MASTEROPPGÅVE

Mastergrad i læring og undervisning

Vegar til løysing i emnet divisjon

I kva grad har undervisninga i divisjon innverknad på 7. trinnelevar sine val av løysingsstrategiar på divisjonsoppgåver?

av

Trine Ludvigsen Rygg

Mai 2016

HØGSKULEN i SOGN OG FJORDANE

HØGSKULEN i SOGN og FJORDANE	Masteroppgåve

Boks 133, 6851 SOGNDAL, 57 67 60 00, fax: 57 67 61 00 – post@hisf.no – www.hisf.no

Masteroppgåve i: Master i læring og undervisning

Tittel: Vegar til løysing i emnet divisjon: I kva grad har undervisninga i divisjon innverknad på 7. trinnelevar sine val av løysingsstrategiar på divisjonsoppgåver?

Engelsk tittel: Different paths to solve division: To what extent does teaching affect pupils in 7th grade in choosing solution strategy?

Forfattar: Trine Ludvigsen Rygg

Emnekode og emnenamn: MAS3-307 og Masteroppgåve i læring og undervisning	Kandidatnummer: 107
Publisering i institusjonelt arkiv, HiSF Biblioteket (set kryss): Eg gjev med dette Høgskulen i Sogn og Fjordane løyve til å publisere oppgåva i Brage. Eg garanterer at eg har opphav til oppgåva, saman med eventuelle medforfattarar. Opphavsrettsleg beskytta materiale er nytta med skriftleg løyve. Eg garanterer at oppgåva ikkje inneheld materiale som kan stride mot gjeldande norsk rett. JA_**x**_ Nei__	Dato for innlevering: 18. mai 2016

Eventuell prosjekttilknyting ved HiSF	Emneord (minst fire): Matematikkundervisning, standardalgoritmen, divisjon, løysningsstrategi

Samandrag

Vegar til løysing i emnet divisjon: I kva grad har undervisninga i divisjon innverknad på 7. trinnelevar sine val av løysingsstrategiar på divisjonsoppgåver?

Bakgrunnen for dette masterprosjektet er at læreplanverket seier at elevane skal kunne utvikle og bruke varierte metodar for divisjon (Kunnskapsdepartementet, 2013). I tillegg har Ludvigsen-utvalet lagt fram fire viktige kompetanseområder for framtida: fagspesifikk kompetanse, kompetanse i å lære, kompetanse i å kommunisere, samhandle og delta og kompetanse i å utforske og skape (NOU, 2015:8, 2015). Denne kunnskapen skal elevane lære i skulen gjennom undervisning. I problemstillinga mi søkjer eg å finne ut i kva grad undervisninga i emnet divisjon verkar inn på 7. klasseelevar sine val av løysingsstrategiar på ulike divisjonsoppgåver.

Læreplanen er det styrande dokumentet for kva elevane skal kunne etter avslutta opplæring (Opplæringslova, 2015). Ulike perspektiv på kunnskap og læring, trendar og erfaringar kan vere med å påverke tilrettelegginga og gjennomføringa av undervisning (Orton, 2014). For å skape eit godt læringsmiljø, blir lærarrolla, oppgåvene, læreboka, klassemiljøet og vurdering løfta fram som viktige faktorar.

Dette prosjektet omhandlar ein kvalitativ fenomenologisk studie. Forskingsdesignet speglar ein triangulering av metodane test og semistrukturerte intervju. I studien har eg undersøkt løysingsstrategiane til 38 elevar ved å utføre ein test. 17 av desse elevane vart deretter strategisk valde ut til intervju. I tillegg vart 3 lærarar intervjua. Eg var opptatt av at intervjua skulle vere ein samtale mellom informantane og meg. Designet har vore komplimenterande for å gi eit mest mogeleg tydeleg bilete.

Undervisninga i divisjon verkar i stor grad inn på løysingsstrategiane elevane på 7. trinn tar i bruk. Funna i undersøkinga har gitt tre spenningsforhold som har blitt drøfta. Det første spenningsforholdet er mellom kva løysingsstrategi elevane presenterer på ein skriftleg test sett i forhold til den faktiske løysingsstrategien som dei nyttar. Det andre spenningsforholdet går mellom læreboka og lærarrolla. Det tredje spenningsforholdet illustrerer forholdet mellom tileigning og deltaking i praksisfellesskapet.

Abstract

Different paths to solve division: To what extent does teaching affect pupils in 7^{th} grade in choosing solution strategy?

The background for this master project is that according to the Norwegian curriculum, pupils shall develop and use a variety of methods for division (Kunnskapsdepartementet, 2013). In addition, the Ludvigsen-Committee has recommended four key competences for the future: Subject skill competence, competence in learning, competence in communication, interacting and participation and competence in exploration and creating (NOU, 2015:8, 2015). Pupils are going to learn these competences in school through teaching. My research goal is to find out to which extent teaching division affect pupils in 7th grade in choosing solution strategy.

The curriculum is the governing document for what pupils should have learned after graduation (Opplæringslova, 2015). Different perspective on knowledge and learning, trends and experiences, may affect how teaching is facilitated and implemented (Orton, 2014). To establish a good learning environment, the role of the teacher, the tasks, the textbook, the social culture in the classroom and assessment are highlighted as important factors.

This project is a qualitative phenomenological study. The research design consists of a triangulation of the methods test and semi-structured interview. I have examined the chosen solution strategy to 38 pupils with a test about division. 17 of these pupils were strategically selected to be interviewed. In addition, 3 teachers were interviewed. I was attentive to ensure that the interview was a conversation between my informants and I. The design has been complimenting to give clear an image as possible.

Teaching division does affect which solution strategy pupils in 7th grade use. The findings from the project gave three tensions. The first tension is between which solution strategy pupils present on a written test in relation to the actual solution strategy. The second tension is between the textbook and the role of the teacher. The third tension illustrates the relation between acquisition and participation in a community of practices.

Forord

Då er det siste handa på verket. Ei fem års utdanning skal avsluttast. Det har vore spennande og lærerik tid for ei som synst svært mykje er interessant! Når erfarne lærarar peikar på at ein burde i alle fall hatt nokre år i arbeid før ein startar med ei slik oppgåve og politikarar ønskjer å gjere desse fem åra obligatorisk for alle lærarstudentar, har det gitt både motivasjon og perspektiv.

Standing in the flames
It's a beautiful kind of pain
Setting fire to yesterday
Find the light, find the light, find the light
(Eminem feat. Sia)

For det første, så vil eg takke alle informantane mine! Eg er veldig takknemleg for all den hjelpa eg har fått frå dykk og for å bli tatt så godt i mot.

Eg vil takke rettleiaren min, Frode Olav Haara. Takk for at du har haldt meg i selane når alt anna verkar meir spennande, for å gi konstruktive vurderingar på det eg har levert og gitt eit smil når eg har hatt behov for det.

Eg vil også takke medstudentar for sosiale stunder og faglege diskusjonar. Eg vil spesielt takke Sondre for å sette lista med morgonkaffi og diskusjonar.

Til slutt vil eg takke familie, nære og kjære for å gi meg tid til å skrive og få meg ut av masterbobla, Studentspretten og HISF-verv til å halde motivasjonen oppe og gi konkrete og praktiske oppgåver.

Sogndal, 2016

Trine Ludvigsen Rygg

Innhald

Figurliste

1.0 Innleiing

Ein lærar tar med seg alle elevane ut. Dei marsjerer fram og tilbake over skuleplassen. Samtidig som dei marsjerer fram og tilbake, seier dei: «Dela, gonga, trekka frå, trekka ned. Dela, gonga, trekka frå, trekka ned (…)».

Denne læraren underviser elevane i divisjon. Som lærarstudent med fagleg fordjuping i matematikk, vekkjer denne historia merksemd. Historia sett lys på korleis elevar kan bli lært opp til å løyse divisjonsoppgåver steg for steg. I løpet av lærarutdanninga har eg fått observere divisjonsundervisning i praksis og lære om kva ulike læringsteoriar vektlegg i læringsspørsmål. I ein av praksisperiodane eg var i, fekk eg møte ein elev som løyste divisjonsoppgåvene med ein annan framgangsmåte enn alle dei andre elevane i klassen. Denne eleven hadde vore sjuk då undervisninga tok føre seg skriftleg oppstilling av divisjonsoppgåver, men eleven klarte likevel å løyse divisjonsoppgåvene korrekt utan å bruke same oppstilling som dei andre elevane. Eleven kunne forklare at det var besteforeldra som hadde vore til god hjelp for å lære han å løyse divisjonsoppgåvene og at det var vanskeleg å forstå den metoden som vart nytta i klassen. Sjølv om eleven tykte metoden var vanskeleg, prøvde han å lære seg den. Den innleiande historia og eleven som synst framgangsmåten som vart lært i klassen var vanskeleg, er med å skape eit inntrykk av at undervisning har mykje å seie for kva løysingsstrategiar elevar tar i bruk.

I nokre nasjonar legg læreplanane press på kva skrivne metodar lærarane skal introdusere i undervisninga for å løyse divisjonsoppgåver (Anghileri, Beishizen & Van Putten, 2002). Dei kan til dømes seie at metodane skal byggje på plassverdisystemet eller teljestrategiar. Den norske læreplanen, *Læreplanverket for Kunnskapsløftet* (LK06), gjer derimot ikkje det (Kunnskapsdepartementet, 2013). I staden finn vi at elevane skal utvikle både mentale og skriftlege metodar for å løyse divisjonsoppgåver i kompetansemåla i LK06. Lærarane står då relativt fritt til å leggje opp divisjonsundervisning slik at elevane får metodar som dei kan bruke vidare i livet.

Kunnskapsdepartementet satt ned eit offentleg utval, Ludvigsen-utvalet, med mandat om å vurdere grunnopplæringa opp mot kva kompetanse elevane treng i eit framtidig samfunns- og arbeidsliv (NOU, 2015:8, 2015). I utredninga til Ludvigsen-utvalet har dei anbefalt skulen å vektlegge fire kompetansar i eit 20-30 års perspektiv. Desse kompetanseområda er fagspesifikk kompetanse, kompetanse i å lære, kompetanse i å kommunisere, samhandle og delta og kompetanse i å utforske og skape. Det blir spesielt anbefalt innanfor fagspesifikk kompetanse at matematikk får ein styrka plass i skulen. Innanfor kompetanseområdet utforsking og skaping vert det framheva at sentrale metodar og tankemåtar, kritisk tenking og problemløysing er viktige byggesteinar.

1.1 Bakgrunn og formål

Både kompetansemåla for matematikk i læreplanen og anbefalingane til Ludvigsen-utvalet, vektlegg at elevane skal utvikle fleire metodar for å løyse oppgåver (Kunnskapsdepartementet, 2013; NOU, 2015:8, 2015). Det blir også satt lys på kompetanse i å kunne kommunisere metodane munnleg og skriftleg. På den andre sidan gir den innleiande historia og observasjonen av eleven, inntrykk av at det ikkje er like stort fokus på å lære eit mangfald av løysingsstrategiar i divisjonsundervisninga. Tidlegare forsking som har undersøkt kva strategiar elevar nyttar på divisjonsoppgåver, har midlertidig funne at elevar byggjer sine løysingsstrategiar på kunnskap om aritmetikk (Robinson & Dubé, 2008; van Putten, van den Brom-Snijders & Beishuizen, 2005; Anghileri, 2001; Mulligan & Mitchelmore, 1997; Holm, 2012). Då det er læraren som legg opp undervisninga med bakgrunn i styringsdokument, trendar og eigenerfaringar, vil det vere viktig å forstå undervisninga for også å forstå kva løysingsstrategiar som veks fram. Nokre lærarar er veldig opne for at elevane skal utforske og finne fram til eigne metodar, medan andre meiner det er vesentleg at alle kan minst ein metode som vil gi riktig svar (Orton, 2004).

Gjennom dette prosjektet, ønskjer eg å finne ut meir om vala som elevane tar når dei skal løyse divisjonsoppgåver og korleis undervisninga i emnet divisjon kan vere med å verke inn på vala til elevane. Ved å setje lys på desse sidene, er målet å få djupare forståing for val som blir tatt i undervisninga i *ein* av fire rekneartar og dermed utvikle kunnskap om undervisningspraksis.

1.2 Problemstilling og forskingsspørsmål

For å finne ut meir om undervisning i divisjon og om undervisninga får elevar til å løyse divisjonsoppgåver på ein eller fleire forskjellige måtar, har eg utvikla denne problemstillinga:

I kva grad har undervisninga innverknad på elevar på 7. klassetrinn sine val av løysingsstrategiar på ulike divisjonsoppgåver?

I arbeidet med å finne svar på problemstillinga, har eg definert tre forskingsspørsmål:

- Kva strategiar vert tatt i bruk på ulike divisjonsoppgåver?
- Korleis opplever elevar tilrettelegging for å nytte eigne løysingsstrategiar i divisjon?
- Kva vektlegg lærarar i divisjonsundervisninga?

1.3 Avklaringar og avgrensing

Eg har valt å knyte dette prosjektet opp mot elevar på 7. trinn fordi elevane då vil ha mange erfaringar med divisjon. I LK06 har divisjon vore handsama implisitt i kompetansemåla i matematikk etter 2. årstrinn og eksplisitt etter 4. årstrinn (Kunnskapsdepartementet, 2013). Sidan elevane har hatt mange erfaringar med divisjon, vil dei også ha hatt mogelegheit til å utvikle fleire løysingsstrategiar.

I problemstillinga har eg nytta omgrepet «løysingsstrategiar» for å vise til målretta ikkje-obligatorisk aktivitet i arbeid med matematikkoppgåver. Ostad (2008) forklarar at uttrykka *prosedyre* og *strategi* blir forstått på to ulike måtar. Prosedyre vil seie at det er ein bestemt framgangsmåte for å nå målet, og det blir difor ein obligatorisk aktivitet for å nå målet. Strategi blir i staden sett på som ein valt framgangsmåte for å nå eit mål, og det er difor mogeleg å velje mellom fleire framgangsmåtar. I følgje Siegler og Jenkins går skiljet mellom å vere obligatorisk og ikkje-obligatorisk (Siegler & Jenkins, i Ostad, 2008). Vidare har Goldman trekt eit skilje mellom *generelle strategiar* og *oppgåvespesifikke strategiar* (Goldman, i Ostad, 2008). Generelle strategiar rettar seg mot korleis vi kan gå fram for å lære å lære, korleis opparbeide gode matematikkunnskapar og effektiv oppgåveløysing, og blir gjerne kalla metakognitive strategiar. Dei oppgåvespesifikke strategiane «rommer alternative måter eleven har til disposisjon når oppgaver i matematikk skal løses (…)» (Ostad, 2008:16). Mulligan og Mitchelmore (1997) brukar forklaringa *solution strategies* for utrekningsstrategiar i ein kategori og bruk av fysiske objekt og modelleringsstrategiar i ein annan. I denne oppgåva vil løysingsstrategiar referere til oppgåvespesifikke strategiar (Ostad, 2008) og utrekningsstrategiar (Mulligan & Mitchelmore, 1997).

Matematikkoppgåver i divisjon kan representere ulike modellar av verkelegheita (Bjørnestad, Kongelf & Myklebust, 2006). Når eg i problemstillinga spør om «ulike divisjonsoppgåver», viser det til oppgåver med reine tal og tekstoppgåver som modellerer målingsdivisjon og delingsdivisjon. Dette vil eg også komme tilbake til i delkapittel 2.2 og 4.3.3.

Det finst mykje teori og mange retningar å velje innanfor undervisning og læring. I denne oppgåva har eg valt å basere vala mine på aktuell forsking om divisjonsstrategiar og relevante læringsteoriar i undervisninga av matematikk. Vidare har LK06 vore sentral, då det er det styrande planverket i skulen.

1.4 Oversikt over oppgåva

Denne oppgåva består vidare av dei følgjande seks kapitla:

I kapittel 2, *divisjon,* vert reknearten divisjon presentert matematisk og som eit emne i skulen. Det blir også gjort greie for ulike måtar å løyse divisjonsoppgåver skriftleg og mentalt.

I kapittel 3, *kunnskapsgrunnlag*, blir teori og forsking presentert. Eg tar for meg syn på kunnskap, læring og undervisning.

I kapittel 4, *metode*, gjer eg greie for forskingsdesignet til prosjektet, utveljing av informantar, utforming av metodeinstrument og gjennomføring av datainnsamlinga. Analysearbeidet og refleksjonar rundt kvaliteten av data, blir også presentert i dette kapittelet.

I kapittel 5, *analyse og presentasjon av funn*, presenterer eg datamaterialet mitt i lyset av dei tre forskingsspørsmåla mine, og trekkjer fram tre spenningsforhold.

I kapittel 6, *drøfting*, diskuterer eg dei tre spenningsforholda frå analysen opp mot kapittel 2 og kapittel 3.

I kapittel 7, *konklusjon*, drar eg ei slutning frå kapittel 6 som sett lys på problemstillinga mi. Det blir også gjort eit kritisk tilbakeblikk på prosjektet og presentert ein mogeleg veg vidare.

2.0 Divisjon

Divisjon er ein av dei fire rekneartane i aritmetikken. I svært mange samanhengar blir divisjon omtala som *deling*. Dette kjem av at ein del av divisjonen handlar om å dele likt og er den retninga barn oftast har ei tidleg erfaring med (Tvete, 1993). Divisjon blir vidare ofte forklart som *omvendt av multiplikasjon* på grunn av den tette koplinga mellom multiplikasjon og divisjon (Bjørnestad, Kongelf & Myklebust, 2006).

2.1 Den matematiske forklaringa av divisjonsoperasjonen – Divisjonslemmaet

Ved divisjon skal vi finne kvotienten eller ein brøk (a), som viser kor mange gonger eit gitt tal, divisor eller nemnar (b), er gitt igjen i eit anna gitt tal, dividend eller teljar (c) (Aubert, 2015). Dette gjelder når divisjonen går opp, altså når a, b og c er heile tal. Vi kan då seie at b er ein faktor i a, men også at a er deleleg med b.

$$c \div b = a \; og \; \frac{c}{b} = a$$

Sidan ikkje alle divisjonar går opp, kan vi forklare det med den matematiske setninga: Divisjonslemmaet. Divisjonslemmaet forklarar det vi kallar divisjon med rest og seier at «Når a og b er to vilkårlige hele naturlige tall, men b≠0, så kan a deles på b, og vi får en entydig bestemt kvotient q og rest r» (Tvete, 1993:3). Det gir oss:

$$a = qb + r \; der \; 0 \leq r < b$$

2.2 Måling og deling som modellar

Det er to hovudtypar situasjonar som divisjon representerer gjennom ulike modellar, *målingsdivisjon* og *delingsdivisjon* (Bjørnestad, Kongelf & Myklebust, 2006; Tvete, 1993). Målingsdivisjon er eller gir igjen situasjonar der målet er å fordele ei viss mengd ut frå ein kjent størrelse for å finne ut kor mange like mengder den heile størrelsen gir. Målingsdivisjon kan tolkast som gjentatt subtraksjon. Eit døme på målingsdivisjon er oppgåve 7.56 i *Multi 6b Grunnbok.* Oppgåva lyder «547 elevar skal delast inn i volleyballag med seks elevar på kvart lag. Kor mange lag blir det?» (Alseth, Nordberg & Røsseland, 2014:92). I løysinga av denne oppgåva tar ein vekk seks og seks elevar frå den heile mengda til det ikkje går å ta vekk heile seksarar lenger. Til slutt kjem ein då til å stå igjen med ein elev som er til overs og ikkje får vere med på noko lag. Dette kan få elevane som skal løyse oppgåva til å reflektere over kva rest er og korleis ein kan gi att løysinga.

Situasjonar med delingsdivisjon kan barna møte tidleg i form av rettferdig deling av pengar, godteri eller liknande (Tvete, 1993). Delingsdivisjon er situasjonar eller modellar for situasjonar der vi skal dele likt på eit gitt tal. Eit døme på dette er oppgåve 7.51 i *Multi 6b Grunnbok*: «Linnea, Linda og Lina skal dele 987 kr. Kor mykje blir det på kvar?» (Alseth, Nordberg & Røsseland, 2014:91). I dette dømet skal dei tre jentene dele 987 kroner slik at dei får like mange kroner kvar. Elevane som skal løyse denne oppgåva vil difor få erfaringar med å måtte veksle sidan åtte og sju ikkje går opp i tre.

2.3 Divisjonsalgoritmar

I følgje Kjøsnes (1997) har det vore eit mål at elevane skal lære ein algoritme for kvar rekneart i undervisninga. Det vil seie ei fullstendig og nøyaktig skildring av framgangsmåten for løysing av den enkelte reknearten. Som i dei andre rekneartane, finst det også fleire algoritmar for oppstillingar av divisjon (Löwing og Kilborn, 2013). Nokre er ikkje like effektive og nokre er ikkje like lette å konkretisere, men som lærar må ein vite korleis forskjellig kunnskap blir bygd opp i den enkelte elev sin kultur og vurdere kunnskapen opp mot sin eigen kunnskap. Eg vil her nemne og skildre nokre oppstillingar for å løyse divisjonsoppgåver.

2.3.1 Standardalgoritmen

Standardalgoritmen for divisjon i den norske skulen, har ei oppstilling der den minst mogleg biten av dividenden (frå venstre) blir delt ut på divisoren så mange gonger det går, og vidare blir det veksla til divisjonen går opp eller vi står igjen med ein rest. «Med den norske standardalgoritmen regner vi fra høyre mot venstre. Hundrere, tiere og enere leges sammen hver for seg, og metoden stiller krav til hoderegningsferdigheter» (Löwing og Kilborn, 2013:89). Tvete (1993) poengterer difor at det ikkje er heilt riktig å kalle «den vanlige regneprosedyren for divisjon» for ein algoritme då fornuftig gjetting er avgjerande. Har vi for eksempel 547 elevar som skal delast på 6 plassar på eit lag, ser vi at 5 er mindre enn 6. Vi ser då heller på tal «tiarar», som vi har 54 av, og får 54 delt på 6. Det gir 9. I oppstillinga trekker vi difor frå 54 og setter 9 bak likskapsteiknet. Vi har 7 igjen som skal delast på 6 plassar. Vi får då 1 som vi sett bak liksskapsteiknet, og så står vi igjen med 1 i rest.

$$
\begin{array}{l}
\;\;547 : 6 = 91, rest\ 1 \\
\underline{-54\;\;} \\
\;\;\;\;\;\;7 \\
\underline{-\;\;\;\;6} \\
\underline{\;\;\;\;\;\;1}
\end{array}
$$

Eksempel 1

<table>
<tr><th>Trinn 1</th><th>Trinn 2</th><th>Trinn 3</th><th>Trinn 4</th><th>Trinn 5</th></tr>
<tr><td>5 4 7 : 6 =</td><td>5 4 7 : 6 = 9
- 5 4</td><td>5 4 7 : 6 = 9
- 5 4
7</td><td>5 4 7 : 6 = 9 1
- 5 4
7
- 6</td><td>5 4 7 : 6 = 9 1
- 5 4
7
- 6
1</td></tr>
</table>

2.3.2 Nokre andre skriftlege algoritmar

«Den italienske oppstillinga ser ut til å vere den vanlegaste i verda» (Löwing og Kilborn, 2013:89). Algoritmen byggjer på *delingsdivisjon*. Vi startar her med å spørje *kor mykje er 5 hundrarar dividert med (delt på) 6?* Sidan det ikkje går opp, spør vi *kor mykje er 54 tiarar dividert med 6? Osv.*

<table>
<tr><th>Trinn 1</th><th>Trinn 2</th><th>Trinn 3</th><th>Trinn 4</th></tr>
<tr><td>5 4 7 | 6</td><td>5 4 7 | 6
- 5 4 | 9
0</td><td>5 4 7 | 6
- 5 4 | 9
0 7</td><td>5 4 7 | 6
- 5 4 | 9 1
0 7
- 6
1</td></tr>
</table>

Ei anna oppstilling er *trappa*. I trappa står divisoren til venstre for dividenden. Denne algoritmen byggjer på *målingsdivisjon*.

<table>
<tr><th>Trinn 1</th><th>Trinn 2</th><th>Trinn 3</th><th>Trinn 4</th></tr>
<tr><td>9
6 | 5 4 7</td><td>9
6 | 5 4 7
-5 4
0</td><td>9
6 | 5 4 7
-5 4
0 7</td><td>9 1
6 | 5 4 7
-5 4
0 7
- 6
1</td></tr>
</table>

Den liggjande stolen er ein oppstilling som fungerer godt ved skriftleg divisjon (Löwing og Kilborn, 2013). I denne oppstillinga står dividenden til venstre for divisoren. Dette gir oss deloperasjonar som byggjer på delingsdivisjon med tanke på leseretninga.

<table>
<tr><th>Trinn 1</th><th>Trinn 2</th><th>Trinn 3</th><th>Trinn 4</th></tr>
<tr><td>5 4 7 | 6</td><td>9
5 4 7 | 6
-5 4
0</td><td>9
5 4 7 | 6
-
5 4
0 7</td><td>9 1
5 4 7 | 6
-
5 4
0 7
- 6
1</td></tr>
</table>

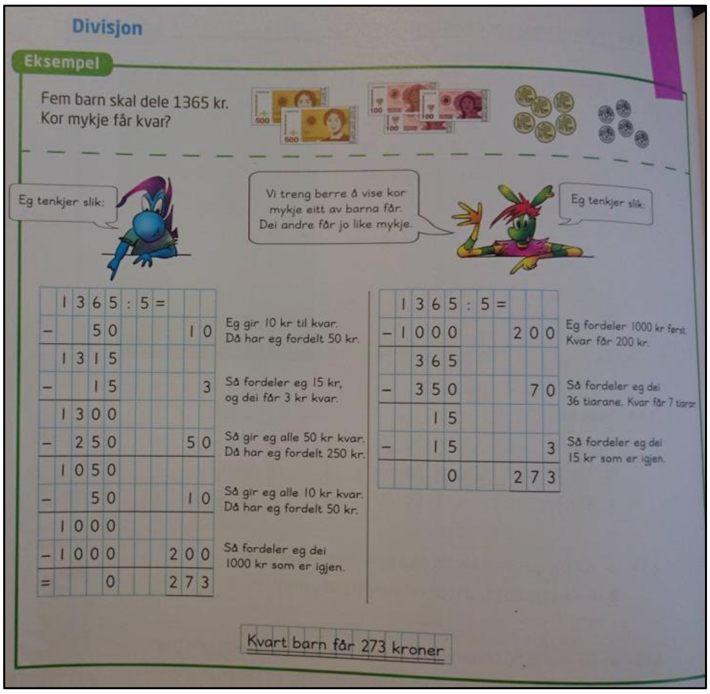
Den siste oppstillingsmetoden for skriftleg divisjon eg vil trekkje fram her er *divisjon basert på hovudrekning* eller *kort divisjon*. Under denne metoden vert det ikkje tatt nokon kontrollrekning undervegs. Den vanlegaste oppstillinga for denne metoden er der reknestykket blir stilt opp som ein brøk.

Trinn 1	Trinn 2	Trinn 3	Trinn 4
$\frac{5\;4\;7}{6}$	0 $\frac{\cancel{54}\;7}{6} = 9$	0 7 $\frac{\cancel{54}\;7}{6} = 9$	$\cancel{0}$ 7 $\frac{\cancel{54}\;\cancel{7}}{6} = 9\;1$

2.3.3 Framstilling i to læreverk – Multi og Abakus

Etter ein gjennomgang av læreverka Multi og Abakus, fann eg at den skriftlege oppstillinga av divisjonsoppgåver i hovudsak blir introdusert i 6. klasse. Det var desse to læreverka som var i bruk på dei skulane der eg samla inn datamaterialet til denne masteroppgåva (sjå kap. 4).

Multi 6b viser to skriftlege algoritmar som døme for å løyse divisjonsoppgåver (Alseth, Nordberg og Røsseland, 2014:90). I begge alternativa vel læreverket å eksemplifisere ved å bruke pengar. Pengar gir ein naturleg overgang i det desimale talsystemet, titalssystemet, der vi må veksle. I tillegg er pengar gunstig for å illustrere at elevane skal trekke frå 540 frå den heile mengda, dividenden, og ikkje 54 som det kan sjå ut som i divisjonsalgoritmane i delkapittel 2.3.1 og 2.3.2.

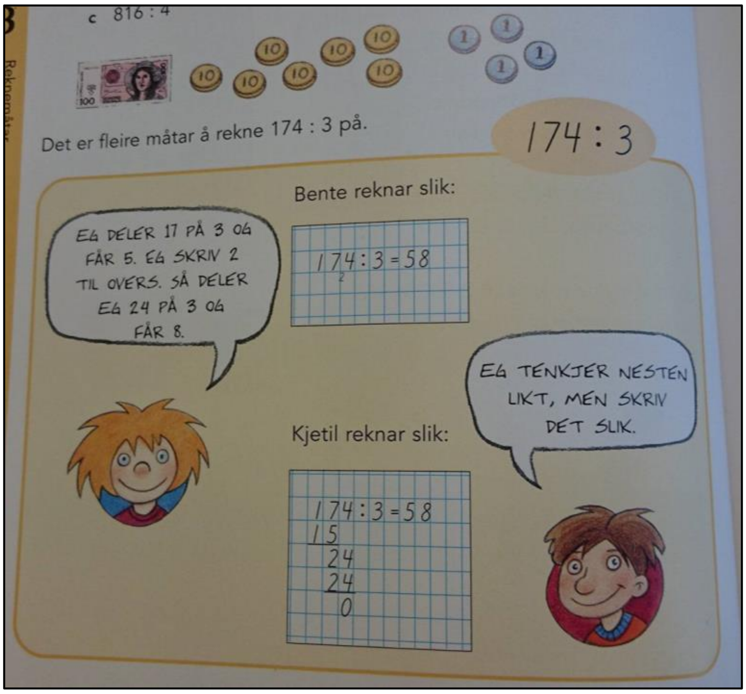


Figur 1 Frå Multi 6b Grunnbok, s. 90.

Elevane får velje den løysningsstrategien som høver best, men blir også utfordra på å forstå den første strategien som blir introdusert. Dette kan minne mykje om strategien som Kjøsnes (1997) nytta for å «utfordre» lærarar som deltok på kursa hans. Strategien gjekk ut på å ta meir eller mindre tilfeldige multiplikasjonsstykke med divisoren som ein av *faktorane*, trekke produktet frå dividenden og så gå vidare på nye multiplikasjonar og subtraksjonar. Til slutt vart alle faktorane som ikkje også var divisor, addert saman. Kjøsnes forklarar at dette kan skape meir medvit for framgangsmåten, skape samtalar og diskusjonar om korleis vi mest effektiv kan løyse oppgåva og gi meir ferdigheitstrening i dei andre rekneartane. På denne måten unngår læraren, i følgje Kjøsnes, å bruke mykje tid på å lære vekk noko som kan minne om ein *gudeskapt* divisjonsalgoritme.

Abakus 6A viser også to skriftlege algoritmar for divisjon (Pedersen, Pedersen & Skoogh, 2006). På dei siste sidene i boka er det ei «hugseliste» over viktige omgrep, og der står det at elevane må finne sin måte å tenkje og skrive på når dei reknar fordi det finst mange måtar. Som tips til elevane, er det også fleire snakkebobler med tekst som «Kan du multiplisere, kan du dividere», «Det er lurt å bruke pengar når du dividerer» og «Pass på når eit av sifra er 0» (Pedersen, Pedersen & Skoogh, 2006:64-65).

I introduksjonen av dei to skriftlege algoritmane forklarar Bente og Kjetil, to karakterar i boka, korleis dei løyser divisjonsoppgåvene. Det er også lagt opp til at elevane skal samtale med medelevar i klassen om løysningsstrategiane som Bente og Kjetil nyttar.



Figur 2 Frå Abakus Grunnbok 6A, s. 76-77.

I løysningsforslaga til Bente og Kjetil tenkjer dei nesten likt. Kjetil brukar eksakt den same framgangsmåten som vist i standardalgoritmen (sjå kap. 2.3.1), medan Bente brukar eit tal i mente for å hugse det vidare i utrekninga. I begge løysingsforslaga deler dei ut frå venstre mot høgre så langt det går. Kjøsnes (1997) viser til at lærarar kan ha ei oppfatning av at det er dumt å begynne frå høgre når det er frå venstre som er «riktig».

2.3.4 Likskapar og ulikskapar i divisjonsalgoritmane

Prinsippet bak alle dei divisjonsalgoritmane som er presenter her er dei same. Dei handlar om å splitte opp dividenden til meir handterleg bitar og nyttar seg av plassverdisystemet utan at det kjem eksplisitt til uttrykk. Oppstillinga, divisjonsteikna og modellen som ligger bak er derimot forskjellige. Robinson et al. (2006) forklarar at dei tre mest vanlege teikna som viser til divisjon er «÷», «/» og «⌐». Dei to første teikna viser til divisjon som delingsdivisjon, medan det siste viser til divisjon som målingsdivisjon (Robinson et al, 2006; Löwing og Kilborn, 2013). Det er på den måten berre *trappa* som byggjer på målingsdivisjon som er presentert i denne oppgåva. I forhold til løysingsstrategiane som *Multi* og *Abakus* presenterer (sjå førre delkapittel, 2.3.3), er det ingen av løysingsstrategiane som byggjer på målingsdivisjon.

2.4 Utvikling av løysingsstrategiar i divisjon

Det er derimot ikkje berre ein av dei mange divisjonsalgoritmane elevar, eller andre, støttar seg til når dei skal løyse divisjonsoppgåver. Holm (2012) forklarar at uformell og formell talkunnskap som barn opparbeider frå førskulealder er av utslagsgivande tyding for opplæringa i skulen. Mulligan og Mitchelmore (1997) fann i deira studie at elevar i første og andre klasse har intuitive løysingsstrategiar som byggjer på den matematiske kompetansen dei allereie sitter inne med. Vidare byggjer eldre elevar sine løysingsstrategiar i divisjon på den forståinga av aritmetikk som dei har lært gjennom skuleløpet (Robinson & Dubé, 2008; van Putten, van den Brom-Snijders & Beishuizen, 2005; Anghileri, 2001). Det vil altså seie at eleven sin prestasjon i divisjon vil vere påverka av kor godt eleven har lært dei andre rekneartane (Robinson et al., 2006). Eg kjem difor til å presentere og skildre nokre måtar å kategorisere løysingsstrategiar på som eg også kjem til å støtte meg til i kap. 4.0.

Mulligan og Mitchelmore (1997) byggjer bru mellom intuitive modellar og utrekningsstrategiar (*calculation strategies)*. I deira drøfting av intuitive modellar blir det løfta fram at intuitive modellar er det ein person stillteiande knyter til ein operasjon. Utrekningsstrategiar som elevane brukar kan difor vere eit synleg bevis for kva elevane forbinder intuitivt med oppgåver. I studien identifiserte Mulligan og Mitchelmore tolv utrekningsstrategiar som kunne kategoriserast i fire kategoriar for intuitive divisjonsmodellar: *direkte teljing, gjentatt subtraksjon, gjentatt addisjon* og *multiplikativ operasjon.*

Direkte teljing handla i denne samanheng om å telje opp konkretar tilsvarande dividenden og deretter var det ein uavhengig teljeprosess (Mulligan & Mitchelmore, 1997). I delingsdivisjons-oppgåver vart det delt ut ein etter ein til talet på mengder tilsvarande divisoren til dividendmengda var brukt opp. I målingsdivisjonsoppgåver var ein mogeleg variant å gruppere konkretar tilsvarande dividenden i om lag like mengder og deretter flytte ein og ein konkret til talet var likt i dei ulike mengdene. Denne strategien vart om lag nytta like mykje ved dei fire intervjurundane i studien. I gjennomsnitt nytta tolv prosent av elevane denne framgangsmåten.

G*jentatt subtraksjon* vil seie at vi startar med dividenden og subtraherer suksessivt mengder lik divisoren gjentatte gonger (Mulligan & Mitchelmore, 1997). For målingsdivisjon, er dette ein direkte modellering av oppgåva. Men for delingsdivisjon må ein først gjette seg til kor mange det skal vere i mengda, og deretter sjekke om det går opp. I *gjentatt addisjon* vert det derimot starta på null, lagt til ei mengd tilsvarande divisoren gjentekne gonger opp til dividenden. Igjen var dette ein eigna modell for målingsdivisjon, men ikkje for delingsdivisjon. Frå det første intervjuet og til det siste intervjuet i studien til Mulligan og Mitchelmore (1997), var det *gjentatt subtraksjon* og *gjentatt addisjon* som var dei strategiane som til saman vart nytta mest frekvent og vidare gav rett løysing. Å bruke desse modellane auka stødig frå 20 prosent til 38 prosent.

Den siste kategorien til Mulligan og Mitchelmore (1997) er *multiplikativ operasjon*. Multiplikasjon vart då brukt som ein operasjon. Det kunne skje ved at ein gjetta kva kvotienten skulle bli og kontrollere ved multiplikasjon. Det kunne også vere at elevane leita etter eit multiplum av divisoren som vart dividenden. Rett bruk og løysing ved bruk av denne modellen auka vesentleg (med 16 prosent) frå intervju to til intervju fire i denne studien.

I ei studie gjennomført av Robinson et al. (2006) vart det mellom anna undersøkt kva strategiar elevar nytta for å løyse divisjonsoppgåver innanfor den vesle multiplikasjonstabellen frå 4. trinn til og med 7. trinn. Robinson og kollegane kategoriserte strategiane i seks kategoriar.

- Gjenhenting (Retrieval)
- Multiplikasjon
- Addisjon

- Gruppering
- Avleia fakta/spesielle triks (derived facts/special tricks)
- Andre

Den første kategorien, *gjenhentingsstrategiar*, vil seie at eleven visste svaret og kunne hente svaret direkte frå minnet. Dette er den mest effektive strategien for å løyse oppgåver (Robinson et al., 2006; Ostad, 2008). Med *multiplikasjon* meiner Robinson et al. (2006) at elevane relaterer oppgåva til multiplikasjon og brukar multiplikasjonsfakta for å hente fram svaret. *Addisjon* var derimot ein strategi der elevane adderte divisoren gjentekne gonger til dividenden var nådd og samtidig haldt oversikt over kor mange gonger divisoren var lagt til. I *gruppering*-kategorien var det dei strateganе der elevane først delte opp i grupper tilsvarande divisoren og deretter delte ut dei resterande i dividendmengda etter ein-til-ein korrespondanse. Den femte kategorien, *avleia fakta/spesielle triks,* inneheldt strategiar der oppgåva vart brytt ned til mindre og lettare komponentar eller der løysingsstrategien berre kunne nyttast på visse oppgåver. I den siste kategorien, *andre*, var strategiar som gjenteken subtraksjon, gjetting, uklåre strategiar og upassande strategiar der til dømes feil operasjon vart nytta. Av alle desse seks kategoriane var det gjenhenting av divisjonsfakta, multiplikasjon og addisjon som gjennomgåande var dei mest vanlege strategiane frå 4. trinn til 7. trinn.

Anghileri (2001) undersøkte kva for tilnærming elevar på 5. trinn valde for å løyse divisjonsoppgåver før og etter ein periode der divisjon vart undervist direkte. Det var til saman 275 elevar som deltok på to skriftlege divisjonstestar. Testane inneheldt fem tekstoppgåver og fem taloppgåver. Anghileri identifiserte til slutt femten kategoriar av strategiar som ho igjen grupperte i åtte typar.

1(S) Strategiar som involverte lange utrekningar

- Bruke teljestrekar eller eit anna symbol for kvar eining
- Gjentatt addisjon av divisor
- Gjentatt subtraksjon av divisoren frå dividenden
- Deling med bilete som av fordelinga

2(P) Strategiar for å bryte ned tala basert på idear om eit plassverdisystem

- Operere med siffera kvar for seg
- Oppdeling av dividend til tusenar, hundrarar, tiarar, einarar

3(L) Strategiar der ein arbeider med små multiple av divisoren, men relativt lange utrekningar

- Låg-nivå-bitar (til dømes addere 30 i staden for 15)
- Dobling eller gjentatt dobling av divisoren
- Halvering av divisor eller dividend

4(H) Strategiar som nyttar høg-nivå-bitar (til dømes addere 150 i staden for 15)

5(AL) Standardalgoritmen

6(ME) Mentale utrekningar som berre viser svaret

7(WR) Feil operasjon

8(UN) Uklår strategi

o Utan forsøk

(Anghileri, 2001:89-90, mi omsetjing)

I studien fann Anghileri at den mest frekvente strategien på begge testane var standardalgoritmen for divisjon, høvesvis med 38 og 49 prosent. Etter at elevane hadde blitt introdusert for standardalgoritmen i undervisninga, etter den første testen, vart denne strategien nytta på nesten halvparten av alle oppgåveelementa. Sjølv om det var ei auke på kor mange som nytta denne løysingsstrategien, var framleis berre om lag halvparten av forsøka suksessfulle. Det var fleire sider som kunne forklare kvifor elevar hadde vanskar med denne strategien. Anghileri fann til dømes at mange elevar ikkje klarte å få ein progresjon fordi divisoren var tosifra, det vart brukt reglar som ikkje var forstått og det var vanleg å mangle ein «null». Ein annan feil som elevar gjorde då dei nytta standardalgoritmen var at dei «… separated the digits of the divisor or dividend (or sometimes both)» (Anghileri, 2001:97). Dette gjer det tydeleg at standardalgoritmen krev at elevane har god forståing for kva som skjer i dei ulike stega for at løysinga skal bli riktig.

Det var to gruppetypar av strategiar Anghileri fann som viste spesielt forståing for divisjon. Den eine gruppa var 1(S) som innehaldt teljing, addisjon og fordeling. Desse løysingsstrategiane førte som regel fram til korrekt svar, men på større tal var det få elevar som klarte å arbeide seg gjennom heile prosessen for å løyse oppgåva. Den andre gruppa var 4(H) som ofte ikkje berre viste god forståing for divisjonsoppgåva, men også for forhold mellom tal. Der denne strategien – *høg-nivå-bitar* – gjekk galt, var som regel når «mellomrekningane» eller «hjelperekningane» var dårleg organiserte.

Ut frå studiane til Mulligan og Mitchelmore (1997), Robinson et al. (2006) og Anghileri (2001) kan vi sjå at det er fleire måtar å kategorisere løysingsstrategiar. Trass i det byggjer alle måtane å kategorisere på, på kva utrekningsstrategiar elevane nyttar. Det er verdt å merke seg at studiane studerer elevar i ulike aldrar. Det viser likevel at elevane i dei ulike studiane tar i bruk kunnskap som dei alt sitt inne med for å løyse oppgåvene. Robinson et al. (2006) innleier deira studie med to av Siegler sine teoriar om at barn ofte har fleire løysingsstrategiar tilgjengeleg og (a) vil prøve å bruke den raskaste og mest effektive av desse strategiane, og (b) ikkje berre brukar ein løysingsstrategi fram til den neste blir lært. Dette blir støtta av dei tre studiane som er presentert i dette kapittelet. Elevar kan altså ha fleire løysingsstrategiar å velje mellom, men det er individuelt kva strategi kvar enkelt vel og har i sitt repertoar. Som vi har sett i framstillinga av desse tre måtane å kategorisere strategiane på, samsvarar nokre av kategoriane sjølv om studiane er frå ulike skuletrinn. I Mulligan og Mitchelmore (1997) sin studie av elevar på første og andre trinn, var dei fire kategoriane *direkte teljing, gjentatt subtraksjon, gjentatt addisjon* og *multiplikativ operasjon* dekkande. Robinson et al. (2006) identifiserte bruk av alle dei same løysingsstrategiane som Mulligan og Mitchelmore fann, men på 4., 6. og 7. trinn. I studien til Robinson et al. var det også behov for kategoriane *gjenhenting* og *avleia fakta/spesielle triks*, medan kategoriane *gruppering* og *andre* hadde fleire felles element med kategoriane *direkte teljing* og *subtraksjon* frå Mulligan og Mitchelmore sin studie. Anghileri (2001) strukturerte oppbygginga av løysingsstrategiar på ein litt annan måte. I hennar studie vart løysingsstrategiane kategorisert i fleire kategoriar og også definert etter kor effektive dei var. Det gjorde blant anna til at desse kategoriane høvde seg godt til den første analysen av testane i mitt prosjekt (sjå kap. 4.4.2).

2.5 Kompetansemål om divisjon i LK06

LK06 er fundamentet og ramma for opplæringa i grunnskulen og den vidaregåande skulen, og er delt inn i den generelle delen, prinsipp for opplæringa og fagplanar for dei enkelte faga (Opplæringslova, 2015; Kunnskapsdepartementet, 2013). Det som elevar skal lære i dei ulike faga blir presentert i kompetansemål i fagplan-delen. I matematikk blir elevane på grunnskulen vurdert etter kompetansemål som seier noko om kva eleven skal kunne etter 2., 4., 7. og 10. klasse. Som vi såg i kapittel 2.4 baserte elevane ofte løysingsstrategiane sine på tidlegare kunnskap innan matematikk. Vidare brukar nokre lærarar framtidige mål som motivasjon for kvifor elevane skal lære å dividere. Kompetansemåla som omhandlar divisjon frå heile grunnskulen seier:

Allereie etter 2. klasse er det to mål der elevane skal vise kompetanse i divisjon:

- *telje til 100, dele opp og byggje mengder opp til 10, setje saman og dele opp tiargrupper opp til 100 og dele tosifra tal i tiarar og einarar*
- *doble og halvere* (Kunnskapsdepartementet, 2013)

Elevane skal kunne dele opp i tiargrupper opp til 100 som er ein form for målingsdivisjon. I det andre punktet ser vi at elevane skal kunne *halvere* som tyder at elevane skal kunne dele i to like store delar, altså delingsdivisjon.

Etter 4. klasse er det eit kompetansemål i matematikk som går eksplisitt på divisjon og fleire kompetansemål som kan knytast til divisjonsemnet.

- *utvikle og bruke varierte metodar for multiplikasjon og* ***divisjon*** [mi utheving]*, bruke dei i praktiske situasjonar og bruke den vesle multiplikasjonstabellen i hovudrekning og i oppgåveløysing*
- *gjere overslag over og finne tal ved hjelp av hovudrekning, teljemateriell og skriftlege notat, gjennomføre overslagsrekning og vurdere svar*
- *finne informasjon i tekstar eller praktiske samanhengar, velje rekneart og grunngje valet, bruke tabellkunnskap og utnytte samanhengar mellom rekneartane, vurdere resultatet og presentere løysinga*
- *bruke matematiske symbol og uttrykksmåtar for å uttrykkje matematiske samanhengar i oppgåveløysing* (Kunnskapsdepartementet, 2013)

Når elevane går ut frå 4. klasse skal dei altså kunne utvikle og bruke varierte metodar for divisjon, kunne bruke dei i praktiske situasjonar og nytte den vesle multiplikasjonstabellen i hovudrekning og i oppgåveløysing. Samtidig skal elevane kunne grunngje vala sine og vurdere om svaret er gyldig.

Etter 7. klasse er det ingen kompetansemål som seier noko eksplisitt om divisjon. Men det står at eleven skal kunne «… beskrive og bruke plassverdisystemet for desimaltal, rekne med positive og negative heile tal, desimaltal, brøkar og prosent og plassere dei ulike storleikane på tallina», «…utvikle, bruke og diskutere metodar for hovudrekning, overslagsrekning og skriftleg rekning og bruke digitale verktøy i berekningar» og «finne informasjon i tekstar eller praktiske samanhengar, stille opp og forklare berekningar og framgangsmåtar, vurdere resultatet og presentere og diskutere løysinga» (Kunnskapsdepartementet, 2013). Det vil altså seie at det er fleire mål som seier at elevane skal kunne samtale om mentale og skriftlege løysningsstrategiar i dei ulike rekneartane, som divisjon er ein del av, og diskutere dei. Vidare peikar det på at elevane skal ha forståing for kvifor dei gjer som dei gjer og ikkje ha ei mekanisk tilnærming som pugging av steg i løysningsprosessen.

Etter 10. klasse kjem det inn at elevane også skal kunne utføre divisjon ved brøkrekning. Andre mål for opplæringa i emnet divisjon som elevane skal kunne er

- *rekne med brøk, utføre divisjon av brøkar og forenkle brøkuttrykk*
- *utvikle, bruke og gjere greie for ulike metodar i hovudrekning, overslagsrekning og skriftleg rekning med dei fire rekneartane*
- *analysere samansette problemstillingar, identifisere faste og variable storleikar, kople samansette problemstillingar til kjende løysingsmetodar, gjennomføre berekningar og presentere resultata på ein formålstenleg måte* (Kunnskapsdepartementet, 2013).

I tillegg til dei kompetansemåla eg har lagt fram, er det nokre kompetansemål som ikkje handlar direkte om divisjon, men der det vil vere naturleg å nytte reknearten for å løyse og nå målet. Det kan for eksempel vere kompetansemål om problemløysing, algebra, geometri, måling og statistikk og sannsyn.

Kompetansemåla seier svært lite om korleis elevane skal lære måla, men skildrar kva elevane skal kunne og kunne gjere etter å ha deltatt i undervisninga. Det vil seie at skulen og den faglege og didaktiske kompetansen til læraren legg føringar for korleis undervisninga og opplæringa vil vere. I føremålet til fagplanen i matematikk ligg det likevel nokre føringar. Der står det mellom anna at opplæringa «… vekslar mellom utforskande, leikande, kreative og problemløysande aktivitetar og ferdigheitstrening» og at elevane «… må utfordrast til å kommunisere matematikk skriftleg, munnleg og digitalt» (Kunnskapsdepartementet, 2013). Læraren får på denne måten stor metodefridom, samtidig som læraren må vere kreativ, ha mot til å prøve og få elevane til å samtale om matematikk.

3.0 Kunnskapsgrunnlag

I dette kapittelet skal vi sjå nærmare på kva kunnskap er og korleis kunnskap kan bli forstått i emnet divisjon. Deretter skal vi gå nærmare inn på tre teoriar om korleis vi lærer, og avslutningsvis blir det trekt fram nokre faktorar i undervisninga som kan verke inn på kva vi lærer i divisjonsundervisninga.

3.1 Divisjonskunnskapar

Ut i frå delkapittel 2.5 har vi sett på kva elevane skal kunne etter læreplanverket LK06. Matematisk kompetanse handlar om å kunne rekne, forstå og grunngi kvifor det er slik. Det leiar oss til det Hiebert og Lefevre (1986) skildrar som ein lengelevande debatt om skiljet mellom matematikk som ferdigheit og matematikk som forståing. Dei gjer eit forsøk på å dele matematikkunnskap i *conceptual knowledge* (CK) og *procedural knowledge* (PK) for å definere kjernen i kva kunnskapar vi skal lære i matematikk og forholdet mellom dei.

Conceptual knowledge (CK) handlar om korleis kunnskap er knytt saman i relasjonar og korleis ulik informasjon er kopla saman (Hiebert & Lefevre, 1986). Isolert kunnskap, som å vite at 6 delt på 2 er 3, kan difor ikkje vere CK. For å utvikle CK, må informasjon koplast med annan informasjon. Det kan skje ved at to isolerte kunnskapsbitar blir knytt saman eller at ny kunnskap finn ein relasjon til tidlegare kunnskap. Hiebert og Lefevre (1986) eksemplifiserte at det er mogeleg å meistre både subtraksjonsalgoritmen og verdiane til siffera i posisjonssystemet kvar for seg. Men når ein slår saman kunnskapane, kan ein få forståing for fleirsifra subtraksjon. Dersom ein hadde forstått subtraksjonsalgoritmen i innlæringa, ville CK blitt utvikla med ein gong.

Procedural knowledge (PK) deler Hiebert og Lefevre (1986) vidare i (a) matematiske symbol og syntaks og (b) reglar og algoritmar. Den første delen (a) handlar om å vere kjent med korleis og vite kva symbol og språk som blir nytta for å representere matematiske idear. Det vil seie at ein har kunnskap om korleis eit reknestykke skal sjå ut. Som vi såg i delkap. 2.3.1 og 2.3.2, er det fleire måtar å skrive divisjonsteiknet. Sidan det er standardalgoritmen som er den som er mest i bruk i den norske skulen, vil dei fleste difor vere mest vande med uttrykk som □ : □ = □. Den andre delen (b) handlar derimot om reglar, algoritmar og prosedyrar for å løyse matematikkoppgåver (Hiebert & Lefevre, 1986). Som presentert i delkapittel 2.3, er det instruksjonar som tar for seg steg-for-steg i løysinga av oppgåver. På denne måten flyttar ein seg sekvensvis mot eit mål. I følgje Hiebert og Lefevre (1986) blir elevar ofte presentert for oppgåver der dei har behov for PK for å transformere symboluttrykket til ei løysing.

Å beherske divisjon vil då seie å vite tydinga av omgrep, forstå symbol, forstå prosedyrar og forstå korleis alt dette heng saman. Dersom CK og PK ikkje blir knytt saman, kan elevar ha problem med å løyse oppgåver eller ha vanskar med å forstå kvifor dei klarar å løyse oppgåvene (Hiebert & Lefevre, 1986). Hiebert og Lefevre (1986) trekkjer fram kunnskapshol, vanskar med å skape relasjonar og at kunnskapen blir kontekstbunden som faktorar som kan vere med å hemme ein relasjon mellom CK og PK. Dei ulike kunnskapane kan bli vektlagt ulikt ut i frå kva syn ein har på læring og undervisning.

3.2 Perspektiv på å lære divisjonskunnskap

«Some teachers believe that mathematics should be a silent activity with each of the children always producing their 'own work', but other teachers allow cooperation and discussion between pupils» (Orton, 2004:1). Orton (2004) presiserer at utdanningsspørsmål sjeldan er eintydige. I diskusjonen om læringsteoriar, har Sfard (1998) løfta blikket til å identifisere to metaforar som læringsteoretiske alternativ. På den eine sida, har vi *tileigningsmetaforen* («acquisition metaphor»), og på den andre sida, har vi deltakingsmetaforen («participation metaphor»). Tileigningsmetaforen skapar eit bilete av «… the human mind as a container to be filled with certain materials and about the learner as becoming an owner of these materials» (Sfard, 1998:5). Med deltakarmetaforen blir læring i staden sett på som prosessen med å bli eit fullverdig medlem av "a certain community" (Sfard, 1998:6). Det fører til at det er mogeleg å trekkje nokre parallellar til PK og CK. I drøfting og vurdering av metaforane, trekkjer Sfard fram korleis deling og innflytelse kan bidra til å fremme læring i «… et læringsmiljø som prioriterer forteljing, instruksjon, aktivitet og utforskning …» (Haara, 2014). Syna som lærarane legg til grunn, *teoriane*, er kvalifiserte eller intuitive meiningar om korleis elevar lærer og kva dei skal lære (Skaalvik & Skaalvik, 2013). I følgje Orton (2004) går det ikkje an å undervise utan å akseptere teoretiske syn, sjølv om dei er mangelfulle og avgrensande. Dei er med på å gi grunnlag for alle avgjerder som blir tatt i klasserommet. Vidare i dette delkapittelet vil eg presentere behavioristiske, kognitive og sosiokulturelle perspektiv på læring og knytte PK og CK til perspektiva.

3.2.1 Behavioristiske læringsteoriar

Ser vi til behavioristisk teori – som vart utvikla i første halvdel av 1900-talet – finst kunnskap objektivt utanfor individet og kan delast opp i kunnskapsbitar (Dysthe, 2001; Imsen, 2010). Denne retninga observerte kva som påverkar individet og kva åtferd som følgjer av påverknaden for å forstå læring. I eit behavioristisk perspektiv vert påverknad kalla stimulus og reaksjonen hos individet vert kalla respons. I ein klassisk behavioristisk påverknadsmodell, kjem individet difor til å vere ein «black box» som automatisk reagerer på ytre stimuli. Imsen (2010) forklarar at behavioristane ser på menneske som ei uskrive tavle frå fødselen og at bort i mot alt menneske tileignar seg av kunnskap og erfaring er lært.

Figur 3 Behavioristisk påverknadsmodell (gjengitt etter Imsen, 2010).

Læring vert i hovudsak forklart som eit resultat av assosiasjonar eller relasjonar (Skaalvik & Skaalvik, 2013). Det har gitt eit skilje mellom *klassisk betinging* og *operant betinging*. I klassisk betinging er åtferda som vert lært ufrivillig. Å utvikle angst for matematikkprøvar kan vere eit døme som kjem frå klassisk betinging. I operant betinging er det derimot relasjonen mellom åtferd og konsekvensen av åtferd som er bærebjelken. Det vil seie at læring er eit resultat av lønn eller straff som følgjer etter frivillig handling. Forsterkningsskjema som vert nytta, *reinforcement* som lønn vert kalla i behavioristiske teoriar, vert helde ansvarleg for korleis læring inntreff, vert oppretthaldt og eventuelt vert sløkka (Helstrup, 2002). I begge formene for betinging blir læring fremma når dei – to stimuliane eller åtferd og konsekvens – er nær i tid. Ut i frå prinsippa om operant betinging har behavioristisk teori systematisk blitt utvikla for å fremme ønska åtferd og for å betre læringsresultata i skulen (Skaalvik og Skaalvik, 2013). Dysthe (2001:37) summerer opp fem punkt for korleis dette perspektivet verkar inn på undervisning og testing etter Shephard:

- *Læring skjer ved å akkumulere små kunnskapsbitar.*
- *Læring må organiserast sekvensielt og hierarkisk.*
- *Overføring er avgrensa, og derfor må kvart mål undervisast eksplisitt.*
- *Testar må givast ofte for å sikre meistring før ein går vidare til neste.*
- *Motivasjon er ytre og er basert på positiv forsterkning av mange små steg.*

Ved å følgje operant betinging, kan vi forstå læring av løysingsstrategiar i divisjon som eit resultat av at læraren, ei lærebok eller liknande forklarar framgangsmåten for å løyse divisjonsoppgåver. Først må eleven lære grunnleggande fakta (Dysthe, 2001; Sfard, 1998). Det kan vere å hente fram divisjonsfakta som er knytt til den vesle multiplikasjonstabellen og/eller å kunne bruke steg for steg i standardalgoritmen. Elevane lærer seg deretter denne løysingsstrategien ved å rekne riktig og få ros ved riktig svar. Læraren kan teste om elevane kan løyse divisjonsoppgåver ved å gi mange oppgåver med denne operasjonen. Etter at faktakunnskapane er på plass, kan vi forvente at elevane blir «… i stand til å tenkje, reflektere og bruke det dei lærer» (Dysthe, 2001:37).

3.2.2 Kognitive læringsteoriar

Med bakgrunn i at ikkje alle indre prosessar let seg forklare av behavioristiske læringsteoriar, bygde det seg opp ein ny læringstradisjon i spenningsfeltet (Helstrup, 2002). Denne læringsteorien – kognitiv læringsteori – legg hovudvekta på dei mentale prosessane. Den kognitive læringsteorien består av fleire teoriar om læring (Skaalvik & Skaalvik, 2013), og ut frå dei teoretiske retningane har det sprunge ut mange variantar. Dei mange teoriane har stort sett ein felles ide om at informasjon blir motteke, vald ut, bearbeida, fortolka og lagra i hjernen, og dei kan bli kalla «teoriar om informasjonsprosessering». Eit anna trekk er at den nye informasjonen som blir valt, blir fortolka med utgangspunkt i tidlegare erfaringar. Det fører til at dei fleste kognitive teoriar i større eller mindre grad har ein ide om at kvart enkelt menneske «konstruerer» eigen kunnskap. Konstruktivismen er ein teoretisk retning som legg særskild vekt på at læring skjer gjennom ein aktiv prosess der individet konstruerer sin eigen kunnskap ut frå eigne erfaringar (Imsen, 2010).

Figur 4 Enkel informasjonsprosseseringsmodell (gjengitt etter Imsen, 2010).

I dei siste tiåra har den konstruktivistiske retninga hatt enorm tyding i matematikkdidaktikken (Skott, Jess & Hansen, 2011). Holm (2012) samanfattar ti punkt om matematikkundervisning basert på idear frå konstruktivismen og andre kognitive læringsteoriar og seks pedagogiske prinsipp for opplæring i matematikk. Ser vi dei i samanheng, får vi

- Kunnskap består av forståing og ferdigheit samanlagt.
- Læring skjer ved å aktivt konstruere kunnskapsnettverk.
- Læring må bygge på eigne erfaringar og aktivitet i samhandling med andre.
- Overføringa er avgrensa, og derfor må det trenast på varierte oppgåver og arbeidsformer.
- Progresjon må vere tilpassa.
- Automatisering av ferdigheiter frigir ressursar/merksemd til andre oppgåver.
- Språk og instruksjonar verkar styrande og strukturerande på all læring.

For at divisjonskunnskapar skal gi meining, ser dette perspektivet det som avgjerande å knytte saman conceptual knowledge og prosedyral knowledge. Læraren vil vere ein viktig støttespelar for å instruere og strukturere kva elevane skal lære i divisjon. Elevane byggjer kunnskapsnettverka sine på dei erfaringane og aktivitetane dei har. Det gir difor ein naturleg relasjon til å bygge nye løysingsstrategiar på tidlegare erfaringar og reflektere kjente situasjonar til nye rekneartar. Holm (2012) forklarar at nye ferdigheiter kan utviklast på eigenhand ved at eleven har forstått prinsipp og strukturar i matematikk. Det vil seie at eleven ikkje berre kan få forstått framgangsmåten, men også dei generelle prinsippa som ligg bak. Like fullt blir difor faglege problem og missoppfatningar nytta som ein gylden veg til læring (Dysthe, 2001; Brekke & Tinnes, 2001; Helstrup, 2002). For å automatisere ferdigheiter, blir det også nytta trening av strategiar og ferdigheiter lausrive frå anna innhald (Klingeberg, 2012; Dysthe, 2001). Kunnskap som er automatisert krev lite konsentrasjon og frigjer merksemd som kan bli brukt til innlæring av ny kunnskap (Holm, 2012).

3.2.3 Sosiokulturelle læringsteoriar

Men læring trenger ikkje å bli sett på som det som skjer inne i hovudet, fordi læring ikkje skjer utan at individet står i eit samspel med dei sosiale omgivnadane (Imsen, 2010). Interaksjon og samarbeid blir difor sett på som heilt grunnleggande for læring, og ikkje berre som eit produkt av læring, i eit sosiokulturelle læringsperspektiv (Dysthe, 2001). Dei sosiokulturelle læringsperspektiva går også under nemningane sosiokulturelt, kulturhistorisk, sosiohistorisk og sosiointeraktivt perspektiv på kunnskap og læring. På denne måten viser namna til kva teoriane byggjer på og at det er eit breitt felt.

I sosiokulturell læringsteori har språket fått ein sentral rolle (Dysthe, 2001; Skaalvik & Skaalvik, 2013; Säljö, 2002). Det kjem av at vi lærer ved å byggje på kulturelle erfaringar og fortolkar den innsikta som er utvikla. Læring oppstår difor berre dersom vi internaliserer kulturelt betinga kunnskap. Vidare vil den kulturelt betinga kunnskapen vere språkleg framstilt med haldningar, verdiar og vurderingar som høyrer heime i ein gitt kulturell tradisjon. I dialog med erfaringane kan vi gjere innsikta til vår eiga.

Det sosiokulturelle perspektivet legg også vekt på læring gjennom praksisfellesskap (Dysthe, 2001). «Deltakinga i praksisfellesskap er først perifer (…) men deltakinga blir stadig meir kompleks» (Dysthe, 2001:47). Det handlar om at dei ulike som deltar har ulike kunnskapar og dugleikar, og at deltakarane blir meir og meir involvert i felles oppgåver og felles repertoar som til dømes rutinar, reiskapar og måtar å gjere ting på. Læring finn alltid stad i kontekst, og vi seier difor at læringa er situert. Vidare kan vi ikkje berre overføre det som er lært i ein kontekst til ei annan. Dysthe (2001) trekk vidare ein konklusjon om at ein i skulen bør legga vekt på aktivitetar og oppgåver som er så autentiske røynda som mogleg.

Dysthe (2001) viser til Wenger sine fire premissar for læring:

- *Vi er alle sosiale vesen, og dette er eit sentralt aspekt ved læring.*

- *Kunnskap betyr kompetanse på ulike område som blir verdsett.*
- *Kunnskap har med deltaking og aktivt engasjement å gjere.*
- *Læring skal produsere meining, det vil seie evne til å oppleve verda og vårt engasjement som meiningsfylt (Dysthe, 2001:63).*

Læring blir sett på som å bevege seg frå eit begynnarstadium til å bli eit fullverdig medlem i praksisfellesskapen (Dysthe, 2001; Sfard, 1998). Elevane trenger ikkje å ha møtt abstrakte matematiske omgrep tidlegare, og læraren blir difor viktig for å utvikle språket som ein medierande ressurs (Säljö, Riesbeck & Wyndhamn, 2001). Læraren nyttar verb som oppmodar til å analysere og argumentere, men også å skildre, bevise og fortelje. Elevane blir deltakande i å skape meining i fellesskapet, samtale om løysingsmåtar og utvikle nye løysingsstrategiar i samarbeid. CK er nødvendig for å skape meining og blir sentral for divisjonslæring i dette perspektivet. Det er også eit sentralt aspekt at oppgåvene blir verkelegheitsnære for å skape ein naturelg kontekst.

3.3 Å undervise i emnet divisjon

Undervisninga blir nytta som ei påverkingskjelde og skal legge til rette for at elevane skal lære (Hodgson, Rønning & Tomlinson, 2012). Læring blir altså drive av det læraren og elevane gjer i klasserommet (Black & Wiliam, 1998). Hiebert et al. (1997) legger vekt på forståing av matematikk i undervisninga, og at undervisninga skal ha som mål å både utvikle omgrepskunnskapane og prosedyrekunnskapane til elevane. Vidare la Hiebert et al. (1997) fram fem dimensjonar som arbeider saman i klasserommet for å skape eit miljø for læring. Desse dimensjonane er lærarrolla, oppgåvene, kulturen, verktøya og ferdigheitene til elevane. I denne oppgåva skal vi ta med oss dei tre første dimensjonane. Deretter skal vi sjå på læreverket som eit verktøy og vurdering for å finne fram til elevane sine kunnskapar.

3.3.1 Lærarrolla

Mulligan og Mitchelmore (1997) forklarar at lærarrolla bør vere å assistere elevane til å få eit vidt repertoar av løysingsstrategiar. Dei forklarar vidare at dette kan føregå på tre nivå. Det første nivået går ut på stille oppgåver med ulike modellar – for eksempel delingsdivisjon og målingsdivisjon – der elevane kan få erfaring med direkte teljing. På det neste nivået skal læraren oppmuntre til meir effektive løysingsstrategiar. Og det tredje nivået handlar om at læraren hjelper elevane til å utvikle enda meir effektive løysingsstrategiar gjennom å legge til rette for aktivitetar som fremjar talforståing, talrelasjonar og gjenhentingstrategiar.

Hiebert et al. (1997) forklarar at den tradisjonelle lærarrolla der læraren formidlar den matematiske informasjonen, demonstrerer prosedyrane og får elevane til å praktisere etterpå, ikkje støttar eit system der elevane skal skape forståing for matematikk.

> *Instead of acting as the main source of mathematical information and the evaluator of correctness, the teacher now has the role of selecting and posing appropriated sequences of problems as opportunities for learning, sharing information when it is essential for tackling problems, and facilitating the establishment of a classroom culture in which pupils work on novel problems individually and interactively, and discuss and reflect on their answers and methods.* (Hiebert et al., 1997:8).

Den nye lærarrolla er framleis ei aktiv rolle, men skal i hovudsak hjelpe elevane med å konstruere kunnskap, bygge på elevane sine initiativ og kreativitet og etablere ein klasseromskultur.

3.3.2 Oppgåvene

Elevane bør få erfaringar med ulike divisjonsoppgåver. Det vil for eksempel seie at oppgåvene skal ta for seg heile divisjonsemnet. Mulligan og Mitchelmore (1997) legg vekt på at elevane får erfaringar med dei ulike modellane for divisjon for å utvikle forståing for divisjonsemnet. Når det gjelder taloppgåver, forklarar Anghileri (2001) at elevar er sterkt påverka til å bruke standardalgoritmen.

Den eller dei oppgåvetypane elevane blir presentert for, er med på å legge grunnlaget for kva type undervisning som vil føregå i klasserommet (Hiebert et al., 1997). Og det vil vidare legge grunnlaget for kva elevane lærer. Hiebert et al. (1997) forklarar at oppgåver som gjer det mogleg for elevane å reflektere og kommunisere vil gi betre grunnlag for å skape forståing.

I val av oppgåver blir det lagt vekt på tre aspekt (Hiebert et al., 1997). Det første aspektet handlar om at elevane bør få oppgåver som dei ser ei meining i å løyse. Oppgåvene som blir gitt skal ikkje bli gitt for å drille elevane eller kjennast meiningslause å utføre, men oppgåvene bør vere interessante problem. Det andre aspektet er at elevane må kunne knyte den kunnskapen dei sitter inne med til oppgåva for å finne ein måte å løyse den på. Dersom elevane ikkje har kunnskap dei kan bygge ut for å løyse oppgåva, er det ikkje ei god oppgåve. Det tredje aspektet ved oppgåva, forklarar Hiebert et al. (1997), er at oppgåva skal engasjere elevane til å tenkje på viktigheita med matematikk. Det kan for eksempel vere at elevane opplever at dette kan vere nyttig å kunne seinare i livet.

Skaalvik og Skaalvik (2013) framhevar at ei utfordring med å velje oppgåver. Sidan elevane skal bli vurdert formelt, kan det påverke kva oppgåver lærarane gir elevane. Lærarane kan difor oppleve at dei blir styrte av formelle kriteria og formell vurdering når dei gir oppgåver til elevane og at undervisninga får eit «teach to the test»-uttrykk.

3.3.3 Læreboka

Som ei kjelde til kunnskap i skulen, har læreboka vore «designed to provide an authoritative pedagogic version of an area of knowledge» (Stray, i Johansson, 2006:6). Læreboka i matematikk blir framleis sett på som ein av dei viktigaste ressursane i undervisninga av matematikk (Rezat, 2012; Johansson, 2006). Den er ei viktig kjelde til både oppgåver og instruksjonar. Som vi såg i kap. 3.3.2 kan dei oppgåvene elevane får erfaringar med, vere med på å styre korleis elevane tenkjer om divisjon. Høines (1998) forklarar at tekstoppgåvene i lærebøkene oftast brukar delingsdivisjon som modell ved divisjonsoppgåver. I kapittel 2.3.3 såg vi at læreverka *Multi* og *Abakus* presenterer to skriftlege løysingsstrategiar kvar. Dersom læreboka styrer undervisninga mykje, kan læreboka vere ein viktig faktor som har stor innverknad på korleis elevane lærer divisjon og løyser divisjonsoppgåver. Johansson (2006) forklarar at lærebøkene formidlar eit læringssyn (sjå kap. 3.2) som kan vere lett å kjenne igjen. Lærebøker som er farga av behavioristiske idear vil fokusere på å få den rette løysinga på definerte oppgåver, medan eit kognitivt og sosiokulturelt perspektiv vil vere kjenneteikna ved å byggje på dei tidlegare erfaringane til elevane og legge opp til diskusjonsoppgåver og samarbeid.

Rezat (2012) undersøkte når læreboka vart nytta for å fremme læring i undervisninga. I studien fann Rezat at alle dei fire lærarane i studien refererte til læreboka, men måtane den vart referert til var ulike. Den eine måten var «Direct, Specific, Obligatory Teacher Mediation» (Rezat, 2012:236). I divisjonsundervisning kan det tyde at læraren viser elevane eksplisitt til læreboka for instruksjonar eller oppgåver der. Den andre måten var «Direct, Specific, Voluntary Teacher Mediation» (Rezat, 2012:236). Denne forma å referere til læreboka på vil seie at læraren viser eller rådar elevane om kvar elevane kan finne instruksjonar eller tips for å løyse divisjonsoppgåvene i læreboka. Den tredje måten Rezat fann var «Direct, General, Obligatory and Voluntary Teacher Mediation» (Rezat, 2012:237). Lærarane gir her ikkje meir spesifikk informasjon om kvar elevane kan få hjelp eller finne oppgåver enn at det står i læreboka. Denne generelle måten å referere til læreboka på, kan også utvikle og lære elevane å slå opp i bøker og finne informasjonen som dei treng. Den siste måten er relatert til korleis læraren sjølv brukar læreboka i undervisninga og blir kalla «Indirect Teacher Mediation of Textbook Use» (Rezat, 2012:237). Elevane kan då bruke læreboka til å finne liknande oppgåver eller ta initiativ til å lære noko nytt via læreboka fordi dei kjenner igjen eit mønster frå undervisninga.

3.3.4 Kultur

Instruksjonar i ei tradisjonell form oppmodar og krev ofte at eleven arbeider aleine (Hiebert et al., 1997). Hiebert et al. (1997) ser arbeid med matematikk som ein aktivitet der samarbeid er sentralt. Å etablere ein kultur med forventningar og normer til korleis kommunisere og samhandle om matematikk i klassen blir viktig for å lære med forståing. Dei sosiale strukturane og samhandlingsmønstera har tyding for korleis elevane klarar å konsentrere seg og delta i klassesamfunnet (Utdanningsdirektoratet, 2012).

«Building a community of mathematical practice requires teachers to take the lead in establishing appropriate expectations and norms» (Hiebert et al., 1997:46). For å skape eit slikt samfunn, skildrar Hiebert et al. fire normer for å oppmuntre til refleksjon og kommunikasjon om matematikk:

- Idear og metodar blir diskutert
- Elevar får velje eigen metode og dele dei med andre
- Feil blir sett på som ein læringssituasjon
- Matematiske argument og logikk bestemmer om løysinga er rett

Målet med kulturen er å byggje eit samfunn der elevane får delta og lære. Vi kan sjå samanhengar mellom denne dimensjonen og deltakarmetaforen til Sfard (1998).

3.3.5 Vurdering i undervisninga

For at elevane skal lære og bli betre lærande i framtida, må læraren vite progresjonen og utfordringane til eleven (Black og Wiliam, 1998). Det vil seie at læraren må finne ut kvar eleven er, og det kan læraren gjere på mange måtar i følgje Black og Wiliam. Blant anna kan læraren observere, diskutere i klassen og sjå over elevane sitt arbeide. Denne forma for vurdering kallar Skaalvik og Skaalvik (2013) uformell vurdering. Askeland (2009) framhevar at observasjonar av strategiar i matematikk kan føregå kontinuerleg, men at systematiske strategiobservasjonar med ein og ein elev, kan sikre kvalitet i arbeidet. Det kan virke som om Black og Wiliam (1998) støttar tilnærminga som Askeland presenterer fordi den gir rom for eleven til å uttrykke kva han/ho forstår. I diskusjon og dialog mellom elev og lærar kan eleven heve kunnskapen og betre forståinga for kva han/ho forstår og læraren får mogelegheit til å svare og reorientere eleven. Vidare forklarar Black og Wiliam (1998) at faren er at læraren umedvite svarar eleven på ein måte som hemmar læringa. Dette kan vere at læraren forventar ein bestemt måte å løyse oppgåver på og manglar fleksibiliteten eller sjølvtilliten til å handtere med det uventa.

I samtalar mellom lærar og elev der vurdering var ein naturleg del av konteksten, fann Rønsen (2013) fire ulike interaksjonskategoriar. I den første kategorien, *Non-attentiveness in Interaction*, var læraren opptatt av andre problem og/eller andre elevar enn den som ønska hjelp, i den andre kategorien, *Double Communication,* kommuniserer læraren motstridande informasjon gjennom språk, kroppsspråk og tone, den tredje kategorien er *attentiveness in Interaction* som vil seie at læraren og eleven går inn i samtalen med same mål, og den siste kategorien, *Enhanced Attentiveness in Interaction*, viser til ei utvida felles intersubjektiv forståing mellom lærar og elev. Utvikling av elevane sine løysningsstrategiar blir då avhengig av at kommunikasjonen mellom elev og lærar fungerer godt, at det er eit tillitsforhold og at læraren har kompetanse til å forstå den matematiske forklaringa til eleven (Askeland, 2009.; Rønsen, 2013).

«A particular feature of the talk between teacher and pupils is the asking of questions by the teacher» (Black & Wiliams, 1998:7). Dette er ein direkte og effektiv måte for å finne ut av kva elevane kan. Men i følgje Black og Wiliams (1998) er det også eit problem at ikkje alle elevane får lang nok tid til å finne løysinga. Dei viser til to konsekvensar av å ha kort tid til å finne svaret: Spørsmåla får ei form der eleven skal hente fram faktakunnskap og/eller elevar lar vere å svare fordi det ikkje er tid til å komme opp med eit svar.

Sowder (1998) viser til hennar tidlegare studie der jenter i større grad nytta rutinealgoritmar, medan gutane nytta seg av strategiar dei fann opp. Ho ønskjer å tvile på at kjønnsforskjellane kjem av at læraren behandlar og oppmuntrar gutar på ein annan måte enn jentene, men at det heller var ulike strategiar som vart føretrekt på bakgrunn av evaluering og vurdering.

> *Thus, it would appear that strategy selection was a matter of preference. In fact, it might be that a particular strategy was preferred one for explaining to other people and not necessarily the preferred one for personal work. Counting strategies, particularly if accompanied with pointing at objects or using fingers, would appear more amenable to explaining one's thinking than would invented strategies, which are mental and sometimes difficult to explain (Sowder, 1998:12).*

Ei utfordring med å velje teljestrategiar i staden for sjølvlaga algoritmar, vil vere at dei sjølvlaga algoritmane påkallar djup forståing for tall, plassverdisystemet og aritmetiske operasjonar (Sowder, 1998). Sjølv om eg i dette prosjektet ikkje ser på forskjellar mellom gutar og jenter, er dette interessant fordi det viser til at nokon elevar føretrekkjer rutinar.

4.0 Metode

«En metode er en fremgangsmåte, et middel til å løse problemer og komme frem til ny kunnskap. Et hvilket som helst middel som tjener dette formålet, hører med i arsenalet av metoder» (Aubert, 1985:196). Det har vore viktig for meg å gjere metoden transperent frå val, via datainnsamling og til analysen. I det følgjande kjem eg til å ta for meg mine val i forhold til metode og forskingsdesign. Deretter ønskjer eg å presentere metodane som eg har valt å nytte i denne undersøkinga, og vidare kjem eg til å presentere gjennomføringa av datainnsamlinga og analysen. Til slutt kjem eg til å diskutere reliabilitet og validitet og reflektere over etiske omsyn for dette prosjektet.

4.1 Val av metode

«… enhver forsker (…) er plassert i en bestemt historisk, sosial og biografisk sammenheng som ikke bare påvirker hvilke spørsmål som virker interessante, men også hvilke kvaliteter hun eller han ønsker egen forskning skal bygge opp om» (Kjølsrød, 2010:272). I dette prosjektet er målet mitt å få djupare innsikt i korleis elevar løyser divisjonsoppgåver og forstå korleis undervisninga kan verke inn på strategivala til elevane. Val av data og metode bør, i følgje Grønmo (2004), vere eit strategisk spørsmål basert på kva problemstilling og samfunnsforhold som skal undersøkjast. I forsøket på å forstå dei sosiale fenomena som skjer i undervisningssamanheng, ønskjer eg å sjå røynda gjennom aktørane sine eigne perspektiv og skildringar (Kvale & Brinkmann, 2009). Elevar og lærarar er difor sentrale informasjonskjelder for å forstå deira verd. Den fenomenologiske tradisjonen legger vekt på tolking og forståing av kva meining som knyter seg til ulike handlingar (Grønmo, 2004). I dette prosjektet kjem eg til å vektlegge handlingane til elevane ved løysing av divisjonsoppgåver og opplevingane dei har kring løysingsstrategiar i divisjon. Læraren vil i tillegg bidra med eit heilskapsbilete av løysingsstrategiar i klassen og kunne fortelje om val i undervisninga.

Kjølsrød (2010:274) forklarar at når forskaren nyttar fleire enn ein metode i den same studien, om alle er kvantitative, kvalitative eller ei blanding, vert det kalla «mixed approach design». På den andre sidan meiner mellom anna Grønmo (2004) og Brinkmann og Tanggaard (2015) at forskinga må ha ei blanding av kvantitative og kvalitative metodar for å kalle seg «mixed methods-forsking». Med ein vitskapspragmatiske inngangsport til problemstillinga, har eg valt metodar som eg meiner eignar seg best for å gi innblikk på kvart av forskingsspørsmåla. Forskingsspørsmåla mine er:

1. Kva strategiar vert tatt i bruk på ulike divisjonsoppgåver?
2. Korleis opplever elevar tilrettelegging for å nytte eigne løysningsstrategiar i divisjon?
3. Kva vektlegg lærarar i divisjonsundervisninga?

Dei to første forskingsspørsmåla mine rettar seg mot eleven. Cohen, Manison og Morrison (2011) presiserer at den beste kjelda til informasjon om born er frå borna sjølve dersom forskaren klarar å tre inn i deira verd. For å svare på det første forskingsspørsmålet, kan det difor eigne seg å observere elevar sine løysningsstrategiar ved hjelp av ein test. Ein test er ein kraftfull metode for raskt å samle inn større mengder data som er relevant og fokusert (Cohen, Manison & Morrison, 2011). Elevar har også vore gjennom matematikkprøvar og deltatt på nasjonale testar i skuleløpet og er på den måten relativt kjend med konseptet. På dei to andre forskingsspørsmåla meiner eg intervju eignar seg godt. Ved å intervjue, høvesvis elev(-ar) og lærar(-ar), kan vi få tilgang til deira opplevingar og erfaringar (Brinkmann &Tanggaard, 2015). Forskingsspørsmåla vektlegg eit smalt felt av matematikkemnet, og for å få mest gyldig og truverdig informasjon frå elevar og lærarar, ønskjer eg å nytte det semistrukturerte intervjuet. Det gir rom for informantane til å utdjupe og reflektere, samtidig som vi kjem innom dei faste rammene (Kvale & Brinkmann, 2009; Ryen, 2002). Studien min held seg innanfor den kvalitative tradisjonen og har eit «mixed approach design» med tanke på at studien nyttar fleire metodar for å komplimentere heilskapsbilete. Den kvalitative tradisjonen er kjenneteikna ved at den tar sikte på å finne ut av *korleis* og ikkje *kor mykje* av noko (Brinkmann & Tanggaard, 2015).

4.2 Forskingsdesign

Med tanke på at dette prosjektet nyttar fleire metodar for å samle inn data og samtidig representerer den kvalitative forskingstradisjonen, kjem eg i denne delen til å skildre korleis prosjektet er bygd opp. Kvale og Brinkmann (2009) forklarar at forskingsdesign handlar om korleis dei ulike metodane skal fungere saman og at formålet med forskingsdesignet er å best mogleg skaffe svar på problemstillinga.

I figur 5 har eg illustrert forskingsdesignet eg har nytta frå pilotundersøkinga til analysen. Matematikktest og intervju er utheva fordi det er her datamaterialet til prosjektet er henta frå.

Pilotstudie	Utval	Matematikktest	Analyse av test	Intervju	Analyse
		40-45 min	45 min	10-20 min og 20-40 min	
Test og intervju	3 klassar Elevar og lærarar	8 oppgåver Elevar	Etter kategoriane til Anghileri (2001)	Elevar og lærarar	Deskriptiv analyse og temaanalyse

Figur 5 Forskingsdesign for dette prosjektet

I dette prosjektet ønskjer eg å bruke informasjon frå lærarar til å komplimentere biletet som elevane gir. Ved å teste kva løysingsstrategiar elevane nyttar og intervjue nokre av desse elevane om løysingsstrategiane og undervisninga, får eg eit datamateriale som skildrar elevperspektivet. Ved å intervjue lærarar også, kjem studien til å dekke eit større empirisk område (Kvale & Brinkmann, 2009). Målet med å intervjue elevar og lærarar og teste elevar, er difor å få meir utfyllande forståing for undervisninga i divisjonsemnet.

4.3 Planlegging av datainnsamling

I planlegginga av datainnsamlinga har eg tatt for meg utveljinga av informantar, utforming av matematikktest, intervjuguide for elevar og intervjuguide for lærarar.

4.3.1 Utval

Til å gjennomføre testen, har eg hatt eit tilfeldig utval av tre sjuandeklassar (N=38). Grønmo (2004) nytta nemninga *pragmatisk utval*. Testen skulle ikkje bli brukt til systematisk generalisering av kva løysningsstrategiar som blir brukt i universet som heilskap, men sikta mot å gi eit enkelt og foreløpig bilete av kva løysningsstrategiar som blir nytta av elevar på ulike divisjonsoppgåver. Elevane gjekk på tre ulike skular som er mellomstore med trinn frå 1.-10. klasse i tettbygdestrøk.

Testen fungerte vidare som grunnlag for det strategiske utvalet av informantar til elevintervjua. På denne måten grunnar ikkje utvalet på tilfeldigheit, men på systematiske vurderingar om kven som er mest relevante og mest interessante for formålet (Grønmo, 2004). Elevinformantane vart strategisk valde ut med bakgrunn i kva løysningsstrategiar dei hadde nytta. Til å begynne med nytta eg dei teoretiske kategoriane til Anghileri (2001) og kategoriserte løysningsstrategisvara som elevane hadde gitt per oppgåve. Deretter valte eg ut dei testane som sjeldan hadde nytta den skrivne standardalgoritmen for divisjon og merka seg ut i klassesettet samt ein av dei testane som nytta strategiar som var mest frekvente i klassen. På denne måten stod eg igjen med 5-6 informantar i kvar klasse etter stratifisert utveljing, altså ei tilfeldig trekking av enkelteinheiter innanfor kvar kategori. Grønmo (2004) viser til dette som eit teoretisk mettingspunkt som vil seie at det ikkje blir tilført meir vesentleg informasjon dersom det blir inkludert nye informantar.

Eit anna strategisk utval eg gjorde var å intervjue læraren som underviste i matematikk i desse klassane. Sidan det er læraren som i stor grad planlegger, gjennomfører og evaluerer undervisninga, kan han/ho bidra med relevante utsegn om undervisninga av divisjon i klassen (som det kom fram i kapittel 3).

Dei tre klassane har fått namna E, Y og Z. Lærarane har fått same bokstav som klassen er representert ved og elevane i klassen har fått eit tal framfor. Då det er 38 elevar og 3 lærarar ville det bli mange fiktive namn og samtidig vise kva klassekontekst dei representerer.

4.3.2 Pilotstudie

Før sjølve datainnsamlinga, valde eg å prøve testen og intervjua. Dette vart gjort saman med to elevar og ein lærar. Dei to elevane var lika gamle som testtakarane for å få innspel på språkleg nivå og oppgåvenivå (Cohen, Manion & Morrison, 2011).

Testen og intervjua med elevane vart gjennomførte på eit grupperom. I pilotstudien var elevane inne ein og ein saman med meg. Elevane hadde tilgang på skrivesaker, viskelær og ekstra ark. Dei gav tilbakemelding på blant anna korleis dei opplevde utforminga av oppsettet, teksten i oppgåvene, om det virka relevant og tid. Når testtakarane tok testen, var eg til stades under heile testen. Det gav dei moglegheit til å gi tilbakemelding i det dei var usikre. Etter gjennomføringa tok eg med meg at det burde vere større plass på arket for å forklare korleis dei tenkte. Eg oppdaga også at eg skulle ta med ei oppgåve der dividend var mindre enn divisor.

I pilotintervjuet med ein lærar fekk eg testa spørsmåla mine og øvd meg på å intervjue. Det var nyttig å få tilbakemeldingar på spørsmålsformuleringane og bli tryggare på diktafonen.

4.3.3 Utforming av divisjonstest

Dei fleste testar består av ei rekkje testledd som vil seie spørsmål eller oppgåver. «Når man lager en test, må man først formulere testleddene og hvordan de skal introduseres og forklares når testen brukes. Ofte innebærer dette en lang utprøvingsprosess. Å konstruere testleddene med ledsagende instruksjoner er første trinn i standardiseringen, dvs. utarbeidelsen av en standard fremgangsmåte» (Nordvik og Ulleberg, 2000:6). Det er fleire essensielle kriterier når vi skal velje testoppgåver i følgje Cohen, Manion og Morrison (2011). For å sikre at målsetjinga med testen blir adressert, bør kvar oppgåve vere spesifikk, representere læringsutbytte som er meint, identifisere observasjonar og åtferd av det som skal målast, inkludere aktive verb og fokusere på eit punkt av domenet om gongen (Cohen, Manion & Morrison, 2011). Ved utforminga av divisjonstesten, baserte eg meg på oppgåvene i studiane til Anghileri, Beishuizen og Van Putten (2002). Til forskjell frå desse studiane som studerte 5. klasseelevar i England og Nederland, skulle eg teste kva løysningsstrategiar elevar på 7. trinn i Noreg nyttar. Eg gjekk difor gjennom kompetansemåla i LK06 og fann dei kompetansemåla som handla om og kunne handle om divisjon (sjå kap. 2.5).

Ved å kople saman testen som Anghileri, Beishuizen og Van Putten (2002) nytta i sine studiar med dei norske kompetansemåla i *Kunnskapsløftet*, laga eg ein test med 8 oppgåver, sjå vedlegg 9.2. Dei tre første oppgåvene var tekstoppgåver. Den første oppgåva tar for seg målingsdivisjon og den andre oppgåva tar for seg delingsdivisjon. Vidare tar den tredje oppgåva for seg tolking av tekstoppgåver og kva som er riktig løysing. Dei fem siste oppgåvene var reine taloppgåver. Den fjerde oppgåva tar opp divisjon der dividend er større enn divisoren og der kvotienten blir større enn «den vesle multiplikasjonstabellen». I den femte oppgåva er divisoren eit tosifra tal. Oppgåve 6 hadde 10 som divisor, og oppgåve 7 var spesielt utvikla for å appellere til mentale strategiar. Den siste oppgåva har dividend som var utanfor heiltalsområdet. På denne måten fekk eg undersøkje dei fleste områda i divisjon som elevar i 7. klasse skal kunne når skuleåret er over. Ut i frå ei pilotundersøking med elevar på same klassetrinn, fann eg ut at 8 oppgåver var eigna til om lag ei undervisningsøkt.

Utforminga av oppsettet var også basert på Anghileri, Beishuizen og Van Putten (2002) sin test. På kvar A4-side var det to oppgåver. I dei tre første oppgåvene vart det tekst der eleven måtte finne informasjonen for å løyse oppgåvene. Elevar som til vanleg fekk lese oppgåvetesten, fekk høyre teksten høgt. Dei fem siste oppgåvene var illustrert med reine tal oppsett på den tradisjonelle måten i den norske skulen, xx : y. Etter kvar oppgåve var det to felt eleven skulle skrive i. I det eine feltet skulle eleven løyse oppgåva med den strategien som han/ho nytta. I det andre feltet skulle eleven forklare korleis han/ho hadde komme fram til den løysinga, det vil seie at eleven skulle forklare utrekninga med ord. Dette var for å få hjelp til analysen dersom nokre elevar nytta hovudrekningsstrategiar eller nytta uklåre utrekningar. Elles var det få instruksjonar i oppgåvesettet fordi bruk av matematikkprøvar er vanleg i vurderinga i matematikk og noko elevane er kjende med.

4.3.4 Utforming av intervjuguide for elevar

I intervjuing av barn er det viktig at den som skal intervjue klarar å tre inn i deira verd og sjå situasjonane gjennom barnet sine augo (Cohen, Manion & Morrison, 2011). Når intervjuaren klarar dette, blir barnet sett på som den beste kjelda til informasjon om seg sjølv. Cohen, Manion og Morrison (2011) legg fram at det å etablere tryggleik saman med barnet, skape ei lett stemning der barnet er sjølvsikker, unngå å overreagere, bruke eit forståeleg og konkret språk, gi barnet tid til å tenkje og kombinere intervjusituasjonen med aktivitetar, er viktig for barnet i intervjusituasjonen. Dette samsvarar godt med prinsipp i den fenomenologiske tradisjonen der intervjuet er ein uformell samspelsprosess (Brinkmann & Tanggaard, 2015). Det var difor også svært nyttig å gjennomføre pilotstudien for å bli tryggare i forskarrolla.

Busch (2013) forklarar at variablane i eit intervju i stor grad blir styrte av forskingsspørsmåla. Eg tok utgangspunkt i forskingsspørsmålet «*Korleis opplever elevar tilrettelegging for å nytte eigne løysningsstrategiar i divisjon?»* når eg skulle operasjonalisere og lage intervjuguiden til intervjuet med elevane. Eg operasjonaliserte forskingsspørsmålet i tre temaspørsmål med underspørsmål og oppfølgingsspørsmål, sjå vedlegg 9.3. I intervjuet er det i hovudsak desse temaa som er viktig å komme innom (Brinkmann & Tanggaard, 2015). Det første temaspørsmålet mitt handla om korleis elevane hadde løyst oppgåvene i matematikktesten, og elevane fekk støtte seg til oppgåver dei hadde gjort på testen. Dei to neste temaspørsmåla som intervjuet skulle innom handla om å få elevane sine perspektiv på undervisninga og framtidsutsiktene til deira løysingsstrategiar.

4.3.5 Utforming av intervjuguide for lærarar

I utforminga av intervjuguiden som eg skulle bruke i intervju med lærarane, gjekk eg fram på same måte som i kap. 4.3.4. Denne intervjuguiden bestod av tre temaspørsmål som samtalane skulle dreie innom for å setje lys på forskingsspørsmålet «Kva vektlegg lærarar i divisjonsundervisninga?», sjå vedlegg 9.4. Grunnar til at lærarar vel å legge opp undervisninga på ein spesiell måte kan vere samansette. Det eigna seg difor godt å bruke eit intervju med låg grad av struktur.

4.4 Gjennomføring av datainnsamling

I innsamlinga av data besøkte eg tre forskjellige skular i perioden november til januar. Alle skulane var mellomstore barne- og ungdomsskular. På alle tre skulane vart datainnsamlinga gjennomført på om lag same måte, eg kjem difor til å gå gjennom innsamlingsprosessen som illustrert i figur 5 i kap. 4.2. Dersom det førekom forskjellar under gjennomføringa, vert det forklart ved innsamlingsmetoden.

4.4.1 Matematikktest

Ved to av skulane vart matematikktesten gjennomført i første time. Ved den tredje skulen vart testen gjennomført i andre time. Dette var alle undervisningsøkter der elevane var vande med å ha matematikkundervisning.

Læraren starta timen og introduserte meg. Eg forklarte kven eg var og informerte om kva som skulle skje denne økta. Så forklarte eg at i denne testen skulle dei rekne ut oppgåvene på den måten som dei føretrakk å løyse dei. Eg viste at det var to ruter der elevane skulle svare. I den første skulle dei rekne oppgåva som dei ville gjort det, og i den andre ruta skulle dei forklare korleis dei hadde tenkt. Dette var ukjent for fleire, og vi samtale litt om kva dei skulle forklare i denne ruta. Som avslutting på introduksjonen fekk dei stille spørsmål og fekk opplyst at det var lov å spørje under testen, men at eg og læraren ikkje kunne hjelpe dei med utrekningar.

Eg delte ut oppgåvesetta og elevane fekk starte på testen. Alle sat kvar for seg. Når alle hadde fått ein test fekk dei starte og læraren gjekk rundt og gav dei eit elevnummer som skulle stå på framsida av testen for å halde sikre anonymitet under utveljinga av informantar til intervjua. Under testen var det arbeidsro. Nokre elevar tok opp handa for å få bekrefta at dei hadde forstått instruksane og nokre lurte på om dei kunne få hjelp eller kunne gå vidare. Dei som sat fast vart oppfordra til å gå vidare og i staden gå tilbake. Når ein elev var ferdig, gjekk eg gjennom oppgåveheftet og såg etter om det var gjort forsøk på alle oppgåvene og at det var forklaring til utrekninga. Deretter fekk dei lese i leseboka si på ein skule og på dei andre to skulane arbeida dei i matematikklæreverket. Då testen var ferdig gjennomført eller det hadde gått 45 minutt, måtte elevane levere testane.

4.4.2 Analyse av test

Når alle testane var samla inn, registrerte eg kva løysningsstrategi elevane hadde nytta på kvar oppgåve. I dette arbeidet nytta eg kategoriane som Anghileri (2001) utvikla og som vart presentert i kapittel 2.4. I registreringa nytta eg eit Excel-dokument og registrerte kva strategi elevnummer 1 hadde nytta på oppgåve 1, oppgåve 2 osv.

Då eg hadde registrert alle elevane og kva strategi dei hadde nytta per oppgåve, valde eg ut dei testane som viste løysingsstrategiar som vanlegvis ikkje vart nytta i klassen. Eg valde også ut ein av dei testane som viste ein løysningsstrategi som var frekvent og vanleg i klassen. Elevane vart på denne måten strategisk valt ut til intervju som presentert i kapittel 4.3.1. Lærarane var med på å hente elevane til intervju, då eg berre hadde eit tilfeldig elevnummer på testen.

4.4.3 Intervju med elevar

Alle intervjua vart gjennomførte med ein og ein elev på eit eige rom. På ein skule vart det nytta eit rom med klasseromstørrelse og på dei to andre skulane vart det nytta grupperom. Det vart nytta diktafon under alle intervjua. Under intervjuet, hadde vi tilgang på testen som eleven hadde gjennomført, penn og papir.

Når eleven kom inn i rommet, fekk han/ho sette seg ned på ein stol ved sidan av eit bord. Eg forklarte at årsaken til at eg ønska å snakka med han/ho var fordi han/ho hadde løyst oppgåvene med ein interessant metode. Deretter såg vi på nokre av oppgåvene i testen og eleven fekk forklare kva han/ho hadde tenkt med ord når oppgåva vart løyst. Vidare stilte eg nokre spørsmål frå intervjuguiden om korleis undervisninga var lagt opp, korleis dei jobba med løysning av oppgåver og trua på løysningsstrategiane deira. Eg prøvde også å følgje opp svara til elevane med nye spørsmål undervegs. Intervjua med elevane tok mellom 10 og 20 minutt kvar.

4.4.4 Intervju med lærarar

Alle intervjua med dei tre lærarane som har klassane i matematikk vart gjennomført på eit grupperom og vart gjennomført etter at elevane hadde svart på divisjonstesten. Det vart nytta diktafon på alle tre intervjua. I tillegg skulle lærarane forklare korleis dei ville løyst ei av oppgåvene i testen. Under intervjua følgde eg intervjuguiden og prøvde å følgje opp den informasjonen dei gav med nye spørsmål. Intervjua vara mellom 20 og 40 minutt kvar.

4.5 Arbeid og refleksjon over prosess og data

For å forstå aktørane sine opplevingar av verda, som den fenomenologiske tradisjonen byggjer verkelegheitssynet sitt på, må forskaren opne opp og ønske å tre ut av sine eigne forforståingar og fordommar (Brinkmann & Tanggaard, 2015). Med tanke på dette har Giorgis utvikla fire metodereglar (Giorgis, i Brinkmann & Tanggaard, 2015). Den første regelen går ut på å setje parentes rundt eigen forståing og bli kjent med materialet i sin heilskap. Deretter går forskaren tilbake til byrjinga og leser gjennom materialet for å skape meiningskodar, som er den andre regelen. I det neste steget går forskaren igjen tilbake til byrjinga for å gjere om meiningskodane til kategoriar og omgrep. Det er først i dette steget forskaren kan gå ut over informantane sine eigne skildringar og språk. I den siste regelen, eller steget, skal forskaren trekke generelle funn med bakgrunn i kategoriane. Brinkmann og Tanggaard (2015) poengterer at det i fenomenologien også blir sett på som eit primært mål å gi detaljerte og nyanserte skildringar av korleis informanten opplever å vere ein del av den «pågældende situation».

«Typically in qualitative research, data analysis commences during the data collection process» (Cohen, Manion & Morrison, 2011:237). Det gjorde analysen i dette tilfellet også. Etter datainnsamlinga og transkripsjon, satt eg igjen med 38 testar, 117 sider med intervjudata og nokre notat frå intervjua. I analysen har eg først blitt kjent med og analysert dei tre ulike datamateriala – testdata, elevintervjudata og lærarintervjudata – kvar for seg. Deretter har eg kopla saman meiningskodar på tvers av heile datamaterialet for å setje lys på felles og ulike sider ved kvart forskingsspørsmål.

4.5.1 Analyse av testdata

I gjennomføringa av datainnsamlinga måtte eg leggje opp til ein relativt rask gjennomgang av matematikktestane for å velje ut informantar til intervjua (sjå kap. 4.4.2). Dette gjorde at mi første koding av testmaterialet vart gjort etter Anghileri (2001) sine kategoriar. Deretter gjekk eg gjennom alle testane igjen og noterte nyansar ved løysingane. I denne gjennomgangen oppdaga eg at standardalgoritmen for divisjon vart nytta svært frekvent. Eg laga så ein frekvenstabell der løysingsstrategiane etter Anghileri sine femten kategoriar vart illustrert per oppgåve. Igjen vart det tydeleg at standardalgoritmen vart mykje brukt. Men det som kom svært tydeleg fram var at dei andre løysingsstrategiane kunne samlast i kategoriane «andre skriftlege løysningsstrategiar» og «mentale strategiar». Dei som ikkje hadde gjort noko forsøk, i utrekningsfeltet eller i forklaringsfeltet, hamna i ein eigen kategori som eg kalla «utan forsøk».

Eg hadde difor tre kategoriar med løysningsforsøk og ein kategori for dei som ikkje hadde skrive noko på den enkelte oppgåva i testen. Den første kategorien, standardalgoritmen, kalla eg S. Den andre kategorien, andre skriftlege løysingar, og den tredje, mentale strategiar, gjekk høvesvis under bokstavane L og M. Og den siste kategorien fekk namnet U for «utan forsøk». I kategori S hamna alle løysningsstrategiar som nytta framgangsmåten som vart presenter i kapittel 2 (standardalgoritmen). I kategori L registerte eg alle løysningsforsøk som nytta andre skriftlege algoritmar, hjelpeutrekningar eller hadde notert ned tal, teikningar og liknande i utrekningsfeltet eller på testarket (ikkje i forklaringsfeltet). Nokre elevar hadde gjort to eller fleire utrekningar i utrekningsfeltet og då vart berre den første metoden registrert. Elevane som gjorde dette skriv ofte «altså» eller «eller» ved den andre løysningsstrategien. Og i kategori M vart det berre registrert løysningsforsøk der forklaringa stod i forklaringsfeltet og enten oppgåva og svaret eller berre svaret stod i utrekningsfeltet.

Alle testane var så gått gjennom igjen. Eg registrete kva løysningsstrategi kvar enkelt elev hadde nytta på kvar enkelt oppgåve i Excel. I gjennomgangen av dei enkelte testane noterte eg også ned interessante svar frå materialet. Etter at eg hadde registert alle 38 testane, nytta eg meg av formelen *=antall.hvis* i Excel og fann ut kor mange S, L, M og U som var per oppgåve. Eg kontrollerte at alle celler som skulle vere markerte var markerte. I neste steg analyserte eg datamaterialet for å finne ut om det var elevar som hadde nytta strategiar frå same kategori gjennom heile testen ved å nytte meg av formelen *=antall.hvis.sett*. I presentasjonen valte eg å nytte naturlege tal for å gi eit klårast mogleg bilete. Ved å nytte prosent, kunne det blitt missvisande då kvar informant ville representert meir enn to prosentpoeng. Til slutt gjorde eg ein deskriptiv analyse av korleis elevar valde å formidle vegen til løysinga.

4.5.2 Analyse av intervjudata

Før eg starta med analysen av intervjua, transkriberte eg alle lydfilene til tekst sjølv. I denne prosessen valde eg å konvertere talespråket til eit normert skriftspråk, men utan at oversettinga skulle miste meininga. I oversettinga kjem ein til å miste noko på grunn av at materialet blant anna blir dekontekstualisert (Kvale & Brinkmann, 2009). Eg valde å ta med lengda på pausar, endringar av setningsoppbygging undervegs, trykk og liknande. Sjå vedlegg 9.5 for transkripsjonsnøklane. Eg tok også med tenkeord og nøleord fordi det kunne gi informasjon om informanten for eksempel var usikker på korleis han/ho skulle forklare løysingsstrategien.

I analysen støtta eg meg til dei seks stega til Dodd og Epstein (2012), og bygde på dei fire stega i fenomenologisk tradisjon. Det første steget går ut på å stadfeste formålet med analysen og sjå tilbake på problemstillinga og forskingsspørsmåla. I det andre steget handlar det om å få overblikk over datamaterialet. Etter å ha lese gjennom alt, var det tredje steget å starte å kode datamaterialet «… by identifying meaning units, which are chunks of text that represent different categories of information relevant ..» (Dodd & Epstein, 2012:154). I elevintervjua utførte eg denne kodinga etter temaspørsmåla i intervjuguiden, medan lærarintervjua vart koda opp mot forskingsspørsmål tre i prosjektet. I det fjerde steget, nivå to-koding, handlar det om å gi kodane meining. Det vil blant anna seie at kodar og teori vart kopla saman. Deretter, i femte steg, tok eg steget ut frå detaljane og søkte å sjå heilskapen igjen. Dodd og Epstein kallar dette steget «Seeing the forest not the trees». Alle uttalar er like viktige (Brinkmann & Tanggaard, 2015). Og det avsluttande steget var å rapportere resultatet frå analysen.

4.6 Kvalitet, reliabilitet og validitet

I dette prosjektet har målet vore å finne ut i kva grad undervisninga i emnet divisjon verkar inn på val av løysningsstrategiane på divisjonsoppgåver. For å setje lys på problemstillinga, er det avgjerande at datamaterialet som vert samla inn har god kvalitet (Grønmo, 2004). Kvaliteten kan ein vurdere ved systematisk og kritisk drøfting av dataproduksjonen og datamaterialet. Ein systematisk framgangsmåte for å vurdere dette er gjennom å undersøkje reliabiliteten og validiteten. Reliabilitet viser til kor truverdig datamaterialet er, medan validitet handlar om kor gyldig datamaterialet er i samsvar til problemstillinga (Grønmo, 2004).

«To ensure validity in a test it is essential to ensure that the objectives of the test are fairly addressed in the test items» (Cohen, Manion og Morrison, 2011:482). I delkapittel 4.3.3 forklarar eg korleis eg valte ut divisjonsoppgåver til matematikktesten.

Det er fleire faktorar som kan verke inn på truverdet av testdatamaterialet. Cohen, Manion og Morrison (2011) forklarar at blant anna tid på dagen, når i skuleåret og prestasjonskravet til testen kan verke inn. Då eg avtalte tidspunkt for testen, var eg klar på at eg ønska å gjennomføre denne delen av datainnsamlinga i ei økt der dei til vanleg hadde matematikk. Ved at elevane var vande med å ha matematikk det tidspunktet, ville det vere ein meir naturleg kontekst. Sidan ulike skular kan ha ulike årshjul, kunne eg ikkje rå over når dei hadde hatt om divisjon sist. På 7. trinn vil alle elevane mest sannsynleg ha hatt undervisning i divisjon med både skriftlege og mentale løysingar og det ville difor vere undervisninga som var mest avgjerande for kva løysingsstrategi elevane nytta ved den aktuelle matematikkøkta. I gjennomføringa av testane var eg til stades og informerte om korleis den skulle gjennomførast og forklarte at dette ikkje var nokon form for formell vurdering. Eg hjelpte også til under testane om det skulle vere noko elevane ikkje forstod.

Elevane som vart valde ut til intervju, starta intervjuet med eit tilbakeblikk på korleis dei hadde løyst divisjonsoppgåvene. Å få tilbakemeldingar frå informantane rett etter matematikktesten, kan vere med på å stadfeste kor truverdig og gyldig datamaterialet er (Robinson et al., 2006).

Eg nytta i hovudsak fleire datakjelder for å komplimentere bilete, men fekk også nokre data som var overlappande. Metodetriangulering kan vere ein måte å vurdere kor valid prosjektet er (Brinkmann & Tanggaard, 2015).

I løpet av transkripsjonen vart eg klar over at eg hadde nytta fleire leiande spørsmål enn eg hadde planlagt i intervjuguiden. Eg spurte for eksempel informantane om kva som stemte mest av det og det. I nokre situasjonar kunne dei leiande spørsmåla vere klargjerande. Ved å skrive ned alle intervjua sjølv, vart eg også klar over at eg gav informantane tid til å tenke. Tid til å tenke er eit av prinsipp Cohen, Manion og Morrison (2011) la fram som viktig i intervju med barn.

4.7 Etiske omsyn

Forskingsprosjekt kan vere meldepliktige etter personopplysningslova (NSD, 2016). Etter å ha tatt meldeplikttesten til Norsk senter for forskningsdata (NSD), fekk eg tilbakemelding om at eg ikkje trengte å melde forskingsprosjektet mitt. Prosjekt er ikkje meldepliktige dersom alle data utelukkande er anonyme frå datainnsamlinga startar til resultata vert publisert (NSD, 2016). I samråd med rettleiar og programansvarleg for masterstudiet valde vi difor å ikkje søke om godkjenning frå NSD.

Forskingsetikk viser til eit mangfald av verdiar, normer og institusjonelle ordningar som bidrar til å konstituere og regulere vitskapleg verksemd (NESH, 2016). Forskingsetiske retningslinjer skal vere rådgivande og rettleiande for kva forskaren bør vurdere. Dodd og Epstein (2012) skisserer fire etiske prinsipp for å unngå etiske fallgruver. Dei prinsippa er fullstendig informert samtykke, forståeleg språk, konfidensialitet og sikker datahandtering.

Eg sendte ut eit informasjonsskriv og samtykkeskjema (vedlegg 9.1) til elevar med føresette som eg ønska å teste og intervjue. Det vart også sendt ut informasjonsskriv og samtykkeskjema til lærarane eg ønska å intervjue. I dette informasjonsskrivet fekk elevane, føresette og lærarane informasjon om kva studien handla om og kva det ville seie å delta for dei. Eg var klar på at deltakinga i prosjektet var frivillig og at det var mogleg å trekke seg frå studien når som helst i prosessen.

Eg var heile tida klar på at informasjonen som vart gitt ikkje skulle kunne bli spora tilbake til informantane. Konfidensialitet har difor stått svært sentralt. På testane fekk for eksempel ikkje elevane skrive namnet sitt, men nytta ein talkode som læraren hadde. I presentasjonen av funna mine kjem eg også til å ta vekk namn som informantane fortalte i intervjua og utsegn som kan bryte mot anonymiteten til informantane. Dette er også ein av grunnane til at eg har normert talen i intervjua nært skriftspråket nynorsk.

Datamaterialet som eg fekk under innsamlinga har eg oppbevart så sikkert som råd. Alt digitalt material har eg hatt passordbeskytta og alt fysisk material, til dømes testane, har eg oppbevart heime eller hatt det med meg.

5.0 Analyse og presentasjon av funn

I problemstillinga retta eg merksemda mot kva grad undervisninga verkar inn på løysningsstrategiane til elevar i 7. klasse i matematikkemnet divisjon. I dette kapittelet kjem eg til å presentere analysen og funna mine frå matematikktesten og intervjua med informantane mine. Eg har først tatt kvart forskingsspørsmål kvar for seg og avsluttar med ein oppsummering. Informantane er gjort anonyme med bokstav og talkode for å kunne bruke nyansar frå heile materialet. Elevar og lærar i same klasse har fått same bokstav, E, Y eller Z, og elevane har også fått eit tal (sjå kap. 4.3.1 og 4.5). I sitatsekvensar der eg som intervjuar er med, er illustrert med bokstaven I.

5.1 Kva strategiar vert tatt i bruk på ulike divisjonsoppgåver?

Det var 38 elevar som gjennomførte divisjonstesten, og av desse vart 17 elevar intervjua om korleis dei hadde løyst divisjonsoppgåvene i etterkant. Eg kjem her til å presentere kva løysningsstrategiar elevane nytta. Vidare vil eg presisere at ikkje alle løysningsstrategiane førte heilt fram til riktig løysing, men at også desse strategiane er med fordi dei skildrar den målretta løysingsvegen som elevane valte for å angripe oppgåva. Målet med divisjonstesten og intervjua var ikkje å undersøkje kva strategiar som gav riktig løysing av oppgåvene, derimot var målet å finne ut kva framgangsmåte elevane valte.

Eg har vidare identifisert desse seks hovudkategoriane for kva løysningsstrategiar elevane nytta

Standardalgoritmen for divisjon

Oppbyggingsstrategiar

Nedbyggingsstrategiar

Gjett og juster

Talkunnskap

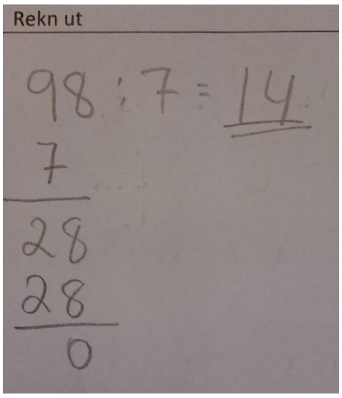
Reglar og matematiske simplifikasjonar

I det vidare kjem eg til å presentere løysningsstrategiane som elevane nytta etter dei seks hovudkategoriane mine. Og så kjem eg til å presentere korleis elevane sjølv valde å presentere løysingane sine på den skriftlege testen.

5.2.1 Den skriftlege standardalgoritmen for divisjon

Alle løysningsstrategiane som er kategorisert i kategorien *standardalgoritmen for divisjon* er kjenneteikna som definert i kapittel 2.4.1. Det sentrale er at løysinga er stegvis og berre tar for seg delar av talet utan å legge til plassverdieigenskapen. Denne løysingsstrategien kunne eg finne i alle dei tre klassane, og alle tre lærarane fortalde at dei sjølv nytta denne framgangsmåten når dei fekk oppgåver med større tal. Dette var også ein svært vanleg løysingsstrategi blant elevane og fleire kalla løysingsstrategien berre for «den vanlege metoden» og «måten».

I klasse Z fortel elev 1Z at dei har ein regel for løysing av divisjonsoppgåver og for å gjere standardalgoritmen lettare å hugse. Eleven fortel at «Når me delar, har me ein regel: 1. Dela, 2. Gonga, 3. Minus og 4. Trekke ned nytt tal». Regelen skal nyttast på alle siffera i dividenden og kan gi inntrykk av ein svært mekanisk utføring av utrekninga. Ein elev i klasse Y viste også til regelen, men forklarte ikkje at det var ein regel som dei hadde gått gjennom felles i klassen.



Figur 6 Løysing av oppgåve 1 ved bruk av standardalgoritmen for divisjon

1Z: Ja, du tek 9 delt på 7 og det går i den 1 gong fordi 1 gonger 7 er 7..
I: Mm
1Z: Og så tek du minus 9 gonger sj.. nei, minus 9 med 7 og det blir 2, så trekker du ned talet som står attmed talet du gongar med
I: Mm
1Z: Og så tek du 28 delt på 7, er 4, fordi 4 gonger 7 er 28. Og så minus og det er 0.

Den skriftlege standardalgoritmen for divisjon er ein løysningsstrategi som blir brukt både mekanisk og med forståing. Hiebert og Lefevre (1986) viser til standardalgoritmen for divisjon som ein del av *procedural knowledge*. Forklaringane av korleis ein løyser oppgåver vil då gå ut på korleis ein sekvensvis flyttar seg mot målet. Elev 1Z forklarar i intervjusekvensen over kva som er gjort steg for steg utan at det kjem tydeleg fram kvifor standardalgoritmen fungerer.

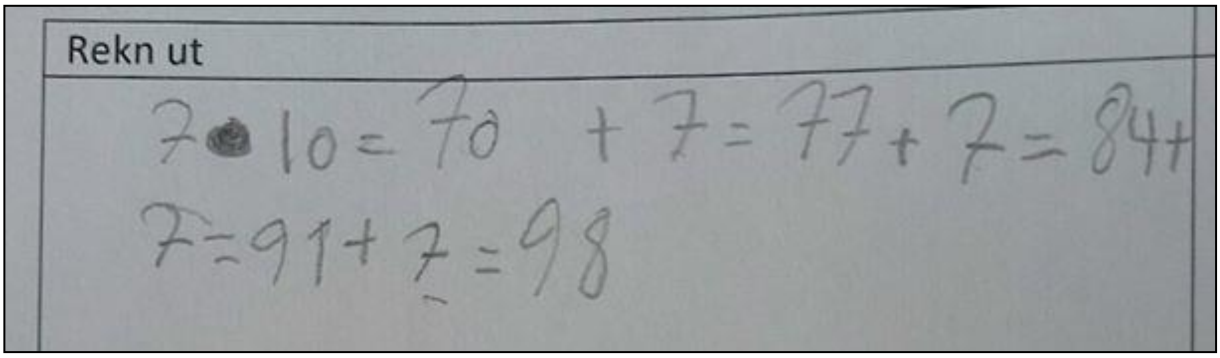
I: Kvifor valte du å bruke sånn oppsett å sette det nedover da?
1E: Fordi det er den metoden eg er mest sikker på (…) Og når eg gjere det så er det mest sannsynlig rett.

Det var fleire grunngivingar for kvifor elevar valde å nytte denne strategien. Blant anna var det ein nyttig strategi når dei skulle begynna på ungdomsskulen og så var det «gøy» å setja det under kvarandre, medan fleirtalet av lærarane la vekt på at det var ein effektiv og rask løysningsstrategi som dei sjølv i mange tilfelle nytta.

5.2.2 Oppbyggingsstrategiar

Oppbyggingsstrategiane er ein samlekategori for alle strategiar der divisoren på ein eller annan måte blir bygd opp til dividenden som heilskap. Poenget er at reknestykke blir vrengt til for eksempel eit multiplikasjonsstykke, addisjonsstykke, ei talrekkje, teljestrekar eller ein blanding. Elevane nytta seg altså av matematikk dei har lært tidlegare enkeltvis og/eller samansett for å løyse divisjonsoppgåver. Det vil for eksempel seie at $98 : 7 = ?$ kan bli sett som $7 \cdot ? = 98$. Desse oppbyggingsstrategiane brukte elevane i dei tre 7. klassane både skriftleg og mentalt.

Elev 5Z nytta denne skrivne løysningsstrategien som vist på figur 7. Eleven finn hjelp til å bygge opp divisoren med både multiplikasjon og addisjon. For å til slutt finna svaret, startar elevene med 10

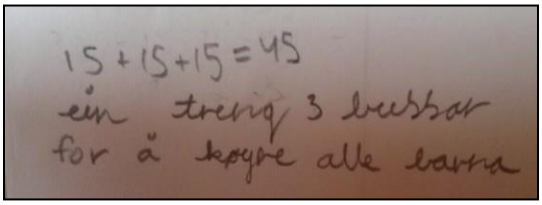


Figur 7 Løysing av oppgåve 1 ved oppbyggingsstrategi

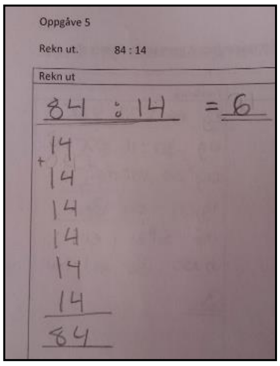
sjuarar, og tel vidare kor mange sjuarar som er lagt til ved å seie «11, 12, 13, 14».

5Z viser ein kombinasjon av oppbygging av divisor, 7, med hjelp av multiplikative eigenskapar. Eleven tar først eit større hopp til 70 ved å bruke gongetabellkunnskapane sine. I den vidare utrekninga adderer eleven med 7 til dividenden er nådd. Denne løysingsstrategien byggjer på målingsdivisjon som modell. Eleven viser god forståing for reknearten, men mindre for den delen under *procedural knoweledge* som Hiebert og Lefevre (1986) kallar matematiske symbol og syntaks. Nokre andre elevar nytta denne løysingsstrategien mentalt og haldt kontroll på alt av rekneskap i hovudet.

Men det var også elevar som nytta seg av berre ein rekneart om gongen også. Multiplikasjon var ein ofte nytta mental strategi, medan addisjon ofte vart nytta skriftleg. På figur 8 og figur 9 kan vi sjå to ulike måtar å setje opp divisjonsstykket på for å løyse divisjonsoppgåver.



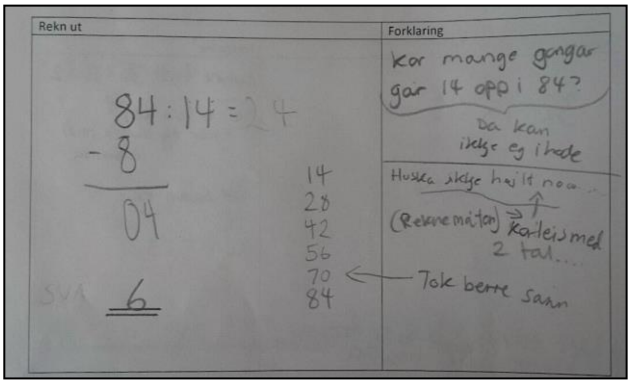
Figur 8 Løysing av oppgåve 3 ved ein oppbyggingsstrategi



Figur 9 Løysing av oppgåve 5 ved ein oppbyggingsstrategi

På oppgåve 3 har elev 1Y (figur 8) valt å setje opp eit addisjonsstykke og forklare løysinga med tekst. Elev 21E har derimot kopla saman divisjonsoppgåva med ein addisjonsalgoritme. Elevane gir igjen heile divisorar og kan vere eit uttrykk for at eleven modellerer oppgåvene som målingsdivisjonssituasjon (Mulligan & Mitchelmore, 1997). Desse prosessane fører som regel til korrekt løysing, men med større tal kan det vere krevjande å halde orden gjennom heile oppgåveløysinga (Anghileri, 2001).

Ein annan form for oppbyggingsstrategi er løysingsforslaget til elev 3Z. I intervjuet fortalte eleven:



Figur 10 Elev 3Z forklarar bruka av talrekkje skriftleg på oppgåve 5.

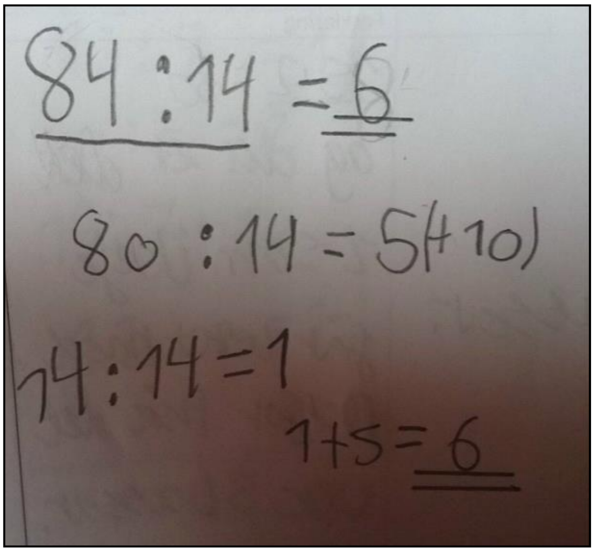
3Z: M.. Em.em.em.em.em Då. Em. Eg hadde berre liksom heilt gløymt korleis du tok to tal eigentleg først så.. Eg berre tok sånn 14, 28, 42 og.. nedover der og sånn.. ja. På ein måte.

Elev 3Z nyttar seg av talrekkja av divisoren sidan det var utfordrande med tosifra divisor. Dette kan illustrere korleis multiplikasjonstabellen ville sett ut for dette talet og eleven kan lese av kor mange gongar divisoren går opp i heile eller delar av dividenden.

Alle desse løysingsstrategiane som er kategorisert som løysingsstrategiar, viser god forståing for divisjon som operasjon. Intuitivt modellerer elevane oppgåvene som målingsdivisjon. Nokre løysingsstrategiar er derimot meir effektiv enn andre. Å addere divisoren gjentatte gonger kan bli krevjande når dividenden er stor. Ved å ta for seg større delar gjennom multiplikasjon og kople dei saman til løysinga, kan utrekningane gå raskare. Det krev mogelegvis god organisering av mellomrekningar på papir eller mentalt.

5.2.3 Nedbyggingsstrategiar

Nokre løysningsstrategiar gjekk ut på å bygge dividenden i mindre einingar. Det vil for eksempel seie at dividenden var delt opp i to separerte mengder og deretter lagt saman igjen eller at eleven trakk divisoren gjentatte gonger frå dividenden. Nedbyggingsstrategiane vart nytta både mentalt og skriftleg.



Elev 4E vel her å starte med å dividere «det første talet» som 4E forklarar er 80. Så deler eleven det på 14 og får at det går opp 5 gonger og illustrerer resten som (+10). Så tar eleven det bakerste talet, «altså 4 og plussar på dei 10 som er igjen og då blir da 14». Det blir utført ein ny divisjon som gir kvotienten 1. Og til slutt adderer eleven saman dei to svara frå deldivisjonane, 1+5, og får 6.

Denne løysningsstrategien kan minne litt om standardalgoritmen for divisjon, med unntak av oppstillinga. Framgangsmåten byggjer derimot meir på talverdien, og vi kan trekkje ein parallell til veksling og fordeling av pengar. Det illustrerer på den måten delingsdivisjon.

Elev 4Y valde derimot å nytte gjentatt subtraksjon for å løyse oppgåve 5.

4Y: Eø. Eg berre tok det og så berre minus 4 eller.. 14 og så minus 14 og minus 14, og eigentleg berre det.

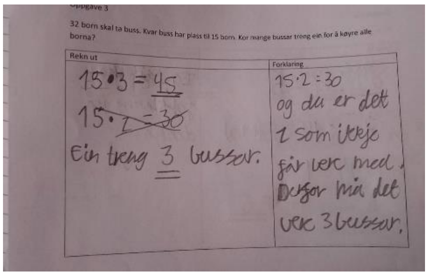
Dette er også ein måte å byggje ned dividenden på, men då ved å trekkje frå divisoren heilt til det ikkje går å ta vekk fleire heile divisorar (Mulligan & Mitchelmore, 1997). Løysingsstrategien gir difor att situasjonane som illustrerer målingsdivisjon.

Nedbyggingsstrategiane viser god forståing for operasjonen. Eg kunne finne løysingsstrategiar som både modellerte delingsdivisjon og målingsdivisjon i denne kategorien. Organisering av utrekninga kan også i denne kategorien vere utfordringa. Ved gjentatt subtraksjon, kan det bli problematisk å halde kontroll over alle delreknestykka dersom dividenden blir stor og divisoren er liten. Løysingsstrategien til elev 4E kan også slå feil dersom det blir dårleg organisering av mellomrekningane. Det er også interessant at eleven har funne ein «ny» måte å illustrere det som er til overs på ved å skrive «5(+10)», som til vanleg hadde gitt «15». Det kan verke som om det blir lettare å trekke med seg det resterande vidare i utrekninga. Men det kan også vere at eleven ikkje er kjent med korleis det skal representerast matematisk (Hiebert & Lefevre, 1986).

5.2.4 Gjett og juster

Denne kategorien går ut på at elevane tar å gjettar på kva svaret blir og sjekkar om det blir rett eller gale. Dersom det blir feil, prøver elevane med ein anna forsøk.

Elev 4E nyttar denne løysingsstrategien på oppgåve 3. Først prøver eleven med 3 bussar, eleven oppdagar at det då vart mange ledige seter sidan det berre var 32 elevar. Eleven prøver då med 2 bussar og finn ut at det blir for få seter til å ta med alle. Svaret blir difor 3 bussar, sjølv om det var mange ledige seter i bussen.



Figur 12 Løysing av oppgåve 3 ved "gjett og juster"

Denne strategien vart i hovudsak nytta lite på matematikktesten. Men løysingsstrategien vart nytta oftare i intervjusituasjonen på oppgåver som elevane ikkje hadde løyst i matematikktesten. Dette kan vere fordi elevane då tenkte at dei ikkje trengte å vurdere svaret sjølv og på den måten sleppe å ta utrekninga.

5.2.5 Talkunnskap

I denne kategorien er det samla dei løysingsstrategiane som handlar om at elevane berre ser svaret fordi det er svært kjende tal eller fordi det berre er logisk.

2Y forklarar løysinga av oppgåve oppgåve 7 baser på at det berre måtte vere 111. Sjølv om eleven forklarte av det reknestykket var løyst mentalt, valde eleven å skrive ned utrekninga som den standardiserte algoritmen for divisjon.

2Y: Den var ikkje så vanskelig.
I: Såg du eigentleg svaret med ein gong?
*2Y: Ja. * Sidan det er 3 delt på 333 eller omvendt, så. Blir det jo eigentleg berre 1, hundre-og-elleve.*
I: Ja. .. Kva. Tenkte du at du måtte sjekke det med å skrive under?
2Y: Ja Berre for å vere sikker.*

Det at elevane kan nytte talkunnskap som ein løysingsstrategi kan komme av at eleven har god kjennskap til talkombinasjonen eller at utrekninga går så automatisk at eleven ikkje oppfattar at det har vore ein prosess med gjenhenting (Robinson et al., 2006). Denne løysingsstrategien er difor berre mental, men fleirtalet av elevane som brukte denne strategien valde å bruke ein annan løysingsstrategi for å illustrere framgangsmåten på matematikktesten.

5.2.6 Reglar og matematisk simplifikasjon

I denne kategorien finn vi dei løysingsstrategiane for divisjon som baserer seg på «spesielle triks» og løysingsstrategiar som er matematisk ukorrekte. I datamaterialet var det tre oppgåver som fekk fram denne typen strategiar, og det var oppgåve 5, 6 og 8.

På oppgåve 6 var det fleire elevar som nytta seg av 10-regelen. Det vil seie at kvotienten hadde dei same siffera som dividenden, men før det siste sifferet, var det eit komma. Elevane hadde ulike forklaringar for kvifor dette var lov.

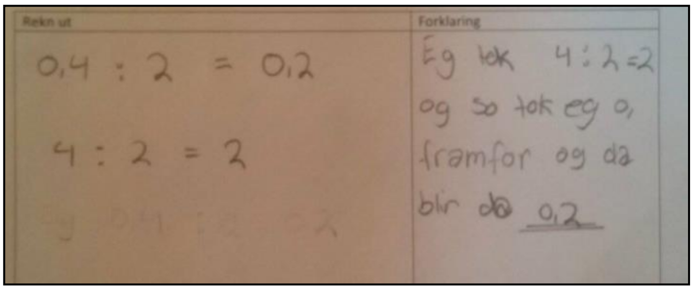
I: Korleis eh.. Kvifor trur du det er lov?
2E: Fordi atte, viss du berre tar vekk nullen på 10 og på det bakarste talet, då blir det akkurat det same.
I:Mhm..
2E: Berre at du sette komma ein føre.

Eleven veit ikkje heilt kvifor denne regelen er lov å nytte, men veit at det kan gjerast for å finne svaret på oppgåva. Ein annan elev, 1Y, forklarte at det berre var vanskeleg å skulle forklare, men for å kontrollere visste eleven at 10 gonger 80 var 800. Ein tredje elev, 4Z, forklarte det sånn:

I: (…) Og oppgåve 6? Korleis tenkte du?
4Z: Jo at eh du berre flytte komma men det var litt vanskeleg å berre.. for der rekna eg ikkje nedover for det at eh det var litt sånn skal eg rekna nedover heile stykket i 10 og 10 og 10, ikkje sant..
I: Mm
4Z: Men i staden så berre forklarte eg liksom her
I: Ja
4Z: Det var litt greiare for oppgåva var her å forklara, men liksom på eit vaanleg divisjonsstykke

Elevane har litt ulikt syn på kvifor det er mogleg å bruke denne regelen. 2E forklarar strategien mekanisk og at det berre er lov, 1Y vektlegg forholdet mellom multiplikasjon og divisjon og 4Z viser til ein nedbyggingsstrategi med gjentatt subtraksjon som forklaringsmodell.

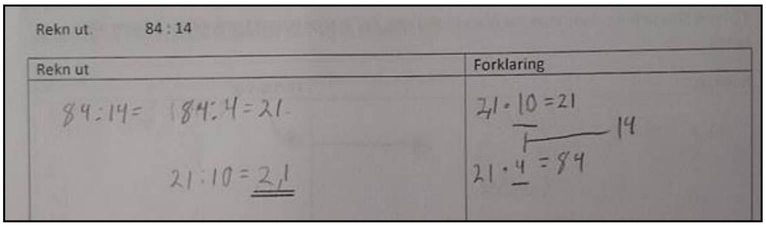
På oppgåve 8 var det fleire elevar som gjorde reknestykket simplare ved å berre ta vekk null og komma for så å dele 4 på 2. Det vart også nytta ulike simplifiserte brøkrelasjonar, der dividenden – 0,4 – vart gonga for å få vekk det framfor komma utan å gonge opp divisoren også.



Figur 13 Løysing av oppgåve 8 ved "reglar og matematisk simplifikasjon"

Elev 21E gongar dividenden med 10 for å få vekk kommaet utan å gjere det same med divisoren. Men eleven veit at null og komma skal vere med i løysinga.

Oppgåve 5 vart prøvd løyst med nokre overgeneraliseringar. Elev 3Y viser det på dette løysingsforslaget. I intervjuet forklarte eleven at ein først kunne ta 84 delt på 4 og deretter ta 21 delt på 10. Då ville ein få 2,1 som var løysinga på oppgåva.



Figur 14 Løysing av oppgåve 5 ved "Reglar og matematiske simplifikasjon"

Vi kan altså sjå at eleven nyttar seg av multiplikasjonsalgoritmen, men brukar den til å dividere. Dette kan komme av at elevane ikkje pleier å ha divisor over 10 i divisjonsoppgåver og er meir vandt med å løyse større multiplikasjonsstykke.

Løysingsstrategiane i denne kategorien kan vere svært effektive, men trenger ikkje å bygge på alt elevane forstår kva som skjer i framgangsmåten til svaret. Strategiane byggjer på å gjere oppgåva enklare ved å byggje ned komponentane eller bruke triks som ikkje alltid fungerer på alle oppgåver (Robinson et al., 2006).

5.2.7 Skriftleg presentasjon av divisjonsoppgåver

Fleirparten av elevane som eg intervjua kunne fortelje at dei i utgangspunktet ikkje hadde tenkt som den løysingsstrategien dei hadde skrive på testen. Ofte så sa dei at dei kunne «sjå» svaret. I tillegg så var læraren ein faktor til at fleire elevar valde å skriva ei skriftleg utrekning. Då eg spurte ein elev i same klassen om kva han/ho trudde læraren hadde sagt dersom eleven svara med å skrive $333: 3 = 111$ som løysing av oppgåva, begynte eleven å le litt og sa:

> *4Z: Hehe* Du må visa utrekning. Trur eg han ville sagt*

Elevane 4E, 1Z og 1E forklarte også at dei berre nett måtte skriva ned utrekning fordi dei skulle visa at dei ikkje berre kunne rekna i hovudet eller skulle sjekka om løysinga dei trudde det var, faktisk var rett.

I datameterialet frå divisjonstesten har eg identifisert tre hovudkategoriar for korleis elevane vel å presentere løysingane sine. Det er

Den skriftlege standardalgoritmen

Andre skrivne løysingsstrategiar

Mentale løysingsstrategiar

I denne delen kjem eg til å presentere forholdet mellom korleis løysningsstrategiane vart presentert per oppgåve på den skriftlege divisjonstesten og ta med nokre elevutsegn frå intervjua.

	Oppgåve 1	Oppgåve 2	Oppgåve 3	Oppgåve 4	Oppgåve 5	Oppgåve 6	Oppgåve 7	Oppgåve 8
Standard-algoritmen for divisjon	29	35	22	34	19	25	28	15
Andre skriftlege utrekningar	5	1	13	0	8	2	1	5
Mentale strategiar for divisjon	3	1	3	3	10	8	8	15
Utan forsøk	1	1	0	1	1	3	1	3
Totalt (sum)	38	38	38	38	38	38	38	38

Det er tydeleg at standardalgoritmen for divisjon er den mest gjennomgåande og frekvente løysningsstrategien. Analyse av testdata gir heile sju informantar som nyttar seg av berre denne strategien gjennom heile divisjonstesten. Dersom vi ser nærmare på fordelinga per oppgåve, er det verdt å merke seg at standardalgoritmen for divisjon nesten utelukkande blir nytta på oppgåve 2 og oppgåve 4, der berre tre-fire informantar har nytta ein annan løysningsstrategi. Oppgåvene har relativt stor dividend og liten divisor, høvesvis 627:3 og 96:6, og det første sifferet i dividenden er deleleg med divisor. Sjølv om standardalgoritmen er svært utbreidde brukt for å vise utrekningane på divisjonstesten, forklarar elevar på intervjua at det ikkje alltid stemmer for korleis dei reknar.

Frå og med oppgåve 5 var det fleire som tok i bruk mentale strategiar. Dei tre siste oppgåvene var lagt opp til å leggje til rette for mentale strategiar og spesielle reglar (sjå kap. 4.3.3). I oppgåve 5 var det om lag halvparten som ikkje brukte standardalgoritmen i løysinga av oppgåva. Det kan tyde på at elevane i mindre grad øver på divisjonsoppgåver med fleirsifra divisor over 10.

I oppgåve 3 spurte oppgåva etter kor mange bussar ein måtte ha for å frakte nokre barn. Det gjorde til at løysinga ikkje vart riktig dersom elevane fekk det eksakte svaret frå utrekninga, men måtte gi eit tolkande svar. Dette førte til at det vart fleire andre skrivne utrekningar enn på dei andre tekstoppgåvene i matematikktesten, som stort sett nytta standardalgoritmen som løysingsstrategi. Det kan tyde på at elevane ikkje berre finner tala i oppgåva, stiller dei opp og svarar, men at dei prøver å finne ei fornuftig løysing av oppgåva. Det vil ikkje seie at elevar om nytta standardalgoritmen ikkje fann ut at det skulle vere tre bussar, men at oppgåva stilte andre krav.

5.2.8 Samanfatting av løysingsstrategiar nytta på divisjonsoppgåver

I dette prosjektet har eg identifisert seks løysingsstrategiar som elevar på 7. trinn nyttar. Storparten av elevane har fleire løysingsstrategiar å velje mellom. Gjennom dei skriftlege testane blir det tydeleg at standardalgoritmen for divisjon ofte blir nytta. Men i intervjua med elevane kjem det fram at det ikkje trenger å vere den første løysingsstrategien elevane nyttar. Standardalgoritmen blir ofte nytta for å sjekke at ein har tenkt riktig eller fordi det er eit uformelt krav at elevane brukar ei skriftleg løysing.

På dei fire siste oppgåvene frå matematikktesten var det fleire elevar som nytta seg av mentale løysingsstrategiar enn på dei fire første oppgåvene. I oppgåve 5 er divisoren tosifra, og det kan tyde på at elevane ikkje er kjend med korleis ein brukar for eksempel standardalgoritmen med høgare tal enn ti. Det var spesielt oppgåve 6 og oppgåve 8 som førte til at elevane nytta løysingsstrategiar frå *reglar og matematisk simplifikasjon*-kategorien.

5.3 Korleis opplever elevar tilrettelegging for å nytte eigne løysningsstrategiar i divisjon?

Denne delen byggjer på intervjua med dei 17 elevane som løyste divisjonsoppgåver med ulike løysingsstrategiar. Temaspørsmåla «Korleis blir undervisninga oppfatta?» og «Korleis får du hjelp til å bli betre?» ligg til grunn for analysen.

5.3.1 Elevperspektiv på divisjonsundervisninga

I undervisninga av divisjon i dei tre 7. klassane blir det arbeida mykje med oppgåver. Og alle elevane som vart intervjua, var samde om at undervisninga starta med ein felles del og gjekk så ganske fort over til ein del der elevane «jobba i boka». Det er likevel nokre nyansar i korleis undervisninga føregår i dei ulike klassane. I klasse E trekkjer alle elevane fram at matematikkøktene startar med hovudrekning. Sjølv om det ikkje var multiplikasjon som var emnet, spør læraren om nokre multiplikasjonsstykke.

> *3E: Em. Me pleier å starta med hovudrek.., hovudrekning, så då pleier han å spør sånn.. for eksempel… 4 gonger 5, og sånn. Og så teke me opp handa viss me kan det, svaret på det, eller så berre .. spør han nokon.*

Elevane forklarar at det i hovudsak er oppgåver som er innanfor den vesle multiplikasjonstabellen, men at tala kan bli endå høgare mot slutten. Dette er eit godt døme på korleis læraren legg til rette for ei drilløving med fokus på automatisering av ferdigheiter (Holm, 2012). Det kan vere ein måte til å få elevane til å kunne rette merksemda si mot meir krevjande deler av oppgåver. Samtidig kan det også gjere elevane sikrare på multiplikasjonskunnskapane og føre til at elevane støttar seg til multiplikasjon som den motsette operasjonen av divisjon i løysinga av divisjonsoppgåver (Mulligan & Mitchelmore, 1997; Bjørnestad, Kongelf & Myklebust, 2006).

Elev 1Y og elev 2Y trekker fram at dei startar undervisningsøktene i divisjon med «nokre delestykke» felles og at klassen enten rekker opp handa for å svara eller går gjennom oppgåvene i lag. Når dei har gått gjennom oppgåvene i fellesskap, har dei som regel nytta standardalgoritmen for divisjon.

> *4Y: (…) Lærar Y reknar ofte på tavla med denne måten og.*

I dette sitatet uttrykkjer elev 4Y at læraren stort sett brukar standardalgoritmen. Dette vert støtta av elev 2Y som fortel at dei lærer eigentleg den same metoden alle saman. Elevane kan oppleve at dette er einaste framgangsmåten for å løyse divisjonsoppgåver dersom dei berre får presentert denne løysingsstrategien. Undervisninga får inntrykk av at elevane skal tileigne seg kunnskapen (Sfard, 1998).

Etter oppgåvene på tavla, kjem det fram at elevane stort sett blir sett til å arbeide med oppgåver i læreboka. Læreboka vert altså nytta mykje og lærarane brukar den direkte, spesifikt og obligatorisk (Rezat, 2012). Elev 1E fortel at det ikkje er alle oppgåvene som vert løyst fordi dei får lov til å hoppe over deloppgåver dersom oppgåvene går frå a-h. Dersom oppgåvene ikkje har ein progresjon frå deloppgåve a til deloppgåve h, men er relativt like, kan elevane få trening med meir varierte oppgåver ved å gå vidare (Holm, 2012; Dysthe, 2001). Elevane fortalde at dei fekk både tekstoppgåver og taloppgåver. Men elevane var ikkje spesielt kjende med oppgåver som hadde tosifra divisor. Både elev 2E, 4Y og 2Z trakk fram denne type oppgåver som uvanlege eller vanskelege. Sidan elevane forklarar at dei ikkje har mykje trening frå undervisning med denne type oppgåver, kan det vere meir utfordrande å løyse. Elles vart grubleoppgåver trekt fram som oppgåver i klasse Y og klasse Z. Grubleoppgåvene er ei form for problemløysingsoppgåver og var dei oppgåvene som opna opp for mest samarbeid.

I klasse Z trekker elev 1Z fram at dei ikkje berre brukar læreboka når dei lærer om divisjon. Dei har også oppgåveark som test og eit «mattespel». Det er også i den klassen fleire trekkjer fram at dei snakkar om korleis dei tenkjer. I samtalen med 4Z kom det fram at dei hadde samtala om løysingsstrategien til ein i klassen og det førte til at dei fekk snakka om fleire.

> *4Z: Ja. Og om korleis han klarte å gjere det og korleis han tenkte og korleis me andre tenkte og korleis me kunne gjera det enklast for å ikkje gjera .. det stykke og ikkje gjera det så vanskeleg.*

I LK06 står det at elevane skal kunne samtale om både skriftlege og mentale løysingsstrategiar, og det situasjonar der elevar løyser oppgåver på ulike framgangsmåtar kan vere gode utgangspunkt for å samtale om og diskutere effektive strategiar.

5.3.2 Elevperspektiv på utvikling av løysingsstrategiar

Storparten av elevane fortel at dei stort sett ikkje leitar opp hjelp til å utvikle løysingsstrategiane sine frå andre eller anna enn læraren. Nokre få brukar læreboka og andre bøker. Dei elevane som får støtte til lekse, forklarar vidare at dei stort sett får hjelp til å løyse oppgåvene på den måten som dei har lært på skulen. Men i klasse E og klasse Z legg elevar også fram at videoar som ligg på læringsplattforma deira, har blitt nytta. Dette kan tyde altså tyde på at læraren sitt syn og måte å løyse oppgåver på, vil ha sterk innverknad på løysingsstrategiane.

For å utvikle løysingsstrategiane, får elevane både formelle og uformelle vurderingar. Elev 1Y, 4Z og 5Z trekkjer fram at læraren har gitt dei tips om å øva meir. Elev 4E får derimot tips om å visa utrekning.

I nokre intervjua forklarar elevane at ein av deira føresette er god på å rekne. Forklaringsmodellen deira er då at den føresette arbeider innanfor eit yrke der ein trenger å rekne raskt og ofte. Den føresette må difor lære seg ein løysingsstrategi som er effektiv. Fleire av elevane uttrykkjer likevel at standardalgoritmen er den mest effektive strategien dei kjenner og at dei kjem til å få bruk for den.

5.3.3 Elevar sine synspunkt om tilrettelegging for sine løysingsstrategiar

Det er svært lite anna aktivitet enn felles gjennomgang av oppgåver enten på tavla/interaktiv tavle og rekning i lærebøkene/kladdebøkene. Elevane får lite direkte instruksjon i divisjonsemnet, men er med på å rekne ut oppgåver felles. Det kan tyde på at elevane alt har fått innlæringa av grunnleggande divisjonskunnskap og no er i ein fase der dei skal utvikle bruken gjennom varierte oppgåver.

Når det derimot blir gjennomført noko undervisning i fellesskap, blir i hovudsak standardalgoritmen for divisjon ein modell for skriftleg løysing og multiplikativ tenking fremma som ein sentral mental modell. Elevane som i hovudsak ikkje nyttar seg av desse løysingsstrategiane i løysing av divisjonsoppgåver, opplever ikkje at deira måte å løyse på er feil eller ikkje kan nyttast. Nokre kjenner derimot på at den skriftlege standardalgoritmen for divisjon er viktig å kunne for å formidle kva dei har gjort og at mentale løysingsstrategiar ikkje blir sett like stor pris på.

Elevane arbeidde mykje aleine med løysing av oppgåver og synst det var utfordrande å skulle skrive ned kva dei tenkte eller fortelje det høgt. Det var i hovudsak i problemløysingsoppgåver elevane fekk samarbeide. Elevar frå to av klassane framheva også at dei kunne spørje sidemann eller dei nærmaste elevane for å få hjelp. Samarbeidet gjekk då i hovudsak ut på å sjå om den andre hadde same løysinga og rekna med same framgangsmåte som dei. Dette kan også vere ein grunn til at elevane fortalte at dei ofte ikkje visste korleis andre elevar i klasse rekna, men gjekk ut i frå at dei rekna på om lag same måten. I klasserom Z kunne fleire elevar derimot seie at dei snakka saman om korleis dei tenkte og forklare at ein medelev hadde vore ei viktig brikke for å lære standardalgoritmen.

5.4 Kva vektlegg lærarar i divisjonsundervisninga?

Gjennom LK06 får lærarane i skulen stort ansvar for korleis undervisninga blir lagt opp (sjå kap. 2.5). Ut i frå kva oppgåver lærarane vel og elevane blir presentert for, vil vise tilbake på kva type undervisning elevane får (Hiebert et al., 1997). I dette kapittelet kjem eg til å presentere kva lærarane i tre 7. klassar vektlegg i divisjonsundervisninga. Lærarane har varierande fartstid i skulen, frå nokre år til nærmare tretti, og den formelle undervisningskompetansen i matematikk varierer frå ingen til fagleg fordjuping. Bakgrunnen for denne analysen er dei tre temaspørsmåla i vedlegg 9.4.

5.4.1 Lærarperspektiv på kva og korleis elevane skal lære divisjon

Alle tre lærarane ønskjer at elevane skal forstå konseptet divisjon og forstå kvifor ein kan gjennomføre utrekningar. Dei uttrykkjer også at det er viktigare at elevane forstår kva det vil seie å dividere enn å utføre enkelte løysingsstrategiar, men at det er ein stor fordel å kunne standardalgoritmen for divisjon. Etter å ha spurt lærar E om kva som er viktig med å kunne løyse divisjonsoppgåver, konkluderer han/ho med:

> *E: (…) .. Men det er ein stor fordel å kunne den der algoritmen. Det er det. (…) Men det er ikkje alle som kjem til å lære seg den hundre prosent.*
> *I: Nei?*
> *E: Det betyr ikkje at dei ikkje kan, kan dela. Det viktigaste er kanskje ikkje alltid å kunne sjølve delinga, men vita at det var det du skulle gjera. (…) Matematikkforståinga er tross alt det viktigaste då.*

Utdraget frå samtalen med lærar E viser at standardalgoritmen for divisjon er ein sentral kunnskap å kunne, men at det er mogleg å forstå divisjon utan å lære *ein* spesielle løysingsstrategi. Det opnar også opp for at elevar kan få utviklar ulike løysingsstrategiar og at lærarane oppmodar til å bruke den løysingsstrategien som høver best for den enkelte eleven.

I undervisninga vektlegg likevel lærarane enkelte løysingsstrategiar. Lærar Y forklarar at han/ho introduserer begge løysingsforslaga som blir presentert i læreboka, *Abakus* (sjå kap. 2.3.3). Men læraren brukar mest «den tradisjonelle metoden», altså standardalgoritmen på tavla og instruksjon. Lærar Z forklarar at elevane blir usikre når det blir vist mange løysingsforslag i fellesundervisninga. Dette synet har med å gjere at elevane forstår sin eigen metode best. Dei to andre lærarane er einige i at elevane kan bli usikre når det blir vist svært mange ulike løysingsstrategiar på tavla. Difor har lærar Z teke eit val som kjem til uttrykk i dette sitatet:

> *Z: Men då tenkjer eg at eg må ta eit val, kva skal eg på ein måte stå for og då vel eg å ta den strategien som eh eg veit mange brukar og ofte kjem opp i bøkene og som dei og har på ungdomsskulen og som vert presentert der og. Men samtidig så merkar eg det at eh det kolliderer med eh ein del ein del elevar sitt syn då, det merkar eg.*

Valet hamna då på standardalgoritmen for divisjon som kan vere ein ryddig, rask og effektiv løysingsstrategi. Elevane som er usikre får då ein fast struktur på løysinga av divisjonsoppgåvene, og elevane som ikkje kjenner seg usikre kan løyse med den løysingsstrategien som gir mest meining for dei. Dette gir difor ein nyanse der fleirtalet av lærarane presenterer ein løysingsstrategi når læraren løyser divisjonsoppgåver i fellesskap med klassen og aksepterer fleire løysingsstrategiar, mot det å presentere to løysingsstrategiar og i hovudsak oppfordre til ein.

Lærar E forklarar at den oppstilte divisjonsløysinga kjem seint inn i undervisninga og at klassen først gjekk laus på standardalgoritmen på slutten av 6. klasse:

> *E: Sant so. So fram til dess so var med å nærma seg eh. eh.. detta med å å dela det opp og fordela. Og då har me jo ofta brukt .. Dette her med å, med å teikna og.*

Denne teikninga var eit stort bord, dividenden var ein pengepott på midten og divisoren var talet på kor mange som sat rundt. Dette var ein strategi som læraren nytta for å få elevane til å samtale om småpengane eller dei store pengane var lurast å dele ut først. Og elevane vart utfordra til å halde eit rekneskap.

Lærarane vektlegg val av divisjonsoppgåver ulikt. Lærar E vidarefører fordelinga med å bruke delingsdivisjon som modell. Men denne læraren forklarar også at han/ho vektlegg multiplikasjonsrelasjonen. Klassen øver difor mykje på hovudrekning og startar timane med multiplikasjonsstykke som også går over til divisjonsstykke når det er emne.

E: .Ein anna måte som er litt meir sånn !TSCH! (klikkelyd med munnen) eh.. sånn som me gjorde før er jo. Kor mange gonger går 3 opp i 5.

Lærar Y forklarar at klassen lagar nokre oppgåver i lag, og er rask med å presisere at det har gitt mange utfordrande oppgåver med mange tal bak komma. Elles brukar læraren læreboka til å finne oppgåver som elevane jobbar med. Læraren vel av og til å knytte ein kontekst som elevane interesserer seg for, for å gjere oppgåvene meir forståelege og praktiske.

Når lærar Z legg opp til at elevane skal løyse divisjonsoppgåver, legger han/ho opp oppgåver som elevane treng å trene på. Læreboka blir nytta som støttemateriell. Læraren viser til eit program som vert kalla M+. M+ er eit program for å lage aktivitetar og oppgåver som er tilpassa. Når klasse Z har om divisjon, brukar læraren å lage til oppgåver på rutenett for å legge opp til at elevane nyttar seg av plassverdisystemet.

5.4.2 Vurdering av løysingsstrategiar

Det er kanskje fornuftig av elevane å skrive ei utrekning, altså nyttar seg av den skrivne standardalgoritmen eller andre skrivne løysingar for divisjon når dei svarar på prøver og løyser divisjonsoppgåver, fordi lærarane melder i hovudsak at dei observerer strategibruken til elevane skriftleg. Lærar Y forklarar at utrekninga er ein av hovudkjeldene til å observere korleis elevane løyser oppgåver.

I: Gjer du noko spesielt for å finne ut korleis elevar løyser oppgåver?
Y: Nei.. Eg tar inn leksebøker så eg ser jo korleis dei reknar der då.
I: Mhm..
Y: Det hjelper meg for eksempel til å forstå korleis dei tenkjer..
I: Mm..
Y: .Viss dei viser utrekning då sjølvsagt.
I: Ja.
Y: Det er det viktigaste.

I vurderinga av elevane nyttar alle tre lærarane seg av å sjå i leksebøkene for å finne ut korleis elevane gjer det. Samtidig nyttar lærarane seg av å sjå på arbeidet til elevane i undervisningsøkta. Lærarane får då observert det skriftlege materialet til elevane. Det kan gjere det vanskeleg for elevane å nytte seg av mentale strategiar. Lærar Z forklarar at han/ho av og til filmar elevane. Då får dei rekne på den interaktive tavla og forklare munnleg.

Det blir poengtert at elevane bør dokumentere løysingsstrategiane deira skriftleg. Viss ikkje er det vanskeleg å forstå kva dei har tenkt og det er mogeleg at dei har nytta kalkulator for å løyse oppgåva. Ein annan fare med at elevane ikkje brukar ein skriftleg løysingsstrategi, er at læraren ikkje kan hjelpe eleven dersom løysingsstrategien ikkje fungerer i alle tilfelle.

5.4.3 Kva vektlegger lærarane i divisjonsundervisninga

Kort summert opp står dei tre lærarane fram som einige om 6 sentrale punkt i samband med undervisning i divisjon:

- Bruka døme
- Konkretisere
- La elevane fortelje om korleis dei tenkjer
- Læreboka
- Gongetabellen og hovudrekning
- Aktive elevar

Ved å bruke *døme* meiner dei å bruke oppgåver som elevane er med å løyse i fellesskap. På den måten kan elevane ha ein modell å følgje dersom dei treng det. Dette kan vere med på å gjere ein løysingsstrategi som standard og at elevane tenkjer dei må bruke denne løysingsstrategien som framgangsmåte på oppgåver. *Konkretisering* vil seie å bruke konkretar som til dømes pengar og liknande. Dette vart mest tatt i bruk når elevane var yngre, men lærarane såg det framleis som ein fordel å kunne bruke rekneforteljingar eller illustrere oppgåvene med noko som elevane interesserte seg for. Dette kan vere med på å gi elevane ein utforskande og kreativ løysingsstrategi ved å bygge på eigne mønster. *La elevane fortelje om korleis dei tenkjer* er sentralt både for at elevane skulle få betre forståing for kva dei sjølv tenkjer når dei løyser oppgåvene og for å hjelpe medelevar. Delinga av resonnement kan vere med å utvikle korleis elevane løyser divisjon. *Læreboka* har ein sentral plass i alle tre klasseromma. Den blir brukt spesielt mykje for å gi oppgåver. *Gongetabellen* blir arbeida mykje med for å gi elevane automatisert kunnskap og kunne sjå samanhengen mellom multiplikasjon og divisjon. *Aktive elevar* brukar lærarane for å ha med seg alle elevane og at dei skal delta i diskusjonane, fortelje korleis dei tenkjer og tilpasse progresjonen. Desse seks punkta passar godt i det kognitive perspektivet (sjå kap. 3.2.2).

5.5 Oppsummering av funn

Som vi har sett i dette kapittelet, er det fleire forhold frå undervisninga som spelar inn på korleis elevane løyser divisjonsoppgåver. Det er spesielt tre spenningsforhold som er spesielt interessante å ta med seg inn i drøftinga.

- Presentasjon av skriftleg løysing og faktisk løysingsstrategi
- Læreboka og lærarrolla
- Tileigning – deltaking i praksisfellesskapet

Det første forholdet er mellom korleis elevane vel å formidle utrekninga av oppgåva skrifteleg opp mot kva løysingsstrategi dei eigentleg nyttar. I det andre forholdet står spenninga mellom rolla til læraren og rolla til læreboka. Det tredje forholdet er mellom tileigning og deltaking i praksisfellesskapet.

6.0 Drøfting

I denne delen vil eg drøfte dei tre spenningsforholda som kom fram i analysen opp mot kapittel 2 og kapittel 3.

6.1 Presentasjon av skriftleg løysing og faktisk løysingsstrategi

I LK06 kjem det fram at elevane skal kunne utføre både mentale og skrivne løysingsstrategiar etter 4. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2013), men fram til 6. klasse er det meir ope kva løysingsstrategi som elevane brukar. Elevane ønskjer å utføre løysinga som lærarane gjer, men uttrykkjer at det kan vere vanskeleg å hugse. Sidan standardalgoritmen i divisjon er den løysingsstrategien som elevane får formidla på tavla, er det ein stor tendens til at elevane ser på det som den einaste akseptable måten å løyse divisjonsoppgåver på. I *Multi* blir ikkje standardalgoritmen vist eksplisitt, men det blir brukt ein inngang der ein trekkjer i frå den faktiske mengda og ikkje berre siffer for siffer (sjå eksempelet i delkap. 2.3.3). For å leggje til rette for å lære divisjon med forståing og som noko meiningsfult, kan det vere viktig å bruke den faktiske mengda i løysinga av oppgåver. Etter 4. årstrinn, seier LK06 at elevane skal utvikle og bruke varierte metodar for divisjon (Kunnskapsdepartementet, 2013). Desse løyvingsstrategiane tar elevane med seg inn i den vidare skulegangen, og elevane vil difor ha fleire strategiar å spele på (Robinson et al., 2006). Den *gudskapte divisjonsalgoritmen* som Kjøsnes (1997) refererte til og ønska å få vekk, ser dermed ut til å bli meir praktisk innhald.

Det verkar derimot avgjerdande at elevane lærer seg minst ein skriftleg løysingsstrategi, då lærarar i stor grad vil vurdere det skriftlege materialet. Kva elevane gjer når dei reknar i hovudet, hadde lærarane difor mindre oversikt over. Lærarane i denne studien var opne for at elevane nytta andre skrivne løysingsstrategiar, men såg spesielt standardalgoritmen som ein viktig divisjonskunnskap. Denne løysingsstrategien blir oppfatta som «standard», effektiv og ryddig. Sowder (1998) setter lys på at jenter ofte vel å nytte seg av løysingsstrategiar med rutinar og at dette kan hemme meir avansert forståing av matematikk. Den tradisjonelle standardalgoritmen blir i denne undersøkinga trekt fram som ein trygg framgangsmåte for usikre elevar fordi den er effektiv og ryddig.

I fleire av løysingsstrategiane som elevane nyttar brukar dei målingsdivisjon som modell. Dette er både skriftlege og mentale løysingsstrategiar. Høines (1998) forklarar at elevar ofte tenkjer på målingsdivisjon som modellar for situasjonane, men at det er delingsdivisjon dei fleste oppgåvene i læreverket gir. Det viser også denne studien at lærarane gjer. Delingsdivisjon er meir naturleg for å forklare standardalgoritmen då det handlar om å fordele ut dividendmengda på divisoren. Det har difor blitt argumentert for å få på plass fleire oppgåver med ulike kontekstar (Mulligan & Mitchelmore, 1997).

6.2 Læreboka og lærarrolla

Læreboka har ein svært sentral plass i undervisninga av divisjon (Johansson, 2006). Sjølv om læreboka i denne studien blir sett på som eit støttemateriell, kjem det fram at kvar av dei tre klassane brukar mykje av undervisningstida til å «jobbe i boka». Det er moglegvis ikkje læreboka som styrer, men lærarane støttar seg mykje til læreboka i undervisninga. Særleg blir læreverket nytta til å finne oppgåver, men også til instruksjon. Hiebert et al. (1997) forklarar at lærarrolla i dag handlar om meir enn å demonstrere prosedyrar og få elevane til å praktisere etterpå. Lærarrolla handlar om å lære å dele informasjon, tilpasse oppgåvene til elevane og få elevane til å reflektere over sin løysingsstrategi.

Sjølv om læreboka blir nytta i stort sett alle undervisningsøktene, direkte eller indirekte, skildrar lærarane i denne studien nokre aspekt som spesielt samsvarar med den konstruktivistiske retninga innanfor kognitiv læringsteori (sjå kap. 3.2.2). Det er eit læringssyn der elevane aktivt skal konstruere sin eigen kunnskap, trenar på ulike oppgåver og har ein tilpassa progresjon. Scott, Jess og Hansen (2011) la fram at denne retninga har hatt enorm stor tyding i matematikkdidaktikken, og det kan verke som om både erfarne og mindre erfarne matematikklærarar har tatt retninga til seg.

6.3 Tileigning – deltaking i praksisfellesskapet

I undervisninga av divisjon blir læring i stor grad oppfatta som tileigning av kunnskap. Lærarane i denne studien legg opp til at elevane skal arbeide med divisjon i fellesundervisning og individuelt. Dette harmonerer godt med at læring må bygge på erfaringar i samspel med andre og eigne erfaringar (Holm, 2012). Det blir også arbeida med at elevane skal automatisere kunnskapane sine. I kognitiv læringsteori ser ein automatiseringsprosessen som ein måte å frigjere meir kapasitet til å konsentrere seg om problemet i oppgåva (Holm, 2012; Klingeberg, 2012). Trening av multiplikasjonsferdigheiter og stega i ein løysingsstrategi kan difor vere med å gjere divisjonsoppgåvene lettare forstå. I behavioristisk læringsteori kjem derimot multiplikasjonsferdigheiter fram som grunnleggande fakta elevane må kunne for å løyse divisjonsoppgåver (Dysthe, 2001).

Det viser seg at elevane forventar å få instruksjon og rettleiing frå læraren. Svært få elevar fortel at dei aktivt leitar opp «hjelp» for å utvikle divisjonskunnskapane sine. Dette gjelder både å utvikle kunnskap som fungerer saman, CK, og meir eller mindre enkeltståande kunnskapsbitar (Hiebert & Lefevre, 1986). Til tider viser det seg derimot at elevane samtalar om løysing av divisjonsoppgåver. Kulturen for korleis elevane skal samhandle og kommunisere skaper då kunnskap om deltaking i praksisfellesskapet (Sfard, 1998; Dysthe, 2001).

I undervisninga kan det vere at lærarane legg opp til at elevane skal tileigne seg kunnskap i prosedyrar og forståring (Sfard, 1998; Holm, 2012). Elevar verkar å sjå på skulen som eit praksisfellesskap, der ein lærer den kunnskapen som ein skal lære i klasserommet og på skulen. Når ein så er ferdig på skulen, vil ein blir lært inn i ein ny praksisfellesskap. Elevane fortel om foreldre og lærarar som er gode til å rekne fordi det er det som er jobben deira. Når foreldra ikkje reknar på same måte som dei gjere, er det fordi foreldra trenger ein annan løysingsstrategi i arbeidet sitt.

7.0 Konklusjon

«Dela, gonga, trekke frå, trekke ned. Dela, gonga, trekke frå, trekke ned (…)». Elevane går fortsatt og marsjerer. Det er ikkje ein så tydeleg historie frå alle klasserom, men det underliggande i denne regla er godt representert. I søken etter å finne ut i kva grad divisjonsundervisninga verkar inn på løysingsstrategiane til elevar på 7. trinn, har eg i dette prosjektet undersøkt kva løysingsstrategiar elevar nyttar, korleis elevane opplever tilrettelegging for å nytte eigne løysingsstrategiar og kva lærarar prioriterer i divisjonsundervisninga. Ved testing og intervju med elevar og intervju med lærarar i tre klassar, har eg identifisert tre spenningsforhold.

I denne undersøkinga kjem det fram at elevar har fleire løysingsstrategiar å velje mellom, som fleire tidlegare studiar har belyst (Mulligan & Mitchelmore, 1997; Robinson et al., 2006; Anghileri, 2001). Eit av kompetansemåla i LK06 seier at elevane skal utvikle både mentale og skriftlege løysingsstrategiar (Kunnskapsdepartementet, 2013). Dette følgjer lærarane opp med å krevje at elevane dokumenterer løysing av divisjonsoppgåvene skriftleg, men det blir ikkje stilt krav om at dette må vere ein bestemt løysingsstrategi. Elevane vel likevel svært ofte å nytte den skriftlege standardalgoritmen for divisjon fordi denne løysingsstrategien ofte er løysingsforslaget på tavla. Standardalgoritmen for divisjon høver seg godt på oppgåver som har relativt stor dividend og divisor frå ein til ni. Men det finst også elevar som nyttar andre skrivne løysingsstrategiar som oppbyggingsstrategiar, nedbyggingsstrategiar og gjett og juster.

Som vi har sett i drøftinga av spenningsforholdet mellom læreboka og lærarrollen, er det tydeleg at læreboka har ein sentral plass. I undersøkinga mi kunne alle elevane fortelje at dei arbeida i læreboka stor sett kvar matematikkøkt. For storparten av lærarane, er læreboka ein ressurs til mange divisjonsoppgåver. Vi kan difor seie at læreboka er eit svært viktig støttematerial. Læreboka kunne også bli nytta som strukturerande for kva elevane skulle lære.

Det er stort sett læraren eller læreboka som formidlar kunnskap til eleven som mottakar. Det fører til at elevane i stor grad skal tileigne seg noko som alt finst. Det blir også lagt stor vekt på at elevane skal konstruere kunnskapen aktivt og vere «med». Lærarane prioriterer difor forståing, men arbeider også med å automatisere nokre ferdigheiter som multiplikasjonstabellen. Elevane får i nokre tilfelle forklare kvarandre kva dei tenkjer. Fleire av elevane forklarte at dette var viktig for at dei skulle lære divisjon, og viser då spesielt til standardalgoritmen. Vidare er det nokre elevar som ser på skulen og undervisninga som ein praksisfellesskap, der dei skal lære å delta ved å kunne bruke standardalgoritmen. Dei viser vidare til foreldra som utviklar sine løysingsstrategiar fordi dei arbeider med det.

Undervisninga har stor innverknad på kva løysingsstrategiar 7. trinnelevar vel å bruke på ulike divisjonsoppgåver. Læringssynet i klassen blir spesielt retta mot meir tradisjonelle perspektiv på læring som kognitivismen og i nokon grad behaviorismen, og i mindre grad sosiokulturelle perspektiv. Den sterke konstruktivistiske retninga innanfor matematikkdidaktikken kan vere forklarande for det.

7.1 Nokre faktorar som kan ha påverka prosjektet

All kvalitativ forsking vil vere påverka av forskaren (Grønmo, 2004). Testanalysane vil vere påverka av mi forforståing og tolkingar. Vidare vil også intervjusituasjonen vere sterkt påverka av at det skal vere ein samtale mellom to personar. Det kan også vere fare for eit asymmetrisk forhold mellom meg som forskar og informantane mine, elevar og lærarar.

I undersøkinga har eg tre klassar. Det var frivillig deltaking. Det er difor ikkje alle elevar i dei tre klassane som har deltatt. Dette kan vere med å påverke funna. Det kunne vore interessant å intervjua alle elevane då det kom fram at dei ikkje alltid brukte same løysingsstrategi når dei fekk ein skriftleg test. Sjølv om eg tok høgde for at elevar kunne nytte mentale strategiar, veksla elevane fort når dei fekk testen framfor seg.

7.2 Vegen vidare

I denne masteroppgåva har eg fått djupare innsikt i kva som verkar inn på elevar sine val av løysingsstrategiar i divisjon. Gjennom analyse og tolking av testar og intervju, kan eg sjå at elevar er lærevillige og har stor respekt for læraren. Det kunne vore spennande å gjennomføre ei kvantitativ undersøking for å finne ut meir om kor representative løysingsstrategiane er og kva miljø som får fram dei enkelte løysingsstrategiane. Det hadde også vore interessant å gå meir i djupna på dei ulike dimisjonane i delkapittel 3.3. Å få meir kunnskap om læraren si rolle og tilrettelegging av undervisninga i divisjon, kan vere eit nyttig bidrag til framtidig forsking.

8.0 Referanseliste

Alseth, B., Nordberg, G., & Røsseland, M. (2014). *Multi: 6b grunnbok*. (2. utg.). Oslo: Gyldendal undervisning.

Anghileri, J. (2001). Development of Division Strategies for Year 5 Pupils in Ten English Schools. *British Educational Research Journal*, 27(1), 85-103.

Anghileri, J., Beishuizen, M., & Van Putten, K. (2002). From Informal Strategies to Structured Procedures: Mind the Gap! *Educational Studies in Mathematics*, 49 (2), 149-170.

Askeland, M. (2009). Regnestrategier i matematikk. I J. Fauskanger, R. Mosvold & E. Reikerås (Red.), *Å regne i alle fag* (56-70). Oslo: Universitetsforlaget.

Aubert, K. E. (2015): Divisjon: matematikk. I Store norske leksikon. Henta 10.05.16 frå https://snl.no/divisjon%2Fmatematikk.

Aubert, V. (1985). *Det skjulte samfunn.* Oslo: Universitetsforlaget.

Bjørnestad, Ø., Kongelf, T. R., & Myklebust, T. (2006). *Alfa: Matematikk for allmennlærerutdanningen*. Bergen: Fagbokforlaget.

Black, P., & Wiliam, D. (1998). Inside the Black Box: Raising Standards Through Classroom Assessment. *Phi Delta Kappan,* 80(2), 139-148.

Brekke, G., & Tinnes, M. N. (2001). *Rettleiing til tal og talrekning: Grunnkurs, vidaregåande opplæring*. Oslo: Læringssenteret.

Brinkmann, S., & Tanggaard, L. (2015). *Kvalitative metoder: En grundbog*. (2. utg.). København: Hans Reitzels Forlag.

Busch, T. (2013). *Akademisk skriving for bachelor- og masterstudenter*. Bergen: Fagbokforlaget.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education* (7. utg.). London: Routledge.

Dodd, S.-J., &Epstein, I. (2012). *Practice-based research in social work: A guide for reluctant researchers.* London: Routledge.

Dysthe, O. (2001). *Dialog, samspel og læring*. Oslo: Abstrakt forlag.

Grønmo, S. (2004). Samfunnsvitenskapelige metoder. Bergen: Fagbokforlaget.

Haara, F. O. (2014). *Lærerutdanner i matematikk: - Mange forventninger*. Oslo: Cappelen Damm akademiske.

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., Olivier, A., & Human, P. (1997). *Making Sense: Teaching and learning mathematics with understanding.* Portsmouth, N.H: Heinemann.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. I J. Hiebert, J. (Red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (1-27). Hillsdale, N.J: Lawrence Erlbaum Associates.

Helstrup, T. (2002). Læring i et kognitivt perspektiv. I I. Bråten (Red.), *Læring i sosialt, kognitivt og sosialt-kognitivt perspektiv* (103-130). Oslo: Cappelen akademiske forlag.

Hodgson, J., Rønning, W., & Tomlinson, P. (2012). *Sammenhengen Mellom Undervisning og Læring: En studie av læreres praksis og deres tenkning under Kunnskapsløftet*. (NF-rapport nr. 4/2012). Bodø: Nordlandsforskning.

Holm, M. (2012). *Opplæring i matematikk*. (2. utg.). Oslo: Cappelen Damm akademiske.

Høines, M. J. (1998). *Begynneropplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning*. (2. utg.). Landås: Caspar Forlag.

Imsen, G. (2010). *Elevens verden: Innføring i pedagogisk psykologi*. (4. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Johansson, M. (2006). *Teaching mathematics with textbooks: A classroom and curricular perspective*. (2006:23), Doctoral thesis / Luleå University of Technology, 2006(2006:23).

Kjølsrød, L. (2010). Om å følge vinden dit den blåser. Et problemdrevet design tar form. I Album, D., Hansen, M. N., & Widerberg (Red.), *Metodene våre: Eksempler fra samfunnsvitenskapelig forskning* (s. 271-285). Oslo: Universitetsforlaget.

Kjøsnes, N. J. (1997). Divisjonsalgoritmen – gudeskapt eller skapt av mennesker? *Tangenten*, 1997 (4), 1-6.

Klingberg, T. (2012). *Slik lærer hjernen: Hvordan barn husker og lærer*. Oslo: Pax Forlag.

Kunnskapsdepartementet. (2013). *Læreplan i matematikk: MAT1-04*. Henta 14.05.16, frå http://www.udir.no/kl06/MAT1-04.

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2009). *Interview: Introduktion til et håndværk*. (2. utg.). København: Hans Reitzels Forlag.

Löwing, M., & Kilborn, W. (2013). *Kulturmøter i matematikkundervisningen: - eksempler frå 41 språk*. Oslo: Cappelen Damm akademiske.

Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M.C. (1997). Young Children's Intuitive Models of Multiplication and Division. *Journal for Research in Mathematics Education, 28* (3), 309-330.

NESH. (2016). *Forskingsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi* (4. utg.). Henta 30.04.16 frå https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/60125_fek_retningslinjer_nesh_digital.pdf.

Nordvik, H., & Ulleberg, P. (2000). *Teststatistikk*. Trondheim: Tapir.

NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole: Fornyelse av fag og kompetanser*. Oslo: Departementenes sikkerhets- og serviceorganisasjon, Informasjonsforvaltning.

NSD, 2016: Opprett nytt meldeskjema. Henta 09.05.16 frå http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/meldeskjema.

Opplæringslova. (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (opplæringslova)*. Henta 16.05.16 frå https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61.

Orton, A. (2004). *Learning mathematics: Issues, theory and classroom practice*. (3. utg.). London: Continuum.

Ostad, S. A. (2008). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring: - Med fokus på elever med matematikkvansker*. Trondheim: Læreboka Forlag.

Pedersen, B. B., Pedersen, P. I., Skoogh, L., Johansson, H., & Ahlström, R. (2006). *Abakus: Grunnbok 6A*. (2. utg.). Oslo: Aschehoug.

Rezat, S. (2012). Interactions of Teachers' and Students' Use of Mathematics Textbooks. I G. Gueudet et al. (eds.), From Text to 'Lived' Resources (Vol. 7, Mathematics Teacher Education), 231-245. Dordrecht: Springer Netherlands.

Robinson, K. M., Arbuthnott, K. D., Rose, D., McCarron, M. C., Globa, C. A., & Phonexay, S. D. (2006). Stability and change in children's division strategies. *Journal of Experimental Child Psychology*, 93 (3), 224-238.

Robinson, K. M., & Dubé, A. K. (2008). A Microgenetic Study of Simple Division. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 62(3), 156-162.

Ryen, A. (2002). *Det kvalitative intervjuet: Fra vitenskapsteori til feltarbeid*. Bergen: Fagbokforlaget.

Rønsen, A. K. (2013). What teachers say and what students perceive – Interpretations of feedback in teacher-student assessment dialogues. *Education Inquiry*, 4(3), 537-553.

Säljö, R. (2002). Læring, kunnskap og sosiokulturell utvikling: Mennesket og dets redskaper. I I. Bråten (Red.), *Læring i sosialt, kognitivt og sosialt-kognitivt perspektiv* (103-130). Oslo: Cappelen akademiske forlag.

Säljö, R., Riesbeck, E., & Wyndhamn, J. (2001). Samtal, samarbete och samsyn: En studie av koordination av perspektiv i klasserumskommunikation. I O. Dysthe (Red.), *Dialog, samspel og læring* (219-240). Oslo: Abstrakt forlag as.

Sfard, A. (1998). On Two Metaphors for Learning and the Dangers of Choosing Just One. *Educational Researcher*, 27(2), 4-13.

Skaalvik, E., & Skaalvik, S. (2013). *Skolen som læringsarena: Selvoppfatning, motivasjon og læring* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Skott, J., Jess, K., & Hansen, H. C. (2008). *Matematik for lærerstuderende: Delta: Fagdidaktik*. Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur.

Sowder, J. T. (1998). Perspectives from Mathematics Education. *Educational Researcher*, 27(5), 12-13.

Tvete, K. (1993). *Tallsystemer og delelighet*. Levanger: Caspar forlag.

Utdanningsdirektoratet. (2012). Klasseledelse. Henta 16.05.16 frå

http://www.udir.no/globalassets/upload/laringsmiljo/klasseledelse-2/klasseledelse.pdf

Van Putten, C. M., van den Brom-Snijders, P. A., Beishuizen, M. (2005). Progressive Mathematization of Long Division Strategies in Dutch Primary Schools. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(1), 44-73.

9.0 Vedlegg

9.1 Vedlegg – Informasjonsskriv og samtykkeerklæring

Trine Ludvigsen Rygg
Student; Master i læring og undervisning
v/ Høgskulen i Sogn og Fjordane

Førespurnad om deltaking i masterprosjekt

Arbeidstittel: *Vegar til løysning i emnet divisjon*

Bakgrunn og formål
Eg er student ved masterprogrammet *læring og undervisning* ved Høgskulen i Sogn og Fjordane. Med fagleg fordjuping i matematikk, har eg spesielt interesse for korleis elevar lærer i matematikk. I dette forskingsprosjektet ønskjer eg å undersøkje korleis undervisninga blir lagt opp i emnet divisjon og kva løysningsstrategiar elevar nyttar i denne reknearten. Ved å sjå på kva innverknad undervisninga har på elevar sine val av løysningsstrategiar, kan ein få djupare innsikt om kva elevar og lærarar forstår med divisjon.

Kva inneber det å delta?
I masterprosjektet mitt ønskjer eg å basere resultata på korleis undervisninga og strategibruken faktisk er på 7. trinn. Eg vil difor bruke ein matematikktest på heile klassar. Oppgåvene i testen tar for seg ulike sider ved bruk av divisjon. Under testen ønskjer eg å vere til stades å setje i gong og hjelpe elevane. Denne testen vil ta om lag 1 skuletime. Etter at testen er gjennomført, ønskjer eg å intervjue nokre elevar som har løyst oppgåvene med ulike strategiar.

Tidspunkt
Eg håpar å få gjennomføre matematikktest og intervju i løpet av ein skuledag. Tidspunktet for dette blir når det høver best for skulen, men helst i løpet av januar.

Konfidensialitet og oppbevaring av data
Datamaterialet som blir samla inn vil bli oppbevart utilgjengeleg for alle andre enn meg og rettleiaren min, førsteamanuensis Frode Olav Haara ved Høgskulen i Sogn og Fjordane. Det vil ikkje bli samla inn personopplysningar og datamaterialet vil bli anonymisert. Når prosjektet er avslutta, vil alt innsamla datamateriale bli sletta. Dato for prosjektslutt er satt til 16. mai 2016.

Frivillig deltaking
Deltaking i prosjektet er frivillig. Det vil seie at informantane kan trekke seg frå prosjektet på eit kvart tidspunkt utan å grunngi dette.

Med vennleg helsing
Trine Ludvigsen Rygg (48262986/trinelr@stud.hisf.no)

___ ___ Klippelinje ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ _

Samtykke som informant i masterprosjekt
Eg er villig til å delta som informant i oppgåva.

____
(Namn på elev)

__________ ____
(Dato) (Signatur føresatt)

9.2 Vedlegg – Matematikktest

DIVISJONSTEST

- Løysningsstrategiar i divisjon

SAMMENDRAG
Masterprosjektet går ut på å finne ut kva strategiar som elevar på 7. trinn nyttar i reknearten divisjon. Oppgåvene i dette heftet skal løysast med den strategien som du føretrekk. I feltet «forklaring» kan du skrive korleis du tenkte når du løyste oppgåva. Dersom det er ei oppgåve du ikkje finn svaret på, skriv du det også i feltet «forklaring».

Trine Ludvigsen Rygg
Master i læring og undervisning

Elevnr.:

Oppgåve 1

98 blomar er knytt saman i bukettar på 7 stykk blomar. Kor mange bukettar kan vi lage?

Rekn ut	Forklaring

Oppgåve 2

627 eple skal fordelast mellom 3 butikkeigarar. Kor mange eple vil kvar butikkeigar få?

Rekn ut	Forklaring

Oppgåve 3

32 born skal ta buss. Kvar buss har plass til 15 born. Kor mange bussar treng ein for å køyre alle borna?

Rekn ut	Forklaring

Oppgåve 4

Rekn ut. 96 : 6

Rekn ut	Forklaring

Oppgåve 5

Rekn ut. 84 : 14

Rekn ut	Forklaring

Oppgåve 6

Rekn ut. 804 : 10

Rekn ut	Forklaring

Oppgåve 7

Rekn ut. 333 : 3

Rekn ut	Forklaring

Oppgåve 8

Rekn ut. 0,4 : 2

Rekn ut	Forklaring

9.3 Vedlegg – Intervjuguide til elevintervju

Korleis opplever elevar tilrettelegging for å nytte eigne løysingsstrategiar i divisjon?	1. Kva strategiar vert nytta? (testoppgåvene)	- Korleis tenkjer du på denne oppgåva? - Kvifor rekna du på denne måten? - Kva tykkjer du om denne måten å løyse oppgåver på? - Kunne du løyst denne oppgåva på ein annan måte? Korleis? -Kan du forklare kvifor du gjer slik?
	2. Korleis blir undervisninga oppfatta?	- Korleis pleier ein vanleg matematikktime å vere? - Korleis er det når de jobbar med divisjon? - Korleis pleier det å jobbe (individuelt/samarbeid)? - Er det nokon i klassen din som løyser på ein annan måte enn deg? Eller i heimen? Korleis?
	3. Korleis får du hjelp til å bli betre?	- Trur du læraren din tykkjer du reknar på ein lur måte? Kvifor/Kvifor ikkje? - Får du tips frå læraren din om korleis du kan bli endå bere til å dele/dividere? - Får du hjelp andre stader (bøker, data, heim og liknande) for å bli betre?

9.4 Vedlegg – Intervjuguide til lærarintervju

Kva vektlegg lærarar i divisjonsundervisninga?	1. Kven er læraren og korleis prioriterer læraren divisjon?	- Korleis utdanning har du? - Kvar og kor lenge har du arbeida? Anna erfaring? - Kva legg du i emnet divisjon? - Fortel korleis du underviser i emnet divisjon … - Kvifor prioriterer du som du gjer? - Kva metode har du introdusert i undervisninga?
	2. Korleis er undervisninga og blir det observert strategibruk?	- Kva er fokus, blir det brukt materiell, ulike arb.måtar, organisering, oppgåver? - Gjer du noko for å finne ut korleis elevane reknar divisjonsoppgåver? Kva? - Observerer du strategibruken i klassen? Kvifor/kvifor ikkje? - Kva strategiar blir brukt i klassen? - Viser du nokon spesiell måte å løyse oppgåver på? Kan du vise fleire måtar? Kva tenkjer du om å ha ulike måtar å løyse divisjonsoppgåver på?
	3. Kva tenkjer du om utvikling av løysningsstrategiar?	- Korleis blir det jobba for å betre løysningsstrategiar? - Er det noko samarbeid med heimen om løysingsstrategiar?

9.5 Vedlegg – Transkripsjonsnøkkel

Teikn	Forklaring
. og .. og ... osv	Pause (ca 1, 2, 3 sek+)
*	Ler
‘	Mumler
(-)	Stille
(+)	Høgt/trykk
[tekst] eller (tekst)	Redaksjonelt innputt
.Ord	Tar over ordet
O-r-d eller ord…	Drar på ordet
‘? Ord ?’	Utydeleg og har gjetta ordet
«ord»	Hermar, gjenngir nokon andre.