Høgskulen på Vestlandet

MASTEROPPGAVE

Men vi kan jo bare gjøre sånn!

Programmering og elevenes argumenter

Programming and students arguments

Helene Hagland Børseth

Master i matematikk i Grunnskolelærerutdanningen 1–7

Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett (FLKI)

Institutt for språk, litteratur, matematikk og tolking

Veileder: Terje Lerø

Innleveringsdato: 16. Mai 2022

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, *jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 12-1*

Forord

Dette prosjektet har gitt meg muligheten og motivasjonen til å lære om programmering og argumentasjon i matematematikk undervisningen. Dette er temaer som jeg kommer til å få bruk for som lærer. Jeg håper jeg en dag får mulighet til å bruke og videre utvikle undervisningsopplegget i en klasse.

Jeg vil takke klassen som deltok i matematikkens dag samt lærere og studenter som gjorde denne dagen mulig. Jeg vil også takke min veileder for gode samtaler og veiledning.

Jeg ønsker også å takke gjengen på C-fløyen som dannet et flott felleskap. Sammen har vi delet frustrasjon og gleder. Takk for at dere har svart på dumme spørsmål og komt med støttende ord.

Sammendrag

Denne studien ser på elevenes argumentasjon når de programmerer i dataprogrammet Tinkercad Codebloks. Forsström og Kaufmann (2018) og Dolonen et al. (2019) peker på et behov for mer forskning knyttet til programmering i skolen. Denne studien ønsker derfor å bidra med erfaringer på hvordan programmering kan undervises i matematikk og hvilke refleksjoner som er gjort rundt dem. I denne studien er det undersøkt hvordan Tinkercad og lærere legger til rette for elevenes matematiske argumentasjons og algebraisk tenkning. Det undersøkes også hvilke potensialer som kan knyttes til programmering og hvordan ut nytte dem.

I masteroppgaven har jeg valgt problemstillingen: Hvordan legger Tinkercad og lærere til rette for elevenes argumentasjon, og hvilke potensial er det for å utvikle argumentasjon gjennom Tinkercad?

For å undersøke denne problemstillingen har jeg utviklet et undervisningsopplegg og gjennomført en case-studie med å teste ut et undervisningsopplegg i en 7.klasse. I undervisningsopplegget, som er elevenes første møte med Tinkercad, har elevene programmert blyantspisserbeholdere. Det er benyttet deltagende observasjon og datainnsamlingen er gjort med bruk av videokamera og skjermopptak. Ut ifra analysen av argumentasjonen til elevene og lærerne er det laget modeller inspirert av Conner et al. (2014) sin modell for kollektiv argumentasjon. I denne studien ses argumentasjonen på som en vei for å utvikle algebraisk tenkning. I analysen er det utviklet tre kategorier inspirert av Lavys (2006) og Mason et al. (2011). De tre kategoriene er visuelt argument, aritmetisk argument og funksjons argument.

I studien ses det tegn til utvikling av elevens argumenter. Den visuelle tilbakemeldingen i Tinkercad støttet elevenes argumentasjon i noen tilfeller. Den visuelle tilbakemeldingen i Tinkercad Codebloks var i noen tilfeller utilstrekkelig. Dette kan ha ført til at elevene følte på et behov for å argumentere aritmetisk. Mangelen på den visuelle støtten førte også til misoppfatninger. Min studie peker mot at læreren kan bidra som støtte som den mer kunnskapsrike andre sammen med Tinkercad. Læreres støtte hjalp elevene da de sto fast på ulike måter, slik at de klaret å komme videre, og førte til at elevens argumenter kom til syne. Analysen viste også at det var ytterligere potensial i situasjoner. Studien viser forslag til hvordan en kan utnytte potensialet i de situasjonene som oppstår. I potensialet legges det vekt på å la elevene evaluere sine egne påstander, at læreren legger til rette for refleksjon når visuelle argument ikke er tilstrekkelig og hvilke metoder som er mest egnet for å løse problemet i ulike tilfeller.

Abstract

This master's thesis examine how Tinkercad Codebloks can be used in mathematics. Forsström and Kaufmann (2018) and Dolonen et al. (2019) point to the need of more research related to programming in schools. This study wants to contribute experiences on how programming can be taught in mathematics, what reflections have been made around them, what potentials can be linked to programming and how to utilize them.

I have chosen to research the following thesis: How does Tinkercad and teachers facilitate students' argumentation, and what potential is there for developing argumentation through Tinkercad?

To answer these research questions a case study was conducted. The study is based on two pairs of students at 7th grade and their work with programming pencil sharpener containers in Tinkercad Codebloks. This lesson was the students first meeting with Tinkercad. I have implemented participatory observation in my case-study. This was recorded with a video camera, as well as screen-recording. Based on the arguments of the students and teachers, a model inspired by Conner et al. (2014) for collective argumentation has been used. The models are further analyzed using a framework of three categories inspired by Lavys (2006) and Mason et al. (2011). The framework sees the student's argumentation in the light of algebraic thinking. The three categories are visual argument, arithmetic argument, and function argument.

This study shows signs of developing the student's arguments. The visual feedback in Tinkercad supported the students´ argumentation in some cases. The visual feedback in Tinkercad Codebloks was in other cases insufficient. This may have led the students to feel the need to argument arithmetically. The lack of visual support also led to some misconceptions. My study sheds light upon the fact that the teacher can contribute as support as a *more knowledgeable other together* with Tinkercad. The teachers supported the students to make mathematical arguments. The teacher helped the students when they were stuck in different ways, so that they were able to move on. The study also includes suggestions on how to utilize the potential in the situations that arise. In the potential it is suggested to let students evaluate their own statements. In the potential, emphasis is placed on letting the students evaluate their own statements, as well as how the teacher facilitates reflection when visual arguments are not sufficient and which methods are most suitable for solving the problem in different cases.

Modelliste:

Figurliste:

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

Algoritmisk tenkning og programmering ble innført med det nye læreplanverket for kunnskapsløftet 2020 (Utdanningsdirektoratet, 2020). Dette interesserte meg sterkt og jeg ville vite mer om hvordan jeg kunne bruke programmering i matematikkundervisningen. Selv om elevens bruk av programmerings programmene vil være forskjellig fra min, ble det tatt utgangspunkt i egne erfaringer i valg av programmerings program. Denne studien begynte derfor med en omfattende undersøkelse av følgende programmerings program som kan brukes på barneskolen: Microbit, Bit:bot, Speroball, Kubo, Tello, Minecraft: education edition, Scratch, og Tinkercad Codeblocks. Mens jeg testet ut de ulike programmene tenkte jeg på hvordan de utfordret meg og hvilken matematikk som ble brukt.

Wing (2017) definerer algoritmisk tekning som en tankeprosess som involverer å formulere et problem og uttrykke løsningen på en slik måte at en datamaskin eller menneske effektivt kan utføre (se kap. 1.4). Manilla et al. (2014) definerer programmering som en problemløsnings aktivitet som kan bli brukt til å adresser ulike aspekter av algoritmisk tenkning (se kap.1.4). Dolonen et al. (2019) hevder at det finnes lite forskning på undervisningsopplegg knyttet til programmering. I tillegg hevder de at få lærere har kompetanse i programmering, noe som gjør at det er et behov innen feltet for å finne fram til gode læringsressurser og undervisningsopplegg. I en litteraturstudie fant Forsstöm & Kaufmann, (2018) at i noen tilfeller kan inkludering av programmering i undervisningen forbedre elevenes motivasjon og prestasjon i matematikk, men også at i noen studier var det lite forskjell i matematikk kunnskaper og i motivasjon var det noen tilfeller med ingen forskjell.

Tinkercad Codebloks var det programmerings programmet som vekket størst interesse. Dette var programmet som jeg prosentvis brukte mest tid på å tenke matematisk, som utfordret min matematiske tenkning mest og der sluttproduktet var mest meningsfullt. I Tinkercad fikk jeg utforsket sammenhengen mellom ulike geometriske figurer og prøvd å utrykke sammenhengen med bruk av variabler for få en fleksibel kode. Det geometriske aspektet i Tinkercard synes jeg var spesielt interessant på grunn av kompetansemålet i matematikk for 6-klasse knyttet til å utforske geometriske figurer ved hjelp av programmering: «Bruke variabler, løkker, vilkår og funksjoner i programmering til å utforske geometriske figurer og mønstre» (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Jeg har blitt inspirert av Sveriges tilnærming av programmering som kommer fram i den Svenske lærerplanen. Der er programmering eksplisitt tilknyttet algebraisk tenkning gjennom alle klassetrinn. (Kilhamn & Bråting, 2019). Undervisningsopplegget i denne studien er bygget på Sentence, et al. (2019) sine prinsipper for programmering for nybegynnere. Sentence, et al. (2019) sine prinsipper er bygget ut ifra et sosiokulturelt perspektiv på undervisning der kommunikasjonen står sentralt (se kap.

3.6.2). I en studiene av Stigberg og Stigberg (2020) knyttet lærerne programmering opp til kommunikasjon. De hevdet at elevene fikk øvet på kommunikasjons ferdigheter fordi når elevene programmerte trengte de å argumentere for ideer og tanker for å løse oppgavene. Lavy (2006) viser gjennom sin studie progresjon i elevens argumentasjon gjennom programmering og samarbeidene læring.

1.1 Problemstilling

I masteroppgaven har jeg valgt problemstillingen:

> *Hvordan legger Tinkercad og lærere til rette for elevenes argumentasjon, og hvilke potensial er det for å utvikle argumentasjon gjennom Tinkercad?*

For å undersøke min problemstilling har jeg gjennomført et undervisningsopplegg i en syvende klasse. I Undervisningen skal elevene programmere en blyantspisser-beholder ved hjelp av programmet Tinkercad Codebloks som senere skal 3D-printes. Som metode er det brukt en case-studie der det er samlet inn data med bruk av deltagende observasjon, skjermopptak og video. Jeg har bearbeidet Conner et al. sin modell for kollektiv argumentasjon og brukt den til å analysere hvordan elevene og lærene bidrar i argumentasjonen. Videre er argumentene kategorisert i et egent rammeverk inspisert av Lavy (2006) argumentasjonskategorier og Mason et al. (2011). Elevenes argumentasjon er knyttet til utvikling av algebraisk tenkning gjennom programmering. De tre kategoriene er visuelt argument, aritmetisk argument og funksjons argument.

1.2 Hvorfor har programmering kommet inn i skolen?

Det er ulike grunner til at programmering er kommet inn i grunnskolen med læreplanverket for kunnskapsløftet 2020. En av de viktigste årsakene til at programmering er blitt innført i skolen er den økonomiske drivkraften (Dolonen et al, 2019). I rapporten: *Norges behov for IKT kompetanse i dag og framover Rapport 1-2021* legger de fram behovet for informasjons- og kommunikasjonsteknologi (IKT) kompetanse (Eggen et al. 2021).Veksten i (IKT) de siste tyveårene blir ofte omtalt som en teknisk revolusjon. Utviklingen fører til endringer i hvilke oppgaver arbeidskraften har og hvordan de løses. For å møte det økende antall IKT-oppgaver i næringslivet kjøper bedrifter IT-tjenester fra utlandet. I 2019 hadde Norge et eksportunderskudd på IT tjenester på 13 milliarder kroner, en dobling siden 2015. Behov for antall sysselsatte med IKT-utdanning er spådd å øke fra rundt 56 000 i 2019 til 94 000 i 2030. En utredning fra Norges offentlige utredninger kartlegger og identifiserer de ulike hindre og utfordringer for fremtidig verdiskapning i Norge: NOU 2013:2. I utredningen fryktet de at manglende oppmerksomhet på grunnleggende programmerings- og utviklingsferdigheter i skolen kunne ramme rekruteringen til bransjen hardt (NOU 2013: 2). Programmering i skolen kan derfor gi elevene verdifull kompetanse til fremtidige arbeidsplasser.

Wing (2006) hevder at programmering universale ferdigheter og holdninger alle burde lære, ikke bare dataingeniører. Ifølge Forsström og Kaufmann (2018) og Dolonen et al. (2019) er programmering omtalt som en viktig kompetanse for det 21-århundre ("21st century skills"). Kompetanse for det 21-århundre er også knyttet til begreper som problemløsning, kreativitet, kritisk tenkning, samarbeidsevner og kommunikasjonskompetanse (Dolonen et al. 2019).

I en digital fremtid er det viktig å vite hvordan teknologien fungerer fordi den vil ta store del av våre liv. I utredningen NOU 2013: 2 kom det fram at i den norske skolen blir det for lite lagt vekt på å skape teknologi. I utredningen (2013) hevder de at den digitale allmenn forståelsen er for dårlig og at det er viktig at elevene blir produsenter av teknologi og ikke bare konsumenter, for å gi elevene er forståelse bak teknologien de bruker i hverdagen. Deniz & Eryilmaz (2021) hevder at 3d- printing gir gode muligheter til å skape teknologi slik at den nye generasjonen ikke bare blir brukere av teknologi, men også skapere.

1.3 Hvordan har programmering kommet inn i skolen?

I læreplanverket for kunnskapsløftet 2020 (LK 20) for 1.-7. trinn, ble programmering for første gang innført i fagene matematikk, naturfag og kunst og håndverk.

I et kompetansemål for matematikk i 5. trinn er programmering for første gang eksplisitt nevnt, men kompetansemålet til 4. trinn er knyttet til begreper som henger sammen med programmering. Kompetansemålene fra 4. og 5. trinn er en progresjon fra tidligere kompetanse mål fra 1.-3. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2020). Kompetansemålene fra 1.-3. trinn kan knyttes opp til algoritmisk tenkning. Algoritmisk tenking er ikke nødvendigvis knyttet til teknologi (Bocconi & Chioccariello, 2018), valget om hvor mye en vektlegger programmering blir opp til skolene og lærerne.

Etter 6 og 7. trinn er programmering for første gang knyttet til et annet matematisk område, kompetansemålene er knyttet til geometri og statistikk (Utdanningsdirektoratet, 2020). Kompetansemålet for 6. trinn er å «bruke variablar, lykkjer, vilkår og funksjonar i programmering til å utforske geometriske figurer og mønster» (Utdanningsdirektoratet, 2020, s.10). Det er dette kompetansemålet undervisningsopplegget er bygget ut fra i denne oppgaven.

1.4 Algoritmisk tenkning, programmering og begrepsavklaringer

Utdanningsdirektoratet (2019b) bruker begrepet algoritmisk tenkning (AT) som en direkte oversettelse av det engelske begrepet computational thinking (CT). Wing (2017) definerer algoritmisk tekning som en tankeprosess som involverer å formulere et problem og uttrykke løsningen på en slik måte at en datamaskin eller et menneske effektivt kan utføre (se kap. 1.4). Før Wing (2017) landet på denne definisjonen, definerte hun i 2006 algoritmisk tenkning som en forkortelse for å tenke som en dataingeniør, «thinking like a computer scientist» (s.35). Hun hevdet videre at AT er en fundamental evne for fremtiden som vil bli nødvendig for alle individer og burde inkluderes i pensum for elever på alle trinn (Wing, 2017). Cansu og Cansu (2019) stilte seg kritisk til Wing (2006) og mente at komponentene av AT ikke er unike for AT, f.eks. reformulering av et vanskelig problem er typisk for alle domener i matematikk. Cansu og Cansu (2019) hevder at AT er et nytt felt i forskningen og definisjonen er omdiskutert. Selv om det varierer hvilke komponenter en legger i begrepet, er det essensielle konseptet det representerer stort sett uniformt på tvers av forskingsfeltet. Cansu og Cansu (2019) definerer AT som et essensiell sett av ferdigheter til å forandre komplekse, rotete, delvis definert, problemer knyttet til virkeligheten inn i en form som en tankeløs maskin kan håndtere uten videre assistanse. Cansu og Cansu (2019) knytter AT til en tanke løsmaskin, men Bocconi og Chioccariello (2018) definerer AT som en tankeprosess som kan løses av både maskiner, mennesker eller en kombinasjon av begge. Bocconi og Chioccariello (2018) hender at hovedkonseptene knyttet til algoritmisk tenkning er algoritmebehandling, automasjon, dekompensasjon og generalisering. Disse begrepene er igjen knyttet til ferdigheter og holdninger som inkluderer lage digitale verktøy, testing og feilsøking, samarbeid og kreativitet og evnen til å håndtere åpneoppgaver.

Programmering

Programming er et begrep som er smalere enn AT (Bocconi & Chioccariello, 2018). Selv om AT er et videre begrep enn programmering, krever bruk av programmering AT (Hickmott, 2017 i Kilhamn & Bråting, 2019). Det finnes ulike måter å definere programmering. Forsström og Kaufman (2018) definerer programmering som en prosess knyttet til utviklingen og implementeringen av instruksjoner for dataprogram slik at datamaskinen kan utføre spesifikke oppgaver, løse problemer og støtte menneskelig interaksjoner. Nygård (2018) definerer programmering som en prosess der man lager et sett med regler og utrykk for å styre digitale enheter. Prosessen innebærer å identifisere problemer, utforme løsninger, systematisk feilsøke, forbedre, og dokumentere løsningen på en forståelig måte.

Koding

Manilla et al. (2014) omtaler koding som en brøkdel av programmerings prosessen. De ser på koding som den siste oppgaven en gjør for å implementere en løsning som en har kommet fram til gjennom andre faser som analyse, dekompresjon og design som er viktige deler av AT. Nygård (2018) definerer koding som prosessen å skrive programkoden og utvikle programmer ved hjelp av et programmeringsspråk.

Andre begreper knyttet til programmering.

- Algoritme er knytet til programmering er ofte beskrevet som en oppskrift eller en funksjon (Kilhamn & Bråting, 2019). En kode består av en eller flere algoritmer (Sande, 2019).
- En løkke er en funksjon som kan gjenta en annen funksjon eller kode x antall ganger. Løkker er nyttige for å spare tid og arbeidsminne. (Sande, 2019)
- Betingelser også kjent som en hvis setning. Et vilkår består av minimum to selvstendige funksjoner, der utfallet på koden avgjøres ut ifra informasjon programmet får når koden spilles. Dersom den er sann utføres x, om den er usann utføres y (Sande, 2019).
- En variabel er et symbol som viser til en ubestemt størrelse som kan variere. (Blanton et al, 2015).

1.5 Algebraisk tenkning

Ifølge Hinna, et al. (2012) er algebra en måte å tenke og løse problemer på. Ifølge Solem et al. (2017) er algebraisk tenkning et videre begrep en algebra. Hinna (2012) og Utdanningsdirektoratet (2020) knytter algebraisk tenking til å finne mønstre, relasjoner, strukturer og generelle sammenhenger.

I følge Blaton (2008) er hjertet av algebraisk å tenke, bygge, uttrykke og rettferdiggjøre matematiske strukturer eller generaliseringer. Hun hevder at barn konstruerer mening ved å samle data, se etter sammenhenger, utvikle og uttrykke påstander og argumenter for påstandene. I følge Blaton (2008) handler generaliseringer i matematikk om å beskrive en generell sannhet om et sett matematisk data. Hun hevder at slike generaliseringer kan uttrykkes på flere måter. Blaton (2008) hevder at barn vil gjerne uttrykke slike generaliseringer ved hjelp av ord, man at over tid, vil barnas matematiske språk utvikles, slik at de kan uttrykke generaliseringene ved hjelp av symboler. I følge Kieran (2020) er overgangen fra ikke symbolsk til symbolsk algebraisk tenkning er en langvarig prosess som krever at læreren legger merke til og lytte til elevenes ideer. Ifølge Hinna et al. (2012) er tanken bak å introdusere algebra tidlig for elevene knyttet til ideen om at algebra kan forbedre gjennom spesielle aktiviteter i aritmetikk.

Kilhamn og Bråting (2019) symboliserer algoritmisk tenkning og algebraisk tenkning som to overlappende begreper. Felles trekket med algoritmisk tenkning og algebraisk tenking er at begge handler om strukturer, generalisering og symbolisering på ulike måter (Kilhamn & Bråting, 2019).

1.6 Kjerneelementene

Ifølge Utdanningsdirektoratet (2019a) har alle fag i læreplanverket for kunnskapsløftet 2020 (LK 20) har egne kjerneelementer. Kjerneelementene inneholder hva som faglig anses som det viktigste elevene skal lære for å kunne mestre og anvende faget. I denne oppgaven er det fokus på kjerneelementer resonnering og argumentasjon, utforskning og problemløsning og abstraksjon og generalisering. Disse begrepene er overlappende der et element forståes best i sammenheng sammen med hverandre.

Ifølge utdanningsdirektoratet (2020) er det uheldig for elevene å bli presentert for en ferdig løsning. I denne studien er det lagt vekt på at elevene utforsker matematikk der de leter etter struktur, mønstre og sammenhenger. I undervisningen legges det opp til at elevene får erfaringer med matematiske representasjoner gjennom Tinkercad og matematiske samtaler. Disse sammenhengene kan bli utrykt med verbale og/eller visuelle beskrivelser, symbolske representasjoner, algebra eller andre hensiktsmessige representasjoner. I denne studien er den skriftlige representasjon knyttet til å beskrive løsningene og sammenhengene med hjelp av programmerings koder.

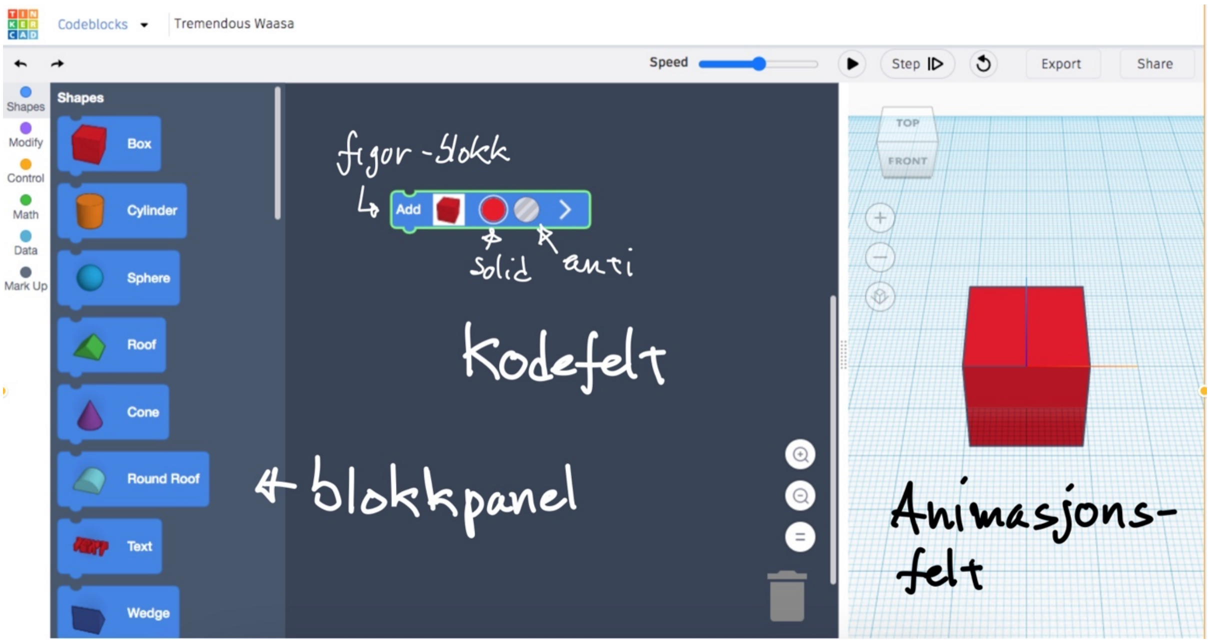
I denne studien vil det være fokus på elevenes argumentasjon og resonnering. Ifølge Utdanningsdirektoratet (2020) handler resonering i matematikk om å lage, følge, forstå og vurdere matematiske tankerekker. Argumentasjon i matematikk om å begrunne og bevise at framgangsmåter, resonnementer og løsninger er gyldige. I denne studien vil begrepet argumentasjon videre også omfatte resonnering.

1.7 Tinkercad

Tinkercad er en gratis nettbasert samling av ulike program som hjelper mennesker over hele verden til å tenke, skape og lage. Tinkercad gir muligheten til å lage 3d-modeller (3d designs), simulere og programmere kretser (Circuits) og programmere 3d-modeller (Codeblocks) (Autodeks, 2022). I denne oppgaven er det bare Tinkercad codebloks som er aktuelt og er referert til som Tinkercad.

Det finner ulike typer programmeringsspråk. Tinkercad bruker et blokkbasert programmeringsspråk. En blokk er en ferdig eller delvis ferdig skrevet koder som en kan kombinere ved å sette dem sammen som puslespillklosser (Sande, 2019). Grover & Pea (2013) hevder at blokk-programmering fører til at nybegynnere kan fokuserer på å designe og skape uten å bli hindret av syntaks feil. I blokkprogrammering blir det mindre syntaks feil, fordi kodene er «ferdig skrevet» og blokkene som ikke passer sammen kan ikke settes sammen.

Nettsiden en programmerer på i Tinkercad er satt sammen av et blokkpanel, kodefelt og et animasjonsfelt, se figuren under. I blokkpanelet finns de ulike geometriske figurene. I kodefeltet settes de ulike blokkene sammen og danner koder. I animasjonsfeltet kan en se resultatet av koden. Designing i Tinkercad er basert på to hovedkonsepter for å få ønsket form: legge til figurer eller fjerne figurer. En figur-blokk kan fungere som en solidfigur eller en antifigur. Ved å kombinere en solidfigur og en antifigur med blokken crategroup forsvinner figuren der den overlapper. I Tinkercad kan en ta utgangspunkt i 17 ulike geometriske figurer: som f.eks. kube, sylinder, kjegle og prisme (3-12 kantet). Disse figurene har hver sin egen figur-blokk.



1.8 Struktur på oppgaven

I Kapittel 2 presenteres forskning og teori knyttet til samtale, argumentasjon, programmering og algebra. Tidligere forsking er knyttet til samtale og programmering, generelt, matematikk og Tinkercad. Kapittelet tar for seg struktur på argumentasjon, kategorisering av ulike argumenter og ulike måter læren kan støtte elevens argumentasjon.

I Kapittel 3 legges det frem forskningsmetoden som er brukt i studien. Det vil bli gjort rede for datainnsamlingsprosessen, metodiske valgene som er blitt gjort, hvordan datamaterialet er analysert, oppgavens validitet og rehabilitert og etiske hensyn.

I kapittel 4 inneholder analyse og diskusjon. Analysen er delt opp i fire sekvenser. Analysen er delt opp etter hvilket problem elevene arbeider med og hvilke par som programmere. Etter et delkapittel er analysen oppsummert. Etter begge parene sin prosess med løsning av problemet kommer det en felles oppsummering og drøfting. Datamaterialet analysers og drøftes i bakgrunn av teorien og forskningen presentert i kapittel 2.

I kapittel 5 oppsummerer og drøfter studiens svar på problemstillingen. Her drøftes studien med et kritisk blikk, matematisk overføringsverdien diskuteres og det kommer forslag til videre forskning og undervisningsopplegg.

2 Teori og tidligere forsking

Forstöm og Kaufmann (2018) og Dolonen et al. (2019) peker på behovet for mer forskning knyttet til programmering i skolen. Forskningen er fortsatt på et tidlig stadium. Innførelsen av programmering i skolen er lite forskningsbasert og det kreves mer forsking for å vite hvordan teknologien skal innlemmes i skolen, slik at lærere og politikere kan ta viktig avgjørelser (Dolonen et al. 2019). Kakavas og Ugolini (2019) og Zhong og Xia (2018) peker på at det er klare tendenser på økende forskning om programmering i utdanningsfeltet.

I følge Kilhamn og Bråting (2019) er forskning på programmering er ofte knyttet til å lære seg å programmere, enn å lære matematiske ideer gjennom matematikk. Forsström og Kaufmann (2018) og Zhong og Xia (2018) kommer fram i sin litteraturstudie at programmering som oftest er knyttet til det matematiske temaet geometri. Zhong og Xia (2018) hevder at det også ofte er knyttet til algebraiske konsepter.

Forsström og Kaufmann (2018) mener at et typisk problem i matematikk er at elevene ikke forstår formålet. Hanna (2013) hevder at noen elever oppfatter matematikk som et puggefag, der en mengde utsagn må lærers og hvor forståelse er uoppnåelig eller nytteløst. Både Zhong og Xia (2018) og Forsstöm og Kaufmann (2018) nevner at programmering kan gi mulighet for elevene til å knytte matematikk til virkeligheten, som kan påvirke elevenes holdninger i matematikk. Ifølge Taraldsen og Myhra (2019) oppfattet elevene at programmeringen bidro til at matematikken ble knyttet til virkeligheten og ble mindre abstrakt. Videre poengterer de at det ikke alltids vet hvilken retning matematikken tar i arbeid med programmering. Calder (2018) hevder at selv om programmering er et medium for utforskning av noen matematiske ideer, så er det usikkert hvilken grad ny matematisk læring tok plass i denne prosessen.

Forsstöm og Kufmann (2018); Zhong og Xia (2018) er litteraturstudier. Disse konkluderer med at det finnenes studier som viser utvikling i et område i matematikk gjennom programmering, men at det også finnes studier som ikke viser samme effekt. De hevder at på grunn av den store variasjonen i resultatene er det ikke mulig å konkludere hvilket utbytte programmering kan ha på matematikk undervisningen. Popat og Starkey (2019) problematiserer utnytte av matematikk knyttet til å programmering. De hevder at matematisk problemløsing kan være utbytte av programmering, men at andre undervisningsformer enn programmering har bedre eller samme utbytte. Popat og Starkey (2019) mener at hvis målet er et akademisk utbytte, er det mer effektivt å lære disse ferdighetene direkte enn læring gjennom programmering. (Popat & Starkey, 2019)

I denne studien har det ikke blitt funnet noe tidligere forskning på Tinkercad Codeblocks på nivåer som tilpasset grunnskolen. Det er funnet forskning innenfor Tinkercad Codebloks i høyere utdanning og forskning på Tinkercad 3D-Design på nivåer som er tilpasset grunnskolen. Deniz og Eryilmaz (2021) forsket på hvilken effekt bruken av Tinkercad (Tinkercad 3d design, Tinkercad codeblocks, Circuits) generelt har på elevenes AT (algoritmisk tenkning), ferdigheter og oppfatninger. De kom fram til at Tinkercad økte elevens motivasjon for undervisning, og at elevene syntes at Tinkercad var enkelt og nyttig å bruke. De kom også fram til at Tinkercad har en signifikant påvirkning av elevenes utvikling av AT. Elevene skåret høyest på kreativitet og samarbeid, og lavest på problemløsning og algoritmebehandling. De forklarer de lave skårene i problemløsning og algoritmebehandling med at elevene brukte for lite de andre programmene til Tinkercad Codeblocks og Circuits (Deniz & Eryilmaz, 2021).

2.1 Samtale

2.1.1 Forskning knyttet til samtale i programmering

«It was difficult to know, what was suitable for preschool students, 6 years of age. So that year we did nothing.» (Stigberg & Stigberg, 2020, s. 489). Stigberg og Stigberg (2020) gjorde forskning i Sverige etter at programmering ble innført høsten 2018. Få lærere hadde fått den faglige påfyllet de trengte, og det var fare for at programmering ble undervist av lærere som ikke hadde kunnskap om temaet. Zhong og Xia (2018) hevder at robotene og programmene ikke er nøkkelfaktorene for matematisk læring, men heller om læreren og elevene klarer fult utnytte potensialet til robotene. Hvis ikke blir programmering bare en økt kognitiv belastning på elevene. Means (2010) poengterer at de fleste lærere bare vil gjøre innsatsen for å integrere teknologi inn i deres praksis når de kan se signifikante fordeler i læringsutbytte.

2.1.2 Den proksimale utviklingssonen og verktøy som den mer kunnskapsrike andre

Vygotsky (1978) mener at læring skjer i samspill med andre i en sone han kaller for zone of proximal development (ZPD). Han definerer ZPD som “the distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers“ (Vygotsky.1978. s. 86).

I denne studien ser jeg på utviklingen av elevens argumentasjon. Ifølge Vygotsky (1978) er ZPD sonen i stadig utvikling, "The zone of proximal development today will be actual developmental level tomorrow- that is, what a child can do with assistance today she will be able to do by herself tomorrows." (s.87). Det vil si at det eleven kan utføre med hjelp av lærens veiledning, kan eleven senere meste alene.

Abtahi (2017) utvider den mer kunnskapsrike andre i Zygotskys ZPD til å omfatte verktøy. Hun definerer verktøy som alle objekter som kan veilede matematiske tenkning og problemløsning. Verktøyene er påvirket av menneskene som har designet dem og bærer derfor med seg sosiale og kulturelle oppfatninger fra designeren. Sporene som kommer av dannelsen av verktøyene sammen med elevenes kompetanse skaper hva elevene får i utbytte av verktøyene (Abtahi, 2017). Verktøyene bærer ikke matematiske ideer, men i samhandling med elevene bygger de språk og symboler til verktøyet (Abtahi, et al. 2017). I denne studien vil derfor Tinkercad, medelev og lærer fungere som den mer kunnskapsrike andre.

2.1.3 Lærerens dialog i matematiske samtaler

Christiansen (2006) skriver om lærens rolle i elevenes læring. Han skriver at læreren skal på den ene siden støtte elevenes læring i situasjoner som de oppstår, men på den andre siden føre elevene fram til det som forventes i faget. Han hevder at det krever at læreren er i stand til å holde fast i den faglige kjernen uten at det fører til stram styring av elevene, gjennom å gjøre oppmerksom på, referere tilbake til og framheve sammenhenger. Læreren en avgjørende rolle for at en oppgaves latente muligheter blir realisert. Det er et stort ansvar for læreren og det skaper fare med åpne oppgaver. Der det kan skje at ingen av de latente mulighetene blir lagt fram, f.eks. ved at studentene ikke engasjerer seg i oppgaven, eller at de får få muligheter til å utfolde seg. Christiansen (2006) legger vekt på at lærerne må skape muligheter for å utnytte eksisterende eller oppståtte muligheter for å fremme elevenes matematiske læring. Det krever at lærerne er i stand til å notere seg når elevenes aktivitet og tenkning rommer noe, som kan bygges videre på i en faglig retning. Det krever at læreren kan formulere utfordringer, som gir elevene mulighet for å undersøkelse matematiske utfordringer eller matematisk innhold.
Hvis læreren istedenfor forsøker å styre elevene, og elevene aksepterer det ved at det ved å følge instruksjonene fremfor å forsøke å behandle en problemstilling uten styring, skjer det hovedsakelig ingen matematisk læring (Christiansen, 2006)

2.2 Argumentasjon

"No way had I set out to expound a theory of rhetoric or argumentation" (Toulmin, 2003, s.II).
Van Eemeren (2003) hevder at selv om Toulmin ikke hadde skrevet teksten «The use of Argument» (1958) for å lage en teori for retorikk eller argumentasjon har teksten blitt en varig kilde til inspirasjon

og diskusjon i argumentasjon for alle disipliner i mer en 40 år. Spesielt hans modell «*layout arguments*» (videre omtalt som Toulmins modell) har gjort boken til en moderne klassiker innenfor studien av argumentasjon (van Eemeren, 2003).

Toulmin (2003 revidert utgave fra 1958) har en bred tilnærming til argumentasjon. For å gi et bilde på argumentasjonen som noe stort og komplekst, men også noe som kan studeres i detaljer sammenlignet han et argument med en organisme. Toulmin (2003) mener at argument har en stor anatomisk og en mindre fysiologisk struktur. Den store anatomiske strukturen innebærer alt fra de første uttalelsene fra et uløst problem til den endelige presentasjonen av en konklusjon. De mindre strukturene, består av logiske strukturer og det er her gyldigheten av et argument blir etablert eller avkreftet. De mindre strukturene kan ikke analyseres isolert, men i hensyn til den større anatomien. Den detaljerte fysiologiske strukturen vil være mest forståelig når den forklares i sammenheng med den større grovere anatomiske. De mindre strukturene er mer utdypet i kap. 2.3 Toulmins modell.

I teksten *The ethnography of argumentation* har Krummheuer har tilpasset Toulmins modell til bruk i klasserommet. Her kritiserer Krummheuer det tradisjonelle synet på argumentasjon, der argumentasjon blir sett på som en prosess som er oppnådd av én person som er konfrontert med et publikum som skal overbevises. Han mener at denne definisjonen ikke passer det moderne klasserom, og vil bort fra å se på argumentasjon som en isolert metakognitiv aktivitet (Se kap. Kollektiv argumentasjon 2.3.6)

2.3 Toulmins modell

Toulmins modell kan brukes til å analysere det Toulmin (2003) kaller for argumentets mindre fysiologiske struktur. Toulmins modell består av 6 komponenter, *data, conclusion, warrant, backing, rebuttal* og *qualifiers*. Ved hjelp av Jørgensen og Onsberg (2011) danske oversettelse er begrepene over satt til data, påstand, hjemmel, styrkemarkør, motbevisning og ryggdekning. Jørgensen og Onsberg (2011) oppsummerer de ulike komponentene med korte spørsmål: Påstand, hva vil avsenderen overtale motstanderens om? Data, hva bygger avsender påstanden på? Hjemmel, hvordan kommer man fra data til påstand? Styrkemarkører, hvor sikker er avsender i påstanden? Motbevisning, i hvilke tilfeller gjelder ikke påstanden? Ryggdekning, hvilke holdepunkter har avsender for den generelle regel i hjemmelen?

2.3.1 Det første skjelettet.

Toulmin (2003) tar først for seg det han omtaler som det første skjelettet og Krummheuer (1995) omtaler som kjernen av et argument, dette består av konklusjon, data og hjemmel. Konklusjon (C) eller påstand er en slutning som en prøver å etablere, og baserer seg på fakta eller informasjon. Fakta som støtter opp og fungerer som et fundament for konklusjonen kaller Toulmin (2003) for data (D). Data har i oppgave å styrke grunnlaget som konklusjonen er konstruert på. Uten et datagrunnlag vil konklusjonen være uansvarlig, og det vil være vanskelig å overbevise noen om denne påstanden. Data av noe slag må være til stede, hvis det skal være et argument der i det hele tatt. En rå konklusjon, uten noe data som støtte er ikke noe argument. Sammenhengen kan utrykkes som: « ('If D, then C'); 'Data such as D entitle one to draw conclusions, or make claims, such as C', or alternatively 'Given data D, one may take it that C.» (Toulmin, 2003, s. 91).

For å trekke en slutning fra data til konklusjonen må en gjøre et sprang. Hjemmelen kan fungere som en bro som legitimerer dette spranget argumentet forplikter. Hjemmelen tar utgangspunkt i data og viser at spranget til den originale påstanden eller konklusjonen er passende og legitim. For å rettferdiggjøre denne slutningen krever det ikke mer data for da ville de samme spørsmålene reises igjen. Sammenhengen mellom data, konklusjon og hjemmel kan utrykkes som «D so C sins w». (Toulmin (2003, s. 93). Krummheuer (1995) kaller denne sammenhengen for den minimale formen for en argumentasjon. I følge Toulmin (2003) kan alle argumenter utrykkes i formen data, hjemmel så konklusjon og være gyldig, gitt at hjemmelen er gyldig.

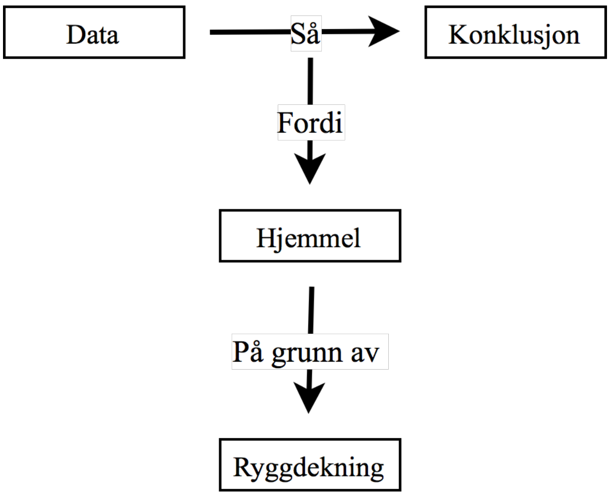
Toulmin (2003) drøfter rundt skillet mellom hjemmel og data, han hevder at i noen tilfeller vil det ikke være mulig å skille klart mellom de to forskjellige logiske funksjonene. Rent gramarisk vil skille ikke være absolutt. Den samme setningen i en situasjon kan formidle informasjon og i en annen autorisere spranget i argumentet, og til og med i noen tilfeller begge deler samtidig. Et av skillene mellom data og hjemmel er at data appelleres til eksplisitt, hjemmel er appelleres til implisitt. Hjemmeler er forskjellige, og det varierer i hvilken grad de rettferdiggjør konklusjonen. Noen hjemmeler er så sterke at de er nok til å legitimere konklusjonen, gitt at datamaterialet er riktig. Andre ganger gir ikke hjemmelen en tilstrekkelig begrunnelse (Toulmin, 2003).

Ifølge Singletary & Conner (2015) kan elevene bruke mange forskjellige utsagn som hjemmel: matematiske konsept (eks. definisjoner, læresetninger og egenskaper), matematiske prosedyrer (eks. kalkulasjoner eller løse ligninger), observasjoner (eks: gjenkjenne mønstre eller kongruente figurer) og appellere til autoritet (eks, en bok eller lærer). Singletary og Conner (2015) hevder at for elever kommer der nødvendigvis ikke naturlig å begrunne påstander med læresetninger, egenskaper eller tidligere etablerte resultater, så lærere trenger å støtte elever i å bidra med disse formene av matematiske aksepterte hjemler. Noen ganger når elevene jobber med noe kjent er det etter lærerens vurdering ikke nødvendig med noe hjemmel (Singletary & Conner 2015).

2.3.2 Ryggdekning

Ryggdekning (B) knytter seg direkte til hjemmel og involveres i argumentet når det reises tvil om hvorvidt hjemmelen kan aksepteres (Jørgensen & Onsberg, 2011). Ryggdekning kan ligne funksjonen til data som støtter konklusjonen. Ryggdekning kan bli utrykt som et absolutte utsagn av fakta, globale overbevisninger og grunnleggende strategier (Toulmin, 2003). Singletary og Conner (2015) inkluderer ikke ryggdekning i sine modeller, derfor er trolig matematiske konsept inkludert i deres hjemmel. I denne studien er ryggdekningen inkludert. Matematiske konsept er betraktet som globale overbevisninger som Toulmin (2003) beskriver som ryggdekning. Toulmin (2003) og Krummheuer (1995) mener at ryggdekningen ikke trenger å være eksplisitt, hjemmelen kan bli godkjent uten utfordring. Toulmin, (2003) hevder at hvis en hadde krevd en begrunnelse for alle hjemlene og aldri lot en unnslippe, hadde en knapt ha klart å begynne en diskusjon. Noen hjemler må bli akseptert uten videre begrunnelser. Krummheuer (1995) legger til at hvis en hadde krevd ryggdekning på alle utsagn hadde det ført til sterkt begrenset kommunikasjon og samarbeid gjennom argumentasjon ville ikke ha vært relevant.

Forholdet mellom data, hjemmel og konklusjonen symboliserer Toulmin (2003) med en pil. Pilen går fra data til konkusjonen. Jørgensen og Onsberg, (2011) mener at selv om plien går fra data til konklusjonen kan en også gå motsatt vei fra påstand til data når en argumenterer. Toulmin (2003) plasserer hjemmelen under pilen og viser til legitimiteten som kreves for å ta skrittet fra data til konklusjonen. Toulmin (2003) plasserer ryggdekningen under hjemmelen for å vise at den fungerer som en støtte for hjemmelen. Ut ifra modellen kan en lese: data så konklusjon, fordi hjemmel på grunn av ryggdekningen.



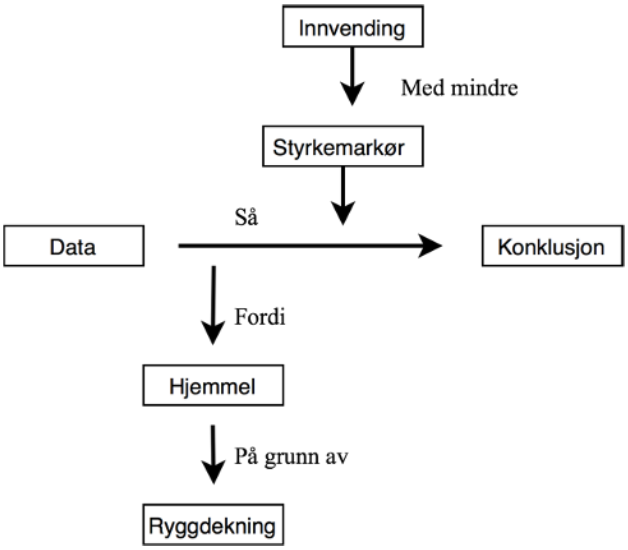
Modell 1:Min oversettelse av Toulmins modell (Toulmin, 2003 s. 97).

2.3.3 Styrkemarkører

Styrkemarkør (Q) indikerer styrkegraden til påstanden. Den er avhengig av hjemmelen etter som den rettferdiggjør overgangen mellom dataet og påstanden (Toulmin, 2003). Styrkemarkøren indikerer i hvilken gard avsender er villig til å garantere for gyldenheten til påstanden. Den kan beskrives med ord som antakelig, sannsynligvis, ingen, alle eller nesten alle (Jørgensen & Onsberg, 2011).

2.3.4 Innvending

Innvending *(*R) er betingelser og unntak. Innvending knytter seg til styrkemarkøren i det avsenderen her kan spesifisere eventuelle forbehold og usikkerhetsmomenter fra spranget påstanden til konklusjonen (Toumin, 2003). Innvending rommer betingelser og omstendigheter som setter hjemmelens generelle autoritet ut av kraft (Jørgensen & Onsberg, 2011). Styrkemarkør og innvendig er forskjellig fra hjemmel siden de indirekte støtter bæringen til hjemmelen (Toulmin, 2003).



Modell 1: Oversettelse og bearbeidelse av Toulmins modell (Toulmin, 2003 s. 94)

2.3.5 Analytisk og substansiell argumentasjon

Toulmin (2003) skiller mellom analytisk og substansiell argumentasjon. Analytisk argumentasjon er en formell type argumentasjon og krever en streng oppbygning som for eksempel være D fordi W så C. Krummerheuer (1995) definerer et matematisk logisk bevis i som en analytisk argumentasjon, der konklusjonen i en analytisk argumentasjon er bygget av aksiomer, definisjoner eller allerede beviste setninger og viser ikke til noe som ikke allerede er bevist (Krummerheuer, 1995).

Toulmin (2003) definerer substansiell argumentasjon som en uformell type argumentasjon som oppstår i hverdagen og krever ikke en streng oppbygning. Toulmin (2003) fremhever at substansiell argumentasjon ikke skal betraktes som mindre viktig eller svakere enn analytisk argumentasjon. Krummheuer (1995) tar utgangspunkt i substansielle argumentasjon når han analyserer barns argumentasjon. Krummheuer (1995) hevder at det er en fare for at analyse av argumentasjon i et klasserom kan bli misforstått til en avhandling av et bevis. Han hevder at barn drar vanligvis ikke drar analytiske konklusjoner. En av grunnene til dette er at barn generelt ikke bruker et matematisk system basert på aksiomer. Krummheuer (1995) refererer til Sturve (1990) som hevder at barns matematiske kunnskapen kommer fra erfaring og har en empirisk- teoretisk status, deres matematiske utsagn bærer preg av handling erfaring med matematiske objekt.

2.3.6 Kollektiv argumentasjon

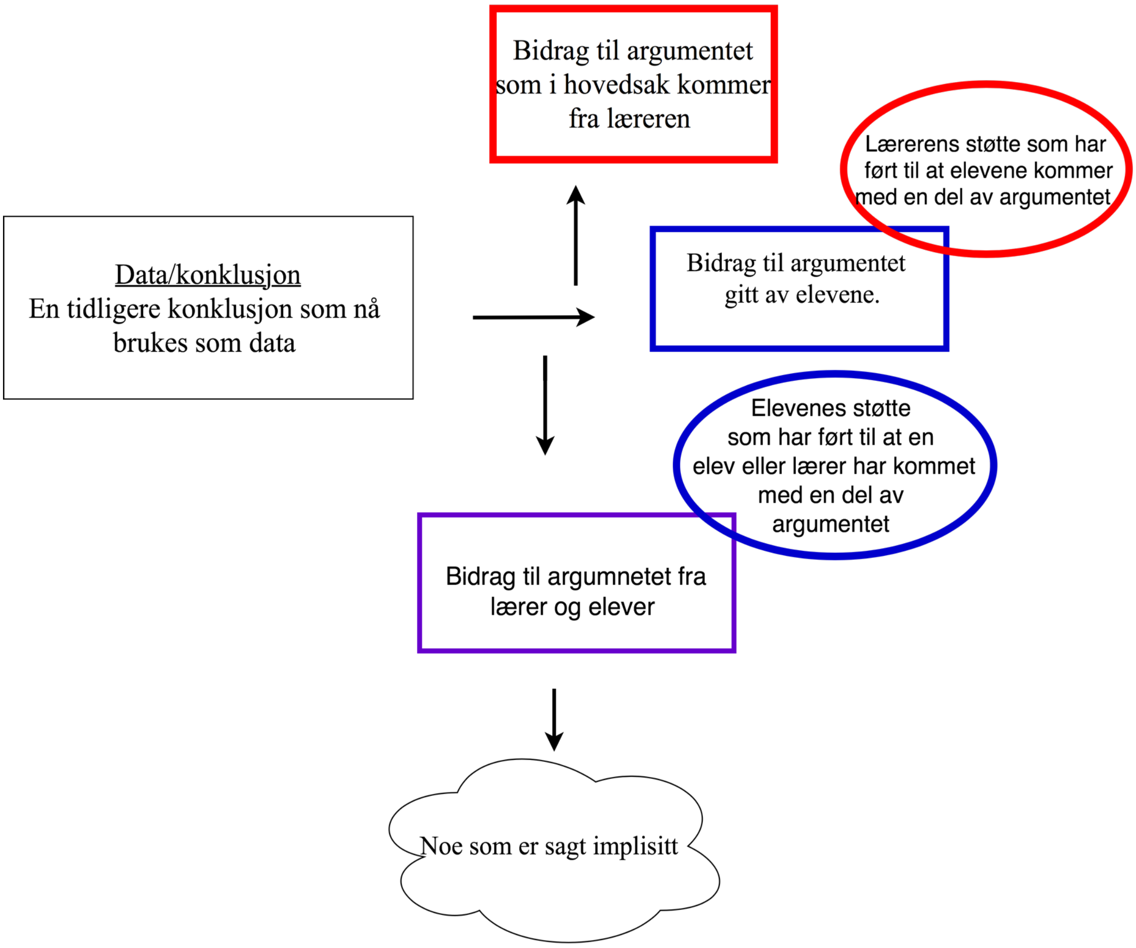
Krummheuer (1995) utvider begrepet argumentasjon til å omfatte samhandling i klasserommet, der argumentasjon er forklaringer og begrunnelser av løsninger underveis eller etter. Dette kan skje gjennom gruppearbeid eller i felles klasseaktiviteter. Denne typen argumentasjon kaller Krummheuer (1995) for kollektiv argumentasjon. Kollektiv argumentasjon er et sosialt fenomen som oppstår når flere individer samhandler verbalt gjennom mekling ved å justere deres ytringer for å komme fram til den beste løsningen. Utviklingen av den kollektive argumentasjonen trenger ikke å være harmonisk, uenigheter er en del av argumentasjon som kan føre til korrigeringer, modifikasjoner, tilbaketrekninger og erstatninger. I matematikk spesielt hos de yngre elevene er svaret og kalkulasjonen en del av argumentasjonen. Veldig ofte er en løsning allerede et argument og trenger ikke et ekstra separat metakognetiv prosedyre (Krummheuer, 1995). Conner et al. (2014) inkluderer kollektiv argumentasjon som alle tilfeller der elever og lærer kommer med en matematiskpåstand og gir bevis for å støtte den. Conner et al. (2014) sin definisjon av kollektiv argumentasjon ligger mellom analytisk og substansiell argumentasjon.

2.4 Modell for kollektive argumentet.

For å undersøke læreres støtte for kollektiv argumentasjon, laget Conner et al. (2014) en modell inspirert av Toulmin (1958/2003) og Krummheuer (1995) som senere også er brukt av Singletary og Conner (2015). De tar bare utgangspunkt i det Krummheuer kaller for kjernen i et argument, altså data, konklusjon og hjemmel (Singletary & Conner 2015). I denne studien er også ryggdekning, innvending og styrkemarkør inkludert. I modellen kommer det fram både lærerens og elevens rolle i det kollektive argumentet.

I modellen er ytringene som er gitt av elevene er markert med et blå omriss og læreres ytringer markert rødt omriss. Noen ganger bidrar både læreren og elevene i komponente, da er den markert i lilla. Modellen inkluderer bidrag som er ikke direkte deler av argumentet, men har bidratt eller ført til et respons som er del av argumentet. Disse bidragene representerer med et omriss formet som en ellipse. I modellen inkluderer bare lærens bidrag, i denne studien vil også elever sine bidrag inkluderes.

Conner et al. (2014) inkluderer deler av argumentet som ikke er direkte utrykt av lærer eller elevene. Disse delene er underforstått av de som argumenterer i de gjeldene konteksten i klasserommet, de vil derfor ikke føler noe behov for å utrykke dette. De kaller disse form implisitte deler og de er markert som en sky i diagrammet. Modellen viser også hvordan ulike påstander er knyttet sammen og danner en ny påstand, dermed blir den da værende påstanden til datamaterialet i den nye påstanden. I disse tilfellene vil komponentene bli markert som data/konklusjon.



Figur 1: Oversikt over betydninger av det visuelle utrykke

2.5 Lærens støtte i kollektivt argument

I følge Singletary & Conner (2015) er det større sannsynlighet at elevene kommer med en hjemmel (se kap. 2.3.1) når læreren stiller passende spørsmål. Noen ganger når elevene jobber med noe kjent er det etter lærerens vurdering ikke nødvendig med noe hjemmel. Å spørre etter hjemmel kan etablere normer. Elevens behov for å gi begrunnelse kan bli etablert som en klassenorm (Singletary & Conner 2015). Hvilke typer hjemmeler og frekvensen av bidrag avhenger av normene som er etablert i klasserommet (Conner et al. 2014).

Lærerne i Conner et al. (2014) brukte tre forskjellige typer støtte for det kollektive argumentet: direkte bidrag av komponenter til argumentet, stille spørsmål og andre støttende handlinger.

Når læreren kommer med bidrag av komponenter til et argumentet uten tydelig bidrag av elevene, kategoriserer Conner et al. (2014) handlingen som direkte bidrag. Komponentene av et argumentet kan bli delt verbal, skiftelig eller gjennom oppgaven som er gitt. Conner et al. (2014) definer spørsmål som en forespørsel om handling eller informasjon. Spørsmålene er ikke hierarkisk, der de ikke setter noen typer spørsmål som bedre enn andre. I Conner et al. (2014) analyse var det noen handlinger som læreren gjorde for å støtte kollektiv argumentasjon som ikke kunne plasseres som dirkete bidrag eller som spørsmål. Disse handlingene dannet en ny kategori som de kalte andre støttende handlinger.

Direkte bidrag		Spørsmål		Andre støttende handlinger	
Påstander	Utsagn der en kommer med en påstand.	Spør etter fakta	Spør om matematisk fakta som er memorert, eller som kommer av å gjøre en enkel matematisk prosedyre.	Lede	Hjelpe elevene med å flytte fokus til elementærere deler, for eksempel med å gi hint eller oppmerksomhet til en spesiell del.
Data	Utsagn som støtter påstanden	Spør etter en metode	Spør om å viser eller forklarer metoden de har brukt for å komme fram til et svar.	Fremme	Handlinger som gir støtte til en matematisk utforskning, oppfordrer elevene til å utforske uten å veilede dem i en spesiell retning,
Hjemmel	Utsagn som kobler data og påstanden.	Spør etter en ide	Spør om å sammenligne, kombinere eller generere en matematisk ide.	Evaluere	Evaluere, handlinger der en evaluerer elevenes matematiske utsagn. Bekrefter eller avkrefter elevenes utsagn.
		Spør etter en utdypelse	Spør eleven om å utdype et utsagn, ide eller diagram. Utdypingen består av å gjøre en tolkning, bidra med en forklaring eller gi begrunnelse.	Informere	Handlinger som assisterer elevene til å utvikle matematiske forståelse og problemløsningsstrategier med handlinger som gir informasjon til argumentet, omformulerer, utvider eller oppsummerer elevens matematiske utsagn.
		Spør etter en evaluering	Spør elevene om å evaluere en matematisk ide. Argumentere for den matematiske ideen.	Gjenta handlinger	Handlinger som repeterer eleven utsagn

Modell 2: Oversettelse med noe utdypelse modellen «Teacher support for colleative argumentation framework» (Conner et al, 2014. s. 418)

2.6 Ulike måte å prøve og feile

Mason et al. (2011) definerer prøving og feiling som en prosess der en tester et tall og sjekker utfallet. Mason et al. (2011) det som skiller metodene er hvordan en finner tallet som en tester, og hvilke erfaringer en gjør av dette utfallet og hva det har å si for neste tall. Disse kategoriene blir i denne oppgaven blir brukt til å beskrive elevens metoder.

Gjett og test metoden går ut på at en gjetter et tall og tester dette tallet ved å bruke enkel aritmetikk. I denne metoden tar en ingen lærdom av tidligere valg og det er ingen tegn på systematikk. I denne studien vurderes tallet med å studere den visuelle tilbakemeldingen programmet gir. I metoden *prøve* *og forbedre* blir i likhet med gjett og test metoden et tall gjettet og sjekket, men i neste forsøk tar en lærdom at dette utfallet. Neste forsøk avhenger altså av utfallet av tidligere forsøk, for eksempel ved å teste et tall som er større eller mindre eller imellom tidligere forsøk. I metoden *treff og sjekk*. Et tall blir testet og er korrekt. Det finnes ingen bevis på systematisk utprøving, men sannsynligheten for å gjette korrekt er liten, og det finnes sannsynligvis en tanke bak tallet (Mason et al, 2011).

Ifølge Mason et al. (2011) er det en diskusjon rundt generelt om prøving og forbedring er en nyttig strategi for elevenes utvikling av algebraisk tenkning. De hevder videre noen som ser på prøving og feiling som et mellomtrinn mellom aritmetikk og algebra siden det å prøve ut på forskjellige tall kan bli sett på som et steg mot å bruke variabler. Andre er mot dette denne typen ideologi, del begrunnet med av at hvis elevene blir eksperter på denne typen idelogi har de ikke lyst å lære seg algebraiske metoder (Mason et al, 2011). Ifølge Royal Society (1997) er *prøve og forbedre* er ikke bare en nyttig metode eller teknikk på barneskolen, men brukes ved løsning av tredjegradsligninger eller med likninger som ikke kan løses algebraisk. Royal Society 1997 hevder også at prøving og forbedring kan være til hinder i å lære seg algebraiske metoder. Dette er fordi i prøving og feiling går fra en kjent start tall til et å finne det ukjent, mens algebraiske metoder går andre veien der de tar utgangspunktet i ukjente tall.

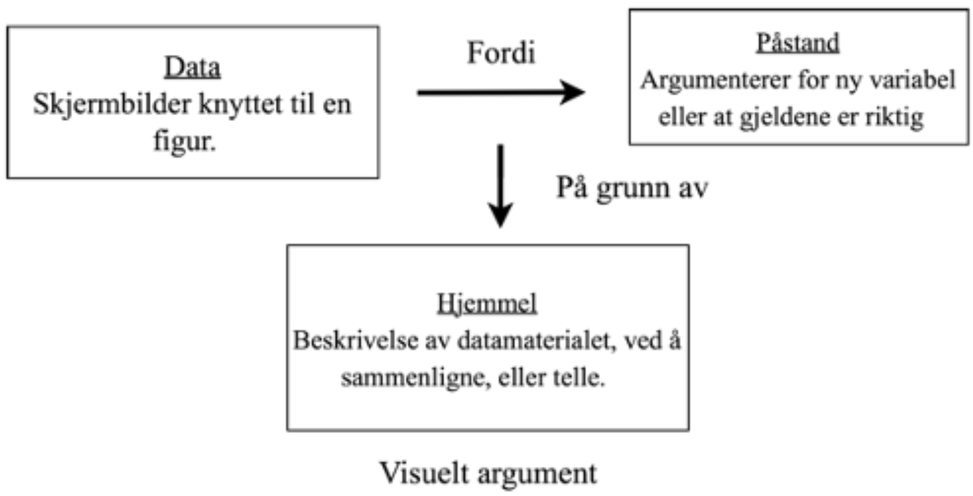
Prøving og feiling er strategier knyttet til programmering er kommentert i Stigberg og Stigberg (2020) og Savard og Freiman (2016). I Stigberg og Stigberg (2020) mente læreren at prøve og feile metoden, førte til at elevene ble mindre redd for å gjøre feil i matematikk. Savard og Freiman (2016) er mer skeptisk til metoden og trekker fram at den problemløsende aktiviteten ble forenklet ned til en systematisk prøve og feile strategi, som ifølge dem fungerte som en hindring for å utvikle den matematiske forståelsen. Savard og Freiman (2016) trekker fram at det er en viktig egenskap i problemløsning å vite når det er effektiv å bruke en prøve og feile strategi og når det er lønnsomt å analysere sitasjonen systematisk for hånd. De viser noen studier at prøve og feil strategien den som mest brukte strategien. Elevene kan utvikle andre strategier når de er i et støttende læringsmiljø, men hvordan en skal lede elevene til et høyere kognitivt tankenivå er fortatt en uløst pedagogisk oppgave. Savard og Freiman (2016) konkluderer med at en positiv holdig mot å programmere med matematikk fører ikke automatisk til en problemløsningsstrategi utover en prøve og feile strategi. Rollen til lærerne med deres teknologiske og pedagogiskes kunnskaper brukt til å assistere elevens læring med å veilede dem gjennom en prosess for å utføre en oppgave, kan bli sett på som et viktig aspekt med fremtidige studier (Savard og Freiman, 2016).

2.7 Kategorisering av ulike argument

I en forskningsartikkel så Lavy (2006) på ulike typer argumenter som ble dannet når to elever jobbet med en utforskende oppgave i et programmeringsprogram i matematikk. I Lavys studie (2006) ble dannelse av et argumentene sett på som et resultat av påvirkningen av miljøet, som ble skapt gjennom programmet og samarbeidene læring, i denne studien er også læreren tatt med som en faktor. I Lavys studie (2006) ga læringsmiljøet elevene et språk å kommunisere med og skjermbildene var nødvendige for å utvikle matematisk argumentasjon mellom dem. I hennes studie så hun på utviklingen på argumentasjonen som en vei til å kunne utvikle et formelt matematisk bevis i denne studien ses argumentasjonen på som en vei for å utvikle algebraisk tenkning. På grunn av at studien til Lavy har en annen tilnærming argumentasjon, passer ikke disse kategoriene denne studien og egnene kategorier er utviklet med Lavys kategorier som utgangspunkt.

2.7.1 Visuelt argument,

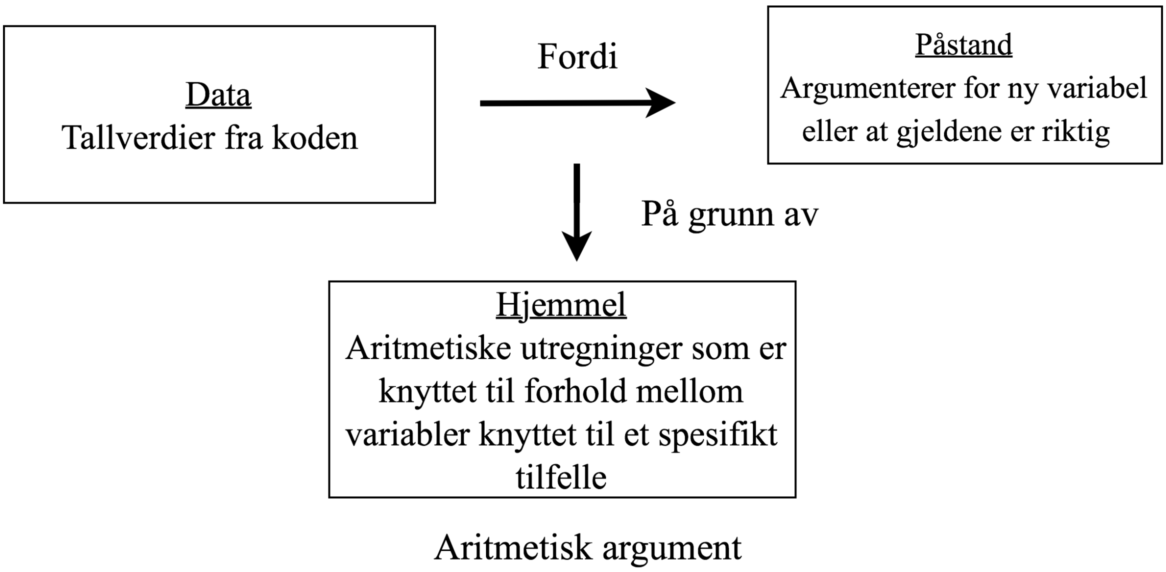
Den første kategorien visuelt argument har flere trekk som ligner Lavys (2006) første kategori grunnleggende argument. I likhet med Lavys kategori, grunnleggende argument, er konklusjonen basert på å teste en begrenset mengde med data. I grunnleggende argument er datamaterialet tilfeldige valgte variabler, slik som Mason et al. (2011) sin kategori gjett og sjekk. I kategorien visuelt argument kan også elevene bruke en *prøve og forbedre* strategi. Både i Lavys grunnleggende argument og *visuelt argument* er elevene helt avhengig av de visuelle tilbakemeldingene programmet gir. Datamaterialet består av å demonstrere et eller flere eksempler. Påstanden i et visuelt argument vil være et forslag til en ny variabel, eller fungere som et argument for gjeldene variabel. Hjemmelen består av visuelle beskrivelser av datamaterialet, der elevene sammenligner eller telle.



Modell 3: Skjematisk beskrivelse av visuelt argument

2.7.2 Aritmetisk argument

I den andre argumentasjonskategorien *aritmetisk argument* bruker elevene i likhet med Lavys (2006) sammensatt argument en matematisk argumentasjon. I Lavys tilfelle er argumentasjonen knyttet til tallteori, men i denne studien er argumentasjonen basert på visuelle representasjoner knyttet til geometriske figurer og koordinatsystemet. I *aritmetisk argument* er elevene delvis av avrevet fra den visuelle tilbakemeldingen. I likhet med sammensatt argumentasjon tester elevene sine hypoteser ved å undersøke utfallet i animasjonen, elevene kan i denne kategorien forutse utfallet i større grad enn de kan i det *visuelle argument*asjonen. Det som skiller argumentene er at i sammensatt argumentasjon er påstandene er generaliseringer av tidligere grunnleggende påstander, men i denne studien virket det ikke som at elevene tok med seg konklusjonene videre når de skule programmere en ny figur. Data i et aritmetisk argument består av tallverdier i koden. Påstanden består av argumenter for en ny variabel. Hjemmelen består av aritmetiske utregninger som er knyttet til forhold mellom variabler i et spesifikt tilfelle. *Aritmetisk argument* har lignende trekk med grunnleggende argument der argumentets gyldighet er lokal. Påstanden er derfor ikke generalisert på noen måte og er knytet til et spesifikt eksempel. Innenfor denne kategorien finner en *gjett og treff* strategien, på grunn av ifølge Mason et al. (2011) er det liten sannsynlighet å treffe på gjette på første forsøk og derfor ligger det mest sannsynlig en matematisk forklaring bak påstanden.



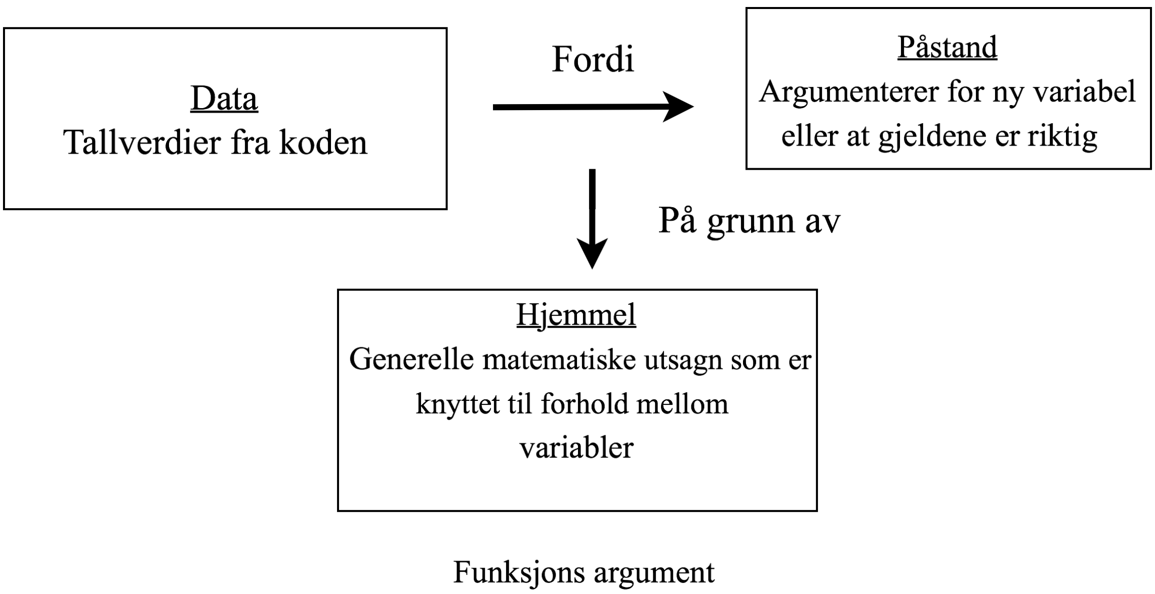
Modell 4: skjematisk beskrivelse av aritmetisk argument

2.7.3 Funksjonsargument, generalisert

Funksjonsargument er inspirert av Lavys (2006) kategori generelt-presentert-som-spesifikt. I hennes kategori består data av tidligere sammensatte argument eller utvidet argument. Påstanden er en generalisering av disse tidligere argumentene, som er presentert som et spesifikt tilfelle. Hennes kategori generelt-presentert-som-spesifikt ligger imellom aritmetisk argument og funksjonsargument.

Kategorien *funksjonsargument* tar utgangspunkt i funksjonstenkning. I følge Blanton (2008) er funksjonstenkningen et av hovedkategoriene knyttet til algebraisk tenkning. Funksjonstenkning definerer hun som en prosess for å bygge, beskrive og resonnere med og om funksjoner. Funksjonstenkning handler om å lage en generalisering om hvordan data henger sammen og om å se etter mønster for hvordan mengder er relasjon til hverandre (Blanton, 2008). I denne studien vil funksjonsargument, inkludere argument der elevene beskriver generelle sammenhenger mellom ulike variabler. Forskjellen på funksjonsargument og *aritmetisk argument* er at sammenhengen mellom størrelser er generalisert og kan uttrykkes gjennom et algebraisk uttrykk, enten gjennom muntlig språk eller gjennom algebraiske symboler. Et generalisert utrykk er her definert som når elevene omtaler sammenhengen mellom størrelser på en generell måte som ikke er knyttet til det spesielle tilfellet slik som i det aritmetiske argumentet. Det kan for eksempel være at elevene sier at sammenhengen mellom veggene i figuren og størrelsen er differensen mellom dem, der de ikke bruker et spesifikt eksempel, men snakker om størrelsene på en generell måte. Algebraiske utrykk kan bli bruk i koden for å effektivisere koden. Argumentet i et funksjonsargument kan settes opp som et funksjonsutrykk.

Strategien *Bruk av struktur* er en metode som kan bukes både på *aritmetisk argument* og funksjonsargument. *Notasjon av den ennå ukjente* er en strategi som vil bli plassert innenfor funksjonsargument.



Modell 5:skjematisk beskrivelse av funksjonsargument

I denne studien er det tenkt at utviklingen av argumentasjon går fra et *visuelt argument* til *aritmetisk argument* og så til et *funksjonsargument*. Det er tenkt at utviklingen ikke stopper med et funksjonsargument der kompleksiteten av funksjonsargumentene kan bli mer komplekse etter som det skapes nye behov for å utrykke sammenhenger. I denne modellen vises hvordan de ulike kategoriene henger sammen. Overgangen mellom de ulike kategoriene er farget med en gildene fargeovergang for å markere at kategoriene har en gildene overgang der noen argumenter kan plasseres mellom kategoriene.

3 Metode

3.1 Valg av metode/ metodisk tilnærming

Hensikten med denne studien er å undersøke hvordan lærere kan legge til rette for elevenes argumentasjon i programmeringsprogrammet i Tinkercad Codebloks. For å undersøke dette har jeg valgt en aksjonsstudie der det er observert lærere og to elevpar mens de jobber med programmeringsoppgaver i Tinkercad.

Kvalitativ metode er en metode innenfor samfunnsvitenskap (Grønmo, 2016). Både Thagaard (2018) og Postholm og Jacobsen (2018) beskriver kvalitative metoder som godt egnet for å beskrive og forstå menneskenes handlinger og samhandlinger mellom dem. I følge Thagaard (2018) er den kvalitative tilnærmingen egnet for å forstå det sosiale fenomenet på bakgrunn av den nære kontakten med feltet en danner i møte med kontaktene. Denne kontakten bygger et viktig grunnlag for hvordan en tolker og utvikler data (Thagaard, 2018). Kvalitative metoder er egnet for å forstå menneske generelt eller i en bestemt situasjon ved å finne essensielle strekk (Næss, Sjøvoll, 2018). Ønsket om å beskrive, forstå og analysere det sosiale fenomenet som oppstår i klasserommet gjør at kvalitativ studie passende for denne studien.

Som nevnt er det gjort lite forskning på programmet Tinkercad. Ifølge Thagaard (2018) er kvalitative metoder godt egnet til å studere temaer som det er gjort lite forskning på. Dette er fordi disse studiene kreves stor åpenhet og fleksibilitet. Fleksibiliteten i en kvalitativ studie gir mulighet til å endre utformingen av prosjektet underveis i undersøkelsesprosessen, etter som en får nye erfaringer eller utfordringer.

Denne studien er inspirert av aksjonsforskning. I aksjonsforskning står innovasjonsperspektiv sterkt. Innenfor profesjonsfag handler det om et ønsker å forbedre praksis (Skogen, 2018). I denne studien er det undersøkt hvordan Tinkercad og lærere legger til rette for elevenes matematiske argumentasjons og algebraisk tenkning og hvilket potensial som kan identifiseres i dette samspillet. Denne problemstillingen bygger på hvordan en kan forbedre praksisen knyttet til programmering i matematikk. I aksjonsforskning vil ifølge Jacobsen (2015) og Skogen (2018) forskeren ha to roller. Som en endrings agent som setter i gang endringer og som en forsker som måler og evaluerer effekten av endingene. I denne studien har jeg hatt stor innflytelse både på hvordan undervisningen er gjennomført, hva som er samlet inn av data og hvordan den er analysert. Ifølge Skogen (2018) er aksjonsforsking en *tids-og-ressurs* krevende forskningsstrategi. I denne studien har det ikke vært mulig å studere endringene og analysere effekten av dem i et slik omfang som en aksjonsforskning krever. Denne studien tar derfor utgangspunkt i *case* studie som metode. Målet med en *case* studier er å få en grundig forståelse av et fenomen som skjer i en bestemt kontekst (Postholm & Jacobsen, 2018). I denne studien er målet å undersøke potensialet av et bestemt programmeringsverktøy i samhandling mellom elever og lærere og oppgaven som var gitt ved å analysere argumentasjonen mellom dem. Denne studien går innenfor en enkelt *case* studie, der forskeren går dypt inn i en situasjon som er klart avgrenset av tid og rom. Tilnærmingen gir en god innsikt i en hendelse og får frem en virkelighetsnær og detaljert beskrivelse av virkeligheten. Den detaljerte beskrivelsen av virkeligheten gir muligheten til å forstå samspillet mellom aktører og kontekst og gir grunnlag for å skape nye hypoteser og teorier (Jacobsen, 2015).

3.2 Observasjon

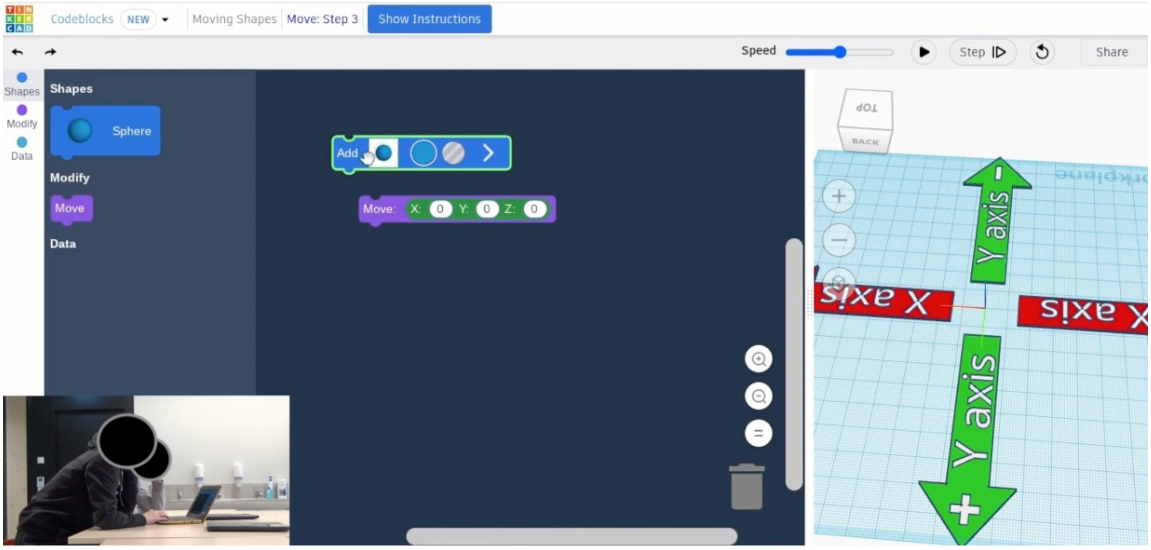
For å svare på problemstillingen er der ønskelig å se på samhandlingen mellom elevene, læreren og programmet Tinkercad. Ut ifra dette er det valgt å bruke observasjon som metode for å svare på problemstillingen. Observasjon er en metode for å systematisk samle inn informasjon fra omverden (Næss & Sjøvoll, 2018). I følge Thagaard (2018) og Johannessen et al. (2016) er observasjon en egnet metode for å få innblikk i personers adferd og samhandlingen mellom dem. Thagaard (2018) mener at når forskere deltar sammen med de personene de studerer og samtidig observerer, får de et godt grunnlag for å forstå den sosiale sammenhengen som personene er en del av.

I denne studien har jeg valgt å deltar i klasseromsaktiviteten og er en av de som blir observert. Den rollen jeg har kaller Postholm og Jacobsen (2018) for en fullverdig deltager. Den er også omtalt som deltagende observasjon av Grønmo (2016). Valget om observasjon med fullverdig deltagelse er tatt ut ifra antagelsen om mangel på kompetanse hos lærere i programmet Tinkercad. Som nevnt viser internasjonalt forskningen at lærere har lite kunnskaper om programmering. Programmering i Norge ble først innført med den nye læreplanen i høsten 2020 (Utdanningsdirektoratet, 2020). Årene 2020 og 2021 har vært preget av unntakstilstander i den norske skolen pga. tiltak i skolen rundt COVID 19 epidemien. Dermed kan det tenkes seg at lærerne har hatt redusert kapasitet og overskudd til å sette seg inn i programmering og nytt utstyr. Videre bygger forskningsmetoden på en antagelse om at

Tinkercad er lite brukt i skolen. Antatt manglende kompetanse hos lærere og elever førte til at en kvalitativ tilnærming med fullverdig observasjon virket mest passende, fordi intervju eller kvantitativ forsking krever at elever og/eller lærere har erfaringer med å programmere/undervise med Tinkercad.

I rollen som fullstendig deltager trekker Postholm og Jacobsen (2018) fram at det kan være utfordrende å observere samtidig som en underviser. I denne studien er det derfor valgt å bruke videokamera for å observere aktiviteten. Samtidig vil erfaringer fra aktiviteten hjelpe meg med å tolke det som blir filmet. Videoopptak gir både fordeler og ulemper. Fordelen med å bruke kamera er at en i ettertid kan se på materialet og analysere ønsket situasjon i detalj. Riis-Johansen (2020) trekker fram at utfordringen med kamera er at det ikke fanger opp alt i situasjonen, men kun et utsnitt. Kameraet som er brukt fanger kun en bestemt vinkel i situasjonen og fanger ikke opp alt som skjer i klasserommet. I tillegg fanges den kun et snitt av tid. Den fanger ikke det som skjer før eller etter at opptaket er gjort. Derfor trekker Riis-Johansen (2020) fram viktigheten av observasjon for å sikre et helhetsinntrykk av sitasjonen. Slik kan en danne forståelse av situasjonen en studerer som en del en større sammenheng. Jacobsen (2015) og Valle (2018) hevder at tilstedeværelsen av tekniske hjelpemidler alltid vil kunne skape unormal adferd hos de som undersøkes. Dette kaller de *observatøreffekt.* Det betyr at de som blir observert framstilles seg annerledes enn om de ikke hadde bitt observert. I tillegg påpeker Valle (2018) at bak en og samme observerbare ytre adferd, kan det skjule seg helt ulike intensjoner.

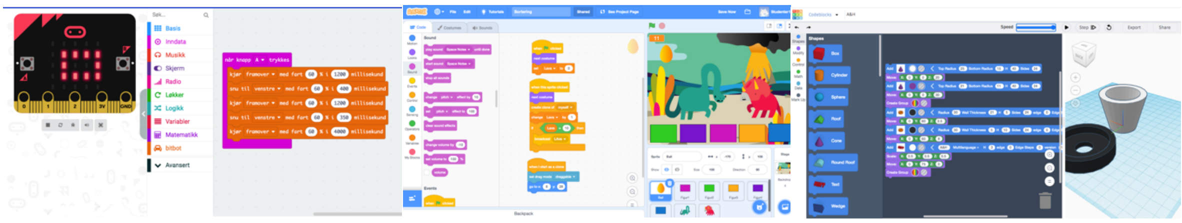
For å kunne analysere elevenes handlinger og kommunikasjon var det viktig med skjermopptak og lyd. Elevene arbeidet på en pc som hadde mulighet til å ta skjermopptak med lyd. Det ble gjort skjermopptak med lyd av begge elevparene. Skjermopptaket ble i den ene gruppen supplementært med video av elevene. Videoopptaket gjorde det enklere å se hvem av elevene i gruppen som programmerte. Elevparet som ble filmet satt lengre borte fra de andre elevgruppene. De ble filmet i profil mot veggen på rommet slik at det bare var dette elevparet som ble med på video opptaket. Skjermopptaket og videoopptaket ble i ettertid redigert og satt sammen slik at en kunne se begge opptakene i samtidig. Skjermopptaket ble hovedbildet i sammenslåingen fordi det var viktig å ha denne stor for å kunne se endringene elevene gjorde i koden. Videoopptaket ble et lite bilde og plassert der det var minst i veien. Under vises sammenslåingen av opptaket.



Figur 2: Skjermbilde av videoen som ble analysert

3.2.1 Utvalg/ Hva og hvem skal jeg observere?

Flere kriterier ble vurdert da utvalget av elever til observasjonen skulle velges ut. Oppgavene som ble utviklet tok utgangspunkt i kompetansemål fra sjette trinn. Det var derfor et ønske at elevene skulle gå på mellomtrinnet. Det var ønsket at elevene hadde erfaringer fra blokkprogrammering, fordi syntaksen og utformingen av blokkprogrammering ligner på hverandre. Dette fører til at elevene kan bedre fokusere på oppgavene og ha mindre utfordringer knyttet til den tekniske utformingen av programmet. Elevene som ble valgt ut passet til de ønskede kriteriene. Elevene gikk i syvende trinn og hadde erfaring fra programmene BitBot og Scratch. BitBot og Scratch har et blokkbasert programmeringsspråk som ligner syntaksen i Tinkercad. I Figuren under vises Bitbot, Scratch og Tinkercad. Alle programmene har et animasjonsfelt, kodefelt og et blokkpanel.



Figur 3: fra venstre Bitbot, Scratch og Tinkercad.

Kontaktlæreren hadde på forhånd av timen satt sammen elevpar. Elevene ble på spurt om noen hadde lyst å bli filmet. Det var to elevparet som meldte seg frivillig og det er disse som ble filmet. Begge elevparene besto av gutter.

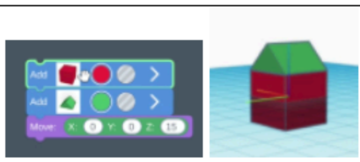
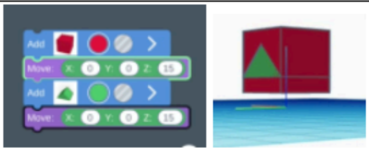
3.2.2 Transkripsjon

Riis-Johansen (2020) definerer transskripsjon som et begrep for å skrive ned det som sies i en samtale. Videre fremhever de fordelen med å transkribere er at den oversetter og fryser den flytende samtalen til en lesbar form. Dette gjør at en kan se detaljer og mønstre som ellers hadde vært vanskelig å legge merke til. Riis-Johansen (2020) presiserer at transkripsjonen aldri vil være en fullstendig gjengivelse av en samtale. De trekker fram at fordi samtaler er multimodale og inneholder hurtige vekslinger som overlapper hverandre, er det umulig oversette samtalen fullstendig gjennom skrift.

I denne studien ble videomaterialet grovtranskribert av et firma i regi av prosjektet LATACME. I grov transkripsjon er det lagt mindre vekt på å markere hvordan noe sies (Riis-Johansen, 2020). I denne studien var det flere voksen personer til stede: en masterstudent, en lærerstudent, en lærer fra høyskolen og en lærer og en assistenter fra barneskolen. I transkripsjonen er det valgt å ikke skille dem og heretter omtales de som lærere.

Videomaterialet sammen med transkripsjonen ble sett igjennom flere ganger å finne de situasjonene som skulle studeres i detalj og for å få en bedre innsikt i situasjonen. Når en situasjon virket interessant, ble materiale satt inn i en tabell for å lette analysen. Tabellen besto av tre koloner. Den første kolonnen inneholdt en utvidelse av transkripsjon der handlingene til elevene i programmet ble notert og eventuelle feil ble rettet. Handlingene til elevene var viktig for å forstå lærerens og elevenes ytringer. Dette ble gjort i tråd med Riis-Johansen (2020) som fremhever at i en analyse av hvordan artefakter fungerer, må transkripsjonen inneholde hva deltageren gjør og hva de sier.

Videre tar Riis-Johansen (2020) fram viktigheten med å velge en transkripsjonsform som får fram de fenomener en vil belyse. Kolonne to i tabellen, se figur under, inneholder derfor skjermbilde av elevens kode og animasjonen. Kolonne tre inneholder min forståelse av den enkelte situasjonen, eventuelle kommentarer og en enkel analyse av sitasjonen. E, E2,E3, E4 står for ulike elever mens L er en felles betegnelse lærere.

Dialog, første flytting til planet/havnivået [23:40]-[24.58], E3: trykker	Skjerm	Kommentar
E3: Ja. Okay, men det var det hun sa i sted at den måtte være over for at den skulle kunne 3D-printes. E4: Hva vil det si? E3: Nei, at blokken, for dette er da gulvet på 3D-printeren, fordi at 3D-printeren er bare halve tingen. Men den må være over gulvet på 3D printeren. E4: Da må du løfte røde blokken og. E3: Ja, da må vi løfte begge.		Elevene jobber med modulen. Oppgaven var å plasser det grønne takket oppå den røde boksen. Dette har de fått til. Elevene finner på at de lyst å prøve å flytte figurene opp til planet/ «havnivå»
E3: Også tar vi move. Også begynner vi med 15. E4: 20 E3: 15 siden den [24.12] [utydelig] (endrer boks, Z=15) E3: Det var litt mye kanskje.		Elevene tipper. I3 foreslår 15. I2 foreslår 20. I2 blir enig med I2 forklaringen hans er uklar men, kan være på grunn av at boksen er 20 høy eller at de flyttet taket 15. Elevene ser på resultatet I3 konkluderer med at det var litt mye, men legger til et kanskje, som viser usikkerhet

Figur 4: modell av analyse prosessen

I bearbeidelsen av datamaterialet var det spesielt vanskelig å få fram utfoldelsestempoet og tidshorisonten i samtalen. I transkripsjonen kan det ofte virke som samtalen har foregått over lengre tid, men samtalen hadde egentlig hurtige vekslinger og handlingene ble gjort i et høyt tempo. Dette kan føre til at en legger mer i elevenes handlinger. En analyserer elevenes handlinger og ytringer som mer gjennomtenkte en de egentlig er, på grunn av at de hadde liten betenknings tid. Noen ganger er det også motsatt tilfelle der det er større tidsrom mellom ytringene. Når et utdrag ble valgt for å se nærmere på ble det derfor gått tilbake til videoen og det ble tatt tid på samtale sekvensen som et tiltak for å øke kvaliteten på datamaterialet.

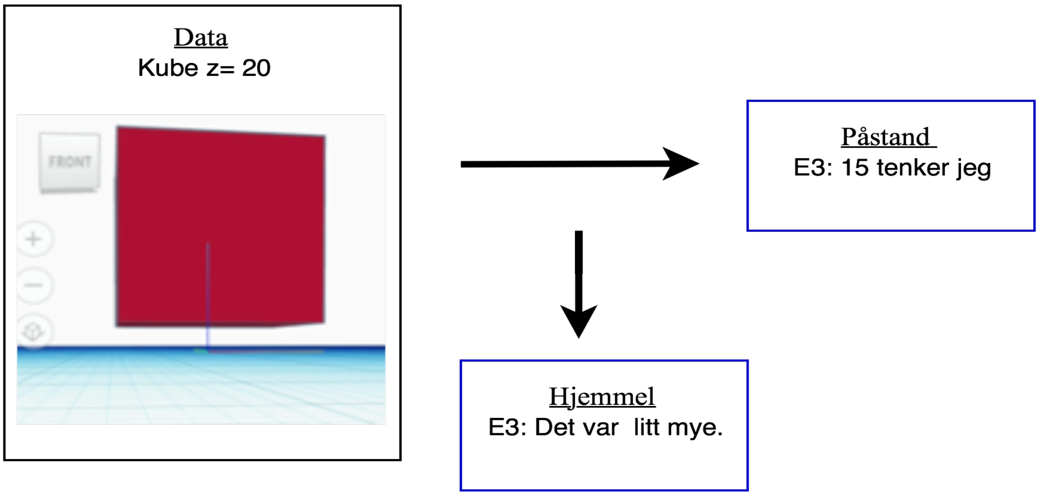
Noen ganger kommer elevene med ytringer med et spørrende stemmeleie. Disse ytringene er markert med et spørsmålstegn i sutten av ytringen. Det er f.eks. forskjell på når eleven sier «20?» og «20». Der «20?» viser til usikkerhet der eleven gjerne ønsker innspill og der «20» viser til at eleven virker sikker i sitt utsagn.

I datamaterialet varierte det også på lydkvaliteter på opptakene. Noen ganger var det ikke mulig å høre hva eleven sa. Dette ble i transkripsjonen markert som [tidspunkt] [utydelig], E3: «15 siden den» [24.12] [utydelig].

Riis-Johansen (2020) påpeker at transkripsjonen alltid må forstås som en bearbeidelse av datamaterialet, og det er opp til forskeren å trekke fram det som er særlig relevant for analysen som skal gjøres. På grunn av det som falles vekk i transkripsjonen vendes oppmerksomheten tilbake til videoen før og underveis i analysen, dette for å hindre feil tolkninger av datamaterialet og for å øke kvaliteten på datamaterialet, øke relabiliteten i studien.

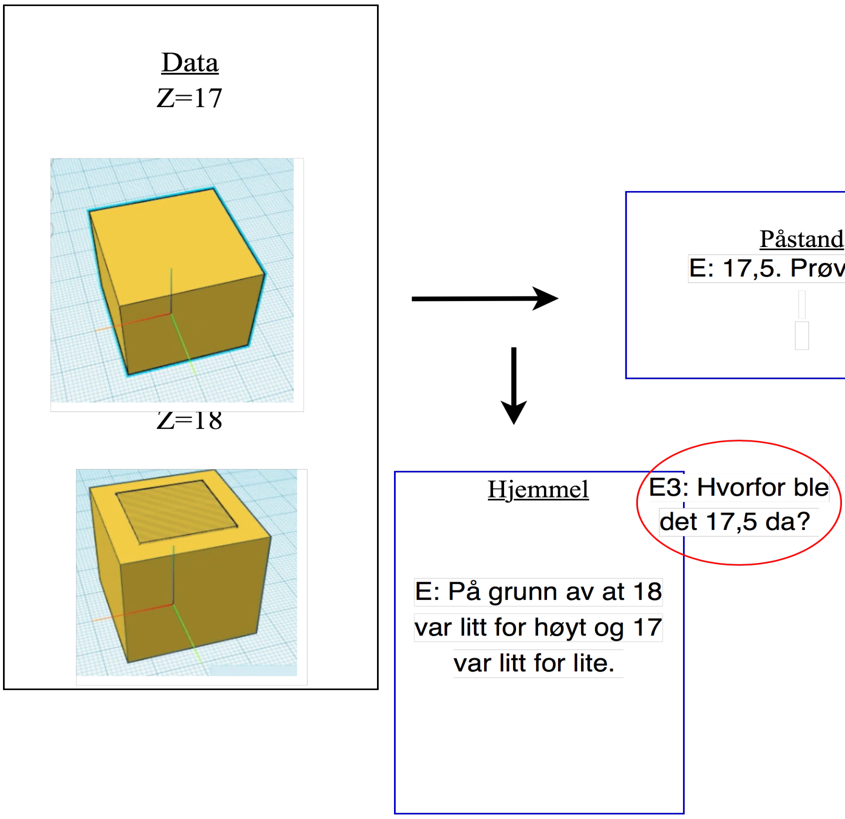
3.3 Analyse

Analyser av verbale uttrykksformer gir oss en forståelse av mønstre som preger måter vi kommuniserer på (Thagaard, 2018). Etter valg av situasjoner jeg ønsket å se nærmere på, ble det valgt et rammeverk som kunne hjelpe å skape forståelse for situasjonene. På grunn av ønsket om å analysere hvordan læreren påvirket elevenes argumentasjon ble en bearbeidelse vav Conner et al. (2014) sin modell for kollektiv argumentasjon valgt som rammeverk. Modellen ga muligheten til å systematiskere argumentene og dele de opp i mindre deler for tydelig se hvilke deler læreren bidro med og hvilke deler av argumentet kom fram ved hjelp av lærerens støtte. Rammeverk ble brukt for å kunne beskrive ulike måter lærerne støttet elevenes argumentasjon. For å kategorisere de ulike argumentene som kom fram med bruk av Conner et al. (2014) ble det først brukt Lavys (2006) fire egenkomponerte kategorier for elevenes argumentasjon. Etterhvert viste det seg at disse kategoriene ikke passet elevenes argumentasjon. Det ble derfor utviklet egne kategorier inspisert av Lavys kategorier. Under vises eksempler fra de ulike kategoriene som kom fram i terori kapittelet (se. Kap **Feil! Fant ikke referansekilden.**)



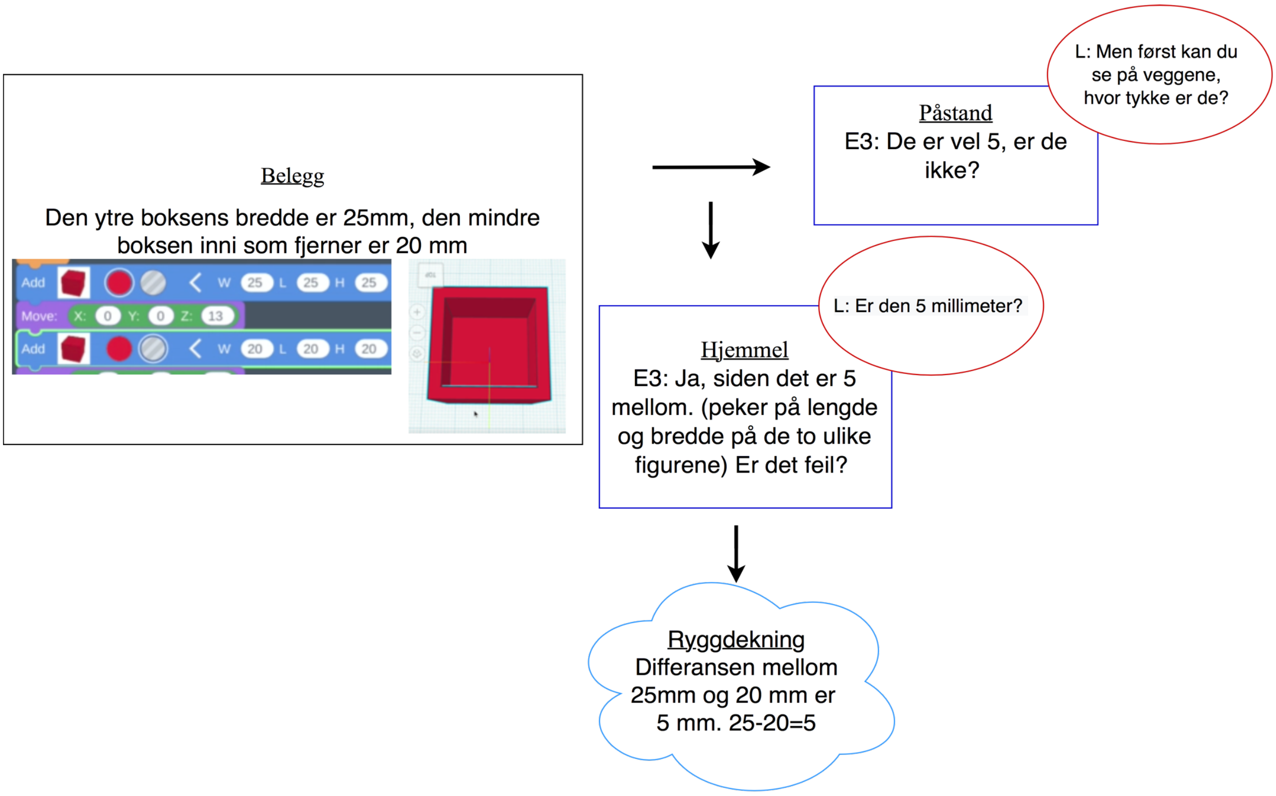
Figur 5: eksempel av et visuelt argument

Figur 5, viser et visuelt argument. Her bruker eleven det visuelle skjermbilde som er satt som data til å til å komme med en ny påstand. I hjemmelen begrunner eleven påstanden med å beskrive figurens plassering i forhold til planet.



Figur 6: eksempel av et visuelt argument som kan ligne på et aritmetisk argument

Figur 6 ligner et *aritmetisk argument* på grunn av den nye påstanden bruker en matematisk betraktning for å velge neste tall. Den matematiske betraktningen går ut på å velge et tall som er mellom 17 og 18. På grunn av den matematiske betraktningen er knyttet til tall de har testet ut vilkårlig og ikke egenskaper med figuren, vil dette argumentet kategoriseres som et visuelt argument. Dette eksemplet viser et eksempel der elevene bruker metoden *prøve og forbedre* som er en strategi som er knyttet til *visuelt argument*



Figur 7: eksempel av et aritmetisk argument

Figur 7 viser et *aritmetisk argument* på grunn av eleven bruker et matematisk utsagn basert på figuren for å argumentere for sin påstand.

3.4 Behandling/ Lagring av datamateriale

Skjermopptakene ble lastet ned på et passordbeskyttet harddisk og slettet fra pc-ene etter endt undervisning. Videoopptakene fikk jeg tilgang til senere og de ble lastet opp på samme harddisk.. For å ivareta personvern ble filmene analysert og redigert på pc uten internettilkobling.

3.5 Pilot:

Johannessen et al., (2016) hevder at det er en fordel at forskeren blir kjent med felten før datainnsamlingen. Det gjør det da lettere å sette seg inn i situasjonen som observeres. I denne studien ble det derfor valgt å gjennomføre et pilotforsøk for å få erfaringer til senere datainnsamling. Pilotforsøket ble gjennomført i løpet av en og en halv time hvor en halv sjetteklassen (10 elever) deltok. I pilotforsøket fikk elevene i oppgave å programmere en beholder til en blyantspisser. For å ha de nødvendige kunnskapene gjorde elevene først to moduler i Tinkercad. Det ble gjort en felles gjennomgang hvor det ble vist hvordan en legger sammen og fjerner figurer for å få den formen en ønsker. I pilotforsøket ble det vektlagt at elevene skulle få eksperimentere, utforske og skape selv. Det ble ikke gitt noen føringer på hvordan blyantspisseren skulle se ut.

3.5.1 Erfaringer fra piloten

Et av de viktigste svarene i pilotforsøket var å finne ut om elevene uten tidligere erfaring med Tinkercad klarte å bruke programmet og løse oppgaven som var gitt. Det var også viktig og finne ut om det engelske språket i programmet var til hinder for elevene. Forsøket viste at det engelske språket gjorde det litt vanskeligere, spesielt forkortelsene W (width), L(length) og H (height), men dette ble ikke et hinder for at elevene klarte å bruke programmet til å designe blyantspisser beholdere. Flere av elevene slet litt med å komme i gang med å programmere. Kanskje var dette på grunn av at elevene hadde for lite kunnskaper for å sett i gang med å programmer geometrien til beholder.

I piloten virket det som at elevene brukte er *gjett og sjekk* metode for å lage blyantspissebeholderne. Elevene brukte en tilnærming der: *Hvis det så greit ut synes de det var greit*. Dette førte til at i slutten av timen hadde ingen beholdere lik tykkelse på vegger og bunn. Det var dessuten få som hadde plassert beholderne på planet. Dette var ikke et krav i oppgaven at veggene og bunnen skulle være like tykke, men det kan virke naturlig å ha de like tykke eller tilnærmet like. Resultatene på tykkelsene varierte. Eksempler på variasjon på løsningene var: vegg 5 mm / bunn 12,5 mm, vegg 5mm / bunn 21 mm og vegg 2.5 mm / bunn 1 mm. Den store forskjellen blir tolket som et tegn på at elevene ikke hadde et forhold på størrelsen på veggene og bunnen. I kommunikasjonen med elevene uttrykte elevene at det var vanskelig å vite tykkelsen på bunnen fordi dette ikke kunne sees visuelt på animasjonen. Fem av elevene rakk å lage et lokk. For å lage et lokk som passer bunnen, må en vite størrelsene på figuren slik at de tilsvarer med hverandre. Tre av elevene klaret å lage lokk som passet beholderen. Dette tyder på at de har brukt en annen strategi enn *gjett og sjekk.*

Ut ifra disse erfaringen med pilotforsøket ble det utarbeidet et forbedret undervisningsopplegg. I det nye opplegget ble det laget flere oppgaver slik at elevene fikk bedre forutsetninger til å lage en blyantspissbeholder og slik at de lettere kom i gang. Oppgaven inneholdt blant annet en innføring i å fjerne og legge til figurer, flytte figurer opp til planet og økt bevissthet rundt tykkelsen på vegger og bunn.

3.6 Utforming av oppgaver i Tinkercad

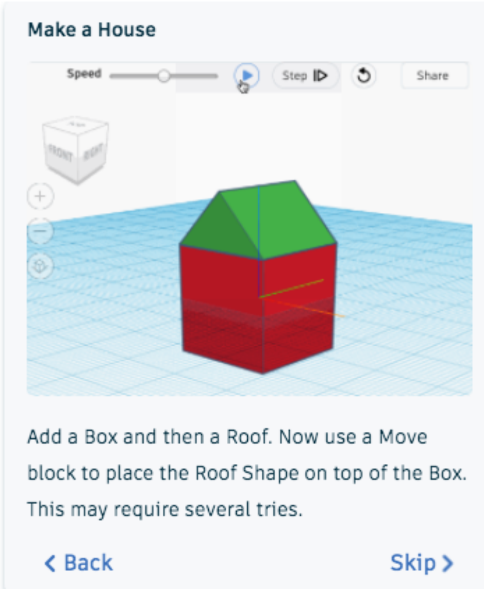
Oppgaven som er utformet er knyttet til et av kompetansemålene fra LK 20 som elevene skal mestre etter fullført sjettetrinn. Kompetansemål lyder slik: «bruke variabler, løkker, vilkår og funksjoner i programmering til å utforske geometriske figurer og mønstre» (Utdanningsdirektoratet, 2020, s.10). I undervisningsopplegget må elevene kode med å bruke kodeblokker og variabler til å lage og utforske geometriske figurer. Løkker og vilkår ble ikke benyttet i dette undervisningsopplegget da dette er elevenes første møte med programmet. Oppgavene er designet for å skape en situasjon der elevene har mulighet for å diskutere og argumentere ulike sammenhenger i matematikk. Oppgavene består av innførings moduler, oppgave 1 og oppgave 2.

3.6.1 Lære seg programmet:

Før elevene begynte med første oppgave trengte de ferdigheter i hvordan bruke programmet. Tinkercad har tre ferdige moduler med oppgaver hvor elevene kan lære seg funksjonen til ulike blokker i programmet. Den første modulen handler om hvordan en kan lage ulike figurer og hvordan en kan endre farge/størrelsen på dem. Den andre modulen handler om hvordan en flytter figurene i et koordinatsystem. Elevene fikk instrukser om å gjøre de to første modulene «intro shapes» og «moving shapes». Den siste modulen handler om hvordan en kan rotere figurene og er ikke relevant for oppgave 1. Ved behov i oppgave 2 er det mulig å finne ut av det selv eller spørre om hjelp for å finne «roatate» blokken.

3.6.1.1 Moving shapes, oppgave 6

Modul nr. 2 kalles «moving shapes», denne modulen består av syv oppgaver. I oppgave 6 i «moving shapes» flyttes figurer i koordinatsystemet som består av x, y og z akse. Tidligere oppgaver har kun vært tilknyttet til flytting av figurer i forhold til x- og y-aksen. Oppgave 6 er første oppgave der eleven skal flytte figurer i forhold til Z-aksen. For å få figuren opp på planet må en bruke en «move-blokk» (flytte-blokk). Denne «move-blokken», flytter den geometriske figuren som en vektor. Oppgavebeskrivelsen ber elevene legge til en kube og et trekantet prisme (taket), deretter bruke «move-blokk» for å flytte taket på toppen av boksen. For å flytte taket opp, bruker de en «move-blokk» og setter inn ulike tall i z-variabelen. «Move-blokken» har 0 som utgangspunkt i alle variablene. I oppgavebeskrivelsen legger Tinkercad opp til at det kan uføres flere forsøk for å få plassert taket oppå kuben. Tinkercad legger av den grunn opp til at elevene skal prøve og feile for å komme fram til riktig løsning.



Figur 8

3.6.2 PRIMM, oppgave 1

I piloten ble det erfart at det ikke kom naturlig for elevene å bruke aritmetiske beregninger for å programmere beholderen, der elevene stolte på de visuelle tilbakemeldingene de fikk. For å videreutvikle undervisningsopplegget ble metoden PRIMM benyttet. PRIMM er en metode dannet av Sentance, Waite, & Kallia Ifølge Sentence et al. (2019) og er forkortelse for *Predict-Run-Investigate-Modify-Make*. I denne studien er begrepene oversatt til *forutsi- test-undersøk- endre-lag*. PRIMM er bygget på tidligere forskning og utviklet for å lære programmering for nybegynnere. Begrepene fungerer som en huskeregel for hvordan en kan sette opp en undervisningstime i programmering. PRIMM er utviklet fra et sosiokulturelt perspektiv knyttet til Vygotskys teorier om læring og ZPD (Sentence et al. (2019). I følge Sentence et.al (2019) er det et velkjent fenomen at nybegynnere har vansker med å skrive koder før de kan lese dem. PRIMM fokuserer derfor på at studenter snakker om hvordan programmet fungerer før de begynner å redigere og skrive sine egen program. På grunn Sentence, et .al (2019) sitt sosiokulturelle syn på at læring er det et viktig prinsipp i PRIMM er at elevene jobber i grupper slik at de har mulighet til å diskutere for å utvikle et vokabular som de trenger for å kunne snakke om programmet. I denne studien jobber elevene to og to, slik at de har mulighet å snakke sammen. Grunnen til at eleven ikke jobber i større grupper er at de deler en PC. Det kan være vanskelig for en større gruppe å dele på en PC det er enklest at en elev trykker om gangen.

3.6.2.1 Oppgave 1a

I oppgave 1 (se: **Feil! Fant ikke referansekilden.**) får elevene utdelt en ferdigskrevet kode. Øverst i k oden er det følgende kommentar: *a) Hva tror du koden gjør.* Kommentaren som fungerer som en deloppgave a. Denne deloppgaven er bygd på det første prinsippet i PRIMM *forutsi.* Her legges det opp til at elevene skal *forutsi* hva koden gjør med å først lese den og så diskutere den. Grunnen til at elevene blir presentert først av en kode, er at forskning viser at det er lettere for elevene å lese koder enn å skrive dem (Sentence et al., 2019). I PRIMM metoden er det lagt opp til at en kan ha felles klasseroms diskusjon av koden. I denne studien er det valgt å ikke ha en felles diskusjon på grunn av at elevene må gjøre to moduler først og som vil føre til at de ikke er på dette punktet på samme tid. I koden er det lagt til en pause-blokk. Blokken gjør at koden stopper opp og at en må trykke «play» en gang til. Denne ble lagt til for å hindre at elevene spiller av koden før de har lest oppgaven og tenkt. Under oppgave 1 a) står det «Trykk play». Her skal elevene *teste* koden og vurdere om den hadde samme utfall som de hadde forutsatt. I ettertid viser det seg at denne informasjonen lett kan mistolkes, der elevene tror de skal spille av koden før de har lest koden. Informasjonen om «Trykk play» burde heller vært inkludert i oppgave b).

3.6.2.2 Oppgave 1b

Under koden kommer oppgave b) «gå gjennom koden step by step, hva gjør de ulike trinnene?» Denne oppgaven er bygget på prinsippet *undersøk.* Her skal elevene se nærmere på de ulike blokkene i koden og undersøke hva de gjør. I denne koden er det to nye blokker som elevene ikke har møtt i modulene. Det er viktig at elevene danner en forståelse for de nye blokkene, fordi de vil trenger dem i oppgave 2.

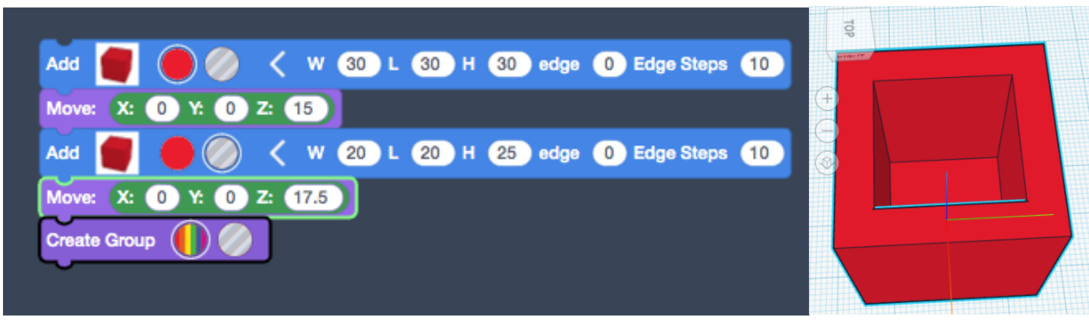
3.6.2.3 Oppgave 1c

Oppgave c) handler om å gjøre *endringer* i koden. Oppgave c) lyder: «endre koden slik at boksen ligger på havnivået». Havnivået symboliserer planet i koordinatsystemet. Planet går gjennom origo og er parallell med x-aksen og y aksen. For å 3D-printe en figur må den ligge oppå planet i programmet. Dersom figuren ligger under planet, vil delen ikke 3D-printes. Hvis figuren ligger over planet vil 3D-printen ikke feste seg til platen. Her er et viktig å være nøyaktig der tidels millimeters unøyaktigheter kan få konsekvenser. Elevene må derfor kunne flytte figurene sin til riktig høyde. Når en drar en figurblokk inn i kodefeltet blir sentrum av figuren plassert i origo, koordinat (0,0,0) (x,y,z). Sentrum av en figur er midten i figuren, derfor vil halvparten av figuren være over og halvparten under. Den funksjonelle sammenhengen er *flytt i z-aksen= (høyde på figur)/2, flytt=h/2*. Ved kunnskap om denne sammenhengen kan en regne ut sammenhengen aritmetisk og skrive inn verdien i «move-blokken». I oppgave 1 har den ytre kuben 30 mm som utgangshøyde. Det vil si at kubben kan flyttes opp 30 mm / 2=15 mm. En kan også uttrykke sammenhengen med et funksjonelt ved å lage høyden som en variabel og sette inn sammenhengen inn som en formel. Fordelen med å uttrykke sammenhengen slik er at hvis en endrer variabelen som representerer høyden vil figuren fortsatt være plassert på planet.

3.6.2.4 Oppgave 1d

Oppgave d) handler også om å gjøre *endringer* i koden Oppgave d lyder: Endre kode slik at veggene og bunnen er 5 mm tykk. Å vite tykkelsen på veggene i beholderen er viktig for å kunne designe en beholder etter hensikt. En tykk vegg bruker unødvendig mye materiale og en tynn vegg kan bli for svak. Tykkelsen på veggene finner en med å ta differansen mellom sidelengdene på den ytre figuren og den indre antifiguren og dele på to, (L= lengde, Y= ytre figur, I= indre antifigur), $(L_y-L_i)/2$. Ved å vite denne sammenhengen kan en regne ut sammenhengen aritmetisk. En kan også uttrykke den funksjonelle sammenhengen med symboler. Ved å sette den ytre figuren som en variabel, kan en bruke den til å beskrive den indre antifiguren som (ytre figur) – (tykkelse vegg*2). I piloten var det flere som tenkte at hvis differensen mellom den ytre kuben og den indre antikuben var 10 mm, så ville veggene være 10 mm, mens de egentlig er halvparten. Derfor fokuserer denne oppgaven på denne sammenhengen. Tykkelsen på bunnen kan en programmere med å flytte antikuben først på planet og så løfte den 5 mm ekstra. Den funksjonelle sammenhengen er da (H/2) + 5.

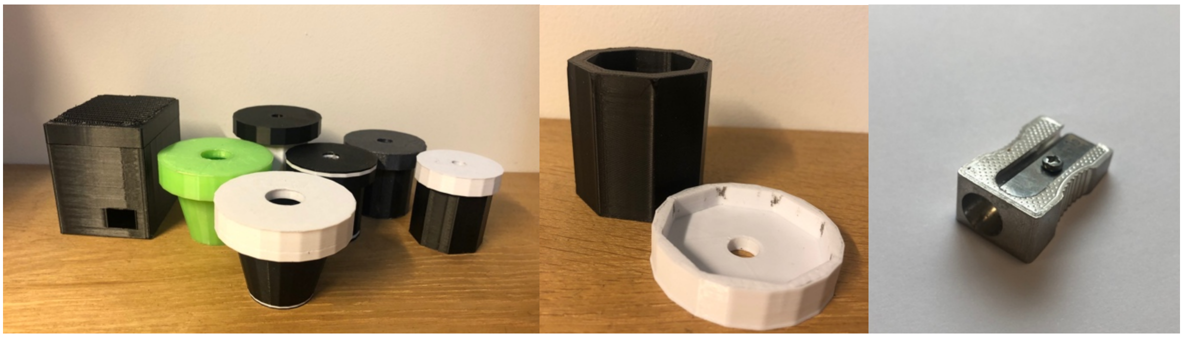
Figur 9: Oppgave 1



Figur 10: Løsningsforslag oppgave 1

3.6.3 Oppgave 2

Oppgave 2 bygger på det siste prinsippet i PRIMM modellen: *lag*. Her skal elevene lage et et nytt program der de kan bruke de samme strukturene som oppgave 1. Elevene får utdelt en beholder til en blyantspisser. Elevene får i oppgave å 3d-modellere og 3D-printe en lik beholder. Under vises bilder av beholderne elevene 3d modellerte og blyantspisseren som senere ble senere limt fast i lokket på beholderen.



Figur 11: 3d-printet beholdere

3.6.4 Matematikkens dag

LATACME

Denne studien er en del av forskingsprosjektet *Learning About Teaching Argumentation for Critical Mathematics Education in multilingual classrooms* (LATACME). LATACME er et forskingsprosjekt i regi av Høgskolen på Vestlandet (HVL). Prosjektet fokuserer på *argumentasjon og kritisk matematikkdidaktikk* (AMK) i et flerspråklig klasserom. Deres mål er å få innsikt i lærerstudentens undervisning i AKM og hva som fremmer eller hemmer gjennomførelse av denne typen undervisning i et flerspråklig klasserom. Deres forskningsmetode baserer seg på samarbeid mellom høgskolelærere, lærerstudenter, lærere og elever. (LATACME, 2021)

Gjennom LATACME fikk jeg være med på et prosjekt som resulterte i Matematikkens dag. Matematikkens dag var et prosjekt der forskerne gjennom LATACME samarbeidet med studenter, lærere og elever fra en barneskole. Prosjektet inneholdt forberedelsesmøter, gjennomføring av matematikkens dag og debrifing.

Under matematikkens dag ble det gjennomført undervisning i en 7-klasse, der det ble samlet inn datamateriale. Elevene var delt i to. Den ene halve klassen fikk begynne å programmere i Tinkercad og den andre halve klassen fikk begynne å programmere i Bitbot. Etter lunsj fikk elevene velge om de ville bytte program. Elevene som jeg fulgte begynte å programmere i Tinkercad og valgte å bli værende på stasjonen.

3.7 Validitet og reliabilitet

Validitet og reliabilitet er to begrep som brukes til å diskutere datamaterialets kvalitet. Validitet og relabilitet danner forskningens samlede troverdighet (Grønmo, 2016).

Relabilitet referer til datamaterialets pålitelighet. Postholm og Jacobsen (2018) knytter relabilitet til refleksjon over hvordan undersøkelsen er gjennomført og hvordan forskeren kan ha påvirket resultatet. Forfatterne hevder at datamaterialet kan bli påvirket av forskerens antagelser, der forskeren samler inn data som støtter egnene antagelser. I denne studien har jeg vært bevisst over mine egne antagelser og har forsøkt å analysere datamaterialet så nøytralt som mulig. Relabiliteten er styrket ved at grov transkriberingen er gjort av en utenforstående og i etterkant gått gjennom av forskeren. Det at to stykker har transkribert datamaterialet har ført til at transkriberingen i større grav gjenspeiler datamaterialet.

I denne studien er det forsøkt å gjøre forskningsprosessen transparent slik at andre kan reflektere over studien og gjøre tilsvarende studier. I dette kapittelet (Metode) er det beskrevet gjennomføring av datainnsamling, behandlingen av datamaterialet og hvordan det er analysert. I analysen er det brukt tykke beskrivelser slik at andre har mulighet kan gjøre sine egne meninger.

Validitet er også omtalt som gyldighet. Validitet sier noe om hvilken grad innsamlet datamaterialet er egnet for å besvare problemstillingen i studien (Postholm & Jacobsen, 2018; Grønmo, 2016). Postholm og Jacobsen (2018) deler validitet i indre validitet (troverdighet) og ytre validitet (overførbarhet).

Indre validitet handler om samsvar mellom virkeligheten, datamaterialet, og de begrepene og teoriene som brukes for å beskrive virkeligheten (Postholm & Jacobsen, 2018). I denne studien er det tatt utgangspunkt i ulike teorier og modeller for å danne en forståelse av datamaterialet. En modell er en forenkling av virkeligheten og vil aldri gjenspeile virkeligheten perfekt (Hana, 2013). Modeller hjelper å systematisere og bryte det ned slik at det blir forståelig og oversiktlig. Lavy (2006) lagte sine modeller slik at det passet best mulig hennes datamateriale. Denne studien hadde naturligvis andre data og derfor var det naturlig å gjøre endringer på modellen slik at den passet bedre til å beskrive datamaterialet. Plasseringen av datamaterialet i de ulike kodene har vært utfordrende. I denne studien er det gått fram og tilbake mellom analyse og teori for å best mulig forstå datamaterialet. Det er gjort endringer av plassering av argumentene og oppbygning av argumentene ettersom forståelsen av teorien har blitt dypere.

I kvalitative studier er den interne validiteten stor, der det er stor sannsynlighet for at kunnskapen oppleves som relevant og riktig for den som er i den aktuelle konteksten (Postholm & Jacobsen, 2018). I denne studien er det tatt utgangspunkt i få informanter over en kort tidsperiode. Begge elevparene består av gutter. Lærerne som har hatt hovedansvar i å veilede elevene er studenter som har liten erfaring med å lede matematiske samtaler. Læreren har ikke tidligere kjennskap til elevene og det kan derfor være utfordrerne å veilede i forhold til elevenes proksimale utviklingssone. Derfor vil studiens gyldighet være lokal og knyttet til denne spesielle situasjonen. Overførbarheten i denne studien vil være knyttet til hvorvidt leseren kjenner seg igjen. Denne studien bruker tykke beskrivelser slik at leseren kan danne sine egne meninger og tilpasse dem deres egen situasjon. Denne studien kan være nyttig for leseren, ved å fungere som et tanke- og utviklingsredskap for egen praksis.

3.8 Etiske hensyn

Gjennom LATACME er denne studien godkjent av Norsk senter for forskningsdata (NSD). I denne studien har LATACME sendt ut informasjonsskriv og samtykkeerklæring til elever, foresatte, studenter og lærere. Alle involverte signerte samtykkeerklæringen før datainnsamlingen.

Ifølge Christoffersen og Johannessen (2012) har informantene rett til selvbestemmelse og autonomi. I informasjonsskrivet se vedlegg 1 fikk deltagerne nødvendig informasjon slik at de kunne ta en selvstendig av gjørelse på om de ønsker å delta i prosjektet (Se vedlegg). I samtykkeerklæringen bekreftet de hva de ønsker å delta i. Bekreftelsen er/var ikke bindende og slik at deltageren har mulighet til å trekke seg fra forskningen uten å komme med en begrunnelse.

Ifølge Christoffersen & Johannessen (2012) er det forskerens plikt til å respektere informantens privatliv. Videre forklarer de at informantene har rett til å velge selv hva som kommer ut av informasjon og være sikre på at de er anonyme. I denne studien er datamaterialet som analyseres og publiseres anonymisert. Gjenkjennelige detaljer fra informantene er anonymisert slik at det ikke er mulig å identifisere personene som har vært med i undersøkelsen.

4 Analyse og diskusjon

4.1 Flytte figur slik at de ligger på planet.

Elevenes første erfaring med å flytte på figurene får de mens de jobber med intro modulene «moving shapes » (se kap.3.6.1.1) deretter i oppgave 1c (se kap. 0) og tilslutt i ulike tilfeller under utforskningen i oppgave 2. Av disse tilfellene er noen utdrag valgt ut for å se på hvordan elevene argumenterer i de ulike fasene og for å vite noe om hvordan programmet, elevene og læreren samhandler og hvilken påvirkning de har på hverandre. Elevenes argumentasjon vil bli analysert i inspirert av Conner et al. (2014) modellen for kollektivt argument. Lærerens bidrag vil bli kategorisert etter Conner et al (2014) kategorier for ulike typer bidrag. Til slutt vil argumentet plasseres etter hvilket typer argument de er i et egent rammeverk inspirerte av Lavy (2006). Analysen er sortert etter parene, først analyseres par oktogon etterfulgt av par sylinder.

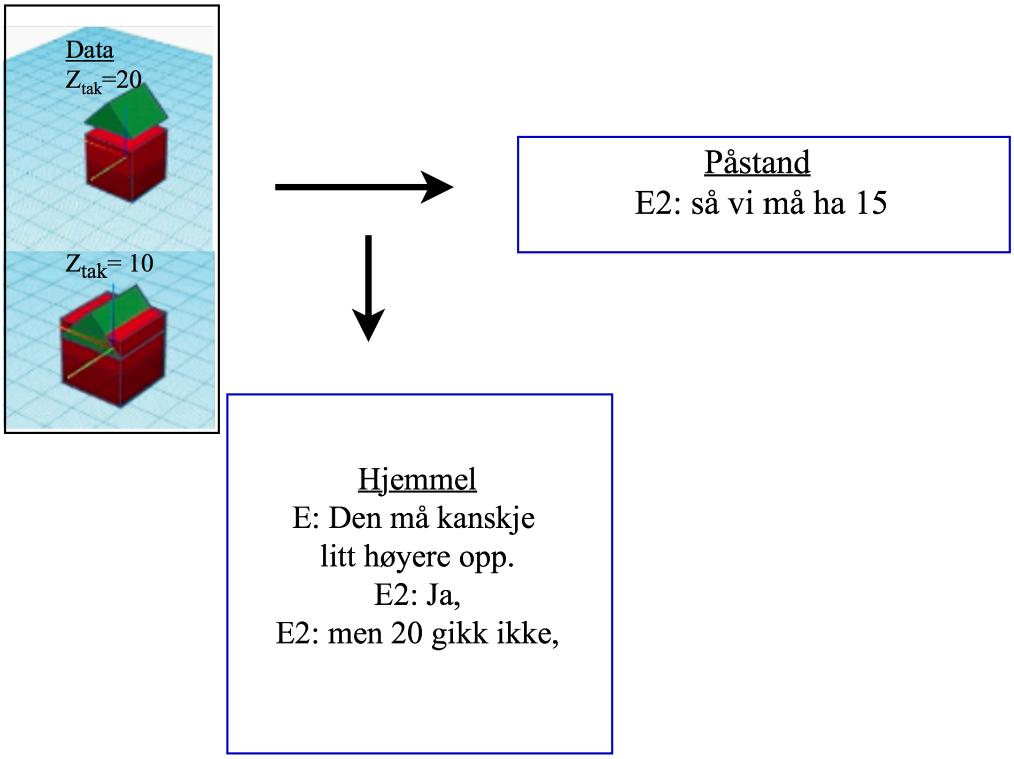
4.2 Flytte figur slik at det ligger på planet, oktogon.

4.2.1 Flytte figur i «moving shapes».

I dette utdraget viser elev par Oktogon, mens de jobber med oppgave 6 i modulen «moving shapes» Dette eksempelet er tatt med, fordi den viser en typisk måte elevene arbeider med å løse problemer i Tinkercad.

E2: Okei nå skal vi putte denne
E: Oppå?
(setter ut *move blokken*)
E2: Så nå skal vi.
(endrer *move* tak z=40, spiller av)
(endrer *move* tak z=20, spiller av)
E: (et elev navn) Hvordan går det?
(endrer move tak z=10, spiler av)
(et elev navn): det går veldig fint
E: (litt latter)
E2: Sånn?
E: Den må kanskje litt høyere opp.
E2: Ja, men 20 gikk ikke, så vi må ha 15.
(endrer z=15, spiller av)
E2: Sånn.
(begge rekker opp hånden)
E: Det samme skjedde igjen.
L: Det samme skjedde igjen?
E: Ja.
L: Ja, det ser jo helt rett ut, så du kan bare skippe det.

Eleven sitter ved siden av hverandre og ser sammen på forklaringen til oppgaven. De blir enige om at taket skal plasseres oppå kuben. Etter det faller *E* litt ut av fokus mens E2 som er den som sitter framfor pc-en og prøver ut de ulike variablene. E2 plasserer først ut move-blokken og tester først verdiene 40, 20, 10. Imens prøver E å få kontakt med en annen elev. Når E2 sier *«sånn»* fanger han oppmerksomheten til E. E kommer da med et innspill der han påpeker at figuren må kanskje litt høyere opp. E2 reagerer på innspillet og argumenterer for å endre z variabelen til 15, på grunn av at 20 ikke gikk. E2 kommentarer «sånn» en gang til og indikerer at de nå er ferdig med oppgaven. Elevene spiller av koden, men programmet vil ikke godkjenne deres løsning. Så elevene spør etter hjelp. Elevene sier at «det samme skjedde igjen» fordi elevene fikk feilmelding også på forrige oppgave og skylden ble da lagt på programfeil. Grunnen for at programmet ikke ville godkjenne deres løsning kommer av at eleven har plassert en ekstra «move-blokk» under kuben. «Move-blokken» under kuben har i dette tilfellet ingen funksjon fordi alle verdiene er 0. Programmet godkjenner kun riktig antall og type blokker som er satt sammen i en bestemt rekkefølge og vil derfor ikke godkjenne elevenes løsning. Læreren ser på løsningsforslaget til elevene og animasjonen og finner ikke ut hvorfor oppgaven ikke er godkjent. Læreren argumenterer for at det ser rett ut og ber eleven gå videre.



Modell 6: visuelt argument, første flytt i z-aksen, samtale mellom elever

Argumentet om å teste 15 som en ny variabel er satt inn i den reviderte modellen for kollektivt argument. Påstanden om å teste ut 15 bygges ut fra data som viser de to tidligere forsøkene. Hjemmelen består av beskrivelsen av datamaterialet der eleven utrykker at «den må høyere opp». Med «den» refererer han til data der taket er flyttet opp 10. Eleven ser på figuren der taket ligger inni kuben, taket skal ligge oppå kuben og må dermed må flyttes høyere enn 10. E2 er enig med E og det dannes ingen behov for ytterligere begrunnelse. Hjemmelen består også av utsagnet «20 ikke gikk». I data der skjermbilde viser kuben når z= 20, kan en se at det er luft mellom taket og kuben. Kuben ligger derfor ikke på taket. Det er trolig det eleven legger i at «20 ikke gikk». Påstanden om å teste 15 er støttet av hjemmelen som sier at når variabelen er 10, så må den litt høyere opp og at «20 ikke gikk». Påstanden tar utgangspunkt i det visuelle datamaterialet og elevene argumenter ved å beskrive der visuelt datamaterialet. Derfor settes argumentet som et *visuelt argument*. I dette argumentet bruker elevene erfaringer fra tidligere forsøk til å tilpasse sitt neste forsøk. De bruker derfor en *prøve og forbedre* strategi. Dette er en strategi som er plassert innenfor det *visuelle argumentet*. I argumentet bruker elevene en matematisk betraktning med å velge ut et tall som er mellom 10 og 20. Den matematiske utregningen er basert ut ifra tilfeldige tall og ikke egenskaper og plasseres derfor ikke som et *aritmetisk argument*. Argumentet er lokal og vil bare gjelde i dette tilfellet. Elevenes argumentasjon kan derfor ikke videre generaliseres til andre tilfeller.

Den matematiske beregningen om å teste 15, fordi det er et tall mellom 10 og 20, er fornuftig fordi dette er det mest effektive tallet å teste ut, gitt den informasjonen de har. Det er mest effektivt å teste tallet i midten på grunn av hvis denne variabelen ikke passer, har en likevel halvert mulighetene ettersom en vet at den enten er mer eller mindre enn dette tallet. Tallet 15 er derfor ikke valgt helt tilfeldig, men baserer seg på tall som er valgt noe tilfeldig ut ifra et avgrenset intervall. Men ut ifra begrunnelsen kunne figuren like gjerne vært flyttet 11 eller 17. Denne strategien er effektiv, elevene brukte 30 sekunder på å plassere taket på kuben.

På slutten av diskusjonen spør elevene om hjelp, fordi programmet godkjenner ikke løsningsforslaget. Læreren evaluerer koden til elevene og godkjenner det og ber dem å gå videre. I denne oppgaven var poenget at elevene skule lære å flytte figurene i z-aksen med å endre variablene. Dette har elevene mestret, læreren ser kanskje derfor ikke et behov for å inngå i en videre dialog med elevene. At programmet ikke godkjenner elevens oppgave kan ses på som en ulempe, der programmet er kodet til å bare godkjenne et begrenset kombinasjoner av blokker.

4.2.2 Flytte figur til planet oppgave 1c, dialog mellom elever

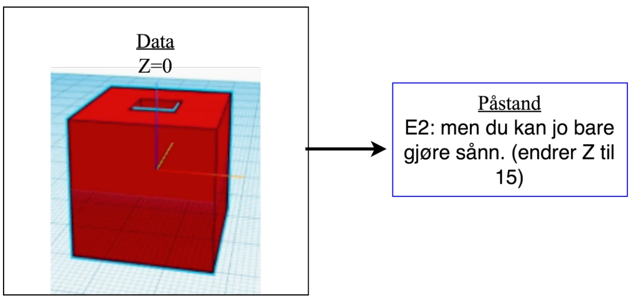
Dette utdraget er hentet fra oppgave 1c. Tidligere har læreren satt elevene i gang med oppgave 1 og veiledet dem gjennom oppgave a og b. Oppgaveteksten 1c lyder «endre boksen slik at den ligger på havnivået». Elevene har lest oppgaveteksten og læreren presiserer hva som menes med «havnivået» og hvorfor det er viktig å kunne sette figuren på planet. Læreren forlater så elevene.

E2: Åja. Men da må vi ha en sånn? Så må vi ha move.
(drar inn en «move-blokk»)
E2 Åja, det er sånn.
(sletter «move-blokken»)
E2: Men vi kan jo bare gjøre sånn.
(E2: endrer z-variabelen i move-blokken fra 0 til 15)
E: Hele tingen gikk. Ja nå gikk den litt for høyt opp.
E: La meg se (undersøker kuben fra ulike vinkler). Det gikk jo bra, der er det perfekt.

E2 drar først ut en «move-blokk» før han innser at den er overflødig på grunn av det allerede er utplassert en slik blokk. Eleven uttrykker «åja det er sånn» og sletter så blokken. Eleven sier videre «men vi kan jo bare gjøre sånn» og setter inn 15 for variabelen z. E følger nøye med på animasjonen og sier først at kuben gikk for høyt. Etter videre undersøkelse der begge elevene trykker på skjermen for å se kuben fra ulike vinkler ombestemmer *E* seg og sier at «det er perfekt».

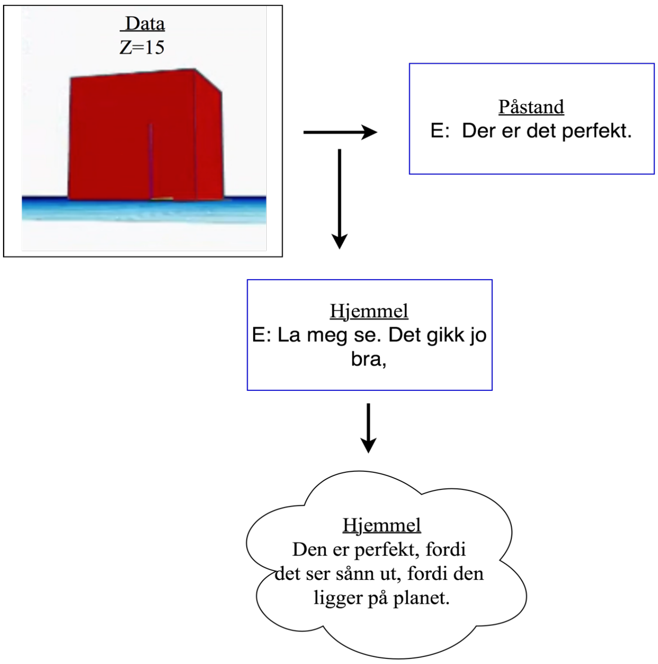
Elevens dialog er delt i to påstander. I det første argumentet (se modell 7), kommer E2 med påstanden om at z skal være 15. Han utrykker det ikke verbalt, men viser det med handling. Datamaterialet er satt som skjermbilde av kuben, der Z er 0, fordi det er det E2 ser på skjermen da han kommer med argumentet og er trolig det han bygger sin påstand på. E2 argumenterer ikke for hvorfor han mener at kuben skal flyttes opp med 15. Han gir dermed ingen hjemmel for å legitimere det spranget han har gjort fra datamaterialet til påstanden. E2 virker bestemt og sikker i sin handling, men det er usikkert om hans sikkerhet kommer fra at han ikke trenger «move-blokken» eller hvor mye blokken skal flyttes.

I det første argumentet (modell 7) kommer eleven ikke med noe hjemmel som støtter deres antagelse om at 15 er den rette z-verdien. Ut ifra dette virker deres påstand å være tilfeldig valgt og at eleven bruker en gjett og sjekk strategi. Det viker som at E2 er overbevist over sin ytring. Han er heller ikke overrasket over utfallet og der er liten sannsynlighet for at eleven skal tippe rett på første forsøk. Derfor kan det være sannsynlig at han ikke tipper og det kan kategoriseres som en gjett og treff strategi. Dette argumentet er derfor plassert som et *aritmetisk argument*, basert på antagelsen om at det ligger en matematisk begrunnelse bak.



Modell 7: aritmetisk argument, oppgave 1c, samtale mellom elever

Det andre argumentet (modell 8) kommer etter at figuren er flyttet. E kommer med påstanden om at figuren er plassert perfekt. Han bruker verbet *se.* Han argumenter derfor for påstanden med å bruke den visuelle tilbakemeldingen fra animasjonen, utsagnet er derfor plassert i hjemmelen. Datamaterialet er satt som skjermbilde av løsningsforslaget til E2 fordi det er det han ser på. Ut ifra dette kommer han med påstanden at det gikk bra og at det er perfekt. Det er lagt til en implisitt hjemmel som utdyper forklaringen, der E mener den ser perfekt ut fordi det ser ut som at kuben ligger på planet. Denne informasjonen er overflødig, noe begge deltagerne er klar over og derfor trolig ikke utrykt eksplisitt. Den er viktig for utenforstående for å forstå argumentet og er derfor tatt med. Elevene bruker den visuelle animasjonen for å sjekke sin antagelse. E argumenterer for at løsningen er perfekt ut ifra det han ser på animasjonen. Det virker ut som at E benytter seg av et *visuelt argument.*



Modell 8: visuelt argument, oppgave 1c, samtale mellom elever

4.2.3 Flytte figur til planet oppgave 1c, dialog mellom elever og lærer

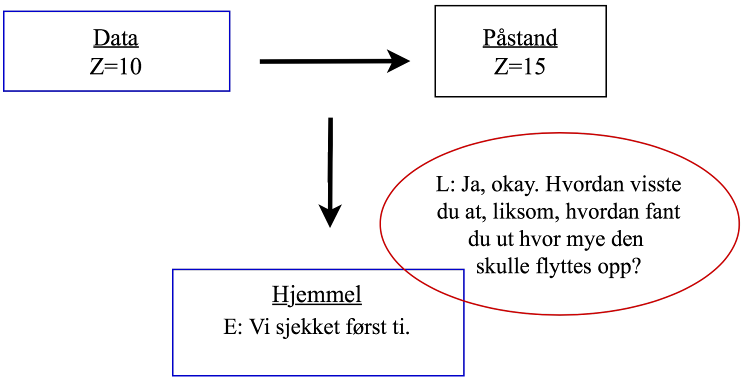
E rekker opp hånden og elevene spør om hjelp, fordi når de flyttet opp kuben «forsvant» antikuben. E2 mener de heller skal prøve å finne ut av det selv, men læreren reagerer av opprekt hånd og kommer bort. Når læreren kommer, er problemet løst. Læreren bruker anledningen til å diskutere koden.

L3: Ja, okay. Hvordan visste du at, liksom, hvordan fant du ut hvor mye den skulle flyttes opp?
E: Vi sjekket først 10.
E2: Fordi at jeg visste at den var 30 mm, og så tok vi den 15 opp, for den var jo halvveis.
L3: Åja, okay, ja

I forrige utdrag gir E2 som nevnt ingen forklaring til E hvorfor han valgte å flytte kuben 15 mm opp. Senere kommer læreren og spør etter hvilken *metode* elevene har brukt for å løse oppgaven. Først da kommer elevene med en hjemmel. E begynner å forklare, men blir avbrutt av E2. E sier at de først sjekket 10, dermed ligger det implisitt at de hadde flere forsøk. E2 kommer med en annen forklaring. Han sier at han studerte hvordan planet i utgangspunktet skar kuben, det så ut som at den skar kuben halvveis i kubens høyde. Derfor vil et flytt på halvparten av kubens høyde føre til at kuben ligger på planet. På grunn av at høyden på kuben var 30 tilsvarer halvparten av kubens høyde 15. Elevens handlinger støtter også hans argumentasjon, der 15 var elevenes første forsøk. Men det er usikkert om dette er en tolkning eleven har tatt før eller etter handlingen.

Argumentet til E presentert i modell 9. E sitt begynnende argument ligner på et *visuelt argument* på grunn av hjemmelen består av at han sier at de har testet ut ulike variabler.

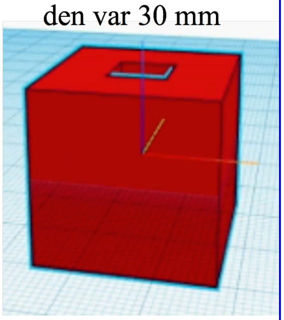
Eleven rekker ikke å si noe mer og det er derfor litt usikkerhet knyttet til plasseringen av argumentet. Elevenes handling kan heller ikke støtte argumentasjonen til eleven, siden de ikke har testet variabelen 10 på denne boksen, variabelen 15 var deres første forsøk. Det er derfor vanskelig å forstå forklaringen til eleven.



Modell 9: visuelt argument, oppgave 1c, samtale mellom elev og lærer

Argumentet til E2 er presentert i modell 10. E2 sitt argument: «Fordi at jeg visste at den var 30 mm» (data), «og så tok vi den 15 opp» (påstand), «fordi den er halvveis» (hjemmel). Elevens påstand er at kuben skal flyttes opp 15 mm. Datamaterialet består av et skjermbilde av kubens utgangsposisjon og elevens utsagn om kubens høyde. Eleven bruker datamaterialet for å argumentere for påstanden med å beskrive kubens posisjon i forhold til planet, denne begrunnelsen er satt som hjemmel. Denne forklaringen skiller seg ut fra tidligere argument, der den ikke tar utgangspunkt i tidligere forsøk, men observasjon av forholdet mellom planet og kuben. Han bruker dermed matematiske begrunnelser knyttet til figuren for å argumentere for noe spesifikt. Dette argumentet er derfor plassert som et *aritmetisk argument.*

Data
H=30
Z=0
E2: Fordi at jeg visste at den var 30 mm



Påstand
E2: og så tok vi den 15 opp
Z=15

L: Ja, okay. Hvordan visste du at, liksom, hvordan fant du ut hvor mye den skulle flyttes opp?

Hjemmel
E2: for den var jo halvveis.

Modell 10: aritmetisk argument, oppgave 1c, samtale mellom elev og lærer

Lærerens spørsmål som ber om hvilken *metode* elevene har brukt, gjør at elevene legger fram hjemmelen som ellers kanskje ikke hadde kommet fram. Lærerens spørsmål førte til at elevene både fikk satt ord på tankene og delt dem med hverandre. Dette utraget viser også at det var stor forskjell på elevenes hjemmel, der E er plassert som et *visuelt argument* mens E2 er plassert som et *aritmetisk argument*.

4.2.4 Flytte figur til planet i oppgave 2, kube

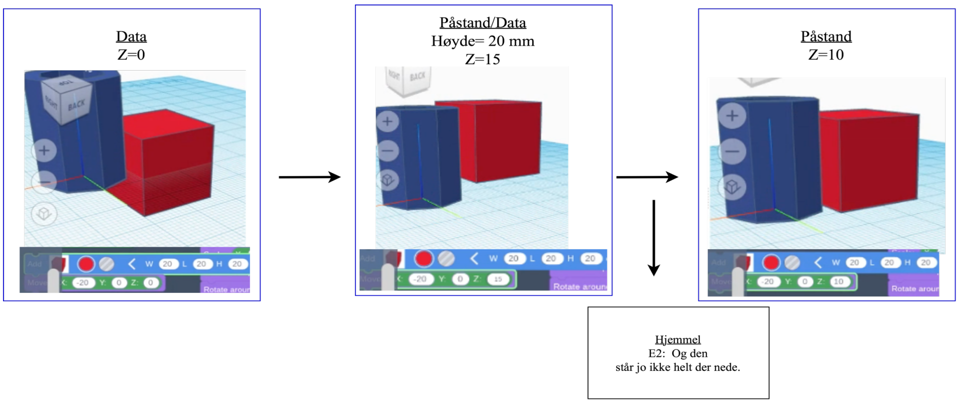
Etter oppgave 1 har elevene flyttet ulike figurer opp på planet. De har da brukt en *prøve og forbedre* strategi basert på de visuelle tilbakemeldingene. I det ene tilfellet visste elevene ikke høyden på figuren, i det andre tilfellet hadde de flytte figuren tidligere og brukte en ny «move-blokk» til å flytte figuren. I disse to tilfellene hadde det derfor vært vanskelig å bruke strategien i oppgave 1 der de flyttet halvparten av høyden. Elevene brukte 2 og 8 forsøk før de var fornøyd med flyttingen. I dette eksemplet skal elevene flytte en kube opp på planet for å sammenligne størrelsen til kuben og prismet for å finne ut hvor stor prismet er. I analysen er det elevens flytt av kuben til planet som er i fokus og ikke sammenligningen av høydene til figurene.

E2: Jammen, jammen, det er så vanskelig, fordi at, med de der, det har jo vært mye, da må jo vi… Ta og lage den blokken igjen. For den vet jo vi hvor stor er.
L: Ja.
E2: Så bare mover vi den.
(drar ut en kube-blokk, og move-blokk)

(flytter boksen horisontalt ved å endre x til -20 får å få figurene siden av hverandre)
(spiller av)
E2: Så den boksen der, den er 20, 20, 20.
L: Ja.
E2: Så det betyr at den (boksen/kuben) er 2 cm, og det er vel… Det vil si at den (prismet) er 2 cm høy.
E2: Fordi at hvis jeg gjør… Sånn.
(endrer z variabelen i move-blokken til 15)
E2: Den (prismet) er 2 cm høy. Og den (boksen/kuben) står jo ikke helt der nede.
(endrer z variabelen i move-blokken til 10)
L: Men, sørger dere for at begge får trykka litt da, så dere skjønner litt begge to?
E2: Ja.
E: Ja.
Samtalen videre handler om størrelsen til prismet

I analysen vil kuben benyttes i stedet for boksen for å kunne skille den med det åttekantede prismet. Samtalen begynner med at E2 bestemmer seg for å sette inn en kube i programmet siden de vet hvor stor den er. Eleven flytter så kuben horisontalt (flytt i x-aksen) slik at den står i siden av prismet. Eleven utrykker at boksen har en bredde, høyde og lengde på 20 og argumenterer videre at det betyr at høyden på prismet er 2 cm. For å styrke utsagnet om størrelsen på prismet bestemmer han seg for å flytte prismet ned på planet, slik at den står på samme høyde som prismet. Eleven prøver først å flytte kuben 15 opp. Eleven bekrefter påstanden sin om at prismet er 2 cm høyt og kommenterer utfallet på animasjonen om at kuben ikke ligger helt på planet. Eleven endrer så z verdien til 10. Nå ser det ut som kuben ligger på planet. Læreren prøver å involvere E med å foreslå at E får programmert litt han også.

Argumentet består av to påstander. Påstandene er ikke verbale, men det er handlinger eleven gjør. Den første påstanden er elevens endring z variabelen i move-blokken til 15 og den andre påstanden er endring z variabelen i move-blokken til 10. Den første påstanden og fungerer også som data i neste påstand. Før E2 begynner å flytte kuben vertikalt kommenterer han at høyden på kuben er 20 mm, det virker ikke ut som eleven bruker denne kunnskapen da han velger å flytte figuren. Derfor er ikke informasjonen inkludert som data i det første argumentet. Før E2 kommer med påstanden, virker det som han ser på animasjonen at kuben er plassert for langt ned og derfor bestemmer han seg for å flytte den opp. Den visuelle animasjonen er derfor satt som data i den første påstanden om å flytte figuren opp 15 mm. Etter flyttet beskriver eleven kubens plassering: «*Og den står jo ikke helt ned der*». Beskrivelsen fungerer som støtte for den nye påstanden, derfor plassert som hjemmel. Det visuelle resultatet av tidligere konklusjonen er det som beskrives og er derfor nå satt som data.



Modell 11: visuelt argument, oppgave 2, samtale mellom elev og lærer

På grunn av at eleven tester ut to variabler, og eleven tar utgangspunkt i resultatet av den første før neste forsøk, ser det ut som eleven bruker en *prøve og forbedre* strategi. Eleven ser på de visuelle tilbakemeldingene i programmet for å beskrive plasseringen til figuren, derfor er argumentet plassert som et *visuelt argument.* To forsøk er ikke mye, men eleven brukte også to forsøk når han flyttet prismet som han ikke viste høyden på. Det er usikkert hvilken metode som er brukt, siden det ikke er uttrykt. Kanskje endret eleven strategien etter første flytt. Mest sannsynlig brukte han bare to forsøk, fordi 10 er et rundt tall og elevene har en tendens til å tippe runde tall først. Når elevene flyttet sylinderen og brukte de 8 forsøk, kanskje fordi det var et desimaltall brukte de mange forsøk. Men eksemplet viser at det kan være ineffektivt å flytte på denne måten.

I dette eksemplet er det i motsetning til de to foregående flytene enkelt å bruke sammenhengen som eleven uttrykte i oppgave 1 der han flyttet halvparten av høyden. I koden kan en se at kubenes høyde er 20 mm noe som også elev E2 uttrykker før han begynner å flytte. Tallet 20 er også lett å dele på to. I dette tilfelle hadde det derfor vært en effektiv strategi å finne halvparten av høyden for å flytte dette opp. I stedet flytter eleven figuren 15mm opp. Det viker derfor som han ikke bruker denne strategien.

4.2.5 Oppsummering flytt, Oktogon

Oppsummert har elevene brukt ulike strategier og ulike argumenterer for å flytene på figurene. I det første tilfellet bruker elevene et *visuelt argument,* der de bruker de visuelle tilbakemeldingene som programmet gir for å danne og argumentere for konklusjonen. I oppgave 1 virker det ut som eleven bruker et *aritmetisk argument,* men elevens matematiske begrunnelse kommer først gjennom lærerens spørsmål etter metode. Her virker det som at den ene eleven argumenterer med et *visuelt argument* mens den andre eleven argumenterer med et *aritmetisk argument.* Videre kan det virke som at elevene fortsetter å bruke *visuelle argumenter* og strategien *prøve og forbedre*. Denne strategien blir brukt både når det er lett og vanskelig å finne høyden til figuren. Det varier hvor mange variabler elevene må teste før de finner et svar de der fornøyd med, likevel tar det raskt tid for elevene å teste ut flere variabler da de raskt får svar fra animasjonen.

4.3 Flytte figur slik at de ligger på planet, grupper sylinder

I denne delen er det gruppe Sylinder som er i fokus. I likhet med analysen av Oktogon er oppgave 6 i «moving shapes», oppgave 1c og et utdrag fra oppgave 2 valgt ut.

4.3.1 Flytte figur i «moving shapes»

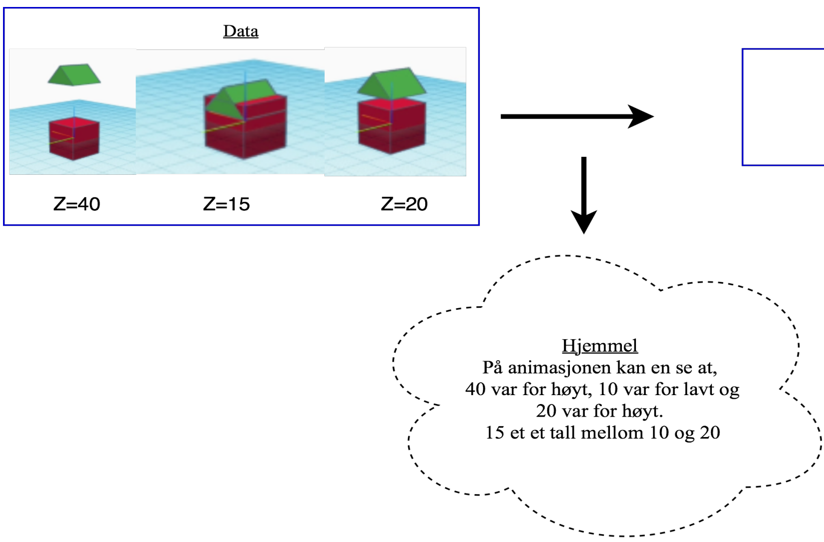
Først vises et eksempel fra oppgave 6 i modulen «moving shapes» (se kap. 3.6.1.1)

E3: Men da er det
E4: Move
E3: Z axis.
E4: Den der må ha move etter seg
E3: Ja, men da blir det Z, fordi at Z var opp, sant.
E4: Mhm
E3: Da begynner vi med 40.
(endrer z=40, spiller av)
E3: Kanskje
E4: 20
E3: 10 eller 5.
(endrer z=10, spiller av)
E4: 20
E3: 15, 20.
E3: 20, 20, 20, 20, 20.
(endrer z=20, spiller av)
L: Det er perfekt.
E3 og E4: 15. (i kor)
(endrer z=15, spiller av)
L2: Gøy Nå kan dere de tingene. Har dere hatt masse på skolen om det?
E2: Aldri.
L: Aldri? Nei?
E3: Jeg har aldri prøvd dette før.

Dialogen til elevene i dette utdraget består mest av forslag til ulike variabler. I begynnelsen av oppgaven begynner elevene med å bli enige om at det er flytt i z-aksen som tilsvarer et flytt oppover. Elevene begynner med å sette Z som 40, eleven spilte ikke av z=0, kanskje fordi de viste at den må flyttes mer enn 0 uansett og dette forsøket ville vært bortkastet tid. E4 foreslår 20, E3 foreslår 10 og 5. Elevene tester ut verdien 10. Elevene studerer resultatet og E2 foreslår variabelen 20 en gang til, mens E3 foreslår både 15 og 20. E2 prøver å overbevise med å gjenta forslaget sitt fem ganger. Elevene tester ut 20. Læreren *evaluerer* koden og kommenterer: «*Det er perfekt*». Elevene reagerer ikke på lærerens evaluering og når elevene ser resultatet sier de 15 på likt. Det er siste variabelen som blir testet og elevene sier seg derfor fornøyd med dette resultatet. Læreren viker imponert og kommenterer: *«Gøy, nå kan dere de tingene».* Læreren *evaluerer* dermed deres løsning og videre lurer på hvordan eleven har tilegnet seg denne kunnskapen. Elevene svarer med at de aldri har prøvd

Tinkercad før. Denne læreren har ingen tidligere kompetanse om programmet, eller oppgavene. Elevene bruker ca. 35 sek med oppgaven.

I denne dialogen er det valgt ut å analysere den siste påstanden, der elevene kommer med påstanden om å teste ut variabelen 15. I dette argumentet består datamaterialet av den visuelle tilbakemeldingen fra tidligere forsøk. Elevene tar utgangspunktet i dette data når de kommer med den nye påstanden. Det er tydelig at elevene tar med seg erfaringene fra tidligere forsøk. F.eks. etter at elevene har tester 40, tester de senere ikke ut noen verdier som er høyere. Elevene har derfor en *prøve og forbedre* strategi. Det foregår en forhandling om hvilke variabler en skal teste ut, men kanskje på grunn av det tar raskt tid å sjekke, kommer ingen med en hjemmel for å overbevise. I figuren er det derfor lagt til en hjemmel. Dette er fordi elevene ser på animasjonen for å lage nye påstander, men de utrykker ikke hva de ser eller hva de legger til grunn for sine nye påstander. Hjemmelen et lagt som en antagelse av hva elevene tenker. Hjemmelen består av en tenkt beskrivelse av det visuelle datamaterialet og matematisk argumenter basert på tilfeldige valgte variabler. At elevene kommer med samme påstand samtidig kan være tilfeldig, men kan komme av at 15 er en variabel som er nevnt som de ikke har testet ut enda og ligger mellom de tidligere variablene 10 og 20. Derfor har de valgt et tall som er mellom for høyt og for lavt. På grunn av at elevene kommer med samme påstand samtidig tyder det på at elevene tenker ganske likt og kanskje føler mindre på et behov for å argumentere for sine påstander. Elevenes argument er plassert som et *visuelt argument*, fordi elevene bruker den visuelle animasjonen for å velge nye variabel og at de bruker en *prøve og forbedre* strategi.



Modell 12: visuelt argument, første flytt i z-aksen, samtale elever

4.3.2 Flytte figur til planet oppgave 1c, dialog mellom elever og lærer del 1

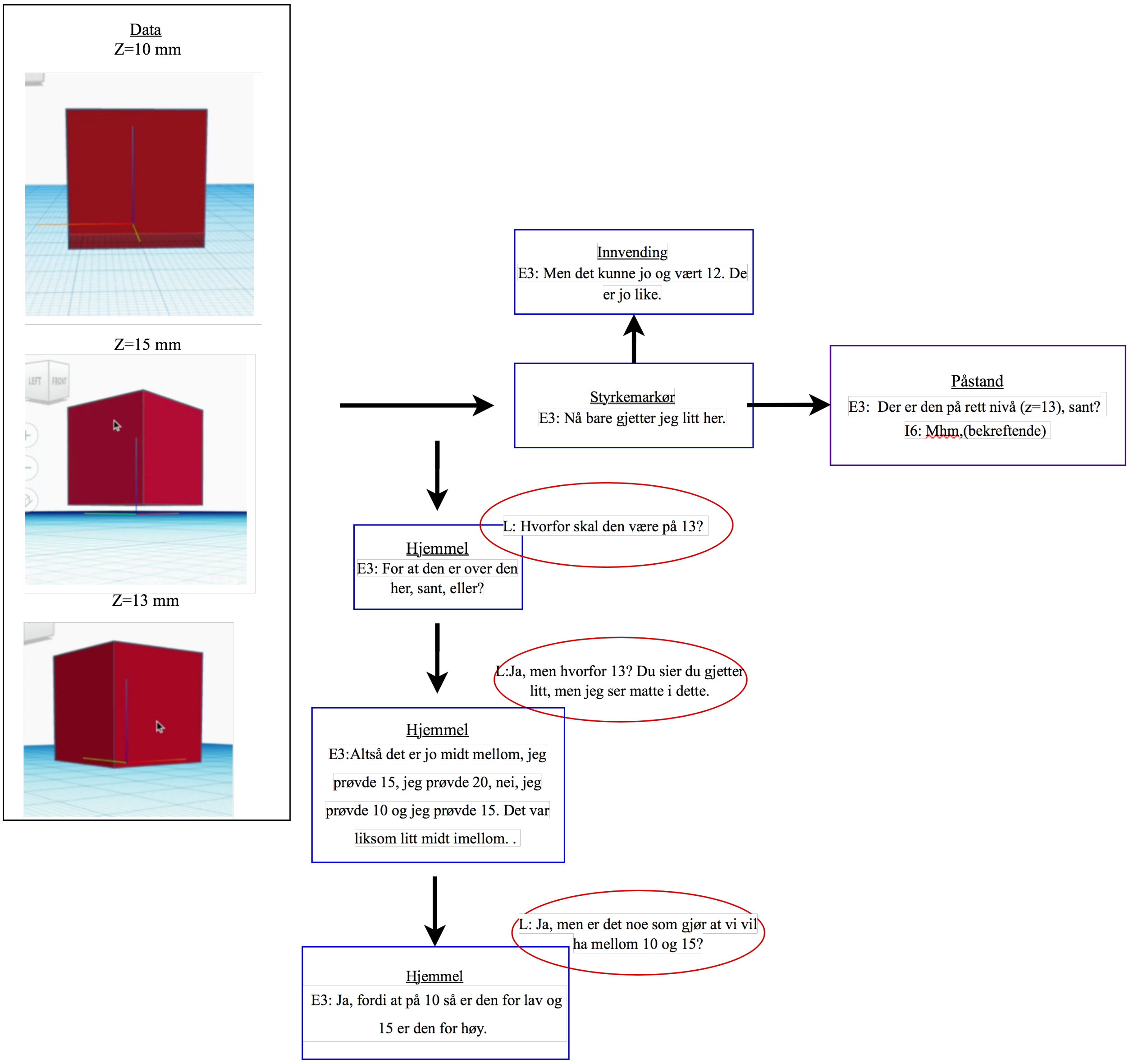
Utdraget av denne samtalen er en del av en lengre samtale læreren hadde med elevene som omhandlet både veggene på figuren og flytte figuren til planet. Av denne samtalen er det valgt et utdrag der samtalefokuset handler om å flytte figuren til planet. Utdraget er delt i to deler. Først vil analysen fokusere seg på del 1, i neste delkapittel vil del 2 bli analysert. Samtale utdraget under består bare av del 1.

Elevene har sittet og ventet for å få godkjent sin oppgave 1c. Mens de venter, endrer E3 på størrelsen på kuben. Høyden minskes fra 30 til 25 og z-variabelen i «move-blokken» endres fra 15 til 10. Kuben ligger derfor ikke på planet lenger når læreren kommer. Læreren *evaluerer* elevenes kode og kommenterer at kuben ikke ligger på planet. Eleven endrer derfor på størrelsen, mens læreren er til stede.

E3: Okay. Men hvis vi da gjør.
(endrer kube: Z=15→13, trykker deretter på play)
E3: Nå bare gjetter jeg litt her. Der er den på rett nivå, sant?
L: Mhm, men hvorfor.
E3: Men her. (peker på veggene)
L: Hvorfor skal den være på 13?
E3: For at den er over den her, sant, eller?
L: Ja, men hvorfor 13? Du sier du gjetter litt, men jeg ser matte i dette.
E4: Jeg vil tro..
E3: Altså det er jo midt mellom, jeg prøvde 15, jeg prøvde 20, nei, jeg prøvde 10 og jeg prøvde 15. Det var liksom litt midt imellom. Men det kunne jo og vært 12. De er jo like..
L: Ja, men er det noe som gjør at vi vil ha mellom 10 og 15?
E3: Ja, fordi at på 10 så er den for lav og 15 er den for høy.

Samtaleutdraget begynner med at eleven setter kuben lengre ned ved å endre z-variabelen fra 15 til 13. Nå er den 0.5 mm under planet. Dette er nærmest umulig å se på bildene elevene ser på. For å se dette må animasjonen forstørres mer. E3 ønsker en bekreftelse av løsningen ved å flytte kuben 13 mm opp, læreren *evaluerer* elevens påstand og bekrefter den. Eleven prøver å gå videre til veggene. Læreren flytter fokuset tilbake og prøver å få en *utdypende* forklaring på hvorfor eleven valgte å flytte tallet 13. Eleven er mer opptatt av at det var riktig. Lærerstudenten gir seg ikke og prøver å få en *utdypning*. Hun forteller at hun ser «matte i dette», i matte tror jeg hun mener en matematisk sammenheng. E4 begynner på et utsagn, men blir avbryt av E3. E4 kommer med en forklaring av *metoden* han har brukt. Han sier at han prøvde 10 og 15, og at 13 var midt imellom. Han sier at det også kunne ha vært 12 siden de er jo like. Med like mener han kanskje at 12 og 13 er like langt i fra 10 og 15. Læreren gir seg ikke og prøver å få en *utdypning* på hvorfor akkurat mellom 10 og 15. Eleven gjentar *metoden* med en litt utdypende forklaring, der det er fordi 10 var for lavt og 15 var for høy.

I dette utdraget er argumentasjonen knyttet rundt påstanden om at 13 er den rette z variabelen for dette tilfellet. Påstanden er satt som lilla fordi både elevene og lærerstudenten bidrar med påstanden, der elevene kommer med påstanden og læreren bekrefter. Spørsmålene læreren stiller fører til at elevene legger frem hjemmeler. Hun prøver å få eleven til å *utdype* hvorfor z-verdien må være 13. I den første hjemmelen eleven gir prøver han å overbevise med å vise til animasjonen: «For at den er over den her, sant, eller?», altså at kuben ligger på planet og ikke under. Datamaterialet er satt som animasjonen av kuben der Z er 13. Videre graver læreren videre ved at hun ser matematikk i dette, med matematikk tolkes det som at hun mener en matematisk sammenheng, der hun prøver å få fram en hjemmel som ikke er knyttet til hva eleven ser. Eleven prøver å overbevise med at de hadde prøvd 10 og 15, men at det måtte være noe som var imellom disse. Læreren spør hvorfor 10 og 15, eleven svarer med at 10 var for lavt og 15 var for høyt. Derfor inneholder også datamaterialet deres tidligere forsøk der z er 15 og 10. Elevens hjemmel er basert på visuelle antagelser og kommer fra prøving og forbedring strategi. Elevenes argument er derfor plassert som et *visuelt argument.* I dette argumentet er det lagt til en styrkemarkør, der eleven sier at de bare gjetter litt, som indikerer at eleven ikke er overbevist over påstanden sin. Innvendingen bekrefter styrkemarkøren ved at eleven sier at figuren også kunne ha vært 12. Siden svaret kan være to forskjellige svar, mener eleven at påstanden ikke er sterk. Med hjelp av lærerens spørsmål argumenterer elevene for sin løsning og metoden elevene har brukt til å løse oppgaven kommer tydelig fram.



Modell 13: aritmetisk argument, oppgave 1c, samtale mellom elev og lærer

Ut ifra animasjonen ser det ut som 13 er det det er «riktige svaret». Hvor nøyaktige en trenger å være kan tas opp til diskusjon i klasserommet. Kvaliteten på første lag er av gjørende for kvaliteten på resten av 3d-printen og om 3d-printen fester seg i platen. Hvor godt 3d-printen fester seg kan variere ut ifra hvordan printeren er kalibrert, hvilken printer som er brukt, hvilket materiale som er printet med og hvilke innstillinger som er stilt inn i slicer-programmet. I dette tilfellet ville også en nøyaktighet på tiendelsmillimeter vært hensiktsmessig på grunn av at da ville forklaringen til lærerstudenten gi mer mening. Så hvorfor brukes det ikke? Tidligere har elevene bare brukt tall som slutter med 0 og 5. Dette har vært en strategi som har fungert godt, fordi alle svarene har så langt sluttet med 0 og 5. 13 er det første tallet som bryter med mønsteret. Eleven har derfor hatt et behov for å være mer «nøyaktig», men eleven har enda ikke erfart å bruke desimaltall. Eleven er kanskje usikker på om han kan bruke desimaltall i dette programmet eller at dette er vanskeligere å bruke/ regne ut.

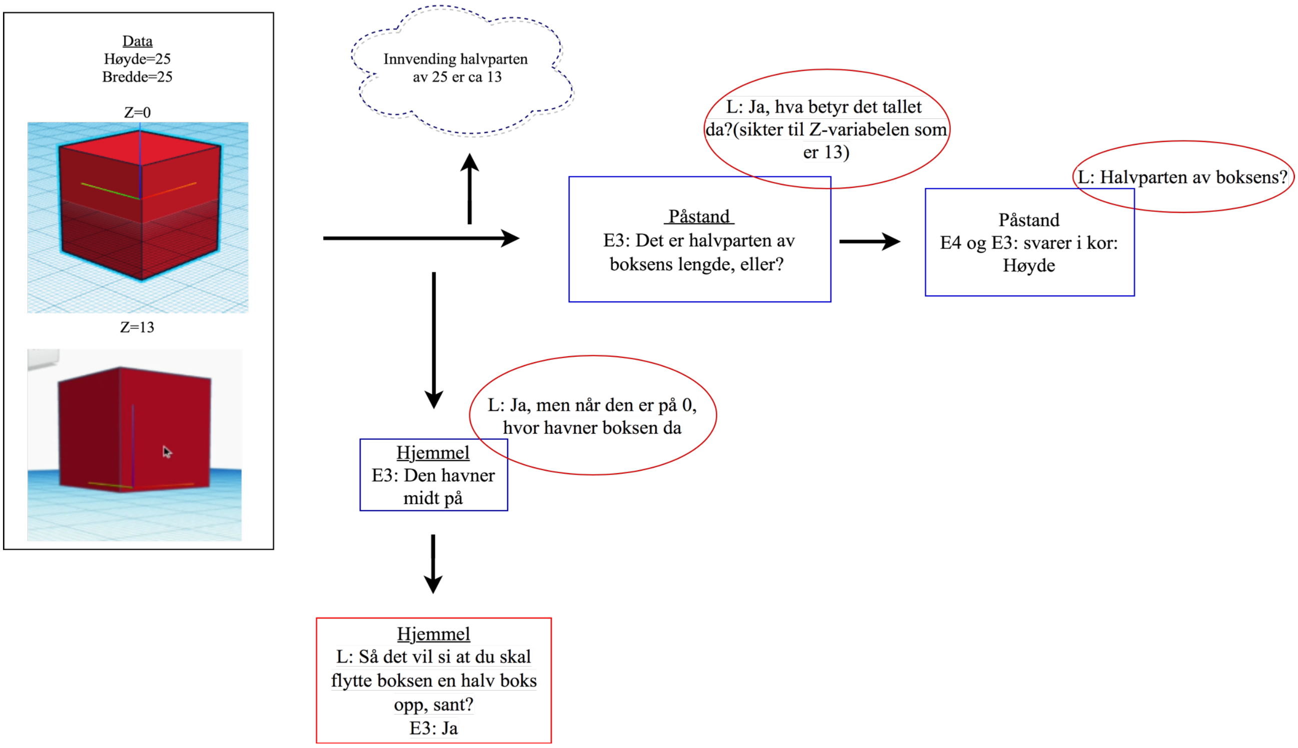
Læreren er her litt usikker på om det går an å bruke desimaltall. Denne informasjonen kommer fra at hun i ved en senere anledning spurte en annen lærer om dette. Lærerstudenten tenker kanskje at nærmeste hele tall er nøyaktig nok.

4.3.3 Flytte figur til planet oppgave 1c, dialog mellom elever og lærer del 2

Del 2 er en fortsettelse av samtalen mellom elevene og lærerstudenten som handlet om å flytte figuren opp på planet.

L: Ja, men når den er på 0, hvor havner boksen da?
E3: Da havner den midt på.
L: Da havner den midt på. Så det vil si at du skal flytte boksen en halv boks opp, sant?
E3: Ja.
L: Ja, hva betyr det tallet da?
E3: Det er halvparten av boksens lengde, eller?
L: Halvparten av boksens?
E3 og E4: Høyde (svarer i kor).
L: Ja.

I del 2 skjer det et skifte på spørsmålene til læreren, der i del 1 har hun spurt om utdypning med å flytte elevens oppmerksomhet mot tallet 13. I del 2 stiller læreren fakta spørsmål og kommer direkte bidrag til hjemmelen. Dette er trolig for å komme nærmere den matematiske sammenhengen, som hun nevnte i del 1. Læreren spør elevene om hvor boksen havner når z er null. Dette spørsmålet kan karakteriseres som et *fakta spørsmål*. E3 svarer med at boksen havner midt på, dette er derfor noe eleven tidligere har observert og memorert. Læreren *gjentar elevens handling* med å repetere elevens utsagn. Kanskje læreren gjør dette for å bekrefte utsagnet og dermed *evaluere* utsagnet eller for å *fremme* elevens utsagn. Læreren kommer med et *direkte bidrag til en hjemmel:* «Så det vil si at du skal flytte boksen en halv boks opp, sant?» Læreren legger til et sant for at påstanden blir et spørsmål, trolig for å få bekreftelse av elevene om at de henger med i hennes argumentasjon. Læreren får bekreftelse av E3, der han raskt svarer «ja». Lærerstudenten kommer med et nytt *fakta spørsmål*: «Ja, hva betyr det tallet da?». Læreren ønsker at elevene knytter hennes argument til tallet 13 som elevene har brukt til å flytte kuben. «Halvparten av boksens lenge» svarer E3. Læreren *evaluerer* svaret og retter på eleven med å stile et nytt spørsmålet, der hun *leder* elevene med å bekrefte at det er halvparten av noe, men ikke lengde. Eleven svarer*:* «høyde» og læreren evaluerer svaret og bekrefter at utsagnet er korrekt.



Modell 14: aritmetisk argument, oppgave 1c samtale mellom elever og lærer

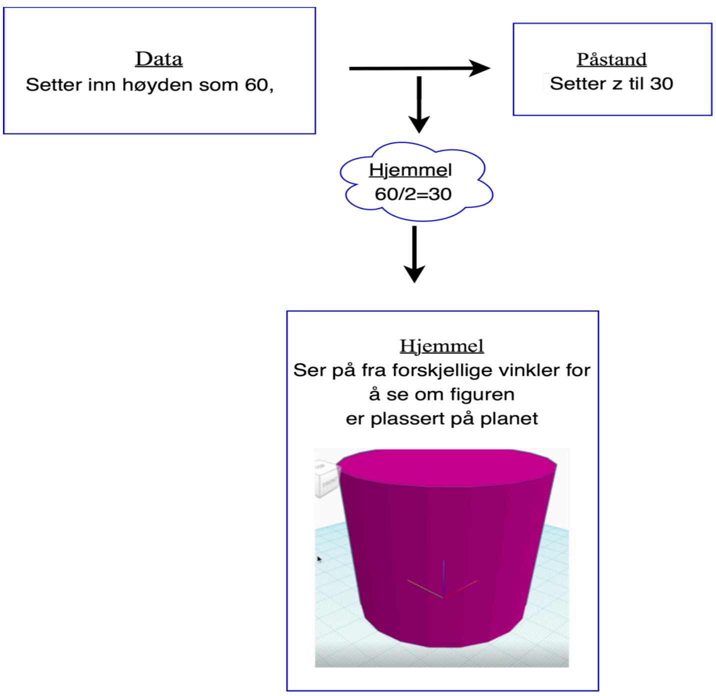
Argumentasjonen er satt inn i modellen for kollektivargumentasjon. Data i denne modellen er satt som et skjermbilde av koden som viser at z er 13 og 0 og høyden og bredde på boksen som er 25mm. Lærerens *fakta* spørsmål, om hvor boksen havner når z er null, fører til at E3 kommer med en hjemmel om at den havner midt på. Denne hjemmelen baserer seg på hva elevene tidligere har sett på animasjonen. Læreren kommer med et *direkte bidrag til en hjemmel,* der hun sier at det vil si at de skal flytte boksen en halv boks(høyde) opp, E3 sier seg enig. Det er mest læreren som bidrar med hjemmelen derfor er den markert i rødt. Når læreren har sørget for en hjemmel, stiller læreren spørsmål som får eleven til å komme med en påstand. Påstanden til E3 om at 13 betyr halvparten av boksens lengde, kommer som et resultat av lærerens sitt spørsmål om hva tallet 13 betyr. E3 sin påstand er ikke feil da boksens vegger også er 25 mm, men denne opplysningen hjelper ikke for å argumentere for flyttingen av boksen. Lærerens repetisjon av spørsmålet fører til at elevene endrer påstanden fra lengde til høyde. Elevene svarer i kor noe som tyder på at begge elevene henger med i argumentasjonen som er styrt av læreren.

Del 2 av argumentet er hovedsakelig styrt av læreren, der hun kommer med deler av argumentet og stiller spørsmål som fører til at elevene kommer med andre deler av argumentet. Argumentet er et *aritmetisk argument* som tar utgangspunkt i visuelle erfaringer om at i figurens utgangsposisjon ligge halvparten av høyden under planet. Argumentasjonen baserer seg derfor på forholdet mellom figuren og planet og ikke mellom tilfeldige valgte variabler slik som et *visuelt argument.* For læreren er denne sammenhengen trolig generalisert der hun har tatt med seg erfaringene fra et annet eksempel og prøver å overbevise elevene om at dette er en metode som fungerer her. Lærens argument er trolig et funksjonsargument. Det er usikkert om elevene har fått med seg at dette tilfellet gjelder alle tilfeller. Læreren sier «den» og snakker om et spesifikt tilfelle. Hvis hun hadde snakket om figurer på en generell basis, det hun hadde spurt om hvilken startposisjon figurer har som utgangspunktet. Kunne argumentet ha vært plassert nærmere et funksjonsargument.

4.3.4 Flytte figur til planet oppgave 2, sylinder, uten dialog

I oppgave 2 lager gruppe Sylinder en sylinder som skal være utgangspunkt for beholderen. Eleven endrer høyden på sylinderen til å være 60 mm, eleven setter inn en «move-blokk» og endrer z-variabelen til 30. Eleven flytter dermed figuren opp 30 mm. Eleven spiller av koden og studerer hvordan figuren ser ut. Eleven gjør ingen ytterligere endringer. Det er ingen dialog knytte til flyttet.

Eleven setter sylinderen på planet på første forsøk. Eleven bruker derfor en gjett og treff metode. Det ser derfor ut som at eleven har tatt med seg lærerens metode videre i oppgave 2. Datamaterialet er satt som høyden eleven velger og påstanden er handlingen eleven gjør med å flytte figuren 30 mm opp. Eleven studerer figuren etter at han spiller av koden. Han bruker dermed de visuelle tilbakemeldingen for å sjekke sin påstand. Eleven gjør ingen ytterlige endringer og det virker derfor som han er fornøyd. Argumentet er plassert som et *aritmetisk argument* basert på antagelsen om at han har tatt med seg lærerens argument videre.



Modell 15: aritmetisk argument, oppgave 2, elevs handling.

4.3.5 Oppsummering flytt, Sylinder

Elevenes løsning av oppgave 6 i fra «moving shapes» var det store likheter mellom par Sylinders og par Oktogon «moving shapes». Elevene tester ut akkurat de samme variablene, men i forskjellig rekkefølge. Forskjellen på gruppene er at i par Sylinder argumenter elevene mer. Begge argumentene er plassert som et *visuelt argument* der elevene har brukt *prøve og forbedre* strategier for å løse oppgaven. Læreren som *evaluerer* løsningen som riktig og ber ikke eleven begrunne løsningen sin.

I utdrag 4.3.2 støtter læreren elevene med å evaluerer, utdypende og gjentar elevenes utsagn. Lærerens støtte fører til at elevene legger fram et *visuelt argument,* der elevene argumenter for løsningen med å beskrive utfallet av ulike variabler. Eleven legger til en innvending som ikke blir utnyttet.

I kap. 4.3.3 endrer lærerens spørsmål seg. Læreren kommer med fakta baserte spørsmål som gjør at elevene legger fram deler av hjemmelen. Læreren kommer med direkte bidrag til hjemmelen. Læreren kommer med fakta baserte spørsmål slik at elevene kommer med en påstand. Læreren støtte gjør at de kommer med et *aritmetisk argument*. Hjemmelen og påstanden er et resultat av lærerens støtte til elevens argumentasjon. I kap 4.3.4 ser det ut som at eleven bruker sammenhengen som læreren kom med. Elevens argument blir derfor plassert som et *aritmetisk argument*.

4.4 Oppsummering og drøfting, Flytt

I par Oktogon kap.4.2 og par Sylinder kap. 4.3 utviklet argumentene seg i forskjellig retninger. Begge parene begynte med *visuelle argument* med utgangspunkt i *prøve og forbedre* strategi. Som nevnt hevder Mason et al. (2011) er det er ulike meninger knyttet til om prøving og feiling er en nyttig strategi for elevenes utvikling av algebraisk tenkning.

Det som er karakteristisk med digitale verktøy er at en raskt får tilbakemeldinger på endringer en gjør. Terskelen for å prøve nye variabler så ut som å være lav og førte kanskje til et mindre behov for å argumentere eller bruke andre metoder. I Tinkercad får elevene tilbakemelding av koden i form av en animasjon. Animasjonen er nødvendig for å kunne programmere, og det hadde vært veldig vanskelig å ha kodet noe uten å kunne støtte seg i animasjonen.

I analysen av å flytte figurer opp til planet var de visuelle tilbakemeldingene noen ganger nok for å få en kode som fungerer etter hensikten. I utdragene 4.2.1 og 4.2.4 fra par Oktogon og 4.3.1 fra par Sylinder argumenterte elevene med et *visuelt argument*. Her var den visuelle støtten nok til at elevene fikk et resultat etter hensikt. I tilfellet 4.3.2 fra par Sylinder var ikke det visuelle nok for at elevene fikk en fungerende kode. I dette tilfellet er det mulig å bruke de visuelle til å rette opp i feilen, men det er lettere å se når en vet hva en leter etter, enn når en tror det en har gjort er rett. På grunn av elevene ikke oppdaget feilen, var ikke den visuelle støtten fra programmet nok. I utraget 4.3.2 når det visuelle ikke var nok, kom en av elevene med en innvending som peker på svakheten med *visuell argumentasjon*. Elevens innvending blir ikke fulgt opp av læreren. Det kan tenkes at mangel på kompetanse knyttet til programmeringsverktøyet er grunnen til at dette ikke blir fulgt opp. Som omtalt var læreren usikker knyttet til bruken av desimaltall i Tinkercad. Ved å bygge videre på elevens innvending kunne det ha skapt et reelt behov for andre argumenter for å begrunne påstanden. Vist læreren hadde spilt videre på elevens innspill og testet ut 12, hadde animasjonen sett ganske lik ut og elevene måtte ha forstørret bildet for å se detaljene nærmere. Da hadde de mest sannsynlig kommet fram til at tallet måte være mellom 12 og 13. Dette hadde pekt på svakheten med det *visuelle argumentet*. Med denne løsningen kunne kanskje også det *aritmetiske argumentet* blitt lettere å forstå der 12.5 er halvparten av 25 og ikke 12.

I par Sylinder i kap. 4.3.3 er det lærerens støtte som gjør at de sammen kommer fram til et *aritmetisk argument*. I denne sammenhengen fungerer både læreren og programmet som støtte som den mer kunnskapsrike andre. Støtten kan ha ført til at elevene utvikler sitt argument fra et *visuelt argument* basert på prøving og forbedring til at *aritmetisk argument* basert på matematiske sammenhenger. I oppgave 2 ser det ut som at eleven velger å bruke et *aritmetisk argument* for å flytte figuren til planet. Grunnen til at han velger å løse problemet på denne måten kan være at han synes at et *visuelt argument* ikke var tilstrekkelig, at det er en effektiv måte å løse oppgaven på eller fordi det var metoden læreren fortalte dem at de skulle bruke.

Ifølge Savard og Freimans (2016) foretrakk noen elever å bruke en prøve og feile strategi. I denne studien begynte elevene med denne metoden, men det varierte hvilken strategi de brukte videre. Når elevene skulle plassere figurene på planet så det ut som at par Sylinder så nytten av et *aritmetisk argument*, mens i par Oktogon så det ut som de foretrakk et *visuelt argument*. I par Oktogon var det en elev som fant sammenhengen mellom figurens høyde og hvor mye figuren skulle flyttes opp (se kap. 4.2.3). I stedet for å utvikle det *aritmetiske argumentet* gikk eleven tilbake til å argumentere *visuelt* (se kap. 4.2.4). Oktogon flyttet raskt og effektivt med å bruke *visuelle argument* og de kom ikke over et tilfelle der denne strategien ikke var tilstrekkelig ved flytting av figur på planet.

Savard og Freiman (2016) trekker fram at det er en viktig egenskap i problemløsning å vite når det er effektivt å bruke en prøve og feile strategi og når det er lønnsomt å analysere situasjonen systematisk. Når elevene i par Oktogon ikke visste størrelsen på figuren, var den mest effektive måten å stole på det visuelle og argumentere med et *visuelt argument*. Likevel brukte elevene også denne metoden når det ville vært mer effektivt å bruke et *aritmetisk argument*. Kanskje elevene ble eksperter på bruk av *visuelle argument* slik at de ikke følte behov for å bruke *aritmetisk argument*? I denne situasjonen fremstår det som at prøve og feile strategien blir et hinder for å lære seg algebraiske metoder slik skeptikere ifølge Mason et al, (2011) hevder. Med bruk av denne metoden vil det ifølge Savard og Freiman (2016) være fare for at den problemløsende aktiviteten blir forenklet ned til en systematisk prøve og feile strategi, som ifølge dem fungerte som en hindring for å utvikle den matematiske forståelsen.

Selv om bruk av det *visuelle argument*et kan være et hinder for utvikling av algebraiske argument, var programmet Tinkercad helt nytt for elevene. Det vil være begrenset hvilken utvikling de kan ha i løpet av den tiden datainnsamlingen foretok. Elevene må kanskje først få tid og flere erfaringer med programmet gjennom *visuelle argument* før de kan videreutvikle sin argumentasjon. Det kan være ødeleggende med veiledning hvis den er langt utenfor elevenes proksimale utviklingssone. Da kan det være fare for at elevene opplever matematikk i programmering som pugg, der det er en mengde koder som må pugges og forståelse i uoppnåelig eller nytteløst slik Hanna (2013) hevder noen elever tenker om matematikk. Spørsmålet er hvordan læreren kunne ha hjelp elevene med å videre utvikle argumentasjonen i 4.2.3. En metode kunne ha vært å spør elevene om å *evaluere metoden*. Der spørsmålene kunne ha vert knyttet til hvilken metode elevene synes dere er mest effektive, hvilket gir et mest nøyaktig svar og hvilket argument som er mest hensiktsmessig i hvilken situasjon.

Hvor mye skal en lærer veilede elevene? Er det nyttig at læreren kommer med direkte bidrag til hjemmelen, eller bør elevene komme fram til denne sammenhengen selv? I par Sylinder kom læreren med direkte bidrag til hjemmelen for å hjelpe elevene til å utvikle et *aritmetisk argument* (4.3.3). Læreren har dermed lagt styring på elevene ved å gi de instruksjoner på hvordan de løser oppgaven. Spørsmålet er hva elevene lærer av dette? Christiansen (2006) hevder at i slike tilfeller vil det da hovedsakelig ikke skje noe matematisk læring. I Tinkercad er mange av argumentene kontekstavhengig. Å vite at en kan flytte en figur halvparten av høyden for å få den på planet, er bare nyttig akkurat i denne konteksten. Det er derfor ikke løsningen som er eller den spesifikke matematiske sammenhengen som er viktig, men prosessen som elevene går gjennom for å finne denne sammenhengen. Det er erfaringen med algebraisk tenkningen og problemløsning som en kan tenke seg å være overførbar til andre kontekster utenfor programmering. Derfor kan det være ødeleggende for læreren å komme med direkte hjemmel. Samtidig kan lærerens sin løsningsmetode førere til at elevene kan gå videre til å utforske noe annet. Med kunnskap om sammenhengen kan elevene effektivisere programmeringen slik at de slipper å bruke mye tid på å *prøve og forbedre*. Tidsbesvarelsen kan føre til at har overskudd til å utforske andre elementer.

Christiansen (2006) hevder av læreren spiller en avgjørende rolle for at oppgavens potensial blir realisert. Lærerne må skape muligheter for å utnytte eksisterende eller oppståtte muligheter for å fremme elevenes matematiske læring (Christiansen, 2006). I noen tilfeller fører lærerens mangel på kunnskap til at de ikke fungerer som støtte som den mer kunnskapsrike andre. I kap. 4.3.1 sa læreren at elevenes figur så perfekt ut selv om eleven ikke var ferdig med å løse oppgaven. Denne læreren hadde ingen erfaring med Tinkercad og det blir dermed vanskelig for læreren å fungere som den mer kunnskapsrike andre. I kap. 4.3.2 er kunne økt kompetanse hos læreren ført til at det enklere å utnytte potensialene i samtalen med elevene. I andre tilfeller som 4.2.1 *evaluerer* og godkjenner læreren elevenes løsning og ber dem ikke om å argumenter for løsningen sin. Slike tilfeller har potensial for at elevene selv evaluerer løsningen sin og argumenterer for at det de har gjort er rett.

I utformingen av oppgave 1c (kap. 0) kan kubenes utgangshøyde endres, slik at det er mer tidkrevende å bruke et *visuelt argument* og som problematiserer den *visuelle animasjonens* gyldighet. I oppgave 1 c hadde den ytre kuben opprinnelige høyde på 30 mm. Ved å velge et oddetall eller ett desimaltall med høyde slik som 27mm eller 28.5mm, kan det kanskje skape et behov for andre argument enn *visuelle argument*. Dette er fordi det trolig er mer tidkrevende å finne disse tallene med *prøve og forbedre* metoden, på grunn av elevene tok utgangspunkt i runde tall når de prøvde og forbedret og så snevet inn verdimengden. I tillegg er det vanskeligere å bruke et *visuelt argument* når en skal være nøyaktig på tidels millimeter, som en får når en tar utgangspunkt i et oddetall eller et desimaltall, på grunn av funksjonelle sammenhengen Flytt=Høyde/2. Ved denne endringen er tanken å gjenskape situasjonen som fikk eleven i par Sylinder til å trekke det *visuelle argument*et i tvil, slik at det kan skape et behov for et *aritmetisk argument*.

4.5 Vegg, par Oktogon

I denne delen er fokuset rette seg mot tykkelsen til veggen i beholderen. Denne problemstillingen kommer først i oppgave 1d og senere i oppgave 2 (se kap. 3.6.2)

4.5.1 Vegg, elever og lærer del 1

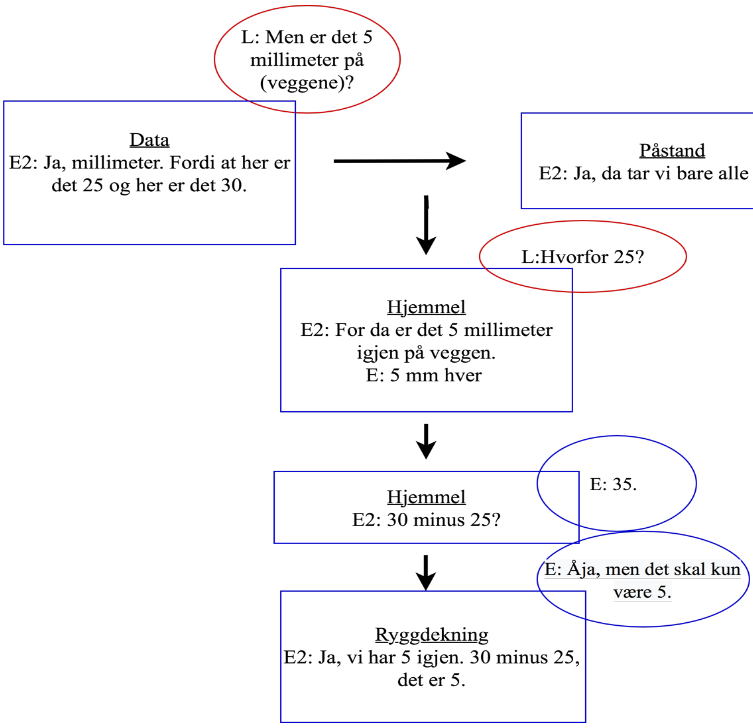
Dette utdraget er tatt ifra nå elevene begynner med oppgave 1d. Oppgave 1d handler som nevnt om å lage bunnen og veggene 5 mm tykke, se kap. 3.6.2.4. I dette utdraget fokuserer elvene på å endre veggene. Læreren sitter ved siden av gruppen og stiller de spørsmål. Før elevene begynner på oppgaven har de allerede endret på veggene slik at lengden på ytrekuben er 30 mm og lengden på den indre antikuben er 20 mm. Veggene er altså 5 mm, (30 mm - 20 mm)/2 = 5 mm.

E2: Endre koden til at veggene blir 5, ja okay.
E: Veggene og bunnen. Veggene og bunnen da.
E2: Ja, da tar vi bare alle 25 da.
L: Hvorfor 25?
E2: For da er det 5 millimeter igjen på veggen.
E: 5 mm hver
L: Okay.
(spiller av koden)
E2: Der ja.
L: Men er det 5, er det 5 centimeter, eller, det her er jo, 30 står jo for millimeter da, så det er millimeter, men er det 5 millimeter på?
E2: Ja, millimeter. Fordi at her er det 25 og her er det 30.
E: 35.

E2: 30 minus 25?
E: Åja, men det skal kun være 5.
E2: Ja, vi har 5 igjen. 30 minus 25, det er 5.
L: Jo, men du har jo to vegger.
E2: Ja?
E2: Vi har jo alle veggene. Vi har jo endret på alle. Vi har endret på bunnen og alt.
E: For det står veggene og bunnen.
E2: Jeg vil si at jeg er ferdig med denne oppgaven nå.
L: Ja, men du er ikke det. Det er feil.

E2 kommer raskt til påstanden om at lengden og bredden på den indre antikuben må endres til 25 mm. Læreren spør om *utdypelse* for hvorfor de må endres til 25 mm. E2 argumenterer for at da blir veggene 5 mm, E presiserer med at da blir veggene 5 mm hver vegg. Læreren aksepterer argumentasjonen og de spiller av koden. Læreren *leder* elevens oppmerksomhet tilbake til veggene og stiller et *fakta* spørsmål om veggene er 5 mm. Elevene er overbevist og argumenterer for at differansen mellom kubene er 5 mm og derfor må veggene være 5 mm. Læreren prøver å argumentere med at det de har to vegger. Elevene aksepterer ikke dette som et motargument og mener de har tatt dette i betraktning. Læreren *evaluerer* løsningen og sier den er feil og forlater elevene for at de kunne finne ut av det selv. I dette tilfellet er veggene i figuren (30 mm - 25 mm)/2 = 2.5 mm

Elevene har tidligere støttet seg på animasjonen for å se om det de har gjort er rett eller feil. Denne metoden er vanskeligere med veggene. E2 kommer med påstand om at lengden i antikuben må være 25 mm. Lærerens *fakta* spørsmål gjør at eleven legger frem data ved at de beskriver lengden på den ytre boksen 30 mm og den indre antiboksen 25 mm. Lærerens *utdypende* spørsmål fører til at elevene kommer med hjemmel der elevene sier at veggene er 5 mm. E sier 35, det er usikker på hvor han får tallet i fra, men det fører til at E2 utdyper hjemmelen. Kanskje 35 er E sitt forslag til ny variabel, fordi det viker ikke ut som at læreren er fornøyd med elevenes forslag. E2 prøver å forklare med å spørre hva 30 mm minus 25 mm er. E kommenterer at det (veggene) bare skulle være 5. Hva eleven mener med det er usikkert, men det fører til at E2 svarer på sitt egent spørsmål, at 30 mm - 25 mm er 5 mm. Utsagnet er eleven kommer med er en globalt akseptert påstand (30-25=5) og er derfor markert som ryggdekning.



Modell 16: aritmetisk argument, oppgave 1d, samtale mellom elev og lære.

Selv om argumentet er matematisk feil, er argumentet er plassert som et *aritmetisk argument* fordi elevene bruker matematiske sammenhenger for å argumentere for størrelsen på veggene. Elevene bruker ikke programmets visuelle animasjon til å argumentere. Elevene bruker det visuelle til å se om det ser på utfallet av koden der E2 ytrer «Der ja,» når han ser utfallet av koden. Elevene bruker derfor det visuelle for å bekrefte sine påstander.

4.5.2 Vegg, elever og lærer del 2

Dette utdraget er en fortsettelse på dialogen i eksemplet over del 1. Del 1 avslutter med at læreren ber elevene prøve å finne ut av det selv. Elevene tenker i 35 sekund før de rekker opp hånden. Lærer bruker 48 sekund på å komme. Elevene har prøvd å løse problemet på egenhånd, men har ikke endret noe på koden. Lengden på den ytre kuben er 30 mm og lengden på den indre antikuben er 25 mm. Veggene er altså 2.5 mm, (30 mm-25 mm)/2 = 2.5 mm.

E2: Så det er ikke, det er ikke 5 centimeter, det er ikke 5 millimeter. Men jeg forstår ikke hvorfor, for det er 5 millimeter.

L: Det er 30?

E2: 30 millimeter. Også er det 25 millimeter som går ut. Da er det 5 millimeter igjen i veggene.

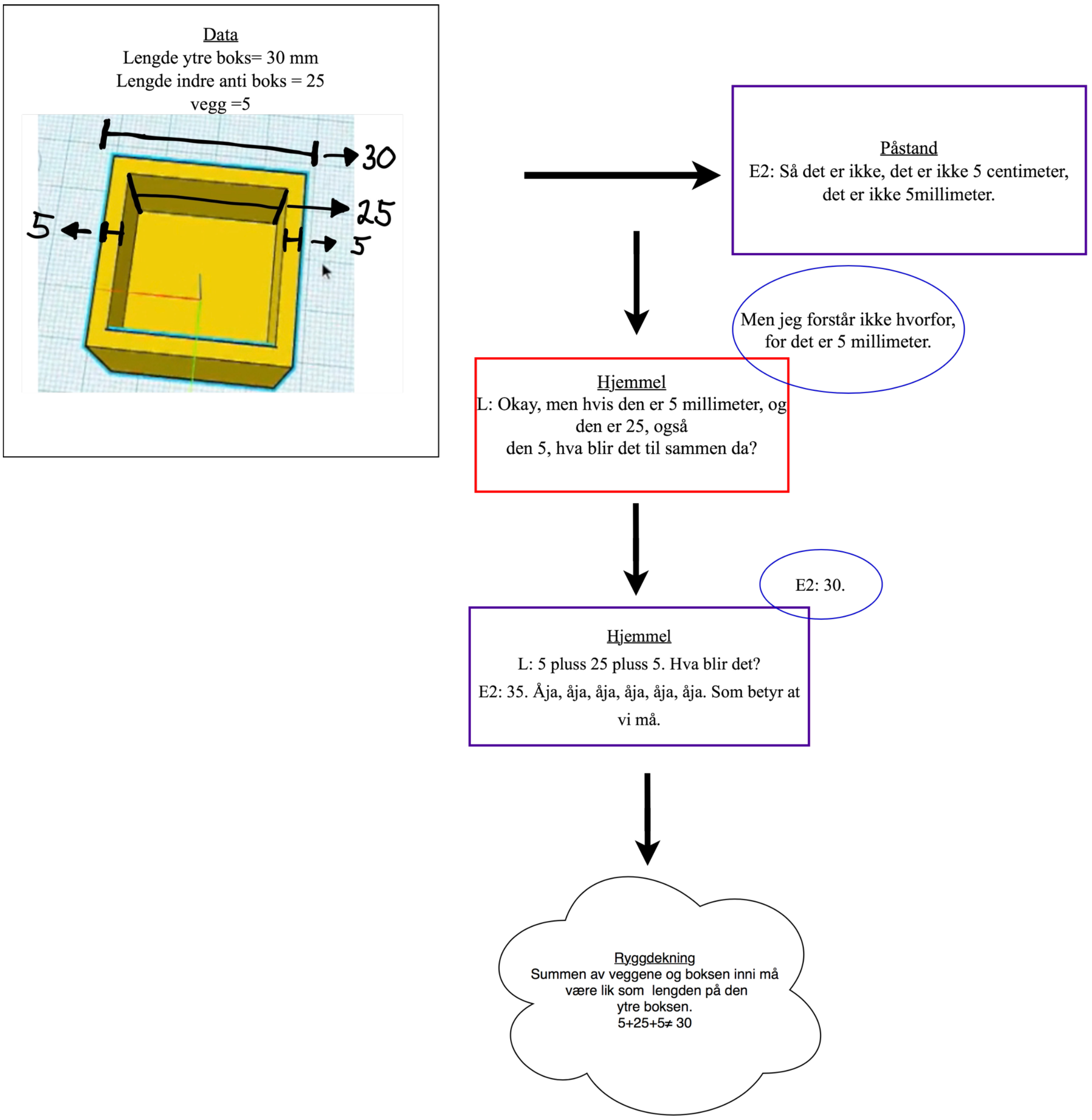
L: Okay, men hvis den er 5 millimeter, og den er 25, også den 5, hva blir det til sammen da?

E2: 30.

L: 5 pluss 25 pluss 5. Hva blir det?

E2: 35. Åja, åja, åja, åja, åja, åja. Som betyr at vi må.

E2 sier han ikke forstår hvorfor veggene ikke kan være 5 mm tykke. Læreren ser på animasjonen og spør etter *fakta* om størrelsen på den ytre kuben er 30 mm. E2 presiserer med at den ytrekuben er 30 mm og gjentar argumentet eleven kom med i forrige eksempel. Læreren kommer da med et *direkte bidrag* formulert som et motargument. Hun argumenter med å spørre et *fakta spørsmål* om hva summen av lengden av veggene og antikuben er hvis veggene er 5 mm. E2 svarer «30 mm». Eleven har rett i at summen skal bli 30 mm, men det blir den ikke når veggene er 5 mm. Læreren repeterer en forenklet versjon av regnestykke med å ta vekk informasjon «5+25+5, hva blir det?» E2 svarer «35» og repeterer «åja». Det virker som at eleven forstår motargumentet.



Modell 17: Aritmetisk argument, oppgave 1d, samtale mellom elev og lærer.

I dette argumentet kommer eleven med en påstand som læreren har kommet med tidligere. Den er derfor farget lilla. Påstanden går ut på at veggene på boksen ikke er 5 mm tykke. Datamaterialet er skjermbilde av hva elevene og lærer ser på skjermen pluss informasjonen om størrelsen av boksen som læreren bruker for å argumentere for at veggene ikke kan være 5 mm. Det er lagt til informasjon på bildet på grunn av at læreren pekte på bildet når hun forklarte slik at det skal bli lettere å forstå argumentet. Eleven utrykker at han ikke forstår hvorfor veggene ikke er 5 mm. Dette utsagnet fører til at læreren kommer med et dirkete bidrag til hjemmelen. Elevens utsagn er derfor plassert i en blå ellipse over lærerens hjemmel. I hjemmelen kommer læreren med et *aritmetisk argument*, der hun bruker størrelsen på figuren for å argumentere og viser til animasjon for å overbevise. Lærerens hjemmel er formet som et fakta spørsmål der hun spør om summen av veggene og den indre boksen. Eleven svarer at det blir 30 mm. Dette fører til at læreren kommer med en ny hjemmel. Derfor er elevens svar plassert som en ellipse lærerens neste hjemmel. I hjemmelen forenkler hun spørsmålet og eleven svarer 35 mm. Det er lagt til en implisitt ryggdekning som støtter opp om lærerens hjemmel. Den sier at summen av lengdene på veggene og bredden på antiboksen må være like lang som lengden på boksen, (lengde vegg) + (lengde indre antikube) + (lengde vegg) = (lengde ytre kube). I hjemmelen kommer de fram til at summen av lengdene er 35 mm. I data kan en se at den ytre veggen er 30 mm. Den implisitte ryggdekningen sier de skal være like store verdier. Siden 35 mm ikke er det samme som 30 mm, kan ikke veggene være 5 mm.

4.5.3 Vegg, elever og lærer, del 3

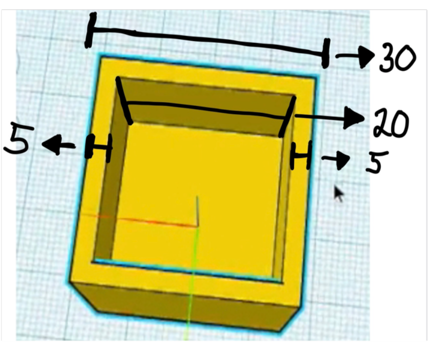
Dette samtaleutraget er en fortsettelse som kommer rett etter læreren har kommet med argumentet om at tykkelsen på veggene ikke er 5 mm.

(L: 5 pluss 25 pluss 5. Hva blir det?
E2: 35. Åja, åja, åja, åja, åja, åja. Som betyr at vi må.)
E2: Jo, vi må, hvis vi gjør, for vi må ha halvparten egentlig tror jeg. Vi prøver halvparten. Det går an å ta sånn komma?
(endrer sidelengden på den indre antikuben til 22.5mm)
L: Ja, men bruk punktum.
E2: Sånn.
L: Hva har du gjort nå da?
E2: Nå har vi 25 i midten, (5 sek pause) nå har vi nei, ja.
L: Hva har du i midten?
E2: Vi har, nå har vi 2 komma, okay, okay, okay, okay, så vi må ha 20, vi må ha 20, for da blir det, da blir det 5 på hver side.
L: Hvorfor det?
E2: Fordi da blir det 20 pluss 5 pluss 5 er lik 30.
L: Ja.
E2: Sant.
L: Ja, er du enig?
E: Ja, helt enig.

I starten av dette samtaleutdraget kommer E2 med en påstand om at da må de ha halvparten. Eleven endrer antikuben til å ha en lengde på 22.5 mm. Halvparten av hva får vi ikke vite. E2 sier sånn og utrykker at han er ferdig. Læreren spør «hva har du gjort nå». Spørsmålet er rettet mot elevens løsnings*metode.* Eleven sier at lengden til antikuben er 25 mm. Han tenker seg litt om og virker usikker. Læreren stiller så et *fakta spørsmål* om hva lengden til kuben er. Eleven bruker lang tid på å svare (20 sekunder). Læreren lar han tenke. Eleven begynner å lese opp verdien til antikuben før han kommer med en påstand om at de må ha 20 mm i midten, og argumenterer for påstanden med at da blir det 5 mm på hver side. Læreren spør om *utdypelse.* Eleven argumenterer for svaret på samme måte som læreren gjorde i siste eksempel. Eleven argumenterer for at veggene er 5 mm på grunn av summen av lengdene på veggen og antikuben er like lang som den ytre kuben. Eleven svarer før han og tester ut variabelen 20. Han sier tykkelsen på veggene blir 5 mm fordi 20 + 5 + 5=30 mm.

Lærens spørsmål får eleven til å innse at løsningen ikke er riktig og kommer med et nytt forlag. Påstanden om at den indre antikuben må være 20 mm er satt inn i modellen. Data er satt som bilde av kuben der det er lagt til informasjon om lengdene pga. elevene bruker det for å begrunne sin påstand. Elevens påstand kommer etter fakta spørsmålet til læreren. Spørsmålet er et fakta spørsmål pga. verdien kan leses av i koden. Eleven kommer med den første hjemmelen selv, der at han argumenter for at da blir tykkelsen på veggene 5 mm. Læreren kommer med et *utdypende* spørsmål, og eleven legger fram ryggdekningen om at da blir summen av lengden på veggene og antikuben lik som lengden på den ytrekuben. Eleven argumenterer med utgangspunkt i tall og er sikker på sitt løsningsforslag før han spiller den av i animasjonen. Eleven er derfor løsrevet fra å få bekreftelse fra den visuelle animasjonen. Argumentet er plassert som et *aritmetisk argument*.

Data



L: Hva har du i midten?

Påstand
E2: Vi har, nå har vi 2 komma, okay, okay, okay, okay, så vi må ha 20, vi må ha 20,

Hjemmel
E2: for da blir det, da blir det 5 på hver side

L: Hvorfor det?

Ryggdekning
E2: Fordi da blir det 20 pluss 5 pluss 5 er lik 30

Modell 18: aritmetisk argument, oppgave 1d, samtale mellom elv og lærer

4.5.4 Oppsummering vegg, gruppe Oktogon

I par Oktogon er alle de tre argumentene kategorisert som et *aritmetisk argument*. I kap. 4.5.1 kommer elevene med et *aritmetisk argument*, men de ikke tar hensyn til at det er to vegger i figuren. I det andre utraget (4.5.2) veileder læreren eleven gjennom et *aritmetisk argument*. I kap. (4.5.3) bruker eleven lærerens *aritmetiske argument* videre i et nytt eksempel.

Læreren kom med ulike støtter. Læreren kom med fakta, utdypelse og metode spørsmål. Læreren kom med dirkete bidrag av hjemmel og påstand. Lærerne evaluerte og ledet elevens oppmerksomhet.
I kap. (4.5.1) fører lærerens utdypende spørsmål til at elevene kommer med en hjemmel. Elevenes dialog gjør at argumentet utvides videre. I kap. (4.5.2) er det læreren som kommer med direkte bidrag med hjemmel gjennom fakta spørsmål. I kap. (4.5.3) er det utdypende spørsmål førte til at elevene legger fram en hjemmel for å støtte det aritmetiske argumentet.

I oppgave 2, ble tykkelsen på veggen bare bekreftet visuelt, på grunn av kompleksiteten på figuren og utfordringene elevene hadde ble veggen ned prioritert.

4.6 Vegg, par Sylinder

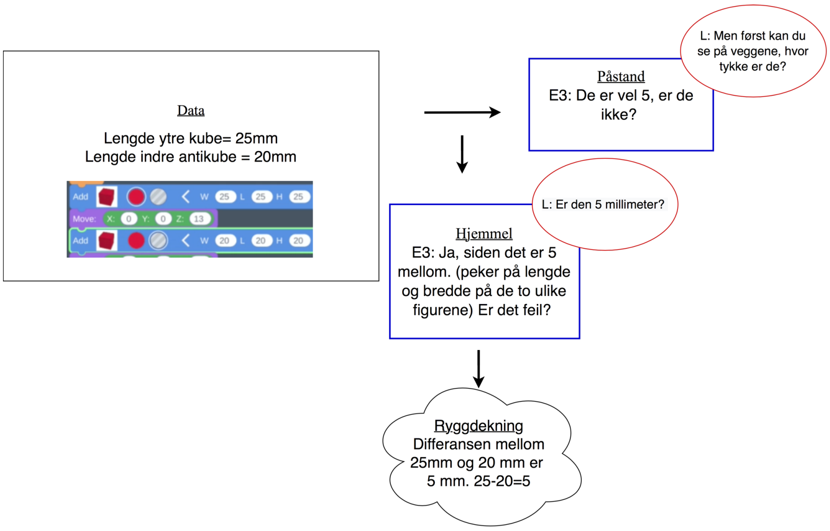
I denne delen vil fokuset rettes mot elevgruppen Sylinder og deres argumentasjon knyttet til veggene i de ulike figurene.

4.6.1 Vegg, elever og lærer del 1

Elevene er fornøyd med koden og ønsker å få god kjenning av en lærer. Dialogen begynner med at elevene spør læreren om koden deres er rett. Læreren ber elevene forklare hva de har gjort. Fokuset rettes så mot tykkelsen veggene på figuren.

L: Men først kan du se på veggene, hvor tykke er de?
E3: De er vel 5, er de ikke?
L: Er de det?
E4: 5 millimeter.
L: Er de 5 millimeter?
E3: Ja, siden det er 5 mellom. (peker på lengde og bredde på de to ulike figurene)
E3: Er det feil?
L: Ja.
E3: Ja.

Samtalen begynner med at læreren stiller et *fakta s*pørsmål om hvor tykke veggene er. E3 sier veggene er 5 mm, men svarer med et spørsmål og viser usikkerhet. Læreren svarer tilbake med å spør tilbake repeterte *fakta spørsmålet*. E4 bekrefter med at veggene er 5 mm tykke. Eleven argumenterer med å peke på variablene og sier at det er 5 mm mellom dem. Eleven ønsker bekreftelse på at det han gjør er rett. Dette er gjentagende gjennom elevenes møte med læreren at de har lyst på bekreftelse på at det de har gjort er rett. Det kan tyde på at de visuelle tilbakemeldingene programmet gir ikke er tilstrekkelig for eleven. Læreren avkrefter påstanden.



Modell 19: aritmetisk argument, oppgave 1c, samtale mellom elv og lærer

Argumentasjonen er satt inni modell 19. E2 kommer med påstand om at veggene i kuben er 5 mm tykke som et resultat av lærerens fakta spørsmål. Lærerens *fakta* spørsmål om hvor tykke veggene er derfor plassert som en ellipse på elevens påstand. Lærerens *repeterende fakta* spørsmål gjør at eleven legger fram en hjemmel. Spørsmålet er derfor plassert som en ellipse på elevens hjemmel. I hjemmelen tar eleven tar utgangspunkt i kubens størrelse og forholdet mellom dem. Data er satt som størrelsene på figuren fordi det er det eleven bruker for å argumentere for hjemmelen. Eleven argumenterer for at veggen er 5 mm tykk fordi dette er differansen mellom den indre og den ytre kuben (25-20=5). Elevens argument er derfor plassert som et *aritmetisk argument* selv om påstanden er feil.

4.6.2 Vegg, elever og lærer del 2

Dialogen i dette kapittelet er en fortsettelse av del 1, som avslutter med at læreren bekrefter at elevenes argumentasjon er feil.

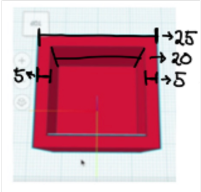
(E3: Er det feil?
L: Ja.
E3: Ja.)
L: Men det har jeg sagt til de andre og, hvor tykk, hvis den er 5 der, sant, også er den lengden der 20, sant, også er den 5, hvor langt blir det til sammen da?
E3: 30.
L: Og hvor lang er den veggen her?
E3: Den er 25.
L: Ja. Og gir det mening?
E3: Nei. Så den må bli 30?
L: Det kan du jo, det bestemmer du selv hvordan du har tenkt å løse oppgaven. Jeg kommer etterpå.

Læreren avkrefter påstanden til elevene og prøver å gi en forklaring på hvorfor at veggene ikke kan være 5 mm tykke. Læreren kommer med et *dirkete bidrag* til argumentet . Eleven kommer med et nytt forslag som er rett, men læreren vil ikke bekrefte eller avkrefte forslaget og sier de kan selv velge selv løsningsmetode.

Elevens konkusjon er satt til at elevene mener at den ytre kubens bredde må bli 30 mm lang. Elevens påstand er bygget ut fra lærerens hjemmel som argumenterer for hvorfor veggene ikke kan være 5 mm tykke ut ifra datamaterialet. Data er plassert som størrelsene på figuren, animasjonen er markert på grunn av læreren viser til animasjonen, i sin hjemmel. Læreren legger fram hjemmelen med å stille *fakta spørsmål* til eleven der eleven må gjøre en enkel matematiske utregning. Læreren stiller eleven et *evalueringsspørsmål* der læreren ber eleven å vurdere lærerens matematiske utsagn. I dette utsagnet er det lagt til en implisitt ryggdekning. Dette er lagt til for å gi en støtte for lærerens hjemmel. Uten denne ryggdekningen har hjemmelen liten verdi. Det ligger en antakelse om at eleven og læreren forstår dette underliggende argumentet uten at det trenger å utrykke verbalt. I ryggdekningen står det at summen av lengden på den indre antikuben og veggene må tilsvare lengden på den ytre kuben. Den støtter hjemmelen med at eleven og læreren sier at det ikke gir mening hvis summen av veggene og den indre kuben er 30 mm mens den ytre kuben bare er 25 mm. Eleven kommer ut ifra lærerens hjemmel om en ny påstand om at den ytre veggen må være 30 mm. Dette argumentet er bygget ut ifra av hvis den ytre kuben er 30 mm lang, vil summen av veggene og den indre kuben være lik. Eleven bruker derfor lærerens hjemmel til å komme med en ny påstand. Argumentet til læreren og eleven er knyttet til matematiske sammenhenger mellom lengden på den indre og den ytre kuben. Derfor plasseres argumentet som et *aritmetisk argument*.

Data

Lengde ytrekube= 25
Lengde indre antikube= 20



Konklusjon
E3: Så den (boksens bredde) må bli 30?

Hjemmel
L : Men det har jeg sagt til de andre og, hvor tykk, hvis den er 5 der, sant, også er den lengden der 20, sant, også er den 5, hvor langt blir det til sammen da?
E3: 30.
L: Og hvor lang er den veggen her?
E3: Den er 25.

L: Ja. Og gir det mening?

Hjemmel
E3: Nei

Ryggdekning
5+20+5≠ 25
Summen av bredden av veggene og den indre kuben må være lik lengden av den ytre kuben
5+20+5=30
Hvis den ytre kuben er 30 lang, vil summen av veggene og den indre kuben være lik

Modell 20: aritmetisk argument, oppgave 1c, samtale mellom elv og lærer

4.6.3 Vegg, elever og lærer del 3

Etter at læreren har gått prøver elevene å endre lengden på den ytre boksen til 30mm

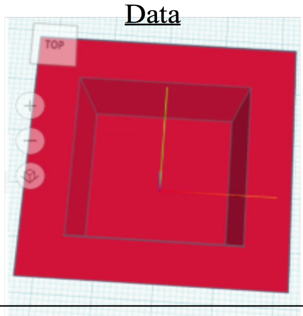
E3: Prøver dette.
(endrer boksen fra W,L,H= 25 til 30
E3: Nei.
E4: Nei.
E3: Det ble bare. 20 kanskje
E4: Nei, se, fordi hvis den der..
E3: Vent da, vent da, vent da, vent da, vent da, vent da. Jeg endrer på lengden.

I del 3 tester elevene ut det *aritmetiske argumentet* de kom med i del 2. Elevene riktig tykkelse på veggene. Elevene de er ikke fornøyde og mener det ser litt feil ut (Oktogon, hadde også vegger på 5 mm på et tidspunkt uten at de synes det så bra ut).

I dette argumentet kommer elevene med en påstand om at veggene ikke er 5 mm. I argumentet er det ingen utrykt hjemmel, men det virker som eleven bruker de visuelle tilbakemeldingen fra animasjonen for å sjekke om veggene er rett. Datamaterialet består derfor kun av skjermbilde av animasjonen og ikke størrelsen på figuren. Argumentet er derfor et *visuelt argument*, fordi elevene argumenterer ut i fra det de ser.

I dette eksempelet er det visuelle er misvisende og avkrefter et *aritmetisk argument*. Grunnen til at elevene synes veggene er feil, kan komme av at veggene er tykke i forhold til resten av figuren, der veggene er dekker 1/3 av figuren. Veggene ser derfor veldig tykke ut.

Data



Påstand
E3: Nei.
E2: Nei.
E3:Det ble bare.

Modell 21: visuelt argument, oppgave 1d, samtale mellom elever

4.6.4 Vegg, elever og lærer, telle del 1

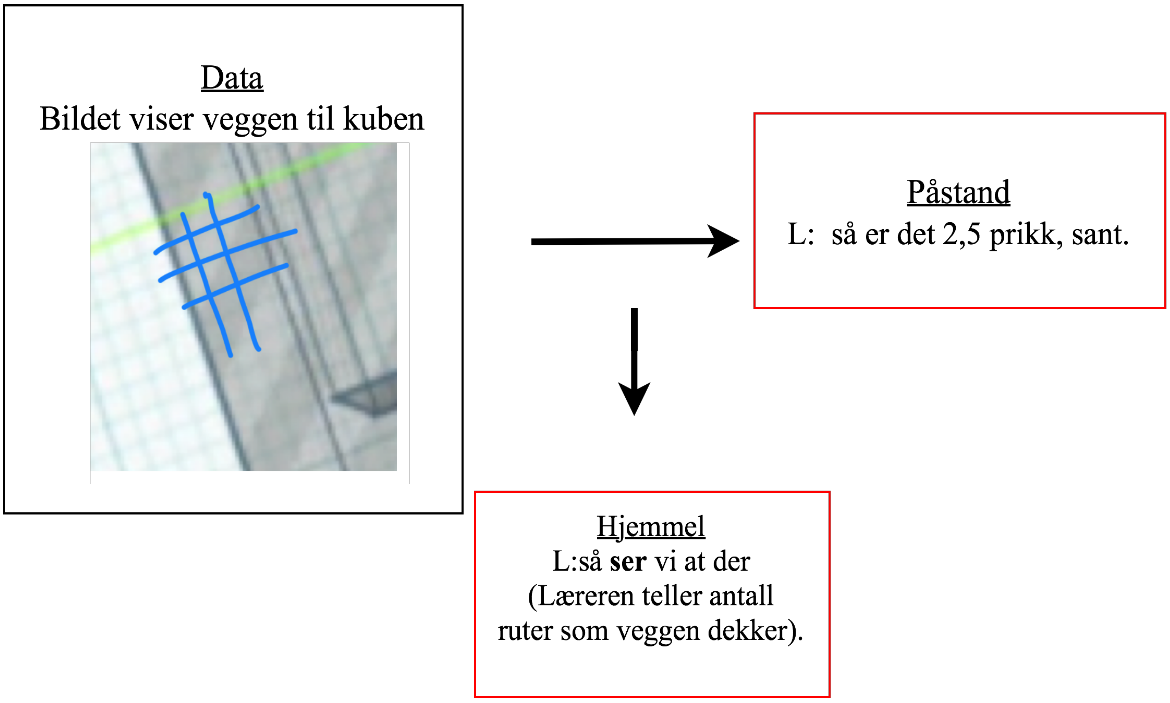
Elevene har vanskeligheter med å kode veggene 5 mm tykk, læreren kommer bort for å hjelpe.

E3: Dette her er visst ikke 5. Den må jo være tynnere.
L: Okay, så det var en gruppe som tok den på sånn,
(bytter «create group» fra *solid* til *anti*, slik at figuren blir delvis gjennomsiktig)
(litt senere i dialogen)
L: Så nå må vi flytte boksen sånn (flytter synsvinkelen), så ser vi at der så er det 2,5 prikk, sant

Elevene har vanskeligheter med å kode veggen 5 mm tykk. Læreren prøver derfor å vise en ny metode de kan bruke for å finne ut riktig svar. Dette er en metode hun har observert fra en annen gruppe, der hun lager figuren gjennomsiktig og teller antall ruter veggen dekker (en rute tilsvarer 1mm). Det er ikke lett å telle halve ruter, men trolig vet læreren hvor tykk veggen er fra før av. Dette hjelper henne med å komme med påstanden.

Lærerens argument er satt inni modellen for kollektiv argumentasjon. Læreren kommer med direkte bidrag til påstand og hjemmel. Elevene er ikke med i dette argumentet. Påstanden består av læreren utsagn om at veggen er 2.5 ruter (prikker). Påstanden utrykker læreren med å si hvor mange ruter (prikker) hun har telt. Læreren utrykker at hun *ser*, hun bruker det visuelle antagelig med å telle ruter.

Den visuelle strategien er derfor satt inn som hjemmel. Læreren bruker skjermbildet for å telle antall ruter veggen dekker. Skjermbildet er derfor satt inn som data, der rutene er forsterket.



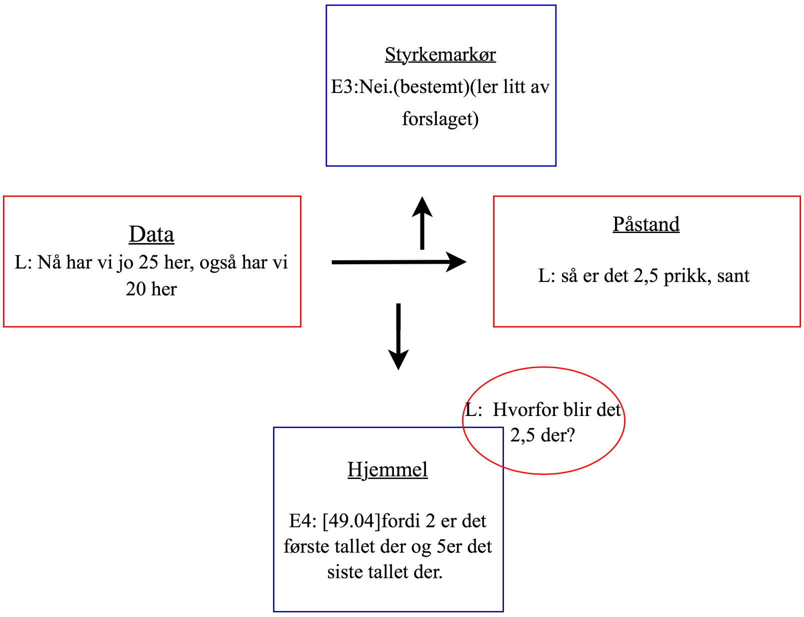
Modell 22: visuelt argument, oppgave 1d, samtale mellom elev og lærer

4.6.5 Vegg, elever og lærer, sammenheng mellom indre og ytre boks

Dette utdraget er en fortsettelse på den over, der læreren har kommet med påstanden om at veggen til elevene er 2.5 prikker (ruter/mm) bred. Læreren lurer derfor på hvorfor veggens tykkelse er 2.5 mm.

L: Så nå må vi flytte boksen sånn (flytter synsvinkelen), så ser vi at der (veggen) så er det 2.5 prikker, sant. Også vil det jo da være det samme her, her og her (de andre tre veggene). Men 2.5, hvorfor blir det (veggen) 2.5?
E3: Jeg vet ikke.
L: Nå har vi jo 25 (lengde ytre kube) her, også har vi 20 (lengde indre antikube) her. Hvorfor blir det 2,5 der (vegg)?
E4: Fordi 2 er det første tallet der (lengde indre antikube) og 5 er det siste tallet der (lengde ytrekube).
E3: Nei. (bestemt)(ler litt av forslaget)

Argumentet er satt inni modeller for kollektivt argument. Læreren kommer med påstanden om at veggen er 2.5 prikker, og legger fram datamaterialet som beskriver side lengdene på kubene. Læreren stiller et *utdypende* spørsmål om hvorfor påstanden er rett. E4 prøver å gi en hjemmel. Han har sett at tallet 2 finner en i det første sifferet i tallet 20 og siste sifferet 5 finner en i 25. Disse to sifrene finner en også igjen i tallet 2.5. E3 kommer med en strykemarkør, der han mener at denne sammenhengen er lite sannsynlig. Det er vanskelig å forstå og plassere elevens argument, pga. at argumentet utdypet. Elevens argument er plassert som et at aritmetisk argument, fordi han prøver å bygger en matematisk ut i fra variablene til figuren.



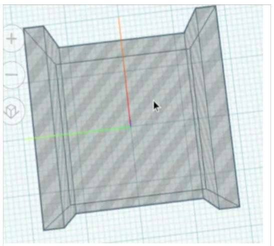
Modell 23: aritmetisk argument, oppgave 1d, samtal mellom elv og lærer

4.6.6 Vegg, elever og lærer, sammenheng mellom indre og ytre boks

Eleven har tidligere kommet med påstanden om at lengden på den indre antikuben må dobles. Denne påstanden er en aritmetisk påstand som handler om forholdet mellom økningen av veggtykkelsen fra 2.5mm til 5mm og økningen av den indre antikuben.

E4: Doble.
E3: Den inni må bli større. Den kan ikke bli 25.
(endrer lengden til antiboksen fra 20m til 40 mm)
E3: Nei, det ble altfor langt.

Data
Ytre kube bredde og lengde (w,l)=20mm
Indre antikuben lengde (l)= 40 mm.
Indre antikuben bredde (w)=20



Påstand
E3: Nei

Hjemmel
E3: Det ble altfor langt.

Hjemmel
Elevene ser på animasjonen at beholderen ikke lengre har vegg der han endret størrelene.
Elevenes tidligere påstand kan derfor ikke stemme

Modell 24: visuelt argument, oppgave 1d, samtale mellom elever, avkrefter et aritmetisk argument

Eleven endrer lengden til antiboksen fra 20 mm til 40 mm. Eleven spiller av koden og justerer på synsvinkelen på animasjonen. Eleven sier «nei». Altså at elevens tidligere påstand om å doble lengden på antiboksen for å få en dobbelt så tykk vegg ikke stemte. Eleven beskriver så det han ser på animasjonen der han sier at antiveggen ble for lang.

Elevens argument er illustrert i modell 24. Elevens påstand er satt som: «nei» der eleven avkrefter den tidligere påstanden. Denne konklusjonen kommer eleven til ved at han ser på animasjonen og beskriver den. Datamaterialet er derfor satt som skjermbilde av animasjonen. Elevens hjemmel er satt som beskrivelse av datamaterialet. Det er lagt inn en implisitt hjemmel for å beskrive hva eleven kan ha tenkt for å komme med påstanden.

Elevens argument er basert på visuelle antagelser og hjemmelen består av beskrivelse av datamateriale, derfor er argumentet plassert som et *visuelt argument*.

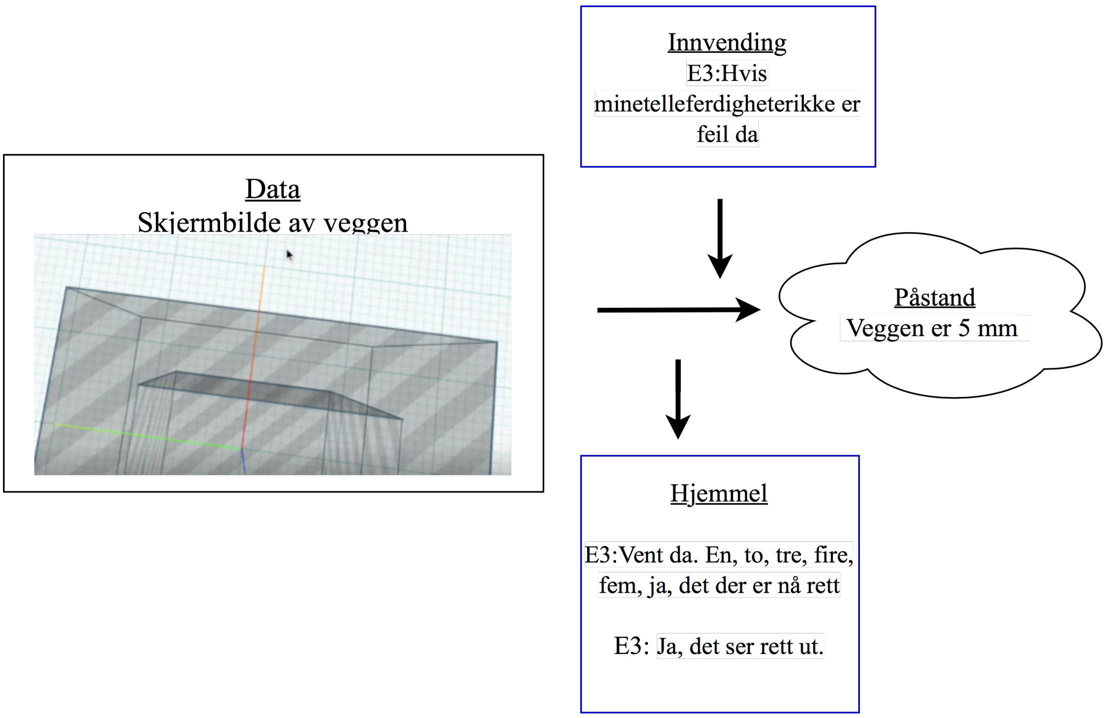
4.6.7 Vegg, elever og lærer, telle del 2

Elevene har testet og sjekket ulike variabler, for å få veggene til å bli 5 mm tykke. Elevene har brukt animasjonen til å avkreftete ulike påstander ved å telle antall ruter.

E3: Vent da. En, to, tre, fire, fem, ja, det der er nå rett. Hvis mine telleferdigheter ikke er feil da. Der? Ja, det ser rett ut.

Eleven teller antall ruter som veggen dekker. Eleven kommer til 5, han konkluderer derfor med at veggene er riktig, fordi de skulle være 5 mm. Eleven sier «der» spørrende for å få noe respons. Han svare på sitt egent spørsmål om at det ser rett ut.

I modellen for kollektivargumentasjon er elevens påstand at veggene er 5 mm. Det er ikke uttrykt av eleven, men ut ifra konteksten vet en at veggene skal være 5 mm, fordi veggene skal være 5 mm og elevene sier at det er rett. Data i argumentet et satt som skjermbilde av animasjonen fordi det er det eleven bruker for å argumentere for påstanden sin. Elevens hjemmel består av at eleven teller, eleven bruker også verbet «ser». Eleven baserer derfor hjemmelen sin på den visuelle animasjonen som er resultatet av koden til eleven. Eleven kommer også med en innvending, der han argumenterer for at påstanden hans er kun rett hvis hans telle ferdigheter er rett. Eleven har et poeng fordi det ikke er lett å telle antall ruter på figuren. For å kunne telle rett må en ha riktig vinkel på animasjon, noe som det ser ut som eleven har. Argumentet er plassert som et *visuelt argument* fordi eleven begrunner påstanden med å bruke det visuelle tilbakemeldingene til programmet.



Modell 25: visuelt argument, oppgave 1d, samtale mellom elever

4.6.8 Vegg i oppgave 2

I oppgave 2 har elevene laget en beholder formet som en sylinder. Radiusen på den ytre sylinderen er 30mm og radiusen på den indre antisylinder er 25 mm. Elevene har valgte disse variablene og ikke endret de i etter tid. Eleven har ikke gjort veggen gjennomsiktig slik at han kan telt antall ruter.

E3: Okay. Da er det 5, jeg tror det er 5 millimeter tykkelse på den da.
L: Å, nå har du sylinder.
Dialogen senere fokuserer på noe annet.

Eleven sier at veggene på beholderen er 5 mm tykke. Eleven uttrykker usikkerhet der han bruker verbet «tror». Læreren kommenterer at eleven nå har sylinder. Trolig fordi en ikke finner veggtykkelsen på samme måte som i en kube. Videre fokuserer dialogen på noe annet, læreren tillater at de skrifter tema, læreren har dermed implisitt godkjent elevens løsning, hvis elevens utsagn hadde vært feil hadde det mer sannsynlig diskutert veggene videre.

Elevens påstand er at veggene på figuren er 5 mm tykk. Data er satt som størrelsen på figuren som eleven har valgt. Eleven kommer ikke med noe hjemmel for å begrunne påstanden sin. Det ser ut som eleven har brukt en gjett og treff strategi derfor er argumentet plassert som et *aritmetisk argument*

Selv om eleven ikke kommer med noe hjemmel ber læreren heller ikke eleven komme med noe begrunnelse, trolig fordi utsagnet til eleven er rett. På grunn av størrelsen på sylinderen er definert av radius og ikke diameter, fungerer elevens tidligere hjemmel fra kap 4.6.1 om at vegg tykkelsen er differansen mellom den indre og ytre figuren. Kanskje er det slik elevene har kommet fram til denne løsningen. Senere i diskusjon om størrelsen på figuren med en annen lærer kommer det fram at eleven tror at radius betyr bredden (diameteren) på figuren. Hvis diameteren på sylinderen hadde vært 30 mm og 25 mm ville veggene vært 2.5 mm og ikke 5 mm. Veggen er derfor i riktig, men på feil grunnlag.

Data	→	Påstand
Radius ytre sylinder=30 Radius indre antisylinder=25	→	I3: Okay. Da er det 5, jeg tror det er 5 millimeter tykkelse på den da.

Modell 26: aritmetisk argument, oppgave 2, samtale mellom elev og lærer

4.6.9 Oppsummering vegg, Sylinder

I de utdragene som er valgt ut, kom elevene med *visuelle argument,* (4.6.3., 4.6.4., 4.6.6., 4.6.7) og *aritmetisk argument*, (4.6.1., 4.6.2., 4.6.5., 4.6.8).

I gruppen Sylinder prøver læreren å støtte elevene på ulike måter for at elevene skal finne ut en sammenheng mellom sidelengdene på kubene og veggene. Læreren kommer med direkte bidrag til data, hjemler og påstander. Læreren stille fakta spørsmål, utdypende spørsmål og evaluerende spørsmål. Læreren har også andre handlinger der læreren repeterer og evaluerer elevenes bidrag. I et tilfelle (4.6.2.) førte lærerens direkte bidrag til hjemmel av at eleven kom frem med en påstand knyttet til et *aritmetisk argument*. I et annet tilfelle (4.6.1) førte lærerens *repeterende faktaspørsmål* til at eleven kom med en hjemmel til et *aritmetisk argument*.

4.7 Oppsummering og drøfting, vegg

I oppgave 1 d skulle elevene programmere veggene til figuren 5 mm tykke. I utdrag 4.5.1 og 4.6.1 var begge elevparene overbevist om at de hadde mestret dette. Som et resultat av lærerens faktaspørsmål legger elevene frem en hjemmel som støtter opp påstanden i det *aritmetiske argument*. I par Oktogon førte elevens dialog til at hjemmel ble videre utdypet. Begge parene begrunnet påstanden med at veggene tilsvarer differansen mellom lengden på den indre kuben og ytre antikuben. Hjemmelen er matematisk korrekt, men den kan ikke støtte opp påstanden da det er summen av veggene som er 5 mm og ikke hver vegg. I kap. 4.5.1 og kap. 4.6.1 er ikke den visuelle støtten nok for å avkrefte elevenes *aritmetiske påstand.* I dette eksemplet er derfor ikke programmets støtte som den mer kunnskapsrike andre nok for å få et egnet resultat. Elevene trenger støtte av læreren for å hjelpe dem med misoppfatningen.

I kap 4.5.1 og 4.6.1 kommer elevene med et *aritmetisk argument*. Men hvorfor kommer de ikke med et *visuelt argument* slik som de gjorde når de flyttet figuren? Kan mangelen på tydelig visuell tilbakemelding fra programmet ha ført til at elevene så et behov for å argumentere med et *aritmetisk argument* eller er det andre sammenhenger som også spiller inn? Kanskje er det lettere å finne en matematisk sammenheng i dette tilfellet? Singletary og Conner (2015) hevder at å spørre etter hjemler kan danne etablere normer. Kanskje lærerens tidligere støtte har ført til at det forventes av elevene å argumentere på denne måten?

I kap, 4.5.1 og 4.6.1 var begge parene nærme med å komme med et riktig *aritmetisk argument* knyttet til størrelsen til veggene. I par Oktogon i kap 4.5.1 prøver læreren å argumentere mot med å påpeke at figuren har to vegger. Denne innvendingen fører ikke til ending av elevens argument. Begge utdragene ender opp med at læreren bruker sin autoritet med å argumenter for at elevene skal forkaste sin påstand.

I kap. 4.5.2 og 4.6.2 kommer læreren med et motargument for å overbevise elevene. Motargumentet til læreren bygger på samme prinsipp i begge tilfellene. Læreren bruker den visuelle animasjonen, med å referere til figuren og å implisitt påpeke at lengden på den ytre kuben må tilsvare summen av bredden av veggene og lengden av den indre kuben. I kap. 4.5.3 i elevpar Oktogon førte lærerens direkte bidrag med hjemmelen til at elevene kom med et nytt *aritmetisk argument* basert på samme prinsipp som lærerens hjemmel i kap. 4.5.2. I par Sylinder kap 4.6.3 tester de også ut et aritmetisk argument, men elevene synes det ser feil ut, den visuelle støtten er altså misledende. Elevene hadde riktig størrelse på veggene, men eleven synes det så feil ut og forkastet påstanden. Elev par Oktogon hadde også 5 mm vegger i utdrag 4.5.1 før de endret dem til 2.5 mm. Den visuelle tilbakemeldingen kan derfor ha ført til at elevene forkastet et fornuftig argument. I utdrag 4.6.1 og 4.6.8 var den visuelle animasjonen ikke nok til å avkrefte elevens feilaktige aritmetiske påstand. Argumentet ble feilaktig akseptert av elevene på bakgrunn av de visuelle tilbakemeldingene programmet ga.

I kap. 4.6.4 sto elevene fast og læreren kom med et direkte bidrag til et *visuelt argument* knyttet til å telle antall ruter. Læreren kommer med direkte bidrag og instrukser til en metode som ifølge Christiansen (2006) kan hindre elevens matematiske læring. Dette argumentet førte til at elevene kunne fortsette sin utforskning, der de bedre kunne utnytte den visuelle støtten som programmet ga. I 4.6.3 hadde elevene riktig størrelse på figuren, men den visuelle tilbakemeldingen var misvisende, med å telle antall ruter kunne den visuelle tilbakemeldingen være støttende.

Det *visuelle argument*et læreren foreslo i utdrag 4.6.4 kan være utfordrende å bruke. I denne metoden må en se figuren fra riktig vinkel for at veggene skal dekke riktig antall ruter. En må se på figuren ovenfra eller nedenfra, med en synsvinklene som er mest mulige parallelle med en av veggenes vertikale flater. Hvis en ser på veggen ovenfra fra en skrå vinkel kan veggene dekke flere antall ruter enn den egentlig er. I tillegg er det vanskelig å telle hvis veggen dekker deler av noen ruter. Derfor er heller ikke denne visuelle metoden en garanti for et ønsket resultat. Derfor er fortsatt nyttig å jobbe mot et *aritmetisk argument*, fordi det gir det bedre presisjon.

Elevene i par sylinder kommer med ulike aritmetiske argumenter, for å finne en matematikks sammenhenger til tykkelsen på veggen. Et av argumentene blir avvist av medeleven mens den andre blir avist av Tinkercad. I 4.6.5 utforsket en elev sifrene til sidelengden på kubene og kom med en aritmetisk påstand knyttet til dem. Argumentet ble forkastet av medeleven eleven funger i dette tilfellet som den mer kunnskapsrike andre. I 4.6.6 prøvde en elevene å utforske sammenhengen mellom å doble tykkelsen på veggene og doble side lengden på antikuben. Den visuelle tilbakemeldingen førte til at elevene forkastet den feilaktige påstanden. I dette tilfellet fungere Tinkercad som den mer kunnskapsrike andre. I Stigberg og Stigberg (2020) hevdet lærerne at prøve og feile metoden, førte til at elevene ble mindre redd for å gjøre feil i matematikk. Kanskje førte miljøet til at elevene turte å komme med ulike aritmetiske påstander.

Det visuelle argumentene med telling kan brukes til å bekrefte eller avkrefte ulike aritmetiske påstander på en bedre måte enn den visuelle metoden elevene brukte tidligere. I utdraget 4.6.6 får elevene avkreftet en aritmetisk påstand med å bruke den visuelle animasjonen, men dette argumentet hadde også blitt avkreftet uten å telle ruter.

I eksempel 4.6.7 brukte eleven lærerens telle metode for å argumentere for påstanden sin. I 4.6.8 tar eleven ikke med lærerens *visuelle argument* med å telle ruter videre. Det virker som at eleven bruker et *aritmetisk argument*. I 4.6.8 *evaluerer* og bekrefter læreren elevens påstand. Elevene bruker læreres evaluering for å støtte opp om påstanden, det er rett fordi læreren sier det. Eleven får derfor ikke et behov for å argumenter for påstanden videre. Det viker som at læreren godkjenner elevens påstand uten å be om hjemmel pga. påstanden er rett. Elevens riktige svar blir derfor tolket som riktig forståelse. Senere viser det seg at elevens påstand var basert på feil hjemmel. For å fremme elevens argumentasjon kunne læreren spurt elevene om å evaluere sin egen påstand, der det blir elevens ansvar å overbevise læreren. Dette kunne ha ført til at elevens misoppfattelse knyttet til begrepet radius hadde blitt oppfattet. Noen ganger er også elevene overbevist på feil premisser slik som i eksempel 4.5.1 og 4.6.1. og 4.6.8 Derfor er det viktig at lærere ber elevene evaluerer sine egne løsning og argumentere for den, både når læreren toker dem som rett og feil.

5 Avsluttende refleksjon

I masteroppgaven har jeg valgt problemstillingen: Hvordan legger Tinkercad og lærere til rette for elevenes argumentasjon, og hvilke potensial er det for å utvikle argumentasjon gjennom Tinkercad?

For å undersøk denne problemstillingen er det blitt gjennom ført en case studie i en 7-klasse. Undervisningsopplegget i denne studien er utviklet i tråd med PRIMM. I undervisningsopplegget har elevene programmert blyantspisserbeholder som senere har blitt printet ut. For å samle inn data er det benyttet deltagende observasjon med bruk av videokamera og skjermopptak. Ut ifra Conner et al. (2014) modell for kollektivargumentasjon er det laget modeller av argumentasjonen som har oppstått i klasserommet. Modellene er videre analysert ved hjelp av en modell inspirert av Lavys (2006) og Mason et al. (2011) som setter elevens argumentasjon i lys av algebraisk tenking. Denne studien ønsker å bidra med erfaringer på hvordan programmering kan undervises i skolen, med å se på elevens argumentasjon og hvilke potensial som kan knyttes til utviklingen av elevens argumentasjon. I denne studien er det diskutert hvordan Tinkercad og læreren legger til rette for argumentasjon som den mer kunnskapsrike andre. Hva er muligheter og utfordringer med å veilede elevene og programmere i Tinkercad, og hvordan en kan møte noen av utfordringene?

5.1 Konklusjon

Denne studien prøver å se på hvordan en kan bruke Tinkercad i matematikkundervisningen i en klasse på mellomtrinnet. Jeg har funnet det interessant å se nærmere på hvorvidt Tinkercad fungerer som støtte for elevenes argumentasjon eller om programmet også er et hinder. Det er sett på hvordan læreren fungerer som støte i dette miljøet. Jeg har også interessert meg for et potensial for å utvikle algebraisk tenking i situasjonene.

I analysen ses det til tegn på utvikling av elevens argument. Elevene begynner med *visuelt argument* og etter hvert brukes også *aritmetisk argument*. Elevene kom ikke til et *funksjonsargume*nt i disse situasjonene. På grunn av at dette var deres første møte med Tinkercad, var det heller ikke forventet at elevene fullt ut ville komme fram til et funksjonsargument. Funksjonsargumenter vil inneholde anslag til algebraisk tekning, og i analysen har likevel sett etter potensial for slik argumentasjon.

Når elevene flyttet figurer til planet, endte par Oktogon med å gå vekk fra *aritmetiske argument* og bruke *visuelle argument*. Par Oktogon møtte ikke på tilfeller der den visuelle metoden ikke var tilstrekkelig og elevene flyttet effektivt med denne metoden. Det visuelle kan føre til at elevene forenkler oppgavene, men i noen tilfeller kan det også være hensiktsmessig med tanke på å få en ønskelig løsning. Par Sylinder endte med å bruke *aritmetiske argumentet* med å flytte figurer. Kanskje fordi de så at det visuelle ikke alltids var tilstrekkelig.

Når elevene programmerte veggene så det ut som at det var vanskeligere for elevene å bruke det visuelle animasjonen som en støtte. Begge parene begynte med et aritmetisk argument som ikke tok hensyn til at det var to vegger på figuren. I denne situasjonen veidet læreren elevene med å komme med et motargument. Begge parene bygget videre på lærerens *aritmetiske argument* for å argumentere for veggene. Par Oktogon fikk argumentet godkjent av læreren, mens par Sylinder avise argumentet på grunn av de synes det så feil ut på den visuelle animasjonen. Par sylinder endte med å bruke et aritmetisk argument i oppgave 2, men argumentet var basert på en misoppfatning. Elevene i par Oktogon endte med å ikke prioritere veggene og brukte visuelle tilbakemeldinger for å lage dem

Den *visuelle argument*ene var noen ganger ikke nok til å danne en løsning etter hensikt. Det kommer av den visuelle støtten programmet ga ikke var nok støtte for elevene som den mer kunnskapsrike andre og i noen tilfeller førte til misoppfatninger. Den visuelle tilbakemeldingen var noen ganger til støtte der elevene forkastet feilaktige påstander. Den visuelle støtten var noen ganger misvisende der begge parene på et tidspunkt hadde riktige tykkelse på veggene, men det visuelle førte til at de forkastet påstanden. Den visuelle var også misvisende der elevene aksepterte elevene feilaktig påstander.

På grunn av det *visuelle argumentet* ikke alltids er tilstrekkelig for å få et egnet resultat, mener jeg at mangelen på den visuelle støtten kan føre til et behov for å argumentere aritmetisk. Derfor vil *prøve og forbedre* strategien ikke være et hinder for å utvikle et *aritmetisk argument*, men det krever at lærerne tilrettelegger for at elevene ser ulempene med denne metoden. Det er derfor viktig at læreren kan veilede elevene til å reflektere over de tilfellen den visuelle støtten ikke er nok og har kunnskaper til eventuelle misoppfatninger som kan oppstå. I noen eksempler førte mangel på kunnskap hos læreren til at støtten som den mer kunnskapsrike andre ble redusert. Dette førte til at situasjoner som hadde potensial ikke ble utnyttet. Sammen kan læreren og Tinkercad føre til støtte som den mer kunnskapsrike andre slik at elevene får mulighet til å utvikle argumentene.

I denne studien er ikke den ferdige 3D-printede figuren tatt med som støtte for elevens argumentasjon. Dette er på grunn av det vil det kreve både tid og ressurser å 3D-printe ut en figur for å teste en påstand. Derfor blir det lærerens rolle å sørge for at koden er så bra som mulig før første 3D-print, men det kan også være naturlig at elvene vil gjøre forbedringer i koden etter første 3D-print. Hvis det hadde vært satt av bedre tid kunne den ferdige 3D-printetede figuren fungert som et visuelt støtte, der elvene kunne ha målt veggene med linjal direkte på beholderen.

I denne studien hadde læreren ofte en rolle som godkjenner av elevene sine løsningsmetoder. Det førte til at noen ganger godkjente læreren en løsning som var basert på en misoppfatning på grunn av argumentet ikke var utdypet tilstrekkelig. Kjerneelementene *utforskning og problemløsning* og *resonnering og argumentasjon* er knyttet til å kunne vurdere, begrunne og bevise at framgangsmåter, resonnementer og løsninger er gyldige. Kieran (2004) knytter også algebraisk tenkning opp mot å rettferdiggjøre og bevise løsninger. I denne situasjonen ligger det et potensial knyttet til å forsterke kjerneelementene med å la elevene vurderer sine egne løsninger. I denne studien foreslås det å la elevene overbevise læreren om at løsningen er gyldig, f.eks med å spørre eleven om å evaluere eller utdype løsningen sin.

Krummheuer (1995) og Toulmin (2003) hevder at en ikke kan kreve ryggdekning for alle utsagn for det vil føre til sterk begrensning av kommunikasjonen og framgang slik at samarbeid ville ha være irrelevant. Dette kan også være tilfellet når læreren veileder elevene, at hvis en skal dvele med å få begrunnelser fra elementer som en tror elevene har mestret, vil det føre til mangel på progresjon. Der det kan føles mer relevant å diskutere nye konsepter, derfor kan det noen ganger være hensiktsmessig å godkjente løsninger uten krav til hjemmel.

Noen ganger når elevene sto fast kom læreren med et dirkete bidrag til argument i form av hjemmel eller påstand. Dette kan være en ulempe for ifølge Utdanningsdirektoratet (2020) handler problemløsing i matematikk om at elevene utvikler en metode for å løse et problem de ikke kjenner fra før. I denne studien ses direkte bidrag som en fordel på grunn av det lar elevene øver på å forstå andres argument. Dette kan føre til at elevene effektiviserer programmerings prosessen, tidsbesvarelsen kan føre til at har overskudd til å utforske andre elementer.

I denne studien kom elevene ikke til et *funksjonsargument.* Får å hjelpe elevene med å generalisere aritmetiske argument er det i denne studien foreslått ulike måter lærerne kan støtte elevene. Når elevene skulle flyte figurene til planet er det foreslått at læreren kan prøve å få elevene til å reflektere over deres tidligere erfaringer med flytene. Det er foreslått at læreren spørre elevene hypotetisk hva som hadde skjedd om høyden var større eller mindre, om denne sammenhengen også fungert i andre tilfeller og hvis ikke hvilke tilfeller vil denne sammenhengen ikke fungere. Det kan tenkes at med videre arbeid i Tinkercad sammen med støtte av lærer kan elevens argument generaliseres. I vedlegg to er det lagt til en oppgave som heter oppgave 3, den er laget med tanke på å bruke algebraisk notasjon på å utrykke sammenhenger og kan fungere som støtte til utviklingen av et funksjonsargument. Funksjonsargument effektiviserer koden slik at elevene får fri gitt tid til å utforske andre ting.

Lavy (2006) mente i sin studie at det var miljøet som oppsto mellom programmet og elevparet som førte til at elevene argumenterte og utviklet argumentene sine. Elevene endte med å utvikle argument fra et grunnleggende argument til et generalisert presentert som spesifikt. I denne studien er det ikke like stor progresjon i elevenes argumentasjon. En av grunne kan være at Tinkercad er mer komplekst enn det programmet Lavys elever bruker. De elevene har bare en linje kode og to variabler å forholde seg til, mens kodene til elevene består av flere funksjoner som inneholder flere variabler. Argumentasjonen er også til knyttet to forskjellige emner der Lavy knytter argumentasjonen til bevis med tallteori mens denne studien ser på argumentasjon knyttet til algebraisk tenkning og geometri. I Lavys studie programmerte elevene uten veiledning fra en lærer, i denne studien var læreren inkludert.

I likhet med Lavys studie kan miljøet som ble dannet ha ført til at elevene argumentere for løsningene sine. Oppgavene og programmert Tinkercad førte til at elevene hadde noe å argumentere for. Noen argumenter kom spontant fra elevene mens andre kom fram gjennom lærerens støtte. Det var stor forskjelle på elevens figurer i piloten og i datainnsamlingen. Der beholderne i piloten hadde ulike tykkelser på vegger og bunn og figurer som ikke var plassert på planet. Hadde beholderne i datainnsamlingen ca. like tykke bunner og vegger og de var plassert på planet. Det ser ut som at oppgavene og veiledningen førte til at elevene programmerte mer funksjonelle figurer, men det skal nevnes at varigheten på piloten var kortere.

5.2 Kritisk blikk

Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) kan forskere i kvalitative studier fort gå i en kausal felle, det vil si at de tror at hendelser som skjer etter hverandre i tid henger sammen. I noen tilfeller i denne studien tolkes elevenes bidrag som en dirkete konsekvens av lærens støtte. Ifølge Conner et al. (2014) er hvilke typer hjemmeler og frekvensen av bidrag avhengig av normene som er etablert i klasserommet. Derfor må en være forsiktig med å konkludere at argumentasjon er en dirkete resultat av Tinkercad, oppgavene eller støtten til lærerne. Hvilken argumentasjon elevene kommer med kan f.eks være påvirket av hvilke erfaringer elevene har med å argumentere for sine påstander og hvilken matematisk kompetanse de har. Elevenes matematiske kompetanse knyttet til koordinatsystemet kan ha innvikling på hvilke utfordringer elevene har når de skal flytte figurer på planet. Elevenes aritmetiske kompetanse kan påvirke hvilke sammenhenger elevene klarer å bergene.

I denne studien var det god tilgang til hjelp, der eleven raskt kunne få hjelp av en lærer om de ønsket. Det kan være er enklere å spørre læreren om å evaluere en påstand enn å begrunne den selv, kanskje kan dette være et hinder for å utvikle argumentene? Hvis læreren ikke er tilgjengelig, kan hun ikke bekrefte eller avkrefte påstanden og elevene må i større gard stole på sine egne avgjørelser. Kanskje det hadde ført til et større behov å argumentere og overbevise medeleven. Elevens samarbeid og par sammensetningen kan ha en påvirkning for hvor mye elevene argumenterer og hvilke argument som kommer fram. I denne studien er det analysert et lite utvalg informanter over et kort tidsrom. Dette har ført til at det er lite datamateriale å sammenligne med, for å trekke en konklusjon hvordan Tinkercad og lærere legger til rette for elevenes argumentasjon. Eleven var ukjent med programmet og læreren hadde lite eller ingen erfaring med å veide elevene i dette programmet. Derfor har det i denne studien vært relevant å se på potensialet det kan tenkes Tinkercad har.

5.3 Matematisk overføringsverdi fra Tinkercad

I denne studien var elevene innom geometriske temaer som side bredde/ lengde/ høyde, radius/ diameter og volum. Elevene kom også innom andre matematiske temaer som omgjøring av måleenhetene (mm-cm), koordinatsystem, negative tall og skalering. I denne studien er det lagt vekt på argumenter knyttet til veggene og plasseringen til figurene. Det er fordi dette er temaer som er særlig fremtredende i Tinkercad. Dette er en ferdighet de må mestre for å kunne videre utforske Tinkercad. Det er temaer og problemstillinger som andre vil møte hvis de skal ha undervisning i Tinkercad codebloks. Det ble ikke lagt vekt på bunnene i figurene og elevenes løsninger i oppgave 2, på grunn av ønsket om å gå dypere i analysen av veggene flyttet.

Jeg har knyttet undervisningsopplegget mitt til kompetansemålet «bruke variablar, lykkjer, vilkår og funksjonar i programmering til å utforske geometriske figurer og mønster» (Utdanningsdirektoratet, 2020, s.10). Tinkercad kan brukes til å nå kompetanse dette kompetansemålet. I undervisningsopplegget må elevene bruke funksjoner og variabler til å lage og utforske geometriske figurer. Løkker og vilkår ble ikke benyttet, men det er mulig å utvikle opplegg som tar disse i bruk. I Tinkercad kan en f.eks bruke løkker til å lage mønstre, spiraler eller effektivisere noe en har lyst til å gjenta. Tinkercad har ikke vilkår som en blokk-funksjon. Dette er fordi programmet ikke får inputer etter programmet er startet. Det vil si at den ikke får noe informasjon etter at en har startet programmet, uten informasjon har programmet det ingen ting å ta stilling til. Det går an å lage en funksjon med en løkke der en manuelt kan endre gjentagelsen, hvis en setter denne til 0 vil denne delen av koden ikke kjøre og hvis en setter den til 1 vil den kjøre. Dette blir da en slags hvis-funksjon, der en kan velge og variere utfallet til koden med på tastetrykk.

Popat og Starkey (2019) hevder at hvis målet for programmering er et akademisk utbytte, er det mer effektivt å lære disse ferdighetene direkte enn læring gjennom programmering. På bakgrunn av erfaringene i denne studiene velger jeg å kommentere mulige valg i undervisningssituasjoner. Hvis en har begrenset tid med å jobbe med 3d-printing eller programmering, hadde jeg valgt å jobbe med temaene programmering og 3d-modellering separat. Dette er på grunn at jeg tenker Tinkercad 3d-design er et lettere program. Der kan en direkte flytte figurene og endre størrelsen på dem med musepekeren, i stedet for å indirekte programmere endringene. På grunn av at programmet er enklere, kan det være lettere å ha et matematisk fokus. En kan fortsatt ha fokus på hvor tykke veggene er, men en kan ikke ende opp med å ha en formel som beskriver forholdet, her må en maulet endre dem. Sammenhengen med å flytte figuren til planet forsvinner. En forholder seg heller ikke til et koordinatsystem. Fordelen er at det er enklere slik at en kan ha fokus på temaer slik som volum og areal.

5.4 Videre forskning

Denne studien kan bidra med å vise eksempel av en undervisningssituasjon. En kan bruke erfaringene og tankene som er gjort i denne studien til å utvikle nye undervisningsøkter. Den kan også bidra til refleksjon rundt programmering i skolen og hvordan en kan undervise i programmering.
Videre forskning kan ha et lengre tidshorisont, med flere undervisningsøkter og se på utviklingen til elevens argumentasjon. Mulige inngangsvinkler kan være: Kan elevens argumentasjon utvikles til et funksjonsargument? Hvilke støtte på veien vil elevene trenge? Hvilke misoppfatninger kommer fram og hvordan kan de møtes? Kan den algebraiske tankegangen knyttet Tinkercad lar seg oversettes til andre miljøer. I videre studier kan en også legge mer vekt på elevenes samarbeid og hvordan det påvirker elevenes argumentasjon. Eventuelt kan en se på om elevene har best utnytte med å

programmere alene eller sammen. Det kan undersøkes ulike måter å samarbeide, på en felles maskin eller på hver sin.

En kan også se på Tinkercad gjennom andre perspektiv f.eks. modellerings perspektiv eller entreprenørskap. I Tinkercad lagte elevene en modell av en beholder til en blyantspisser. Elevene sammenligne størrelsen på blyantspisseren, blyanten som skal passe inni og hvor stort volum beholderen skulle romme. Noen elever vurdere hvilken størrelsene som var partisk å ha på en beholder. Skal den passe i pennalhuset? og hvor stor kan den eventuelt være da? Hvis elevene skulle ha solgt disse beholderne, hvilken pris hadde vært gunstig å selle den for? Hvilke utgifter har en og hvor mye fortjeneste er gunstig? Hvordan minimere kostnaden på beholderen med tanke på å minimere materiale som er brukt samt at de skal være solide og ha et praktisk volum? Hvilken geometrisk figur er best egnet for dette.

6 LITTERATURLISTE

Abtahi. Y. (2017). Children, Tools and the Zone of Proximal Development. *Research in Mathematics Education*, 20(1), 1-13. https://doi.org/10.1080/14794802.2017.1390691

Abtahi, Y., Graven, M. & Lerman, S. (2017). Conceptualising the more knowledgeable other within a multi-directional ZPD. *Educational Studies in Mathematics.* 96(3), 275–287. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9768-1

Autodeks. (2020). *Learn how to tinker, sharpen your design and making skills*. https://www.tinkercad.com/learn/designs.

Blanton. (2008). *Algebra and the elementary classroom : transforming thinking, transforming practice.* Heinemann

Bocconi, S. & Chioccariello, A. (2018). *The Nordic approach to introducing computational thinking and programming in compulsory education*. Nordic@BETT2018 Steering Group. https://doi.org/10.17471/54007

Bråting, K. & Kilhamn, C. (2020). Exploring the intersection of algebraic and computational thinking. *Mathematical Thinking and Learning* 23(2), 170-185. https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1779012

Cansu. S.K., & Cansu. F.K. (2019). An Overview of Computational Thinking. *International Journal of Computer Science Education in Schools.* 3(1), 1-11. https://doi.org/10.21585/ijcses.v3i1.53

Christiansen, I. M. (2006). Kan en opgave rumme lærerens kompleksitet - balanse mellom det mulige og realiserende. I O. Skovmose, & M. Blomhøj, *Kunne det tænkes - om matematikklæring* (ss. 40-57). Malling Beck.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forlag.

Conner, A. (2008). Expanded Toulmin diagrams: A tool for investigating complex a Activity iN classrooms. I O. Figueras, J. L Cortina, S. T Alatorre, T. Rojano, A. Sepulveda (red). *Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX.* 2, 361–368.

Conner, A., Singletary, L.M., Smith, R.C. Wagner P.A. & Francisco, R.T. (2014) Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students'engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics* (86), 401–429. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9532-8

Dolonen, J. A., Klunge, A., Litherland, K. & Mørch, A.I (2019). *Litteraturgjennomgang av programmering i skolen. Universitetet i Oslo .http://urn.nb.no/URN:NBN:no-79405*

Deniz G.& Eryilmaz. S (2021) Effect of Tinkercad on Students' Computational Thinking Skills and Perceptions: A Case of Ankara Province. *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 20(1).

Eemeren. F.H. van. (2003) The Uses of Argument, Updated Edition. I S. Toulmin *The uses of argument* (oppdatert utgave). Cambridge: Cambridge University Press. http://johnnywalters.weebly.com/uploads/1/3/3/5/13358288/toulmin-the-uses-of-argument_1.pdf

Eggen, F. W., Måøy, J., Røtnes, R., Norberg-Schultz, M. & Steen I. J. (2021). *Norges behov for IKT kompetanse i dag og framover.* Samfunnsøkonomisk analyse (1) AS. https://www.tekna.no/globalassets/filer/rapporter/arbeidsmarked/r1-2021-behov-for-og-tilbud-av-ikt-kompetanse-v3-190121.pdf

Forsström, S.E., & Kaufmann, O.T., (2018). A Literature Review Exploring the use of Programming in Mathematics Education. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research,* (17), *18-32*. https://doi.org/10.26803/ijlter.17.12.2

Grover, S. & Pea, R. (2013). Computational thinking in K-12: A review of the state of the field. *Educational Researcher*, 42(1), 38-43. https://doi.org/10.3102/0013189X12463051

Grønmo, S. (2016). *Samfunnsvitenskapelige metoder,* (2.utg.). Fagbokforlaget.

Hanna, G. M. (2013). *Matematiske byggesteiner: Matematikk for lærerutdanningen*. Caspar forlag as.

Hinna, K.R.C., Rinvold, R.A., Gustavsen, T. S., (2012). *QED 1-7 : matematikk for grunnskolelærerutdanningen.* Høyskoleforlaget

Jacobsen, D. I. (2015). *Hvordan gjennomføre undersøker, innføring i samfunnsvitenskapelig metode* (3 utg). Cappelen dam akademisk.

Johannessen. A., Tufte P.A. & Christoffersen, L. (2016). *Introduksjon til Samfunnsvitenskapelig metode* (5 utg). Abstrakt forlag.

Jørgensen, C. & Onsberg, M. (2011). *Praktisk argumentasjon* (3 utgave). Nyt teknisk Forlag.

Kakavas, P. & Ugolini, C. U. (2019). Computational thinking in primary education: a systematic literature review. *Research on Education and Media, 11 (2019), 64-94.* https://doi.org/10.2478/rem-2019-0023

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. I P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), *The Emergence of Mathematical Meaning Making: Interaction in Classroom Cultures* (s. 229–270). L. Erlbaum

Kieran C. (2020) Algebra Teaching and Learning. *Encyclopedia of Mathematics Education.* (36- 44.) https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_6

Kilhamn, C., & Bråting, K. (2019). Algebraic thinking in the shadow of programming. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (7), 566-573.

LATACME. (2021, 5. november). *Argumentasjon og kritisk matematikkdidaktikk i fleirspråklege klasserom*. https://prosjekt.hvl.no/latacme/

Lavy, I. (2006). A case study of different types of arguments emerging from explorations in an interactive computerized environment. *Journal of Mathematical Behaviour,* 25(2), 153–169. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2006.02.006

Mason, J., Graham, A. & Johnston-Wilder, S. (2011) Å lære algebraisk tenkning. (Lie. J, overs). Caspar forlag as.

Means, B. (2010). *Technology and Education Change: Focus on Student Learning*. Journal of research on technology in education. 42(3), 285-307. https://doi.org/10.1080/15391523.2010.10782552

NOU 2013: 2. (2013). *Hindre for digital verdiskaping.* Fornyings-, administrasjons- og kirkedepartementet. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2013-2/id711002/

Nygård, K. (2018). *Programmering i skolen: hvordan komme i gang*? Pedlex Trykk

Næss, G. N. & Sjøvoll, J. (2018*). Observasjon som forskningsmetode*. I Krogtoft. M, Sjøvoll. J (red). Masteroppgaven i lærerutdanninga- temavalg, forskningsplan, metoder (179-195) (utg.2). Cappelen Damm akademisk.

Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018) *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelendam akademisk (2018)

Popat, S. & Starkey, L. (2019). Learning to code or coding to learn? *Computers & Education,* 2019 (128), 365–376. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.10.005

Royal Society/JMC Working Group. (1997). *Teaching and learning algebra pre-19,* Joint Mathematical Council Of The United Kingdom. https://royalsociety.org/~/media/royal_society_content/policy/publications/1997/10183.pdf

Riis-Johansen, M. O. (2020), *Samtaleanalyse som norskdidaktisk forskningsmetode.* I Neteland, R & AA. L (Red.)., I Master I norsk metodeboka 2. (s. 90-112) Universitetsforlaget.

Sande, H. (2019) *Programmering, noen sentrale begreper.* Realfagsløyper. Matematikksenteret https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2019-11/Programmering%20-%20noen%20sentrale%20begrep_0.pdf

Savard, A. & Freiman, V. (2016) Investigating Complexity to Assess Student Learning from a Robotics-Based Task. *Digit Exp Math Educ*, 2, 93–114. https://doi.org/10.1007/s40751-016-0016-6

Sentence, S., Waite, J., & Kallia, M. (2019) Teaching computer programming with PRIMM: a sociocultural perspective. *Computer Science Education,* 29(2-3), 136-176. https://doi.org/10.1080/08993408.2019.1608781

Singletary, L. M., & Conner, A. (2015). Focusing on mathematical arguments. *Mathematics Teacher*, *109*(2), 143-147. https://doi.org/10.5951/mathteacher.109.2.0143

Skogen, K. (2018) Caseforsknig. I M. Krogtoft & J. Sjøvoll (red), *Masteroppgaven i lærerutdanninga, tema, forskningsplan, metoder* (s.79-91) (utg.2). Cappelen Damm Akademisk.

Solem, I. H., Alseth B., Eriksen, E. & Smestad, B. (2017). *Tall og tanke 2- matematikkundervisning på 5 til 7.trinn*. Gyldendal Akademisk

Stigberg, H. & Stigberg, S. (2020). Teaching programming and mathematics in practice: A case study from a Swedish primary school. *Policy Futures in Education,*(18), 483–496. https://doi.org/10.1177/1478210319894785

Thagaard. (2018). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitative metoder* (5. utg). Fagbokforlaget

Taraldsen, L. H., & Myhra, K. S. (2019). Programmering med Spheroballer. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning,* (3), 2–7.

Toulmin, S. E 2003) *The uses of argument.* New York: Cambridge: Cambridge University Press. (Oppdatert utgave)http://johnnywalters.weebly.com/uploads/1/3/3/5/13358288/toulmin-the-uses-of-argument_1.pdf

Valle, A. M. (2018). Videoanalyse som metode i praksisforskning. I M. Krogtoft & J. Sjøvoll (red). *Masteroppgaven i lærerutdanninga- temavalg, forskningsplan, metoder* (s. 211-229) (utg.2). Cappelen Damm akademisk.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society. The development of higher psychological processes*. Harvard University Press

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn. (MAT01-05*), Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet. https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob

Utdanningsdirektoratet. (2019a.18. november). *Hva er kjerneelementer?* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/

Utdanningsdirektoratet. (2019b. 27. mars). *Algoritmisk tenkning*. https://www.udir.no/kvalitet-og-kompetanse/profesjonsfaglig-digital-kompetanse/algoritmisk-tenkning/

Wing, J. M. (2006). Computational Thinking. *Communications of the ACM, 49*(3), 33-35.

Wing, J.M. (2017). Computational thinking's influence on research and education for all. *Italian Journal of Educational Technology,* 25(2), 7-14. https://doi.org/10.17471/2499-4324/922

Zhong, B. & Xia, L. (2018). A Systematic Review on Exploring the Potential of Educational Robotics in Mathematics Education How to teach and learn mathematical knowledge through robotics. *International Journal of Science and Mathematics Education,*18, 79–101 https://doi.org/10.1007/s10763-018-09939-y

Vedlegg 1: informasjonsskriv og samtykkeerklæring

Vil du delta i forskningsprosjektet
«Argumentasjon og kritisk matematikkundervisning i flerspråklige klasserom»?

Dette er et spørsmål om å delta i et forskningsprosjekt om argumentasjon og kritisk tenkning i matematikkundervisning i flerspråklige klasserom. I dette skrivet informerer vi kort om innholdet i prosjektet og hva deltakelse innebærer.

Bakgrunn og formål
Prosjektet handler om å fremme lærerstudenters kompetanse i å legge til rette for argumentasjon og kritisk matematikkundervisning for elever i flerspråklige klasserom på barnetrinnet. Dette kan være å kritisk kunne vurdere matematikkforklaringer og å se matematikkens rolle i argumentasjon om aktuelle samfunnsspørsmål. Skolene som er med i prosjektet er partnerskoler eller praksisskoler som allerede er en del av et samarbeid mellom Bergen kommune og Høgskulen på Vestlandet (HVL). Prosjektet varer i fire år og er et forskningssamarbeid mellom lærere og elever ved partnerskoler og tilsatte og studenter ved matematikklærerutdanningen ved HVL.

Som en del av dette forskningsprosjektet ønsker en å samle data der elever arbeider med programmering og matematikk. Målet er å få innsikt i hvordan matematisk argumentasjon og programmering kan påvirke hverandre.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Høgskolen på Vestlandet er ansvarlig for prosjektet, og det er ledet av Professor Tamsin Meaney. Prosjektet gjennomføres i samarbeid med Bergen Kommune, og det er støttet av Norges forskningsråd. Skolens ledelse stiller seg positiv til prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Vi ber om at du lar barnet ditt delta i prosjektet fordi skolen samarbeider med HVL om dette forskningsprosjektet.

Hva innebærer det for deg å delta?
Det vil bli gjennomført en matematikkdag med stasjoner med fokus på ulike digitale læremidler og matematisk modellering. Elevene arbeider i grupper med fokus på matematisk argumentasjon der elevene oppfordres til å reflektere, diskutere og dele kunnskap. Alle vil få delta på ulike stasjoner, mens et utvalg elever som ønsker å delta i prosjektet vil det bli gjort video- og lydopptak av.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i studien, og du/dere kan uten grunngiving når som helst trekke ditt/deres samtykke. Hvis du/dere trekker barnet fra prosjektet vil alle opplysninger om barnet bli anonymisert. Det vil ikke få negative konsekvenser hvis du/dere ikke ønsker at barnet skal delta, eller senere velger å trekke ditt/deres barn fra prosjektet.

Ditt/deres barns personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker barnets opplysninger
Alle personopplysninger blir behandlet konfidensielt og personidentifiserbart materiale lagres på HVL sin forskningsserver, sikret med brukernavn og passord. Kun deltakere i prosjektgruppen (forskere og PhD- og masterstudenter) og eventuelt transkriberingsfirma har tilgang til materialet. Deltakere vil ikke kunne bli identifisert i publikasjoner.

Prosjektet skal avsluttes 31.12.2023. Etter denne dato vil alle personidentifiserende data slettes og materialet vil ikke lengre være lagret på HVL sin forskningsserver. Videre bruk av dataene blir i presentasjoner, undervisning, eventuelle oppfølgingsstudier og senere forskning basert på transkribert og anonymisert materiale.

Dine/deres rettigheter
Så lenge ditt barn kan identifiseres i datamaterialet, har du/dere rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om barnet ditt,
- å få rettet personopplysninger om barnet ditt,
- å få slettet personopplysninger om barnet ditt,
- å få utlevert en kopi av ditt barns personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av ditt barns personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om ditt/deres barn?
Vi behandler opplysninger om ditt/deres barn basert på ditt/deres samtykke. På oppdrag fra HVL har Norsk senter for forskningsdata (NSD) vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Har du spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med

- Prosjektleder Tamsin Meaney på tlf.: [redacted] eller epost: [redacted]
- HVL sitt personvernombud: Trine Anikken Larsen, personvernombud@hvl.no
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost: personverntjenester@nsd.no eller telefon: 55 58 21 17.

Samtykkeerklæring forskningsprosjektet

Jeg/vi har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Argumentasjon og kritisk matematikkundervisning i flerspråklige klasserom» og fått anledning til å stille spørsmål.

Mitt barns navn er (bruk blokkbokstaver): ____

Jeg/vi samtykker til at barnet mitt/vårt kan:

- ☐ delta i videoopptak
- ☐ delta i intervju
- ☐ delta med elevarbeid

Jeg/vi samtykker til at mitt/vårt barns opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, 31.12.2023.

(Signert av elev, dato)

(Signert av prosjektdeltakers foresatte, dato)

Samtykkeerklæring for bruk av videoer:

- ☐ Jeg samtykker i at videosnutter der barnet mitt er med kan vises i presentasjoner på konferanser og undervisning

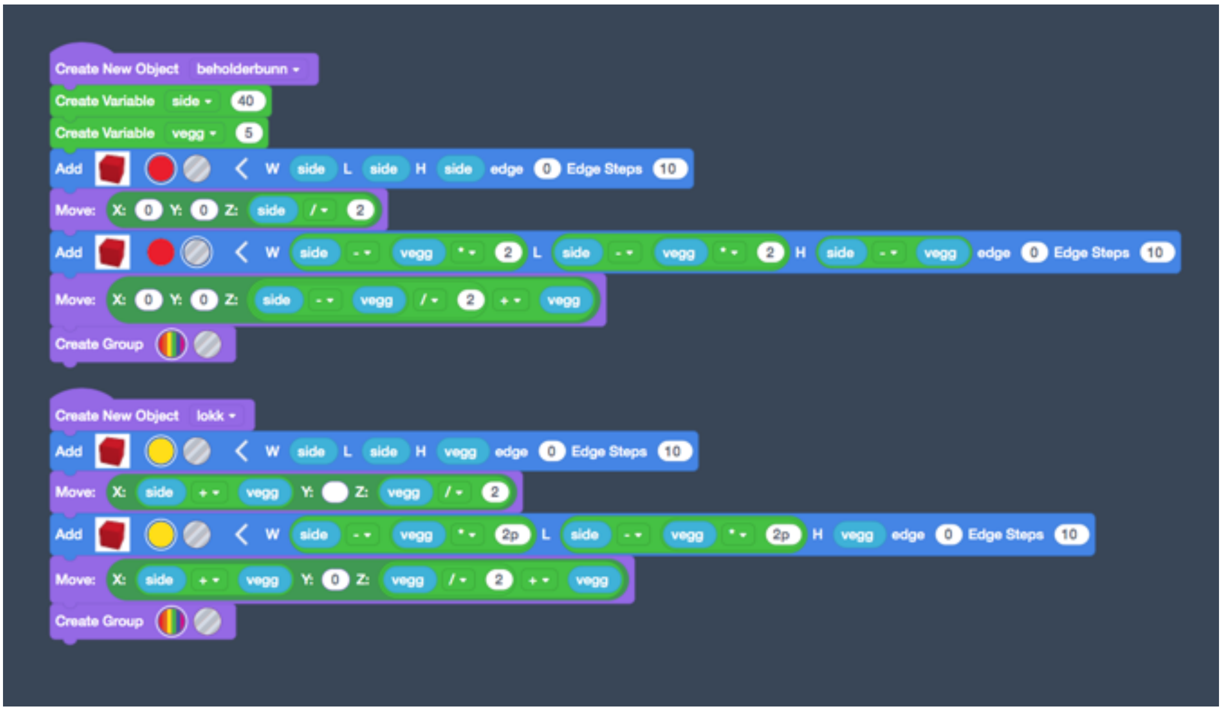
----
(Signert av elev, dato)

(Signert av prosjektdeltakers foresatte, dato)

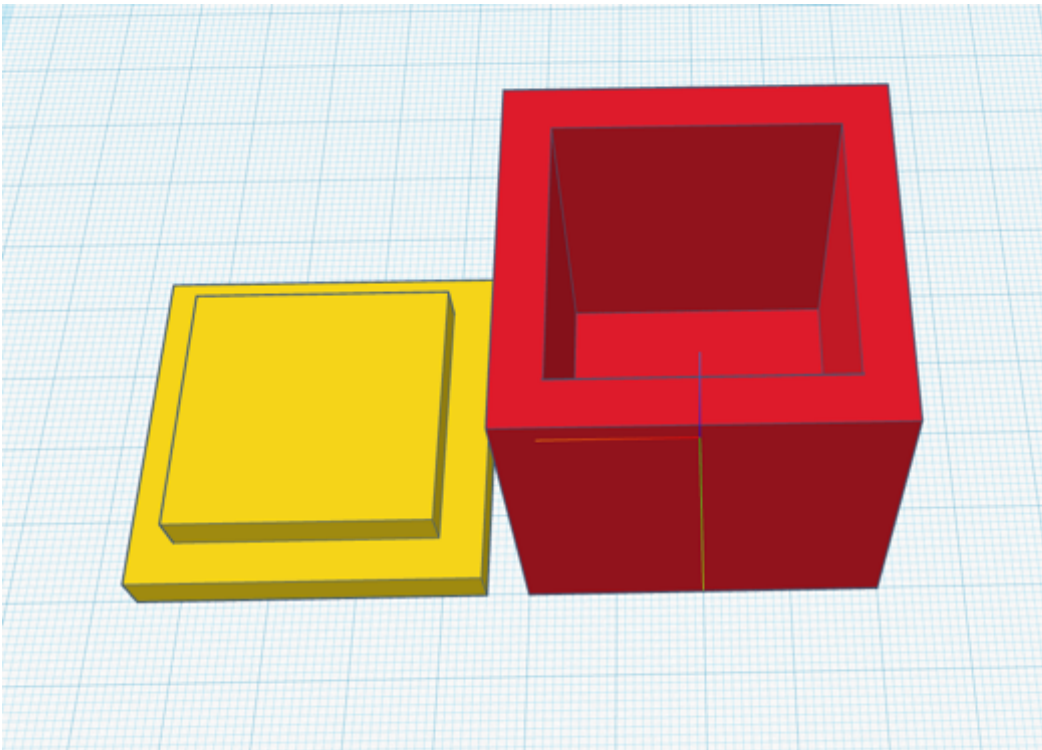
Vedlegg 2: oppgave 3

Oppgave 3 er også laget etter PRIMM metoden, 3a= forutsi, 3b= test, 3c= undersøk, 3d,e, =endre, 3f=lag

Figur 12:oppgave 3



Figur 13: løsningsforslag oppgave 3, kode



Figur 14: Løsningsforslag oppgave 3, animasjon