



Høgskulen på Vestlandet

Matematikk 3, emne 4 - Masteroppgave

MGUMA550-OST-2022-VÅR1-FLOWassign

Predefinert informasjon

Startdato:	02-05-2022 09:00	Termin:	2022 VÅR1
Sluttdato:	16-05-2022 14:00	Vurderingsform:	Norsk 6-trinns skala (A-F)
Eksamensform:	Masteroppgave - Stord		
Flowkode:	203 MGUMA550 1 OST 2022 VÅR1		
Intern sensor:	(Anonymisert)		

Deltaker

Kandidatnr.:	402
--------------	-----

Informasjon fra deltaker

Antall ord *:	26321
---------------	-------

Egenerklæring *: Ja

Jeg bekrefter at jeg har Ja registrert oppgavetittelen på norsk og engelsk i StudentWeb og vet at denne vil stå på vitnemålet mitt *:

Jeg godkjenner autalen om publisering av masteroppgaven min *

Ja

Er masteroppgaven skrevet som del av et større forskningsprosjekt ved HVL? *

Nei

Er masteroppgaven skrevet ved bedrift/uirksomhet i næringsliv eller offentlig sektor? *

Nei

MASTEROPPGÅVE

Problembasert matematikkundervising som nøkkel til
matematisk tverrfagleg undervising

Problem-based mathematics teaching as a key to
mathematical interdisciplinary teaching

Sander Eike

Kandidatnummer: 402

Master i undervisningsvitenskap med fordjuping i matematikk

Fakultet for lærarutdanning, kultur og idrett (FLKI)

Rettleiar: Gry Anette Tuset

16.05.2022

Forord

Denne masteroppgåva blir levert med stor stoltheit, då den ikkje berre avsluttar masterprosjektet, men også femårig lærarutdanning. Det er gledeleg at eg, som framtidig lærar, har fått moglegheita til å undersøkje tema som opptek meg litt ekstra gjennom utdanninga. Eg har no utvikla min kompetanse innan matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising, og særleg kombinasjonen av desse. Det å samle informasjon om dette fagstoffet har vore interessant, då informantane hadde mykje informasjon å komme med. Dette har gjort meg oppmerksam på viktigheita av å dele kunnskapar og dugleikar med kollegaer.

Gjennom fem år på lærarhøgskulen er det med stor audmjukskap at eg leverer masteroppgåva som ei avslutting på studiet, og trer inn i arbeidslivet som lærar. Det har vore nokre krevjande månadar medan prosjektet har stått på då eg har kombinert studier, jobb og familie.

Utan støttespelarar hadde dette prosjektet ikkje blitt gjennomført med same resultat. Eg vil gi ein stor takk til min rettleiar Gry Anette Tuset, som har gjort slik at eg ikkje har kjent meg åleine i arbeidet. Du har motivert meg og pressa meg til å gjere mitt beste, samtidig som du har gitt meg gode tilbakemeldingar ved å stille dei rette spørsmåla for å forbetre det ferdige resultatet

Eg vil også takke informantane som stilte til intervju, og fortalte opent om deira erfaringar og meiningar. Gjennom mange frustrerande periodar mot det ferdige resultatet vil eg rette ein spesiell takk til min samboar som alltid har støtta meg og motivert meg, og lagt forholda til rette slik at eg kan arbeide med prosjektet.

Sander Eike

Stord, 16. mai 2022

Samandrag

Gjennom tidlegare erfaringar som matematikklærar, har eg sett at det finnes moglegheiter for å knyte matematikkfaget inn i tverrfagleg undervising gjennom problembasert undervising. I tillegg til fokus på både tverrfaglege tema og problemløysing som kjerneelement i LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2019; Kunnskapsdepartementet 2017), vart hensikta med dette studiet lagt til kva faktorar som kan vere avgjerande for lærarar sin tilrettelegging av tverrfagleg undervising gjennom problembasert matematikkundervising.

For å finne svar på problemstillinga: *Kva moglegheiter og utfordringar ser to matematikklærarar med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising?*, vart det utforma tre forskingsspørsmål:

- Kva forståing har matematikklærarane av omgrepa "matematisk problemløysing" og "tverrfagleg undervising" i skulen?
- Kva moglegheiter og utfordringar møter matematikklæraren ved å legge til rette for matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising i skulen?
- Kva positive og negative verknadar gir ein kombinasjon av matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising for elevane?

Det vart, gjennom eit kvalitativt forskingsintervju av to matematikklærarar, samla inn deira erfaringar og meiningar knytt til to forskingsfelt; matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising. Forskingsdeltakarane er opptekne av å legge til rette for problemløysande matematikkundervising, og tverrfagleg undervising. Datamaterialet utgjer to transkriberte intervju

Deltakarane identifiserer det å sikre fagleg utbyte for elevane, og tilpasse den utforskande undervisinga for elevmangfaldet, som utfordringar ved å kombinere matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising. Faktorar som påverkar desse utfordringane er lærarsamarbeid, tidsmangel for lærarar, lite fokus på endringsarbeid, å motivere alle elevane, og utfordrande for lærarane å la elevane å undersøkje. Moglegheitene ved å kombinere arbeidsformene er eit auka fokus på eleven som aktiv deltakar i eigen læringsprosess og eit mål om heilskapleg forståing. Faktorar som påverkar moglegheitene er at undervisningsformene bygger på same læringsyn, dei gir moglegheiter for djupnelæring og matematikkfaget får vist heilskapen det bygger på.

Abstract

Through previous experiences as a mathematics teacher, I have seen that there are opportunities to link the subject of mathematics into interdisciplinary teaching through problem-based teaching. In addition to focusing on both interdisciplinary topics and problem solving as a core element in LK20 (Ministry of Education, 2019; Ministry of Education 2017), the purpose of this study was to add which factors can be decisive for teachers' facilitation of interdisciplinary teaching through problem-based mathematics.

To find answers to the problem: *What possibilities and challenges do two mathematics teachers see with mathematical problem solving in interdisciplinary teaching?*, where three research questions were designed:

- What understanding do the mathematics teachers have of the terms "mathematical problem solving" and "interdisciplinary teaching" in the school?
- What opportunities and challenges does the mathematics teacher face by facilitating mathematical problem solving and interdisciplinary teaching in the school?
- What positive and negative effects does a combination of mathematical problem solving and interdisciplinary teaching provide for students?

It was, through a qualitative research interview of two mathematics teachers, gathered their experiences and opinions related to two research fields; mathematical problem solving and interdisciplinary teaching. The research participants are preoccupied with facilitating problem-solving mathematics teaching, and interdisciplinary teaching. The data material consists of two transcribed interviews

The participants identify securing academic benefits for the students, and adapting the exploratory teaching to the diversity of students, as challenges by combining mathematical problem solving in interdisciplinary teaching. Factors that affect these challenges are teacher collaboration, lack of time for teachers, little focus on change work, motivating all students, and challenging for teachers to allow students to investigate. The possibilities of combining the forms of work are an increased focus on the student as an active participant in their own learning process and a goal of holistic understanding. Factors that affect the possibilities are that the teaching methods are based on the same view of learning, they provide opportunities for in-depth learning and the mathematics subject is shown the wholeness on which it is based.

Innholdsfortegnelse

Figurliste.....	vii
1.0 Innleiing.....	1
1.1 Bakgrunn for val av tema	1
1.2 Avgrensing.....	4
2.0 Problemstilling	4
3.0 Teori	5
3.1 Tilrettelagt undervising	6
3.1.1 Lærarrolla	6
3.1.2 Undervising i matematikk	7
3.2 Tverrfagleg undervising.....	9
3.2.1 Kvifor tverrfagleg undervising.....	10
3.2.2 Tilrettelegging for tverrfagleg undervising i skulen	11
3.3 Tverrfagleg matematikk	14
3.4 Matematisk problemløysing.....	15
3.4.1 Kvifor matematisk problemløysing	16
3.4.2 Ulik tilrettelegging av matematisk problemløysing	17
3.6 Kollegasamarbeid	21
3.7 Endringsarbeid i skulen	22
4.0 Metode	22
4.1 Kvalitativ forskingstilnærming.....	22
4.1.1 Vitskapsteoretisk tilnærming	23
4.1.2 Abduktiv tilnærming	24
4.2 Datainnsamling.....	25
4.2.1 Forskingsintervjuet sine sju stadier.....	25
4.2.2 Semistrukturert intervju	26
4.2.3 Utval.....	27
4.2.4 Gjennomføring	28
4.2.5 Intervjufasen.....	29
4.2.6 Transkribering	29
4.3 Analyse av datamaterialet.....	30
4.4 Studiets kvalitet	33
4.4.1 Pålitelegheit.....	33
4.4.2 Gyldigheit.....	34
4.5 Ethiske refleksjonar.....	34
5.0 Resultat	36
5.1 Deltakarane sine definisjonar	36

5.1.1 Definisjon på tverrfagleg undervisning	36
5.1.2 Definisjon på matematisk problemløysing	39
5.2 Tilretteleggingsfaktorar for tverrfagleg undervisning og matematisk problemløysing	42
5.2.1 Tilrettelegging for tverrfagleg undervisning i skulen	43
5.2.2 Tilrettelegging for matematisk problemløysing i skulen	44
5.3 Negative og positive verknadar ved matematisk problemløysing i tverrfagleg undervisning..	46
5.3.1 Negative verknadar for elevane si læring med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervisning	46
5.3.2 Positive verknadar for elevane si læring med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervisning	48
6.0 Drøfting	50
6.1 Definisjon på tverrfagleg undervisning og matematisk problemløysing	51
6.1.1 Definisjon på tverrfagleg undervisning	51
6.2.1 Definisjon på matematisk problemløysing	54
6.2 Identifiserte utfordringar	57
6.2.1 Sikre fagleg utbyte	57
6.2.2 Utforskande undervisning for elevmangfaldet	60
6.3 Identifiserte moglegheiter.....	63
6.3.1 Aktiv deltaking i eigen læringsprosess	63
6.3.2 Skapar ei heilskapleg forståing	66
6.7 Spenningsforhold i læraridentifiserte moglegheiter og utfordringar	69
6.7.1 Lite fagleg utbyte, eller ei heilskapleg forståing for temaet?	69
6.7.2 Undervisningsformer som passar for alle elevane, eller ikkje?	69
7.0 Konklusjon	70
7.1 Vegen vidare	74
Kjeldeliste.....	76
Figurliste.....	81
Vedlegg 1	82
Vedlegg 2	84
Vedlegg 3	86

Figurliste

Figur 1 Oversikt over gradene av tverrfagleg undervisning. Etter Bolstad 2020, Kaufmann, Moss og Osborne (2003), Drake og Reid (2018)	12
Figur 2 Matrise som viser struktur over læringsmiljø (Skovsmose, 2003, s. 149)	17
Figur 3 Koding og kategorisering av datamaterialet.	31
Figur 4 Oversikt over kategoriane	33

1.0 Innleiing

I dette studiet ynskjer eg å undersøkje kva syn matematikklærarar har på bruk av matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising. Eg ynskjer å undersøkje om problembasert undervising er ein hensiktsmessig måte å knyte inn matematikkfaget i tverrfagleg undervising.

1.1 Bakgrunn for val av tema

Eg vil starte denne masteravhandlinga med å forklare mitt val av tema. Gjennom fem år på grunnskulelærerutdanninga med medfølgjande praksisperiodar, samt ei undervisningsstilling på ein ungdomsskule, har eg gjentekne gonger opplevd elevar som fortel at dei ikkje ser mening med matematikken dei reknar på. Svare deira på kvifor dei ikkje ser mening med matematikken kan kjenneteiknast ved at dei berre må rekne oppgåver som ikkje gir mening, elevane ser ikkje korleis dei skal få bruk for denne matematikken i framtida. Desse erfaringane heng saman med oppgåvediskursen Mellin – Olssen (2009, s. 6) skildra ut i frå sine informantar, her vart oppgåverekning sett på som læremiddelet, der alle elevane måtte gjennom oppgåvene for å vere førebudd mot eksamen.

Mitt fokus i mine foreløpige erfaringar har vore å engasjere elevane gjennom matematikken ved å la dei ta del i fagstoffet og kunnskapen. Mitt ynskje har vore å vist matematikken for elevane, slik at dei kan ta den i bruk, og ser nytten av den. Gjennom slike elevaktivitetar vart eg presentert for matematisk problemløysing, som handlar om at elevane må lære seg å analysere, evaluere, prøve og feile og justere (NOU 2015:8, 2015, s. 36). For å i større grad skape ein samanheng mellom matematikken og verkelegheita, har eg gjort meg opp erfaringar med bruk av tverrfagleg undervising i matematikkundervisinga. Eg opplevde denne erfaringa som utfordrande, men særst interessant og med eit stort potensiale.

Tverrfagleg undervising har eit forskingsfelt som inneheld lite studiar samanlikna med matematisk problemløysing. Ulike grader av tverrfaglegheit, og tverrfaglegheit i forhold til

LK20 har fått noko fokus (Dagsland, 2021; Drake og Reid, 2018; Mathison og Freeman, 1997). Lærarane sin forståing av tverrfagleg undervising er også noko som er undersøkt, men ikkje i betydeleg stor grad (Arvesen, 2020; Dagsland; 2021). Tverrfagleg undervising i skulen har som hensikt å bidra til elevane si læring både i kvart enkelt skulefag, men også å gi ei heilskapande forståing av tema som går på tvers av fleire fag (Kunnskapsdepartementet, 2016, s. 7). Elevane arbeider ofte med ein problemstilling eller eit tema når dei arbeider tverrfagleg, dette vil vere arbeid som er meir retta mot kunnskapar, haldningar og dugleikar elevane treng for å meistre liva deira, og for å bli gode medborgarar (Kunnskapsdepartementet, 2016, s. 38). I dette studiet er det ikkje gjort eit skilje mellom omgrepa *tverrfaglegheit* og *tverrfagleg undervising*, her har dei same tyding.

Tverrfagleg undervising var ein sentral del av Mønsterplanen i 1987 (Kirke- og utdanningsdirektoratet, 1987). Her vart det lagt vekt på at fagplanane skulle samordnes slik at det var enklare for elevane å sjå samanhengar mellom fag. Læraren hadde i denne samanheng eit ansvar for å gi elevane den heilskapande forståinga av læreverket, elevane skulle forstå, sjå samanhengar og utviklingslinjer, og vurdere og reflektere over problemstillingar (Kirke- og utdanningsdirektoratet, 1987, s. 98). Eit tiår seinare kom eit nytt læreverk lærarane skulle følge. Her var ikkje tverrfagleg undervising ein like stor del. Sjølv om læreplanverket nemnar fleire plassar at undervisinga skal tilpassast til å gå på tvers av fleire fag, vart ikkje tverrfagleg undervising noko meir forklart. Noko av grunnen til dette kan vere fokuset på prosjektarbeid, som var sett på som ei arbeidsform der elevane tek utgangspunkt i eit problemområde, og gjennomfører eit målretta arbeid frå ein idé til eit sluttprodukt (Kirke – undervisnings – og forskningsdepartementet, 1997, s. 77). Då det i 2006 kom ein ny læreplan, vart det aller meste av både prosjektarbeid og tverrfagleg undervising tatt vekk (Utdanningsdirektoratet, 2006). Denne læreplanen nemnar viktigheita med å undervise mot ei heilskapleg forståing gjennom å undervise på tvers av fag, men dette er alt av tverrfagleg undervising i LK06 (Utdanningsdirektoratet, 2006, s. 16) LK20, som vart gjeldande hausten 2020, trekker igjen inn tverrfagleg undervising i skulen (Kunnskapsdepartementet, 2017). Skulen skal legge til rette for tverrfagleg undervising gjennom tre tverrfaglege tema; folkehelse og livsmeistring, demokrati og medborgarskap, og berekraftig utvikling. Desse tar utgangspunkt i dagsaktuelle utfordringar, og vil bidra til å førebu elevane på verda utanfor skulen. For å kunne løyse utfordringane og problema dei får, må elevane samarbeide, undersøkje og sjå samanhengar (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 12).

Matematisk problemløysing er eit forskingsfelt særst mange har forska på (for eksempel Polya, 1990; Stacey, Burton og Mason, 1982; Schoenfeld, 1985; Wilson, Fernandez og Hadaway, 1993; Lester, 2013). På tross av dette er det ikkje noko klar einigheit i korleis ein definerer matematisk problemløysing (Lester, 2013, s. 248), nok som viser seg å gi utfordringar for matematikklærarar sine oppfatningar (Ryel, 2019). Problemløysing i skulen handlar om at elevane skal kunne analysere og vurdere ulike problem og løysingsstrategiar (Kunnskapsdepartementet, 2019). Elevane må kunne prøve ulike løysingar, evaluere desse, og eventuelt justere løysingane. Dei må kunne akseptere at ein ikkje finn svaret med ein gang. Her vart kritisk tenking satt i fokus (NOU 2015:8, 2015, s. 36). Mengda av komplekse utfordringar i arbeidslivet vil truleg auke i løpet av kommande år, for å best mogleg kunne handtere dette bør elevar få arbeide med problem der løysingsmetoden eller strategien ikkje seier seg sjølv for eleven (NOU 2015:8, 2015, s. 36).

Sidan den norske skulen i 1987 tok i bruk Mønsterplanen (Kirke- og utdanningsdirektoratet 1987), har problemløysing vore ein gjennomgåande del i den norske skulen. Dette ser ein igjen i PISA undersøkinga frå 2012, der norske elevar presterer omtrent likt som gjennomsnittet i OECD-landa (Kjærnsli, Nortvedt og Jensen, 2014, s. 2). Vidare viser PISA-undersøkinga at norske elevar presterer best i problemløysingsprosessane å forstå og å utforske problemsituasjonar. Det er i dette studiet ikkje eit skilje mellom ulike framstillingar av problemløysingsomgrepet. Her vart *matematisk problemløysing*, *problembasert matematikkundervising* og *problemløysing i matematikk* sett på som det same.

I læreplanverket som vart gjeldande frå hausten 2020, kom det ein endring som gjekk på strukturen til læreplanane (Utdanningsdirektoratet, 2019). Kvart fag har nokre kjerneelement, som representerer omgrep, metodar, tenkemåtar, uttrykksformer eller kunnskapsområder elevane må kunne for å meistre faget. Desse skal prege innhaldet og progresjonen i læreplanane, og skal bidra til at elevane utviklar forståing i samanheng i faginnhaldet (Utdanningsdirektoratet, 2019). Med matematisk problemløysing som eit av fem kjerneelement i matematikk – faget, er dette blitt ein viktig del av det faglege innhaldet (Utdanningsdirektoratet, 2019).

Som ein samla vurdering av mine erfaringar, LK20 si vektlegging av matematisk problemløysing, og LK20 si vektlegging av tverrfaglegheit, ynskjer eg å undersøke ein kombinasjon av dette. Fokuset for studiet blir altså noko todelt, ved tverrfaglegheit og matematisk problemløysing. Hensikta med studiet er å sjå korleis ein kan kombinere desse i undervisningssamanheng. For å utvikle meg som lærar ynskjer eg å legge til rette for ei undervisning som gir mening for elevane, dette er starten mot å skape ei engasjerande matematikkundervisning. Samtidig kombinerer eg to forskingsfelt som ikkje er kombinert på denne måten i særleg stor grad; matematisk problemløysing og tverrfagleg undervisning (Doig & Williams, 2019, s. 299).

1.2 Avgrensing

Det finnes mange ulike tilnærmingar til forskinga når hensikta med studiet er å undersøkje korleis matematisk problemløysing kan vere ein måte å implementere matematikkfaget inn i tverrfagleg undervisning. For at resultatet forskinga viser skal vere mest mogleg tilpassa min kvardag som lærar, bygger studiet på eit lærarfokus. På denne måten avgrensar studiet seg frå elevfokuset. Ved å trekke inn to forskingsfelt; matematisk problemløysing og tverrfagleg undervisning, er det naturleg å avgrense fagområda i større grad. I både matematisk problemløysing og tverrfagleg undervisning vart det lagt vekt på definisjonane av omgrepa, arbeidsform og elevaktivitetar dei bygger på.

2.0 Problemstilling

Matematikkfaget skal inngå i to tverrfagleg tema gjennom blant anna problemløysing, vidare skal elevane utforske og analysere funn gjennom matematikken i dei tverrfaglege temaa (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 4). For å få eit best mogleg bilete av kva faktorar som påverkar matematikklærarane sine meiningar om matematisk problemløysing i tverrfagleg undervisning, ynskjer eg å fokusere både på moglegheitene og utfordringane dei ser. På denne måten blir eg som framtidig lærar klar over kva moglegheiter som finnes, samtidig som eg også blir klar over eventuelle utfordringar knytt til ein kombinasjon av desse. Problemstillinga

blir då følgjande:

Kva moglegheiter og utfordringar ser to matematikklærarar med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising?

For å best mogleg kunne gi eit kunnskapsrikt svar på problemstillinga er følgjande tre forskingsspørsmål utforma:

- Kva forståing har matematikklærarane av omgrepa "matematisk problemløysing" og "tverrfagleg undervising" i skulen?
- Kva moglegheiter og utfordringar møter matematikklæraren ved å legge til rette for matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising i skulen?
- Kva positive og negative verknadar gir ein kombinasjon av matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising for elevane?

Forskingsspørsmåla dannar ein kronologisk struktur på resultatet, då det er ein naturleg oppbygging mot å kunne svare på problemstillinga. For å kunne seie noko om deira syn på ein kombinasjon av matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising, treng eg å forstå deira definisjonar på omgrepa. Vidare er fokuset lagt til kva som kjenneteiknar moglegheitene og utfordringane matematikklærarane møter når dei legg til rette for matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising. Etterpå er fokuset retta på kva matematikklærarane ser på som positive og negative verknadar, ovanfor eleven, av ein kombinasjon av matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising. Desse forskingsspørsmåla vil til saman gi eit godt grunnlagt svar på problemstillinga.

3.0 Teori

I dette kapittelet blir sentral teori og tidlegare forskning i forhold til problemstillinga og forskingsspørsmåla presentert. Det er også valt ut teori basert på kva som er relevant til drøftinga. Kapittelet starter med å drøfte undervisingsfokus, og korleis dette endrar seg, med særleg fokus på matematikk. Vidare vart tverrfagleg undervising og matematisk problemløysing forklart ved strukturen kva, kvifor og korleis. Det vart først forklart kva det

er, så kvifor ein skal ha desse undervisningsformane, og til slutt korleis ein kan legge til rette for desse.

3.1 Tilrettelagt undervisning

Lærarar skal legge til rette for elevens utvikling og læring. Det vil alltid vere ei elevgruppe med ulike forutsetningar, erfaringar og holdningar i skulen. Som lærar skal ein legge til rette for at alle opplever meistring og utvikling (Kunnskapsdepartementet, 2017). Lærarane skal tilpasse undervisinga i størst mogleg grad gjennom variasjon og tilpassingar i undervisinga. Lærarane skal legge til rette for at elevane får tid til å utforske djupna i ulike skulefag. Her må læraren vere klar over at elevane lærer i ulikt tempo, og ta omsyn til den einskilde (Kunnskapsdepartementet, 2017).

Skott, Jess og Hansen (2008, s. 183) viser til at det å undervise kan bli forstått på to ulike måtar. Det å undervise kan bli sett på som ein interaksjon mellom lærar og elev. Her er samspelet mellom desse viktig. Undervising kan også bli sett på med eit meir konsentrert fokus, ved å berre ha fokus på læraren, og den sin inngang og førebuing mot undervisinga (Skott, et al., 2008, s. 183). Dette studiet nyttar same oppfatning av det å undervise som Skott et al. (2008, s. 184), ein kombinasjon av forståingsmåtane. For å forstå undervisningspraksisen er det viktig å både forstå klassemiljøet, altså interaksjonane mellom elevar og lærar, og samtidig ha fokus på læraren sine val og handlingar.

3.1.1 Lærarrolla

Når ein trekker fram lærarrolla i skulen, trekker ein ofte fram den autonome læraren. Arneberg og Overland (2013, s. 118) stiller seg spørsmål om dette er mogleg med tanke på korleis læreplanar og regelverk styrer skulen. Svaret på dette, meiner dei, ligg i definisjonen. Det er særleg tre faktorar som er viktig for den autonome læraren: (1) Læraren skal, i saman med sine kollegaer ha evne, mot og vilje til å utvikle skulen sin verksam til det beste for eleven. (2) Læraren må kunne ta vurderingar av læreverket, og bruke det som er mest hensiktsmessig. (3) Vala som læraren tar i sitt arbeid må kunne forsvarast didaktisk og etisk, og med innsikt i læreplan, fag og eleven (Arneberg & Overland, 2013, s. 118).

Tradisjonell kateterundervisning der læraren står framfor elevane og stiller faktaspørsmål, og elevane svarer, er den mest brukte undervisningsforma sidan 1900-talet. Den er fortsatt til

stades i stor grad i skulen (Bergem, 2001, s. 55) På tross av dette er denne undervisningsforma truleg på veg ut av grunnskulen då Overordna del til LK20 vektlegg dugleikar som skapartrøng, nysgjerrigheit engasjement og utforskartrøng hjå elevane (Kunnskapsdepartementet, 2017). Problembasert læring er undervisningsform som i større grad støtter slike dugleikar. Her er fokuset på eleven, og den sine arbeidsprosessar. Her blir læraren si rolle å observere elevarbeidet, og støtte den gjennom å stille spørsmål og forstå eleven sin tankegang (Bergem, 2001, s. 58). I problembasert læring er lærarrolla endra i forhold til kateterundervisning. No skal læraren rettleie, utan å ha kontroll på svara, eller framgangsmåten sjølv. Denne undervisningsforma er både pedagogisk forankra, gjennom at elevane deltek i eigen læringsprosess, men også forankra i dei samfunnsmessige aspekta. Elevane blir oppmoda til å tenkje kritisk og vere spørjande, noko som vil gjere elevane til gode medborgarar i eit demokratisk samfunn (Bergem, 2001, s. 59).

Ein viktig faktor for framtidens skule handlar om å la elevane få utforske og skape. For å kunne gjere det må dei ha evna til kritisk tenking og problemløysing, altså resonnerer og analysere, vurdere og argumentere, og vere kreative (NOU 2015:8, 2015, s. 10). Denne faktoren vart grunnleggjande med at nytenking, innovasjon og omstilling i arbeidslivet er samfunnsutfordringar framtidige medborgarar betre vil kunne handtere gjennom å legge til rette for utforsking i skulen (NOU 2015:8, 2015, s. 10). Utforskande læringsaktivitetar handlar om at elevane arbeidar med undersøkjande metodar for å finne svar på ei problemstilling. Læraren sett rammene for utforskinga, men elevane vel sjølv framgangsmåte for utforskinga (Fiskum, Gulaker og Andersen, 2018, s. 20). *Djupnelæring*, som i skulen, bli sett på som evna til å reflektere over eiga læring, ta i bruk eksisterande kunnskap, og utvikle kunnskap om omgrep, metodar og samanhengar i fag (Utdanningsdirektoratet, 2019), har klare samanhengar med utforskande læringsaktivitetar. Elevane må vere aktive og deltakande i eiga læring for å skape god forståing. Å oppnå kompetanse forutsett djupnelæring (NOU 2015:8, 2015, s. 10) Men djupnelæring kan vere krevjande å få til. Dette vart belyst av Bolstad (2020, s. 19), som hevdar at elevane må ha ei tilknytning til opplæringa og det faglege innhaldet for at dei skal kunne ta del i djupnelæringa. Med dette meiner Bolstad (2020, s. 19) at elevane må oppleve motivasjon, ein mening og ein relevans til innhaldet, og medverknad og engasjement.

3.1.2 Undervisning i matematikk

I matematikkfaget kan ein også identifisere ei skifting i synet på læring, og korleis elevane

lærer, denne vart kalla *The social turn* (Lerman, 2000). Dette skiftet handlar om mindre fokus på tradisjonell matematikkrekning, og meir fokus på det sosiale og det kulturelle ved matematikkfaget. Læringssynet vil her bevege seg over på deltakarperspektivet, kor eleven lærer gjennom å ta del i læringsprosessen (Lerman 2000). For å presisere dette skilje kan ein trekke inn Stieg Mellin – Olsen (2009, s. 2), som hevder at oppgaveløysing har ei særst sentral rolle i matematikkundervisinga. Matematikklæraren prioriterer ikkje berre oppgåver i matematikk på grunn av eigne frie val, denne prosessen er blitt institusjonalisert.

Oppgaveløysing er ein mykje brukt læringsmetode. Oppgaveforma vises ofte med ein markert start og ein markert slutt, der slutten ofte har eit svar, eller ein fasit. Den oppgavebaserte undervisinga vart ofte lagt opp som at elevar løyser oppgave etter oppgave, altså når ei oppgave er løyst, skal elevane løyse neste oppgave. Slik held elevane på til læraren seier i frå (Mellin-Olsen, 2009, s. 2). Elevane reknar oppgåver utan å tenke særleg over matematikken som ligg bak. Ei grunngeving for dette er at undervisinga gir elevane moglegheita til å vera late. Oppgåvene dei arbeider med er reproduktive. Dei får ein formel, så bruker dei denne igjen og igjen. Elevane slepp å anstrenge seg. Lærarane ynskjer samtidig at elevane skal arbeide meir praktisk med matematikkfaget enn denne oppgavediskursen tilseier.

Oppgavediskursen som her preger undervisinga viser ikkje faget i sin heilskap, som det burde gjort. Ynskje om å skape engasjerande og kreativ matematikkundervising, og tidsfrist, ofte i samanheng med eksamen, er eit dilemma som her blir trekt fram (Mellin-Olsen, 2009, s. 7).

Skovsmose (2003) innfører på sin side omgrepet *undersøkelseslandskap*, som handlar om at eleven blir invitert inn i undersøkinga, elevaktiviteten skal bere preg av eleven sine tankar og framgangsmåtar (Skovsmose, 2003, s. 147). Skovsmose (2003, s. 147) påpeikar at omgrepet er relativt, kva som blir opplevd som undersøkande av nokre, treng ikkje å bli opplevd som undersøkjande av andre. Hensikta med omgrepet er å vise korleis ein kan tilføre utforskande, eksperimenterande og problemløysande aktivitetar til tradisjonelle matematikkoppgåver (Botten, 1999, s. 127). Samanlikna med LK20 og *The social turn* (Kunnskapsdepartementet, 2017; Lerman, 2000), kan det tyde på at matematikkundervisinga beveger seg i retning undersøkingslandskap. Å la elevane arbeide i undersøkingslandskapet kan også føre til indre motivasjon for arbeidet. Ein viktig faktor for indre motivasjon er at elevane opplever autonomi i arbeidet. Autonomi handlar om at eleven får moglegheit til å ta eigne val, for eksempel i løysingsprosessen, basert på sine verdiar og haldningar (Wæge & Nosrati, 2018, s. 24-25).

I matematikkundervising, og forståinga av matematikken, kan ein også skilje mellom relasjonell og instrumentell forståing (Skemp, 1976). Om ein har relasjonell forståing for matematikken forstår ein kva ein skal gjera, eksempelvis kva algoritme ein skal bruke, og kvifor ein skal bruke den. Om ein har den instrumentelle forståinga veit ein kva ein skal gjere, men ikkje kvifor ein gjer det (Skemp, 1976, s. 2). Siqveland (2021) gjorde ei undersøking om elevar sine haldningar knytt til matematikk i eit tverrfagleg arbeid. Hensikta var å finne ut om dette fremja positive haldningar. Resultatet viser at elevar med ei relasjonell forståing for matematikk forstod matematikken sitt innhald i eit tverrfagleg tema, dei opplevde det som spanande å sjå matematikken i ein ny kontekst, medan elevar med ei instrumentell forståing ikkje klarte å kople samanhangen mellom matematikken og det tverrfagele temaet. Dei var ikkje klar over matematikken som her var til stades.

3.2 Tverrfagleg undervising

Stortingsmelding 28 (Kunnskapsdepartementet, 2016, s. 37-38) definerer tverrfaglegheit som eit elevarbeid med problemstillingar eller tema som krev kompetanse frå ulike fag. Hensikta med det tverrfaglege arbeidet vil då vere å utvikle kunnskap både i dei involverte faga, men også ein større forståing av samanhengane til det tverrfaglege temaet. Tverrfaglegheit er eit omgrep alle skular må halde seg til då dette er ein heilt sentral del av LK20 sin overordna del. Her er det tre tverrfaglege tema; folkehelse og livsmeistring, demokrati og medborgarskap og berekraftig utvikling, som lærarar på ungdomsskulen skal ein legge til rette for arbeid med desse (Kunnskapsdepartementet, 2017). Desse temaa ligger til grunn for at elevane skal kunne reflektere over dagsaktuelle tema som kan vere overordna for fleire skulefag. Svaret på det tverrfaglege arbeidet ligg i fleire fag (Kunnskapsdepartementet, 2017). Elevane sitt arbeid med tverrfaglegheit skal bidra til læring i kvart enkelt fag, og samtidig gi ein heilskapleg forståing av temaa (Kunnskapsdepartementet, 2016, s. 7).

I skulen er det eit stort fokus på å utvikle engasjement og skaparglede, og evna til å omsetje idear om til handlingar (Kunnskapsdepartementet, 2017). Bolstad (2020) tar opp korleis læraren kan sjå samanhangen mellom tverrfaglegheit i læreplanen og i klasserommet. Han ser på denne type elevaktivitetar og elevfokus som eit kjenneteikn på tverrfagleg undervising, og hevdar at mange tverrfaglege aktivitetar bygger på desse prinsippa (Bolstad, 2020, s. 25).

Dagsland (2021) undersøkte i masterstudiet sitt korleis lærarar oppfatta tverrfaglegheit som tilnæringsform i forhold til den nye læreplanen. Datasamlinga hennar bestod av 12 transkriberte intervju av lærarar. Analysen av desse intervju viser at definisjonen på tverrfaglegheit er uklar i overordna del, i LK20, då det ikkje er noko klar definisjon (Dagsland, 2021, s. 10). Med dette legg læreplanen til rette for at skulane skal kunne danne sine egne tilnærmingar til definisjonen (Dagsland, 2021, s. 10). Bolstad (2020) argumenterer for at omgrepet kan bli forstått på to ulike måtar i overordna del:

Den første kallar han «En beskrivelse av innholdet som skal trekkes inn i flere skolefag» (2020, s. 26). Her blir tverrfaglege tema sett på som innholdspakke til ulike fag (Bolstad, 2020, s. 26). Mange samfunnsaktuelle tema har eit tverrfagleg perspektiv, og går over fleire fag. Dette gjer at fleire fag må bidra med sin kunnskap for å kunne gi elevane kompetansen dei treng. Den andre definisjonen vart presentert som «Et pedagogisk prinsipp og en organisering av undervisningen» (2020, s. 26). Den handlar om å ha ei tverrfagleg tilnærming til opplæringa, som ei forståing av det organisatoriske, altså korleis ein organiserer opplæringa. Denne organiseringa handlar om korleis ulike fag vart kopla saman i større eller mindre grad (Bolstad, 2020, s. 26). Ulike skular står altså fritt til å tolke bruken av tverrfagleg undervisning etter deira behov (Bolstad 2020; Dagsland 2021).

3.2.1 Kvifor tverrfagleg undervisning

Verkelegheita skulen skal førebu elevane på å handtere, er ikkje fagdelt. Ein grunn for at mange lærarar ser på tverrfagleg undervisning som viktig i skulen, er at elevane får opplæring i å bruke fleire fagområder samtidig, og på denne måten vere meir førebudd på verkelegheita (Bolstad, 2020). Viktigheita av å skape ei heilskapande forståing, og evna til å sjå fagstoff frå ulike vinklar blir sett på som sentralt for å tileigne seg god kompetanse. Dette heng saman med moglegheita til å lære gjennom djupnelæring, då må læraren legge til rette for forståing på tvers av fag. (NOU 2015:8, 2015). Tverrfagleg undervisning i skulen blir vidare grunnlagt med tre argumenter. Det første handlar om det psykologiske aspektet, ei tverrfagleg undervisning, der skulefaga vart kopla saman, er meir lik elevane sin reelle kvardag, noko som tyder at elevane blir meir motiverte til å lære. Sosiologisk sett vil tverrfaglegheit der faga er kopla saman i større grad førebu elevane på den verkelege verda. Det siste argumentet handlar om at tverrfaglegheit der faga er kopla saman, utviklar gode rammer for undring og utforsking (Bolstad, 2020, s. 34). I arbeid med det tverrfaglege arbeider ofte elevane undersøkjande eller

problembasert, noko som krev ein aktiv elev. Dette heng saman med at tverrfagleg undervising bygger på ei konstruktivistisk forståing for læring, som seier at elevane skal konstruere sin eigen forståing basert på erfaring og informasjon (Bolstad, 2020, s. 27). Ved tverrfagleg undervising er hensikta at skulefaga bli integrert i ein heilskap, og då gi elevane moglegheit til å skape ei heilskapleg forståing (Bolstad, 2020). I tillegg kan ei tverrfagleg undervising i skulen gi meir motivasjon, elevengasjement, mindre fråvær og betre haldningar til skulen (Bolstad 2020; Drake og Reid 2018).

3.2.2 Tilrettelegging for tverrfagleg undervising i skulen

Tverrfagligheit i skulen kan organiserast på ulike måtar, dette vises i definisjonane Bolstad (2020, s. 26) henta frå LK20. Det finnes også nyansar innanfor tverrfagleg undervising. Ludvigsen-utvalet bruker omgrepet *fleirfagleg arbeid*, medan LK20 bruker *tverrfaglege tema* (Bolstad, 2020, s. 27). For å tydeleggjere skilnaden på ulike grader av tverrfaglegheit har Bolstad (2020, s. 30) laga ein oversikt over fire nivå av tverrfaglegheitsgrad. Denne oversikta forklarar, i aukande grad av fagovergripande tverrfaglegheit, korleis tverrfaglegheit kan implementerast i undervisinga. Til dette studiet er det, basert på Bolstad (2020, s. 30) sin oversikt, laga ein oversikt over nivå av tverrfaglegheit i samanheng med matematikkfaget. Med utgangspunkt i Bolstad (2020, s. 30) sin oversikt, samt ulike grader av tverrfaglegheit forklart av Drake og Reid (2018) og Mathison og Freeman (1997) vart følgjande fire nivå av tverrfaglegheit laga (figur 1, s. 18). Figuren viser som øvste punkt eit eksempel på elevarbeid som kjenneteiknar grada av tverrfaglegheit. Neste punkt skildrar arbeidet i faga, korleis undervisinga er organisert. Siste punktet i figuren viser kva ein tar utgangspunkt i når ein som lærar planlegg undervsinga, dette kan vere kompetansemål eller større fagovergripande tema.



Figur 1 Oversikt over gradene av tverrfagleg undervising. Etter Bolstad 2020, Kaufmann, Moss og Osborne (2003), Drake og Reid (2018)

Figuren nyttar omgrepet *grad av tverrfaglegheit* for å vise korleis undervisinga kan vere tverrfagleg. Oversikta viser eit aukande tverrfagleg fokus frå venstre i figuren, mot høgre. Dei ulike trinna har ingen samanheng med kva grad av tverrfagelegheit som er mest gunstig. I kva for ei tverrfagleg grad læraren bør legge opp undervisinga, må læraren sjølv avgjere basert på for eksempel kontekst og læringsmåla for undervisinga (Bolstad, 2020, s. 29).

Forståinga av dei ulike gradene av tverrfaglegheit er dei same som Bolstad (2020, s. 30) nyttar, difor vart desse forklart med utgangspunkt i hans forklaringar kor han henvisar til Drake og Reid (2018) og Mathison og Freeman (1997). Fagkoping, som er den minst inngripande tverrfaglegheita, er ein naturleg plass å starte med å integrere tverrfagleg læring på (Drake & Reid, 2018, s. 6). I denne grada arbeidar to eller fleire fag med same tema eller emne, men i forskjellige fag. Her er det ikkje avtalt noko samarbeid mellom faga. Her kan ein som lærar for eksempel ta i bruk ein dugleik som elevane vil få bruk for i andre fag, men grunnen for å ta i bruk denne dugleiken ligg i det fagspesifikke. Eit eksempel på dette er tekstoppgåveløysing i matematikk, der oppgåveteksten kan vere koplta til eit anna fag. Neste nivå, fleirfaglegheit, er hakket meir inngripande enn den første grada. Men faga er fortsatt åtskilt. Her er det likevell eit større fokus på å samordne metodar og tema for ein meir

tverrfagleg forståing. Faga vil altså fortsatt vere separate, medan det er eit større samarbeid om innhaldet i dei involverte faga (Mathison & Freeman, 1997, s. 10-11). Eit eksempel på slik tverrfaglegheit kan vere at elevane arbeider med statistikk frå eit valresultat, på denne måten får elevane innsikt i samfunnsmessig kunnskap. Ved nivået «moderat tverrfaglegheit» er skilje mellom faga mindre tydeleg. Det blir her utvikla forståing i fleire fag samtidig, og faga sin progresjon er avhengige av kvarandre (Drake & Reid, 2018, s. 6). På dette nivået vil undersøkingsevna testast og forbetrast. Her kan både undersøkingsmåtar og tema vere det tverrfaglege fokuset (Mathison & Freeman, 1997, s. 10-11). Ved moderat tverrfaglegheit kan elevane lage eit budsjett til ei tiltenkt reise dei skal på. Det mest inngripande nivået av tverrfaglegheit handlar om å legge til rette for at elevane får arbeide i undersøkingsfasen. Her er det ikkje eit tydeleg skilje mellom faga, fokuset er heller lagt på eit tema eller ein evne elevane undersøker. Det er ofte gjerne ein problemstilling denne grada av tverrfaglegheit tek utgangspunkt i (Drake & Reid, 2018, s. 6-7). Her kan den overordna problemstillinga eksempelvis vera kor mykje mat kvart menneske i Noreg kastar per år. *Djupnelæring* kan, i følge Bolstad (2020) føregå på alle fire nivåa. Tverrfagleg undervising kan vere ein god måte å integrere djupnelæring på i skulen, men påpeikar at tverrfagleg undervising ikkje treng å vere den einaste vegen til djupnelæring (Bolstad, 2020).

3.2.2.1 Lærarar sine forståingar og tilrettelegging av tverrfagleg undervising

I masterstudiet til Dagsland (2021) vises det til at tverrfagleg undervising blir forstått som ei arbeidsform med ulik grad av samarbeid på tvers av fag og mellom skulen og livet utanfor. Informantane fortel at integrert tverrfaglegheit, der faga skal gå over i kvarandre, og at elevane arbeider med faga samtidig, er krevjande å få til (Dagsland, 2021, s. 12). Arvesen (2020) undersøkte i sin studie korleis eit lærarteam kan legge til rette for tverrfagleg undervising i forhold til fagfornyinga 2020. Det kjem fram at lærarteamet Arvesen (2020, s. 76) undersøkte opplever mangelfull tid til teamsamarbeid, då det blir meir oppgåvefordeling enn felles samarbeid. Ein anna tydeleg faktor handlar om at leiinga på skulen må legge til rette for eit teamsamarbeid, slik at lærarane får anledning til å planlegge tverrfaglege prosjekt. Fleire lærarteam trakk fram kollektiv deling av tverrfagleg undervisningsopplegg som eit tiltak mot å legge til rette for tverrfagleg undervising, medan andre hevdar at faga bør bli mindre fagorientert, då elevane ikkje møter på typiske fagsituasjonar i verkelegheita (Arvesen, 2020, s. 77-78).

3.2.2.2 Utfordringar med tverrfagleg undervising

Det finnes fleire utfordringar ved tverrfagleg undervising. Men så lenge læraren er klar over desse, bør det vere mogleg å unngå dei. Følgjande utfordringar er identifisert av lærarar og forskarar (eks. Bolstad, 2020, s. 45) basert på deira erfaringar. Utfordringa *utfaglighetsfella* er knytt til tverrfaglegheit med fagovergripande tema. Her kan det bli lite tydeleg kva fag som går inn i temaet, og kva som då skal lærast. Difor er det viktig at lærarane klargjer i lag med elevane kva kompetansar dei skal arbeide med (Bolstad, 2020, s. 45). *Aktivitetsfella*, ein anna utfordring som vart trekt fram, handlar om å la elevane utvikle god fagleg og tverrfagleg forståing. Aktivitetane og leikane må ikkje få for stor plass, dei skal vere aktive på den måten at dei utforskar det faglege innhaldet (Bolstad, 2020, s. 46). *Potpurri – fella* er utfordring kjent ved at det berre skjer overfladisk læring i eit tverrfagleg arbeid. Her kan det då ikkje skjje djupnelæring. Ei anna utfordring som er nemnt er privatiseringsfella. Denne fella handlar om at elevane må få støtte og rettleiing i arbeidet mot ny kunnskap og forståing. Ein skal ikkje overlata heile læringsprosessen til eleven sjølv (Bolstad, 2020, s. 46).

3.3 Tverrfagleg matematikk

Tverrfagleg matematikk er eit forskingsfelt som har fått lite fokus (Doig & Williams, 2019, s. 299). Ekstra utfordrande er det å halde seg til forskingsfeltet når det ikkje føreligg nokon definisjon på tverrfagleg matematikkundervising. Matematikklærarane veit, som følgje av dette, ikkje korleis dei skal undervise tverrfagleg matematikkundervising (Doig & Williams, 2019, 301). Tytler, Williams, Hobbs og Anderson (2019, s. 78) viser til at oppgåver som skal bidra til produktiv matematikklæring i tverrfaglege læringsmiljø bør engasjere elevane sin interesse, utfordre elevane til å bruke matematikk på kreative måtar og involvere problemløysing. Bolstad (2020, s. 42) hevdar at tverrfagleg undervising ofte tar i bruk problembasert læring, der opplæringa tar utgangspunkt i eit problem som skal løysast av elevane. Erfarne lærarar trekker fram at problemløysing ofte blir tverrfagleg om problemet ikkje er knytt til eit skulefag, då svaret på problemet ligg i fleire fag (Bolstad, 2020, s. 32). Chamberlin (2008) viser også samanhengen mellom problemløysing og tverrfaglegheit då han trekk fram at ei problemløysingsoppgåve må vere realistisk. Dette vart støtta opp av Lesh og Zawojewski (2007, s. 782) som meiner at matematikken i problemløysing må ha ein samanheng med verkelegheita.

Matematisk problemløysing kan bli sett på gjennom eit modelleringsperspektiv. Her legg læraren opp til matematikk læring gjennom modellering. Det betyr at elevane startar med situasjonar frå verkelegheita, og arbeider med matematisk problemløysing gjennom desse (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 783). Problemløysing kan her bli sett i samanheng med gradene av tverrfaglegheit i figur 1 (s. 18). Gjennom utforsking av større problem eller utfordringar tatt ut frå dagsaktuelle tema, som går på tvers av fag, kan ein bruke modelleringsperspektivet på problemløysing for å knyte matematikkfaget inn i eit tverrfagleg opplegg.

3.4 Matematisk problemløysing

Matematisk problemløysing inneheld eit stort forskingsfelt. Men det er ein felles einigheit i matematisk problemløysing om at eit problem handlar om at eit individ har eit mål, men klarer ikkje å nå målet umiddelbart. Lester (2013) har også gjennom 40 års erfaring med matematisk problemløysing sett på tematikken med eit kritisk blikk, han definerer då problemløysing som prosessen mot å nå målet. Denne prosessen inneheld element som å koordinere tidlegare erfaringar, kunnskap, kjente representasjonar og intuisjon (Lester, 2013, s. 248). På tross av dette varierer formuleringane i nokon grad. Wilson, Fernandez og Hadaway (1993) meiner det store fokuset på problemløysing på 1980 – 1990 – talet kan vere ein av årsakene, då matematikarar verda over set sitt eige preg på matematisk problemløysing.

Schoenfeld (1985, s. 74) trekker fram Polya (1990) for å forklare kva han ser på som eit problem. Schoenfeld (1985, s. 74) meiner eit problem må vere ei intellektuell blindgate. Problemløysaren skal altså i tillegg til å ikkje vite svaret, heller ikkje umiddelbart kjenne til nokre reknestrategiar eller løysingsmetodar som kan hjelpe å løyse problemet. I tillegg er problemet eit forhold mellom individet og oppgåva. Om oppgåva er eit problem er altså relativt i forhold til individet (Schoenfeld, 1985, s. 74).

Lesh og Zawojewski (2007, s. 782) meiner at ein definisjon på eit problem og problemløysing

må innehalde aspekt som det å undersøke matematiske mønster og relasjonar. Dette må også ha ein samanheng med matematikk frå verkelegheita. Lesh og Zawojewski (2007, s. 782) definerer eit matematisk problem på følgjande måte: *A task, or goal-directed activity, becomes a problem (or problematic) when the «problem solver» (wich may be a collaborating group of specialists) needs to develop a more productive way of thinking about the given situation.* Det Lesh og Zawojewski (2007) meiner med «productive way of thinking» er at problemløysaren må setje seg inn i problemet, tolke det, og forstå kjernen i problemet. Det er nettopp dette som er problemløysing. Denne prosessen inneheld elevaktivitetar som å uttrykke, prøve og feile, revidere, tolke, sortere og modifisere (Lesh & Zawokewski, 2007, s. 782) Ser ein dette i samanheng med LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2017) som meiner at problemløysing tar utgangspunkt i å utvikle nye metodar, strategiar og framgangsmåtar og vurdere på løysingar og framgangsmåtar, ser ein klare likskapstrekk.

3.4.1 Kvifor matematisk problemløysing

Problemløysing, som i følgje Stedøy og Torkilsen (2018, s. 1), handlar om at elevane utviklar ein løysingsmetode på eit problem dei ikkje kjenner frå før, er ein sær sentral kompetanse å øve på i matematikkfaget. Dette fordi når ein arbeider med matematisk problemløysing, bruker ein kompetansar innan alle dei fem ulike kjerneelementa som dannar grunnlaget for matematikkfaget; utforsking og problemløysing, modellering og anvending, resonnering og argumentasjon, abstraksjon og generalisering, og matematiske kjerneområder (Stedøy & Torkildsen, 2018, s. 1). Lesh og Zawojewski (2007, s. 782) trekk fram viktigheita av å basere problemløysingsoppgåvene på verkelegheita. Når Olivares, Lupiànez og Segovia (2021) gjennom sin litteraturstudie viser at problemløysing bygger på dupleikar som resonnement, reflektering, samarbeid og autonomi, kan ein sjå samanhengar mellom problemløysing og kjerneelementa.

Om matematikklæraren baserer sin undervisningspraksis på læreboka, som består av rutineprega oppgåver, til fordel for å lære elevane matematisk instinkt, og sette av tid til matematiske samtalar og diskusjoner, sikrar ein ikkje djupnelæring hjå elevane (Stedøy & Torkildsen, 2018, s. 2). Gjennom problemløysing får elevane moglegheit til å utvikle ein heilskapleg matematisk kompetanse (Stedøy & Torkildsen. 2018, s. 1).

Kompetanseomgrepet blir i fagfornyinga til LK20 vektlagt som å anvende kunnskapar og dugleikar for å meistre kjente og ukjente utfordringar. Forståinga vart særleg vektlagt som elevane sine evner til refleksjon og kritisk tenking. Refleksjon og kritisk tenking inneber å kunne vurdere påstandar, argumenter og handlingsval, samt det å kunne sjå faginnhaldet frå fleire sider (Kunnskapsdepartementet, 2016, s. 28). Desse dugleikane kan ein også identifisere innanfor den metakognitive aktiviteten, som handlar om refleksjon og avgjersler kring det ein gjer. Ein skal altså kunne overvake og vurdere framgangen i arbeidet. Den metakognitive aktiviteten er viktig og heilt avgjerande for problemløysingsaktiviteter (Hana, 2014, s. 220). Det er altså godt samspel mellom den metakognitive aktiviteten til elevane, og fagfornyinga sin forståing av kompetanseomgrepet. Matematisk problemløysing er då ein undervisningsaktivitet som fremmer kompetanseforståinga.

3.4.2 Ulik tilrettelegging av matematisk problemløysing

Skovsmose (2003, s. 149) presenterer, i lag med omgrepet *undersøkelseslandskap*, ei oversikt over ulike læringsmiljø ein kan plassere matematikkoppgåver og-aktivitetar i figur 2 (s. 23). Figuren viser to rader; oppgaveparadigme og undersøkingslandskap.

	Opgaveparadigmet	Undersøgelseslandskaber
Referencer til "ren" matematik	(1)	(2)
Referencer til en "semi-virkelighed"	(3)	(4)
Reelle referencer	(5)	(6)

Figur 2 Matrise som viser struktur over læringsmiljø (Skovsmose, 2003, s. 149)

Kolonnane nedover i figuren viser ei stigande grad av verkelegheitsprega oppgåver/aktivitetar. Rute (1), (3) og (5) viser at ein kan arbeide med matematikkoppgåver i ein lærarstyrt og løysingsbestemt undervisningssituasjon som er prega av rein matematikk (1). Samtidig kan ein også trekke inn ein tenkt verkelegheit i desse oppgåvene (3). Ein kan også jobbe med verkelegheitsbaserte oppgåver ved ein lærar- og løysingsstyrt undervisningssituasjon (5). I den andre kolonna arbeider elevane i eit undersøkingslandskap. I rute (2) arbeider elevane med rein matematikk, med lite styring frå læraren, det er ikkje

bestemt kva framgangsmåte elevane skal bruke, eller kva dei skal komme fram til. Rute (4) har ei større grad av verkelegheit, men gjerne gjennom eit tenkt eksempel. Her får elevane undersøkje denne forma for verkelegheit utan kontrollert styring frå læraren (Skovsmose, 2003, s. 150). I rute (6) arbeider elevane med oppgåver knytt til verkelegheita, og anvendar reelle matematiske situasjonar. Her undersøker dei verkelegheita sjølv. Her er dei då heller ikkje gitt noko framgangsmåte eller fast svar på den reelle situasjonen som vart anvendt (Skovsmose, 2003, s. 151).

Lesh og Zawojewski (2007, s. 783) forklarar to ulike framgangsmåtar ein kan jobbe med problemløysing på i undervisinga. Det første kallar dei *det tradisjonelle perspektivet* på matematisk problemløysing. Her blir problem tatt frå verkelegheita sett på som den vanskelegaste typen tverrfaglegheit. Dette resulterer i at elevane først lærer seg ulike strategiar for å løyse problembaserte oppgåver gjennom oppdikta tekstoppgåver. Det er ikkje før elevane er innlærte i problemløysing at dei arbeider med oppgåver frå verkelegheita (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 783). Det andre perspektivet vart som kjent kalla *modelleringsperspektivet*. Her modellerer elevane problem frå verkelegheita (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 783). Det tradisjonelle perspektivet på matematisk problemløysing kan ein plassere øvst i rada, i rute (2) og (4), medan eit modelleringsperspektiv på matematisk problemløysing, som tek utgangspunkt i verkelege situasjonar, kan plasserast i rute (6).

3.4.2.1 Matematisk problemløysing som metode

Ein strategi for å løyse eit matematisk problem er skissert av Stacey, Burton og Mason (1982, s. 24). Strategien er delt inn i tre fasar kalla: *entry*, *attack* og *review*. Entry – fasen, vidare kalla inngangsfasen handler om å forstå problemet. Vidare skal problemløysaren finne ein strategi for å angripe problemet. Her kan det vere nyttig å tenke på kva problemløysaren veit frå før, kva som skal finnes ut av, og korleis dette kan bli gjort (Stacey, et al., 1982, s. 26-27). Attack-fasen, vidare kalla angrepsfasen, handlar om å løyse det matematiske problemet. Her kan problemløysaren både oppleve å sitte fast, og oppleve meistring med matematikken. Review – fasen, vidare kalla gjennomgangsfasen handlar om å sette løysinga i ein større samanheng, utvide løysinga, altså generalisere (Stacey, et al., 1982, s. 35 – 36). Den første fasen blir sett på som den mest kritiske, denne må gjerast skikkeleg for å kunne vere i stand til å løyse eit problem. Angrepsfasen kan berre finne stad om spørsmålet er tilfredsstilt og

forstått, altså om inngangsfasen er handtert på korrekt måte (Stacey, et al., 1982, s. 24 – 25).

Polya (1990, s. 6) presenterer ein fire-trinns problemløysingsstrategi. Det første trinnet handlar om å forstå problemet. Problemløysaren kan stille seg sjølv spørsmål som «Kva er ukjent? Kva spør oppgåva etter?» Problemløysaren kan også gå gjennom problemet fleire gonger, frå ulike vinklar. Kanskje er det ein figur som følgjer med problemet? Kan ein hente ut informasjon frå den (Polya, 1990, s. 6-7)? Neste trinn handlar om å skape ein plan for å løyse problemet. Undersøkjingsprosessen frå å forstå problemet til å finne ein plan kan vere utfordrande og lang for eleven (Polya, 1990, s. 8). I undersøkjingsprosessen kan eleven stille seg spørsmål som «Veit eg om eit liknande problem? Kan eg eventuelt bruke det? Kan eg løyse deler av problemet?» (Polya, 1990, s. 9-10). Neste trinn handlar om å utføre planen. For at planen kan bli utført må eleven vere overtyda om at løysinga er riktig. Eleven må kunne kjenne igjen og forklare kvart steg av forklaringa si (Polya, 1990, s. 12-13). Siste steget i Polya (1990, s. 15-16) sin strategi handlar om å kontrollere løysinga. Her skal eleven sjekke resultatet og framgangsmåten. Eleven må undersøkje om dette er ein metode som kan brukast på liknande oppgåver, og eventuelt grunngi dette.

3.4.2.2 Utfordringar med matematisk problemløysing

Lester (2013, s. 258) definerer ein modell for kompleks matematisk aktivitet, der det ikkje er noko tydeleg skilje mellom matematisk problemløysing og annen matematisk aktivitet. Definisjonane som blir presentert i dette studiet fortel ikkje korleis ein skal undervise elevar inn mot god problemløysingskompetanse, dette meiner Lester (2013) er ein svakheit i definisjonane. Det er heller ikkje naudsynt å vere ekspert i problemløysing, det handlar om å skape prosessen i lag med elevane. I tillegg er det verdt å nemne at problemløysing ikkje alltid er matematikk på høgt kognitivt nivå, som har vore ein misoppfatning då det er skapt eit skilje mellom problemløysing som matematisk aktivitet, og anna matematisk aktivitet (Lester, 2013, s. 251).

Når elevane arbeider på ein matematisk problemløysande måte krev dette ei samansetting av matematiske dugleikar. Olivares, et al., (2021) viser at problemløysingsdugleikar

kjenneteiknast ved resonnement, reflektering, samarbeid og autonomi. Desse dugleikane er i stor grad varierende til stades blant elevane. Mangel på desse gjer matematisk problemløysing vanskeleg for elevane (Tambychik & Meerah, 2010, s. 144). I tillegg til dette hevdar Tolkildsen (2017, s. 2) at arbeid med matematisk problemløysing kan vere tidkrevjande for både lærarane og elevane.

Lester og Cai (2016) tar opp fleire uklarheiter angående matematisk problemløysing. Det første handlar om problemløysing som eit tema, eller som ein arbeidsmetode. Lester og Cai (2016, s. 5) meiner at matematisk problemløysing bør framstillast som ein arbeidsmetode, altså som ei tilnærming til opplæringa, ikkje som eit innhald i opplæringa. Tidsaspektet er noko mange lærarar bruker som argument mot problemløysing, men matematisk problemløysing er ikkje ein arbeidsmåte som tek ekstra tid, men dette er ein prosess som må vedlikehaldas. Matematisk problemløysing skal fremje skaparglede blant elevane, dei skal resonnerer og reflektere over oppgåva. Gjennom slike aktivitetar vil elevane få eit anna fokus på matematikken, og bli motivert til vidare arbeid. Til slutt viser Lester og Cai (2016, s. 19) til at elevar som er undervist med problembasert undervising får like bra resultat på test av grunnleggande dugleikar som elevar som er undervist med tradisjonell undervising.

3.4.2.3 Læraren sin tilrettelegging av matematisk problemløysing

Ryel (2019) undersøker i sin studie matematikklærarar sine oppfatningar av problemløysing. Resultatet til Ryel (2019) viser at matematikklærarane sine oppfatningar av matematisk problemløysing er varierende, mange ser på matematisk problemløysing som ei oppgåve der metoden ikkje er gitt, men det er og fleire som ser på dette som ein munnleg aktivitet. Vidare kjem det også fram at mange ser på problemløysing som eit eige tema, og ikkje som ein integrert del av matematikkundervisinga (Ryel, 2019, s. 49). Holm og Flach (2021) undersøker på sin side lærarar sine erfaringar med problemløysing som metode. Dei viser til at matematikklærarane har gode erfaringar med problemløysing som metode, og ser viktigeita av det. Likevel er det tre utfordringar som kjem fram; tid, oppgåveval og lærarkompetanse. Mangel på tid viser seg å vere ein sentral årsak til at informantane vel vekk problemløysing for å komme gjennom pensum. Det er tidkrevjande både for læraren som må forberede og gjennomføre, men også for eleven som må løyse problemet. Det er tydeleg at

lærarane ser at dei må komme gjennom pensum, spesielt med tanke på å vere klar til eksamen (Holm & Falch, 2021, s. 47-48). Problemløysingsoppgåver blir sett på som å vidareføre matematikkfaget sin kompleksitet. Utfordringa er at informantane følgjer ulike læreverk, som i liten grad bygger på problemløysingsoppgåver, og heller algoritme prega oppgåver. Dette skaper utfordring for kva oppgåver undervisinga skal bygge på. Den siste utfordringa handlar om lærarkompetanse. Informantane opplever at dei ikkje har nok kompetanse innan problemløysing, og meiner dei må kunne meir for å undervise dette til elevane (Holm & Falch, 2021, s. 50-51).

3.6 Kollegasamarbeid

I dette studiet vart det nytta Ertesvåg (2012, s.105) sin definisjon på omgrepet samarbeid, «... ein aktivitet der kvar deltakar bidreg med sin kunnskap og sine evner, ferdigheter og erfaringar dei har på ein slik måte at dei lærer noko nytt, både som gruppe og som einskildpersonar». Det vil altså seie at om ei gruppe lærarar sit i lag og fordeler arbeidsoppgåver, blir ikkje dette sett på som samarbeid, for her har det ikkje skjedd ei læring (Ertesvåg, 2012, s. 105). Samarbeid mellom pedagogar er rekna som ein viktig læringsarena for profesjonell utvikling og avgjerande for ein felles visjon og endringsarbeid i skulen (Ertesvåg, 2012, s. 108). Men dette samarbeidet er krevjande å få til. Ein skal ikkje tenke på samarbeid som at det berre gir positive resultat. Det kan vere ulike grunnar til at samarbeidet ikkje fungerer optimalt, men eit viktig poeng Ertesvåg (2012, s. 122) trekker fram er om einskilde personar ikkje finn seg til rette i samarbeidet. Ein lærar som har negative erfaringar med eit tett lærarsamarbeid kan for eksempel oppleve auka arbeidsmengd og tap av fagleg fridom. Korleis ein skal handtere slike hendingar, finnes ikkje noko fast svar på. Det viktigaste formålet med profesjonelle læringsfellesskap er elevens beste, både fagleg og sosialt. Om ein meistrar å skape eit sterkt fellesskap bygd på like haldningar og verdiar, og likt ynskje for framtida, vil dette i stor grad påverke elevane til å ta del i læringsfellesskapet. Men nokre lærarar opplever at dette samarbeidet ikkje er mogleg. Læringsfellesskapet er noko av det viktigaste, men samtidig mest krevjande når det gjeld endringsarbeid (Ertesvåg, 2012, s. 122). Stortingmelding 28 (Kunnskapsdepartementet, 2016, s. 24) påpeikar viktigheita av eit godt fagleg kollegasamarbeid på skulen med følgjande: *Nøkkelen til å utvikle kvaliteten på opplæringen er det profesjonelle lagarbeidet på skolene. Det vil blant annet si samarbeid på tvers av fag om grunnleggende ferdigheter, tverrfaglige temaer, læringsstrategier og sosial*

kompetanse.

3.7 Endringsarbeid i skulen

Persson (2019) har undersøkt to ungdomsskular som begge arbeider tverrfagleg, men på sær ulike måtar. Ho ynskjer å viser og inspirere andre, både lærarar og skular til å arbeide tverrfagleg. Persson (2019, s. 27) fann fem moglege suksesskriterier; ein kollektiv og vedvarande utviklingsprosess, ei involvert og deltakande leiing, høg grad av tillit i skulen, klima for samarbeid og forvaltning av tid (Persson, 2019, s. 59). Skulane har gjennomgått ein endringsprosess for å kunne bygge på ein praksis basert på tverrfagleg undervising (Persson, 2019, s. 51). Ynskje om endringa kom som eit resultat av at lærarane og assisterande rektor diskuterte dette. At ynskje om endring kom innan i frå, aukar sannsynet for å lukkast. Organisasjonar som sjølv ser behovet for endring, og sett i gang med dette, har større engasjement for arbeidet, noko som er sær viktig for utvikling i ein organisasjon. Dette kan vere ein av grunnane til at skulane Persson (2019, s. 52) undersøkte, meistra endringa. Ser ein dette i samanheng med innføring av ny læreplan, vil mange lærarar og skular oppleve at behovet for endring kjem utan i frå, noko som resulterer i mindre sannsyn for eit vellukka endringsarbeid (Persson, 2019, s. 52).

4.0 Metode

Metodekapittelet tar før seg dette studiet sitt vitskapssyn på forskning, samt metode for innsamling av data. Vidare er utval av informantar, gjennomføringa av datainnsamlinga og analysedelen forklart. Det er også lagt fokus på å rettferdiggjere studiet gjennom utgreiing om studiens kvalitet, etiske refleksjonar og studiets styrker og svakheit.

4.1 Kvalitativ forskingstilnærming

Basert på ei hensikt om å skape ei betre forståing for korleis matematisk problemløysing kan implementerast i tverrfagleg undervising, er det naudsynt å forstå forskingsdeltakarane sitt syn på vala som blir tatt, og meiningane bak desse. Hensikta med ei kvalitativ forskingstilnærming er å samle deltakaren sine skildringar, og forstå deltakaren sine

handlingar og meiningsskaping i deira naturlege kontekst (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 113). Gjennom ei slik forskingstilnærming vart forskaren sitt fokus retta mot både deltakaren, og miljøet. På denne måten kan ein som forskar både få tak i den verbale interaksjonen mellom menneske, og handlingane som menneske gjer (Postholm, 2010, s. 29). På bakgrunn av dette nyttar dette studiet ei kvalitativ forskingstilnærming.

4.1.1 Vitskapsteoretisk tilnærming

Forskinga handlar om noko som skjer i skulen. For å kunne forske på eit slikt område, må ein anvende samfunnsvitskaplege forskingsmetodar, då skulen handlar om menneske, og særleg samhandling mellom menneske. Den samfunnsvitskaplege metoden handlar om å samle inn informasjon om den sosiale verkelegheita (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 16).

Utgangspunktet for den samfunnsvitskapelege ståstaden er opplevinga av verkelegheita til mennesket (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 21). I samheng med dette studiet er mennesket matematikklærarane, og opplevinga av verkelegheita er knytt til kva moglegheiter og utfordringar matematikklærarane ser med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising.

4.1.1.1 Hermeneutisk-fenomenologisk vitskapstilnærming

Dette studiet har henta inspirasjon frå den hermeneutisk – fenomenologiske vitskapstilnærminga, då datasamlinga i dette studiet både skildra og tolka (Postholm 2020, Creswell/Hanson/Clark/Plano/Morales 2007). For å kunne identifisere kva moglegheiter og utfordringar matematikklærarane ser, er det naudsynt å trekke ut informantane sine erfaringar og meiningar rundt fenomena matematisk problemløysing, og tverrfagleg undervising. På bakgrunn av dette kjem det fenomenologiske aspektet inn (Postholm, 2010, s. 41). For å vidare kunne trekke ut moglegheiter og utfordringar av deltakarane sine erfaringar og meiningar, vart datasamlinga tolka i lys av forskingsspørsmåla og teoretisk forankring (Creswell et al, 2007, s. 253). Den hermeneutisk – fenomenologiske tilnærminga har då ei samansett hensikt; å samle inn erfaringar, samt å tolke desse (Creswell et al, 2007, s. 253). I tillegg til ei hermeneutisk – fenomenologisk vitskapstilnærming, er det også henta inspirasjon frå det fenomenologiske forskingsdesignet, då Postholm (2010, s. 41) skildrar fenomenologiske studiar på følgjande måte; «Fenomenologiske studier beskriver den

meningen mennesker legger i en opplevelse knyttet til en bestemt erfaring av et fenomen». Omgrepet *meaning* blir i dette studiet definert som eit sett med tankar om verkelegheita som vart uttrykt, det kan vere tankar om menneskelege relasjonar, ting, ulike forhold eller hendingar (Sørensen, 2020, s. 101).

4.1.2 *Abduktiv tilnærming*

I kvalitative studiar skil ein mellom *induktiv*, *deduktiv* og *abduktiv* tilnærming. I den induktive tilnærminga, som kjem frå det konstruktivistiske perspektivet, ynskjer ein å samle inn datamateriale med eit opent sinn. I den induktive tilnærminga er det ikkje naudsynt å gjere seg opp ei teoretisk hypotese om fenomenet som vart forska på, då det er meir fokus på å få tak i det dynamiske og unike ved hendinga. Her blir då datasamlinga sett i forhold til teoretiske element i etterkant av datainnsamlinga. Ein går altså frå empiri til teori (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 101). Deduktiv tilnærming, som bygger på det klassisk positivistiske idealet, kan plasserast som eit ytterpunkt samanlikna med induktiv tilnærming. Her skapar altså den gode forskaren seg ei teoretisk oppfatning av forskingsfeltet. Og går deretter ut i verkelegheita for å sjå om empirien stemmer med forskingsfeltet. Forventinga får kva verkelegheita skal gi, vart danna på bakgrunn av tidigare funn og teori (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 101). Dette studiet nyttar ein kombinasjon av desse tilnærmingane, som er ei abduktiv tilnærming. Denne tilnærminga ser på ei rein deduktiv og induktiv tilnærming som utfordrande, då det er umogleg å berre halde seg til teori, på bakgrunn av at teorien ofte stammar frå observasjonar. Samtidig er det heller ikkje mogleg å gå inn i forskning heilt utan nokre teoretiske oppfatningar (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 102). Inspirasjonen bak studiet er henta frå LK20 som vektlegg både matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising (Utdanningsdirektoratet, 2017). Basert på praksiserfaringar ynskjer eg å undersøkje om matematisk problemløysing kan vere ein god måte å implementere matematikkfaget inn i tverrfagleg undervising. Dette danna grunnlag for vidare undersøking gjennom empiri, og samanlikning med teori. (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 102). Det er nettopp dette tredelte fokuset; teoriar, forskaren sitt perspektiv og datamaterialet, som dannar den abduktive tilnærminga (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 102). På tross av dette poengterer Willig (2013, s. 90) viktigheita av å la datasamlinga ein samlar inn i kvalitative studiar vere så naturlege som mogleg. Ein skal altså halde ei så objektiv rolle som mogleg, og vere klart over subjektiviteten under datainnsamlingsprosessen.

4.2 Datainnsamling

I ei kvalitativ forskning, der forskaren treng å forstå informantane sine erfaringar og meiningar for å identifisere moglegheiter og utfordringar knytt til matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising, er det naturleg å gi deltakarane fridom til å uttrykke seg innanfor tematikken (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 78). Christoffersen og Johannessen (2012, s. 78) hevdar at deltakarane sine erfaringar og meiningar kjem best mogleg fram gjennom eit intervju der informantane står fritt til å ta opp noko dei ynskjer. Til felles med eit fenomenologisk forskingsdesign er dei naturlege kvardagslege prosessane som læraren har gjort seg opp meiningar og erfaringar om, avslutta når forskinga startar (Postholm, 2010, s. 43). Det er difor naturleg at forskaren tek utgangspunkt i deltakarane sine perspektiv fram til og med då forskinga startar. I og med at det er snakk om avsluttande erfaringar, viser Postholm (2010, s. 43) til at opplevingane og erfaringane ikkje kan observerast. Vidare er ikkje dei aktuelle erfaringane gløynde, difor er den naturlege måten å få tak i datasamlinga på gjennom samtale med informanten. Basert på dette blir det naturleg å bruke kvalitativt forskingsintervju som datainnsamlingsmetode.

4.2.1 Forskingsintervjuet sine sju stadier

Gjennom eit kvalitativt forskingsintervju er målet å trekke ut intervjuobjekta sine erfaringar og avdekke deira opplevingar og meiningar om matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 20). For å gjennomføre intervjuprosessen på ein ryddig og strukturert måte vart «intervjuundersøkelsens syv stadier» av Kvale og Brinkmann (2015, s. 137) nytta. Første stadiet vart kalla tematisering. Her vart studiets kva og kvifor definert, altså temaet for studiet, før det vart presisert kva metode som skulle nyttast. Det neste stadiet vart kalla planlegging. Her blir viktigheita av å heile tida planlegge etter kunnskapen forskaren ynskjer å hente ut, poengtert. Som forskar må alltid fokuset vere på matematikklærarane sine erfaringar med matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising. Under den tredje fasen, intervjuet, hadde eg ein intervjuguide til å retteleie meg gjennom sjølve intervjuet. Eit anna viktig moment Kvale og Brinkmann (2015, s. 137) påpeikar i denne fasen er å heile tida opptre med respekt og ha fokus på mellommenneskelege relasjonar. Etter intervjuet gjekk studiet inn i fjerde stadiet, transkribering, her klargjorde eg intervjuet klar for analyse ved å gjere om intervjuet frå munnleg til skriftleg. Under analysen,

det femte stadiet, vart datasamlinga gjennomgått med studiets føremål i bakhovudet, her vart det avgjort kva analysemetode som er hensiktsmessig å bruke. Det sjette stadiet handlar om å verifisere, altså vise gyldigheita til studiet og undersøkingsmetoden. I rapporteringsstadiet, som er det siste stadiet, vart både framgangsmåten og resultatet presentert på ein open og informativ måte (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 137).

4.2.2 Semistrukturert intervju

I intervjuet vil det vera naturleg å sikte mot ein kognitiv avklaring av intervjupersonens oppleving på eit bestemt tema, det er på denne måten intervjumetoden er inspirert av ein fenomenologisk intervjufilosofi (Kvale & Brinkmann, 2015, s.44). «Fenomenologisk forskning handler om å finne den sentrale underliggende meningen eller essensen i en opplevd erfaring. Forskeren lager derfor en liste med tema som han eller hun vil bringe inn i intervjuet eller samtalen med forskningsdeltakerne.» (Postholm, 2010, s. 78). Som sitatet forklarer intervjusettinga, er det forskaren som agjer kva tema som vart tatt opp, men om ein samlar inn data til ei fenomenologisk studie er det viktig å ikkje lage ein ferdig utforma og *låst* intervjuguide. Postholm påpeikar at ein heller bør lage ei liste med tema som forskaren ynskjer at intervjuet skal omhandle. Medan informanten òg kan komme med tema som han eller ho meiner er viktige (Postholm, 2010, s. 78).

Under det kvalitative forskingsintervjuet finnes hovudsakleg tre tilnærmingar; det strukturerte, det ustrukturerte og det semistrukturerte intervjuet. I dette studiet er det mest hensiktsmessig å bruke semistrukturert intervju, då dette har som målsetting å forstå deltakaren sin livsverden gjennom skildringar og fortolkingar av meiningar og fenomen (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 357). Livsverden er verda slik forskingsdeltakarane møter den i kvardagen, slik den framtrer, og korleis den vart opplevd av deltakarane (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 46). Ved eit semistrukturert intervju er det forskaren som styrer intervjuet, men intervjuobjektet må få moglegheit til å komme med eigne erfaringar. Dette er ein krevjande, men ein viktig balanse for forskaren å finne (Willig, 2013, s. 106-107). Intervjuguiden er utgangspunktet for intervjuet, medan spørsmål, tema og rekkefølge kan variere. Forskaren har moglegheit til å bevege seg fram og tilbake i intervjuguiden (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 79). For å hente ut god informasjon er det viktig å

utforme intervjuguiden på rett måte.

Intervjuguiden (vedlegg 2) består av fire fasar. I den første fasen, som vart kalla «Innleiande spørsmål», vart det henta inn praktisk informasjon om informanten, i tillegg til å trygge informanten i settinga (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 80). Den neste fasen vart kalla «Introduksjon til tema», her må forskaren kopla informanten på temaa matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising, for å skape refleksjonar rundt desse (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 80). Etterpå kjem fasen «Nøkkelspørsmål», her stiller forskaren spørsmåla som skal svare på problemstillinga. Det er altså her deltakarane sine meiningar og erfaringar kjem fram. Denne fasen representerer store delar av intervjuet (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 80-81). Her vart det først spurt om tverrfagleg undervising og matematisk problemløysing kvar for seg. Hensikta her var å finne ut korleis lærarane legg til rette for undervisningsformene i skulen. Her var oppfølgingsspørsmål om varigheit, omfang i fag, ressursar, trinn, hensikt, og organisering mykje brukt. I tillegg vart det også spurt etter kva moglegheiter og utfordringar deltakarane ser med undervisningsformene åtskilt. I siste del av nøkkelspørsmåla var fokuset på kva moglegheiter og utfordringar deltakarane ser med ein kombinasjon av tverrfagleg undervising og matematisk problemløysing, og korleis dette kan påverke elevane si læring. Den siste fasen vart kalla «Avsluttande spørsmål», hovudpoenget med denne fasen er å la informanten få komme med kommentarar, endre noko som allereie er sagt eller oppklåra noko (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 80).

4.2.3 Utval

Deltakarane til studiet består av to matematikklærarar. Frå og med no omtales desse med fiktive namn; Mari og Lars, dette for å beskytte personvernet deira. Planen for talet på informantar har variert noko gjennom prosessen. Kvale og Brinkmann (2015, s. 148) hevdar at talet på informantar ofte blir for lite eller for stort i kvalitative studiar. I studiar med for lite informantar kan det vere utfordrande å generalisere eller i det heile tatt hente ut resultatet, medan i studiar med for mange informantar klarar ein ikkje å gå så djupt i intervjuet som er naudsynt. Talet på intervjupersonar er avhengig av føremålet med undersøkinga (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 148). I denne undersøkinga er det essensielt å gå i djupna på intervjuet

for å kunne hente ut den ynskjelege informasjonen. Sjølv om Postholm og Jacobsen (2018, s. 118) legg fram minstetalet på deltakarar som tre i fenomenologiske studiar der ein ynskjer å gå i djupna på deltakarane, er omfanget og tidsaspektet på dette studiet tatt i betraktning, det vart difor valt to deltakarar til å delta i forskinga.

Som krav for å kunne delta i intervjuar er deltakarane innhenta på bakgrunn av same kriterier (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 118). Deltakarane måtte vere utdanna matematikklærarar, og samtidig ha jobba på ungdomsskule som matematikklærer etter læreplanen (2020) vart gjeldande. Grunnlaget for dette er at LK20 bygger på tverrfagleg arbeid i skulen, og utforskning og problemløysing som eit av kjerneelementa. Elevane skal altså arbeide på ein problemløysande måte, det skal blant anna leggast meir vekt på strategiane og framgangsmåtane til elevane enn sjølvne løysingane (Kunnskapsdepartementet, 2017). Informantane arbeidar på to ungdomsskular i to ulike kommunar. I tillegg var det ynskjeleg å intervjuar lærarar med erfaring innanfor matematisk problemløysing og tverrfagleg arbeid.

Gjennom fleire praksisperiodar og tidlegare erfaringar kjente eg til nokre matematikklærarar som er opptatt av matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising. Desse vart då spurd på bakgrunn av at dei engasjerer seg i dette. Både Mari og Lars takka ja til å bli med i forskingsprosjektet. Dermed gjekk rekrutteringsprosessen særst fint. Ein grunn til det kan vere at lærarane ser nytteverdien i ny forskning, og ynskjer å bidra. Ein anna grunn kan basere seg på omfanget på deira deltaking. I dette studiet inneber det eit intervju av dei som forskingsdeltakarar, dette kan sjåast på som ein liten belastning i forhold til andre deltakingsformer i andre studiar.

4.2.4 Gjennomføring

Både Mari og Lars fekk i forkant av intervjuet tilsendt informasjon om hensikta med studiet og tematikken intervjuet omhandlar. Gjennom ein semistrukturert intervjuguide kan intervjuet gjennomførast på ulike måtar, då forskaren står ganske fritt. Så lenge ein held seg til tematikken er berre intervjuguiden eit utgangspunkt for intervjuet. Resten kan variere (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 79). Intervjuet til Mari vart gjennomført heime sjå forskaren, medan intervjuet til Lars vart gjennomført på arbeidsplassen hans. Dette vart gjort etter ynskje frå dei sjølv. Ramma rundt intervjuet er viktig for korleis informanten opplever

seg trygg og ivaretatt, dette vart då også viktig for datainnsamlinga. Ein må finne den balansen som skapar ein god atmosfære for å gjennomføre intervjuet. Som Christoffersen og Johannessen (2012, s. 82) forslår som eit godt alternativ, let eg Lars og Mari sjølv avgjere kvar intervju skulle gjennomførast.

4.2.5 Intervjufasen

Intervjuet av Mari føregjekk heime hjå forskaren, på eit kontor. Dette vart organisert etter ynskje frå Mari. For å skape ein god atmosfære vart det servert kaffi, i tillegg til at me prata om ulike andre ting både før og etter intervjuet. Intervjuet vart gjennomført utan avbrytingar eller forstyringar. Det varte i om lag 42 minutt. Intervjuet av Lars føregjekk på hans arbeidsplass, på eit grupperom. På bakgrunn av dette vart det då Lars som la rammene for intervjuet. Som forskar prøvde eg skape ein god atmosfære ved å prate om andre ting både før og etter intervjuet. Om lag 30 minutt inn i intervjuet blei me avbroten av ein kollega til Lars. Dette førte til stopp i intervjuet og resulterte i at Lars ikkje fekk forklart seg ferdig på det aktuelle spørsmålet. Utanom dette gjekk også dette intervjuet fint. Det vart skapt ein open og fin dialog. Ved å gi informantane moglegheit til å komme med eigne innspel, som semistrukturert intervju handlar om, kom det fleire erfaringar som gav god informasjon til studiet.

4.2.6 Transkribering

Transkripsjonen vart gjort av meg som forskar, og tar utgangspunkt i lydfilet. Viktigheita av transkriberingskompetansen til forskaren som skal transkribere, blir trekt fram av Kvale og Brinkmann (2015, s. 204), som hevdar at kvaliteten på transkripsjon sjeldan blir skildra. Eg skal difor no presentere min transkripsjonsprosedyre av intervjuet. Det finnes ikkje nokre standardreglar for transkripsjon, men ein tar fleire val under prosessen som går igjen (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 208). I tillegg er det særskild viktig å nytte seg av same transkripsjonsprosedyre under heile prosessen (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 207). Vala blir tatt av omsyn til føremålet med undersøkinga (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 206). Med tanke på at eg undersøker, og ynskjer å hente ut, Mari og Lars sine erfaringar og meiningar knytt til eit bestemt tema, registrerer eg ord med sterk tale ved å skrive desse med store bokstavar, og når informanten stoppar opp i ytringa for å tenke seg om ved hjelp av to parentesar med

punktum i. Eksempel på dette er: *Det er jo det eg tenker med problemløysing då, og spesielt i matematikk så er jo dette SUPER AKTUELT (L157), og Ehhh (.) Det som eg av og til gjer (M49).* Transkripsjonen er skriven på det same skriftspråket som resten av oppgåva. Alt som er sagt frå informantane under intervjuet er tatt med i transkripsjonen.

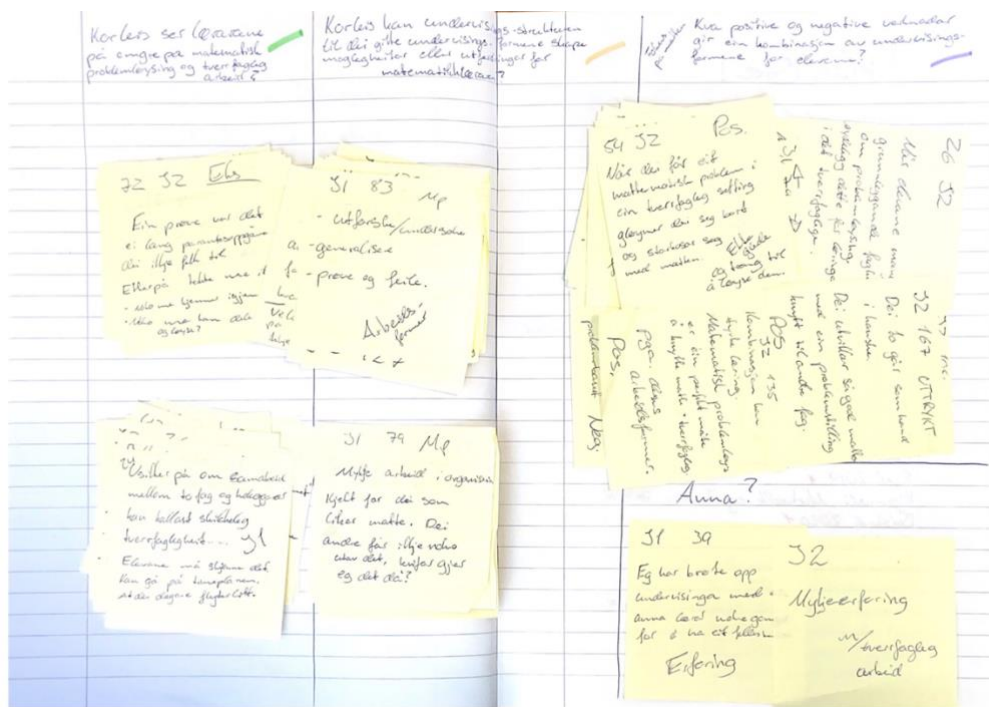
4.3 Analyse av datamaterialet

For å best mogleg kunne strukturere og danne meg ei oversikt over datamaterialet, vart tematisk analyse nytta som analyserammeverk (Johannessen, Rafoss & Rasmussen, 2018, s. 280). Dette er også analyserammeverk som er anbefalt i ei hermeneutisk – fenomenologisk studie (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 161). Braun og Clarke (2006) skildrar tematisk analyse som søking på tvers av eit datasett for å finne mønster i meiningar som vart gjentatt. Ein strukturerer funn med viktige fellestrekk under same tema, også kalla kategoriar. Ut i frå datasamlinga finn ein fleire kategoriar som er dekkjande for viktige funn (Johannessen, et al., 2018, s. 279). Desse kategoriane gir utgangspunkt for vidare analyse og diskusjon i lys av det teoretiske rammeverket. Tematisk analyse er ei lite omtala analyseform, men vart særst mykje brukt. Dette meiner Braun og Clarke (2006) er fordi den ikkje er ein namngitt analyse i same grad som andre rammeverk.

Analysen vart gjort ved å stille spørsmål gjennom analyseprosessen. Spørsmåla som danna utgangspunkt for kategoriane, er forskingsspørsmåla studiet bygger på:

1. *Kva forståing har matematikklærarane av omgrepa "matematisk problemløysing" og "tverrfagleg undervising" i skulen?*
2. *Kva moglegheiter og utfordringar møter matematikklæraren ved å legge til rette for matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising?*
3. *Kva positive og negative verknadar gir ein kombinasjon av matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising for elevane?*

Forskingsspørsmålet dannar utgangspunktet for kategoriar og underkategoriar (som vist i figur 4, s. 39). Dette legg grunnlaget for oppbygginga av analysekapittelet. Hensikta med studiet er å belyse kva moglegheiter og utfordringar to matematikklærarar ser med matematisk problemløysing som ein måte å arbeide med tverrfagleg undervisning i skulen. Ser ein problemstilliga i samanheng med forskingsspørsmåla er det forskingsspørsmål to og tre, som vil gi det tydlegaste svaret på problemstillinga. Men forskingsspørsmål ein kan gi viktig informasjon om, og kanskje ei forklaring på kva moglegheiter og utfordringar matematikklæraren ser med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervisning i skulen.



Figur 3 Koding og kategorisering av datamaterialet.

Analysen vart gjort over fleire dagar, men med kort mellomrom mellom dagane. Analyseprosessen hadde fleire delprosessar (Johannessen, et al., 2018, s. 284-295). Sett i samanheng med Kvale og Brinkmann (2015, s. 137) sine sju stadier i intervjufasen, handlar analyseprosessen om dei fire siste; transkripsjon, analysemetode, gyldigheit og rapportering. Prosessen starta med å lese gjennom transkripsjonen fleire gonger. Dette for å skape ei oversikt over transkripsjonane. Etter dette gjekk analysen inn i ein ny fase med detaljelesing. Her vart transkripsjonane koda ved hjelp av markeringstusjar. For å skape ein oversikt over funna markerte eg funna relatert til forskingsspørsmål ein med grøn tusj, funna til forskingsspørsmål to med oransje tusj, og funna til forskingsspørsmål tre med lilla tusj. Dette vart vist i figur 3 (s. 37), her vises forskingsspørsmåla oppe i biletet med ein farga tusj ved sida. Etter å ha trekt ut interessante element frå datasamlinga, vart desse skrivne ned på post-it

lappar. Det er lappane som vises i figur 3 (s. 37). Her ser ein også eksempel på korleis notasjonen føregjekk. Etter å ha markert tekst med ulik farge på tusjen, alt etter kva funnet representerte, vart desse funna skrivne ned og kategorisert i tabellen på figur 3 (s. 37) som viser oversikt over dei ulike forskingsspørsmåla. I tillegg til sjølve funnet, altså teksten frå transkripsjonen, vart det også skrivi ned I1 eller I2 for informant 1 eller informant 2, i tillegg vart det skrivi ned eit tal. Dette viser til replikknummer i transkripsjonen. På denne måten kan eg enkelt finne fram til funnet igjen for å eventuelt oppklare noko. Då kunne eg i den tredje fasen plassere lappane/funna i ulike kategoriar. Funn som handla om same tema, vart plassert i same kategori. Kategoriseringa vart gjort ved å ta funna/post-it lappane frå eit og eit forskingsspørsmål. Desse vart så hengde rundt på ein vegg slik at alle vart synlege. På denne måten kunne eg sjå etter likskapar i funna. Ved å studere kva deltakarane legg i funna, kan ein då sjå samanhengar mellom desse. Eit eksempel på dette er funna om at «ansvar for eiga læring» og «lite lærarsamarbeidsamarbeid i forkant» fører til «mangel på fagleg utbyte for elevane». Vidare vart denne underkategorien, i lag med underkategorien «utforskande undervising for elevmangfaldet» definert som kategorien «negative verknadar for elevane sin læring med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising». Resultatet av denne prosessen vises i figur 4 (s. 39).

Definisjon på tverrfagleg undervising

- Intensjon med tverrfagleg undervising
- Erfaring med tverrfagleg undervising

Definisjon på matematisk problemløysing

- Grad av kompleksitet i problemet
- Intensjon med matematisk problemløysing
- Erfaring med matematisk problemløysing

Tilrettelegging for tverrfagleg undervising i skulen

- Utfordring med samarbeid
- Moglegheit for djupnelæring

Tilrettelegging for matematisk problemløysing i skulen

- Å motivere alle elevane
- Problemløysing må vektleggast

Negative verknadar for elevane si læring med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising

- Mangel på fagleg utbytte
- Undersøkjande undervising passar ikkje for alle

Positive verknadar for elevane si læring med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising

- Aktiv deltaking i eigen læringsprosess
- Skapar ei heilskapleg forståing

Figur 4 Oversikt over kategoriane

4.4 Studiets kvalitet

Intensjonen med all forskning er å presentere kunnskap. Men for å vurdere kvaliteten på kunnskapen kan ein ikkje berre sjå på resultatet. For å vurdere kvaliteten må ein i all hovudsak sjå på korleis kunnskapen er produsert (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 219).

4.4.1 Pålitelegheit

For å vurdere pålitelegheita til studiet må forskaren kunne reflektere over sin påverknad på studiet, og gjere prosessen synleg, slik at andre kan reflektere over den (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 224). Som tidlegare nemnt, har eg som forskar, ein relasjon til deltakarane i studiet. Relasjonen er skapt gjennom arbeids- og utdanningsforhold. Det var ikkje noko direkte samarbeid mellom forskar og deltakarane utan om forskinga under forskingsperioden. På tross av dette er det viktig å belyse desse relasjonane. Det vart, på bakgrunn av dette, særst viktig å

overhalde eit profesjonelt forhold, og legge til rette for at deltakarane ikkje tilpassar seg, og fortel det dei opplever som det riktige svaret, som Postholm og Jacobsen (2018, s. 225) hevdar er den mest normale utfordringa. Deltakarane har, som nemnt, erfaring og engasjement innanfor både matematisk problemløysing, og tverrfagleg undervising, noko som gjer at dei har god kompetanse til å fortelje om deira meiningar og erfaringar. Som bakgrunn for tematikken har også eg som forskar eit engasjement for matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising. Det vil seie at forskaren går inn i forskinga med eksisterande haldningar til forskingsfeltet. Ved å vere klar over desse, vart desse i høgste grad forsøkt å lagt til sides, men det er likevel ein faktor studiet kan vere påverka av. For å underbygge studiets kvalitet burde forskinga blitt gjennomført med tre deltakarar, då Postholm og Jacobsen (2018, s. 118) viser til at studier inspirert av fenomenologiske intervju bør ha tre eller fleire informantar. Dette vil vere ei svekking i studiets kvalitet.

4.4.2 Gyldigheit

Studiets indre gyldigheit handlar om samanhengen mellom det som blir studert, og teorien som forklarar det som blir studert (Postholm & Jacobsen, 2018s, s. 229). For å tydeleggjere denne samanhengen er det gjennom heile studiet gjort greie for prosessane som er gjennomført. Det er synleggjort at ein kategori i datasamlinga kjem frå analysen gjennom forskingsspørsmålet. På denne måten vil samanhengen mellom resultatet til studiet, tidlegare forskning og teori, bli vist. I kvalitative studier, der ein går i djupna på deltakarane, har ein ikkje moglegheit til å fastslå eit resultat. I beste fall kan ein seie om noko er sannsynleg eller ikkje (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 233). Dette studiet gir ikkje eit resultat som kan generaliserast. Studiets ytre gyldigheit handlar om overførbarheita til studiet. Sjølv med ei kvalitativ tilnærming ynskjer ein å legge til rette for ei viss overførbarheit. Dette vart gjort ved å synleggjere oppgåva, og invitere lesaren inn ved å legge til rette for at ein kan relatere til liknande situasjonar, tankar eller meiningar (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 238).

4.5 Etiske refleksjonar

Intervju kan bli sett på som ein moralsk undersøking. Kunnskapen som vart produsert mellom to menneske blir påverka av relasjonen mellom menneska. Intervjuforskaren sitt dilemma vart presentert som følgjande: «Forskeren vil at intervjuet skal være så dypt og inntrengende som

mulig, noe som innebærer en fare for at intervjupersonen krenkes.» (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 96). Som forskar, der hensikta er å finne erfaringar og meiningar til deltakarane, er det viktig å tenke gjennom kva spørsmål ein stiller. I samtykkeskjemaet vart informantane garantert anonymitet, noko som betyr at det er viktig å ivareta personvernet til deltakarane. Her må forskaren vise respekt i val av tema ovanfor deltakaren, også når forskingsresultata blir formidla og publisert, uten dette kan deltakeren oppleve seg krenka (Hvinden, B., Bang, K. J., Fjørtoft, K., Holand, I., Johnsen, R., Kolstad, I., & Enebakk, V., 2016, s. 12). Sidan denne forskinga omhandlar personopplysingar, er eg som forskar plikta til å få deltakaren sitt samtykke, som må vera fritt, informativt, og uttrykkeleg (Hvinden, B. et al., 2016, s. 14). Med bakgrunn i at eg som forskar har ein relasjon til deltakarane på førehand, kan dette opplevast som ein vanskeleg situasjon for dei. Her vart det då ekstra viktig å påpeike at dette er frivillig, og at svaret deira ikkje vil påverke den allereie eksisterande relasjonen. Gjennom informasjonen informantane har fått i samtykkeskjema vart det garantert full anonymitet. Her må alle personopplysingar vera aidentifisert, og publiseringa må vere anonymisert ovanfor informantane (Hvinden, B. et al., 2016, s. 16).

For å kunne behandle personopplysingar om andre menneske måtte eg som forskar gjennom ein søknadsprosess hjå NSD (vedlegg 1). Ved å overhalde reglar om oppbevaring av sensitiv personopplysingar, og slette desse etter bruk, og handtere lydfilet av deltakarane på ein respektfull og profesjonell måte, vart undersøkinga godkjent.

Gjennom intervju utforskar forskaren menneskelege prosessar eller problem i deira naturlege setting, dette arbeidet krev eit nært forhold mellom forskar og forskingsobjekt (Postholm, 2010, s. 142). Intervjuet vil då vera ein relasjon mellom forskaren og informanten. Det er fleire ting som kan påverke denne relasjonen, og dermed kvaliteten på informasjonen som vart henta ut (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 81). Som tidlegare nemnt, har forskaren av dette studiet ein relasjon frå før av, til deltakarane. Dette er profesjonelle relasjonar gjennom utdanning og jobb. Som forskar vart det då ekstra viktig å fokusere på å halde ei så objektiv og profesjonell rolle som mogleg. Under gjennomføringa er det viktig å tenke på legitimeringa. Forskaren har frivillig stilt opp på intervju, det går dermed ei grense for kor pågåande ein forskar kan vere. Informanten sin oppfatning av forskaren kan påverke

informasjonen. Forskaren må vere trygg og kunnskapsrik for å gjennomføre intervjuet (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 82-83).

5.0 Resultat

I resultatkapittelet blir det framstilt kategoriar med underkategoriar (figur 3, s. 37) som er inspirert frå forskingsspørsmåla. Kategoriane har som hensikt å danne eit grunnlag for å svare på kva moglegheiter og utfordringar to matematikklærarar ser med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising. Sitata i resultatet er frå intervjutranskripsjonane. Der det er parentes med tre prikkar mellom, altså (...), betyr det at det er tekst mellom det som står før og etter, men dette vart ikkje sett på som relevant knytt til det som blir presentert eller diskutert. For å vise til transkripsjonen i sitata er det tatt med første bokstav i deltakaren sitt namn og replikknummeret i parentes etter sitatet, for eksempel (L47). To parentesar med skrift i, for eksempel (elevane), tydeleggjer kven det er snakk om i sitatet.

5.1 Deltakarane sine definisjonar

For å forstå resonnementa til deltakarane, er det viktig å forstå kva dei legg i omgrepa tverrfagleg undervising og matematisk problemløysing. Vidare vart dette presentert med nokre underkategoriar for å utdjupe definisjonane.

5.1.1 Definisjon på tverrfagleg undervising

For å skape eit kort og umiddelbart inntrykk på korleis deltakarane opplever tverrfagleg undervising, vart begge spurd om å skildre tverrfagleg undervising med tre adjektiv. Mari trekker inn følgjande adjektiv om tverrfaglegheit: (...) *eg tenker at det kanskje kunne vore interessant for elevane, så interessant. (...) Eg tenker at det er krevjande for dei vaksne som skal halde opplegget. (.) Så tenker eg at det hadde vore litt meir spanande undervising (M55).* Mari sine adjektiv kan tolkast som om at ho ser moglegheiter for elevane gjennom tverrfagleg undervising ved at det kan vere interessant og spanande for dei. Mari meiner at det også kan vere spanande for læraren, men også utfordrande då det kan vere krevjande å halde opplegget. Lars trekker fram følgjande adjektiv: (...) *altså det skal vere lærerikt, så vil eg sei engasjerande, sidan me kan sjå fleire sider av same sak. Lærerikt, engasjerande og så har eg*

lyst å sei inkluderande (L78). Basert på adjektiva; lærerikt, engasjerande og inkluderande, og hans forklaring om at ein kan sjå fleire sider av same sak, ser Lars moglegheiter for elevane si læring i undervisinga med tverrfaglegheit.

Både Mari og Lars brukte tid på å leite fram deira definisjonar på tverrfagleg undervising. Dette kan tyde på at dei er litt usikre, og at deira definisjonar ikkje viser heile bilete av kva dei ser på som tverrfagleg undervising.

Mari uttrykker sin definisjon på tverrfagleg undervising slik:

Når eg tenker på tverrfagleg undervising tenker eg på ein måte, kanskje, bolkar spesielt. Der me set av litt, kanskje me kan finne eit tema eller emne som passar, så må me prøve å få fleire fag inn i det då. At me finn eit tema som passar i fleire fag, så tilpassar me undervisinga. Sånn at elevane føler at det er ein raud tråd gjennom faga. At elevane ser at no har lærarane gått inn for at alt skal henge saman (M20).

Lars uttrykker sin definisjon på tverrfagleg undervising slik:

Det er jo veldig mange måtar å jobbe med tverrfaglegheit på. Det finnes jo nokre trinn av tverrfaglegheit, som er delt inn etter kor tverrfagleg ein liksom jobbar då. At me har same tema, men jobbar parallelt, det er jo ein form for tverrfagleg. Så har me nokre, ja kanskje to fag jobbar saman. Men eg synes det er veldig flott dei gangane me får til den reelle tverrfaglegheiten når faga støtter seg opp mot kvarandre, og elevane får ei større forståing av heilskapen (L26).

Vidare i intervjuet kjem det fram at Mari er noko usikker på kva som er, og kva som ikkje er tverrfagleg undervising. Ho nemner eit eksempel med forholdsrekning i naturfag og matematikk, her samarbeider to fag om eit tema, med faga åtskilt, detter konkluderer ho med at ikkje er så tverrfagleg. Ho meiner faga skal flyte i kvarandre i så stor grad at det går på timeplanen: *Men eg tenker at med tverrfaglegheit så burde det vore sånn at elevane skjønner at nå har me vaksne snakka saman, og det kan gå litt på timeplanen tenker eg, at det kan flyte litt, at timeplanen ikkje er så nøye fag for fag (...)* (M24). Lars skildrar ei oppfatning av tverrfagleg undervising som strekker seg frå fagvis samarbeid, til eit integrert samarbeid der

faga er slått saman. Ein kan tolke deira definisjonar som det Mari ser på som verkeleg tverrfaglegheit, ser Lars på som reell, eller som han også kallar det, integrert tverrfaglegheit. Lars viser eit større register av tverrfagleg undervising enn Mari, då han ser på tverrfagleg undervising både som eit innhald i ulike fag, men også som ein måte å strukturere og organisere undervisinga på.

5.1.1.1 Intensjon med tverrfagleg undervising

På tross av noko ulike definisjonar, har informantane eit felles ynskje for tverrfagleg undervising; å oppnå den høgaste grada av tverrfaglegheit. Det er nettopp dette Mari ser på som tverrfaglegheit, altså at faga skal flyte i kvarandre, og at det tverrfaglege vises igjen på timeplanen. Dette er noko ho ynskjer at dei skal strekke seg etter. Lars fortel at (...) *me planlegger jo alltid for det øvste trinnet, men me når det ikkje alltid. (...) Så kanskje me eigentleg må skli ned nokre trappetrinn (...)* (L34 & L38). Sitatet frå Lars kan ein tolke som at dei ynskjer å oppnå den tverrfaglegheiten der faga støtter seg opp mot kvarandre, og elevane får ei større forståing av heilskapen. Det er samtidig ein interessant metafor han bruker når han seier at dei må skli ned nokre trappetrinn. Dette kan tolkast som at dei ikkje klarte å gjere det som dei meiner er best, og det mest ynskjeleg, og må difor ta eit steg tilbake. Lars ser altså på den integrerte tverrfaglegheiten som betre enn dei andre gradene.

5.1.1.2 Erfaring med tverrfagleg undervising

Mari forklarar at det føregår diskusjonar om korleis dei skal arbeide tverrfagleg på ungdomsskulen ho jobbar på. Slik som det står no, legg ikkje skulen opp til noko organisert arbeid med tverrfaglegheit, det er opp til lærarane sjølve. Dette fører til at Mari ikkje får gjort undervisinga så tverrfagleg som ho ynskjer, då det er utfordrande å organisere det ho ser på som tverrfaglegheit, i tillegg til ein hektisk lærarkvardag. Mari har fokus på eit «samarbeid mellom fag», som ho kallar det. Altså at to eller fleire fag er einige om tema, og spelar på kvarandre. På skulen Lars jobbar på, har dei siste åra vore prega av større tverrfagleg fokus. Han fortel at tverrfaglegheit er ein del av timeplanen, som fører til at dei bevisst arbeider tverrfagleg kvar veke. Lars har prøvd ulike variantar av tverrfagleg undervising, men fortel at lærarteamet heile tida arbeidar mot, og planlegg for den integrerte tverrfaglegheita. Men no i seinare tid har Lars, i lag med kollegane sine, sett at ikkje alle elevane får det faglege utbytte

dei skal, dette har ført til at dei no arbeider fagvis med temaet, før dei knyt det saman til eit arbeid.

5.1.2 Definisjon på matematisk problemløysing

Mari og Lars skildra også matematisk problemløysing med tre adjektiv, på denne måten får ein fram umiddelbare tankar om temaet. Mari meiner at elevane hadde blitt fenga av eit slikt fokus på matematikken, og at dette hadde ført til meir læring hjå elevane. Samtidig seier Mari at det kan vere utfordrande for læraren å lage gode problem. Mari meiner altså at matematisk problemløysing kan vere fengande og lærerikt for elevane. Men utfordrande for lærarane å få til. Lars trekker fram evna til refleksjon, dette kan tyde på at elevane skal utvikle ein reflekterande praksis. Her legg han til utforskande, så Lars ser på evna til å utvikle evnene refleksjon og utforsking som viktige innan matematisk problemløysing. I tillegg seier han at dei gangane det vart laga eit bra opplegg, er det motiverande å arbeide med matematisk problemløysing. Det kan vere motiverande både for læraren og eleven.

Mari og Lars brukte, i likskap med definisjonane på tverrfagleg undervising, litt tid på å leite fram dei rette orda når dei skulle definere matematisk problemløysing. Begge tok fleire tenkepausar og prøvde seg på ulike framgangar på forklaringa. På tross av dette er det klare likskapstrekk i forklaringa deira.

Mari uttrykker sin definisjon på matematisk problemløysing slik:

Eg tenker at matematisk problemløysing må jo vere at du kanskje gir elevane litt utfordringar som dei skal løyse. Du viser verken algoritmen, eller seier korleis dei skal gjer det, men at dei må komme fram til eit svar. Og det som då er spennande er å sjå at det ofte kjem løysingar heilt ut av det blå, som likevel fører til rett svar, kanskje med prøving og feiling. (...) Så problemløysing tenker eg er at elevane får eit problem utan at elevane veit kva for noko reiskap dei skal ta i bruk for å løyse det (M47).

Lars uttrykker sin definisjon på matematisk problemløysing slik:

Når eg høyrer matematisk problemløysing tenker eg alt i heile verda, alt som har med logikk å gjere. Alt

som har med det å finne svar på ting, sånn utforskande undervising. (...) Det første eg tenker på er det med utforskande undervising. At ikkje elevane får, at dei ikkje startar med førelesing med eksempel og, altså sånn modellering på tavla, (...), men at dei kanskje får eit oppdrag, korleis løyser me dette? (...) Så må dei sjølv gå inn då og finne ulike måtar, og det er kanskje ikkje berre eit svar. Og i matematikk er det ofte ulike måtar å komme fram til eit svar på, sant (L62, L64 & L66).

Fellestrekk i definisjonane deira er at matematisk problemløysing er å gi elevane ei utfordring/oppdrag dei skal løyse. Dei må sjølv gå inn å finne ulike løysingsmetodar for å løyse utfordringa/oppdraget. Begge trekker fram at det ikkje treng å vere berre ein rett måte å komme fram til svaret på. Dette vart tolka som at både Lars og Mari har ein oppfatning av at matematisk problemløysing handlar om ein undersøkjande praksis der elevane sjølv skal undersøkje, og på den måten komme fram til ynskja mål. Definisjonen deira viser også klare ulikskapar. Som sitatet viser, meiner Lars at matematisk problemløysing handlar om alt, og alt som har med logikk å gjere. Han grunngjev også tilrettelegginga av matematisk problemløysing med følgjande: *Det er fordi eg har ei sterk tru på dette med utforskande undervising* (L115). Mari viser gjennom intervjuet eit klart fokus på den problemløysande delen. I hennar skildringar på korleis elevane arbeider med matematisk problemløysing, er det første ho trekker fram at dei skal arbeide problemløysande, noko Mari ser på som å oppdage løysingsmetodar sjølv. Ein kan tolke ulikskapane i definisjonane som at Lars ikkje har eit tydeleg skilje mellom kva som er utforskande matematikk, og kva som er problemløysande matematikk. Dette skilje har Mari. Ho ser også på matematisk problemløysing som ein utforskande praksis, men for at det skal vere problemløysing må det vere ein utfordring som elevane må finne ein metode for å løysa. Det kjem også fram, både sjå Mari og Lars, at matematisk problemløysing handlar om å generalisere løysingsmetoden til ein utfordring eller eit oppdrag. Då Lars vart presentert for nye eksamensoppgåver, handla nokre av desse om generalisering, på denne måten kopla han generalisering opp mot matematisk problemløysing. Mari seier følgjande i eit eksempel på matematisk problemløysing: (...) *vidare kan dei (elevane) då generalisere litt og sjå at dette kan me jo bruke i ein større samanheng* (L83).

5.1.2.1 Grad av kompleksitet i problemet

Både Mari og Lars viser til eit stort mangfald av problemløysingsaktivitetar. Begge trekker inn eksempel på problemløysingsaktivitetar med kort varigheit, som ein liten del av resten av

matematikkøkta. Eit eksempel på dette er når Lars går gjennom ein prøve elevane har hatt. På denne prøven var det ei oppgåve særst få hadde klart. Då bestemte Lars seg for at dei skulle bruke nokre minuttar på denne. Dei diskuterte korleis dei kunne løyse denne. Lars la til rette for at dei kunne diskutere om dei har sett noko liknande før, eller om elevane klarte å løyse deler av oppgåva. Men matematisk problemløysing kan også vere større oppdrag, som eit eksempel Mari kom med der elevane skulle finne ut korleis folketalet i Noreg hadde vore om folkeauken i Noreg hadde vore lik folkeauken i India. Dette var eit oppdrag som gjekk over fleire veker.

5.1.2.2 Intensjon med matematisk problemløysing

Mari legg til rette for matematisk problemløysing med ei hensikt om å gi elevane ei god oppleving av matematikk. Med dette legg ho vekt på å kople matematikken opp mot verkelegheita. Ho ynskjer å ta verkelegheita inn i klasserommet i staden for å bruke bøkene. Mari meiner at ein slik undervisningsform kan få elevar som vanlegvis ikkje er så interesserte i matematikk, til å bli interesserte. Dette kjem fram då ho seier at ei slik type undervising er glimrande for elevar som har utfordringar i faget. Mari legg altså til rette for matematisk problemløysing for å skape eit engasjement rundt matematikken for alle elevane. Lars grunnjev sin tilrettelegging for matematisk problemløysing med bakgrunn i at *dei må vere aktive for å lære, det kan vere vanskeleg for dei (elevane) å ta inn læring passivt* (L127). Intensjonen til Lars er då altså at elevane skal utvikle evne til refleksjon og ha ein driv til å finne ut av ting. Dei må ta i bruk forkunnskapane sine, kompetanse meir enn kunnskap, prøving og feiling, og vere nysgjerrige.

5.1.2.3 Erfaring med matematisk problemløysing

Mari bruker regelmessig ein form for problemløysande aktivitet i undervisinga. Eit eksempel på ein aktivitet er «Kven skal ut?» Då viser læraren fire bilete/figurar/oppgåver, der nokre skil seg ut, så skal elevane bestemme kva som skil seg ut, og kvifor. Her kan det vere fleire svar som er rette. Mari meiner sjølv at ho ikkje er flink til å bygge matematikkundervisinga på problemløysing, samtidig ser ein ut i frå skildringane hennar at dei har stunder der dei bevisst går inn for å jobbe med matematisk problemløysing. Lars opplever at han og hans kollegaer ikkje strekker til med nok matematisk problemløysing i undervisinga, sjølv om dei fokuserer

på det. Han trekker fram at dei heile tida ser etter nye måtar å drive med matematisk problemløysing på, men denne leitinga tar tid, som eksempel prøvde Lars nyleg å skape ein problemløysande aktivitet gjennom lærar i rolle, her var hensikta å engasjere elevane til å utforske vidare. Til slutt konkluderer Lars med at dei har knytt inn matematisk problemløysing i timane gjennom små aktivitetar, som for eksempel oppgåverekning etter prøven. Men felles med Mari opplever også Lars at dei større oppdraga som bygger på matematisk problemløysing er utfordrande å få til, og bli då fråverande i undervisinga. Erfaringane Lars og Mari bygger sine meiningar på, er då hovudsakleg knytt til mindre problemløysande aktivitetar.

5.2 Tilretteleggingsfaktorar for tverrfagleg undervising og matematisk problemløysing

Det vart identifisert ei rekke tilretteleggingsfaktorar som både kan by på utfordringar og moglegheiter for å legge til rette for matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising. Sjølv om Mari og Lars identifiserer ulike tilretteleggingsfaktorar for matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising, er det tydeleg at dei ser samanhengar mellom desse undervisningsformene. Før faktorane for tverrfagleg undervising og matematisk problemløysing blir presentert, vart det forklart korleis Mari og Lars meiner at desse bygger på same læringssyn.

Mari meiner at både matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising bygger på elevaktivtar som utforsking, reflektering og undring. I tverrfagleg undervising skal faga flyte i lag, og elevane skal utforske ein overordna problemstilling. Lars sitt ynskje er at elevane skal oppnå ein eigen driv til å finne ut av ting, og evne til refleksjon.

Lars viser tydeleg sitt engasjement for både matematisk problemløysing og tverrfageleg undervising:

(...) For meg handlar det om at elevane må ta i bruk kunnskapen. Dei må utvikle seg kompetanse. Og eg meiner at matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising går som hand i hanske. (...) Matematikken har ein stor plass i det tverrfagelege, det kan eg ikkje få sagt nok (L167).

Lars bygger vidare på dette sitatet med at å forklare at matematikk gjennom problemløysing er ein fin måte å knytte inn matematikk i tverrfagleg undervising på. Dette blir argumentert med at problemløysingsoppgåver enkelt kan knytast til tverrfaglege tema gjennom utforskningsfasen, då begge undervisningsformene bygger på utforsking: (...) *utforsking gjennom problemløysing må jo passe perfekt til utforsking i tverrfagleg undervising* (L167).

5.2.1 Tilrettelegging for tverrfagleg undervising i skulen

5.2.1.1 Utfordring med samarbeid

I løpet av dei siste tre åra har Lars bygd opp eit solid grunnlag av erfaring med tverrfagleg undervising gjennom fleire undervisingstimar i veka som bygger på tverrfaglegheit. Som tidlegare nemnt, sikter Lars og kollegane hans mot det øvste nivået av tverrfaglegheit, der skilje mellom faga er lite synleg. I undervisinga tillagt denne grada av tverrfaglegheit har Lars fleire gonger opplevd av faga forsvinn i temaa. Elevane sit ikkje igjen med det faglege utbyte dei skal. Lars meiner dette skuldast dårleg samarbeid: *Viss ikkje det (samarbeidet) er godt nok, får me ikkje inn faga godt nok. Då sit me å klage på at matten forsvinn i tematimane* (L104). Mari trekker samarbeidsfokusert fram som ein utfordring for å legge til rette for tverrfagleg undervising: *Me har liksom ikkje den samarbeidsforaen på min skule* (M71). Vidare fortel ho at dei har den normale samarbeidstida der dei diskuterer elevar og andre praktiske saker. Men dei har ikkje tid til å sjå på noko ekstra, som tverrfagleg undervising. Dette kan tolkast som at noko meir samarbeid enn samarbeidstida som er satt på timeplanen, der diskusjonsemna er fastsatt, finner ein lite av på skulen til Mari. Då opplever ho det særskjevande å setje i gang eit tverrfagleg planleggingsarbeid.

Tid er ein faktor som går igjen som utfordring knytt til tilrettelegging av både matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising, då særleg tid til kollegasamarbeid. Mari opplever ein travel kvardag som ikkje gir rom for noko meir planlegging, og opplever då at ho vart overarbeidd. Lars, derimot, formidlar at han elsker samarbeid, han kunne samarbeida om alt, heile tida. Hans utfordring er at hans kollegaar ikkje deler same oppfatning. Dette skaper problem då eit samarbeid krev fleire personar. Ei anna utfordring ein kan identifisere, handlar

om utvikling. Lars sin skule ser framover i utviklingsarbeidet, og tenker i retning av LK20 med tanke på det tverrfaglege fokuset, men Lars erfarer at enkelte kollegaar på skulen heng igjen i tidlegare læreplanar. Dette skapar utfordringar då det på denne skulen er lagt opp til samarbeid både i fag og tverrfaglegheit.

5.2.1.2 Moglegheit for djupnelæring

Mari ser på tverrfagleg undervising som eit stort potensiale for djupnelæring gjennom den verkelege tverrfaglegheita då ho er tydeleg på at (...) *skulen bør ta tak i dette, for den verkelege tverrfaglegheiten gir jo også store moglegheiter for djupnelæring, altså forstå store samanhengar* (L43). Mari ser på djupnelæring som det å sjå større samanhengar, og samanhengar mellom fag. Basert på at Mari snakkar om at den verkelege tverrfaglegheita gir moglegheit for djupnelæring, kan dette tolkast som at Mari har ei oppfatning av at djupnelæring berre skjer i elevaktivitet som skildrar det ho ser på som tverrfaglegheit, altså at elevane skal arbeide på tvers av fleire fag samstundes. Lars skildrar eit av dei viktigaste argumenta for tverrfagleg undervising i skulen, og ein av dei største moglegheitene, som moglegheiten til å sjå fagstoff frå ulike vinklar. Elevane får moglegheit til å skape ei forståing av heilskapen gjennom den integrerte tverrfaglegheiten, hevdar Lars. Han poengterer dette med å trekke fram: *Når elles i livet tenker du berre fagspesifikt? Du gjer jo ikkje det, når du går på butikken brukar du jo ein kombinasjon av mange fag* (L42).

5.2.2 Tilrettelegging for matematisk problemløysing i skulen

5.2.2.1 Å motivere alle elevane

Ei utfordring både Mari og Lars ser, er knytt til undersøkingsprosessen i matematisk problemløysing. Som tidlegare vist ser både Lars og Mari på matematisk problemløysing som ein undersøkjande prosess. Lars trekker fram følgjande utfordring om matematisk problemløysing: (...) *ein utfordring er jo viss elevane gir opp, eller at det blir for vanskeleg. At dei ikkje prøver ein gang* (L129). Lars grunngir denne utfordringa med at elevane er ulike. Nokre vil oppleve at alt berre blir tåkete, og at dei ikkje veit kor dei skal starte om dei ikkje ser eit svar eller ein framgangsmåte med ein gang. Då vil elevane bli lite motivert. Basert på grunngevinga til Lars kan ein tolke dette som at problemløysing og undersøking i matematikk er ein læringsmetode som ikkje passer for alle elevane.

Mari har gjort seg opp erfaringar om at den problemløysande arbeidsmåten ikkje passar for alle elevane. Ho ynskjer at alle elevane skal ha gode erfaringar med matematikkfaget, og har forsøkt å legge vekk matematikkboka, og henta matematikken frå kvardagslege hendingar.

Mari sit igjen med følgjande erfaring:

(..) så erfare eg stort sett 90% av gangane at dei elevane som meistrar matematikk tar dette, og synes det er kjekt uansett. Så er det dei elevane som på ein måte eg har utfordringar med å få med meg i den vanlege undervisinga. Som eg eigentleg tenker at desse aktivitetane er heilt glimrande for, dei føle eg mange gonger, det erfarte eg nettopp, at dei elevane er meir opptekne av å skru ut desse skruane eg har limt saman for at det skal bli likningar med to ukjente (M79).

I sitatet skildrar Mari ein aktivitet som gjekk på å rekne likningar med to ukjente. For å markere dei ukjente laga Mari til nokre skruar og mutrar, så skulle elevane rekne på vekta til desse. Hensikta med aktiviteten for Mari, var å vise elevane som ikkje meistrar matematikk så godt kor spanande det kan vere å utforska matematikken. Men som Mari erfarer, viser desse elevane ikkje noko meir læringsutbytte enn ved tradisjonell undervising.

5.2.2.2 Problemløysing må vektleggast

I forkant av intervjuet hadde Lars vore på eit digitalt seminar angående eit forslag på framtidige eksamensoppgåver. Etter dette seminaret forklarte Lars at han satt igjen med ei litt ubehageleg kjensle. Han eksemplifiserte at oppgåvene gjekk ut på at elevane skulle anvende, generalisere og vurdere matematikken. Vidare forklarte han at det er stor kontrast mellom eksamensoppgåvene, og korleis dei arbeider med matematikk. Men etter korleis Lars ser på matematisk problemløysing, såg han klare samanhengar mellom det nye oppgåveforslaget og problembasert undervising. Lars konkluderte då med at matematisk problemløysing er vegen å gå i matematikkundervisinga. Då Lars her fekk seg ei ubehageleg kjensle, kan dette tolkast som om det gjekk opp for han at han og kollegaane hans ikkje arbeider nok problemløysande, og at dette må vektleggast meir i framtida, nettopp fordi han kjente igjen framstillinga av oppgåvene i det problemløysande arbeidet.

5.3 Negative og positive verknadar ved matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising

Med utgangspunkt i det siste forskingsspørsmålet vart det identifisert negative og positive verknadar for ein kombinasjon av matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising. Desse vart no presentert.

5.3.1 Negative verknadar for elevane si læring med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising

5.3.1.1 Mangel på fagleg utbyte

Matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising er arbeidsformer begge informantane ser på som undersøkende. Ein kombinasjon av desse har då gjort at Lars har støtt på følgjande utfordring:

(...) men eg synes jo det er veldig flott dei gongane me får til den reelle tverrfaglegheiten når faga støtter seg opp mot kvarandre, og elevane får ei større forståing av heilheita. Den type tverrfaglegheit synes eg det er spanande å jobbe med, men den er vanskeleg å nå. Spesielt når ein ikkje har, kva skal eg sei, grunnleggjande fagkunnskap på plass først (L26).

Gjennom undersøkingsbasert undervising, meiner Lars at ansvaret for læring i større grad er lagt over på eleven: *I alle fall om du driv med matematisk problemløysing og utforsking ved tverrfagleg undervising, så legg du veldig mykje av læringsansvaret over på elevane (...)* (L141). Lars har erfart at elevane ikkje alltid er modne nok for dette. Som då kan resultere i lite eller ingen læring. Ser ein dette i samanheng med sitatet er grunnleggjande fagkunnskap heilt sentralt for at elevane skal ta tak i eigen læringsprosess. I sitatet meiner Lars at grunnleggjande fagkunnskap er sentralt i den integrerte tverrfaglegheiten. Dette kan sjåast i samanheng med erfaringane Lars har gjort seg om å *skli ned igjen nokre trappetrinn* (L38) i gradene på tverrfaglegheit. Der fortel han vidare: *Me må ta ut igjen faga, så jobbe meir fagvis inn mot det tverrfagleg emnet* (L38). Dette kan tolkast som å bygge opp grunnleggjande fagkunnskap før ein går inn i den integrerte tverrfaglegheiten.

Både matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising krev samarbeid, i følgje Mari og

Lars. Vidare påpeikar begge informantane dette som ein utfordring. Lars har følgjande å seie om samarbeid knytt til fagleg utbyte i tverrfagleg undervising.

Viss det (samarbeidet) ikkje er godt nok, får me ikkje inn faga godt nok, då sit me å klage på at matten forsvann i tematimane. Resultatet på det blir jo at me ikkje har fått jobba skikkeleg med det faglege i tematimane. Man har ikkje fått oppfylt kompetansemåla. Dette vart jo då skadelidande for eleven. Men grunnen eller orsaka til dette ligg jo på læraren. Det er mangel på planlegging (L104).

Ut i frå dette sitatet kan ein skylde deler av orsaka til mangel på fagleg utbyte for elevane, på mangel på planlegging av lærarane. Dette heng saman med det Lars vidare har erfart; dei gongene planlegginga i forkant av det tverrfaglege arbeidet har vore betre, har det ikkje vore noko problem å ivareta faga.

5.3.1.2 Undersøkande undervising passar ikkje for alle

Som eg har vore inne på tidlegare, har både Mari og Lars gjort seg opp erfaringar som seier at undersøkande undervising er ei undervisningsform som ikkje passar for alle elevane. Mari gjorde seg opp erfaringa der ho planla problembasert undervising for å motivere elevar som har lite motivasjon i faget, utan at dette hjalp på motivasjonen til elevane. Lars fortel om desse meiningane knytt til same tema:

(...) Det er jo ikkje alle elevane som, me har jo ulike forutsetningar, og eigenskapar, så det er jo ikkje alle elevane som trivst med å vere nysgjerrige, utforskande og reflekterande. For dei elevane vil det bli, det er jo eit heilt fjell dei skal over, dei veit jo ikkje kor stien er ein gong. (...) Men det er jo og det der at du, nokon treng jo veldig tett oppfølging, i alle fall om du driv med matematisk problemløysing og utforsking ved tverrfagleg undervising, så legg ein mykje av læringsansvaret over på eleven. (...) (L139).

I likskap med Mari, viser sitatet at Lars også identifiserer utfordringar knytt til at utforskande undervising ikkje er tilpassa alle elevane. I tillegg til at Lars viser dette elevperspektivet, trekker han også fram noko som kan identifiserast som eit lærarperspektiv ved å fortelle at nokre elevar har behov for tett oppfølging. Utan at Lars snakkar om egne erfaringar, seier han følgjande:

Ja, og det trur eg nokre opplever enklare å overvake, og følgje med på den prosessen om dei har lærarstyrt undervising. Då er det lettare å ha kontroll over kvar eleven er i læringsprosessen. Men om du gir eleven heilt opne oppgåver veit du ikkje sjølv kvar eleven er i læringsprosessen (L145).

Hans erfaringar er altså at undervisningsmetoden ikkje berre kan vere utfordrande for elevar, men også for lærarane. Vidare fortel Lars at alle lærarar må tørre å sleppe elevane meir laus, dei må og skal få undersøkje og utforske.

Etter erfaringane til Mari, der ho ikkje når inn til elevgruppa som opplever lite motivasjon i faget ved hjelp av matematisk problemløysing, fryktar ho kva resultatet kan bli om ein skal kombinere matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising. Dette på bakgrunn av at det vil bli større fokus på undersøkande undervising. Ho meiner at nokre elevar hadde fått eit betre fagleg utbyte med dette, men dette er elevar som også har god utvikling med den tradisjonelle undervisinga. Elevane som slit med den tradisjonelle matematikkundervisinga, vil også ha lite motivasjon til å arbeide med problemløysing i tverrfagleg undervising, hevdar Mari. Ho fryktar at matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising ikkje er tilpassa nok. For å forstå kvifor ho ikkje ser på ei slik undervising som tilpassa, må ein tilbake til definisjonane hennar. Sjølv om ho ser på problemløysingsaktivitetar som eit stort mangfald av aktivitetar, er all aktivitet undersøkande i større eller mindre grad. Når det gjeld tverrfagleg undervising ynskjer Mari at elevane skal undersøkje på tvers av fag. Dette kan då føre til at ho ser på ein kombinasjon av tverrfagleg undervising og matematisk problemløysing som undersøkingsprosessar få av elevane eigentleg er klar for. Mari er overtyda om at matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising er vegen å gå, men vegen må bli til i elevane sitt tempo. Ein kan ikkje miste for mykje handfast matematikk. Med handfast matematikk meiner Mari konkrete algoritmar elevane skal følgje, der dei får framgangsmåten.

5.3.2 Positive verknadar for elevane si læring med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising

5.3.2.1 Aktiv deltaking i eigen læringsprosess

Både Lars og Mari ser matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising som utforskande arbeidsprosessar. Det kjem fram i analysen at informantane skildrar elevrolla i undervisningsformene som deltakande elevar. Lars sa følgjande om elevarbeidet i matematisk problemløysing:

Eg ynskjer at elevane skal ha ein eigen evne til refleksjon, og ein driv og eit ynskje om å finne ut av ting. (...) Det er jo difor me arbeidar, i andre fag også, sånn som me sa i stad, at dei må vere aktive for å lære, det kan vere vanskeleg for elevane å ta inn læring passivt. Dei må ta i bruk sine forkunnskapar, dei må ta i bruk kompetanse meir enn kunnskap, dei må reflektere og prøve og feile, og heile den lista. Vere nysgjerrig er jo veldig viktig (L125, L127).

Ut i frå dette sitatet ser Lars på aktiv deltaking som det å ta i bruk forkunnskaper, kompetanse og reflektere og prøve og feile. Ser ein dette i samanheng med Lars sin forståing av tverrfagleg undervising, då særleg den høgaste grada av tverrfaglegheit, integrert tverrfaglegheit, ser ein at dette bygger på å anvende forkunnskap frå ulike fag og utforske ein overordna problemstilling. Både matematisk problemløysing og integrert tverrfaglegheit legg føringar for at læring vart konstruert gjennom aktiv deltaking i eigen læringsprosess, i følge Mari og Lars. Gjennom problemløysing gir Mari elevane ein utfordring som elevane ikkje veit framgangsmåten på, elevane må sjølv finne denne for å løyse utfordringa. Lars ynskjer at elevane skal undersøkje og forstå heilskapar i og mellom fag gjennom tverrfagleg undervising.

5.3.2.2 Skapar ei heilskapleg forståing

Mari trekker fram matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising som viktige faktorar for å forstå faglege samanhengar og nytta av faginnhaldet i kvardagslivet.

Eg trur at når me løftar matematisk problemløysing og tverrfagleg arbeid ser elevane meir nytta av det dei held på med. Og forstår meir kva dei skal bruke dette til vidare. (...) det å få matematikken inn i kvardagen for å vise at den er nyttig, det trur eg absolutt er viktig (M93).

Lars hevdar tverrfagleg undervising fører til betre forståing av heilskapen faga i skulen bygger

på. Dette vart grunnlagt med at elevane får sjå faginnhaldet frå ulike vinklar, og dermed skapt ei større forståing av fagstoffet.

Det er jo dette med djupnelæring, sant. At man kan verkeleg gå inn i eit tema frå ulike vinklar. Faga har då ulike briller. Så tenker eg at ja, du kan gå djupare inn i eit tema. Du kan få ein større forståing og sjå heilskapen i det (L100).

Vidare fortel han at om heilskapen blir vist for elevane på ein betre måte, som for eksempel gjennom tverrfaglegheit, vil elevane i større grad kunne tileigne seg kunnskapen. Lars poengterer at ingenting i kvardagen er fagspesifikt, samanliknar ein skulen med livet utanfor hevdar han at alt er tverrfagleg.

Både Mari og Lars opplever at elevane har ein ekte glede når dei arbeider med matematisk problemløysing og tverrfaglegheit. Mari meiner at det at elevane ikkje er klar over den matematikken dei faktisk anvendar, kan vere ein faktor for at elevane viser denne glæda og indre motivasjonen. Samtidig er det nærliggande å tenke at det å sjå samanhengen med nytta i faget knytt til kvardagen, og at faginnhaldet spelar på kvarandre og skapar ei heilskap, er med på å utgjere indre motivasjon for elevane. Ein anna faktor for motivasjonen kan, basert på Lars sine meiningar, identifiserast som inkluderande og tilpassa opplæring. Han hevdar at undervisinga treff fleire elevar til kvar tid når ein er fleire lærarar med ulik utdanning, kompetanse og bakgrunn.

6.0 Drøfting

I dette kapitlet blir resultatata frå analysen sett i samheng med teori presentert i teorikapitlet. Drøftinga tek utgangspunkt i problemstillinga: «Kva moglegheiter og utfordringar ser to matematikklærarar med bruk av matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising?» Strukturen på kapitlet er basert på resultatet forskinga viser. Dei 4 siste kategoriane (figur 3, s. 37) dannar hovudemna for drøftinga, då dette er identifiserte moglegheiter og utfordringar med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising. I tillegg til at Mari og Lars sine definisjonar på dei aktuelle omgrepa vart drøfta. Vidare vart dei

andre kategoriane sortert under moglegheitene og utfordringane. Dette på grunn av at det gir ein oversiktleg framstilling, samtidig som det er ei hensiktsmessig framstilling for å gi svar på problemstillinga.

6.1 Definisjon på tverrfagleg undervising og matematisk problemløysing

Lærarane viser både til likskapstrekk og skilnadar i definisjonane på matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising. For å vise kompleksiteten rundt definisjonane vart desse drøfta i lys av teori.

6.1.1 Definisjon på tverrfagleg undervising

Som det kjem fram i analysen, er både Mari og Lars usikre når dei blir bedne om å forklare kva dei ser på som tverrfagleg undervising i skulen. Orsaka til dette kan truleg sjåast i samanheng med at dei opplever tverrfagleg undervising som vanskeleg å setje ord på. Det blir trekt fram at Lars har ei forståing av tverrfagleg undervising som dekker over fleire undervisningsmåtar enn Mari sin forståing.

Lars ser på alt frå undervisingstimar som er fagvis med same tema, men dei arbeidar med faget sin fagspesialitet, til at faga kan flyte i lag og støtte seg opp mot kvarandre, som tverrfaglegheit. Bolstad (2020, s. 27) viser til at omgrepet tverrfaglegheit frå den overordna delen i LK20 kan forståast på to måtar. Den første handlar om å sjå på tverrfaglegheit som ei skildring av innhaldet som vart trekt inn i fleire fag. Dette kan bli sett i samanheng med det Lars ser på som undervisingstimar fagvis med same tema, her blir då tverrfaglegheiten eit innhald i faga. Ut i frå Overordna del kan tverrfaglegheit også tolkast som eit pedagogisk prinsipp og ei organisering av undervisinga (Bolstad, 2020, s. 26). I tillegg til at Lars i sin forståing seier at tverrfaglegheit kan vere når faga støtter seg opp mot kvarandre, snakkar han og om korleis dei knyt faga saman til eit temaarbeid der elevane undersøker sjølv, noko som kan sjåast på som ei organisering av undervisinga. Lars viser her at han har same forståinga av tverrfaglegheit som vart skildra i LK20, som utgjer styringsdokumentet til skulen (Kunnskapsdepartementet, 2017).

Mari oppfattar tverrfagleg undervising som det å setje av nokre timar, der ein ikkje arbeider fagvis, men at alt er tverrfagleg, helst i så stor grad at det går på timeplanen, gjerne gjennom utforskande aktivitetar. Så tilpassar ein undervisinga etter dette. Mari ser altså ikkje på eit fagsamarbeid med felles tema som tverrfagleg undervising. Her viser Mari til ei av dei to identifiserte tolkingane av tverrfaglegheit for overordna del (Bolstad, 2020, s. 26). Ho viser at ho ikkje ser på to og to fag som arbeidar i lag som tverrfagleg, sjølv om ho aktivt bruker dette i undervisinga. Her kan Mari ha tolka den overordna delen av LK20 som at tverrfaglegheit er eit pedagogisk prinsipp, og ei organisering av undervisinga (Kunnskapsdepartementet, 2017), eller gjort opp si eiga mening om kva ho meiner er tverrfagleg undervising.

Samanliknar ein definisjonane til Lars og Mari med figur 1 (s. 18), med oversikt over gradene av tverrfaglegheit, der alle gradene er innanfor tolkinga av tverrfaglegheit frå Overordna del, vart både ulikskapen og likskapen i definisjonane tydeleggjort (Bolstad, 2020, s. 30-31). Det Lars ser på som fagdelt undervising med same tema, kan sjåast i samanheng med den minst inngripande grada av tverrfaglegheit, der to eller fleire fag arbeider med same tema, men i ulike fag (Drake & Reid, 2018, s. 6). I tillegg ser Lars på tverrfagleg undervising som at faga flyt i lag og støtter seg opp mot kvarandre, som tydeleg kan samanliknast med dei to mest inngripande nivåa av tverrfaglegheit. I desse nivåa flyt faga meir saman, og er avhengige av kvarandre sin progresjon (Drake & Reid, 2018, s. 6). Då Lars trekker fram at tverrfagleg undervising bygger på utforsking, kan ein trekke inn det øvste nivået av tverrfaglegheit, som vektlegg elevane sin utforskande evne (Drake & Reid, 2018, s. 6-7).

Mari sin definisjon, som hevdar at fag som fagvis samarbeider om same tema ikkje kan definerast som tverrfaglegheit, kan dei to minst inngripande tverrfaglegheitsnivåa utelukkast frå hennar definisjon. Fagkopling, der fag arbeider fagvis med same tema (Drake & Reid, 2018, s. 6), og fleirfaglegheit, der faga har eit større samarbeid med temaet, men fortsatt fagdelt (Mathison & Freeman, 1997, s. 10-11), vil ikkje bli sett på som tverrfaglegheit av Mari. Medan der skilje mellom faga blir mindre synleg, og elevaktivitetar som bygger undersøking blir meir sentrale, altså i moderat tverrfaglegheit og integrert tverrfaglegheit, finn ein Mari sin definisjon på tverrfagleg undervising (Drake & Reid, 2018, s. 6).

Dagsland (2021) presenterer i sin mastergrad at skulen sjølv kan tolke si eiga framstilling av tverrfaglegheit i LK20. Etter intervju med tolv ungdomsskulelærarar kjem ho fram til at tverrfaglegheit vart sett på som ei arbeidsform med ulik grad av samarbeid på tvers av fag, og mellom skule og livet utanfor skulen. Tar ein dette i betraktning, er ikkje Mari eller Lars sine definisjonar betre eller dårlegare, men to ulike tolkingar av same styringsdokument. Det er nærliggjande å tenke at definisjonen til både Mari og Lars er prega av skulevisjonen til skulen dei arbeidar på. Skulen ynskjer å oppnå ei felles framtid for tverrfaglegheit i skulen, altså ein felles visjon (Ertesvåg, 2012, s. 65).

6.1.1.1 Lærarane sine erfaringar med tverrfagleg undervising

Lars og Mari viser til ulik erfaring med tverrfagleg undervising. Lars har meir erfaring, då han regelmessig har arbeida tverrfagleg over ein treårsperiode. Der har han også fått prøvd ulike innfallsvinklar mot det tverrfaglege. Han har gjort seg opp erfaringar om kva grad av tverrfaglegheit som kan vere meir hensiktsmessig enn andre. Sjølv om Mari ynskjer, opplever ikkje ho at skulen legg til rette for tverrfagleg undervising. Ho får dermed ikkje arbeide så tverrfagleg som ho ynskjer. Likevel planlegg Mari ofte eit felles tema med ein anna lærar i eit anna fag. Rett nok ser ikkje Mari på dette som tverrfagleg undervising, men i følge LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2017) kan dette bli sett på som ei grad av tverrfaglegheit.

I LK20 er det fokus på å auke elevane sin gjennomgåande forståing, og evna til refleksjon og kritisk tenking. Læreplanen skal også legge til rette for djupnelæring (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 2). Løysinga på dette vart då å innføre fokus på tverrfaglegheit (Kunnskapsdepartementet, 2016). Mari opplever at skulen ho arbeidar på, sit igjen med ein praksis som ikkje stemmer med korleis styringsdokumenta seier at dei skal arbeide. Ei av orsakane til at Mari har mindre erfaring med integrert tverrfaglegheit kan sjåast i samanheng med at skulen ikkje har starta på eit omfattande endringsarbeid. Persson (2019) viser i sin undersøking eit klart skilje mellom å lukkast med eit endringsarbeid, og ikkje lukkast med det. Om motivasjonen og drivkrafta kjem innan i frå, og organisasjonen sjølv ser behovet for endring, er sannsynet for å lukkast med endringsarbeidet større enn om behovet for endring kjem utanfrå (Persson, 2019, s. 52). Lars, og hans kollegaar, som for tre år sidan

snudde rundt på praksisen sin, og retta fokuset mot tverrfagleg undervising, har no etablert ein fast kultur for tverrfaglegheit, og til og med forbetra denne gjennom å endre fokuset på grad av tverrfaglegheit. Dette var eit behov for endring som kom innan ifrå. Ser ein dette i samanheng med Mari sin skule, kan det her vere tenkeleg at lærarane kjenner at behovet for endring kjem utanfrå, og at det difor vart vanskelegare å gjennomføre ei felles ordning for tverrfagleg undervising.

6.2.1 Definisjon på matematisk problemløysing

Lars og Mari opplevde også utfordringar når dei skulle sette ord på omgrepet matematisk problemløysing, då dei tok tenkepausar for å komme på dei rette orda, og prøvde seg på ulike framgangsmåtar. På tross av dette kjem dei fram til definisjonar med klare likskapstrekk.

Felles for både Lars og Mari sine definisjonar, er elevarbeidet. Dei meiner at matematisk problemløysing handlar om å gi elevane ei utfordring eller eit oppdrag elevane skal løyse eller finne ut av. Elevane må sjølv finne framgangsmåten for å løyse oppgåva. Dei er også samde om at det kan finnast fleire framgangsmåtar. Basert på definisjonane til både Lars og Mari, kan ein seie at eit problem i matematisk problemløysing er når eleven ikkje kjenner til svaret eller framgangsmåten for å løyse problemet. I LK20, i læreplanen for matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2019) står det skildra at elevane skal arbeide problemløysande ved å finne samanhengar, leite etter mønstre og diskutere seg fram til forståing. Matematisk problemløysing handlar, i følge LK20, om at elevane skal utvikle metodar for å løyse problem dei ikkje kjenner frå før av. Til slutt skal elevane vurdere om løysinga er gyldig, og kan gjelde for anna matematikk av same type (Utdanningsdirektoratet, 2019). Ser ein dette i samanheng med Lester (2013, s. 248), som viser til at matematisk problemløysing inneheld eit stort forskingsfelt, er det einigheit om at eit problem blir sett på som om at eit individ har eit mål, men klarer ikkje umiddelbart å sjå korleis det skal nå målet. Arbeidsprosessen som føreligg problemløysaren blir då kalla matematisk problemløysing. Her er det identifisert klare samanhengar i både Mari og Lars sine definisjonar og kunnskapsdepartementet (2017) sin definisjon. På tross av dette, hevdar Lars at matematisk problemløysing handlar om alt, alt som har med logikk å gjere, medan Mari er meir fokusert på at det må vere eit problem til stades for at ein skal kunne kalle det problemløysing. Dette kan sjåast i samanheng med at det

ikkje finnes klare definisjonar for kva matematisk problemløysing er. Lester (2013, s. 248) hevdar at definisjonane som eksisterer på matematisk problemløysing ikkje forklarar korleis ein skal undervise elevane i problemløysingskompetanse. Som eit resultat av dette vert det skapt egne undervisingsforståingar av matematisk problemløysing.

Chamberlin (2008) hevdar, til tross for at det ikkje finnes nokre klare definisjonar på matematisk problemløysing, at er det identifisert nokre fellestrekk. Elevane må vere kognitivt aktive for å løyse matematiske problem, oppgåva må vere realistisk, og ikkje ha ein fast framgangsmåte. Undervisinga må bygge på resonnering og refleksjon og fokus på samarbeid (Olivares, et al., 2021, s. 14). Både Lars og Mari nyttar fellestrekka Chamberlin (2008) presenterer då dei ser på elevane som aktive i eigen læringsprosess, og at oppgåvene ikkje skal ha faste framgangsmåtar. Dei legg også vekt på at undervisinga skal bere preg av resonnering og refleksjon.

Verken Mari eller Lars har med som eit kriterium at oppgåva må oppfattast som ynskjeleg å løyse. Det kjem fram at Mari ynskjer å motivere elevar som strevar i matematikk ved å gi dei problemløysingsoppgåver. Mari ser på oppgåvene elevar får som problemløysingsoppgåver uavhengig av om elevane ynskjer å løyse oppgåvene eller ikkje. Olivares et al. (2021) trekker i sin studie fram at alle individ går inn i ei problemløysingoppgåve med ulike inngangar, kva som blir oppfattast som ei oppgåve med ynskje om å løyse for nokon, kan bli oppfatta som uinteressant for andre. Wilson (1993) presenterer på sin side tre trekk problemløysingsoppgåver må innehalde, eit av desse er at problemløysaren må ha eit ynskje og ei interesse for å løyse oppgåva. Her ser ein ulikskap mellom Mari sin definisjon og Wilson (1993) og Olivares et al. (2021) sine definisjonar. Skovsmose (2003, s. 147) hevdar på sin side at elevane må bli invitert inn i undersøkinga, gjerne gjennom å basere undersøkinga på eleven sine tankar og framgangsmåtar. På denne måten ynskjer elevane å ta del i undersøkinga.

I definisjonane til Lars og Mari er problemløysing sett på som prosessen mot å løyse problemet/utfordringar/oppgdraget. Basert på definisjonane, kan det oppfattast som at når det

aktuelle problemet er løyst, er prosessen ferdig. Likevel kan ein legge til eit element til denne definisjonen. Gjennom eksemplifisering av problemløysingsoppgåver kjem det fram at både Mari og Lars ynskjer at elevane skal sjå over løysinga gjennom fokus på å generalisere løysingane og diskutere desse. Problemløysingsprosessen er altså ikkje over når problemet er løyst, elevane skal vurdere og eventuelt generalisere framgangsmåten sin. Stacey et al. (1982, s. 35) viser i sitt rammeverk for problemløysing til tre hovuddeler, der den siste delen av fasen vart kalla *review*-gjennomgangsfasen. Denne fasen handlar om å sjå over framgangsmåten, vurdere den, eventuelt generalisere eller utvide matematikken. Polya (1990) viser i sin firetrinns problemløysingsstrategi viktigheita i den siste fasen; *looking back*. Ved å gå gjennom kvart steg av løysinga forsterkar og utviklar elevane kunnskapen deira. Både Stacey et al. (1982) og Polya (1990) trekker inn dugleiken å sjå tilbake på løysinga og vurdere denne som eit viktig element i prosessen for matematisk problemløysing. Sjølv om verken Mari eller Lars umiddelbart ser på dette elementet som ein del av matematisk problemløysing, viser analysen at generalisering er inkludert i definisjonen på matematisk problemløysing for både Mari og Lars, men om det er ein like sentral og viktig fase som Stacey et al. (1982) og Polya (1990) hevdar, er usikkert.

6.2.1.1 Erfaringar med matematisk problemløysing i undervisinga

Både Lars og Mari viser til noko erfaring med matematisk problemløysing. Begge ynskjer å meistrar, til ei viss grad, å legge til rette for gode problemløysingsaktivitetar i klassen. Erfaringane ber preg av kortare aktivitetar i undervisingstimen med matematisk problemløysing. Begge opplever vanskelegheitar med å skape større oppdrag eller utfordringar som baserer seg på matematisk problemløysing, noko som fører til at dette ikkje pregar deira undervising. Lars trekker fram tida som ein grunn for dette. Lars, og kollegaene hans, leitar etter måtar å drive matematisk problemløysing på, men tida strekk ikkje til, og dei får difor ikkje gjort dette.

Ryel (2019) viser i sin studie til at matematikklærarar oppfattar matematisk problemløysing som eit eige tema lærarane skal arbeide seg gjennom med elevane. Altså at matematisk problemløysing ikkje er ein integrert del av læreplanen. Basert på erfaringane Mari og Lars har med matematisk problemløysing, deler ikkje dei same oppfatning som resultatet til Ryel

(2019). Dei nyttar matematisk problemløysing som eit hjelpemiddel eller ein framgangsmåte mot å tileigne seg kunnskap i eit anna matematikkemne.

Studia gjort av Holm og Falch (2021) viser til eit resultat med fellestrekk til Mari og Lars sine erfaringar med matematisk problemløysing. Holm og Falch (2021) konkluderer med at deira matematikklærarar har positive erfaringar med matematisk problemløysing, og ser viktigheita av det. Men det kjem fram tre tydelege utfordringar; tid, oppgåveval og lærarkompetanse. Holm og Falch (2021) viser til at matematikklærarane erfarer at det er utfordrande å finne tid til å lage og organisere undervising gjennom matematisk problemløysing. Oppgåveboka elevane nyttar er prega av ikkje-problemløysande oppgåver, altså algoritme-baserte oppgåver, då ei slik oppgåvebok pregar mykje av elevarbeidet, er det vanskeleg å finne oppgåver utanom som er av den problemløysande karakteren. Mari og Lars har i utgangspunktet positive erfaringar med matematisk problemløysing, og ser viktigheita av dette gjennom at problemløysing er vegen å gå i matematikkundervisinga. Lars trekker fram tid til å finne problemløysande undervising som ein utfordring. I tillegg forklarar han at kollegaene stadig undersøker nye metodar for å skape problemløysande undervising, dette kan tyde på at det ikkje er tilstrekkeleg med problemløysande aktivitetar i oppgåveboka. Mari viser til ein oppstartsaktivitet i timen som ein problemløysande aktivitet. På denne måten unngår ho å bruke tid på å leite etter stadig nye oppgåver og undervisingsopplegg.

6.2 Identifiserte utfordringar

Ved matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising identifiserte lærarane mangel på fagleg utbyte og undersøkjande undervising passar ikkje for alle som negative verknadar av denne kombinasjonen. Desse kan då sjåast på som utfordringar; sikre fagleg utbyte og utforskande undervising for elevmangfaldet.

6.2.1 Sikre fagleg utbyte

Med bakgrunn i at informantane meiner at matematisk problemløysing og tverrfageleg undervising bygger på undersøkjande arbeidsmetodar, opplever informantane at elevane ikkje får nok fagleg utbyte av undervisinga. Lars grunngir dette med blant anna at elevane manglar

grunnleggjande fagkunnskap. Når elevane ikkje har den grunnleggjande fagkunnskapen på plass, har dei heller ikkje reiskapane dei treng gjennom utforskningsfasen. For at elevane skal arbeide på ein problemløysande måte i matematikkfaget treng elevane ei samansetting av matematiske dugleikar. (Tambychik & Meerah, 2010, s. 144). Mari og Lars trekk fram dugleikar som undersøkjande, generaliserande, aktive i læringsprosessen, evna til refleksjon og å vere nysgjerrige. Desse dugleikane er til dels fråverande i elevane sin kompetansebase. På bakgrunn av dette blir matematisk problemløysing vanskeleg for elevane å gjennomføre (Tambychik & Meerah, 2010, s. 144). Utfordringa vidare her vil naturlegvis vere kva grunnleggjande fagkunnskapar elevane må tileigne seg for å kunne arbeide problemløysande med matematikkfaget. Lester (2013, s. 247) meiner at svaret på dette bør ligge i definisjonen på matematisk problemløysing. Om definisjonen inneheld kompetanseområder som å koordinere tidlegare erfaringar og kunnskap, kjente representasjonar og intuisjon, hadde lærarane visst kva dugleikar elevane treng, og då kva dugleikar som må tileignast (Lester, 2013, s. 248-249). Desse dugleikane kan i stor grad samanliknast med dugleikane Mari og Lars har identifisert, som tidlegare presentert.

Ein kan tolke Lars, og hans kollegaar, si løysing på manglande fagkunnskap som at dei *sklir ned nokre trapperinn (...) tar ut igjen faga, så jobbar me meir fagvis inn mot det tverrfaglege emnet* (L38). Når han bruker metaforen «skli ned nokre trappetrinn», og samtidig forklarar at dei tar ut igjen faga, kan det tolkast som at dei har arbeidd med tverrfaglegheit av ei inngripande grad (figur 1, s. 18), truleg grad tre eller fire, der skilje mellom faga er mindre tydeleg, og faga er avhengig av kvarandre (Drake & Reid, 2018, s. 6-7). Her erfarer Lars, og hans kollegaar, at elevane ikkje får det faglege utbyte dei skal. Løysinga blir då å ta i bruk ei grad av tverrfaglegheit på eit anna nivå. Han skildrar arbeidet som å jobbe fagvis inn mot det tverrfaglege emnet. Denne skildringa kan samanliknast med fagkopling eller fleirfaglegheit, då faga arbeidar fagvis, men samarbeider om temaet i større eller mindre grad (Drake & Reid, 2018, s. 6; Mathison og Freeman, 1997, s. 10-11). Lars ser dermed på det å sikre faglege utbyte for elevane som ein utfordring på gradene moderat tverrfaglegheit og integrert tverrfaglegheit. Fagkopling, som er den minst inngripande grada, blir skildra av Drake og Reid (2018, s. 6) som ein god plass å starte med å integrere tverrfaglegheit. Det er desse erfaringane Lars no har gjort seg; starte med ei lite faginngripande tverrfagleg grad, for så å gå over til ei meir fagovergripande tverrfaglegheit.

Ei anna årsak, identifisert av Lars, for at elevane sitt faglege utbyte ikkje er godt nok, ligg i kollegasamarbeidet. Han hevdar at om lærarsamarbeidet ikkje er godt nok, får dei heller ikkje inn det faglege innhaldet i undervisinga. Vidare forklarar han at dei tilfella der planlegginga i forkant av eit tverrfagleg prosjekt har vore bra, har det ikkje vore problem å ivareta faga i det tverrfaglege. Når han forklarar at faga forsvinn i det tverrfaglege, kan dette tyde på at utfordringane med samarbeidet Lars refererer til, er knytt til fagovergripande tverrfaglegheit, altså moderat og integrert tverrfaglegheit, der skilje mellom faga er mindre tydeleg (Drake & Reid, 2018, s. 6). Det vil seie at grad av tverrfaglegheit på dette nivået krev eit tett samarbeid mellom lærarane. Dette kan sjåast i samanheng med Stortingsmelding 28 (Kunnskapsdepartementet, 2016, s. 24), som hevdar at samarbeid på tvers av fag om grunnleggjande dugleikar, tverrfaglege tema, læringsstrategiar og sosial kompetanse er sjølvne nøkkelen til å utvikle god kvalitet på undervisinga. I tillegg forklarar Ertesvåg (2012, s. 122) at eit sterk lærarfellesskap med like haldningar og verdiar inspirerer elevane til å utvikle eit godt læringsfellesskap. Eit bra kollegasamarbeid er altså heilt sentralt for å skape kunnskapsrik og utviklingsbasert undervising. Mari ser også på kollegasamarbeidet som ein utfordring når ho forklarar at *Me har liksom ikkje den samarbeidsforaen på min skule (M71)*. Dette utdjupar ho som at dei ikkje har satt av noko meir planleggingstid eller samarbeidstid enn tida som er satt på timeplanen. Då temaa for denne tida allereie er satt, vart det ikkje tid til å samarbeide om andre ting, som for eksempel tverrfaglegheit, forklarar Mari. På bakgrunn av dette opplever Mari det særskilt krevjande å sette i gang eit tverrfagleg samarbeid som går på nivå tre eller fire (figur 1, s. 18). Nytt i LK20 er fokuset på tverrfagleg undervising, dette er eit omgrep alle skular må halde seg til gjennom tre tverrfaglege tema. Der skal elevane reflektere over dagsaktuelle tema som er overordna for fleire skulefag. Elevane skal studere og utforske problemstillingar knytt til temaa, svaret på desse finn elevane ved å bruke fleire fagkompetansar kombinert (Kunnskapsdirektoratet, 2017). For å legge til rette for at elevane skal arbeide tverrfaglege i skulen er det naudsynt at lærarar samarbeider på tvers av fag, då elevane må bruke fleire fagkompetansar i eit tema.

Som eit resultat av at skulen som organisasjon ikkje legg til rette for eit samarbeid om det tverrfaglege, vart tida eit problem for Mari og Lars. Mari opplever ein travel kvardag som lærar der det ikkje er rom for samarbeid om utvikling, noko meir enn det som er satt, og

innanfor arbeidstida. Lars, derimot, forklarar at han kunne hatt samarbeid utanom den fastsette planleggingstida. Hans utfordring er at kollegane hans ikkje ynskjer det, dei har andre prioriteringar når arbeidsdagen er over. Mangel på kollegasamarbeid til å utvikle tverrfagleg undervising i tråd med LK20, er eit problem gjenspegla av andre lærarar (Arvesen, 2020, s. 76). Arvesen (2020, s. 76) viser til lærarteam der mangel på kollegasamarbeid fører til oppgåvefordeling i staden for samarbeid (Arvesen, 2020, s. 76). Som ein her ser, viser Mari og Lars to ulike vinklar av utfordring med samarbeidet, Mari har andre prioriteringar etter arbeidstida er over, medan Lars ynskjer å samarbeide etter arbeidstida er over. Her er det viktig at lærarteamet ikkje utviklar negative erfaringar og haldningar, då dette vil svekke samarbeidet ytterlegare.

Mari skildrar skulen sin som at den ikkje legg til rette for organisert samarbeid med tverrfagleg undervising. Ho forklarar at det føregår diskusjonar på skulen, men det er endå ikkje gjort noko for å legge til rette. Lars forklarar at dei har arbeida aktivt med tverrfaglegheit dei siste tre åra, før LK20 vart gjeldande. Lars var med på ein endringsprosess for å gjere undervisinga meir tverrfagleg for elevane. Sjølv om Lars no forklarar at dei arbeider tverrfagleg på ein anna måte enn dei gjorde, og har endra praksisen sin, er det nokre kollegaer som ikkje trivest med denne endringa. For skular som sjølv ser behovet for endring, er sannsynet for at endringsarbeidet lukkast, stort. Medan for skular som får eit endringsarbeid pressa over seg, er sannsynet for at endringsarbeidet lukkast, vesentleg mindre (Persson, 2019, s. 52). Basert på Lars sine skildringar, kan ein konkludere med at endringsarbeidet var nokså vellukka. For Mari sin skule, som no får LK20 og tverrfaglegheit pressa over seg, vil det bli ein utfordring å skape gode samarbeidsprosessar om det tverrfaglege fokuset.

6.2.2 Utforskande undervising for elevmangfaldet

Lars meiner at ein ved å arbeide med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising, legg mykje av læringsansvaret over på eleven. Det er ikkje alltid elevane er modne nok for dette ansvaret, har Lars erfart. På tross av erfaringane til Lars, legg overordna del i LK20 vekt på elevaktivitetar som undring og utforsking, og engasjement og skaparglede (Kunnskapsdepartementet, 2017). Lars synes her at det er vanskeleg å ikkje gå i privatiseringsfella, som handlar om at ein må rettleie elevane gjennom læringsprosessen, ikkje

overlate denne prosessen til dei (Bolstad, 2020, s. 46). Det Lars her belyser, er ein utfordring som kjem av endra lærarfokus. Frå den typiske kateterundervisinga, der læraren har full kontroll på læringa til elevane, og til meir utforskande og problembasert undervising. Her går lærarane frå å ha god kontroll til å sleppe opp kontrollen, la elevane styre, og rettleie dei (Bergem, 2001, s. 58).

Av erfaring veit Lars at alle elevar har ulike eigenskapar og forutsetningar, ikkje alle trivest med å vere utforskande, reflekterande og skapande heile tida. *For desse elevane vart det som eit fjell dei skal over, utan av dei veit stien* (L139), er metaforen Lars bruker for å poengtere korleis dette kjennes for elevar som ikkje meistrar eller trives med slike undervisingsformer. Som LK20 forklarar, skal alltid eleven sin læring og utvikling vere i fokus. Naturlegvis vil ei elevgruppe alltid bestå av elevar med ulike erfaringar, bakgrunnar og haldningar, her skal læraren tilpasse undervisinga i størst mogleg grad gjennom tilpassa og variert undervising (Kunnskapsdepartementet, 2017). I metaforen Lars bruker kombinerer han matematisk problemløysing på høgt kognitivt nivå, med tverrfaglegheit på nivå tre eller fire (figur 1, s. 18) der begge undervisingsformene i stor grad på undersøkjande arbeidsformer. Samtidig viser Lars at han ser på både matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising som noko meir enn berre utforsking. Lars viser eit syn på tverrfagleg undervising som handlar om alt frå klasseromundervising i fag, til større undersøkingsprosjekt på tvers av fag. Vidare forklarar han at matematisk problemløysing, kan vere både enkle strategiar for å løyse ei matematikkoppgåve og større problem som skal løysast. Med dette viser han at han kan tilpasse og variere undervisinga etter behov i elevgrupper ved hjelp av tverrfagleg undervising og matematisk problemløysing.

Ser ein på dei negative erfaringane Mari har gjort seg, då spesielt med eksempelet om skruane og mutrane, ser ein at ho ikkje klarer å engasjere alle elevane til å ta del i utforskinga. Ei årsak til dette kan vere at dei ikkje ser matematikken som ligg bak. Om elevane har ei instrumentell forståing av matematikken, altså veit kva dei skal gjere, men veit ikkje kvifor det er slik (Skemp, 1976, s. 2), kan det vere utfordrande å sjå samanhengen mellom matematikken, og det praktiske som føregår (Siqueland, 2021). I Mari sitt tilfelle, som handla om skruar og mutrar. Elevar som har ei relasjonell forståing av matematikk, veit kva dei skal gjere, og

kvifor dei gjer det (Skemp, 1976, s. 2), desse elevane ser lettare samanhengen mellom matematikken og det praktiske (Siqueland, 2021). I aktiviteten Mari skildrar kan også deler av årsaka skuldast at elevane som ikkje engasjerer seg, ikkje er invitert godt nok inn i undersøkingslandskapet, dei ynskjer ikkje sjølv i stor nok grad å ta del i det (Skovsmose, 2003, s. 146).

Ein utfordring Lars viser til med matematisk problemløysing handlar om motivasjonen elevane har til å arbeide med oppgåva/utfordringa. Han forklarar at *ein utfordring er jo viss elevane gir opp, eller at det blir for vanskeleg. At dei ikkje prøver ein gang* (L129). Her skildrar Lars to ulike tilfelle der motivasjonen manglar. Elevane kan gi opp undervegs i prosessen, eller før dei i det heile forsøker å løyse oppgåva. Mellin-Olsen (2009, s. 5) forklarar at oppgåvediskursen i matematikk kjenneteiknast ved at elevane gjer akkurat det dei må, og ikkje meir. Grunnlaget for dette ligg i at oppgåvene matematikkfaget bygger på er reproduktive. Dei løyser same oppgåvene igjen og igjen, berre med ulike formlar. Her treng ikkje elevane å anstrenge seg ein gong (Mellin-Olsen, 2009, s. 5). Elevane som gir opp, eller ikkje forsøker, har ikkje den indre motivasjonen for å løyse matematikkoppgåvene, det vil seie at dei ikkje opplever meistring i faget, moglegheiten til å ta eigne val, og eit trygt læringsmiljø, tilstrekkeleg nok for å utvikle indre motivasjon for å arbeide med oppgåva (Wæge & Nosrati, 2018, s. 22-26). I tillegg vise Skovsmose (2003, s. 147) til at elevane må bli invitert inn i undersøkingslandskapet, elevaktiviteten skal bygge på elevane sine tankar og framgangsmåtar. Om dette ligg til grunn ynskjer elevane å arbeide utforskande, eksperimenterande og problemløysande (Skovsmose, 2003, s. 147; Botten, 1999, s. 127). Lerman (2000) forklarar at ein ser ei endring i synet på matematikkundervisinga som går frå oppgåvediskursen Mellin-Olsen (2009) skildrar, og mot Skovsmose (2003) sitt undersøkingslandskap, der det er fokus på eleven som deltakar, i staden for eleven som mottakar.

Ved å ha observert sine kollegaer, har Lars sett at andre lærarar slit med å sleppe kontrollen på elevane, og la dei få ta del i undersøkingslandskapet. Dette grunngir han med at læraren då ikkje har kontroll på elevane sin læringsprosess. Dei to adjektiva som tydeleg gjaldt lærarperspektivet rundt matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising, vart skissert av Mari som utfordrande og krevjande. Dette kan henge saman med at nokre lærarar ser på

oppgåveløysing frå læreboka som så dominerande at det meste av elevaktivitet, og progresjon i faget er lagt til nettopp dette (Mellin-Olssen, 2009, s. 5). Dette fokuset på undervisinga viser ikkje praktiske sider av faget, men baserer oppgåvene på gjentakande algoritmeoppgåver. Dermed vises ikkje faget i sin heilskap (Mellin-Olssen, 2009, s. 7). Desse lærarane kan då oppleve å kjenne på dilemmaet mellom ynskje om å skape kreative og utforskande undervising, og tidspresset med nok rekning inn mot eksamen eller prøvar (Mellin-Olssen, 2009, s. 7).

6.3 Identifiserte moglegheiter

Positive verknadar identifisert av lærarane vart kategorisert som aktiv deltaking i eigen læringsprosess og det å skape ei heilskapande forståing av faginnhaldet. Dette dannar utgangspunkta for moglegheitene Mari og Lars ser med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising.

6.3.1 Aktiv deltaking i eigen læringsprosess

Det kjem fram gjennom analysen at Lars sin intensjon med matematisk problemløysing er å skape ein aktiv elev som har evne til refleksjon, og ein driv og eit ynskje om å finne ut av ting. Lars ynskjer at elevane skal vere i stand til å ta i bruk sine forkunnskaper, kompetanse meir enn kunnskap, prøve og feile, og vere nysgjerrige i læringsprosess. Lars sin intensjon bygger på klare samanhengar med overordna del sine framheva elevaktivitetar; undring og utforsking, utvikle engasjement og skaparglede, og gjere om idear til handlingar (Kunnskapsdepartementet, 2017). Lesh og Zawojewski (2007, s. 782) forklarar at sjølve problemløysingprosess handlar om å setje seg inn i problemet, tolke det, og forstå kjernen i det. Denne prosessen inneheld kompetansar som å uttrykke, prøve og feile, revidere, tolke, sortere og modifisere (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 782). Dette viser klare likskapar til kompetansane som Lars trakk fram. Vidare fortel Lars at han, i lag med sine kollegaer, planlegg for integrert tverrfaglegheit. Dermed legg lærarane opp til at elevane skal undersøkje ei utfordring eller eit problem der dei sjølv må finne løysingsmetodar ved å utforske seg fram (Drake & Reid, s. 6-7).

For å tydeleggjere korleis tverrfagleg undervising og matematisk problemløysing kan bidra til å skape større indre motivasjon for eit elevarbeid, kan ein sjå på ein av tre faktorar; autonomi. Denne faktoren viser viktigheita av å gi elevane moglegheit til å ta fri val, eksempelvis i løysingsprosessen. Her får elevane ta val basert på deira haldningar og verdiar. Dette er med på å skape ein indre motivasjon for arbeidet. Som allereie nemnt, er fokuset i både moderat- og integrert tverrfaglegheit lagt på utforskningsarbeidet, elevane skal utforske eigne framgangsmåtar og løysingar for å løyse ei tverrfagleg problemstilling (Drake & Reid, 2018, s. 6-7). Samtidig er dette gradene av tverrfaglegheit Mari og Lars ynskjer å oppnå. Ved desse gradene vil elevane få moglegheit til å ta eigne val i forhold til løysingsmetoden, og dermed oppleve autonomi i eit slik elevarbeid.

Stacey et al. (1982) skildrar ein strategi for å løyse eit matematisk problem. Den første fasen i strategien vart kalla *entry*, her møter elevane oppgåva, tolkar den, og forsøker å forstå problemet. Når problemet er forstått skal elevane finne ein strategi, for eksempel ein kompetanse dei kan ta i bruk, som kan vere til hjelp for å løyse problemet (Stacey, et al., 1982, s. 26). Polya (1990) presenterer på sin side ein firetrinns problemløysingsstrategi. *Entry*-fasen til Stacey (1982, s. 26) kan her samanliknast med Polya (1990, s. 8) sitt trinn nummer to. Her skal elevane utarbeide ein plan for å løyse problemet. Her kan ein ta i bruk eventuelle forkunnskaper, og bygge framgangsmåten på individuelle verdiar og haldningar. Ser ein dette i samanheng med at ei problemløysingsoppgåve ikkje skal ha noko fast framgangsmåte (Chamberlin, 2008), vil matematisk problemløysing bygge på elevane sin autonomi i faget gjennom at dei tek val i løysingsprosessen basert på individuelle haldningar og verdiar (Wæge & Nosrati, 2018, s. 18).

På tross av at Lars forklarar at skulen hans har vore gjennom eit endringsarbeid for å skape eit meir tverrfagleg fokus på undervisinga, ser han behovet for endring i korleis matematikkundervisinga vart driven. Behovet såg han med bakgrunn i at eksamensoppgåvene ikkje passar over ens med korleis dei jobbar i timane. Dette kan tolkast som at Lars blir påverka av dilemmaet Mellin-Olssen (2009, s. 7) skildrar mellom å førebu elevane på eksamen og prøvar gjennom mengder med oppgåverekning, og skape ei kreativ og utforskande undervising. Lars opplever behovet for endring på grunn av utvendig press, og

utvendige faktorar, noko som kan skape utfordringar knytt til eit endringsarbeid (Persson, 2019, s. 52). Ein kan på tross av dette ikkje konkludere matematisk problemløysing som ein utfordring i dette, då Lars sjølv meiner at matematisk problemløysing er ein moglegheit til å utvikle matematikkundervisinga mot framtidige eksamensframstillingar. Dette kan sjåast i samband med kompetanseomgrepet og metakognitive aktivitetar. Endringa av eksamensfokuset kjem av ein skule i endring, i likskap med forståinga av kompetanseomgrepet. Då ein her ser at dugleikar som pregar metakognitive aktivitetar, som er sentralt i matematisk problem, også er dugleikane som pregar forståinga av kompetanseomgrepet, kan ein sjå korleis Lars meiner at matematisk problemløysing vil førebu elevane på framtidige eksamenar (Kunnskapsdepartementet, 2016, s. 28; Hana, 2014, s. 220).

6.3.1.2 Bygger på same læringssyn

Mari og Lars skildrar elevarbeidet i tverrfagleg undervising som interessant, spanande, lærerikt, engasjerande og inkluderande. Elevarbeidet i matematisk problemløysing vart skildra som fengande, lærerikt, reflekterande, utforskande og motiverande. Ein kan i adjektiva til Mari og Lars knytt til matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising, sjå klare sambandar; interessant-fengande, spanande/engasjerande-motiverande, inkluderande-utforskande.

For både Mari og Lars går det opp eit lys undervegs i intervjufasen, då dei oppdagar at matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising bygger på same fokus. Mari forklarar at både matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising bygger på elevaktivitetar som utforsking, undring og reflektering. Lars meiner at matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising går som hand i hanske, og forklarar dette med at problemløysing er ein fin måte å knyte matematikken inn i det tverrfaglege på, då begge undervisningsformene er utforskande. Ut i frå Stacey et al. (1982, s. 24) og Polya (1990, s. 6) sine problemløysingsstrategiar, vil ein problemløysingsprosess i større eller mindre grad innehalde ein utforskande fase, då problemløysarane sjølv må utforske seg fram til ein hensiktsmessig løysingsmetode. I tverrfagleg undervising er i hovudsak grad tre og fire (figur 1, s. 18) som blir sett på som utforskande arbeidsmåtar (Drake & Reid, 2018, s. 6-7). Då dette er gradene Mari og Lars

siktar til, viser dei til at matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising bygger på utforskande undervising. Dei har her gjort seg erfaringar som kan sjåast i samanheng med Tytler, et al., (2019, s. 78) som hevdar at problemløysing bør vere ein del av den tverrfaglege matematikken.

Samanlikna med Skovsmose sin figur over undersøkingsmiljøet (figur 2, s. 23) ser Mari og Lars på matematisk problemløysing som oppgåvemiljø (2), (4) og (6), der elevane sjølv skal utforske og reflektere (Skovsmose, 2003, s. 147-150). Her kan ein også trekke inn tverrfagleg undervising, som handlar om å kople saman skulen med kvardagen utanfor, og ta opp dagsaktuelle tema (Kunnskapsdepartementet, 2017). Tverrfagleg undervising i matematikk kan då skje i oppgåvemiljø (3), (4), (5) og (6), der matematikken er kopla til ein slags verkelegheit (Skovsmose 2003, s. 147-150). Fellesnemnarane for matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising er oppgåvemiljø (4) og (6), der elevane undersøker og utforskar verkelegheitsbaserte situasjonar. Her bygger matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising på same læringssyn.

6.3.2 Skapar ei heilskapleg forståing

Mari meiner at elevane i større grad ser nytten av faginnhaldet gjennom matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising. Ho viser særleg til matematikk når ho forklarar at elevane veit kva dei skal bruke dette til, og legg vekt på å få verkelegheita inn i matematikkfaget. Elevane arbeider då med matematisk problemløysing gjennom verkelege situasjonar (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 783). Her ser ein klare samanhengar med moderat- og integrert tverrfaglegheit då desse gradene bygger på utforskande arbeidsprosessar for å undersøkje tverrfaglege tema (Drake & Reid, 2018, s. 6-7; Bolstad, 2020 s. 31). Desse temaa skal ta opp dagsaktuelle problemstillingar tatt ut frå verkelegheita (Kunnskapsdepartementet, 2016, s. 7). Modellering vil på bakgrunn av dette, også vere ein naturleg måte å kople saman matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising på. Når elevane arbeider med denne type problemløysing meiner både Mari og Lars at elevane arbeidar med fagstoffet med ein ekte glede, til dette utdjuar Mari at det ser ut som om elevane ikkje er klar over den matematikken dei faktisk tar i bruk. Truleg ligg årsaka til dette i at elevane får ei anna tilnærming og fokus inn mot faget, og blir motivert av dette (Lester & Cai, 2016, s. 14).

Ser ein Mari si hensikt med matematisk problemløysing, som handlar om å vise elevane kva anna enn ei lærebok matematikk faktisk er, og vise heilskapen bak faget, kan dette koplust opp mot Mellin-Olssen (2009, s. 7) sin forståing av at der læreboka og algoritmisk oppgåverekning dominerer undervisningsprogresjonen, blir ikkje heilskapen i faget vist for elevane. Om lærarane klarer å sjå vekk frå matematikkboka og invitere elevane til diskusjon og samtale, kan ein sikre djupnelæring sjå elevane. Og på den måten vise dei heilskapen matematikken bygger på (Stedøy & Torkildsen, 2018, s. 1)

Lars meiner tverrfagleg undervising fører til betre forståing av heilskapen faga i skulen bygger på. Han bruker metaforen «briller» for ulike fag når han forklarar at ein kan undersøkje eit tema gjennom ulike briller. Dette kan tolkast som at faga ser ulike vinklingar og prioriteringsområder i eit og same tema. På denne måten, hevdar Lars, vil elevane få ei større forståing av faga individuelt, og heilskapen faga saman bygger på. For å tydeleggjere dette, påpeikar Lars at ingenting i kvardagen utanfor skulen er fagspesifikt, alt er tverrfagleg. Eit argument for tverrfagleg undervising som Bolstad (2020) trekker fram handlar om akkurat det Lars har påpeika. Bolstad (2020) viser til at verkelegheita skulen førebur elevane på ikkje er fagdelt. Elevane treng opplæring i å bruke fleire fagområder samtidig, då dette vil vere nyttig i livet utanfor skulen. Evna til å sjå fagstoff frå ulike vinklar er viktig for å utvikle ei heilskapleg forståing, noko dei får øve på gjennom tverrfagleg undervising (Bolstad, 2020). Dette heng saman med Lars sine meiningar; at moglegheita til å sjå temaet med ulike briller er viktig.

Vidare hevdar Bolstad (2020, s. 31) at tverrfagleg undervising, særleg der faga er kopla saman, og fagskilje er svakt, er meir likt elevane sin reelle kvardag, dette vil skape motivasjon for elevane til å jobbe med fagstoffet. Dette heng saman med motivasjonsfaktorane identifisert ut i frå Mari og Lars sine skildringar; faginnhaldet spelar på kvarandre og skapar då ein heilskap, og moglegheit til å sjå nytta av faget i kvardagen.

Eit tett kollegasamarbeid er med på å gi elevane ei heilskapleg forståing av faginnhaldet,

hevdar Lars. Vidare meiner han at fordelene av å vere ei gruppe lærarar med ulike erfaringar, bakgrunn og kompetanse vil tene elevane ved at undervisinga blir variert og tilpassa, og blir då meir tilrettelagt for elevmangfaldet. I eit kollegasamarbeid som fungerer vil lærarane bidra med sin kunnskap, evner og erfaringar slik at alle andre lærarane i samarbeidet kan lære av dette (Ertesvåg, 2012, s. 105). Samarbeid mellom pedagogar blir sett på som ein viktig profesjonell utvikling for lærarar (Ertesvåg, 2012, s. 108). Lars har her erfart korleis eit sunt kollegasamarbeid kan vere med på å utvikle den einskilde læraren sin kompetanse, og skape ei heilskapleg fagleg forståing for elevane.

På tross av ulike forståingar av tverrfaglegheit, har dei same ynskje for tverrfagleg undervising i praksis. Mari fortel at ho ynskjer at dei skal drive aktiv tverrfaglegheit ved bolkar der faga går over i kvarandre og elevane utforskar på tvers av faga. Lars fortel at dei stort sett alltid planlegg for ei tverrfaglegheit der elevane undersøker på tvers av fag, men at lærarteamet hans ikkje alltid får dette til. Samanliknar ein dette med oversikta over dei ulike tverrfaglege gradene (figur 1, s. 18), ser ein at både Mari og Lars ynskjer å oppnå moderat- og integrert tverrfaglegheit kvar gong dei planlegg eit tverrfagleg arbeid, då dei ynskjer at temaet, og det tverrfaglege arbeidet, skal gå på tvers av fag (Drake & Reid, 2018, s. 6-7). I desse gradene av tverrfaglegheit vil elevane få ei meir heilskapleg forståing av faga som er involvert i temaet (Bolstad, 2020, s. 31).

Mari ser på integrert tverrfaglegheit som ein moglegheit til å oppnå djupnelæring. Ho meiner då at djupnelæring skjer i den utforskande fasen av tverrfagleg undervising, og ser på dette som å sjå større samanhengar, og særleg samanhengar mellom fag, som fører til ein heilskapleg forståing. Ut i frå dette kan det tolkast som at Mari meiner at elevane får moglegheiten til å utvikle djupnelæring når elevar utforskar tema på tvers av fag. Bolstad (2020, s. 29), påpeikar på si side, at nokre grader av tverrfaglegheit ikkje er betre enn andre. Kva grad av tverrfaglegheit læraren bør legge til rette for, er avhengig av konteksten. Bolstad (2020) hevdar at djupnelæring kan skje på alle dei ulike gradene av tverrfaglegheit (figur 1, s. 18), samtidig legger han til at tverrfagleg undervising kan vere ein god måte å integrere djupnelæring i skulen på. Djupnelæring blir sett på som det å reflektere over eiga læring, ta i bruk forkunnskaper, og utvikle nye metodar, omgrep og samanhengar

(Kunnskapsdepartementet, 2017). På grunn av definisjonen Mari har for djupnelæring, kan elevane, i hennar syn, berre lærer gjennom djupnelæring ved integrert tverrfaglegheit. Basert på korleis Kunnskapsdepartementet (2017) definerer djupnelæring, ser ein at læring gjennom djupnelæring ikkje er påverka av gradene av tverrfaglegheit.

6.7 Spenningsforhold i læraridentifiserte moglegheiter og utfordringar

Kategoriane som her utgjer moglegheitene og utfordringane to matematikklærarar har identifisert for matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising viser nokre spenningsforhold. Dette viser noko av kompleksiteten rundt tematikken.

6.7.1 Lite fagleg utbyte, eller ei heilskapleg forståing for temaet?

Det er identifisert ein utfordring som handlar om å sikre fagleg utbyte for elevane. Dette er ein utfordring som spesielt vart trekt fram i tverrfagleg undervising. Når ein samtidig trekker inn matematisk problemløysing, som bygger på eit sett med dugleikar elevane i liten grad har kunnskap om, viser grunnleggjande fagkunnskap seg som ein faktor for lite fagleg utbyte (Tambychik & Meerah, 2010, s. 144). Samtidig meiner forskingsdeltakarane at gjennom utforsking i matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising utviklar elevane ein heilskapleg forståing for temaet. Som analysen viser er mykje av grunnlaget for at elevane får lite fagleg utbyte kopla til lærarsamarbeidet og planlegginga. Samtidig viser Lester og Cai (2016, s. 19) at elevar som lærar matematikk gjennom problemløysing viser like god kompetanse i grunnleggjande dugleikar, som elevar som lærar matematikk gjennom tradisjonell undervising. Om ein utviklar den tverrfaglege undervisinga i tråd med Drake og Reid (2018, s. 6), som hevdar at det er naturleg å starte tverrfagleg undervising gjennom fagkopling med elevane, vil elevane få ein gradvis innføring i arbeidsformene. Samtidig er det viktig å vere klar over den grunnleggjande fagkunnskapen som trengs for at elevane skal arbeide problembasert med matematikken i det tverrfaglege.

6.7.2 Undervisingsformer som passar for alle elevane, eller ikkje?

Gjennom tverrfagleg undervising ved moderat- og integrert tverrfaglegheit, og matematisk problemløysing, opplever elevane autonomi i val av løysingsprosses, som er ein av tre

faktorar for at elevane skal oppleve indre motivasjon for arbeidet (Wæge & Nosrati, 2018, s. 22-26). Definisjonen Lars viser til på tverrfagleg undervising, den same som LK20, kan ein sjå parallelt med oversikt over gradene av tverrfaglegheit (figur 1, s. 18) Denne viser, i lag med tidlegare drøfting, at tverrfagleg undervising i stor grad kan varierast og tilpassast til elevgruppa (Bolstad, 2020). Sjølv om ei problemløysingsoppgåve i stor grad skal bygge på verkelegheita (Chamberlin, 2008), viser Mari og Lars korleis problemløysing kan brukast i forskjellige situasjonar, frå rein matematikk til oppgåver tatt i frå verkelegheita (Skovsmose, 2003, s. 149-151). Ein kan samanlikne utforskande arbeidsmåtar, som Mari og Lars identifiserer matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising innanfor, med oppgåvediskursen i matematikk, som viser at oppgåvene inviterer elevane til å anstrenge seg lite, då oppgåvene er gjentakande med same algoritmen. Med denne diskursen blir elevane late, og gjer berre det som er naudsynt for å oppnå svaret (Mellin-Olssen, 2009, s. 5). Ein kan, basert på dette, forstå erfaringane Mari og Lars har gjort seg med at elevane har lite motivasjon for å starte eller fullføre utforskningsfasen. Kan matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising tilpassast for alle?

7.0 Konklusjon

Dette studiet, skulle i eit todelt fokus, undersøkje fagområda matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising. Den overordna hensikta med studiet er å bli kjent med korleis problembasert undervising kan knyte matematikkfaget inn i tverrfagleg undervising. Gjennom intervju med to matematikklærarar som er opptekne av både matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising, vart deira identifiserte moglegheiter og utfordringar knytt til desse undervisningsformane presentert. På denne måten blir eg som framtidig lærar, og andre matematikklærarar, vist kva som kan vere utfordrande med denne kombinasjonen, og kva moglegheiter som finnes her. Då studiet trekker inn, og kombinerer, to forskingsfelt, er det naturleg at studiet må gjere nokre avgrensingar. Med eit ynskje om å gjere moglegheiter og utfordringar kring matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising tilgjengeleg for matematikklærarane, bygger studiet på eit lærarfokus. Det er lærarane sitt syn og deira meiningar som er i fokus. Vidare held forskinga seg til definisjonane, arbeidsformene og elevaktivitetane matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising bygger på.

Ved å gjennomføre eit kvalitativt forskingsintervju hentar eg som forskar ut deltakarane sine meiningar og syn på tematikken. Basert på desse vart datasamlinga analysert og delt inn i kategoriar som baserte seg på forskingsspørsmåla. Desse kategoriane vart vidare drøfta til relevant teori. utfordringa å «sikre fagleg utbyte» for elevane i ein kombinasjon av tverrfagleg undervising og matematisk problemløysing kjem fram gjennom analysen av transkripsjonane. På grunn av eit lite fungerande kollegasamarbeid og mangel på grunnleggjande fagkunnskap, får ikkje elevane nok fagleg utbyte av ein slik undervisningskombinasjon. Vidare viser analysen at deltakarane ser på matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising som utforskande arbeidsform, dette meiner dei ikkje passar for elevmangfaldet, då det ikkje er alle som trivest i utforskningsfasen. Det er altså ein utfordring å legge til rette for utforskande undervising for elevmangfaldet. Samtidig meiner Mari og Lars at ein kombinasjon av desse gir moglegheit for aktiv deltaking i eigen læringsprosess, då dei sjølv må ta del i eigen læringsprosess, dei får utvikle egne framgangsmåtar, og utviklar då større motivasjon for arbeidet. Dette skapar også ei større heilskapleg forståing for elevane, som blir identifisert som den andre moglegheita. Elevane får, gjennom problembasert tverrfagleg undervising i matematikkfaget, moglegheita til å sjå samanhengen mellom faga, og faga og verkelegheita utanfor skulen. Dette viser to utfordringar og to moglegheiter trekt fram frå to matematikklærarar sine meiningar og erfaringar.

For å svare på problemstillinga er det brukt tre forskingsspørsmål. Desse skal til saman utvikle eit svar på problemstillinga. Første forskingsspørsmål var «Kva forståing har matematikklærarane av omgrepa «matematisk problemløysing» og «tverrfagleg undervising» i skulen?» For å kunne drøfte identifiserte moglegheiter og utfordringar er det naturleg å sjå på korleis lærarane definerer fagområda. Dei to lærarane viser til ulike definisjonar på tverrfagleg undervising i skulen. Mari meiner tverrfaglegheit handlar om at faga i stor grad er knytt saman, og elevane tar i bruk kompetansar frå ulike fag, medan Lars ser på tverrfaglegheit som alt frå samarbeid om temaet på tvers av fag, der faga er skilt frå kvarandre, til det som Mari snakkar om, altså utforskande fokus på tvers av fag. Matematisk problemløysing handlar for begge lærarane om å gi elevane ei utfordring eller ein problemstilling der elevane sjølv må finne ein løysingsmetode for å komme fram til svaret. På tross av dette viser Mari eit større fokus på at problembasert undervising skal innehalde eit problem, medan Lars viser eit mindre tydeleg skilje mellom utforskande undervising og

problembasert undervising.

Fokuset vidare er «Kva moglegheiter og utfordringar møter matematikklæraren ved å legge til rette for matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising i skulen?» Her er hensikta å finne ut lærarane sitt syn på tilretteleggingsfaktorane for tverrfagleg undervising og matematisk problemløysing. Gjennom analysen av lærarane sine meiningar og syn kjem det fram at å motivere alle, utfordringar ved lærarsamarbeidet, lite tilpassa arbeidsmåte for elevmangfaldet, og tidsmangel og endringsarbeid er faktorar som skapar utfordringar med å legge til rette for matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising. Faktorane som skapar moglegheiter for elevarbeidet knytt til arbeidsformene er problemløysing må vektleggast, moglegheit for djupnelæring, og arbeidsmåtar som bygger på same fokus.

I det siste forskingsspørsmålet var fokuset: «Kva positive og negative verknadar gir ein kombinasjon av matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising for elevane?» Gjennom eit tydelegare fokus på kombinasjonen matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising vart dei negative verknadane identifisert som mangel på fagleg utbyte og undersøkende undervising passar ikkje for alle. Dei positive verknadar for elevane si læring med matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising som vart trekt ut av intervjuar var aktiv deltaking i eigen læringsprosess, og at ein kombinasjon av undervisningsformene skapar ei heilskapande forståing for eleven.

Forskingsspørsmåla gir ein naturleg oppbygging av matematikklærarane sine meiningar og deira syn på matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising, og ein kombinasjon av desse. Samla sett gir svaret på kva moglegheiter og utfordringar to matematikklærarar ser med matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising følgjande:

Utfordringar:

- **Sikre fagleg utbyte for elevane**, faktorar som skapar denne utfordringa er knytt til mangel på grunnleggande fagkunnskapar, utfordringar med samarbeidet i lærarkollegialet, tidsmangel for lærarane, og utfordringar rundt endringsarbeidet til skulen.

- **Utforskande undervising for elevmangfaldet**, faktorar som skapar denne utfordringa er at elevarbeidet bygger på utforskande undervising, her kan det vere utfordrande å motivere alle elevane, samt at det kan vere utfordrande for lærarar å sleppe elevane inn i utforskingslandskapet.

Moglegheiter:

- **Aktiv deltaking i eigen læringsprosess**, faktorar som påverkar denne moglegheita er at begge arbeidsformene legg til rette for at elevane får utforske på eiga hand. På denne måten får elevane ta del i eigen læringsprosess, og basere denne på individuelle haldningar og verdiar, som igjen er med på å auke elevane sin indre motivasjon. Samtidig er dette ei god utvikling av undervisinga basert på framtidig framstilling av eksamensoppgåver.
- **Skapar ei heilskapleg forståing**, faktorar som påverkar denne moglegheita er moglegheita utforskande undervising gir på djupnelæring, og viser elevane heilskapen av faget matematikk gjennom problemløysing tatt frå verkelegheita.

Denne forskinga kan ikkje generalisere resultatet av studiet som gjeldande for alle matematikklærarar. I staden viser studiet ein indikasjon på kva moglegheiter og utfordringar som kan vere til stades i skulen. For å styrke funna til dette studiet er dei sett i samanheng med anna relevant forskning. Forskingsfeltet dette studiet plasserer seg i, ein kombinasjon av matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising, er eit forskingsfelt med lite forskning. Ein ser på tross av dette at Mari og Lars identifiserer nokre av dei same utfordringane som Holm og Falch (2021) identifiserer rundt lærarane sine utfordringar med å legge til rette for matematisk problemløysing. Begge studiane identifiserer utfordringane tid til å skape gode problemløysingsaktivitetar, og oppgåver som bygger på problemløysande kompetanse. Samtidig ser ein at grunnleggande fagkunnskapar er sentralt for å kunne kople saman matematisk problemløysing for å skape god læring gjennom tverrfagleg undervising (Tambyclich & Meerah, 2010, s. 144). Både Mari og Lars identifiserte mangel på kollegasamarbeid som ein sentral utfordring i planlegging av tverrfagleg undervising. Dette er også tilfellet i Arvesen (2020) sin studie, der lærarane ikkje får nok tid til kollegasamarbeid. Chamberlin (2008) hevdar at ei problemløysingoppgåve bør vere realistisk, særleg Mari sin definisjon på matematisk problemløysing støtter denne definisjonen, og skapar moglegheiter for å kople problemløysing til verkelegheita, og på denne måten skape eit større heilskapleg

fokus både i matematikkfaget, men også gjennom tverrfageleg undervising, noko som inviterer til ei heilskapleg forståing mellom ulike fag.

Dette studiet bidrar med forskning til eit nokså lite utforska område, ein kombinasjon av matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising. Det bringer kunnskap om kva moglegheiter og utfordringar ein med eit lærarfokus kan møte på og bør vere klar over når ein kombinerer desse undervisningsformene. Dette studiet vil i hovudsak vere til nytte for matematikklærarar som ser behovet og ansvaret for å knyte matematikkfaget til tverrfagleg undervising. Samtidig er det viktig, som tidlegare forklart, at ein ikkje må generalisere dei identifiserte utfordringane og moglegheitene. Desse vil ikkje gjelde for alle matematikklærarar med ynskje om å legge til rette for dei aktuelle arbeidsformene.

7.1 Vegen vidare

På forskingsfeltet matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising eksisterer det forskning frå før, medan når det gjeld studiar som kombinerer desse arbeidsformene, er det ikkje gjort mykje forskning. Dette studiet kunne då velt fleire ulike tilnærmingar for å vise til ny kunnskap på dette forskingsfeltet. Lenge var planen til dette studiet å gjere ei aksjonsforskning, der var planen å undersøkje korleis eit lærarteam planla for matematisk problemløysing i eit tverrfagleg undervisningsopplegg, samt observere sjølve utføringa. Hensikta med dette hadde då vore å sjå korleis det som vart planlagt for, fungerte i praksis, stemmer planlegginga med korleis utføringa gjekk?

Dette studiet skaper, på spesielt eit område, ny nysgjerrigheit; Spenningsforholdet mellom dei identifiserte utfordringane og moglegheitene. Er det slik at matematisk problemløysing knytt i tverrfagleg undervising utgjer lite fagleg utbyte for elevane, eller er denne kombinasjonen med på å skape ei meir heilskapleg forståing for elevane? Det som her utgjer spenningsforholdet er at deltakarane identifiserer lite fagleg utbyte som ein utfordring, medan ei heilskapleg forståing av faginnhaldet som ein moglegheit. Dette blir då motsetjande, skapar denne kombinasjonen meir eller mindre læring? Dette er ei tilnærming som kan undersøkjast vidare.

Det andre spenningsfeltet handlar om at dette er undervisningsformer som ikkje passar alle, og at elevane lærer gjennom å delta aktivt i læringsprosessen. Grunnlaget for at undervisningsformene ikkje er tilpassa elevmangfaldet ligg i at begge baserer seg på utforskande arbeidsmetodar, noko ikkje alle elevane trivast med. På tross av dette, hevdar deltakarane at utforskingsfasen gir elevane moglegheit til å ta del i læringsprosessen. Dei skapar eiga læring basert på individuelle haldningar og verdiar, noko som gir moglegheit til å skape ein indre motivasjon for arbeidet. Er det slik at det utforskande fokuset på undervisinga hemmar læring eller skapar det meir læring? Dette er også ein forskingsretning som kunne blitt undersøkt på bakgrunn av dette studiet.

Kjeldeliste

- Arneberg, P. & Overland, B. (2013). *Lærerrollen : Om skolekultur, læreres læring og pedagogisk dannelse*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Bergem, T. (2001). *Slipp elevene løs! : Artikler med søkelys på lærerrollen*. Oslo: Gyldendal akademisk.
- Bolstad, B. (2020, 21. januar). Hva er flerfaglig og tverrfaglig undervisning? Henta frå <https://www.uv.uio.no/forskning/satsinger/fiks/kunnskapsbase/tverrfaglighet/hva/>
- Bolstad, B. (2020, 21. januar). Hvorfor arbeider skoler flerfaglig og tverrfaglig? Henta frå <https://www.uv.uio.no/forskning/satsinger/fiks/kunnskapsbase/tverrfaglighet/hvorfor/>
- Bolstad, B. (2020). *Dybdelæring og tverrfaglighet* (1. utgave. ed.). Oslo: Pedlex.
- Botten, G., & Tronshart, B. (1999). *Meningsfylt matematikk : Nærhet og engasjement i læringen*. Landås: Caspar forlag.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology *Qualitative Research in Psychology*, 3 (2), 77-101. *Online im Internet*, 1-42.
- Chamberlin, S. A. (2008). What is problem solving in the mathematics classroom. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 23(1), 1-25.
- Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forl.
- Creswell, J. W., Hanson, W. E., Clark Plano, V. L., & Morales, A. (2007). Qualitative research designs: Selection and implementation. *The counseling psychologist*, 35(2), 236-264. <https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/0011000006287390>
- Dagsland, T.P. (2021) "Det blir ofte vanskelig å få til de tverrfaglige greiene". Et lærerperspektiv på tverrfaglighet. *Techne Series*, 28 (3), 32-47.
- Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement. (1997). *Læreplanverket for den 10- årige grunnskolen*. Henta frå <https://www.nb.no/nbsok/nb/f4ce6bf9eadeb389172d939275c038bb?lang=no#0>

- Doig, B., & Williams, J. (2019). Conclusion to Interdisciplinary Mathematics Education. I B. Doig, J. Williams, D. Swanson, R. B. Ferri & P. Drake (red.), *Interdisciplinary Mathematics Education: The State of Art and Beyond* (s. 299 - 301). Springer, Cham.
- Drake, S. M., & Reid, J. L. (2018). Integrated curriculum as an effective way to teach 21st century capabilities. *Asia Pacific Journal of Educational Research*, 1(1), 31-50.
https://www.researchgate.net/publication/324250557_Integrated_Curriculum_as_an_Effective_Way_to_Teach_21st_Century_Capabilities
- Ertesvåg, S. (2012). *Leiing av endringsarbeid i skulen*. Oslo: Gyldendal akademisk.
- Fiskum, T., Gulaker, D., & Andersen, H. (2018). *Den engasjerte eleven : Undrende, utforskende og aktiviserende undervisning i skolen*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Hana, G. (2014). *Matematiske tenkemåter*. Bergen: Caspar forl.
- Holm, K., & Falch, C. (2021). *Læreres erfaring rundt problemløsning som metode i matematikk på ungdomstrinnet: En kvalitativ studie* (Masteroppgåve, Nord universitet). Henta frå <https://nordopen.nord.no/nord-xmlui/bitstream/handle/11250/2773978/HolmFalch.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Hviden, B., Bang, K. J., Fjørtoft, K., Holand, I., Johnsen, R., Kolstad, I., Monsen, T., Nevøy, A., Sandmo, E., Skilbrei, M-L., Staksrud, E., Tande, K. M., Ulleberg, Å., Øyum, L., & Enebakk, V. (2016). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi.
<https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/humsam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-ogteologi/>
- Johannessen, L., Rafoss, Tore Witsø, & Rasmussen, Erik Børve. (2018). *Hvordan bruke teori? : Nyttige verktøy i kvalitativ analyse*. Oslo: Universitetsforl.
- Kirke- og undervisningsdepartementet. (1987). *Mønsterplan for grunnskolen*. Henta frå <https://www.nb.no/nbsok/nb/2aef891325a059851965d5b8ac193de5#0>
- Kjærnsli, M., Nortvedt, G. A., & Jensen, F. (2014). *PISA 2012: Norske elevers kompetanse i problemløsning*. Utdanningsdirektoratet. Henta frå <file:///Users/Sander/Downloads/PISA-2012-Norske-elevers-kompetanse-i->

[problemlosing-.pdf](#)

Kunnskapsdepartementet. (2006). *Læreplanverket for kunnskapsløftet: Prinsipper for opplæringen*. Henta frå <https://docplayer.me/73461-Laereplanverket-for-kunnskapsloftet.html>

Kunnskapsdepartementet. (2016). *Fag-fordypning-forståelse. En fornyelse av kunnskapsløftet* (Meld. St. 28 (2015-2016)). Henta frå <https://www.regjeringen.no/contentassets/e8e1f41732ca4a64b003fca213ae663b/no/pdfs/stm201520160028000dddpdfs.pdf>

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordna del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Henta frå <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/?lang=nob>

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk (MAT01 - 05)*. Henta frå <https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob>

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg. ed.). Oslo: Gyldendal akademisk.

Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning, 1*, 19-44.

Lesh, R. and Zawojewski, J.S. (2007). Problem Solving and Modeling. In: Lester, F., Ed., *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Information Age Publishing, Greenwich, CT, 763-802.

Lester, F.K., Cai, J. (2016). Can Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers from 30 Years of Research. In: Felmer, P., Pehkonen, E., Kilpatrick, J. (eds) *Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives* (117-135). Springer, Cham.

Lester, F. K. (2013). Thoughts about research on mathematical problem-solving instruction. *The mathematics enthusiast, 10*(1), 245-278.

Mathison, S., & Freeman, M. (1997). The logic of interdisciplinary studies. (Report Series 2.33). *New York: National Research Center on English Learning and Achievement*. (ED418434)

- Mellin-Olssen, S. (2009). Oppgavediskursen i matematikk. *Tangenten*, 2, 2-7. Henta frå <http://www.caspar.no/tangenten/2009/t-2009-2.pdf>
- NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole – Fornyelse av fag og kompetanser*. Henta frå <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/>
- Olivares, D., Lupiáñez, J. L., & Segovia, I. (2021). Roles and characteristics of problem solving in the mathematics curriculum: a review. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(7), 1079-1096.
- Persson, S. T. (2019). *Tverrfaglig undervisning: Erfaring fra to skuler*. (Masteroppgåve, Universitetet i Oslo). Henta frå <https://www.duo.uio.no/handle/10852/72911>
- Polya, G. (1990). *How to solve it. A new aspekt of mathematical Methods*. Penguin Books Ltd.
- Postholm, M. (2010). *Kvalitativ metode : En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kausstudier* (2. utg. ed.). Oslo: Universitetsforl.
- Postholm, M., Jacobsen, D., & Søbstad, R. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Ryel, H. C. (2019). *Læreres oppfatninger av problemløsning: En kvalitativ studie av læreres oppfatning av problemløsning* (Masteroppgåve, Norges arktiske universitet). Henta frå <https://munin.uit.no/handle/10037/15709?show=full&locale-attribute=en>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Siqveland, M. (2021). *Erfaringer frå tverrfagleg prosjekt med matematikk og kunstfag*. (Masteroppgåve, Universitetet i Oslo). Henta frå: <https://www.duo.uio.no/handle/10852/88349>
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 1976, 77 (1), 20-26.
- Skott, J., Jess, K. & Hansen, H.C. (2008). *Matematik for lærerstudierende : Delta Fagdidaktik*. Frederiksberg: Samfundslitteratur.
- Stacey, K., Burton, L., & Mason, J. (1982). *Thinking mathematically*. Addison-Wesley.

- Stedøy, I. M., Torkildsen, S., & Halmos, P. (2018). Hvorfor problemløsning?. *Matematikksenteret*. Henta frå <https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/resources/Hvorfor%20problemløsning.pdf>.
- Skifjeld Arvesen, C. (2020). *Tverrfaglig samarbeid og undervisning i Fagfornyelsen* (Masteroppgåve, Universitetet i Sørøst-Norge). Henta frå: <https://openarchive.usn.no/usn-xmlui/handle/11250/2767890>
- Skovsmose, O., Blomhøj, M., & Alrø, H. (2003). *Kan det virkelig passe? : Om matematikklæring* (Tjørneserien). København: L&R Uddannelse Forlag Malling Beck.
- Sørensen, T. (2020). Mening og meningsdannelse. *Eksistensielle begreper i helse- og sosialfagleg praksis*. (pp. 99 - 116). <https://www.idunn.no/doi/10.18261/9788215035697-2020-06>
- Tambychik, T., & Meerah, T. S. M. (2010). Students' difficulties in mathematics problem-solving: What do they say?. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 142-151.
- Torkildsen, S. H. (2017). Matematisk problemløsning. *Matematikksenteret*. Henta frå: <https://beta.matematikksenteret.no/sites/default/files/media/filer/MAM/Torkildsen%20Matematisk%20Probleml%C3%B8sing.pdf>
- Tytler, R., Williams, G., Hobbs, L., & Anderson, J. (2019). Challenges and opportunities for a STEM interdisciplinary agenda. I B. Doig, J. Williams, D. Swanson, R. B. Ferri & P. Drake (red.), *Interdisciplinary Mathematics Education: The State of Art and Beyond* (pp. 51-81). Springer, Cham.
- Willig C. (2013). *Introducing qualitative research in psychology*. Maidenhead: Open University Press; McGraw Hill.
- Wilson, J. W., Fernandez, M. L., & Hadaway N. (1993). Mathematical problem solving. *Research idea for the classroom: High school mathematics*, 57, 78.
- Wæge, K., & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Oslo: Universitetsforl.

Figurliste

Modell 4. Grader av tverrfaglighet. Frå *Dybdelæring og tverrfaglighet*. (s. 30) av Bolstad, B., 2020, (1. utgave. ed.). Oslo: Pedlex.

Figur 4. Læringsmiljøer. Frå *Kan det virkeig passe? Om matematikklæring*. (s. 149), av Skovsmose O. og Blomhøj, M. (red.), 2003, LR Uddannelse.

Vedlegg 1

NSD NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

Vurdering

Referansenummer

507406

Prosjekttittel

Matematisk problemløsning i prosjektarbeid

Behandlingsansvarlig institusjon

Høgskulen på Vestlandet / Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett / Institutt for språk, litteratur, matematikk og tolkning

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Gry Anette Tuset, [REDACTED]

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Sander Eike, [REDACTED]

Prosjektperiode

23.08.2021 - 31.12.2022

Vurdering (1)

15.11.2021 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 15.11.2021, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 31.12.2022

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), og dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

Ved bruk av databehandler (spørreskjemaleverandør, skylagring eller videosamtale) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: <https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema>
Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 2

Intervjuguide – matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising

Spørsmål:

Innleiande spørsmål:

- Kva utdanning har du?
- Kor lenge har du jobba som lærar?
- Kor lenge har du undervist i matematikk?
- Kva trinn har du jobba på?

Introduksjon til tema:

- Korleis definerer du tverrfagleg undervising?
- Kva erfaring har du med tverrfagleg undervising?
 - o Eksempel?
- Korleis definerer du matematisk problemløysing?
- Korleis bruker du matematisk problemløysing i undervisinga?
 - o Eksempel?

Nøkkelspørsmål:

- Beskriv korleis de arbeidar tverrfagleg med tre adjektiv.
- Kor ofte legg du til rette for tverrfagleg arbeid med elevane? Fokusområder?
 - o Korleis er arbeidet organisert?
 - Tid? Omfang i fag? Ressursar? Trinn?
- Forklar prosessen dykkar mot å skape ei lærerik og spanande tverrfagleg undervising for elevane.
- Kva moglegheiter ser du med tverrfagleg undervising i skulen?
- Kva utfordringar ser du med tverrfagleg undervising i skulen?

- Beskriv matematisk problemløysing med tre adjektiv.

- Kor ofte legg du til rette for matematisk problemløysing i undervising?
 - o Korleis organiserer du det?
 - o Kva er hensikta di med matematisk problemløysing i undervisinga?
 - Føremålet?
 - Elevane sitt arbeid? (Arbeidsmetode)
- Kva moglegheiter ser du med matematisk problemløysing?
- Kva utfordringar ser du med matematisk problemløysing?

- Kan ein kombinasjon av matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising styrke læring, i så fall, korleis?
- Kan ein kombinasjon av matematisk problemløysing og tverrfagleg undervising hemme læring, i så fall, korleis?
- Tverrfagleg undervising og matematisk problemløysing er vektlagt i læreplanen for 2020, kva er dine tankar rundt det?
- Kva utfordringar ser du i møte med eit kombinert undervisningsopplegg med tverrfagleg undervising og matematisk problemløysing?
- Kva utfordringar ser du i møte med eit kombinert undervisningsopplegg med tverrfagleg undervising og matematisk problemløysing?

Avsluttande spørsmål:

- Eventuelle ting du ynskjer å kommentere til temaet?
 - o Noko som har blitt sagt, som har komt feil fram?
 - o Noko du vil oppklare?
 - o Eventuelle andre ting som kan vere interessante?

Vedlegg 3

Vil du delta i forskingsprosjektet

Matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising

Dette er eit spørsmål til deg om å delta i eit forskingsprosjekt av kategorien masteroppgåve der føremålet er å undersøke matematikklærarar sine refleksjonar rundt matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising. I dette skrivet gjev eg deg informasjon om måla for prosjektet og om kva deltaking vil innebere for deg.

Føremål

I studiet skal eg undersøkje kva moglegheiter og utfordringar matematikklærar ser i å bruke matematisk problemløysing i tverrfagleg undervising. Fokuset mitt er på læraren, og den sine erfaringar rundt tematikken.

For å kunne undersøkje dette ynskjer eg å intervjuje matematikklærarar. Då vil eg kunne danne meg ei forståing av korleis du som matematikklærar reflekterer rundt matematisk problemløysing. Det vil bli tatt lydopptak av intervjuet, desse vil bli skrivne ned på papir (transkriberte).

Lydopptak frå intervjuet vil bli brukt som forskingsdata i forskingsprosjektet.

Studiet har oppstart hausten 2021 og skal ferdigstillast våren 2022. Datainnsamlinga vil føregå i løpet av 2021.

Kven er ansvarleg for forskingsprosjektet?

Høgskulen på Vestlandet, campus Stord er ansvarleg for prosjektet.

Kvifor får du spørsmål om å delta?

Du er valt som forskingsobjekt på bakgrunn av at du underviser i matematikk på ein ungdomsskule. Du, i tillegg til ein anna matematikklærar frå totalt to ulike skular får

førespurnad om å delta i forskingsprosjektet.

Kva inneber det for deg å delta?

Dersom du vel å delta i prosjektet, inneber det at du deltek i eit intervju. Intervjuet tar om lag 40 minutt. Intervjuet inneheld spørsmål kring tverrfagleg undervising, og matematisk problemløysing som ei rolle i tverrfagleg undervising. Det vil bli tatt lydopptak og notater gjennom intervjuet.

For deg inneber deltakinga eit enkeltstående intervju.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Dersom du vel å delta, kan du når som helst trekkje samtykket tilbake utan å gje nokon grunn. Alle personopplysingane dine vil då bli sletta. Det vil ikkje føre til nokon negative konsekvensar for deg dersom du ikkje vil delta eller seinare vel å trekkje deg.

Ditt personvern – korleis vi oppbevarer og bruker opplysingane dine

Vi vil berre bruke opplysingane om deg til føremåla vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandlar opplysingane konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Under prosjektet er det eg som forskar/student, samt min rettleiar som har tilgang til datamaterialet.

Alle data i prosjektet vil bli lagra i tråd med HVL sine retningslinjer for handtering av forskningsdata

Du som deltakar vil ikkje kunne kjenne deg igjen i publikasjonen med ulike personlege opplysingar. På grunn av få intervjuobjekt vil du kunne kjenne igjen ulike poeng eller funn som vart trekt fram. Det er ikkje mogleg for andre å identifisere deg som intervjuobjekt.

Kva skjer med opplysingane dine når vi avsluttar forskingsprosjektet?

Opplysingane blir anonymiserte når prosjektet er avslutta og masteroppgåva er godkjend. Etter planen vil dette vere gjort innan 31.12.2022. Digitale personopplysingar, skrivne notater og lydfiler vil bli sletta innan 31.12.2022.

Kva gjev oss rett til å behandle personopplysingar om deg?

Vi behandlar opplysingar om deg basert på samtykket ditt.

På oppdrag frå Høgskulen på Vestlandet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlinga av personopplysingar i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettar

Så lenge du kan identifiserast i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i kva opplysingar vi behandlar om deg, og å få utlevert ein kopi av opplysingane,
- å få retta opplysingar om deg som er feil eller misvisande,
- å få sletta personopplysingar om deg,
- å sende klage til Datatilsynet om behandlinga av personopplysingane dine.

Kor kan eg finne ut meir?

Dersom du har spørsmål til studien, eller om du ønskjer å vite meir eller utøve rettane dine, ta kontakt med:

Høgskulen på Vestlandet ved rettleiar Gry Anette Tuset, epost: gry.tuset@hvl.no, tlf: 53491350 og masterstudent Sander Eike, epost: 572123@stud.hvl.no, tlf. 47705001

Vårt personvernombod: Trine Anniken Larsen, epost: Trine.Anikken.Larsen@hvl.no, tlf: tel:55587682.

Dersom du har spørsmål knytt til NSD si vurdering av prosjektet kan du ta kontakt med:

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på e-post (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Venleg helsing

Gry Anette Tuset

(Forskar/rettleiar)

Sander Eike

(masterstudent)

Samtykkeerklæring

Eg har motteke og forstått informasjon om prosjektet *Matematisk problemløysing i tverrfagleg undervisning*, og har fått høve til å stille spørsmål. Eg samtykker til:

å delta i intervju

Eg samtykker til at opplysingane mine kan behandlast fram til prosjektet er avslutta.

(Signert av prosjektdeltakar, dato)