



HØGSKOLEN STORD/HAUGESUND

VURDERINGSINNLEVERING

Opplysningene finner du på [StudentWeb](#) under [Innsyn](#) – [Vurderingsmelding](#)

Emnekode: LU2 – PEL415

Emnenavn: Pedagogikk og elevkunnskap 2b, 5 – 10.

Vurderingsform: Bacheloroppgave

Kandidat: Ragnhild Dalland

Leveringsfrist: 19. mai 2015

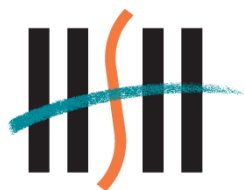
Ordinær eksamen eller kontinuasjon: Ordinær

Veileder: Andreas Christiansen & Paul Erik Rosenbaum

Bruk av konkretiseringsmaterieill på ungdomstrinnet.

En kvantitativ undersøkelse fra elevens perspektiv

Våren 2015



HØGSKOLEN STORD/HAUGESUND

Sammendrag

Denne bacheloroppgaven er skrevet om undervisningsfaget matematikk med fokus på pedagogiske overveielser og elevkunnskap. Forsknings- og Utviklingsarbeidet hadde som formål å finne ut om bruk av konkretiseringsmateriell i matematikkundervisningen på ungdomstrinnet kan fremme elevers læringsutbyttet og hvordan det kan påvirke deres forståelse av faget. Konkretiseringsmateriell skal være et hjelpemiddel for elevene til å oppnå forståelse av matematiske begrep og forstå sammenhenger i matematikken.

Bakgrunn for valg av problemstilling er at jeg ønsker å opparbeide meg mer kunnskap om konkretiseringsmateriell som hjelpemiddel. Som fremtidig matematikklærer er jeg opptatt av elevers læring, og jeg ønsker å øke min egen fagdidaktiske kompetanse om hvordan jeg kan legge til rette for at elever skal få utvikle forståelse i matematikk. Både som matematikkstudent og student i praksis, er mitt inntrykk at konkretiseringsmateriell er et viktig og nødvendig pedagogisk virkemiddel innen matematikkdiraktikken som kan øke elevers forståelse av matematikk. Men jeg har også enkelte erfaringer hvor jeg har opplevd at bruken av konkretiseringsmateriell kan bli et hinder for læring. Dette har gitt meg motivasjon til å se på hvilket læringsutbyttet bruken av konkretiseringsmateriell kan ha.

I mitt forsknings- og utviklingsarbeid har jeg valgt et fokus på det konstruktivistiske læringsynet knyttet opp mot teoretikere som Piaget og Cobb. Teori om relasjonell- og instrumentell forståelse, undervisningskunnskaper og læringskunnskaper, konkretiseringsmateriell og realistisk matematikkundervisning er med på å danne det teoretiske grunnlaget i oppgaven.

Jeg valgte å benytte meg av en kvantitativ metode for innsamling av data. Jeg valgte å gjennomføre varierte undervisningsopplegg med og uten bruk av konkretiseringsmateriell for å få et konkret datamateriell som gav meg et godt sammenligningsgrunnlag for å drøfte læringsutbyttet ved bruken av konkretiseringsmateriell. For å få et empirisk sammenligningsgrunnlag valgte jeg å dele en klasse i to og gi den ene klassen undervisning med konkretiseringsmateriell, mens den andre fikk uten. Dette ble fulgt opp av en pre- og posttest i begge gruppene. Jeg valgte å gjøre det slik da formålet var å teste forskjeller i læringsutbyttet mellom de to elevgruppene. Som forskningsmetode har jeg brukt aksjonslæring, som innebærer at en forsker på egen praksis.

Resultatene fra forskningsarbeidet tilsier at det er flere faktorer som påvirker om bruken av konkretiseringsmateriell i matematikkundervisningen kan fremme elevers læringsutbytte. Mine funn indikerer at valg og bruk av konkretiseringsmateriell, kan spille en rolle for lærings-

utbyttet til elevene, og i tråd med Klavenes (2010) bør elevene få arbeide med konkretene selv. Undersøkelsen har også vist at undervisning som fremmer den instrumentelle forståelse ikke bør undervurderes eller bagatelliseres, særlig i forhold til mestringsfølelsen den kan gi elever.

Lærerens undervisningskompetanse i matematikk slik den er presentert i modellen til Ball et al (2008) er også en faktor som har innflytelse på elevenes læringsutbytte. Særlig de fagdidaktiske kunnskapene som kunnskap om *innhold og elever* og *innhold og undervisning* har betydning for elevers læringsutbytte ved bruk av konkretiseringsmateriell.

Med utgangspunkt i datamaterialet har jeg kommet frem til at konkretiseringsmateriell i matematikkundervisningen kan fremme eleveres læringsutbytte, hvis det brukes riktig og læreren har den nødvendige undervisningskompetanse slik Ball et al. (2008) beskriver. Feil bruk av konkretiseringsmateriell i matematikkundervisningen derimot, kan virke forvirrende for elevene og på den måten hindre forståelsen av matematikken.

Innholdsfortegnelse

Sammendrag	3
1.0 Innledning.....	7
2.0 Teori	9
2.1 Konstruktivistisk læringsteori	9
2.1.1 Kognitiv konstruktivisme	9
2.1.2 Sosial konstruktivisme	10
2.2 Instrumentell og relasjonell forståelse.....	10
2.3 Lærerkunnskaper	12
2.4 Konkretiseringsmateriell	14
2.5 RME - Realistisk matematikk undervisning.....	16
2.6 Motivasjon og forventning om mestring.....	17
3.0 Metode	19
3.1 Beskrivelse av valgt metode	19
3.2 Utvalg	19
3.3 Metodekritiske betraktninger.....	19
3.4 Kvantitativ og deduktiv forståelse.....	20
3.5 Reliabilitet og validitet.....	21
3.6 Aksjonslæring.....	23
3.7 Forskningsetikk	23
4.0 Innsamling og presentasjon av data	24
4.1 Resultater	24
4.1.1 Resultater testgruppen.....	24
4.1.2 Resultater kontrollgruppen.....	26
4.2 Før- og etter-testen	28
4.2.1 Testgruppen	28
4.2.2 Kontrollgruppen	29
4.3 Gjennomføring av undersøkelsen.....	29
4.3.1 Undervisningsopplegget	30
5.0 Drøfting av resultat	33
5.1 Læringsteori.....	33
5.2 Instrumentell og relasjonell forståelse.....	34
5.3 Lærerkunnskaper	35
5.4 Konkretiseringsmateriell	37
6.0 Konklusjon/avslutning.....	39
6.1 Sentrale funn.....	39

6.1 Veien videre	40
7.0 Referanser	41
8.0 Vedlegg	44
8.1 Informasjonsskriv til skolen	44
8.2 Informasjonsskriv til foresatte	46
8.3 Før-Test.....	47
8.4 Etter-test.....	49

1.0 Innledning

Denne bacheloroppgaven er skrevet om undervisningsfaget matematikk med fokus på pedagogiske overveielser og elevkunnskap. Gjennom egen skolegang har jeg alltid likt matematikkfaget godt. Bakgrunn for valg av tema er at jeg ønsker å opparbeide meg mer kunnskap om konkretiseringsmateriell som hjelpemiddel for at elever skal oppnå en bedre forståelse av matematiske begrep og forstå sammenhenger i matematikken. Som fremtidig matematikklærer er jeg opptatt av elevers læring, og jeg ønsker å øke min egen fagdidaktiske kompetanse om hvordan jeg kan legge til rette for at elever skal få utvikle forståelse i matematikk.

Valget falt på bruk av konkretiseringsmateriell, fordi jeg har gode erfaringer med disse i pedagogisk sammenheng. Både som matematikkstudent og student i praksis, er mitt inntrykk at konkretiseringsmateriell er et viktig og nødvendig pedagogisk virkemiddel innen matematikdidaktikken som kan øke elevers forståelse av matematikk. Men jeg har også enkelte erfaringer hvor jeg har opplevd at bruken av konkretiseringsmateriell kan bli et hinder for læring. Dette har gitt meg motivasjon til å se på hvilket læringsutbyttet bruken av konkretiseringsmateriell kan ha. Nærmere bestemt om bruken av konkretiseringsmateriell i matematikkundervisningen på en ungdomsskole gav økt læringsoppnåelse. Mitt mål var å gjennomføre en studie som kunne gi informasjon om både lærer- og elevperspektivet innen bruk av konkretiseringsmateriell i matematikkundervisningen.

Når det kom til valg av problemstilling var dette et område hvor jeg møtte utfordringer. Jeg var tidlig sikker på at jeg ville belyse temaet konkretiseringsmateriell i matematikkundervisningen, men usikker på hvordan jeg skulle vinkle oppgaven og hvilket perspektiv jeg skulle velge. For meg ble det viktig å holde på elevfokus, noe som førte til at jeg endte med problemstillingen:

Kan konkretiseringsmateriell i matematikkundervisning fremme elevers læringsutbytte og hvordan kan det påvirke deres forståelse av faget?

For å svare på denne problemstillingen valgte jeg å gjennomføre et læringseksperiment, der to randomiserte elevgrupper, en testgruppe og en kontrollgruppe, gjennomførte hver sitt undervisningsopplegg, samt å gjennomføre en før- og etter-test for å vurdere om bruken av konkretiseringsmateriell hadde påvirket elevenes forståelse og læringsutbytte.

Da det er konkretiseringsmateriell jeg ønsker å fokusere på, er det nødvendig å definere begrepet. Hinna, Rinvold & Gustavsven (2011) definerer konkretiseringsmateriell som fysiske gjenstander som brukes som representasjoner for å støtte elevers læring av begreper og regne-

operasjoner. Bunting, Skogen & Tjora (2009) definerer konkretiseringsmateriell for alle de fysiske gjenstandene som kan konkretisere hva det spørres etter, mens matematikksenteret (u.å) beskriver konkretiseringsmateriell først og fremst som utstyr som er laget for å hjelpe elevene til å forstå nye begreper, og logikken begrepene er bygd opp rundt.

I mitt forsknings- og utviklingsarbeid, videre omtalt som FoU-arbeid, har jeg valgt et fokus på det konstruktivistiske læringssynet knyttet opp mot teoretikere som Piaget og Cobb. Teori om relasjonell- og instrumentell forståelse, undervisningskunnskaper og læringskunnskaper, konkretiseringsmateriell og realistisk matematikkundervisning er med på å danne det teoretiske grunnlaget i oppgaven.

Oppgaven består av flere ulike kapitler hvor jeg presenterer ulike deler av innholdet. Først i oppgaven kommer det en teoridel (kapittel 2), hvor jeg introduserer det teoretiske grunnlaget som trengs for drøfting av datamaterialet. Dernest (kapittel 3) tar jeg for meg metoden som er brukt i datainnsamlingen. Her vil metodisk tilnærming, forberedelser og forskningsetiske avgjørelser bli utredet. Jeg trekker også inn gyldighet og pålitelighet i forhold til FoU-arbeidet og i dette kapitlet beskriver jeg også det teoretiske grunnlaget for valg av metode. Videre i kapittel 4 presenteres innsamling og presentasjon av data. Her presenteres det empiriske datamaterialet og resultatene fra undersøkelsen jeg har gjennomført. I kapittel 5 analyserer og drøfter jeg resultatene mine opp mot mitt valgte teorigrunnlag. Senere (kapittel 6) gir jeg en kort oppsummering av sentrale funn i undersøkelsen, etterfulgt av en konklusjon og mine tanker rundt videre forskning i forhold til mitt gjennomførte forskningsarbeid.

2.0 Teori

2.1 Konstruktivistisk læringsteori

«Den som lærer er aktiv, og ikke en passiv mottaker» (Breiteig & Venheim, 1998, s.59). Dette er konstruktivismens grunnleggende syn på kunnskap. Sagt på en annen måte, kunnskap skapes, den oppdages ikke (Breiteig & Venheim, 1998). Innenfor konstruktivismen vektlegges det at elevene må konstruere sin egen kunnskap for å utvikle innsikt og forståelse, samtidig vektlegges det bruk av konkrete handlinger for å tilrettelegge for god opplæring (Holm, 2008). Elevene *får* dermed ikke kunnskap, men må skape og omskape kunnskapen selv (Holm, 2013). Ifølge Holm (2013, s. 39) er hovedideen til konstruktivismen at «mennesker konstruerer mentale modeller eller representasjoner av sin egen fysiske og sosiale virkelighet gjennom handling, aktivitet, tenkning og refleksjon».

Innenfor konstruktivistisk læringsteori finner en flere teoretikere med ulike syn på hvordan læring foregår. Videre vil jeg gå inn på kognitiv konstruktivismen, der Piaget er sentral, og sosial konstruktivismen hvor Cobbs teorier er i fokus.

2.1.1 Kognitiv konstruktivisme

Filosofen og psykologen Jean Piaget omtales som en pioner innenfor konstruktivismen. Han hevder at personen skaper sin kunnskap ved å konstruere opplevelser gjennom handlinger med omgivelsene (Holm, 2013). Piagets teori omtales som kognitiv konstruktivisme og innenfor dette synet blir læring sett på som et individuelt anliggende, hvor læring skjer gjennom samspill mellom barnet og den fysiske omverdenen, som for eksempel gjennom bruk av konkretiseringsmaterieell (Imsen, 2012). Kognitivt basert opplæring fokuserer i hovedsak på utvikling av elevenes evne til å tenke og forstå. I tillegg vektlegger den automatisering av kunnskap som en hjelp for å utføre mentalt arbeid på høyere nivå og for å friggi tankeressurser (Holm, 2013, s. 53).

Ifølge Piaget bygger barnet opp skjemaer, i form av kognitive strukturer. Gjennom sitt samspill med den ytre verden vil de kognitive strukturene blir regulert av to delprosesser som skjer samtidig; assimilasjon og akkomodasjon. Assimilasjon skjer når en står i nye og ukjente situasjoner og prøver å tolke og forstå det en sanser. Disse tolkningene gjøres ved hjelp av den kunnskapen eller de skjemaene en har fra før. Nye inntrykk tilpasses de skjemaene en har fra før (Imsen, 2012).

Akkomodasjon innebærer en endring i vår måte å se virkeligheten på. De gamle skjemaene er ikke tilstrekkelige og de skjer en reorganisering og en utvidelse av skjemaene. De blir omdan-

net slik at de passer bedre til situasjonen. Akkomodasjon vil si å justere og forandre de kognitive strukturene slik at de kan ta inn nye sider ved omgivelsene (Imsen, 2012, s. 232). Det oppstår en ubalanse mellom vår forestillingsverden- våre kognitive skjemaer- og vår erfaring av virkeligheten. For å gjennomrette balanse, må de kognitive strukturene endres

2.1.2 Sosial konstruktivisme

Innen læringsteoretisk forskning finnes det et skille mellom teorier som ser på læring som tilegnelse og teorier som ser på læring som deltagelse (Skott, Jess & Hansen, 2008). Mens den systemteoretiske konstruktivismen har vært opptatt av individets konstruksjon av kunnskap, har de virksomhetsteoretiske konstruktivistiske teorier vært fokusert på at læring er grunnleggende sosialt og finner sted gjennom deltagelse i sosiale fellesskap (Rasmussen, 2004, s. 247). Bildet er likevel sammensatt og teoriene tar opp elementer fra hverandre (Lerman, 1996; Skott, Jess, & Hansen, 2008).

Sosialkonstruktivismen er en læringsteori som ser fordelen med å anlegge både et sosialt og konstruktivistisk perspektiv på læring. Paul Cobb er sentral innenfor sosialkonstruktivismen (Skott et al., 2008). Cobb hevder at det ikke er en motsetning mellom læring som tilegnelse og læring som deltagelse, men at læringssynene er komplementære (Cobb, 1994; Cobb & Yackel, 1996). Cobb kombinerer disse to innfallsvinklene til hvordan en elev lærer. Han var opptatt av at en som lærer har fokus på enkeltelevers konstruksjon av metoder og faglige begrep, og prøver å få tak på hvordan eleven tenker. Ut fra dette endrer læreren undervisningen med hensikt at eleven skal utvikle nye strategier for læring. Dette kan gjøres ved å for eksempel å ta i bruk konkretiseringsmateriell (Skott et al., 2008).

2.2 Instrumentell og relasjonell forståelse

Richard R. Skemp (1976) er en psykolog som har utviklet teorier om hva som ligger til grunn for forståelse i matematikk. I artikkelen «Relational Understanding and instrumental Understanding» (Skemp, 1976), presenterer Skemp to begrep om forståelse: instrumentell- og relasjonell forståelse. I begrepet relasjonell forståelse legger Skemp til grunn at en da har innsikt i matematikken, en forstår den og vet hvorfor. Dette gjør at en kan resonnerer seg frem til løsninger uten å måtte huske regler og algoritmer på hvordan man løser et problem. Elever som har en relasjonell forståelse ser meningen med ulike regler, fremgangsmåter og sammenhenger i matematikken. Disse elevene vet hva de skal gjøre, hvordan og hvorfor når de møter på et matematisk problem.

En elev som har instrumentell forståelse kan bruke matematiske algoritmer eller formler, men mangler forståelsen for hvorfor han bruker de. Da forståelsen ikke er komplett kan eleven møte på matematiske problem senere. Elever med instrumentell forståelse vil kunne få rett svar gjennom å regne med formler og regler, men mangler forståelsen for hva som er gjort underveis. Disse elevene vet hva de skal gjøre og hvordan, men ikke hvorfor de gjør som de gjør. Noen elever er opptatt med å finne den enkleste og korteste veien til svaret. Er svaret riktig så har man «forstått» matematikken. Elever som jobber på denne måten vil nok tilegne seg flere løsningsmetoder og løsningsstrategier, men kanskje uten å forstå hvorfor.

Som Skemp sier så skal en ikke undervurdere den instrumentelle forståelsen, kanskje særlig i forhold til mestringfølelsen og den raske belønningen den kan gi elevene. Å undervise på en relasjonell måte vil på sikt kunne gjøre elevene mer tilpasningsdyktige til nye oppgaver og elevene vil opparbeide seg mer langvarig forståelse og kunnskap.

Richard Skemp (1976) nevner ulike fordeler ved å undervise på en relasjonell og instrumentell måte. Ved å undervise på en instrumentell måte i matematikkfaget, er det ofte lettere å forstå, fordi det er enkle regler som en husker fort. Instrumentell matematikk vil ofte gi mange rette svar. En trenger ikke like mye kunnskap, og en kan ofte få flere rette og troverdige svar ved instrumentell tenkning. Gjennom å undervise på en relasjonell måte, kan elevene få et utbytte ved å ha mer langvarig forståelse og kunnskap. Eleven vil være bedre i stand til å knytte sammenhenger i matematikken. Dette fører til at en kan generalisere fra et problem til et annet. Når elevene først har fått forståelse for hvilken metode som fungerer og hvorfor, gir dette et grunnlag til at eleven blir i stand til å relatere kjente metoder til nye metoder (Skemp, 1976). Relasjonell undervisning gjør at elevene bruker lenger tid på utvikle kunnskapen, men fordelene er at det ikke blir lagret som overflatekunnskap. Utfordringen for læreren og eleven er at det tar lenger tid før en får resultat, men utbyttet av læringsprosessen blir bedre. Skemp skriver også at læreren kan undervise relasjonelt, men bare et mindretall av elevene forstår dette og resten nøyer seg med å huske reglene.

Læreren har ansvar for at elevene får mulighet til å utvikle forståelse i matematikk. Dette innebærer at læreren er bevisst hvilke aktiviteter elevene utfører. Carpenter og Lehrer (1999) har beskrevet fem kjennetegn på læring med forståelse hos elevene. Disse kjennetegnene innebærer blant annet at eleven skal kunne konstruere relasjoner mellom det han allerede kan og det nye som skal læres. Den matematiske kunnskapen skal kunne utvides og brukes. Kommunikasjon er med på å gi eleven evne til refleksjon og elevene må kunne uttrykke seg mate-

matisk på ulike måter. Eleven må kunne reflektere over sine faglige erfaringer, slik at han kan undersøke ulike metoder og begrep. Eleven må gjøre det faglige innholdet til sitt eget.

Carpenter og Lehrer sine kjennetegn på forståelse i matematikk bygger på sosialkonstruktivismen. Der beskriver Paul Cobb to ulike innfallsvinkler til hvordan en elev lærer; læring som deltagelse og læring som tilegnelse (Skott et. al., 2008).

2.3 Lærerkunnskaper

Forskning viser at det ofte er læreren som er den faktoren som har størst betydning for elevens læringsutbytte, og at lærerens kunnskaper i matematikk har en positiv innflytelse på elevenes læringsutbytte (Fauskanger, Mosvold & Bjuland, 2010). Hva slags kunnskaper trenger lærere som skal undervise i matematikk? I følge nasjonale retningslinjer for grunnskolelærerutdanningen 5.-10.trinn (Kunnskapsdepartementet, 2010) skal lærerstudentene utvikle undervisningskunnskap i matematikkfaget. Det vil si at en som matematikklærer skal ha god forståelse for den matematikken elevene skal lære, samt kunnskaper om hvordan elevene lærer. Som matematikklærer må en evne å se matematikken fra elevens perspektiv slik at en kan tilpasse og tilrettelegge matematikkundervisningen.

Den amerikanske forskeren Shulman (siteret i Fauskanger et. al, 2010, s. 35) har gjennom sine studier vist at god undervisning handler om mer enn at læreren kan sitt fag. Hans teori går ut på at en matematikklærer må kunne faget på en annen måte enn en som ikke skal undervise i matematikk. Som matematikklærer må en ha gode fagkunnskaper, men også forståelse for hvordan undervisning bør organiseres og tilrettelegges. Dette kalte Shulman for «pedagogical content knowlegde» som Fauskanger et.al (2010) har oversatt med fagdidaktisk kunnskap.

I artikkelen «Content knowledge for mathematical teaching: What makes it special?» har Ball, Thames og Phelps (2008) videreutviklet Shulmans teori. Her beskriver de ulike typer kunnskaper en som lærer må ha. God undervisning handler om mer enn at læreren skal kunne faget sitt. I tillegg må han ha kunnskaper knyttet til undervisning i faget (Ball, Thames og Phelps, 2008). For å ha undervisningskunnskap i matematikk, må læreren både ha fagkunnskaper og fagdidaktiske kunnskaper.

Å ha fagkunnskaper vil si å ha kunnskaper om fakta og begrep innenfor et bestemt område. Fagdidaktiske kunnskaper vil si at lærere må kunne finne frem gode eksempler og forklaringer som kan støtte elevenes tilegnelse av nytt stoff. Lærere må legge til rette for at elevene tilegner seg matematikk ut fra sine egne forutsetninger. I forhold til min oppgave vil jeg se nærmere på noen av de fagdidaktiske kunnskapene lærer må ha for å undervise, samt noen av

de fagkunnskapene en må besitte. Ball et al. (2008) beskriver de ulike kunnskapene i en modell.



Figur 1: Viser lærernes undervisningskunnskap i matematikk, presentert i Ball, Thames og Phelps (2008) artikkel «Content knowledge for teaching: What makes it special?».

Fagkunnskaper kan deles inn i tre typer (Fauskanger et al., 2010)

Allmenn fagkunnskaper	Innebærer å ha matematisk kunnskap som vi forventer at et velutdannet, voksent menneske har. Dette er kunnskap som blir brukt i undervisningsarbeidet.
Matematiske horisontkunnskap	Består av evnene til å se de store sammenhengene i den matematiske kunnskapen. Også det å ha kunnskap om hvordan matematiske emner som er inkludert i læreplanen er relatert til hverandre.
Spesialisert fagkunnskap	Innebærer en dypere matematisk kunnskap enn det som er forventet av en vanlig person. Å vurdere gyldigheten av ulike løsningsmetoder og forstå hvorfor de ulike algoritmer fungerer, kommer inn her. Her kreves ingen forståelse for elever eller undervisning, men en utvidet kunnskap om matematikk.

Det å ha fagdidaktiske kunnskaper vil si at læreren har kunnskaper om hvordan en presenterer faglig kunnskap, samt hvordan elever tilegner seg denne kunnskapen (Ball et al., 2008). Denne er også delt inn i tre typer (Fauskanger et al., 2010).

Kunnskaper om faglig innhold og elever	Dette innebærer kompetanse til å oppdage misoppfatninger hos elevene samt det å vite hva elevene har tenkt når de løser en oppgave.
Kunnskaper om faglig innhold og undervisning	Her handler det om kunnskap og hvordan en bør legge opp undervisningen for at elevene skal tilegne seg stoffet. Her må lærer kunne presentere det faglige stoffet konkret nok ut fra elevenes forutsetninger, gjerne ved hjelp av eksempler og forklaringer som elevene kan relatere seg til. En må altså kunne kombinere det å undervise og det å kunne matematikk.
Læreplankunnskap	Her handler det om å ha kunnskaper til å fortolke læreplanen, samt det å gjøre læringsmålene konkrete nok for undervisning

2.4 Konkretiseringsmateriell

Konkretiseringsmateriell i matematikk er fysiske gjenstander som brukes som representasjoner for å støtte elevers læring av begreper og regneoperasjoner (Hinna et al., 2011). Bunting et al. (2009) definerer konkretiseringsmateriell for alle de fysiske gjenstandene som kan konkretisere hva det spørres etter. Matematikksenteret (u.å) beskriver konkretiseringsmateriell først og fremst som utstyr som er laget for å hjelpe elevene til å forstå nye begreper, og logikken begrepene er bygd opp rundt.

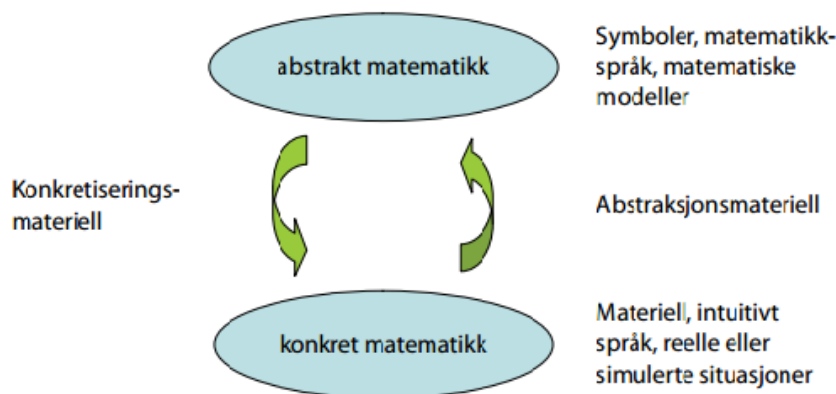
Det er vanlig å se for seg en glidende overgang fra konkrete til det abstrakte. En kan for eksempel, når en jobber med tallet 7, jobbe helt konkret med syv klosser. Man kan bruke halvkonkreter, for eksempel en tegning av syv klosser. Enda mer abstrakt er syv streker, hvor hver strek kan tenkes å symbolisere en kloss. Dette kalles for halvabstrakter. Til slutt har vi det helt abstrakte, for eksempel tallsymbolet «7» eller «VII» eller ordet «syv» (Hinna et al., 2011).

I dagligtalen betyr det å konkretisere noe at vi gjør noe mer håndgripelig. Denne betydningen er det lett å overføre til det en i matematikkundervisningen kaller for konkrete, samt å forstå konkrete som noe som nettopp skal visualisere matematikken og gjøre den konkret. En snak-

ker om konkretene som et oversettelsesledd, at en bruker konkreter til å få forståelsen av den abstrakte matematikken (Klavenes, 2010).

Som Klavenes (2010) sier så er et annet viktig poeng med bruken av konkretiseringsmateriell at elevene må få gjøre selv. Det nytter ikke om konkretiseringsmaterialet kun blir benyttet for demonstrasjon hvor lærer «gjør alt» for elevene. Ved å benytte konkreter i matematikkundervisningen hjelper en elever til å forstå begreper, symboler og strategier på et konkret nivå og gjør informasjonene mer tilgjengelig for barn og elever (Holm, 2013). En slik undervisning tydeliggjør matematiske elementer og problemer taktilt og visuelt og bidrar til å bygge grunnleggende forståelse av abstrakte symboler og ideer. Gjennom bruk av konkreter får elevene mulighet til å prøve ut og resonnerer seg frem til bruk av ulike strategier som kan benyttes for løsning av matematikkoppgaver (Holm, 2013).

Arbeid med konkreter fremmer meningsfull læring dersom det utføres samtidig med tenkning og resonnering knyttet til kjente oppgaver fra dagliglivet (Holm, 2013). Utdanningsdirektoratet (u.å.) fremhever at konkretiseringsmaterialet i seg selv ikke fører til utvikling og læring. Det er tenkningen, samtalene og handlingene som blir utløst gjennom variert bruk av materialet som gir læring. Det kan være en utfordring å få elevene til å se koblingene mellom konkreter og matematiske symbol.



Figur 2 viser en modell over materiell som kan brukes som bindeledd mellom en konkret og en abstrakt forståelse av matematikk. Modellen er presentert i Klavenes (2010) sin artikkelen «konkretiseringsmateriell og abstraksjonsmateriell» i Tangenten.

I modellen over referer konkretiseringsmateriell til en illustrasjon for abstrakt matematikk. Materiell som er ment for den motsatte prosessen, altså det å bruke materiell for å trekke ut

matematikken, kalles for abstraksjonsmaterieell i modellen over. Samme materieell kan virke som både konkretiseringsmaterieell og abstraksjonsmaterieell.

Per Frostad (1995) skriver at når lærere ser på konkretiseringsmaterieell, så ser de «begrepene gjennom konkretene, konkretene blir transparente. To fulle ti-rader og tre enkle brikker på et hundre-brett er for oss ikke bare en samling brikker på et brett, de er konkretiserings av en ide, sammenhengen mellom brikker (den konkrete verden) og tallsystemet (den matematiske verden) trer tydelig frem». Han stiller det viktige spørsmålet, om dette også er tilfellet for elevene? Han besvarer spørsmålet både gjennom en empirisk og teoretisk belyningsramme.

Det er blitt forsket mye på hvilke effekt konkretisering har i matematikk. Resultatene har vært noe vanskelig å tolke. Noen forsker (Resnick & Omanson, 1987: Fusion & Briars, 1990: Labonowicz, 1985, sitert i Frostad, 1995) finner god effekt av konkretene, andre ikke. En forklaring på de sprikende forskningsresultatene er at de ulike forskerne ikke måler det sammen.

2.5 RME - Realistisk matematikk undervisning

Matematikdidaktikeren Hans Freudenthal har blant annet opprettet en skolen som fikk navnet Freudenthal Instituttet etter hans død. Denne skolen har en unik fagdidaktisk retning kalt realistisk matematikkundervisning. Retningen tar utgangspunkt i at elever blir gitt scenarier som er hentet fra virkeligheten, istedenfor å arbeide med matematiske oppgaver i lærebøker. Scott et al. (2009) viser et eksempel på dette hvor elevene skal planlegge et foreldremøte. I eksempelet skal elevene beregne hvor mange bord og stoler det er brukt for på møte. Selv om scenarioet er oppdiktet, så er det realistisk nok til elevene kan bruke sine erfaringer fra virkeligheten til å løse problemet på. Situasjonene trenger ikke være så realistisk som i eksempelet nevnt over, poenget er at elevene skal kunne forestille seg det. Innen realistisk matematikk skapes problem utfra dagligdagse situasjoner og erfaringer, og ikke fra abstrakte matematiske regler.

Guided reinvention er betegnelse for den «prosessen hvor elever utvikler metoder og begreper ved fortsatte mattematiseringer, under veiledning, av et fenomen fra vår virkelige verden» (Skott et al., 2008, s. 406). Elever skal støttes til å selv gjenoppfinne måter å symbolisere matematikken på. Elevene skal ikke oppdage en ferdig matematikk, men selv oppdage den. Elever skal ikke få et ferdig konkretiseringsmaterieell, men lage det selv. Dette fordi den matematiske forståelsen ikke *er* i materiellet, klar til å bli oppdaget av elevene. Elevene må lage matematikken selv. Innen *guided reinvention* har ikke konkretiseringsmateriellet matematikken i

seg, men gjennom veiledning kan elevene lage matematikken selv ved å gjenoppdage den (Skott et al., 2008).

I kontrast til *guided reinvention* står *guided discovery* hvor elevene jobber med konkretiseringsmaterialet for å få frem de matematiske ideene som er i materialet. Et slikt syn på konkretiseringsmaterieell forutsetter at man kan matematikken, før man får øye på den i materialet (Skott et al., 2008).

2.6 Motivasjon og forventning om mestring

«Motivasjon er det som forårsaker aktivitet hos et individ, vedlikeholder denne aktiviteten og gir den mål og mening» sier Gunn Imsen (2012, s. 375). I motivasjonspsykologien skilles det ofte mellom indre og ytre motivasjon. Den indre motivasjonen, egenmotivasjonen, handler om interessen for en aktivitet og oppstår når aktiviteten er et mål i seg selv. Aktiviteten vekker nysgjerrighet og skaper glede hos individet. Indre motiverte elever synes at aktiviteten i seg selv er en belønning, og er ikke avhengig av konstant oppmuntring fra læreren. Ytre motivasjon handler om noe som ligger utenfor selve aktiviteten. Her blir motivasjonen styrt av en ytre belønning, som for eksempel ros og karakterer, og ikke av aktiviteten i seg selv. Ytre motiverte elever er avhengige av at læreren finner metoder som oppmuntrer og på denne måten virker motiverende for eleven til å nå målet. Skillet mellom indre og ytre motivasjon er ikke absolutt eller to ytterpunkter. Den indre motivasjonen har ofte forekommet som et resultat av tidligere ytre motivasjon (Manger, Lillejord, Nordahl & Helland, 2012, s. 280-281).

Albert Banduras sosial-kognitive teori om forventning om mestring tar hensyn til både forventninger om å nå et mål og verdien av å nå dette målet. En elev kan ha høye forventninger om å mestre en oppgave, uten å oppleve resultatet som betydningsfullt. Motsatt kan en elev oppleve det som svært verdifullt å klare en oppgave, men har manglende tro på å mestre oppgaven. I begge disse tilfellene reduseres innsatsen og motivasjonen for denne og lignende oppgaver. I følge Bandura vil elevens forventning om hvor godt han eller hun vil klare oppgaven, være avgjørende for motivasjonen. Forventning om å mestre er elevens oppfatning av sin personlige kompetanse når eleven stilles ovenfor en bestemt oppgave (Manger et al., 2012).

En elevs forventning om mestring og attribusjon påvirker hverandre gjensidig. Hvis suksess attribueres til indre kontrollerbare årsaker, som evner eller innsats, øker forventningen om mestring. Hvis suksess attribueres til ytre forhold, som flaks eller andre personers hjelp, vil ikke forventning om fremtidig mestring styrkes. På samme måte påvirkes forventning om

mestring elevens attribusjon. Elever med høy forventning om mestring attribuerer ofte mangel på mestring til mangel på innsats. Dette gir dem motivasjon til å prøve på ny. Elever med lav forventning om mestring tolker ofte nederlag som mangel på evner, noe som reduseres motivasjonen for å gjøre nye forsøk (Manger et al., 2012, s, 298).

3.0 Metode

I denne delen ønsker jeg å gi en beskrivelse av metoden jeg har brukt for å få svar på problemstillingen. Metode defineres som en fremgangsmåte for å frembringe kunnskap eller etterprøve påstander som fremsettes med krav om å være sanne, gyldige eller holdbare (Dalland, 2010). Problemstillingen har styrt en del av forskningsprosessen og har vært avgjørende for hvilke metode jeg valgte å benytte. Metoden er valgt utfra grunnlaget om at den vil gi god data til å belyse problemstillingen. Jeg valgte å gjennomføre varierte undervisningsopplegg for å få et konkret datamateriell som gav et godt sammenligningsgrunnlag for å drøfte læringsutbyttet ved bruken av konkretiseringsmaterieell. Som forskningsmetode har jeg brukt aksjonslæring, som innebærer at en forsker på egen praksis.

3.1 Beskrivelse av valgt metode

Jeg valgte å benytte en kvantitativ metode for innsamling av data. Jeg valgte å gjennomføre varierte undervisningsopplegg med og uten bruk av konkretiseringsmaterieell for å få et konkret datamateriell som gav et godt sammenligningsgrunnlag for å drøfte læringsutbyttet ved bruken av konkretiseringsmaterieell. For å få et empirisk sammenligningsgrunnlag ble en klasse delt i to og den ene klassen fikk undervisning med konkretiseringsmaterieell, mens den andre fikk uten. Dette ble fulgt opp av en pre- og posttest i begge gruppene. Jeg valgte å gjøre det slik da formål var å teste forskjeller i læringsutbyttet mellom de to elevgruppene. Som forskningsmetode har jeg brukt aksjonslæring, som innebærer at en forsker på egen praksis.

3.2 Utvalg

Utvalget bestod av en tiende klasse som var delt i to adskilte grupper gjennom hele praksisperioden. Denne inndelingen var gunstig for mitt fokus som lærerforsker og gav mulighet til å gjennomføre varierte undervisningsopplegg i begge gruppene. Utvalget er best mulig representativt for populasjonen selv om det ikke ble valgt på bakgrunn av randomisering, som innebærer at det er trukket på en tilfeldig måte (Christoffersen og Johannessen, 2012). Det at det var kontaktlærer som delte klassen kan ha påvirket påliteligheten i forhold til utvalget. Hvis utvalget hadde blitt trukket på en helt tilfeldig måte ville kanskje påliteligheten ha blitt bedre.

3.3 Metodekritiske betraktninger

Hver enkelt metode har sine sterke og svake sider. Det er viktig at man er bevisst både fordele og ulemper med den metoden man velger. Dette er nødvendig for å oppnå best mulig resultat på undersøkelsen. Jeg valgte å benytte meg av en kvantitativ metode for innsamling av data hvor det ble gjennomføre varierte undervisningsopplegg med og uten bruk av konkretise-

ringsmateriell. Jeg valgte å gjøre det slik da formålet var å teste forskjeller i læringsutbyttet mellom to testgrupper. I ettertid ser jeg at et intervju kunne vært med å belyst problemstillingen enda bedre og kunne styrket oppgavens validitet.

3.4 Kvantitativ og deduktiv forståelse

Jeg valgte å benytte meg av en kvantitativ metode for innsamling av data. En kvantitativ metode blir beskrevet som en deduktiv tilnærming og er mer lukket i den forstand at det er forskeren som definerer hva som er interessant å få vite noe om. Dette står i motsetning til den induktive tilnærmingen som er åpen for hva praksis vil bidra med (Postholm & Jacobsen, 2011). Valget falt på å gjennomføre varierte undervisningsopplegg med og uten bruk av konkretiseringsmateriell. For å få et empirisk sammenligningsgrunnlag ble en klassen delt i to og den ene klassen fikk undervisning med konkretiseringsmateriell, mens den andre fikk uten. Dette ble fulgt opp av en pre- og posttest i begge gruppene. Jeg valgte å gjøre det slik da formålet var å teste forskjeller i læringsutbyttet mellom de to elevgruppene.

Det som kjennetegner kvantitative metoder, er at dataene foreligger som tall som kan telles. Dataene analyseres da statistisk (Christoffersen og Johannessen, 2012). Ved bruk av en kvalitativ tilnærming vil datainnsamlingen være begrenset, i og med at det er ressurskrevende, og kan fort bli uoversiktlig dersom omfanget blir for stort (Postholm og Jacobsen, 2011).

I kvantitativ metode har man forhåndsbestemte variabler som man henter informasjon om. Dette uttrykkes i tallform om man ønsker å se mønster i datamaterialet (Hellevik, 1999). Felles for kvantitative metoder er at datagrunnlaget i undersøkelsen kan klassifiseres og måles (Gall, Gall & Borg, 2007).

Deskriptiv analyse handler om å strukturere datamaterialet, noe som innebærer å kategorisere materiale som hører sammen, for seg. Denne delen av analyseprosessen foregår etter at datamaterialet er samlet inn og når det foreligger som skriftlig tekst. Den deskriptive analysemetoden går ut på å kode og kategorisere materialet (Postholm og Jacobsen, 2011).

Deskriptiv forskning regnes som det mest grunnleggende designet innenfor kvantitativ metode. Et overordnet mål med utdanningsvitenskapelig forskning er å se årsakssammenhenger i og å teste ut undervisningsmetoder og læringsprogram (Gall, Gall & Borg, 2007).

Ut fra problemstillingen ble det utarbeidet en hypotese i forkant av undersøkelsen. Jeg hadde en hypotese om at riktig bruk av konkretiseringsmateriale i matematikkundervisningen ville bidra med å gi elever et økt læringsutbytte. Jeg trodde også at det ville være med på å gi ele-

ver en relasjonell forståelse av ulike emner innen matematikk. Jeg gikk derfor inn i forskningen med en deduktiv tilnærming.

En deduktiv tilnærming til praksis innebærer at forskeren har utarbeidet et sett av hypoteser som i sin ytterste form ikke endrer seg i løpet av forskningsarbeidet. Forskeren nærmer seg praksis med et sett klare hypoteser og antagelser som en skal forsøke å avkrefte eller bekrefte (Christoffersen og Johannessen, 2012).

Det blir stilt stadig sterkere krav til den enkelte lærer om å vektlegge en form for systematisk læring. For at informasjon om undervisning skal kunne samles inn systematisk, må en som lærer beherske ulike strategier for å innhente denne informasjonen. Som lærer må en ha et forskende blikk på egen praksis, en må med andre ord ha en endrings- og utviklingskompetanse som en del av sin profesjonalitet. For å samle inn data falt valgte på utprøving av undervisningsopplegg i praksis som metode. Læring med utgangspunkt i aktiviteter i klasserommet blir kalt aksjonslæring (Postholm & Jacobsen, 2011, s.19).

3.5 Reliabilitet og validitet

Reliabilitet, eller pålitelighet, knytter seg til nøyaktigheten av undersøkelsens data; hvilke data som brukes, den måten de samles inn på og hvordan de bearbeides (Christoffersen og Johannessen, 2012, s. 23). Reliabilitet går ut på om en kan stole på at forskerne har gjort et godt arbeid i forbindelse med undersøkelsen (Postholm og Jacobsen, 2011). Med reliabilitet siktes det altså til hvor pålitelige målingene er. En høy reliabilitet er en forutsetning for høy validitet (Halvorsen, 2008). Reliabilitet er ikke noe som kan garanteres 100%. Det eneste lærerforskeren kan gjøre, er å reflektere over hvilke problemer som kan være knyttet til forskningen (Postholm og Jacobsen, 2001).

Mulige feilkilder i forskningsarbeid er at oppgavene i før- og etter-testen kan ha blitt utformet slik at de treffer elever med instrumentell forståelse bedre enn de med relasjonell forståelse. Jeg ser i ettertid at jeg burde hatt flere oppgaver som får frem om eleven har en relasjonell forståelse av emnet. Utformingen av oppgavene i testene kan ha svekket påliteligheten av undersøkelsens datamateriell. Om oppgavene på før- og etter-testen hadde vært utformet annerledes så hadde kanskje resultatet blitt annerledes.

Min rolle som lærerforsker kan ha påvirket påliteligheten ved at jeg som utenforstående kommer inn og gir elevene en før og etter-test. Det at jeg ikke har de samme relasjonene til elevene som kontaktlæreren kan medføre at elevene ikke yter den samme innsatsen som de ville gjort ovenfor kontaktlæreren. På en annen siden kan det ha vært en fordel at jeg som

utenforstående utformet testene da faglærer, bevisst eller ubevisst, kunne gitt oppgaver som enkelte elever ville klart bedre enn andre.

Det at test- og kontrollgruppen ikke ble utvalgt på bakgrunn av randomisering vil også kunne være en faktor for datamaterialets manglende pålitelighet. Kontaktlæreren fordelte etter beste skjønn klassen elever inn i to like grupper slik at alle faglige nivåene var representert på best mulig måte i begge elevgruppene. På denne måten fikk jeg et legitimert sammenligningsgrunnlag og dermed et godt utgangspunkt for min empiriske forskningsmetode. I virkeligheten vil aldri sammenligningsgrunnlaget bli så likt som mitt, fordi klasser ikke blir delt inn etter hvilket nivå de er på. Om en elev har relasjonell eller instrumentell forståelse i matematikk vil for eksempel aldri være en faktor som påvirker inndelingen av klasser.

Data er representasjoner av virkeligheten og et spørsmål er hvor relevant representerer fenomenet. Validitet må ikke oppfattes som noe absolutt, men som et kvalitetskrav som kan være tilnærmet oppfylt. (Christoffersen og Johannessen, 2012, s. 24). Validitet går ut på om en har dekning for sine fortolkninger av funn og resultater (Postholm og Jacobsen, 2011).

Begrepet validitet kan gjengis med gyldighet eller relevans. Det refererer til tre forhold; målevaliditet, generaliserbarhet og kausal validitet. Med målevaliditet menes hvor godt de valgte indikatorene måler hva de er ment å måle. Generaliserbarhet, også kalt ekstern validitet, henpeiler på om funn i den aktuelle studien også er relevant for personer, steder eller begivenheter som ikke er undersøkt. Kausal validitet vil si om påstander om årsaks-virkningsforhold er holdbar (Halvorsen, 2008). At dataene er valide, vil si at de er relevant for problemstillingen.

Opgavens målevaliditet kan være svekket grunnet oppgavens utforming i før- og etter-testen. Hensikten med testene var å måle elevenes læringsutbyttet. Oppgavene kan ha vært utformet slik at det treffer elever med instrumentell forståelse. Det vil si at oppgavene kan ha vært utformet slik at testen ikke måler de elevene som besitter relasjonell forståelse. På denne måten svekkes oppgavens målevaliditet. Som Halvorsen (2008) sier handler målevaliditet om hvor godt de valgte indikatorene måler hva de er ment å måle. I oppgaven kan det stilles spørsmål ved om oppgavene i før- og etter-testen måler det de skal måle.

Det er vanlig å skille mellom indre og ytre validitet. Indre validitet handler om en med dekning kan si at noe henger sammen som årsak og virkning. Den ytre gyldighet viser til hvorvidt vi kan generalisere funn til en gruppe som vi ikke har utforsket. I prinsippet kan vi generalisere fra et utvalg til en populasjon hvis vi har trukket utvalget på en tilfeldig måte (Postholm og Jacobsen, 2011).

Jeg har fått innsikt i virkningen av undervisningsopplegget som ble gjennomførte, men jeg har ikke mulighet til å si noe om årsaken til den virkningen da jeg ikke har objektive data som kan avkrefte eller bekrefte resultatene. I så fall burde jeg ha brukt intervju for å finne årsakene til at resultatene ble som dem ble.

For å kunne generalisere funnene trengs det informasjon fra et antall av en viss størrelse i ett representativt utvalg. Grunnet oppgavens størrelse hadde jeg bare mulighet til å gjennomføre undervisningsopplegg i en klasse. Disse resultatene vil ikke være nok til å si at funnene kan generaliseres. Dataene er ikke ment til å skulle generalisere læringseffekten ved bruk av konkretiseringsmateriell, men de kan gi visse indikasjoner på hvordan bruk av dette læringsstrategiske virkemiddelet kan påvirke elevenes læringsutbyttet og forståelse av matematikk.

3.6 Aksjonslæring

Aksjonslæring innebærer å forske på egen praksis og kan defineres som «en kontinuerlig lærings- og refleksjonsprosess støttet av kollegaer der intensjonen er å få gjort noe» (Postholm og Jacobsen, 2011, s.19). I følge Revans (sitert i Postholm og Jacobsen, 2011, s.20) handler aksjonslæring om å se like mye fremover som å se bakover. Refleksjon er ifølge han det å stille spørsmål rettet mot egen praksis, for så å videre se for seg muligheter for endring og utvikling.

3.7 Forskningsetikk

Forskningsetikk gir føringer for hvordan en som forsker skal opptre riktig ovenfor deltakerne i prosjektet, gjennom alle ledd i prosessen (Postholm og Jacobsen). Ut ifra de etiske retningslinjene leverte jeg et informasjonsbrev til rektor ved praksisskolen i forkant av undersøkelsen der jeg informerte om undersøkelsen jeg planla (se vedlegg 1). Jeg fikk tilbakemelding med tillatelse til å gjennomføre undersøkelsen blant elever på skolen. Jeg sendte også ut informasjonsbrev til alle foresatte til de aktuelle elevene (se vedlegg 2). Her ble det lagt stor vekt på at det var frivillig om en ønsket at barnet deres skulle delta i undersøkelsen, og at de ville bli fremstilt som anonyme i oppgaven.

4.0 Innsamling og presentasjon av data

I denne delen av oppgaven presenteres det empiriske datamaterialet fra undersøkelsen. Resultatene presenteres i to tabeller for å få en oversikt, og utfra resultatene i tabellene er det laget ulike diagram. Det er utarbeidet en tabell for testgruppen, og en for kontrollgruppen. Resultatene fra tabellene presenteres i ulike diagram, et diagram for testgruppens resultater, et for kontrollgruppens og et diagram hvor gruppens resultater sammenlignes.

Elever som er markert med gult i tabellene er enkeltelever jeg ønsker å sammenligne i forhold til før- og etter-testen, gjennom å analysere og drøfte resultatene deres i drøftingsdelen. Videre blir testgruppen sammenlignet opp mot kontrollgruppen. Testgruppen som hadde undervisning med konkretiseringsmateriell hadde en fremgang på 3 %, mens kontrollgruppen som fikk undervisning uten konkretiseringsmateriell hadde en fremgang på 18 %. Dette er interessante funn som jeg ønsker å drøfte videre.

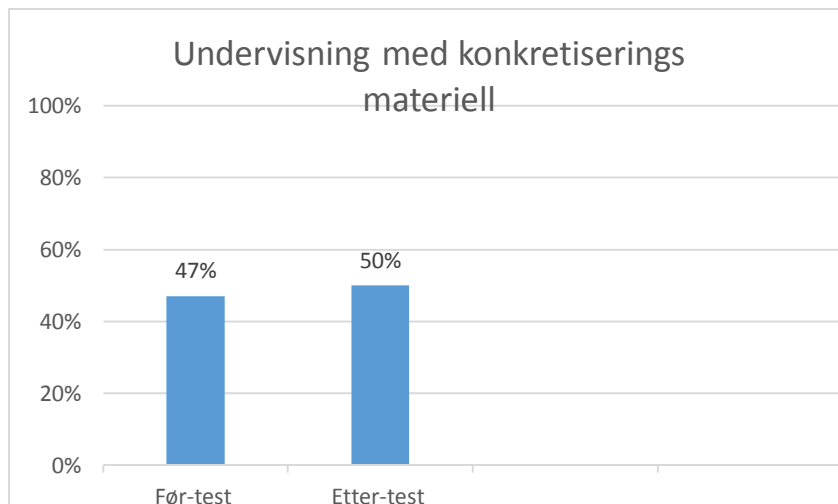
4.1 Resultater

4.1.1 Resultater testgruppen

Før-test med konkretiseringsmateriell		Etter-test med konkretiseringsmateriell	
Navn	Poengscore	Navn	Poengscore
Arne	1/10		0/10
Anne	3/10		9/10
Bjarte	2/10		3/10
Camilla	10/10		6/10
Daniella	2/10		5/10
Elin	2/10		2/10
Christer	1/10		2/10
Fiona	7/10		
Daniel	9/10		9/10
Gunnhild	5/10		
Hilde	8/10		6/10
Fredrik	9/10		8/10
Totalt poeng som en gruppe			
12 elever: 59/120		10 elever: 50/100	
10 elever: 47/100 poeng. 47%		10 elever: 50/100 poeng. 50 %	
Fremgang som gruppe: totalt 3 poeng og en økning på 3%			

Figur 3: Tabellen viser resultatene av før- og etter-testen i den gruppen som fikk undervisning ved bruk av konkretiseringsmateriell og ulike representasjonsformer.

Tabellen i figur 3 viser resultatene av før- og etter-testen som ble gjennomført i testgruppen. Tabellen viser hvor mange poeng hver enkelt elev i gruppen har fått på henholdsvis før-testen og etter-testen. Utfra tabellen ser vi at elevene Anne og Camilla har hatt hver sin utvikling som kan være interessant å se nærmere på. Deres resultater vil bli analysert og drøftet i kapittel 5.



Figur 4: Stolpediagrammet viser fremgangen til den gruppen som fikk undervisning med konkretiseringsmateriell.

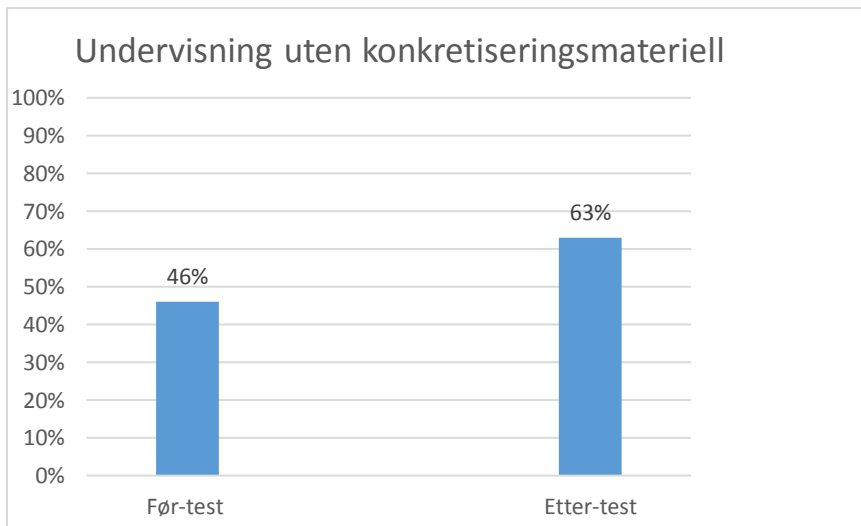
Stolpediagrammet i figur 4 viser fremgangen til testgruppen, det vil si den gruppen som fikk undervisning med konkretiseringsmateriell. Ser vi på diagrammet kan vi se at testgruppen hadde en fremgang som gruppe på 3%.

4.1.2 Resultater kontrollgruppen

Før-test uten konkretiseringsmateriell		Etter-test uten konkretiseringsmateriell	
Navn	Poengscore		Poengscore
Geir	4/10		
Ingunn	2/10		
Janne	5/10		8/10
Kristine	5/10		9/10
Henrik	4/10		3/10
Lise	1/10		2/10
Ivar	2/10		6/10
Jesper	5/10		6/10
Merethe	6/10		9/10
Nina	4/10		4/10
Knut	9/10		10/10
Miriam	2/10		2/10
Totalt poeng som en gruppe:			
11 elever: 47/110		10 elever: 59/100	
9 elever: 41/90 poeng. 46 %		9 elever: 57/90 poeng. 63 %	
Fremgang som gruppe: Totalt 16 poeng og en økning på 18 %			

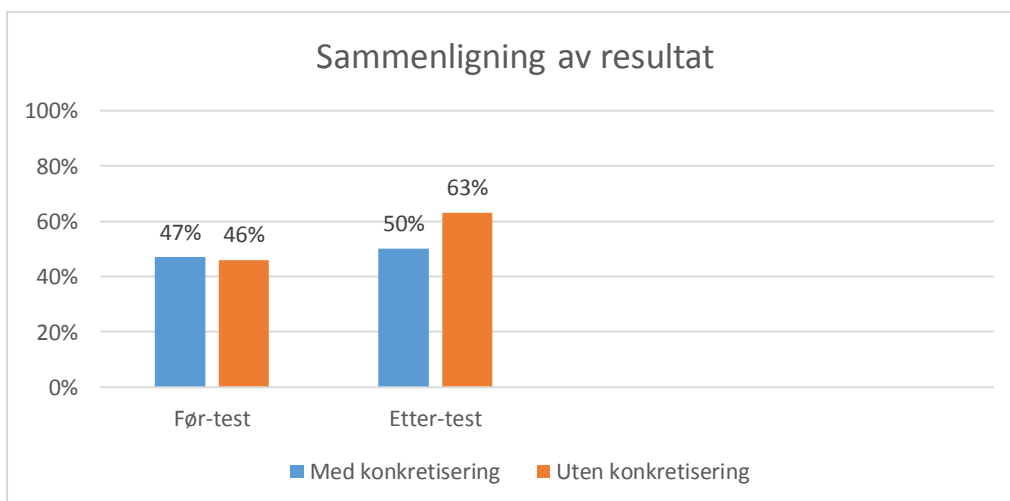
Figur 5: Tabellen viser resultatene av før- og etter-testen i den gruppen som fikk undervisning uten bruk av konkretiseringsmateriell og ulike representasjonsformer.

Tabellen i figur 5 viser resultatene av før- og etter-testen som ble gjennomført i kontrollgruppen. Tabellen viser hvor mange poeng hver enkelt elev i gruppen har fått på henholdsvis før-testen og etter-testen. Ut fra tabellen ser vi at Janne, Kristine, Ivar og Merethe er elevene som har hatt størst utvikling i gruppen. Dette kan være interessant å se nærmere på, og deres resultater vil bli analysert og drøftet i kapittel 5.



Figur 6: Stolpediagrammet viser fremgangen til den gruppen som fikk undervisning uten konkretiseringsmateriell.

Stolpediagrammet i figur 6 viser utviklingen til kontrollgruppen, det vil si den gruppen som fikk undervisning uten bruk av konkretiseringsmateriell. Ser vi på diagrammet kan vi se at kontrollgruppen hadde en fremgang på 18 %. Dette er en betydelig fremgang sammenlignet med testgruppen. Hvorfor dette er tilfellet vil jeg komme tilbake til i kapittel 5 hvor jeg vil se på ulike faktorer som kan forklare resultatene.



Figur 7: Stolpediagrammet viser en sammenligning av resultatene i kontrollgruppen og testgruppen.

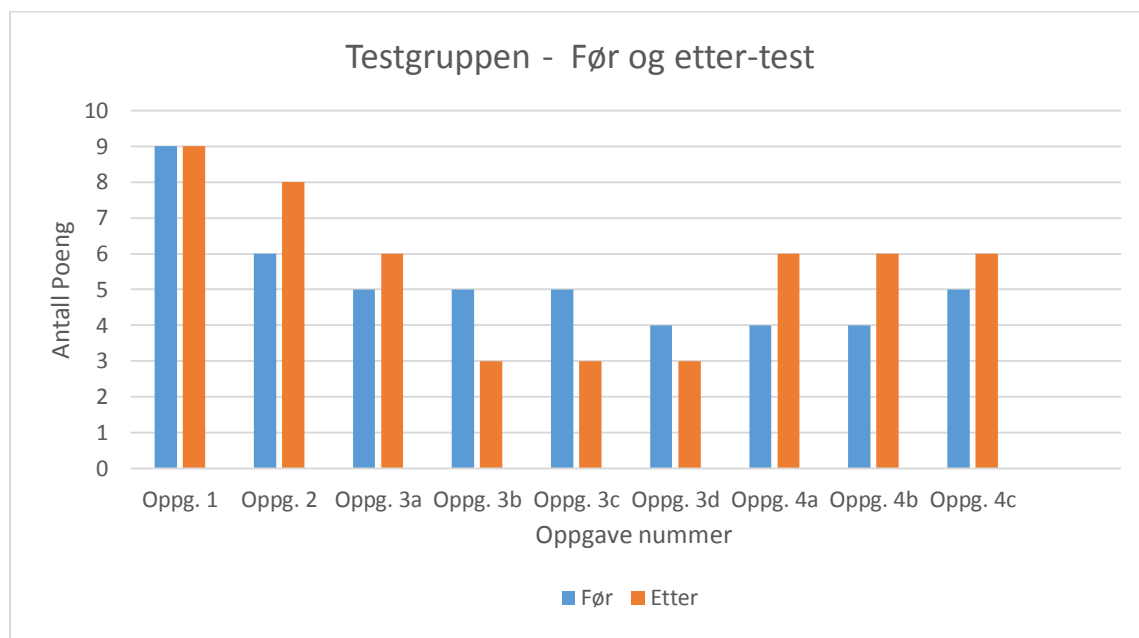
Stolpediagrammet i figur 7 viser en sammenligning av resultatene i kontrollgruppen og testgruppen. Ser vi på diagrammet i figur 7 kan vi se at både kontrollgruppen og testgruppen hadde nesten helt likt resultat på før-testen, henholdsvis 47% og 46%. Diagrammet viser videre at det er kontrollgruppen som har størst fremgang og hvorfor dette er tilfellet vil jeg komme tilbake til i kapittel 5.

4.2 Før- og etter-testen

Begge gruppene hadde en test før og etter gjennomføring av undervisning (se vedlegg 3 og 4). Testene har identiske oppgaver, eneste forskjellene er at tallene i oppgavene er ulike. Jeg valgte å gjøre det slik for å måle eventuell utvikling utfra samme grunnlag. Besvarelser med korrekt svar gav ett poeng på hver oppgaven, bortsett fra den første oppgaven hvor en kunne oppnå to poeng. En mulig feilkilde ved slik retting er at elevene kan ha vært inne på rett svar uten å få korrekt svar, og dermed mistet poeng. Jeg valgte å rette på denne måten grunnet oppgavens utforming som gjorde det problematisk å gi delpoeng. Denne måten å rette på vil også gi en bedre presentasjon av data.

Etter at alle oppgavene var rettet ble resultatene samlet i tabeller. Jeg har laget et diagram til hver av gruppene hvor jeg ser på utviklingen på hver enkelt oppgave i før- og etter-testen.

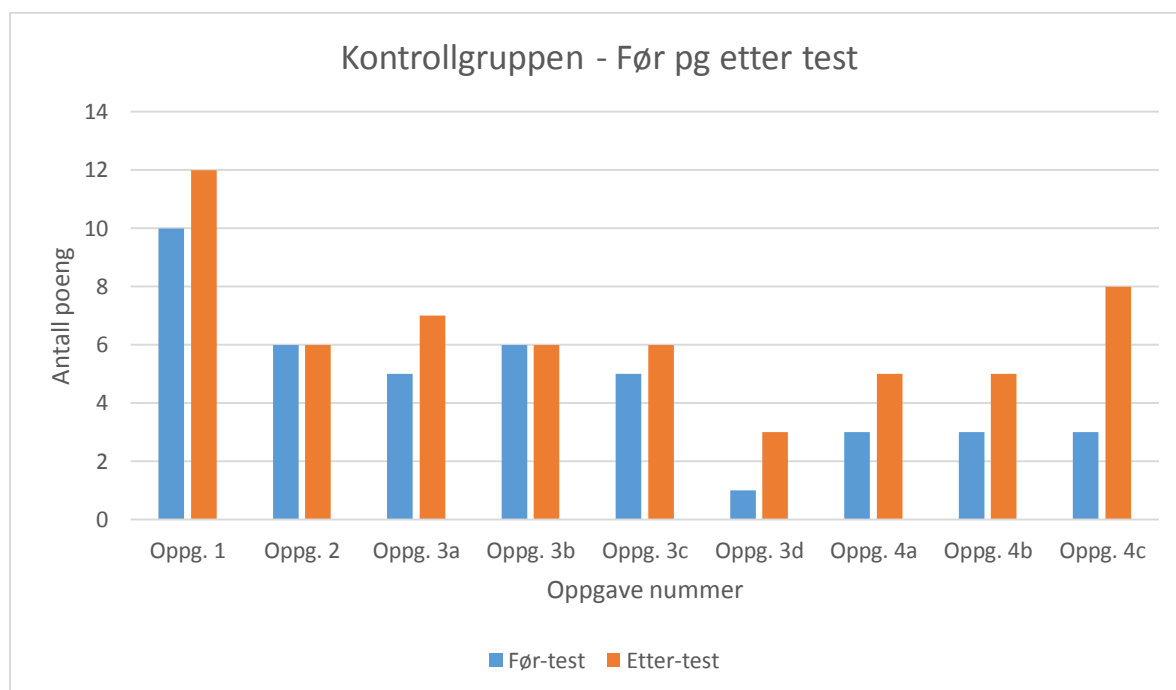
4.2.1 Testgruppen



Figur 8 viser utvikling på hver enkelt oppgave i før- og etter testen for testgruppen.

Diagrammet i figur 8 viser antall poeng blant de ti elevene i testgruppen som deltok på de ni oppgavene som var i før- og etter-testen. Ser en på hver enkelt oppgave separat kan vi se at det er på oppgave 2, 3a, 4a, 4b og 4c at elevene i testgruppen har hatt størst fremgang. Dette er oppgaver som handler om divisjon med 10, 100 og 1000. Videre kan vi se at på oppgave 3b, 3c og 3d hadde elevene i testgruppen en tilbakegang. Dette er oppgaver som handler om divisjon med små tall.

4.2.2 Kontrollgruppen



Figur 9 viser utvikling på hver enkelt oppgave i før- og etter testen i kontrollgruppen.

Diagrammet i figur 9 viser antall poeng blant de ti elevene i kontrollgruppen som deltok på de ni oppgavene som var i før- og etter-testen. Ser en også her på hver enkelt oppgave separat kan vi se at det er fremgang på alle oppgavene, bortsett fra oppgave 2 og 3b hvor antall poeng var likt i både før- og etter-testen.

4.3 Gjennomføring av undersøkelsen

Ut fra problemstillingen valgte jeg å gjennomføre varierte undervisningsopplegg i praksisperioden slik at jeg kunne få et empirisk sammenligningsgrunnlag mellom de to gruppene. Dette ble gjennomført i en tiende-klasse som skulle være delt i to gjennom hele perioden. Klassen

ble ikke delt etter faglig nivå. Begge gruppene var så like som mulig i forhold til kjønn og varierende faglig nivå. Undervisningsopplegget ble gjennomført over en periode på en uke hvor gruppene hadde fire undervisningstimer. Det ble gjennomført en før-test i den første timen og en etter-test uken etter.

Jeg valgte å gjøre det slik fordi elevene skulle få mulighet til å prosessere informasjon fra langtidsminnet, samtidig som det ikke måtte gå for lang tid mellom undervisningen og etter-testen. Innen kognitiv psykologi kalles dette informasjonsprosessering. I vid forstand kan sansing betraktes som inntak av informasjon, hukommelse handler om hvordan informasjon bevares og gjenkalles, mens tenkning og problemløsning dreier seg om hvordan informasjon kan bearbeides og nyttiggjøres i nye situasjoner (Snl, u.å.).

4.3.1 Undervisningsopplegget

Utvalget skulle jobbet med et repetisjonskapitel i forskningsperioden og da undersøkelsen ble gjennomført var fokuset på multiplikasjon og divisjon med 10, 100, 1000 og med små tall. Dette ble utgangspunktet for undervisningsoppleggene, samt fokuset i før- og etter-testen (Se vedlegg 3 og 4).

I det følgende blir det gitt en beskrivelse av hva som ble gjort i de ulike øktene og hvordan oppleggene ble gjennomførte. Beskrivelsen tar utgangspunkt i den gruppen som fikk undervisning med konkretiseringsmiddel fordi den andre gruppen fikk akkurat det samme undervisningsopplegget, bare uten konkretisering og visualisering.

I den første økten gjennomførte begge gruppene en før-test (se vedlegg 3) som det ble avsatt 15 minutter til. Målet for økten var å multiplisere med små tall. Videre fikk gruppen oppgaven $0,1 \times 9$ som skulle løses individuelt. Elevene ble forespurt om hvor mange ulike løsningsforslag de eventuelt fant. Elevgruppen delte så i plenum hvordan de hadde løst oppgaven, etterfulgt av lærerstudent sine forslag til andre løsninger hvis elevene ikke hadde foreslått dem selv. Denne oppgaven ble tegnet på tavlen og visualisert, stykket ble skrevet som brøk og satt opp som et regnestykket.

Elevgruppen fikk en ny problemstilling, denne gangen satt inn i en kontekst som lød som følger: «Jeg har et tau som er 3,5 meter langt. Dette tauet skal deles likt mellom ti elever i klassen. Hvor lang er taubiten som hver elev får?» Elevene løste først oppgaven individuelt og delte så de ulike løsningsforslagene med klassen etterpå, etterfulgt av lærerstudenten sine forslag til løsninger hvis elevene selv ikke har foreslått dem. Stykket ble satt opp, tallene ble

gjort om til brøk og regnet ut og det ble visualisert for gruppen ved å tegne på tavlen. Oppgaven ble også konkretisert ved bruk av et tau på 3,5 meter og en taubit på 0,1 meter.

Videre samarbeidet elevene to-og-to mens de skulle undersøke om de fant en sammenheng når det var snakk om multiplikasjon med små tall. «Går det an å lage en huskeregel utfra de to oppgavene vi har jobbet med?» Elevene foreslo at så lenge en skal gange med 0,1 så kan en flytte komma en plass til venstre. Eller når en ganger med 0,1 så er det det samme som å dele på ti.

Den andre økten ble startet med å gi elevene to oppgaver på tavlen som skulle løses individuelt, etterfulgt av at elevene skulle jobbe sammen to-og-to og forklare hver sin oppgave til den andre i forhold til hvordan de valgte å løse den og hvordan de hadde tenkt. Elevgruppen fikk så en ny oppgave satt inn i en kontekst, med mulighet for å visualisere. Oppgaven lød som følger: «Jeg har 3,5 liter saft. Dette skal jeg dele i 0,5 liters glass. Hvor mange slike glass på 0,5 liter får jeg?»

Elevgruppen fikk noen minutter på å løse oppgaven individuelt for så å dele i plenum hvordan de har tenkt og løst oppgaven. Lærerstudent kom med andre løsningsforslag om ikke elevene selv allerede hadde foreslått dem. Oppgaven ble for eksempel gjort om til brøk og den ble visualisert og konkretisert ved hjelp av melkekartonger med saft og plastglass. Videre ble den satt opp som et regnestykke og regnet ut, det ble visualisert at det å dele på en halv er det samme som å gange med to, og desimaltallene ble utvidet til heltall ved å gange med ti før det ble regnet ut.

Elevgruppen fikk følgende ny oppgave; «Jeg har en planke som er 1,6 meter lang. Denne ønsker jeg å dele opp i like stykker på 0,1 meter. Hvor mange slike stykker på 0,1 meter får jeg?» Nok engang fikk elevgruppen noen minutter på å løse oppgaven individuelt etterfulgt av å dele i plenum hvordan de hadde tenkt. Lærerstudent kom med sine løsningsforslag hvor det blant annet ble visualisert og konkretisert for elevene ved hjelp av en planke på 1,6 meter og et plankestykke på 0,1 meter. Oppgaven ble regnet ut, gjort om til brøk og desimaltallene ble utvidet til heltall ved å gange med ti, for så å deles.

Avslutningsvis på denne økten samarbeidet elevene to-og-to om å prøve å finne en forklaring på hvorfor vi fikk et større svar når vi deler et tall på et lite tall. Hensikten her var et ønske om at elevene skulle få en forståelse for at svaret ble større fordi vi deler et stort tall opp i mindre enheter, noe som gjør at vi får et større antall av disse mindre enhetene.

I den tredje økten var målet å multiplisere og dividere med 10, 100, 1000 og små tall. Det ble benyttet varierte arbeidsmetoder og elevaktiviteter som metode for læring. I denne økten var begge gruppene samlet. Dette ble en øvingstime hvor ønsket var å motivere eleven gjennom varierte arbeidsmetoder og aktiviteter som var preget av læring og lek, og aktive elever. I økten ble det gjennomført staffet hvor to-og-to på hvert lag samarbeidet om å løse oppgaver. Utvalget hadde samarbeidsaktiviteten «trådleken» hvor hvert par fikk 20 spørsmål festet på lenke mellom dem og på slutten ble elevene delt inn i grupper og spilte matematikk-kahoot.

I den fjerde økten, uken etter, gjennomførte begge gruppene en etter-test (vedlegg 4). Denne ble utformet slik at den hadde de samme oppgavene som før-testen, bare at tallene var endret.

5.0 Drøfting av resultat

Etter å ha gjennomført undersøkelsene og samlet inn det empiriske datagrunnlaget, sitter jeg igjen med et par spørsmål, blant annet rundt hvilke faktorer som har påvirket resultatet. Hvorfor hadde testgruppen minst fremgang sammenlignet med kontrollgruppen? Hvordan henger lærerens undervisningskunnskap sammen med elevenes utvikling av forståelse innen matematikkfaget? Og hvilke faktorer påvirker elevenes læringsutbyttet ved bruk av konkretiseringsmateriell i matematikkundervisningen? Dette er spørsmål jeg ønsker å tolke og analysere ut fra det empiriske datagrunnlaget, for så å drøfte analysen opp mot den presenterte teorien. Tilslutt vil jeg prøve å konkludere i kapittel 6.

Det kommer fram av resultatene at testgruppen som fikk undervisning med konkretiseringsmateriell var den gruppen som hadde minst fremgang sammenlignet med kontrollgruppen. For meg som forsker var dette et overraskende funn og det stemte heller ikke overens med mine hypoteser. Ser en nærmere på dette resultatet vil en finne flere faktorer som kan være årsaken til resultatet.

5.1 Læringsteori

Hvordan lærerne organiserte undervisningen kan være en faktor som påvirket resultatene. Fikk elevene utforske individuelt eller jobbet de sammen i grupper? Hvordan kan så dette eventuelt ha påvirket resultatene? Ser en på delkapittel 4.3.1 vil en kunne lese om undervisningsopplegg hvor elevene jobbet individuelt, hadde samtaler rundt ulike løsningsforslag og hvor elevene samarbeidet i par-grupper. Metoden der elevene jobbet individuelt kan sees i sammenheng med kognitiv konstruktivisme og Piaget. I følge han var den kognitive utviklingen en individualistisk prosess. Piaget mente også at ved å manipulere objekter kunne kunnskap oppstå (Imsen, 2012).

I forskningen fikk ikke elevene mulighet til å jobbe med konkretiseringsmaterialet selv. Det vil kunne være med å forklare elevenes forståelse av emnet. Det at elevene fikk arbeide i par-grupper gav dem muligheter til samtaler og de fikk anledning til å hjelpe hverandre med å forstå matematiske begrep. Dette kan sees i lys av sosialkonstruktivismen og Paul Cobb sitt syn på læring. Cobb var opptatt av at elevene konstruerte sin egen kunnskap i samhandling med andre (Skott et al., 2008). Ut fra dette kan det tyde på at tilrettelegging og organisering av undervisning kan være faktorer som spiller inn på elevenes læringsutbytte ved bruk av konkrete.

5.2 Instrumentell og relasjonell forståelse

Oppgavene i før- og etter-testen kan ha blitt utformet slik at de treffer elever med instrumentell forståelse bedre enn de med relasjonell forståelse. Kontrollgruppen mottok undervisning hvor læringsfokuset basert seg på å lære regneregler og algoritmer. Dette kan være en mulig forklaring på hvorfor kontrollgruppen var den gruppen som hadde størst fremgang. Det at kontrollgruppen fikk en instrumentell preget undervisning kombinert med at før- og etter-testens oppgaver muligens bare har målt den instrumentelle forståelsen, kan være en faktor som har påvirket resultatet.

Richard Skemp (1976) skriver at elever med instrumentell forståelse kan bruke matematiske algoritmer eller formler, men mangler forståelsen for hvorfor han bruker dem. Skemp skriver også at elever med instrumentell forståelse vil kunne få rett svar gjennom å regne med formler og regler, og instrumentell matematikk vil ofte gi mange rette svar. Hadde før- og etter-testen hatt flere oppgaver som fikk frem om eleven har en relasjonell forståelse av emnet ville kanskje resultatet blitt annerledes.

En annen faktor som kan være med å belyse resultatet er at elevene med en relasjonell forståelse rett og slett ikke fikk muligheten til å vise sin kompetanse på før- og etter-testen, og dermed ikke gjorde noe utslag på resultatene. Grunnet oppgavens utforming på før- og etter-testen har jeg ikke noe grunnlag for å si noe om det faktiske læringsutbytte til elevene med en eventuell relasjonell forståelse. Denne forståelsen ble ikke målt i testene. En faktor som Skemp (1976) nevner er at læreren kan gi undervisning som fremmer relasjonell forståelse, men bare et mindretall av elevene forstå faktisk dette.

Ser en på noen enkeltresultater av før- og etter-testen i kontrollgruppen, ser en at hele fire elever har hatt en markant fremgang. Janne og Merethe hadde en fremgang på 3 poeng, mens Kristine og Ivars fremgang var på 4 poeng. Disse resultatene kan tyde på at undervisning som fremmer den instrumentelle forståelsen ikke må undervurderes. Skemp (1976) poengterer at en ikke må bagatellisere den instrumentelle forståelsen, kanskje særlig i forhold til mestringsfølelsen og den raske belønningen den kan gi elevene. Dette var tilfelle med en av de fire overnevnte elevene. Denne eleven har opplevd matematikk som vanskelig og har manglet selvtillit og troen på seg selv innen faget. I følge Bandura vil elevens forventning om hvor godt han vil klare oppgaven, være avgjørende for motivasjonen. Forventning om å mestre er elevens oppfatning av sin personlig kompetanse når eleven stilles ovenfor en bestemt oppgave (Manger et al., 2012). En elevs forventning om mestring og attribusjon påvirker hverandre

gjensidig. Elever med lav forventning om mestring tolker ofte nederlag som mangel på evner, noe som reduseres motivasjonen for å gjøre nye forsøk (Manger et al., 2012, s. 298). Gjennom forskningsperioden opplevde jeg at eleven fikk mestringsfølelse og troen på seg selv gjennom å øke den instrumentelle forståelsen.

Sammenligner en testgruppen med kontrollgruppen ser en også noen interessante funn i forhold til elevens forståelse. Testgruppen som mottok undervisning med konkretiseringsmaterie-ll hadde fire elever med fremgang, fire elever med tilbakegang og to elever som fikk den samme poengscoren på før- og etter-testen. Kontrollgruppen hadde hele syv elever med fremgang, kun en elev med tilbakegang, mens to elever fikk den samme poengscoren på før- og etter-testen. Disse resultatene kan fortelle oss flere ting. Det kan tyde på at kontrollgruppen har fått en markant fremgang fordi undervisningen har fremmet en instrumentell forståelse kombinert med at det var denne typen forståelse som ble målt på testene. Skemp (1976) påpeker at undervisning som fremmer instrumentell forståelse i matematikkfaget, oftere er lettere å forstå da det er enkle regler som en husker fort.

5.3 Lærerkunnskaper

Hva slags kunnskaper trenger lærere som skal undervise i matematikk og hvordan har resultatet i FoU-arbeidet blitt påvirket av at det var to ulike lærerstudenter som gjennomførte de varierte undervisningsoppleggene?

Å være matematikklærer er en utfordrende jobb. Det kreves at en har gode kunnskaper i matematikk, samt evne til å undervise i matematikk på en forståelig måte ovenfor elevene. Som matematikklærer må en også vite noe om hvordan elevene lærer og forstå tankegangen deres slik at en kan oppdage uheldige tankemønstre i form av for eksempel misoppfatninger. Som matematikklærer skal en rette oppmerksomheten mot elevenes læringsutbytte og ha evne til å tilpasse undervisningen til hver enkelt elev.

Den amerikanske forskeren Shulman (sitert i Fauskanger et. al, 2010, s. 35) påpeker at matematikklærere må en ha gode fagkunnskaper, men også forståelse for hvordan undervisning bør organiseres og tilrettelegges. Dette kaller Shulman for «pedagogical content knowlegde» som Fauskanger et.al (2010) har oversatt med fagdidaktisk kunnskap. Shulmans teori er blitt videreutviklet av Ball et al. (2008) i artikkelen «Content knowledge for mathematical teaching: What makes it special?» (Se kap. 2.3). Ball et. al fremhever her at det å ha undervisningskunnskaper i matematikk innebærer at læreren både må ha fagkunnskaper og fagdidaktiske kunnskaper.

Modellen til Ball et al. (2008) illustrerer hvilke kunnskaper en matematikklærer må besitte for å kunne legge til rette for god undervisning i faget. Ut fra denne modellen ønsker jeg å drøfte kompetansen til de to lærerstudentene som gjennomførte undervisningsoppleggene i forskningen, opp mot enkelte emner i modellene. Jeg ønsker også å drøfte betydningen av relasjoner og hvordan to lærerstudenter vil kunne ha ulik tilnærming til elevene og lærestoffet.

Lærerstudent 1 og lærerstudent 2 vil ha ulike måter å tilnærme seg elevene og lærestoffet på, de vil ha hver sin måte å møte elevene på og hver sin måte å forklare lærestoffet på, og disse elementene kan ha påvirket resultatet i forskningsarbeidet. I følge Ball et al. (2008) må en som lærer blant annet ha kunnskap om *innhold og elever* og *innhold og undervisning*. Denne type kunnskap kommer inn under kategorien fagdidaktiske kunnskaper, og vil kunne påvirke lærerens bruk av konkreter. Om lærerstudent 1 og 2 besitter denne type kunnskaper kan en stille spørsmål ved da de ikke er ferdig utdannet ennå.

Konkreter kan også være et hinder i lærings situasjonen, for eksempel hvis elevene jobber med konkretiseringsmaterialet for å få frem de matematiske ideene som er i materialet. Freudenthal påpeker at elever skal ikke få et ferdig konkretiseringsmaterie, men lage det selv (Skott et al., 2008). Dersom lærere har *kunnskapen om innhold og undervisning* som Ball et al. (2008) skriver om, skal de kunne vite hvilke situasjoner de ulike konkretiseringsmaterialet kan brukes i, slik at elevene oppnår best mulig læringsutbytte. Det kan tyde på at lærerstudent 1 og 2 mangler denne type kunnskap.

Å ha *kunnskap om innhold og elever* handler blant annet om å kunne forutsi hvordan en elev kommer til å tenke og hva som kan virke forvirrende i møte med oppgaver. Lærer må altså kjenne til elevene for å kunne vurdere hvilke situasjoner konkretiseringsmaterie kan bidra til å styrke elevenes forståelse. Denne typen kunnskaper kan lærerstudentene i denne undersøkelsen muligens ha manglet. Slike kunnskaper krever at en kjenner elevene og har gode relasjoner til dem. Dette vil være vanskelig for studenter å oppnå på de tre ukene en praksisperioden er.

Fauskanger et. al (2010) sin forskning påpeker at det ofte er læreren som er den faktoren som har størst betydning for elevens læringsutbytte. Lærerens kunnskaper i matematikk har en positiv innflytelse på elevenes læringsutbytte. Faktorer som påvirker resultatet kan være at lærerstudentene i undersøkelsen hverken hadde særlige gode *kunnskaper om innhold og elever* og kanskje ufullstendige *kunnskaper om innhold og undervisning*.

I følge nasjonale retningslinjer for grunnskolelærerutdanningen 5-10. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2010) skal lærerstudentene utvikle undervisningskunnskap i matematikkfaget. Det å være lærerstudent tilsier at denne kunnskapen ikke nødvendigvis er opparbeidet ennå. Som matematikklærer må en evne å se matematikken fra elevens perspektiv slik at en kan tilpasse og tilrettelegge matematikkundervisningen.

Sammenligner en testgruppen med kontrollgruppen ser en også noen interessante funn i forhold til elevers forståelse. Resultatene kan tyde på at det å drive undervisning med konkretiseringsmaterieell hvor en har fokus på relasjonell forståelse, kanskje krever mer i forhold til lærerkunnskaper. Denne type undervisning er antagelig mer krevende å gjennomføre, særlig for lærerstudenter som ikke har fått opparbeidet seg et stort nok repertoar i forhold til undervisningskunnskap. For å ha undervisningskunnskap i matematikk må læreren både ha fagkunnskaper og fagdidaktiske kunnskaper (Ball et al., 2008). Fagdidaktiske kunnskaper innebærer at læreren må kunne finne frem gode eksempler og forklaringer som kan støtte elevens tilegnelse av nytt stoff. Utfra resultatene stille jeg spørsmål ved om lærerstudenten som gjennomførte undervisningen i testgruppen, faktisk hadde denne kunnskapen. I så fall vil dette være en faktor som kan ha påvirket resultatene.

5.4 Konkretiseringsmaterieell

Valg av type konkretiseringsmaterieell og representasjonsform kan også være en faktor som kan forklare resultatet. Hvordan en velger å bruke materiellet vil spille en rolle for læringsutbyttet til elevene. Klavenes (2010) sier at det er et viktig poeng med bruken av konkretiseringsmaterieell, at elevene må få gjøre selv. Det nytte ikke om konkretiseringsmaterieell kun blir benyttet som demonstrasjon hvor lærer «gjør alt» for elevene. I følge Freudenthal hjelper det heller ikke om elevene får et ferdig laget materieell, for så å oppdage en ferdig matematikk. Matematikken er ikke *i* materiellet, elevene må lage den selv gjennom veiledning og på den måten gjenoppdage matematikken (Skott et al., 2008). I forskningsarbeidet ble konkretiseringsmateriellet kun benyttet som en demonstrasjonen for elevene, de fikk ikke arbeide med konkretiseringsmateriellet selv. Jeg stiller også spørsmål ved om konkretiseringsmateriellet ble brukt for å frem de matematiske ideene som er *i* materialet. Dette kan ha påvirket læringsutbyttet til elevene i testgruppen og muligens være en faktor som har påvirket resultatet.

I undersøkelsen var undervisningen i testgruppen preget av ulike typer konkretiseringsmaterieell. Det ble benyttet konkreter i form av tau, planke, melkekartonger og saftglass, halvkonkreter i form av tegninger av tau, planke, saftglass og melkekartonger, og abstrakter i form av

tall. Hensikten var å visualisere matematikken og gjøre den konkret for elevene. Her er det snakk om at konkretene skal fungere som en oversettelsesledd, at en bruker konkreter til å få en forståelse av den abstrakte matematikken (Klavenes, 2010).

Resultatene av før- og etter-testen til testgruppen viser at eleven Anne har hatt en stor fremgang - på før-testen fikk hun poengscoren 3/10, og på etter-testen var poengscoren økt til 9/10. Disse resultatene tyder på at konkretiseringsmaterieell i matematikkundervisningen kan fremme eleveres læringsutbytte, hvis det brukes riktig. Dette begrunnes i at Camilla som også var en elev i testgruppen hadde motsatt utvikling sammenlignet med Anne. Camilla scoret 10/10 poeng på før-testen mens hun på etter-testen fikk en poengscore på 6/10. Det betyr en tilbakegang på 4 poeng, noe som kan tyde på at feil bruk av konkretiseringsmaterieell i matematikkundervisningen kan virke forvirrende for elevene.

Holm (2013) påpeker at arbeid med konkreter fremmer meningsfull læring dersom det utføres samtidig med tenkning og resonnering knyttet til kjente oppgaver fra dagliglivet. Utdanningsdirektoratet (u.å.) fremhever at konkretiseringsmateriellet i seg selv ikke fører til utvikling og læring. Det er tenkingen, samtalene og handlingen som blir utløst gjennom variert bruk av materiellet som gir læring. I undersøkelsen ble det benyttet variert bruk av konkretiseringsmaterieell (Se delkapittel 4.3.1). Ut fra resultatene kan det virke som tenkingen, resonneringen og samtalen rundt bruken av konkretiseringsmateriellet kan ha fått for liten plass i undervisningen. Dette kan ha vært et hinder for utviklingen av forståelse i matematikkfaget og en kan stille seg spørsmålet om resultatene ville blitt annerledes dersom disse elementene hadde fått større plass i undervisningen.

Ut fra resultatene kommer det frem at konkretiseringsmaterieell i matematikkundervisningen påvirker elevers forståelse i faget, men på ulik måte. Dette avhenger av flere faktorer. Ser en på elevene Anne og Camilla i testgruppen, så tyder resultatene på at bruken av konkretiseringsmaterieell kan fremme elevers forståelse i faget, hvis det brukes riktig. Hvis ikke, så tyder resultatene på at bruken av konkretiseringsmaterieell kan virke forvirrende for eleven og på den måten hemme forståelsen av faget.

6.0 Konklusjon/avslutning

Jeg vil her forsøke å oppsummere de viktigste funnene fra forskningen og gi en kortfattet endelig konklusjon. Målet med undersøkelsen har vært å samle inn et empirisk datamateriell som kan belyse problemstillingen om konkretiseringsmaterieell i matematikkundervisning kan fremme elevers læringsutbytte og hvordan det kan påvirke deres forståelse av faget.

Siden jeg har gjennomført en liten undersøkelse med et lite utvalg elever, kan jeg ikke trekke generelle konklusjoner. Jeg kan derfor ikke si om *alle* ungdomsskoleelever oppnår økt læringsutbytte ved bruk av konkretiseringsmaterieell i matematikkundervisningen eller hvordan det vil påvirke deres forståelse av faget. Jeg har fått et lite innblikk i hvordan bruk av konkretiseringsmaterieell kan påvirke elevenes læringsutbytte og forståelse i *en* klasse. Siden konklusjonen er hentet fra mitt begrensede datamateriell, gjelder det kun for den klassen hvor undersøkelsen ble gjennomført.

6.1 Sentrale funn

For å oppsummere, har jeg kommet frem til flere ulike faktorer som kan påvirke om bruken av konkretiseringsmaterieell i matematikkundervisningen kan fremme elevers læringsutbytte. Mine funn indikerer at en instrumentell preget undervisning kan føre til økt læringsutbyttet hos elever. Undersøkelsen har også vist at undervisning som fremmer den instrumentelle forståelse ikke bør undervurderes eller bagatelliseres, særlig i forhold til mestringsfølelsen den kan gi elever. Grunnet oppgavens utforming i før- og etter-test har jeg ikke grunnlag for å si noe om det faktiske læringsutbytte til elevene med en eventuell relasjonell forståelse, da denne forståelsen ikke ble målt i testene.

Mine funn indikerer i tillegg at valg og bruk av konkretiseringsmaterieell, kan spille en rolle for læringsutbyttet til elevene. Konkretene bør fungere som et oversettelsesledd og elevene bør få arbeide med konkretene selv slik Klavenes (2010) sier. En bør også variere mellom ulike typer konkreter for å visualisere matematikken.

En annen viktig faktor handler om lærerens undervisningskompetanse som innebærer både fagkunnskaper og fagdidaktiske kunnskaper. Særlig de fagdidaktiske kunnskapene som kunnskap om *innhold og elever* og *innhold og undervisning* har betydning for elevers læringsutbytte ved bruk av konkretiseringsmaterieell.

Dersom lærere har *kunnskapen om innhold og undervisning* slik Ball et al. (2008) skriver, kan en unngå at konkreter kan bli et hinder i læringsssituasjonen. Fauskanger et. al (2010) sin

forskning påpeker også at lærerens kunnskaper i matematikk har en innflytelse på elevenes læringsutbytte.

Når det kommer til elevers forståelse av faget har jeg gjennom denne oppgaven blitt bevisst om at det innen matematikk skilles mellom to ulike former for forståelse, henholdsvis relasjonell forståelse og relasjonell forståelse. I både før- og etter-testene som ble gjennomført viste elevene i testgruppen og kontrollgruppen at de hadde samme forståelse for det emnet det ble arbeidet med. Derimot var det en tydelig fremgang på læringsutbyttet til kontrollgruppen, noe jeg har et inntrykk av kan skyldes at elevene hadde en instrumentell forståelse av det aktuelle emnet. Dette baserer jeg på svarene fra før- og etter-testen og de avveielene som ble gjort på forhånd i forhold til kontrollgruppen. Som tidligere beskrevet hadde denne gruppen en undervisningsform hvor det var fokus på innlæring av regneregler og algoritmer.

Ut fra resultater kommer det frem at konkretiseringsmaterieell i matematikkundervisningen påvirker elevers forståelse i faget, men på ulik måte. Dette avhenger av flere faktorer. Hvordan lærerne organiserer undervisningen kan være en faktor som påvirker dette og funnene tyder på at tilrettelegging og organisering av undervisning kan være faktorer som spiller inn på elevenes læringsutbytte ved bruk av konkrete. Undersøkelsen viser også at tenkning, resonnering og samtaler rundt variert bruk av konkretiseringsmaterieell kan påvirke den grunnleggende forståelsen av matematikk.

Med utgangspunkt i datamaterialet har jeg kommet frem til at konkretiseringsmaterieell i matematikkundervisningen kan fremme eleveres læringsutbytte, hvis det brukes riktig og læreren har den nødvendige undervisningskompetanse slik Ball et al. (2008) beskriver. Feil bruk av konkretiseringsmaterieell i matematikkundervisningen derimot, kan virke forvirrende for elevene og på den måten hindre forståelsen av matematikken.

6.1 Veien videre

Gjennom FoU-arbeidet har jeg sett på bruk av konkretiseringsmaterieell utfra elevens perspektiv i forhold til deres læringsutbytte og forståelse av faget. I forhold til videre forskning kunne det være interessant å sett på bruk av konkretiseringsmaterieell fra lærerens perspektiv.

7.0 Referanser

- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of teacher education* 5: pp. 389-407
- Bunting, T., Skogen, K., & Tjora, H. (2009). *Blanke ark: råd og tips for foreldre med barn i skolen: praktisk leksehjelp, læringsstrategier og elevers rettigheter*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Carpenter, T. P & Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. I Fennema & Romberg. T. A. *Mathematics classroom that promote understanding*, 19-32. Mahwah, NJ/London: Lawrence Erlbaum.
- Christoffersen, L., & Johannesen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningen*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Cobb, P. (1994). Where Is the Mind? Constructivist and Sociocultural Perspectives on Mathematical Development. *Educational Researcher*, 23 (7), 13-20.
- Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, Emergent, and Sociocultural Perspectives in the Context of Developmental Research. *Educational Psychologist*, 31 (3/4), 175-190
- Dalland, O. (2010). *Metode og oppgaveskriving for studenter*. Oslo: Gyldendal akademiske forlag.
- Fauskanger, J., Mosvold, R., & Bjuland, R. (2010). Hva må læreren kunne? *Tangenten*, (4), 35-40. Hentet fra http://www.caspar.no/artikkel_pdf/35c_t2010-4.pdf
- Frostad, Per. (1995). Konkretiseringsmateriell – Veien til matematikkinnsett? *Tangenten* (2). Hentet 29.04.2015 fra http://www.caspar.no/tangenten/1995/frostad_295.html
- Gall, M.D., Gall, J. & Borg, W.R. (2007). *Educational Research An Introduction*. Boston: Allyn and Bacon.
- Halvorsen, K. (2008). *Å forske på samfunnet: En innføring i samfunnsvitenskapelig metode*. Oslo: J.W. Cappelens Forlag as.
- Hellevik, O. (1999). *Forskningsmetode i sosiologi og statsvitenskap*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Helstrup, T. (2012, 10. februar). *Informasjonsomsetning*. Hentet fra <https://snl.no/informasjonsomsetning>
- Hinna, K. R. C., Rinvold, R.A., & Gustavsen, T. S. (2011). *QED 5-10: Matematikk for grunnskolelærerutdanning*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.

- Holm, M. (2008). Matematikkvansker og opplæring. I E. Befring, & R. Tangen (Red.), *Spesialpedagogikk*. (s. 278-298). Oslo: Cappelen DAMM AS.
- Holm, M. (2013). *Opplæring i matematikk* (2. utg.). Oslo: Cappelen DAMM AS.
- Imsen, G. (2012). *Elevens verden: Innføring i pedagogisk psykologi*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Klavenes, E. (2010). Konkretiseringsmateriell og abstraksjonsmateriell. *Tangenten* (1), 26-29.
Hentet fra <http://www.caspar.no/tangenten/innhald101.html>
- Kunnskapsdepartementet. (2010). *Nasjonale retningslinjer for grunnskolelærerutdanningen 5.-10.trinn*. Hentet 29.04.2015 fra
https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/kd/rundskriv/2010/retningslinjer_grunnskolelærerutdanningen_5_10_trinn.pdf
- Manger, T., Lillejord, S., Nordahl, T. & Helland, T. (2012). *Livet i skolen 1: Grunnbok i pedagogikk og elevkunnskap*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Matematikksenteret, Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen. (u.å). *Konkretiseringsmateriell*. Hentet 29.04.2015 fra
<http://matematikksenteret.no/content/1749/Konkretiseringsmateriell>
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk: Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Rasmussen, Jens. (2004). *Undervisning i det refleksivt moderne*. Kpbenhavn: Hans Reitzels Forlag.
- Skemp, R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26. Hentet 13.04.15 fra
<http://www.grahamtall.co.uk/skemp/pdfs/instrumental-relational.pdf>
- Skott, J., Jess, k., & Hansen, H.C. (2008). *Matematik for lærerstudierende: Delta Fagdidaktik*. Fredriksberg: Forlaget Samfundslitteratur.
- Store norske leksikon. (2012, 10. februar). *Informasjonsomsetning*. Hentet 18. mars 2015 fra
<https://snl.no/informasjonsomsetning>

Utdanningsdirektoratet (u.å.). *Veiledning til læreplanene i matematikk fellesfag*. Hentet 22.01.15 fra <http://www.udir.no/Lareplaner/Veiledninger-til-lareplaner/Revidert-2013/Veiledning-til-lareplanene-i-matematikk-fellesfag/3-Praktiske-eksempler/>

8.0 Vedlegg

8.1 Informasjonsskriv til skolen

Ragnhild Dalland

5696 Tysnes

Tysnes, 14.01.15.

Grunnskolelærerstudent, 5-10 trinn.

Høgskulen Stord/Haugesund.

Til *****

Forespørsel om deltakelse på undersøkelse

Jeg er 3. års student ved Høgskolen Stord/Haugesund. Denne våren skal jeg gjennomføre en undersøkelse i forbindelse med min bacheloroppgave i pedagogikk og elevkunnskap med fagfordypning i matematikk. Jeg sender deg derfor en forespørsel om å få lov til å gjennomføre en undersøkelse blant lærere og elever ved skolen.

Temaet for oppgaven er «Bruk av konkretiseringsmateriell i matematikkundervisningen på ungdomstrinnet». Dette ønsker jeg å skrive om for å finne ut hvilke betydning bruken av konkretiseringsmateriell har i matematikkundervisningen, knyttet opp mot elevenes læringsutbytte og forståelse av matematikk.

Jeg ønsker å gjennomføre et undervisningsopplegg med en før- etter-test på 9 eller 10-trinn. Jeg ønsker eventuelt også å intervju noen lærere som underviser i matematikk på ungdomsskolen og observere 9- eller 10-trinn i noen matematikktimer.

Datamaterialet jeg innhenter i undersøkelsene mine vil kun bli brukt i arbeidet med bacheloroppgaven, der jeg analyserer datamaterialet og sammenligner resultatene med annen forskning på området og pedagogisk/fagdidaktisk teori.

Jeg er gjennom høgskolen underlagt taushetsplikt og all informasjon som blir samlet inn gjennom denne undersøkelsen vil bli behandlet konfidensielt og anonymt, og vil bli makulert etter at materialet er analysert og oppgaven er levert.

Om du har spørsmål om undersøkelsen, kan du ta kontakt med meg på e-post:

134458@hsh.no eller mobil: 98480976.

Med vennlig hilsen

Ragnhild Dalland.

Informasjon til foresatte

Jeg er en student som går 3. året på grunnskolelærerutdanningen på Høgskolen Stord/Haugesund, Rommetveit. I uke 5 -7 skal jeg være i praksis på ***** ungdomsskole.

Dette vårsemesteret skal jeg skrive en bacheloroppgave i pedagogikk og elevkunnskap med fordypning i faget matematikk. Temaet for bacheloroppgaven min er «bruk av konkretiseringsmaterieill i matematikkundervisningen på ungdomstrinnet». Jeg ønsker å undersøke hvilke betydning bruken av konkretiseringsmaterieill har i matematikkundervisningen, knyttet opp mot elevenes læringsutbyttet og forståelse av matematikk.

Jeg vil i løpet av praksisperioden utarbeide et undervisningsopplegg som jeg ønsker å gjennomføre på 9- eller 10-trinn for å få inn data om dette. Jeg vil også bruke observasjon som metode. Datamaterialet vil kun bli brukt i arbeidet med bacheloroppgaven min og det vil bli håndtert konfidensielt og anonymt. Ingen navn eller kjennetegn på elevene vil bli brukt. Materiellet vil blir makulert etter at det er analysert og oppgaven er levert.

Dette er frivillig, og dersom en *ikke vil* ha barnet sitt med på dette, ta kontakt med kontaktlærer.

Navn: *****

E-post: *****

Telefonnummer: *****

Om du/dere har spørsmål om undersøkelsen eller ønsker mer informasjon, ta kontakt med meg på e-post: 134458@hsh.no eller mobil: 98480976.

Med vennlig hilsen

Ragnhild Dalland.

8.3 Før-Test

Navn: _____

Oppgave 1) 6 bollar veg 300 gram. Kva for utrekningar visar kva ein bolle veg?

$6 \times 300\text{g}$ $6 : 300\text{ g}$ $300\text{g} : 6$ $0,3\text{ kg} : 6$ $6 : 0,3\text{ kg}$

Oppgave 2) 8 liter jordbærsaft skal fyllast på flasker som tek 0,75 liter.
Kva for ei utrekning viser kor mange flasker som blir fylt?

$8 \times 0,75$ $8 : 0,75$ $0,75 : 8$ $8 - 0,75$

Oppgave 3) Løys oppgåva:

a) $23,5 : 0,01$

b) $1,8 : 0,3$

c) $40 : 0,2$

d) $132 : 0.02$

Oppgave 4) Kva tal skal stå i staden for x ?

a) $1008 : x = 10,08$

b) $500 : x = 0,5$

c) $x : 1000 = 7,5$

8.4 Etter-test

Navn: _____

Oppgave 1) 3 bollar veg 150 gram. Kva for utrekningar visar kva ein bolle veg?

$$3 \times 150\text{g} \quad 3 : 150 \text{ g} \quad 150 \text{ g} : 3 \quad 0,15 \text{ kg} : 3 \quad 3 : 0,15 \text{ kg}$$

Oppgave 2) 6 liter plommesaft skal fyllast på flasker som tek 0,75 liter.
Kva for ei utrekning viser kor mange flasker som blir fylt?

$$6 \times 0,75 \quad 6 : 0,75 \quad 0,75 : 6 \quad 6 - 0,75$$

Oppgave 3) Løys oppgåva:

e) $25,5 : 0,01$

f) $2,1 : 0,3$

g) $20 : 0,2$

h) $130 : 0.02$

Oppgave 4) Kva tal skal stå i staden for x ?

d) $1500 : x = 15,00$

e) $600 : x = 0,6$

f) $x : 1000 = 3,5$