av?

Datainnsamlingen hadde både kvalitative og kvantitative elementer i seg. Hensikten med den kvantitative metoden er å få informasjon som lett kan systematiseres, og hvor forskeren har mulighet til å standardisere resultatene (Jacobsen, 2015, p. 251). Den kvantitative delen besto av testene elevene fikk utlevert. Elevene fikk utlevert den samme testen før prosjektet startet (pretest), da alle timene med undervisning om måling var gjennomført (post-test), og cirka fire uker etter undervisningen var ferdig (post-delay-test).

Svaralternativene var stort sett laget som det Jacobsen kaller for kategorisvar. Det vil si at ”respondenten får et klart valg mellom noen alternativer” (Jacobsen, 2015, p. 257). Elevene fikk oppgitt en oppgave hvor de skulle svare hvilket alternativ som var det riktige. På noen av oppgavene ble elevene bedt om å begrunne svarene.

Jeg ønsket å få en grundigere beskrivelse av elevenes forståelse enn det som er mulig å få gjennom pretesten. Kvale og Brinkmann (2009) skriver at intervjuet sikter mot nyanserte beskrivelser av den intervjuedes livsverden gjennom ord og ikke tall. ”Det kvalitative forskningsintervjuet søker å forstå verden sett fra intervjupersonenes side” (Kvale & Brinkmann, 2009, p. 21). På bakgrunn av dette mener jeg kvalitativt intervju er en hensiktsmessig metode for å få svar på det jeg ønsker.

Den kvalitative delen av datainnsamlingen bestod av elevintervju i etterkant av pretestene. Det viktigste med intervjuene var ikke å se om elevene svarer rett eller galt, men å få frem hvilken forståelse elevene hadde av lengdemåling. I tillegg var jeg interessert i om elevene gav uttrykk for andre ferdigheter, kunnskaper og forståelse enn i testene. ”Gjennom intervjuet søker en å forstå betydningen av sentrale temaer i intervjupersonens livsverden” (Kvale & Brinkmann, 2009, p. 48). Derfor tror jeg intervjuet vil være et hensiktsmessig redskap for å få en dypere forståelse av hvordan elevene har tenkt når de har løst oppgavene.

Intervjuene fokuserte på hvordan elevene hadde tenkt når de løste de forskjellige oppgavene på pretesten. De oppgavene som omhandlet de kritiske faktorene jeg fokuserer på i denne oppgaven, ble plukket ut og fokusert ekstra på i intervjuene.

Intervjuene ble gjennomført i forkant og etterkant av prosjektet. Det var PhD stipendiaten som gjennomførte de fleste intervjuene, men mastergradsstudentene gjennomførte også noen intervjuer. I etterkant av prosjektet ble alle intervjuene samlet, og gjort tilgjengelig for alle i det videre arbeidet. Jeg har i denne oppgaven tatt utgangspunkt i intervjuene som ble gjort i forkant av prosjektet. Her var det 10 elever som ble intervjuet, og jeg vil presentere resultatene fra alle disse intervjuene. Elevene ble valgt ut tilfeldig. PhD studenten gjennomførte alle intervjuene som jeg fokuserer på i denne oppgaven.

Utvalget

Populasjonen jeg tar utgangspunkt i er alle elevene som går i femte klasse i norske skoler. Rammene til en masteroppgave er for små til å teste alle elevene i norske skoler, så derfor har jeg undersøkt et begrenset utvalg. Utvalget mitt er tre klasser på femte trinn på tre ulike skoler. Klassene bestod av 15-20 elever i hver klasse. Alle elevene i klassen var med i prosjektet, og jeg brukte resultatene fra alle elevene på pretesten når jeg så på hvilke kritiske aspekter som er sentrale. Lærene ble valgt ut til doktorgradsprosjektet, og jeg hadde ingen påvirkning på hvilke klasser og skoler som ble med i prosjektet.

Jeg vil ta utgangspunkt i elevintervju med 10 forskjellige elever. Her har jeg plukket ut tre elever som scoret lavt på pretesten, som jeg viser hvordan jeg har analysert intervjuene på. De resterende sju intervjuene har jeg analysert på samme måte, men presenterer bare en oppsummering av resultatene i denne oppgaven. Dette gjør jeg for å få en forståelse av hvilke kritiske aspekter de har problemer med. Jeg vil sammenligne det som kommer frem i intervjuene med resultatene fra testene. Med det ønsker jeg å se om det er noen forskjell i resultatene.

Datainnsamlingen foregikk i januar og februar i 2015.

Undersøkelsens troverdighet

Gode undersøkelser kjennetegnes av at de er gyldige (valide), og til å stole på (reliable). I den kvantitative delen av oppgaven min kan gyldigheten deles inn i to deler, indre og ytre gyldighet (Jacobsen, 2015, p. 351). Den indre gyldigheten er knyttet til om resultatene på testene som er gjennomført måler det jeg ønsker å måle. Dette vil jeg undersøke ved å se på om det er de samme kritiske aspektene som elevene har problemer med på pretesten og

intervjuene. Dersom elevene har problemer med de samme kritiske aspektene vil det styrke den indre gyldigheten til både pretesten og intervjuene, mens om det kommer frem forskjellige resultater vil det svekke gyldigheten.

Den ytre gyldigheten er knyttet til i hvor stor grad funnene i undersøkelsen kan generaliseres fra utvalget til hele populasjonen. I den kvantitative delen av undersøkelsen bestod klassene av cirka 20 elever. Omtrent halvparten av elevene i alle tre klassene var gutter. To av skolene hvor klassene var en del av scoret helt gjennomsnittlig på de nasjonale prøvene, mens den tredje skolen hadde resultater litt over gjennomsnittet. Ut fra dette vil jeg si at klassene som ble valgt ut har kjennetegn som kan være representative for den større populasjonen. Jacobsen skriver at "utvalg på mindre enn 100 enheter vil vanskeligjøre en fornuftig analyse av informasjonene, samtidig som feilmarginene vil bli svært høye" (Jacobsen, 2015, p. 301). I utvalget mitt er det 45 respondenter som tok testene. Derfor vil det bli store feilmarginer om jeg skal generalisere resultatene fra pretesten til hele populasjonen.

På bakgrunn av dette vil jeg være forsiktig med å generalisere resultatene jeg finner for mitt utvalg til hele populasjonen (alle femte klasseelever i Norge), men tror at resultatene jeg kommer frem til i undersøkelsen kan peke på noen tendenser. Det samme gjelder det kvalitative intervjuet. Ett intervju med 10 elever vil ikke kunne generaliseres til alle norske elever i femte klasse, men kan vise noen tendenser.

Reliabilitet henviser til hvor pålitelige resultatene man kommer frem til i undersøkelsen er (Kvale, 1997, p. 47). Det er flere elementer som påvirker det. Det ene er reliabiliteten til transkripsjonene. Jeg har forsøkt å transkribere intervjuene så likt som mulig det intervjuobjektene sier. Hensikten med dette var å frem det samme som intervjuobjektet ønsket å formidle. I analysen av intervjuene har jeg skrevet ned hele intervjusekvensene som jeg analyserer. Dette for å gjøre det mulig for andre å forstå bakgrunnen for argumentene jeg legger frem. "Det kvalitative forskningsintervju er særlig velegnet for å anvende ledende spørsmål for å gjennomgående å sjekke intervjusvarenes reliabilitet, samt for å for å verifisere intervjuerens tolkninger" (Kvale, 1997, p. 97). Dette forsøkte intervjueren på der det var hensiktsmessig. På den måten kunne vi bli mer sikker på hva eleven mente med det han sa der det var uklarheter.

Forskningsetikk

Kvale & Brinkmann (2009, p. 86) skriver at når det gjelder forskningsetikk er det fire områder som tradisjonelt diskuteres i etiske retningslinjer for forskere: informert samtykke, fortrolighet, konsekvenser og forskerens rolle. Min rolle i forskningsprosjektet har jeg allerede beskrevet (se delkapittelet om learning study), og vil ikke gå nærmere inn på her.

Informert samtykke

Det ble samlet inn samtykke fra elevene og lærerne som var med i prosjektet. I det samtykke inngikk det at datamaterialet som ble samlet inn kunne bli brukt i forbindelse med masteroppgavene som blir skrevet. Jeg har derfor ikke samlet inn noe eget samtykke, men basert meg på samtykke som er gitt for hele prosjektet.

Konfidensialitet

Alle data som er samlet inn ble anonymisert. Elevene som ble intervjuet vil bli omtalt som elev a, b, c osv. Jeg har valgt å bruke hannkjønnsbetegnelse på elevene som blir omtalt i oppgaven uavhengig av hvilket kjønn de var. Studien følger Norsk Samfunnsvitenskapelig Tjeneste (NSD) sine retningslinjer og er blitt godkjent av NSD som en del av den større undersøkelsen.

Konsekvenser

Resultatene på testene som er blitt gjennomført tyder på at de fleste elevene har hatt et positivt utbytte av å være med i forskningsprosjektet. De få elevene som har opplevd tilbakegang/stillstand i løpet av forskningsprosjektet er det vanskelig å si om det skyldes forskningsprosjektet de har vært deltakende i eller om det er andre årsaker. Tilbakemeldingene fra lærerne som har vært med på prosjektet var at dette har vært positivt for både lærere og elever. Lærerne har fått nye impulser fra forskningsfeltet på hvordan de kan legge opp undervisningen. Lærerne har også fått hjelp til å implementere den nye forskningen i sin egen undervisning. Forhåpentligvis har dette ført til at lærerne har utviklet seg som matematikklærere. Jeg har derfor ingen indikasjoner på at prosjektet har blitt opplevd negativt for verken lærere eller elever.

Analyse av elevenes kritiske aspekter ved måling av lengde

I denne delen av oppgaven vil jeg se på hva elevene har problemer med innenfor måling av lengde. Dette vil jeg gjøre ved først å se på hvilke kritiske aspekter elevene sliter med på pretesten elevene gjennomførte i forkant av intervjuene. Deretter vil jeg se på hvilke kritiske aspekter elevene har mest problemer med på intervjuene. Til slutt vil jeg se om det er de samme kritiske aspektene som kommer frem både på pretesten og på intervjuene.

På bakgrunn av teorien jeg presenterte i teorikapitlet vil jeg i denne delen fokusere på om elevene har utviklet forståelse for disse kritiske aspektene. Jeg vil analysere de kritiske aspektene opp imot Martons (1988) tre former for kompetanse. Her vil jeg se om det er manglende ferdigheter, kunnskaper eller forståelse som gjør at elevene ikke har klart å skille ut de kritiske aspektene.

Tabell 3 - Kritiske aspekter lengdemåling

Kritisk aspekt	Hvilken oppgave tester det kritiske aspektet
Måleenhetene må ligge tett i tett	1
Måleenhetene må være like store	1 og 3
Tar hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og ikke bare lese av på linjalen hvor tingen ender	5
Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker	2 og 5

Tabell 4 - Kritiske aspekter omkrets og areal

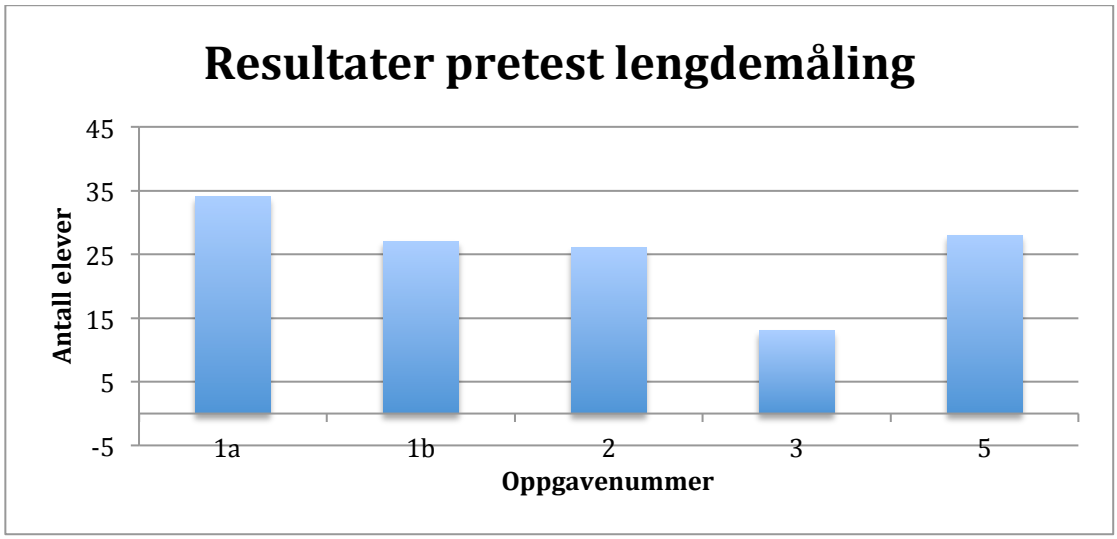
Kritisk aspekt	Hvilken oppgave tester den kritiske aspektet
Vet hva begrepet omkrets betyr	1, 2a, 3a
Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker	2a

Hvilke kritiske aspekter viser testen at elevene har problemer med?

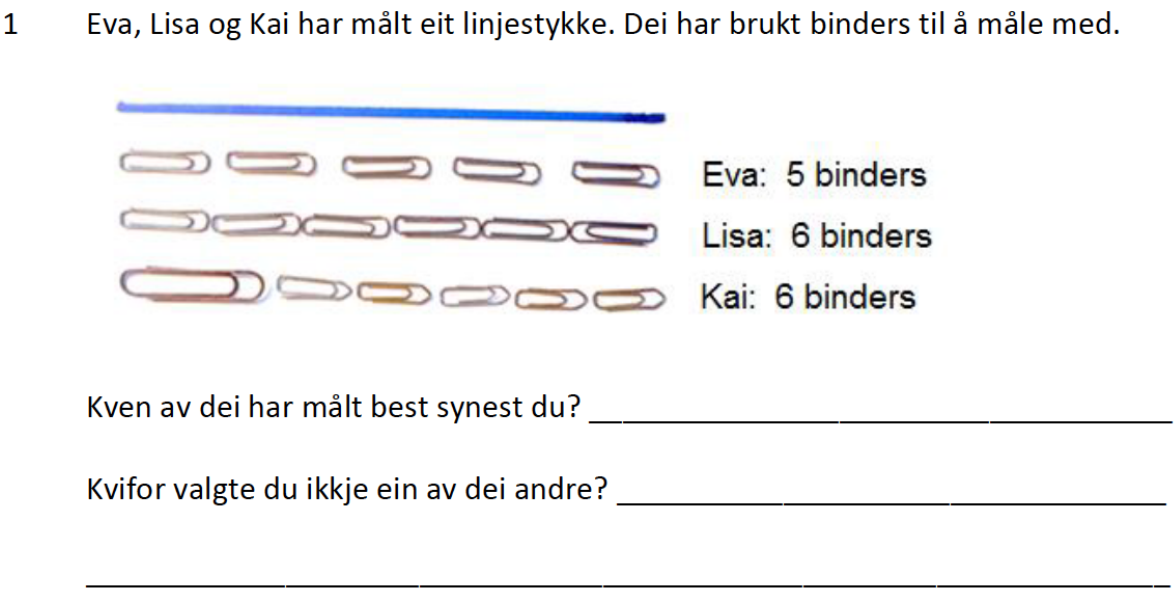
Elevene gjennomførte to pretester. Den ene var om lengdemåling, mens den andre var om omkrets (som også er lengdemåling). Jeg vil først presentere resultatene fra de aktuelle oppgavene fra testen om lengdemåling og deretter resultatene fra oppgavene som omhandler omkrets.

Det var 45 elever som tok testen om lengdemåling, og 49 elever som tok testen om omkrets. Forskjellen i antall elever skyldes at det var høyere fravær på skolen den dagen pretesten i lengdemåling ble gjennomført enn den dagen pretesten om omkrets ble gjennomført.

Tabell 5- Resultater pretest



På oppgave 1a og 1b var intensjonen å se om elevene hadde klart å skille ut det kritiske aspektet ”målenhetene må være like store” og "måleenhetene må ligge tett i tett".

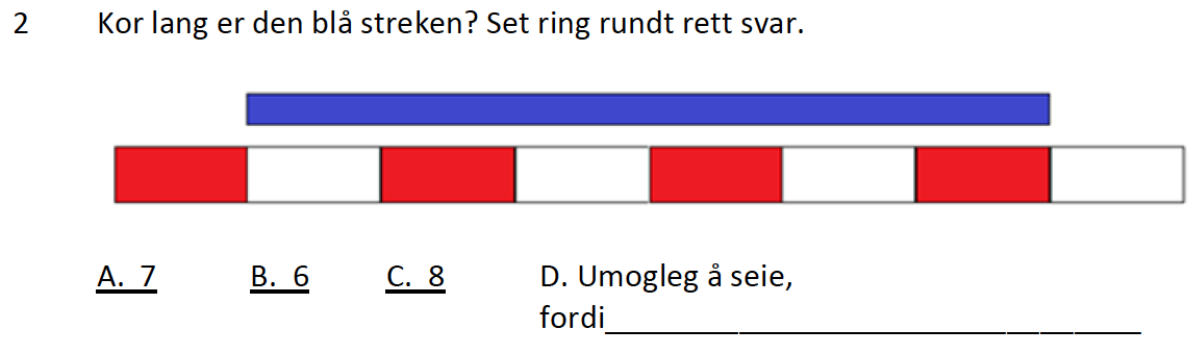


Figur 5 - oppgave 1 A og 1B

På 1a skulle elevene svare hvem de synes hadde målt best, mens på 1b skulle elevene begrunne hvorfor de ikke valgte en av de andre. På pretesten svarte 34 av 45 elever rett på 1a, mens 27 av 45 svarte rett på 1b. Det var ingen elever som svarte rett på oppgave 1b som ikke også svarte rett på 1a. Dette viser at for å klare oppgave 1b er man avhengig av å ha løst oppgave 1a rett. En av grunnene til at ikke alle som svarte rett på 1a også svarte rett på 1b kan skyldes at elevene bare trengte å fokusere på rett svar, og ikke måtte begrunne hvordan de var kommet frem til svaret på oppgave 1a. På oppgave 1b måtte elevene begrunne hvorfor de hadde svart som de hadde svart. Dette gjennom å forklare hvordan de hadde målt med bindersene. Det kan også tenkes at noen av elevene som svarte rett på 1a ikke visste hva de skulle svare og endte opp med å tippe. Siden det bare var 3 svaralternativ er det $\frac{1}{3}$ sjanse for å treffe om en tipper vilkårlig. En elev som har klart å skille ut det kritiske aspektet på en ordentlig måte vil mest sannsynlig kunne forklare hva Eva og Kai har gjort feil når de har målt. På bakgrunn av testen vil jeg derfor anta at 27 av elevene har klart å skille ut begge de kritiske aspektene (måleenhetene må være like store og måleenhetene må ligge tett i tett), mens resten ikke har klart å skille de ut.

Av de elevene som har svart feil på oppgave 1a er det vanskelig å si hvilken kritisk aspekt elevene ikke har klart å skille ut. Lærerne hadde ansvar for å rette testene og registrerte bare om elevene hadde svart rett eller feil. Jeg har derfor ikke tilgang til hva elevene svarte på testen.

Oppgave 2 var slik:

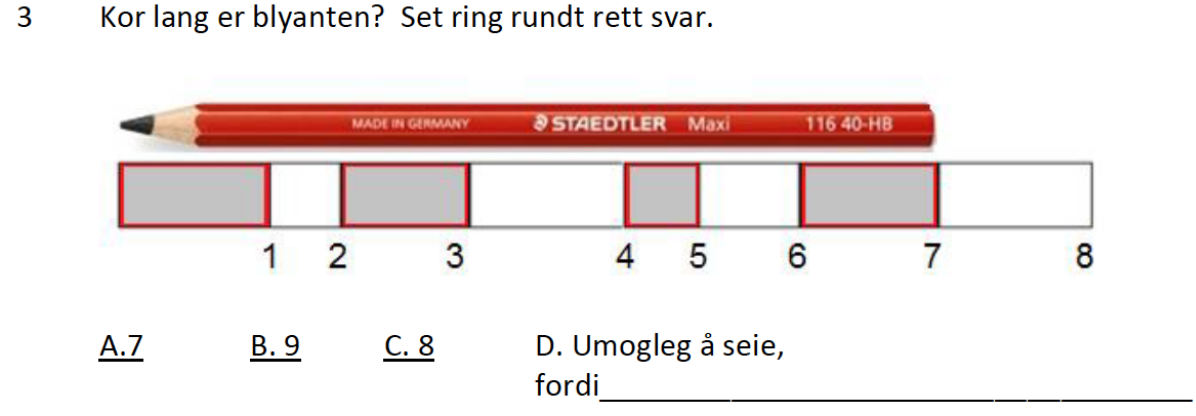


Figur 6 - Oppgave 2

Hensikten med denne oppgaven var som tidligere nevnt å se om elevene hadde klart å skille ut det kritiske aspektet "Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker". Dersom elevene hadde klart å skille ut det kritiske aspektet ville de telle rutene og svare 6, mens om de teller strekene ville de telt 7 streker og dermed fått feil svar.

På oppgave 2 var det 26 av 45 elever som hadde svart rett på testen. Noen av elevene som svarte feil kan ha blitt usikre på hva de skulle svare siden det ikke oppgis måleenhet på oppgaven. På bakgrunn av testen vil jeg derfor anta at litt over halvparten av elevene i klassen har klart å skille ut dette kritiske aspektet.

Om vi ser på resultatene fra pretesten om lengdemåling kan vi se at det er oppgave 3 hvor elevene gjør det dårligst. Her svarte bare 13 av 45 elever rett. Oppgave 3 så slik ut

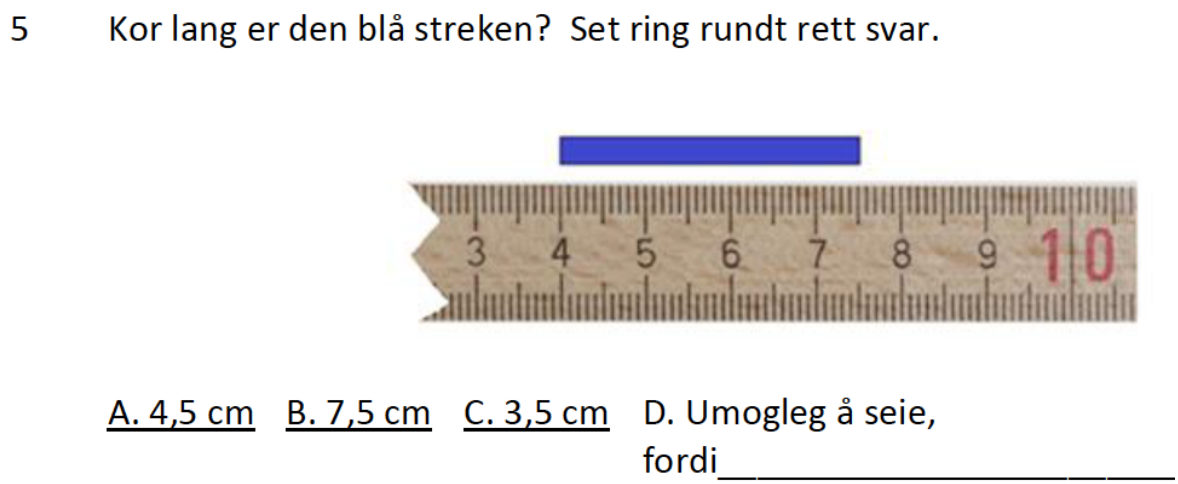


Figur 7 - Oppgave 3

Målet med denne oppgaven var å teste om elevene hadde klart å skille ut det kritiske aspektet "måleenhetene må være like store". Dersom elevene har klart å skille ut de kritiske aspektene vil de svare alternativ D: Umogleg å seie fordi… Om de bare leser rett fra linjalen eller teller rutene vil de svare alternativ A: 7. Alternativ B vil elevene svare om de teller streker fra begynnelsen til slutten av linjalen, og ikke stopper der hvor blyanten stopper. Alternativ C vil elever som teller streker og ikke rutene svare. Ut fra resultatene på pretesten vil jeg derfor anta at det store flertallet av elevene ikke hadde klart å skille ut dette kritiske aspektet.

En grunn som kan ha påvirket at så få elever svarte rett på denne oppgaven i forhold til oppgave 1 som testet det samme kritiske aspektet kan være måten oppgaven var laget på. Det kan være elevene ikke er vant til å bli stilt spørsmål hvor det ikke finnes noe rett svar. Dermed tror jeg mange elever så på svaralternativ D som et svar som ikke kan være rett allerede før de begynte å løse oppgaven. Dette vil jeg drøfte videre i analysen av intervjuene. En annen grunn til at elevene svarte feil på denne oppgaven kan være at de ikke er vant til å måle med ruter. Det er ikke oppgitt i oppgaven hvilken måleenhet elevene skal måle med. Det finnes ikke noen standardmål for hvor stor en rute er, og det er dermed vanskelig for elevene å forstå hvilken måleenhet oppgaven mener de skal bruke.

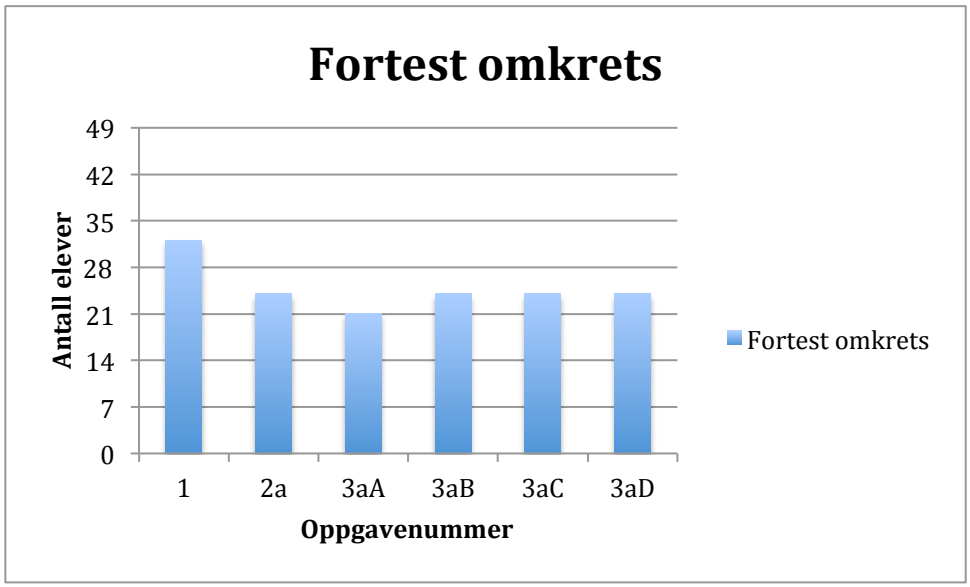
Oppgave 5 så slik ut:



Figur 8 - Oppgave 5

Denne oppgaven søkte å finne svar på om elevene hadde klart å skille ut de kritiske aspektene: "Ta hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og ikke bare lese av på linjalen hvor tingen ender" og "Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke

antall streker". Dersom elevene har klart å skille ut begge de to kritiske aspektene vil de få at linjen er 3,5 cm lang. Dersom de teller streker på linjalen og ikke mellomrommet mellom strekene vil de få 4,5 cm, mens om de leser direkte av linjalen uten å ta hensyn til at streken starter ved 4 cm merket vil de få at streken blir 7,5 cm. På denne oppgaven svarte 28 av 45 elever rett på pretesten. Det vil si at også her kan resultatene tyde på at litt i overkant av halvparten av elevene har klart å skille ut de to kritiske aspektene.



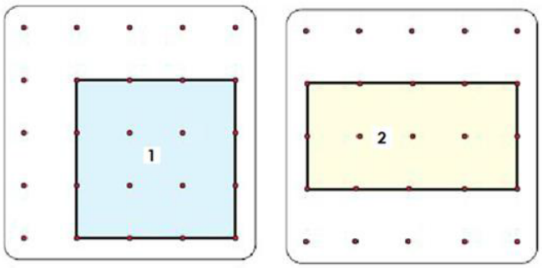
Figur 9 – Resultater fra den delen av pretesten som omhandlet omkrets. Figuren viser hvor mange elever som har svart rett på de ulike oppgavene..

Kritisk aspekt	Hvilken oppgave tester den kritiske aspektet
Vet hva begrepet omkrets betyr	2a, 3a
Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker	2a

Tabell 6 - Denne tabellen viser på hvilke oppgave de kritiske faktorene blir testet.

Oppgave 2a så slik ut:

2a Hvilken av figurene har størst omkrets? Sett ring rundt riktig svar.



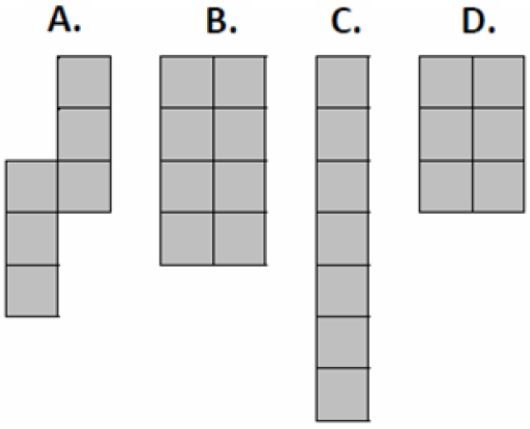
A. figur 1 B. figur 2 C. Lik omkrets D. Umulig å si, fordi_____

_____

Figur 10 - Oppgave 2a fra pretesten

Det er tenkt at det er to ulike kritiske aspekter elevene må ha skilt ut for å klare å løse denne oppgaven. Den var laget for å teste om elevene hadde klart å skille ut de kritiske aspektene "Telle mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker" og "Vite hva begrepet omkrets betyr". Både det gule rektangelet og det blå kvadratet har like stor omkrets (12), men det blå kvadratet har større areal enn det gule rektangelet. Derfor er det naturlig å tenke at elever som svarer at det blå kvadratet har størst omkrets blander areal og omkrets. På denne oppgaven svarte 24 av 45 elever rett. Det vil si at det var litt mer enn halvparten som klarte å løse denne oppgaven. Siden oppgaven fokuserer på to ulike kritiske aspekter er det vanskelig å sikkert slå fast hvilken av de to kritiske aspektene som elevene ikke har klart å skille ut.

3a Hva er omkretsen til figurene?



A_____ B_____ C_____ D_____

Figur 11 - Oppgave 3A

Denne oppgaven bestod av at elevene skulle måle omkretsen av 4 ulike figurer. Hensikten med denne oppgaven var å se om elevene hadde klart å skille ut det kritiske aspektet "Vite hva begrepet omkrets betyr". På testen svarte 21 rett på 3aA og 24 rett på 3aB, 3aC og 3aD. Det vil si at det var under halvparten som svarte rett på hver av oppgavene. Det var litt færre som svarte rett på A her enn på de andre tre. Dette kan kanskje forklares med at figur A er en sammensatt figur, mens de tre andre er rektangler av ulik størrelse. For å finne omkretsen av en sammensatt figur kreves det dypere forståelse enn for å finne omkretsen av et rektangel.

Ut fra resultatene på pretestene kan det se ut som de kritiske aspektene som jeg har presentert med bakgrunn i tidligere forskning innenfor måling også gjelder for de elevene som er med i vårt prosjekt

Analyse av elevintervjuene

Intervjuet med elevene ble gjennomført like i etterkant av at elevene hadde gjennomført pretesten. I intervjuet ble elevene spurt om hvordan de hadde løst oppgavene på pretesten. Hensikten med intervjuet var å se hvilken forståelse eleven hadde for det matematiske emnet som pretesten omhandlet. Målet med intervjuet var ikke å drive undervisning, så om elevene sa noe som var matematisk feil stoppet ikke intervjueren elevene. Dette gjorde vi siden vi var interessert i å se hvilken forståelse elevene hadde av det matematiske temaet.

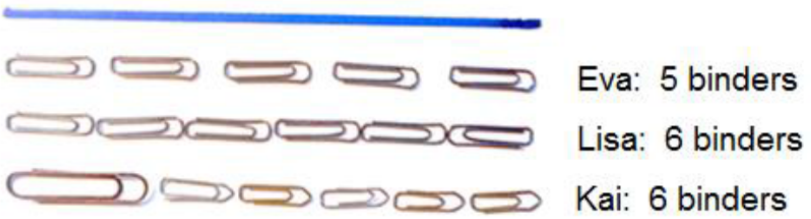
Elev A

Elev A var en av elevene som scoret lavest på testene som ble gjennomført i forkant av prosjektet. På pretesten svarte elev A rett på 9 av 21 oppgaver.

Oppgave 1 lengdemåling

I første del av intervjuet ble elev A spurt om hvordan han løste oppgave 1. Oppgaven besto av to deler, 1a og 1b.

1 Eva, Lisa og Kai har målt eit linjestykke. Dei har brukt binders til å måle med.



Kven av dei har målt best synest du? _____

Kvifor valgte du ikkje ein av dei andre? _____

_____

Figur 12- Oppgave 1

For å klare å løse denne oppgaven er det som tidligere nevnt to kritiske aspekter som elevene må ha klart å skille ut. Eleven må ha forstått at det er viktig at måleenhetene ligger tett i tett og at det er lik størrelse på dem.

På pretesten har elev A svart feil på både 1a og 1b. I intervjuet begrunner elev A hvorfor han har svart som han har gjort.

I: (intervjuer): Og så var spørsmålet hvem du synes har målt best?

A (elev A): Eva

I: Hvorfor synes du Eva har målt best?

A: Fordi Lisa har lagt de så tett at det går nesten ikke an å se. Kai har en binders som er mye større.

I: Hva er problemet med det da tenker du?

A: Jeg vet ikke

I: Jo bare si det du tror du

A: Ehmm jeg vet ikke

I: Du følte at det at de ikke var like store var et problem?

A: Ja

I: Men sånn som Lisa da. Hva tenkte du var problemet der? Hva som var så vanskelig å se?

A: Jeg vet ikke

I: Bare si det. Du sier ikke noe galt. Prøv å si det du tenker. Pause. De ligger for tett synes du?

A: Ja

I: Hva som blir vanskelig da?

A: Fordi da kan det se ut som det bare er en sånn her (Peker med fingeren på bindersene og signaliserer at alt blir en linje).

I denne dialogen forteller først elev A at han synes Eva har målt best. Dette begrunner han med at Kai har en binders som er mye større, og at bindersene til Lisa ligger så tett at det går nesten ikke an å se. Han kommer fort frem til at Kai har målt med en binders som er mye større enn de andre og at det er feil. Begrunnelsen for at Eva har målt feil er at bindersene ligger så tett at det blir vanskelig å telle hvor mange binderser hun har målt med.

På spørsmål om hvorfor det er et problem å måle med en binders som er mye større enn de andre klarer ikke elev A og komme frem til ett godt svar. Elev A har også problemer med å begrunne hvorfor det er et problem når bindersene til Lisa ligger for tett, men etter en lang betenkningstid kommer han frem til at når bindersene ligger tett i tett kan de bli oppfattet som en linje.

Om vi først analyserer dialogen med utgangspunkt i det kritiske aspektet ”måleenhetene må være like store” sier elev A at Kai ikke har målt rett siden han har en binders som er mye

større. På spørsmål om hvorfor dette er et problem kommer ikke elev A med noe godt svar. Med bakgrunn i at elev A reagerer på den ulike størrelsen med en gang vil jeg si at elev A forstår at det er noe som ikke stemmer med målingen til Kai. Dette kan tyde på at elev A er på vei til å forstå hva som ligger i det kritiske aspektet ”måleenhetene må være like store”. Samtidig klarer ikke elev A å forklare hvorfor det er ett problem når han får spørsmål om det. Elev A svarer bare at han følte det. Siden elev A ikke klarer å forklare hvorfor han har gjort som han har gjort, kan det tyde på at han ikke har klart å skille ut det kritiske aspektet på en god nok måte.

Når det gjelder den kritiske aspektet ”måleenhetene må ligge tett i tett” sier elev A at Lisa (som har lagt måleenhetene tett i tett) ikke har løst oppgaven rett. Hun nevner ingenting om at det er et problem at bindersene til Eva er lagt med avstand mellom seg. Dette kan være fordi han ikke har forstått viktigheten av at måleenhetene må ligge tett i tett for å utføre en korrekt måling. En grunn til at elev A ikke viser forståelse for det kritiske aspektet kan være at elev A ikke har forstått hva oppgaven ser etter. Kanskje elev A ikke ser på målingen i oppgaven som utfordringen, men at utfordringen er å finne hvem som har den enkleste måten å telle bindersene på. En ting som kan tyde på det er at elev A viser til at problemet for Eva er å telle bindersene. En annen grunn kan være at elev A ikke bare ser bindersen som måleenheten, men ser på måleenheten som bindersen + mellomrommet. Dette kan være siden mellomrommet er like stort mellom bindersene. Med dette i bakhodet blir det mer forståelig at elev A har svart som han har.

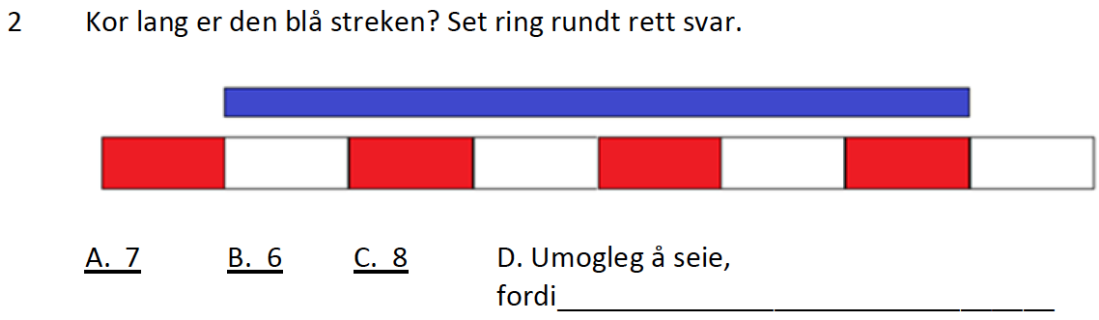
En av grunnene til at elev A ikke klarer å forstå hva oppgaven ser etter kan være at han ikke klarer å bruke separasjon for å skille de kritiske aspektene fra de uvesentlige aspektene i målingen. Et aspekt som ikke har noe å si for om målingen er utført korrekt er om det er lett og telle måleobjektene. Dette separerer elev A slik at det for han blir et kritisk aspekt. Ved at han bare tar hensyn til det aspektet når han skal bedømme om Lisa har målt rett tar han ikke hensyn til at måleenhetene må ligge tett i tett. Dermed kan vi si at han har separert feil kritisk aspekt for å løse oppgaven og dermed kommet frem til feil svar.

Om vi skal se dette oppimot Martons (1988) tre former for kompetanse sier Elev A at han synes det er vanskelig å telle bindersene til Lisa. Dette kan tyde på at problemet hans med å

løse denne oppgaven er at han ikke har gode nok telleferdigheter. Samtidig viser som tidligere nevnt ikke elev A at han har stor nok kunnskap eller forståelse for at måleenhetene må være like store og ligge tett i tett. Derfor vil jeg si at det ikke er en av formene for kompetanse som kan forklare hvorfor elev A ikke svarer rett på oppgaven, men heller en kombinasjon av for lite innsikt i alle de tre ulike kompetansene.

Oppgave 2 lengdemåling

På den neste oppgaven skulle eleven måle hvor lang den blå streken var. For å få til dette er det viktig at eleven teller hvor mange ruter (måleenheter) som dekker lengden som skal måles (den blå streken) og ikke hvor mange streker den dekker. Dersom eleven teller hvor mange streker den blå streken dekker vil svaret konsekvent bli 1 for mye. Dette fordi den første ruten vil bli telt som 2.



Figur 13 - Oppgave 2

Denne oppgaven hadde elev A rett svar på pretesten. I intervjuet forklarte elev A hvordan han hadde løst oppgaven.

A: Da tok jeg og telte

I: Bare pek sånn som du gjorde

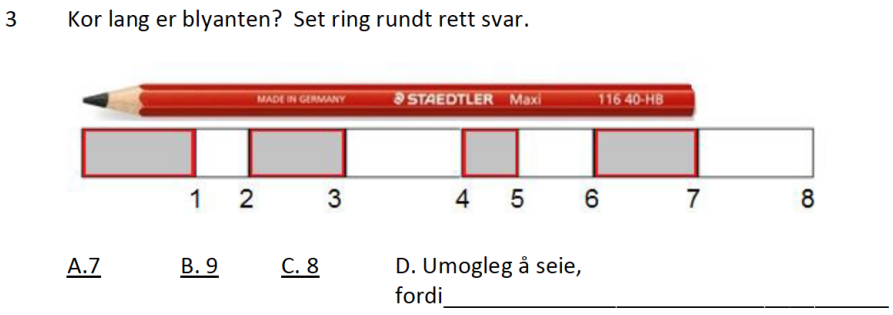
A: Peker på rutene og teller 1, 2,3, 4, 5, 6

På denne oppgaven er ikke elev A i tvil hva han skal gjøre. Han begynner å telle ruter, og kommer raskt frem til at den blå linjen er 6 ruter lang. Om vi skal se det oppimot det kritiske aspektet ”Teller streker på linjalen, ikke mellomrommet mellom strekene” så vil det som kommer frem i dialogen tyde på at elev A har klart å skille ut det kritiske aspektet. Dette fordi elev A resolutt begynner å telle ruter og ikke er i tvil om hvordan han skal gjøre det.

Samtidig kan vi ikke bare ut fra denne oppgaven fastslå helt sikkert at elev A har klart å skille ut dette kritiske aspektet. På denne oppgaven er mellomrommet mellom strekene tydelig markert med annenhver rød og hvit rute. På den måten blir mellomrommet markert og i fokus, mens strekene blir mindre markerte. På en vanlig linjal er det motsatt. Derfor kan vi stille spørsmål om måleredskapet her faktisk fungerer som en linjal. Her er det ikke strekene som er markerte, men mellomrommet mellom strekene. Det er derfor ikke helt sikkert at elev A hadde klart å skille ut den kritiske aspektet om det hadde vært en vanlig linjal som ble brukt som måleredskap. Likevel vil jeg si at elev A så godt som det er mulig viser at han har skilt ut det kritiske aspektet på denne oppgaven. Han har forstått at det er antall ruter som er viktig, og at det ikke er strekene den dekker som skal telles.

Oppgave 3 lengdemåling

På den neste oppgaven skulle eleven måle hvor lang en tegnet blyanten var.



Figur 14 - Oppgave 3

Det kritiske aspektet for å kunne løse denne oppgaven er ”måleenhetene må være like store”. Det er det samme kritiske aspektet som var på oppgave 1 hvor Kai målte med binderser som ikke var like store. Siden måleenheten ikke er like store er rett svar på denne oppgaven ”det er umulig og si fordi måleenhetene (rutene) har ulik størrelse.”

På pretesten svarte elev A feil på denne oppgaven. Når elev A skulle forklare hvordan han hadde tenkt på denne oppgaven oppstod denne dialogen:

A: Da ville jeg tatt en sånn. Peker på den første ruten, og måler den opp med fingertuppene og teller videre med omtrent like store ruter.

I: Vis en gang til hva du gjorde nå

A: En sånn det er jo en. Når den er mindre så tok jeg den første og brukte den til å telle alle sammen like store bortover.

I: Okei, hva hadde svaret blitt da? Bare vis med blyanten du hvordan du ville gjort det. Så teller du bare høyt sånn som du ville ha telt.

A: Da blir det 1. Peker på første ruten. Så blir det to der cirka. (Tegner på øyemål en rute som er like stor som den første.) Så blir det 3, så blir det 4, så blir det 5, så blir det 6.

I: Okei

A: Jeg gjorde det litt annerledes på prøven da

I: Det var nå veldig spennende. Hvorfor ville du ikke brukt den linjalen som lå der da? Hva er det som er problemet med den?

A: Fordi at da er den ene ruten mye større enn de andre

I: Hva som skjer da?

A: Da blir det ikke sånn som det skal være

I: Så du kunne ikke brukt tallene da? Det blir feil det og?

A: Ja

I: Hvis jeg sa at D var rett. Hva ville du svart på D da? Det er umulig og si hvor lang blyanten er fordi?

A: Det er forskjellig størrelse på de.

Denne dialogen kan deles opp i to. I første halvdel forklarer elev A hvordan han har løst oppgaven. Andre halvdel handler om at intervjueren spør elevene om hvorfor han ikke har brukt linjalen som ligger der. I første del forklarer elev A at han løste oppgaven ved å ta utgangspunkt i den første ruten. Siden elev A visste størrelsen på den første ruten tok elev A på øyemål og delte opp resten av blyantens lengde ved å bruke omtrent samme størrelse som på den første ruten. Elev A telte så rutene videre og kom frem til at det var cirka seks ruter om en tok utgangspunkt i størrelsen til den første ruten. Deretter sier elev A at han gjorde det annerledes på prøven. Dette velger intervjuere å ikke følge opp videre i intervjuet. I andre halvdel av intervjuet spør intervjueren hvorfor elev A ikke bruker linjalen som ligger der.

Elev A forklarer at problemet med å bruke linjalen som allerede er der er at rutene er av forskjellige størrelser. Dette kommer tydelig frem når intervjueren spør ”Hvis jeg sa at D var rett. Hva ville du svart på D da?” Da kommer det raskt fra elev A at ”det er fordi det er forskjellig størrelse på de.”

Om vi skal analysere dette opp i mot det kritiske aspektet ”måleenhetene må være like store” vil jeg først se på måten elev A har løst oppgaven. Her tar han utgangspunkt i den første ruten og måler opp hvor lang blyanten er. Her bruker han omtrent like store måleenheter. Han gjør det på øyemål, og måleenhetene blir derfor ikke helt like store. Samtidig hadde ikke elev A noe annet måleredskap som kunne gjort det mer nøyaktig. På bakgrunn av dette vil jeg si at elev A bruker seperasjon for å skille den kritiske faktoren ”måleenhetene må være like store” fra de uvesentlige aspektene i oppgaven.

Når elev A får spørsmål om hvorfor han ikke kan bruke linjalen som ligger der svarer han at det kan han ikke gjøre siden den ene ruten er mye større enn de andre. Dette vil jeg si er en annen måte å si at ”måleenhetene må være like store”. Eleven problematiserer at det er forskjellig størrelse på de ulike rutene. Dette underbygger eleven ved at han i slutten av dialogen sier at dersom det ikke finnes noen løsning må det være siden det er forskjellig størrelse på måleenhetene.

På bakgrunn av dette vil jeg si at på denne oppgaven tyder det på at elev A har forstått at måleenhetene måtte være like store for å komme frem til et svar som gir mening. En mulig forklaring på at elev A svarte feil svar på testen kan være at han ikke er vant til oppgaver i matematikk hvor det ikke finnes et rett svar. Dermed kan elev A ha tenkt at svaralternativet ”umuleg å seie fordi …” uansett ikke var rett. Han løste heller oppgaven med å være kreativ å løse den på sin egen måte.

I: Hvis jeg sa at D var rett. Hva ville du svart på D da? Det er umulig og si hvor lang blyanten er fordi?

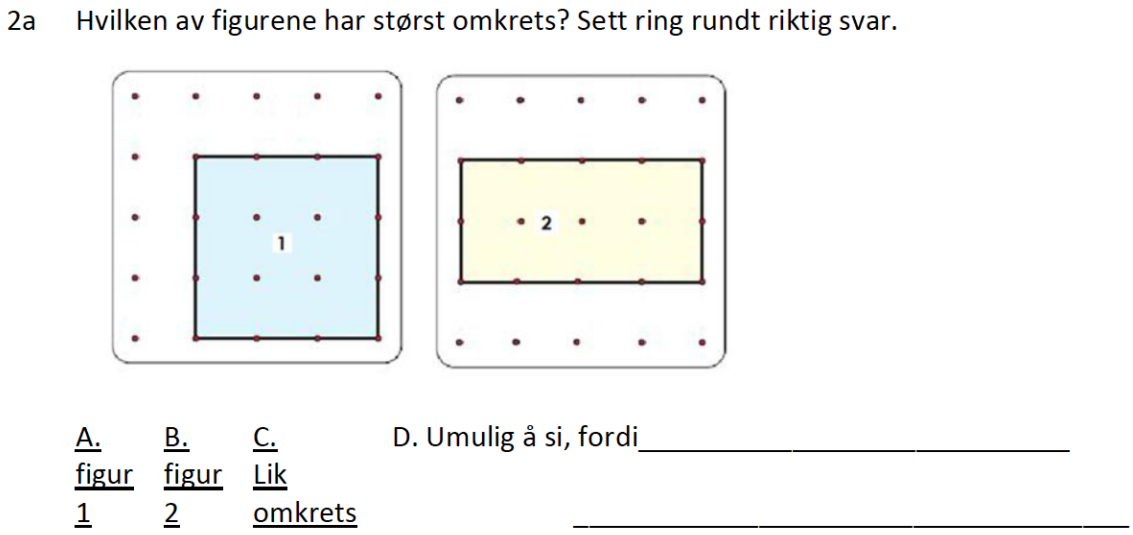
A: Det er forskjellig størrelse på de.

Ut fra hvor klar elev A er i begrunnelsen av hvorfor det ikke er mulig å måle blyanten vil jeg si at eleven viser forståelse for den kritiske faktoren

Om vi bare hadde tatt utgangspunkt i pretesten for å se på elev A sin forståelse av det kritiske aspektet ”måleenheten må ha lik størrelse” ville vi kunne slått fast at elev A ikke hadde vist forståelse for det i det hele tatt. Elev A svarte feil på begge oppgavene som fokuserte på dette. Når vi derimot ser på intervjuene kommer det frem at elev A viser en ganske stor grad av forståelse for at måleenhetene må være like store, men ikke har forstått helt hva intervjueren ønsker å komme frem til ved spørsmålene på testen. Dette kan vi tydelig se i analysen av de kritiske aspektene. Dette viser at intervju er en mer kvalitativ måte å finne ut hva elevene kan og hvordan de tenker.

Oppgave 2a omkrets

På neste oppgave skulle elevene sammenligne omkretsen av to figurer.



Figur 15 - Oppgave 2a

For å få til å løse denne oppgaven er det to kritiske aspekter som er sentrale. Den ene er ”Elevene ser ikke forskjell på areal og omkrets” og det andre kritiske aspektet er ”Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker”. I denne oppgaven vil det å telle streker i stedet for mellomrommet mellom strekene tilsvare å telle punkter i stedet for å telle mellomrommet mellom punktene. På denne oppgaven svarte elev A feil på pretesten. På spørsmål om hvordan elev A tenkte da han løste denne oppgaven oppstod denne dialogen mellom elev og intervjuer.

A: Jeg husker ikke helt hva omkrets var jeg

I: Hva tror du det er?

A: Det som er rundt

I: Hvordan ville du funnet ut det da?

A: Telt rutene

I: Bare gjør det du

A: Da kom jeg til 12 på den

I: Du kan godt peke med blyanten fordi da får jeg det på videokameraet hvordan du teller. Du kan bare ta den neste figuren

A: 1,2,3,4 osv. Det er 12 på den også. Da er det svaralternativ C

Denne dialogen starter med at elev A ikke tror han husker helt hva omkrets er for noe, men ved at intervjueren spør eleven hva han tror det er, så kommer han fort frem til at omkretsen er det som er rundt figuren. Deretter forklarer eleven at for å finne ut hvor stor omkretsen er, så må man telle strekene som går rundt figuren. Ved å telle strekene kommer elev A frem til at omkretsen er 12 på begge to. Dermed sier elev A at omkretsen er like stor på begge to som er rett svar på oppgaven. Dermed kommer elev A frem til rett svar på intervjuet, i motsetning til hva elev A svarte på testen.

Om vi først ser på den kritiske aspektet ”vite hva begrepet omkrets betyr” er eleven først i tvil, men etter litt betenkningstid og oppmuntrende ord fra intervjueren finner elev A ut at omkrets er det rundt figuren. Dette vil jeg si tyder på at elev A er på vei til å skille ut det kritiske aspektet, men ikke har skilt den helt ut ennå. Dersom elev A hadde skilt den ut på en god måte ville eleven kunne forklart hva omkrets er med en gang han fikk spørsmålet og fremstått som sikrere når han svarte.

Når det gjelder den kritiske aspektet ”Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker” vil det på denne oppgaven tilsvare å ”telle strekene mellom punktene på figuren og ikke antall punkter". Elev A sier at han må telle strekene (mellomrommet mellom punktene) som er rundt figuren for å finne ut hva som er omkretsen til figuren. På denne oppgaven er det punktene som er de mest fremtredne og mest sannsynlig ville en elev som ikke hadde skilt ut denne kritiske aspektet telt punktene i stedet for mellomrommet mellom punktene. Derfor vil jeg på bakgrunn av dialogen på denne oppgaven, og dialogen på oppgave

to si at mye tyder på at elev A har klart å skille ut den kritiske aspektet ”teller ikke streker på linjalen, men mellomrommet mellom strekene”.

Om vi skal se det oppimot de tre ulike kompetansene til Marton (1988) er det manglende kunnskaper som gjør at elev A ikke er helt sikker på hvordan han skal løse denne oppgaven. I starten av intervjuet sier han at han ikke husker helt hva omkrets er. Når elev A får bekreftet at omkrets er ”det som er rundt” har han ingen problemer med å telle opp rutene og si at begge figurene har like stor omkrets. Dermed viser han at han har både ferdigheter og forståelse til å løse oppgaven.

Oppsummering av elev A sine kritiske aspekter.

Elev A viser mye større forståelse for de kritiske aspektene i intervjuet enn det han får vist på pretesten. På bakgrunn av intervjuet og pretesten vil jeg si at elev A har:

Problemer med disse kritiske aspektene:

- Måleenhetene må ligge tett i tett

Ganske god kontroll på disse kritiske aspektene:

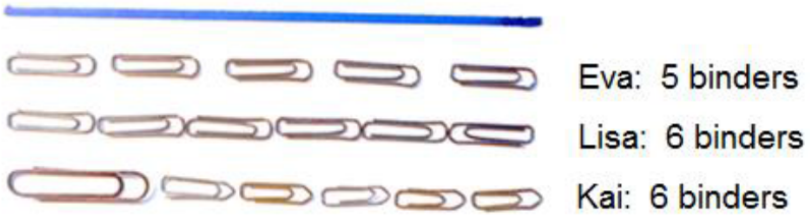
- Måleenhetene må være like store
- Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker
- Vite hva omkrets er

Elev B

Elev B var en av de elevene som hadde dårligst resultat på pretesten. Her svarte elev B bare rett på 8 av 21 oppgaver. Av de oppgavene jeg fokuserer på svarte elev B rett på 1 av 5 oppgaver.

Oppgave 1

1 Eva, Lisa og Kai har målt eit linjestykke. Dei har brukt binders til å måle med.



Kven av dei har målt best synest du? _____

Kvifor valgte du ikkje ein av dei andre? _____

_____

Figur 16 - Oppgave 1

Som tidligere nevnt er de to viktigste kritiske aspektene for å løse denne oppgaven ”måleenhetene må ligge tett i tett” og ”måleenhetene må være like store”.

På pretesten svarte elev B feil på både oppgave 1a og 1b.

Under følger dialogen hvor elev B forklarer hvordan han har løst oppgave 1a og 1b:

I: Og så var spørsmålet hvem av de som hadde målt best synes du?

B: Ok

I: Hva synes du?

B: Kai

I: Hvorfor synes du Kai hadde målt best?

B: Fordi han er nærmest tuppen som du ser her hvis vi tar der og akkurat der.

(Peker på der bindersen til Kai slutter og tegner en strek rett opp til der den blå streken slutter og viser at Kai sin treffer akkurat der den blå streken slutter)

I: Hvis du ser på Eva sin måte da? Hva er det hun har gjort?

B: Hun har brukt en annen binders sånn at det ble litt mindre her

I: Er det noen forskjell på måten Eva og Lisa har målt?

B: Jeg tror ikke det egentlig

I: Hvis du ser Eva har hun bare fått 5 binders og Lisa har brukt 6 binderser. Hva er det som gjør det tror du? Det ser ut som de er like de bindersene de har brukt?

B: (Tenker seg om) Hva var spørsmålet igjen?

I: Jeg tenker siden Eva har fått svar at hun har samme linjestykke så har hun brukt 5 binders mens Lisa har brukt 6 binders. Hvordan kan det henge sammen tror du? At ikke de har brukt like mange når de har målt det samme?

B: De målte fordi jeg tror at de er nesten like. Den her er bitte litt lengre (Peker på Eva sin måling)

I: Okei at de ikke er helt like

B: Ja så de er nesten akkurat det samme bare at den er litt større enn Lisa sin (Peker på Eva sin)

I: Er det noen annen forskjell sånn som Lisa og Eva har målt?

B: Nei jeg tror ikke det

I: Så lurer jeg på Kai. Ser du det at den første bindersen, hvordan er den i forhold til de andre?

B: Den er veldig stor. Den er på en måte to binderser til sammen

I: Er det det Kai har sagt? Har han telt den som to hvis du teller hvor mange han har?

B: Ehmm nei den teller som en

I: Er det ok?

B: Ja

I starten av denne dialogen kommer det frem at elev B mener Kai har målt best. Dette begrunner elev B med at Kai sine binderser slutter mer nøyaktig der hvor den blå streken slutter enn det de andre sine binderser gjør. Deretter fortsetter intervjuet med at intervjueren spør elev B om hvordan Eva har målt. Elev B svarer da at Eva har målt med binderser som er annerledes enn Kai sine, og det forklarer hvorfor det ble mindre hos henne enn hos målingen til Kai. Deretter får elev B spørsmål om han ser forskjell i målingen til Eva og Lisa. Elev B svarer først at han ikke tror det er noen forskjell, men da han blir konfrontert med at de har fått ulikt antall binderser prøver han å forklare det med at de ikke slutter nøyaktig samme plass. Samtidig mener han ikke det er noen forskjell på hvordan de har målt.

Siste del av intervjuet består av at intervjueren går tilbake til målingen til Kai og spør om han ser forskjell på den første bindersen og resten av bindersene. Målet for intervjueren er her at elev B skal se hva Kai har gjort feil og på den måten klare å skille ut det kritiske aspektet. Da svarer elev B at ”den er veldig stor. Den er på en måte to binderser til sammen”. Så spør intervjueren om Kai har fått med det i målingen sin, noe elev B avkrefter. Likevel mener elev B at Kai har målt på en ok måte.

Som tidligere nevnt var de kritiske aspektene for å løse denne oppgaven ”måleenhetene må ligge tett i tett” og ”måleenhetene må være like store”. Om vi først ser på det kritiske aspektet ”måleenhetene må være like store” er Kai sin måling laget for å teste om elevene har klart å skille ut dette kritiske aspektet. Kai har i sin måling brukt binderser med tydelig forskjell i størrelsen. Dette fokuserer ikke elev B på da han sier at Kai har målt best. Elev B synes heller den lille forskjellen i hvor de ulike målingene ender er viktig. På bakgrunn av dette vil jeg si at elev A ikke har skilt ut den kritiske faktoren ”Tar hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og leser ikke bare av på linjalen der hvor tingen ender”. Oppgaven var ikke tenkt å teste denne kritiske faktoren, men det fremkommer likevel av intervjuet at elev A ikke har skilt ut denne kritiske faktoren.

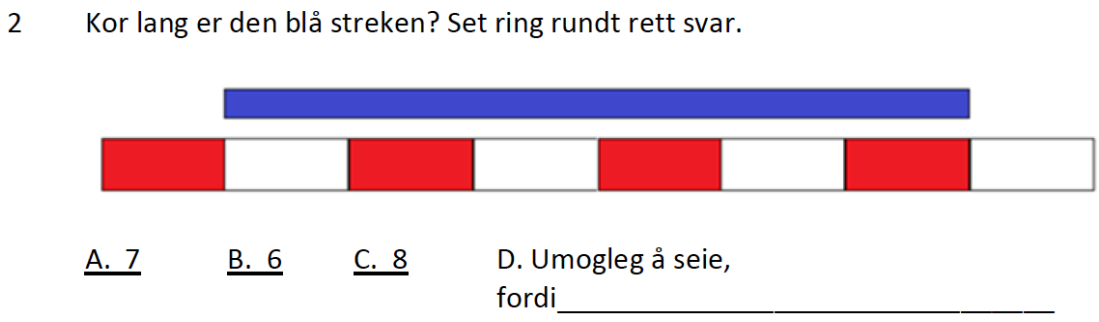
I denne oppgaven kan man si at det er brukt kontrast for å vise forskjellen på rett måte å måle på (Lisa sin måling), og feil måte å måle på (Kai og Eva sin måling). For å vise hva noe er må man se hva det ikke er (Wernberg, 2009, p. 43). Elev B klarer ikke å se hvem som har målt rett, og dermed ser han ikke kontrasten oppgaven har lagt opp til at elevene skal kunne skille

ut. Elev B blir heller opphengt i hvor målingen slutter, enn hvordan den er blitt gjennomført. Dermed fokuserer elev B på feil aspekt når han skal løse oppgaven.

På slutten av samtalen om oppgaven får intervjueren oppmerksomheten til elev B mot at det er ulike størrelser på bindersene til Kai. Dette gjør intervjueren ved å spørre hvordan den første bindersen til Kai er i forhold til de andre. Elev B ser med en gang at den er større, men på spørsmål om det er ok at den teller som en svarer Kai ja. Implisitt i dette svaret ligger det at det ikke spiller noen rolle for elev A om bindersene som blir brukt til å måle med er av lik størrelse eller ikke.

Når det gjelder det kritiske aspektet "måleenhetene må ligge tett i tett" så vil en elev som har klart å skille ut dette kritiske aspektet se forskjellen på Eva og Lisa sin måling. På spørsmål om elev B ser forskjell på målingen til Eva og Lisa svarer han "jeg tror ikke det egentlig". Da elev B blir konfrontert med at de har fått ulikt svar (Eva 5 og Lisa 6) prøver elev B å forklare det med at det er en liten forskjell på hvor bindersene slutter. Han nevner ikke det at Eva har mellomrom mellom bindersene som en mulig forklaring. På bakgrunn av dette vil jeg si at elev B ikke har klart å skille ut noen av de kritiske aspektene.

Oppgave 2



Figur 17 - Oppgave 2

Det kritiske aspektet som må være skilt ut for å løse denne oppgaven er: "Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker". På denne oppgaven hadde elev B rett svar på pretesten. I intervjuet forklarte elev B på denne måten hvordan han hadde løst oppgaven.

I: Da ser vi på oppgave 2 bare les det høyt til meg du

B: Leser oppgaven

I: Hvor lang synes du den er, mener du han er?

B: Jeg må tenke litt på den

I: Det er bare å telle høyt, du. Det er kjempefint hvis du kan gjøre det og så peker der du teller.

B: Jeg tror det er B

I: Hvordan fant du frem til det?

B: Fordi at jeg telte disse rutene

I: Ja

B: Det er jeg pleier å telle rutene og så når jeg var ferdig rettet jeg med å ta eller retta hvis e visste ikke hvis det var samme svar men e så hvor lang den var med linjalen min

I: Så du retta, kan du si det en gang til hva du gjorde da?

B: E tok linjalen min etter at jeg hadde gjort ferdig alle svarene så retta jeg de men e glemte å ta svar på denne

I: Okei ja, men jeg tror ikke du svarte feil på den, skjønner du.

B: Nei

I denne dialogen forklarer han at han har telt rutene og kommet frem til rett svar. I andre del av dialogen prater han om at han glemte å ”rette” denne oppgaven. Han forklarer at med retting så mener han å bruke linjalen for å måle hvor lang den blå streken er.

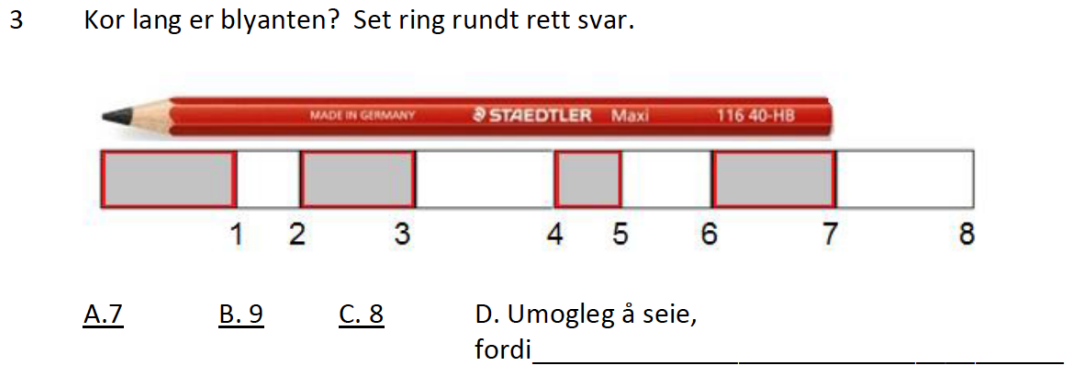
Om vi skal se på den kritiske aspektet ”å telle ruter og ikke streker” begynner elev B forklaringen sin med at han tror det er svaralternativ B (som er rett) siden han telte rutene. Ingen ganger i løpet av intervjuet nevner han at han heller vil telle strekene enn rutene. Han virker sikker på dette. Dermed kan det se ut som han har klart å skille ut dette kritiske aspektet. Samtidig er det rutene som er markerte i måleredskapet som han benytter for å måle den blå linjen. Det er ikke sikkert elev B hadde vært like sikker på å telle hvor mange mellomrom det er mellom måleenhetene om han hadde fått et måleredskap hvor det var linjene som var i fokus (f.eks en linjal). For å kunne fastslå det mer sikkert trenger jeg å analysere flere oppgaver.

Samtidig er elev B usikker på om han har kommet frem til rett svar. Han har ikke "rettet" oppgaven som han kaller det. Som tidligere nevnt mener han med det å bruke linjalen og måle hvor mange centimeter linjen er. Ut fra måten elev B argumenter vil jeg si at han ikke mener det er en ordentlig måling om han ikke får samme svar som om han bruker linjalen og leser av. Dette mener jeg ut fra at han først teller ruter og deretter sier at han må "rette" svaret slik at det stemmer overens med det tallet han får når han bruker linjalen til å måle. Dermed kan det tyde på at han ikke har klart å skille ut at det er mulig å bruke forskjellige måleenheter. Ut fra dette vil jeg si det dukker opp et nytt kritisk aspekt. Det nye kritiske aspektet er "Det er mulig å gjennomføre en ordentlig måling uten å bruke standardiserte måleredskap".

Om vi skal se denne dialogen oppimot Martons tre kompetanser (kunnskap, ferdigheter og forståelse) viser elev B at han vet at han skal telle rutene (kunnskap), og har ferdigheter til å gjøre det. Når elev B begynner å prate om at han må rette svarene han har fått viser han at han ikke har forståelse for det han har gjort.

Oppgave 3 lengdemåling

På den neste oppgaven skulle eleven måle hvor lang en tegnet blyant er.



Figur 18 - Oppgave 3

Som tidligere nevnt er det kritiske aspektet for å kunne løse denne oppgaven "måleenhetene må være like store". Det er den samme kritiske aspektet som var på oppgave 1 hvor Kai målte med binderser som ikke var like store.

I: På oppgave 3 der da kan du lese den til meg og?

B: Leser oppgaven

I: Hvor lang mener du den er?

B: Her brukte jeg linjalen litt, den var vanskelig jeg brukte litt linjalen her

I: Okei hva fant du ut av da?

B: Jeg tror den var nummer A 7

I: Hvis ikke du hadde hatt linjal. Hva hadde du svart på den oppgaven der da?

B: Jeg ville egentlig gjort sånn som den da (Peker på forrige oppgave). Telt hvor mange det var igjen

I: Hva ville du telt ruter eller

B: Rutene

I: Hvor mange ruter ser du at det er da?

B: 8

I: Pek med blyanten så ser jeg også hva du teller

B: 1,2,3,4,5,6,7 (Teller alle rutene som er på linjalen. Hopper over en rute) Da er den 7

I: Tell en gang til du

B: 1,2,3,4,5,6,7,8 (Nå teller han alle rutene.) Tror ikke jeg var så nøye

I: Nei det er ikke det. Er den like langs som alle de 8 rutene blyanten?

B: Det er ikke helt riktig. Fordi du ser at det er bitelitt mindre her. (Peker på enden av blyanten og mener ikke blyanten dekker helt den siste ruten)

I: Er det noen forskjell mellom den linjalen og denne linjalen? (Peker på linjalen på forrige oppgave

B: Hmm nei det er nesten det samme bare at de hvite rutene er litt smalere imens de grå er litt mer større

I: Spiller det noen rolle?

B: Nei, det spiller ikke noen rolle

Elev B forklarer først at han ville brukt en vanlig linjal for å måle hvor lang blyanten er. Dersom elev B hadde hatt en vanlig linjal og bruke ville det vært den vanlige måten å løse oppgaven på. På pretesten derimot hadde ikke elevene lov til å bruke en vanlig linjal. Det

eneste hjelpemiddelet de hadde for å løse oppgaven var de måleredskapene som var tegnet på arket. Rett svar på denne oppgaven vil derfor være at den er umulig å måle siden måleenhetene (rutene) har forskjellig størrelse.

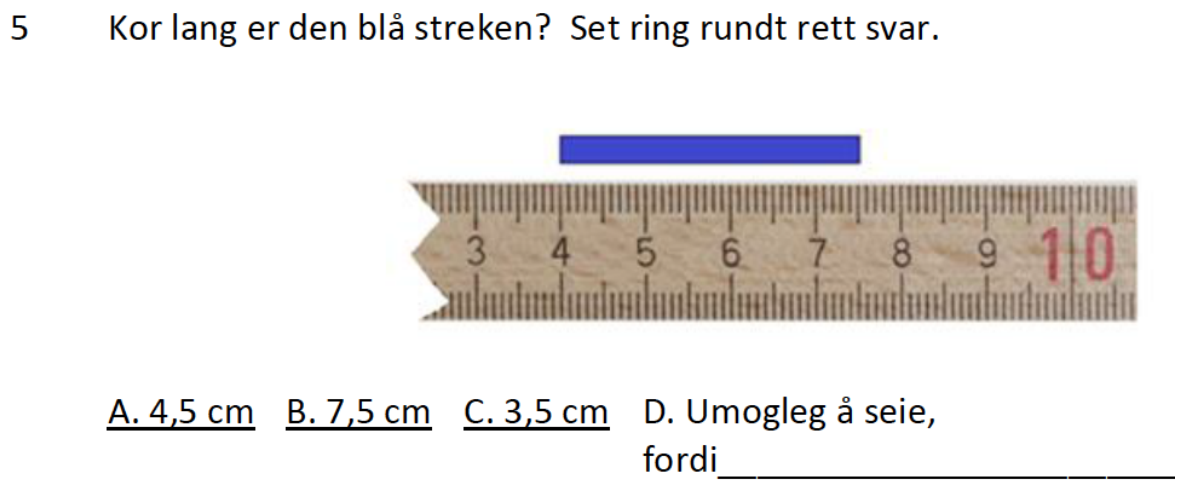
Derfor spør intervjueren om hvordan elev B ville løst oppgaven om han ikke hadde en vanlig linjal. Da svarer elev B først 7, som er det samme som antall ruter som blyanten dekker. Deretter spør intervjueren om ”hvor mange ruter ser du at det er da?”. Elev B svarer da fort 8 som er det totale antall ruter på linjalen. Dette viser han etterpå med å telle alle rutene. En grunn som kan være mulig for å forklare hvorfor elev B svarer som han gjør her er at han har misforstått spørsmålet. Intervjueren spør ”hvor mange ruter ser du at det er da?” og presiserer ikke i spørsmålet at han mener hvor mange ruter blyanten dekker. Dermed kan eleven tolke spørsmålet som at intervjueren er interessert i hvor mange ruter det er totalt på linjalen. Om man legger den tolkningen til grunn kan man forstå hvorfor elev B svarer som han gjør.

Når så intervjueren går tilbake til å spørre hvor lang blyanten er, begynner elev B igjen å forklare at den ikke treffer helt nøyaktig der hvor ruten slutter. Det virker som elev B tar utgangspunkt i at det han sa i forrige ytring og at det er rett. Om han forutsetter at det er rett kan det være mer forståelig at han ikke korrigerer det han sa om at hele linjalen er 8 ruter lang.

I siste del av dialogen spør intervjueren om det er noen forskjell på denne linjalen og linjalen han brukte på forrige oppgave. Her svarer elev B at det er nesten det samme, bare at de hvite rutene er litt smalere imens de grå er litt større. Elev B sier at det ikke spiller noen rolle. Om vi skal analysere dette opp mot det kritiske aspektet ”måleenhetene må være like store” så ser elev B forskjell på rutene på de to linjalene med en gang. Samtidig sier han at det ikke har noen betydning for hvordan man måler lengden på blyanten. Elev B klarer derfor ikke å bruke seperasjon for å skille ut det kritiske aspektet i oppgaven (måleenhetene må være like store). Han fokuserer heller på aspektene som går på hvor mange ruter blyanten dekker. Dermed kommer han frem til feil svar på oppgaven. På bakgrunn av dette vil jeg si at elev B ikke har klart å skille ut det kritiske aspektet oppgaven forsøker å teste. Dette kan også forklare hvorfor elev B har svart som han har gjort på oppgave 1.

Oppgave 5 lengdemåling

Oppgave 5 så slik ut:



Figur 19 - Oppgave 5

For å løse denne oppgaven kreves det at elevene har klart å skille ut de kritiske aspektene "Tar hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og leser ikke bare av på linjalen der hvor tingen ender" og "Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker".

Her er dialogen mellom intervjuer og elev B da elev B skulle forklare hvordan han hadde løst oppgaven.

B: Her brukte jeg en liten metode for jeg tok liksom kor mange det var igjen sånn 2, 1 og forestilte meg at denne delen var der også (Peker på den delen som mangler) og så tok jeg å prøvde å svare riktig.

I: Hva kom du frem til da? Eller hva ville du svart nå? Det er ikke så farlig om du ikke husker akkurat hva du gjorde?

B: Da ville jeg svart B

I: At han er 7 og en halv?

I: Er den blå streken med helt der fremme som du har tenkt? Helt i fra 0 og der?

B: Ja

I: Er den hele veien

B: Nikker bekreftende. Ja

Elev B forklarer her først at for å løse denne oppgaven ville han ha tenkt at linjalen var hel gjennom å forestille seg at den delen som mangler er der. Etter at han har gjort det leser han av på linjalen hvor den blå streken slutter. Dermed får han at den blå linjen er 7 og en halv lang. På spørsmål om den blå streken er med helt der fremme svarer elev B et klart ja.

Om vi skal analysere denne dialogen i lys av den kritiske aspektet ”Tar hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og leser ikke bare av på linjalen der hvor tingen ender” kan det tyde på at elev B ikke har klart å skille den ut. På tegningen kan en tydelig se at den blå linjen stopper på merket som markerer 4 cm på meterstokken. Om man hadde omformulert spørsmålet og spurt elev B hvor på meterstokken den blå linjen ligger tror jeg han ville svart at det er mellom 4 og 7,5cm.

En grunn til at han likevel svarer at den blå streken er 7,5 cm tror jeg er at den misoppfatningen han har knyttet til det kritiske aspektet står sterkt. Som tidligere nevnt skrev Smith, DiSessa, & Roschelle (1993) at en misoppfatning opptrer både før og etter introduksjonen av et nytt tema og blir aktivt forsvart. Jeg tolker måten elev B argumenterer på i både denne oppgaven, og tidligere oppgaver som et forsøk på å forsvare misoppfatningen han har oppparbeidet seg på en aktiv måte.

For å se om elev B ville løst oppgaven på en tilsvarende måte om han fikk en praktisk oppgave hadde intervjueren med en knekt linjal. Linjalen var knekt på en tilsvarende måte som i oppgaven. Denne gav intervjueren elev B i oppgave å måle en minnepenn med.

I: Nå skal du få se noe her (tar frem en minnebrikke og en linjal som er knekt). Læreren din har en sånn her knekt linjal. Hvis du skulle måle den her for meg hvordan ville du gjort det? På den her så begynner han på 4. Ser du det?

B: Ja

I: Hvis du skal måle hvor lang den er. Hva ville du gjort da? For å finne det ut?

B: Latet som 4 var 1, 5 var 2 osv

I: Hvor lang hadde den blitt da?

B: 6 millimeter eller centimeter (begynner å telle på 1 istedenfor 0)

Her måler eleven lengden på minnebrikken på en annen måte enn han gjorde på testen. Han later som 4 var 1, 5 var 2 osv. og kommer frem til at svaret er 6 millimeter eller centimeter. Korrekt svar på oppgaven var at minnepinnen er 5 centimeter. Han har dermed fått 1 for mye.

Om vi analyserer denne oppgaven i lys av de kritiske aspektene kan vi først se på den kritiske aspektet ” Ta hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og ikke bare lese av på linjalen hvor tingen ender”. Når det gjelder dette kritiske aspektet så viser han en annen forståelse av det i den praktiske oppgaven enn på testen. Her starter han å måle fra der hvor minnebrikken starter. Dette gjorde han ved å ”late som 4 var 1, 5 var 2 osv”. Dermed viser han at han har en begynnende forståelse av det kritiske aspektet på den praktiske oppgaven. Svaret han gav på den skriftlige oppgaven viser derimot at han ikke har skilt ut det kritiske aspektet på en god nok måte.

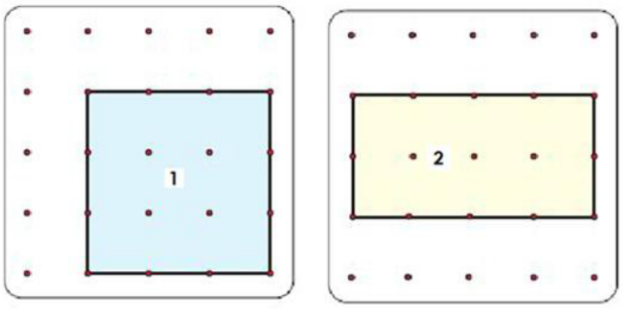
Når det gjelder den andre kritiske aspektet ”teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker” begynner elev B med å late som 4 er det samme som 1. Deretter teller han 1,2,3,4 osv. Han viser også i filmen at han teller strekene i stedet for mellomrommet mellom strekene. Dermed ender han opp med et svar som er 1 cm større enn det som er korrekt. Dette tyder på at eleven ikke har klart å skille ut det kritiske aspektet.

På oppgave to (som også fokuserte på dette kritiske aspektet) var det mellomrommet som var markert (med rutene) mens strekene var mindre fremtredende. På tommestokken er det strekene som er markert, og mellomrommet er ikke markert på noen annen måte en at det er et mellomrom mellom strekene. Eleven bruker forskjellig metode for å måle lengden og derfor tror jeg eleven ikke har utviklet et bevisst forhold til om man teller strekene eller mellomrommet mellom strekene. På bakgrunn av dette vil jeg si at eleven ikke har klart å skille ut dette kritiske aspektet.

Han har også problemer med omgjøring mellom centimeter og millimeter. Han er usikker på om minnebrikken er 6 millimeter eller centimeter. Jeg har valgt ikke å fokusere på omgjøring mellom måleenheter i denne avhandlingen og vil derfor ikke gå nærmere inn på det her.

Oppgave 2a omkrets

2a Hvilken av figurene har størst omkrets? Sett ring rundt riktig svar.



A. figur 1 B. figur 2 C. Lik omkrets D. Umulig å si, fordi_____

_____

Figur 20 - Oppgave 2a

I: Hvis du ser på 2a. Leser oppgaven. Hvem har størst omkrets av 1 og 2

B: Det står vel tegnet inn

I: Husker du hva omkrets betydde?

B: Nei egentlig ikke det var lenge siden

I: Hva tror du at det betyr?

B: Lengden eller noe sånt

I: Lengden, ja hvilken lengde

B: (Eleven peker med blyanten på lengden rundt figuren)

Eller det som er inni. Vi teller det som er inni så finner vi omkrets.

Den videre dialogen går på hvilken av figurene som har størst areal. Heller ikke her kommer elev B frem til hva som er forskjellen mellom areal og omkrets og jeg har derfor utelatt resten av dialogen.

Om vi skal analysere det opp mot de kritiske aspektene vil jeg begynne med det kritiske aspektet ”vite hva begrepet omkrets betyr”. Her sier eleven først at han ikke vet hva det betyr. På spørsmål om hva han tror det betyr, svarer han at han tror det er lengden og signaliserer at han mener lengden rundt. Samtidig endrer han fort mening når han får spørsmål om hvilken

lengde han mener. På bakgrunn av dette tror jeg han har en vag fornemmelse av hva omkretsen er for noe, men ikke har klart å skille det ut fra arealbegrepet. En mulighet til hvorfor han endrer oppfatning kan være at han oppfatter ”lengden, ja hvilken lengde” som en indirekte måte å si at det han svarte var feil. Dermed prøver han og endre svar til ”det som er inni” for å blidgjøre intervjueren. En annen grunn til at han endrer oppfatning av hva omkretsen er kan være at han ikke vet hvordan han skal gjennomføre målingen. Da er det enklere og endre svar på hva omkrets er i stedet for å si at han ikke vet hvordan han skal løse oppgaven. Ut fra dette vil jeg si at elev B ikke har skilt ut det kritiske aspektet.

Med bakgrunn i at elev B ikke vet hva omkrets er gjør han aldri ett forsøk på å måle omkretsen. Derfor er det umulig å si noe om han har klart å skille ut de andre kritiske aspektene som oppgaven krever for å bli løst.

Oppsummering av elev B sine kritiske aspekter.

Elev B viser at han har liten forståelse for de kritiske aspektene i både intervjuet og på pretesten. Dermed vil jeg si at hos elev B har intervjuene i stor grad bekreftet resultatene fra pretesten. På bakgrunn av intervjuet og pretesten vil jeg si at elev B har:

Problemer med disse kritiske aspektene:

- Måleenhetene må ligge tett i tett
- Måleenhetene må være like store
- Å telle ruter i stedet for streker
- Vite hva begrepet omkrets betyr
- Tar hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og leser ikke bare av på linjalen der hvor tingen ender.
- Det er mulig å gjennomføre en ordentlig måling uten å bruke standardiserte måleredskap.

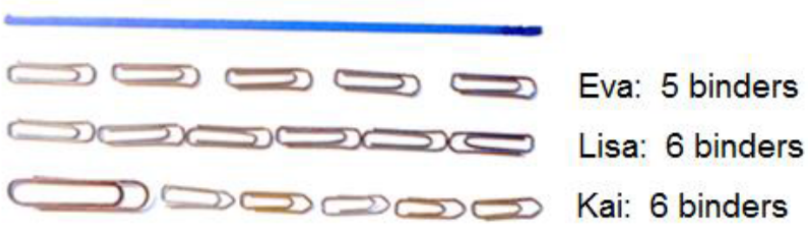
Elev B er i sine målinger veldig fokusert på det aspektet innenfor lengdemåling som handler om ”å lese av hvor på linjalen en måling slutter”. Dermed ser han bort fra de andre kritiske aspektene som er innenfor lengdemåling. Han klarer derfor ikke å bruke seperasjon for å skille ut de kritiske faktorene som de forskjellige oppgavene forsøker å teste. Om vi ser på Martons (1988) tre ulike kompetanser er det særlig forståelse elev B viser at han har lite av i intervjuene.

Elev C

Elev C gjorde det ganske bra på pretesten som omhandlet lengdemåling. Han svarte rett på 16 av 21 oppgaver. Av de oppgavene jeg fokuserer på, svarte elev C derimot rett på bare 1 av 5 oppgaver. Det vil si at 4 av de 5 oppgavene elev C svarte feil på, omhandler de kritiske aspektene som jeg fokuserer på i denne avhandlingen. På testen som omhandlet areal og omkrets svarte elev C rett på 2 av 22 oppgaver. Det var lavest poengsum av alle elevene som tok testen. På bakgrunn av at elev C har gjort det godt på noen oppgaver, mens dårlig på andre mener jeg det vil være interessant og analysere hvilken forståelse elev C har av de ulike kritiske aspektene.

Oppgave 1

1 Eva, Lisa og Kai har målt eit linjestykke. Dei har brukt binders til å måle med.



Kven av dei har målt best synest du? _____

Kvifor valgte du ikkje ein av dei andre? _____

_____

Figur 21 - Oppgave 1

Som tidligere nevnt er de to viktigste kritiske aspektene for å løse denne oppgaven ”måleenhetene må ligge tett i tett” og ”måleenhetene må være like store”.

På pretesten svarte elev C feil på både oppgave 1a og 1b. Under følger dialogen når elev C forklarer hvordan han har løst denne oppgaven.

I: Hvem synes du har målt rettest der?

C: Kai

I: Hvorfor synes du Kai har målt best?

C: Fordi jeg synes det var mest etter streken (Peker på der hvor bindersen slutter)

I: Fordi han har holdt seg mest på streken. Ja, hvis du ser på Eva sin måling da. Hva som var problemet med hennes måling?

C: Litt for kort

I: Ja, er det noe annet som skiller hennes måling og Lisas måling for eksempel?

C: Fordi hun har så langt i mellom i forhold til de andre

I: Spiller det noen rolle?

C: Jeg vet ikke helt

I: Nei hva ville du ha gjort? Hvis du skulle målt med binders? Sånn som Eva har gjort det eller sånn som Lisa har gjort det

C: Lisa

I: Hvorfor det da?

C: Fordi jeg synes det var litt lettere på en måte eller jeg vet ikke helt

I: Nei. Er det et problem at Eva ikke har de i hop? At de ligger inntil hverandre?

C: Da har hun ikke akkurat målt nøyaktig

I: Det er ikke å måle nøyaktig nei

C: Da finner hun ikke ut hvor mange binderser hun må ha for å måle

I: Ser du på Kai sine binders. Er det noe spesielt med de i forhold til Lisa sine binderser?

C: Han har en stor

I: Betyr det noe?

C: Ja da er den litt lenger

I: Er det helt ok eller?

C: Det er helt ok

I denne dialogen spør først intervjueren om hvem elev C mener har målt best. Elev C svarer da Kai siden hans måling slutter mest nøyaktig i forhold til den blå streken de skal måle. Han mener problemet med de andres målinger er at de er litt for korte. Han ser også at Eva har

langt mellom bindersene hun har brukt for å måle. Elev C er først usikker på om det spiller noen rolle. Etter hvert kommer han frem til at når bindersene ikke ligger tett inntil hverandre har hun ikke målt nøyaktig. Når det gjelder Kai sin måling ser elev C at den ene bindersen er større enn de andre. Konsekvensen av dette mener han er at bindersene blir litt lenger. Dette mener han ikke har noen betydning for målingen.

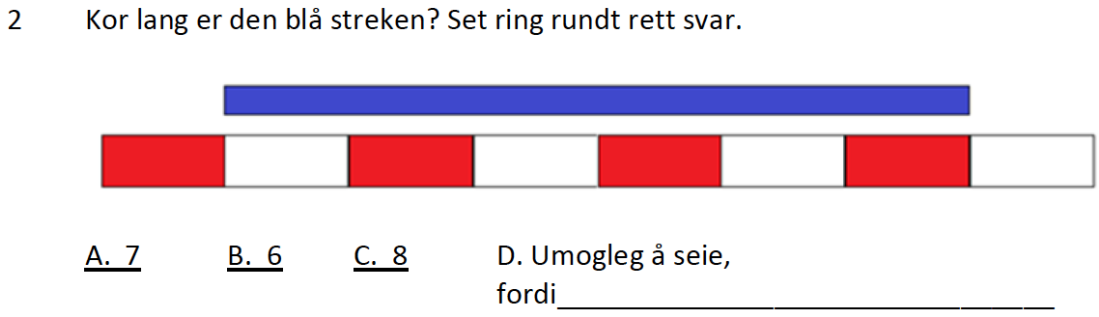
Om jeg skal analysere denne dialogen oppimot de kritiske aspektene som var sentrale vil jeg begynne med ”måleenhetene må ligge tett i tett”. På spørsmål om det er noe som skiller Lisas måling og Evas måling svarer elev C med en gang at Eva har langt i mellom i forhold til de andre. Elev C er usikker på om det spiller noen rolle. Selv om han ikke er sikker på om det spiller noen rolle ville han ha gjort som Lisa. Dette siden han mener det er litt lettere. Dette tyder på at elev C ser at det er noe feil i målingen til Eva. Samtidig klarer han ikke helt å sette ord på hva som er feil. Først når intervjueren spør om det er et problem at de ikke ligger i hop sier elev C at Eva ikke har målt nøyaktig. Det fører til at han også klarer å resonnere seg videre frem til at Eva ikke finner frem til hvor mange binderser en trenger for å måle. Dermed klarer han til slutt å resonnere seg frem til det som ligger i dette kritiske aspektet. Han klarte ikke å se problemet med en gang, for da ville han ha svart det direkte da intervjueren spurte om det var noen forskjell på målingen til Eva og Lisa. På bakgrunn av dette vil jeg si at elev C er på vei til å skille ut det kritiske aspektet ”måleenhetene må ligge tett i tett”.

Den andre kritiske aspektet som lå i denne oppgaven var at ”måleenhetene må være like store”. Elev C svarte i oppgaven at han synes Kai hadde målt best. Kai brukte ulik størrelse på bindersene når han målte. Elev C sier i intervjuet at han ser at Kai har en binders som er større enn de andre. På spørsmål om det betyr noe svarer han at ja, den er litt lenger. Dette tolker jeg at han mener at bindersen er lenger enn de andre bindersene som han har brukt for å måle. En annen måte å tolke dette på kan være at elev C mener at totallengden på bindersene blir lengre om han bruker en binders som er større. Når han i avsnittet etterpå sier at det er helt ok, mener jeg at det underbygger tolkningen om at han bare pekte på den ene bindersen. Dersom han hadde ment at det fikk betydning for den totale målingen tror jeg han ville sagt at det ikke var ok.

I denne oppgaven er det rette svaret satt i kontrast til to svar som er feil. Kontrast blir i variasjonsteorien definert som at for å vise hva noe er, må man se hva det ikke er (Wernberg, 2009, p. 43). Dermed må man i denne oppgaven vite hva som er gjort feil hos Eva og Kai for å si at de ikke har målt rett. Elev C sier i intervjuet at han ser forskjell på hvordan Eva og Lisa har målt. Han sier at Eva ikke har målt nøyaktig siden de ikke ligger sammen. Han ser derfor kontrasten her. Han ser også kontrasten som ligger i at Kai og Lisa har brukt binderser med forskjellig størrelse. Dette mener han at ikke har noen betydning for utfallet av målingen. Dette tyder på at han ikke har skilt ut at det er et kritisk aspekt at måleenheten må ha lik størrelse. På bakgrunn av dette vil jeg si at elev C ikke har skilt ut det kritiske aspektet "måleenhetene må være like store".

Det dukker også opp et annet kritisk aspekt hos elev C. Elev C kikker bare på enden av den blå linjen og leser av hvor den slutter. Han tar ikke hensyn til hvordan målingen har vært gjennomført. På den måten begrunner han at Kai har målt best. Dette er samme argument som elev B brukte på den samme oppgaven.

Oppgave 2



Figur 22 - Oppgave 2

Det kritiske aspektet som må være skilt ut for å løse denne oppgaven er å "Telle mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker". På denne oppgaven hadde elev C feil svar på pretesten. I intervjuet forklarte elev C på denne måten hvordan han hadde løst oppgaven.

I: Ja hvor lang synes du han er?

C: Tror han er litt lenger enn 8 centimeter

I: Enn 8?

C: Ja jeg tror den er lenger

I: Ja hvordan tenker du da? Kan du vise hvordan du tenker da?

C: Det er litt for stor til å være en cm (Peker på en rute). En cm er liksom midt der (peker på midten av ruten). Teller 1,2,3,4..10,11,12 (mens han har delt opp rutene.) Rundt 11, 10-12

I: Men det står ikke centimeter her, hva tror du de kan ha tenkt her at de har brukt å måle med

C: Jeg vet ikke, kanskje 8 sånne brikker

1,2,3,4,5,6 (teller rutene som dekker den blå linjen). Da er det B som er riktig.

I: Hvis det var D som var riktig da ”Det er umulig og si”

Hvorfor kunne det være riktig?

C: Jeg vet ikke

Her svarer først elev C at han tror den blå streken er litt lenger enn 8 centimer. Han deler opp rutene slik at de tilsvarer omtrent en centimeter. Når han har delt opp rutene teller han hvor mange centimeter den blå linjen dekker. Her kommer han frem til at den er ca 10-12 cm lang. Deretter får elev C spørsmål om hvordan han kan gjøre det hvis han ikke skal bruke centimeter som måleenhet. Da tar han først og teller opp hvor mange ruter det er totalt sett før han slår fast at det blå linjen dekker 6 ruter. Til slutt spør intervjueren om hva elev C ville svart om hvorfor alternativ D ”Det er umulig og si” kunne ha vært rett svar. Elev C ser ikke at det kan være en mulighet og svarer derfor ”jeg vet ikke”.

Om vi skal analysere denne dialogen opp i mot det kritiske aspektet ”Telle mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker” kan vi dele dialogen opp i to. Første del av dialogen handler om at elev C deler opp linjalen som er laget der i mindre ruter slik at de tilsvarer 1 cm hver. Når han er ferdig med det teller han opp og kommer frem til at han har fått 11 ruter. Han teller rutene og gjør oppgaven rett. I andre del får han spørsmål om hvordan han ville løst oppgaven om han ikke skulle brukt centimeter. Da svarer han at han ville brukt rutene som er tegnet inn. Han teller først opp hvor mange ruter det er totalt før han teller opp

hvor mange ruter som dekker den blå linjalen. Dermed viser han en gang til at han har full kontroll på at det er ruter og ikke streker han skal telle opp. Derfor vil jeg si at han har klart å skille ut dette kritiske aspektet på en god måte.

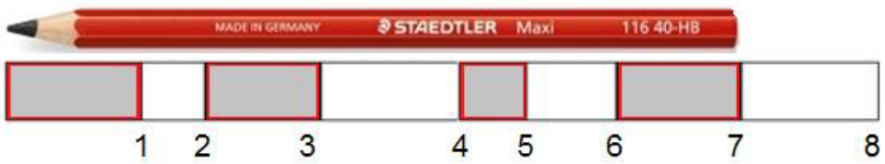
Likevel fikk elev C feil svar på pretesten. Slik jeg ser det er en mulig forklaring til dette at han ikke forstår hvordan det er meningen at han skal løse oppgaven. Det er ikke sikkert han forstår at han skal bruke rutene som er tegnet inn for å løse oppgaven. Det kan også være at han ikke har forstått at det er mulig å gjennomføre en måling uten å bruke standardiserte enheter. Dette kan underbygges med at han hele veien sammenligner det han skal måle med centimeter. Dermed vil jeg argumentere for at han har problemer som ikke allerede er omfattet av de kritiske aspektene jeg har nevnt. Derfor vil jeg si at det dukker opp et nytt kritisk aspekt. Dette er at "det er mulig å gjennomføre en måling uten å bruke standardiserte enheter". Dette er det samme aspektet som dukket opp hos elev B.

På denne oppgaven vil jeg si at elev C viser større forståelse for de kritiske aspektene oppgaven omhandler enn det man kan lese ut av testen. Om man bare skal se på testen, kan det se ut til at han ikke har fått det til. I intervjuet viser han derimot at han har fått til mye, men ikke tror det er mulig å bruke andre måleenheter enn de som er standardisert.

Oppgave 3 lengdemåling

På den neste oppgaven skulle eleven måle hvor lang en tegnet blyanten er.

3 Kor lang er blyanten? Set ring rundt rett svar.



A.7 B. 9 C. 8 D. Umogleg å seie, fordi_____

Som tidligere nevnt er det kritiske aspektet for å kunne løse denne oppgaven "måleenhetene må være like store". Det er det samme kritiske aspektet som var på oppgave 1 hvor Kai målte

med binderser som ikke var like store. Under følger dialogen hvor elev C forklarte hvordan han løste oppgaven

I: Hva tenker du der?

C: Hvis det er sånn der igjen at du tenker på brikkene hvor mange brikker det er, men jeg er ikke helt sikker på at det er sånn. Det står ikke centimeter eller noe sånt

I: Nei, hva ville du svart da?

C: 1,2,3,4,5,6,7 kanskje (teller rutene)

I: Hvis det viste seg at det var D som var rett hva ville du svart der da

C: Hva D?

I: Ja, at det er umulig å si fordi

Er det noen problem med den linjalen?

C: Ja

I: Hva da synes du?

C: Det er ikke så mye her er det langt og her er det kort (Peker på en rute som er stor og en som er liten) og ja de er ikke like store mellom hverandre

I: Bør de være det?

C: Ja husker ikke målet nøyaktig

I: Flott. Veldig bra

Elev C starter med å si at han ikke er helt sikker på hvordan han vil løse den oppgaven. Han foreslår at det kan gjøres på samme måte som han løste den forrige oppgaven. En av grunnene til at han blir usikker er at ”det ikke står centimeter eller noe sånt”. Intervjueren spør han så hva han ville svart, og da teller elev C rutene. Etter at elev C har telt rutene spør intervjueren om hva han ville svart dersom alternativ D (Det er umulig å si fordi…) var rett svar. For å forklare spørsmålet, spør intervjueren om elev C ser noe problem med linjalen. Da svarer elev C at det er forskjellig størrelse på rutene. Noen er små mens andre store. På spørsmål om de bør være det, svarer elev C ”ja, men at han ikke husker målet nøyaktig”.

Om vi skal analysere det oppimot det kritiske aspektet ”måleenhetene må ha lik størrelse” så tar elev C først ikke hensyn til at rutene har ulik størrelse. På spørsmål om det er noe problem

med linjalen sier elev C at det ikke er like store ruter. Slik jeg tolker dialogen forstår først elev C hva intervjueren spør om da intervjueren spør ”Er det noen problem med den linjalen?”. Da kommer eleven med en gang frem til at det er et problem at noen ruter er lange, mens andre ruter er korte. Han sier at de bør være like store. Jeg vil derfor si at han er på vei til å skille ut det kritiske aspektet ”måleenhetene må ha lik størrelse”

En annen ting vi kan se ut fra denne dialogen er at elev C fortsatt mener at når man måler må man bruke centimeter eller andre standardiserte enheter. I starten av dialogen sier han

> C: Hvis det er sånn der igjen at du tenker på brikkene hvor mange brikker det er men jeg er ikke helt sikker på at det er sånn. Det står ikke centimeter eller noe sånt.

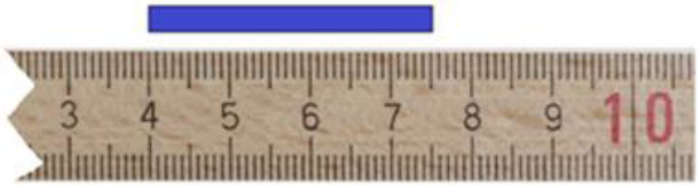
Her foreslår han å løse oppgaven på samme måte som han intervjueren foreslo at han skulle løse forrige oppgave. Samtidig er han skeptisk til å løse oppgaven på denne måten. Dette begrunner han med at det ikke står noe om centimeter. På bakgrunn av dette vil jeg si at han i starten av dialogen ikke prøver å løse oppgaven slik han selv mener er rett, men heller prøver å løse den på den måten han forventer at intervjueren ønsker å høre.

På bakgrunn av dette tror jeg grunnen til at elev C ikke klarer å løse denne oppgaven ikke skyldes det kritiske aspektet ”måleenhetene må være like store”, men heller det at han ikke har forstått at det er mulig å gjennomføre en måling uten å bruke standardiserte enheter.

Oppgave 5 lengdemåling

Oppgave 5 så slik ut:

5 Kor lang er den blå streken? Set ring rundt rett svar.



A. 4,5 cm B. 7,5 cm C. 3,5 cm D. Umogleg å seie, fordi_____

Figur 23 - Oppgave 5

Denne oppgaven klarte elev C å løse på pretesten. Som tidligere nevnt kreves det for å løse denne oppgaven at elevene har klart å skille ut de kritiske aspektene ”Ta hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og ikke bare lese av på linjalen hvor tingen ender” og ”Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker ”.

Her er dialogen mellom intervjuer og elev C da elev C skulle forklare hvordan han hadde løst oppgaven:

I: Så kan vi se på oppgave 5, det var noe med en linjal som var ødelagt. Ta og les den til meg du

C: Leser oppgaven

C: Tre og en halv

I: Hvordan tenkte du da? Kan du vise det?

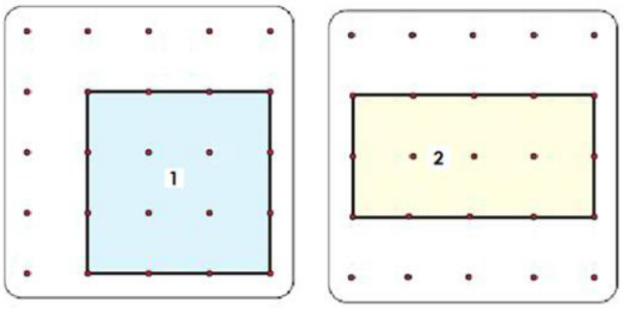
C: Her er liksom en centimeter (Peker på mellomrommet mellom 4 og 5 på linjalen). Og den begynner jo der på 4 tallet. 1 så er det 2 så er det 3 så er det frem til en halv (Teller mellomrommet mellom strekene) så er det 3 og en halv

På denne oppgaven svarer elev C rett svar med en gang han har lest oppgaven. Når han skal forklare hvordan han har gjort det viser han at han tar mellomrommet mellom 4 og 5 på linjalen og kaller det én centimeter. Han fortsetter med det samme og kommer på den måten frem til at den blå streken er 3,5 centimeter lang. Han har ikke noe problem med å bruke en knekt linjal.

Om vi skal analysere dette opp mot de kritiske aspektene kan vi først se på ”Tar hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og leser ikke bare av på linjalen der hvor tingen ender”. Her begynner elev C å måle fra 4 centimeters merket og teller seg bortover. Ut fra denne oppgaven kan det derfor tyde på at elev C har skilt ut det kritiske aspektet. Når det gjelder ”Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker” begynner elev C å telle på mellomrommet mellom 4cm- og 5cm merket. Deretter viser han tydelig hvordan han teller mellomrommet mellom de neste cm merkene på linjalen. Dermed vil jeg si det tyder på at han har klart å skille ut dette kritiske aspektet også.

Oppgave 2a omkrets

2a Hvilken av figurene har størst omkrets? Sett ring rundt riktig svar.



A. figur 1 B. figur 2 C. Lik omkrets D. Umulig å si, fordi_____

_____

Figur 24 - Oppgave 2a

For å løse denne oppgaven er det to kritiske aspekter som er sentrale. Den ene er at elevene "må vite hva begrepet omkrets betyr". Den andre kritiske aspektet er å "Telle mellomrom mellom strekene på linjalen, ikke strekene".

C: Da er jeg ikke helt sikker igjen at det er den som er omkretsen så er det den som er lengst størst (Peker på de to lengste sidene i rektangelet) men jeg er ikke helt sikker

I: Kunne du sagt den som er lengst sånn?

C: Ja så hadde jeg svart figur 2

I: På oppgave 2b da? (Oppgave 2B er lik som oppgave 2 A, men spør om eleven kan finne arealet til figuren)

C: Leser oppgaven

Av de figurene ja. Jeg tror det er, jeg må bare telle 1,2,3 … (Teller mellomrommet mellom strekene). Jeg er ikke helt sikker men lurer på om areal er den rundt 1,2,3…10,11 4+4+2+2. Ja jeg tror den har 12. Og den har 4 + 4 +4…3 ja 1,2,3…11,12. De er like lang. Den kanskje (setter ring rundt svaralternativ C)

I denne dialogen sier først elev C at han ikke er sikker på hva omkrets er, men at han tror det er den lengste siden av rektangelet. På bakgrunn av det kommer han frem til at figur 2 har størst omkrets siden den lengste siden er større her enn på figur 1. Deretter får han spørsmål om hvilken av figurene som har størst areal. Han er ikke helt sikker på hva areal er, men tror det er det som er rundt figuren. Han måler rundt figuren og kommer frem til at arealet er like stort hos begge figurene.

Om vi skal analysere det opp mot de kritiske aspektene vil jeg først begynne med det kritiske aspektet ”må vite hva begrepet omkrets betyr”. Her sier elev C at han tror omkrets er den lengste siden på figuren. Han mener at areal er det som går rundt figuren. Derfor er det tydelig at han ikke vet hva begrepet omkrets betyr. Dermed blander han begrepene omkrets og areal. Dermed har han ikke klart å skille ut den kritiske aspektet ”vite hva begrepet omkrets betyr”

Selv om han ikke vet hva begrepet omkrets er og blander det med areal betyr det ikke at han ikke har noen forståelse for hvordan man måler omkrets. Når jeg drøfter hvordan han har skilt ut de andre kritiske aspektene vil jeg ta utgangspunkt i når han måler det han kaller areal. Siden han her bruker metodene som er vanlig for å finne omkrets tyder det på at han blander begrepene. Derfor vil jeg videre fortsette å omtale det han kaller for areal som omkrets.

Om vi ser på den kritiske aspektet ”Ikke telle streker på linjalen, men mellomrommet mellom strekene” vil jeg se hvordan han løser oppgaven på slutten av dialogen. Når han skal finne ut hvilken av figurene som er størst, begynner han først å telle 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 og 11. På filmen kan jeg tydelig se at han teller mellomrommet mellom strekene. Når han kommer til 11 ser han at det er noe som er feil og dobbeltsjekker med å legge sammen lengden på alle sidene. Da kommer han frem til at den første figuren har omkrets på 12. Han gjentar det samme på den andre figuren og kommer frem til at de har like stor omkrets. På filmen kan man tydelig se at han teller mellomrommet mellom strekene og ikke strekene. Han har heller ikke noen problemer med å sammenlikne de to figurene. På bakgrunn av dette vil jeg si at han har klart å skille ut begge disse to kritiske aspektene.

Om vi skal se dette opp mot Martons (1988) tre former for kompetanse viser elev C her at han ikke har kunnskap om hva det vil si å måle omkrets. Når elev C får vite hva omkrets er har han ingen problemer med å måle den. Han viser forståelse og ferdigheter for hvordan det skal gjøres. Derfor vil jeg si at det er innenfor kompetanseområdet Marton kaller for kunnskap som elev C har problemer med på denne oppgaven.

Når vi bare ser på testen er det lett og tenke at elev C ikke kan noen ting om omkrets. Dette er på bakgrunn av at han gjorde det dårlig på testen. Om vi derimot ser på analysen av de kritiske aspektene, har han forstått mye, men sliter med forskjellen på begrepene omkrets og areal. Dermed har han mye større forståelse for omkrets enn det som kommer frem av pretesten.

Oppsummering av de kritiske aspektene til elev C

Elev C viser at han har mye større forståelse for de kritiske aspektene i intervjuet enn på pretesten. På bakgrunn av intervjuet og pretesten vil jeg derfor si at elev C har:

Skilt ut disse kritiske aspektene:

- Å telle ruter i stedet for streker
- Måleenhetene må være like store
- Tar hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og leser ikke bare av på linjalen der hvor tingen ender.

Bør jobbe mer med:

- Måleenhetene må ligge tett i tett
- Vite hva begrepet omkrets betyr
- Leser av hvor målingen slutter uten å ta hensyn til hvordan målingen har vært gjennomført.

Nye kritiske aspekter som dukket opp i løpet av intervjuet

- Det er mulig å gjennomføre en ordentlig måling uten å bruke standardiserte måleredskap.

Diskusjon

I dette kapittelet vil jeg først oppsummere resultatene fra intervjuene. Deretter vil jeg diskutere det jeg har funnet ut i analysen med utgangspunkt i forskningsspørsmålene.

Forskningsspørsmålene jeg stilte i starten av oppgaven var:

- Hvilke kritiske aspekter har elevene klart å skille ut?

- Hvilke kritiske aspekter har elevene problemer med å skille ut?

- Er det forskjell i de kritiske aspektene som kommer frem på intervjuene og på pretesten?

I andre del av diskusjonsdelen vil jeg diskutere hvordan funnene jeg har kommet frem til i oppgaven vil ha påvirkning på hvordan man underviser i matematikk i skolen.

Hva har jeg funnet ut

Oppsummering av de kritiske aspektene til elev A, B og C

For å kunne sammenligne resultatene fra analysen av elev A, B og C har jeg lagt inn alle resultatene i en tabell. Om det kommer frem på intervjuet at eleven har skilt ut det kritiske aspektet på en god måte har jeg gitt 1 poeng. Om de er på vei til å skille ut den kritiske aspektet, men ikke har skilt den helt ut har jeg gitt de 0,5 poeng. Om man ikke kan si om eleven har skilt ut den kritiske aspektet på bakgrunn av det som kommer frem i intervjuet har jeg satt en x. På testen har jeg gitt 1 poeng om eleven har svart rett på alle oppgavene som omhandler den kritiske aspektet mens om eleven har svart rett på noen av oppgavene som omhandler den kritiske aspektet har jeg gitt 0,5 poeng. Dette gjør jeg fordi eleven da viser at han har en viss forståelse for den kritiske aspektet. På den måten kan det som kommer frem på testen sammenlignes med det som kommer frem på intervjuene.

Kritisk aspekt	Elev A		Elev B		Elev C	
	Test	Intervju	Test	Intervju	Test	Intervju
Måleenhetene må ligge tett i tett	0	0	0	0	0	0
Måleenhetene må være like store	0	1	0	0	0	1
Tar hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og leser ikke bare av på linjalen der hvor tingen ender	1	Ikke fokus på i intervjuet	0	0	1	1
Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker	1	1	0,5	0	0,5	1
Vet hva begrepet omkrets betyr	0	1	0	0	0	0

Ingen av de tre elevene som jeg har analysert intervjuet til i dybden i denne oppgaven har klart å skille ut det kritiske aspektet ”måleenheten må ligge tett i tett”. Når det gjelder den kritiske faktoren ”målenhetene må være like store” viser intervjuene at 2 av 3 elever har klart å skille den ut. Testen indikerer at ingen av elevene har klart å skille ut denne kritiske faktoren. En av grunnene til at elevene har svart feil på oppgaven som skulle måle om elevene hadde skilt ut denne kritiske faktoren er at de ikke har forstått hva oppgaven spør om. Dermed har de ikke heller klart å vise hva de kan.

1 av 3 elever vet hva begrepet omkrets betyr. Eleven som vet hva omkrets betyr var i starten litt usikker, men etter litt betenkningstid kom han frem til rett svar. Siden han ikke har svart

rett på testen på den oppgaven, vil jeg si at ingen av elevene heller har god nok kontroll på hva omkrets er for noe. To av elevene tar hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og leser ikke bare rett av linjalen. Elev B tok ikke hensyn til dette når han forklarte hvordan han hadde løst oppgaven, men da han fikk en lignende praktisk oppgave klarte han å løse den på rett måte. Derfor vil jeg si at det er den kritiske faktoren elevene har best kontroll på. Elevene viser jevnt over litt større forståelse i intervjuet enn på pretesten. Spesielt kommer dette til uttrykk når det gjelder den kritiske faktoren ”måleenhetene må være like store”.

I intervjuene dukket det også opp en ny kritisk faktor ”Det er mulig å gjennomføre en måling uten å bruke standardiserte enheter”. Denne kritiske faktoren hadde både elev B og C problemer med.

Om vi sammenligner resultatene til elev B og elev C så har de gjort det like dårlig på pretesten på de oppgavene som jeg fokuserer på. Om vi ser på intervjuet viser derimot elev B liten forståelse for alle de kritiske aspektene. Elev C har jeg vist at har skilt ut 3 av de 6 kritiske aspektene jeg valgte å fokusere på. I intervjuene har jeg dermed vist at elev C har mye større forståelse for det matematiske temaet lengdemåling enn elev B har.

Oppsummering av de kritiske aspektene til elev D-J

På samme måte som jeg har analysert disse tre intervjuene har jeg også analysert intervju av 7 andre elever. For å spare plass vil jeg bare legge frem oppsummeringen av de 7 andre intervjuene.

Tabell 7- Oppsumering av de kritiske faktorene til elev D-J

Kritisk aspekt	Elev D		Elev E		Elev F		Elev G	
	Test	Intervju	Test	Intervju	Test	Intervju	Test	Intervju
Måleenhetene må ligge tett i tett	0	0,5	1	x	0,5	1	1	1
Måleenhetene må være like store	0	0	0,5	0,5	0,5	1	1	1
Tar hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og leser ikke bare av på linjalen der hvor tingen ender	0	0	0	1	0,5	1	1	1
Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker	0	0	0	1	0,5	0	1	1
Vet hva begrepet omkrets betyr	0	0	0	0,5	0,5	1	1	1

Kritisk aspekt	Elev H		Elev I		Elev J	
	Test	Intervju	Test	Intervju	Test	Intervju
Måleenhetene må ligge tett i tett	1	1	0	1	1	1
Måleenhetene må være like store	0,5	1	0	1	0,5	1
Tar hensyn til hvor på linjalen tingen som skal måles starter og leser ikke bare av på linjalen der hvor tingen ender	0	0	1	x	1	1
Teller mellomrommet mellom strekene på linjalen og ikke antall streker	0	0	0,5	1	1	1
Vet hva begrepet omkrets betyr	0,5	0,5	1	1	1	1

Resultatene fra resten av intervjuene viser at resten av elevene også har størst problemer med å skille ut det kritiske aspektet ”måleenhetene må være like store”. Om en ser på intervjuet er det derimot flere som har skilt ut dette kritiske aspektet. Dette kan være på grunn av at oppgaven som testet dette kritiske aspektet var laget på en litt annen måte enn de oppgavene elevene var vant til å få. Også i disse intervjuene viser elevene en større forståelse for de kritiske aspektene i intervjuene enn de gjør på pretesten. Ellers er det omtrent halvparten av elevene som har skilt ut de forskjellige kritiske aspektene. Ingen kritisk faktor skiller seg ut slik at det er veldig mange/få elever som har vist forståelse for de.

Det er stor forskjell på hvor mange kritiske aspekter elevene har skilt ut. Noen av elevene har kontroll på alle de kritiske aspekten, mens det er noen som ikke har kontroll på nesten noen av de kritiske faktorene.

Noen avsluttende refleksjoner

I starten av oppgaven presenterte jeg to forskningsspørsmål som jeg ønsket å finne svar på i oppgaven:

- Hvilke kritiske aspekter har elevene klart å skille ut, og hvilke har de problemer med å skille ut?
- Er det forskjell i de kritiske aspektene som kommer frem på intervjuene og på pretesten?

I denne oppgaven har jeg vist at det er forskjellige kritiske aspekter elevene har skilt ut. Alle de kritiske aspektene jeg har tatt utgangspunkt i, er det noen av elevene som har skilt ut. Samtidig er det ingen av de kritiske aspektene som alle elevene har skilt ut. Elevene viser jevnt over litt større forståelse for de kritiske faktorene i intervjuene enn på testene. Dette har jeg vist i intervjuene som jeg har analysert i dybden i denne oppgaven.

Et så lite datautvalg som 10 elever som har gjennomført en test er selvfølgelig alt for lite til å kunne generaliseres. Samtidig vil jeg i denne delen peke på noen tendenser som intervjuene viser, og presentere mine tanker på hvordan det vil påvirker måten man driver matematikkundervisning. Jeg synes at resultatene jeg har analysert viser en litt skremmende tendens. Dersom det er slik at på skriftlige testene klarer elevene bare å få frem en liten del av den kunnskapen de har, vil jeg stille spørsmål til mye av det testfokuset som er i skolen i dag. Om man antar at eleven ikke klarer å vise alt det de har lært på en test vil en test måle i hvor stor grad elevene klarer å få ned det de har lært på papiret, og ikke hvilken forståelse elevene har av temaet.

På de nasjonale prøvene i regning må elevene også velge mellom et svaralternativ. Derfor kan man anta at de samme problemene også gjelder for de nasjonale prøvene. Dersom resultatene på testen ville vært en del av de nasjonale prøvene ville elev B og C begge fått beskjed om at de lå på et lavt mestringsnivå. Elev C ville derfor ikke fått vist noe av den kunnskapen han hadde om lengdemåling.

Samtidig har intervjuene jeg har analysert vist at på oppgaver som elevene svarer rett på så har de i stor grad klart å skille ut det kritiske aspektet. Dermed viser analysen min at testene som blir gjennomført kan brukes til å si noe om hva elevene kan, men ikke er like egnet til å si noe om hva elevene ikke kan.

Til slutt vil jeg stille spørsmål om at dersom det er slik at testene ikke viser på en god nok måte elevenes forståelse. Er det da rett at elever og lærere skal bli bedømt på bakgrunn av resultatene?

Bibliografi

Alseth, B., Nordberg, G., & Røsseland, M. (2006). *Multi 5b.* Oslo: Gyldendal norsk forlag.

Botten, G. (2003). *Meningsfyllt matematikk.* Landås: Caspar forlag.

Brekke, G. (1995). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk.* Notodden: Nasjonalt læremiddelsenter.

Clements, D. H., & Stephan, M. (2004). Measurement in Pre-K to Grade 2 Mathematics. *Engaging young children in mathematics* , ss. 299-317.

Departement of education an early childhood development. (2009). *Measuring Length.* Victoria: Departement of education an early childhood development.

Grønmo, L. S., Bergem, O. K., Kjærnsli, M., Lie, S., & Turmo, A. (2003). *"Hva i all verden har skjedd i realfagene.* Universitetet i Oslo, Institutt for Lærerutdanning og Skoleutvikling. Oslo: Acta didactica.

Gustavsson, L. (2008). *Att bli bättre lärare Hur undervisningsinnehållets behandling blir till samtalsämne lärare emellan.* Kristianstad: Høgskolan Kristianstad.

Høines, M. J. (2006). *Begynneropplæringen.* Bergen: Caspar Forlag AS.

Jacobsen, D. I. (2015). *Hvordan gjennomføre undersøkelser?* Kristiansand: Cappelen Damm Akademisk.

Jess, K., Skott, J., & Hansen, H. C. (2008). *Matematik for lærerstuderende : Epsilon : 1.-6 klassetrin.* Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur.

Kamii, C. (2006, Oktober). Measurement of length: How can we teach it better. *Teaching Children Mathematics* , 154-158.

Kullberg, A. (2010). *What is taught and what is learned.* Gøteborg: ACTA UNIVERSITATIS GOTHOBURGENSIS.

Kvale, S. (1997). *Det kvalitative forskningsintervju.* Oslo: Gyldendal.

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju.* Oslo: Gyldendal norsk forlag.

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2009). *InterView - Introduktion til et håndværk.* København: Hans Reitzels Forlag.

Ling, L. M. (2014). *Variationsteori.* Lund: Studentlitteratur.

Ludvigsen, S. (2015). *Fremtidens skole. Fornyelse av fag og kompetanser.* Kunnskapsdepartementet. Oslo: Norges offentlige utredninger.

Magnusson, J., & Maunula, T. (2011). Learning Study - undervisning gör skillnad. I V. Andrew, M. Bergqvist, I.-L. Carlsson, E. L. Funnemark, D. Gren, H. Hansson, et al., *Learning Study - undervisning gör skillnad* (ss. 35-50). Studentlitteratur.

Marton, F. (1988). *Phenomenography and "the art of teaching all tihings to all men".* Gøteborg: Institutionen för pedagogik Gøteborgs universitet.

McCool, J. K., & Holland, C. (2012). Investigation measurment knowledge. *Teaching children mathematics* , 542-548.

Ravlo, G., Vinje, B., Johansen, O. h., & Åsenhus, R. (2014). *RAPPORT NASJONAL PRØVE I REGNING 8. og 9. TRINN 2013.* Trondheim: NSMO/NTNU.

Regjeringen. (2015, Juni 15). *Regjeringen* . Henta frå Anbefalinger for fremtidens skole: https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/ludvigsenutvalget/id2416988/

Regjeringen. (2015, August 19). *Regjeringen.no*. Henta Mai 3, 2016 frå Barn og unge skal være "tett på" realfag: https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/barn-og-unge-skal-vare-tett-pa-realfag/id2435046/

Runesson, U. (1999). *Variationens pedagogikk.* Gøteborg: ACTA UNIVERSITATIS GOTHOBURGENSIS.

Skemp, R. (1976, Dec). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching.* , ss. 20-26.

Smith, J. P., DiSessa, A. A., & Roschelle, J. (1993). Misconceptions Reconceived: A Constructivist Analysis of Knowledge in Transition. *THEJ OURNALO F THEL EARNINGS CIENCE* (3(2)), ss. 115-163.

Støren, H. (2001). *Veiledning til måling og enheter.* Notodden: Læringssenteret.

Tessem, L. B. (2015, November 24). Matematikklærere med enkel suksess-oppskrift: Elevene må forstå på sitt nivå før læreren haster videre. Oslo, Norge.

Thompson, T. D., & Preston, R. V. (2004). Measurment in the middle grades: Insight from NAEP and TIMSS. *Mathematiscs teaching in the middle school* , 514-519.

Utdanningsdirektoratet. (2006). *Kunnskapsløftet*. Henta Desember 4, 2014 frå UDIR: www.udir.no/lareplaner/kunnskapsloftet

Wernberg, A. (2009). *Lærandets objekt.* Umeå: Umeå universitet.