



Høgskulen
på Vestlandet

MASTEROPPGAVE

Elevs valideringer i arbeid med
matematisk modellering

Students validation when working with
mathematical modelling

Liv Solveig Vadset

Master i undervisningsvitenskap, fordypning i matematikk

Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett

Institutt for språk, litteratur, matematikk og tolkning

Veileder: Silke Lekaas

Innleveringsdato: 18.05.2021

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 12-1.

Forord

Det er surrealistisk at seks år på Høgskolen på Vestlandet er ved veis ende og et nytt kapittel står for tur. Veien hit har vært givende og lærerik, men likeså krevende og frustrerende på flere vis, både for meg selv og de rundt meg. Nå står jeg her med en nyskreven masteroppgave og veien åpnes for å ta steget inn i skolen.

Den største takken går til min veileder, Silke Lekaas, som alltid har stilt opp med tydelige og konstruktive tilbakemeldinger i tider og utider hvor min usikkerhet og nysgjerrighet har spilt seg ut. Også en takk til klassen og læreren som sa seg villig til å delta. Dere gjorde det mulig å gjennomføre denne studien.

Jeg vil også takke mine medstudenter som alltid har stilt opp og kommet med sine perspektiver og innspill dersom det har vært behov for det. Spesielt går en stor takk til Caroline Evensen som alltid har stilt opp. Ikke bare har hun diskutert det faglige og metodiske, men hun har også gitt meg motivasjon og utholdenhet i arbeidet.

Tusen takk til min samboer som alltid har støttet meg og gitt meg troen på meg selv. Uten deg ville ikke jeg ha kommet meg igjennom denne tiden. En stor takk til familien min og Kristiane Rotevatn som har fulgt opp både med telefonsamtaler og korrekturlesning.

Bergen, Mai 2021

Liv Solveig Vadset

Sammendrag

Matematisk modellering er fremtredende i den nye læreplanen. Til tross for en del forskning på feltet som omhandler matematisk modellering, mangler det forskning rettet mot validering i arbeid med matematisk modellering. Tidligere forskning viser til en manglende enighet om hva validering er og hvordan det oppstår. På bakgrunn av dette undersøkte jeg følgende:

Hva kjennetegner elevenes valideringer og hvilken rolle spiller denne valideringen i arbeid med en modelleringsoppgave i matematikk på 10. trinn?

For å belyse problemstillingen ble en kvalitativ metode benyttet, hvor seks elevgrupper i en 10. klasse ble observert med lydopptak når de arbeidet med en modelleringsoppgave i en undervisningstime. Det teoretiske rammeverket var Czocher sine valideringsaktiviteter som baserer seg på Blum og Leiß sin modelleringsprosess, samt begreper fra Borromeo Ferri. Her ble elevenes valideringer sett i sammenheng med deres modelleringsprosess.

Studien viser at elevene validerer gjennomgående i modelleringsprosessen hvor de sammenligner ulike deler av den. Spesielt validerer de det reelle resultatet, samt de valgte variablene ved å endre verdien, erstatte eller legge til nye variabler. Videre validerer de relasjonene til variablene, utregningen sin, samt deres tolkninger av det matematiske resultatet. Funnene viser at noen elever validerer opp mot oppgaveteksten og ikke den virkelige situasjonen, da den oppleves som en pseudo-realitet. Elevene inviterer ofte til en validering, hvor den enten blir tatt i mot eller ikke. For å validere noe, benytter elevene seg enten av tidligere forkunnskaper og erfaringer fra den virkelige verden, eller ved å stole på en følelse uten å begrunne hvorfor. Noen henvender seg også til en autoritet, da enten studenten eller læreren. Valideringen spiller en viktig rolle i arbeidet da den enten gir elevene en bekreftelse på at arbeidet er riktig, at modellen er tilstrekkelig slik at de avviser den, eller at de reviderer modellen for å beskrive situasjonen bedre. Funnene viser også at elevene kan validere uten å komme frem til en tilstrekkelig modell eller et rimelig reelt resultat.

Gjennom denne studien kan matematikklærere få innsikt i hva validering er, hvor og hvordan det skjer, og hvorfor det er viktig å sette fokus på dette i arbeid med matematisk modellering. Denne kunnskapen vil gjøre det mulig for lærere å støtte elevene i arbeidet, hjelpe dem med å utvikle gode strategier for å gjennomgående overvåke sin egen prosess og utvikle en matematisk modell som er tilstrekkelig i forhold til den virkeligheten de modellerer.

Abstract

Mathematical modeling is prominent in the new curriculum. Despite some research in the field that focuses on mathematical modeling, there is a lack of research aimed at validation within the field of mathematical modelling. Previous research points to a lack of agreement on what validation is and how it occurs. Based on this, I researched the following:

What characterises the students validation and what role does the validation play in work including a modelling task for 10th grad mathematics?

To shed light on the problem, a qualitative method was used where six groups of students in the 10th grade were observed with sound recordings when they worked on a modeling task during a lesson. The theoretical frame were Czocher's validation activities, based on the modelling process of Blum and Leiß and the conception of Borromeo Ferri. The students validation was then seen in the context of their modelling process.

The study shows that the students validated throughout the modelling process by comparing different parts of the process. In particular, they validated the real result, and their variables by changing the value, replacing or adding new variables. Furthermore, they validated the relations of the variables, their calculations and interpretations of the mathematical result. The findings show that some students validated against the task and not the real situation, as they experienced it as a pseudo-reality. Often the students invited validation from each other, where it was either received or not. When the students validated they either used prior knowledge and experiences from the real world, or by trusting a feeling without justifying why. Some also validated by asking an authority, either the researcher or the teacher. The validation plays an important role as it either gives the students a confirmation that their work is correct, that the model is insufficient so they reject it or helps them revise their model so it can better describe the situation. The findings also show that it is possible for the students to engage in validating activity without arriving at a correct model or real result.

Through this study, mathematics teachers can gain insight to what validation is, where and how it occurs, and why it is important to focus on this in work with mathematical modeling. This knowledge will make teachers able to support the students in their work, help them develop good strategies to review and monitor their own modelling process and develop a mathematical model that is sufficient in relation to the reality they are modelling.

Innholdsfortegnelse

1.0 Innledning	1
1.1 Bakgrunn for valg av tema	2
1.1.1 Hvorfor arbeide med matematisk modellering i skolen?	3
1.1.2 Forskningsfokus.....	4
1.2 Avgrensning og problemformulering	5
1.3 Oppgavens oppbygning og disposisjon	6
2.0 Tidligere forskning	8
3.0 Teori og teoretisk rammeverk	13
3.1 Hva er matematisk modellering?	13
3.1.1 Matematiske modeller	14
3.2 Perspektiver på modellering i en undervisningssammenheng	15
3.3 Modelleringsprosess.....	16
3.3.1 Modellen av modelleringsprosessen til Blum og Leiß.....	16
3.3.2 Andre modeller av modelleringsprosessen.....	18
3.4 Validering.....	20
3.4.1 Validering og validitet.....	20
3.4.2 Valideringsaktiviteter	21
3.4.3 Intuitiv validering og kunnskapsbasert validering	24
3.4.4 Utfordring med validering.....	25
4.0 Metode	26
4.1 Kvalitativ metode.....	26
4.1.1 Utvalg	27
4.2 Metode for datainnsamling	28
4.2.1 Observasjon.....	28
4.2.2 Min rolle i observasjonen.....	29
4.2.3 Registrering av informasjon gjennom lydopptak og observasjonsskjema	29
4.2.4 Datamaterialet.....	31
4.3 Utforming av modelleringsoppgaven	31
4.4 Gjennomføringen.....	34
4.4.1 Pilotutprøving.....	34
4.4.2 Undervisningssituasjonen	35
4.5 Transkripsjonen.....	35
4.6 Metode for analyseprosessen	36
4.6.1 Deduktive kategorier	38
4.6.2 Induktiv kategorier	40
4.6.3 Forskers forståelse av datamaterialet	41
4.7 Pålitelighet og gyldighet	42
4.7.1 Pålitelighet	42
4.7.2 Gyldighet	43

4.8 Ethiske betraktninger i studien.....	44
4.8.1 Konsekvenser av deltakelse	46
5.0 Analyse av funn	47
5.1 Gruppe 1.....	47
5.1.1 Ja, ja det er det	48
5.1.2 For den har jo vært litt høy i det siste	49
5.1.3 Bompenger?.....	50
5.1.4 Skal vi regne med bompenger..?	51
5.1.5 NOK eller SEK?	51
5.2 Gruppe 2.....	53
5.2.1 Er ikke det litt mye?	53
5.3 Gruppe 3.....	56
5.3.1 Kilometer eller mil?.....	56
5.3.2 Men vi har jo bare funnet forbruket på distansen	58
5.4 Gruppe 4.....	59
5.4.1 Full tank eller?	59
5.4.2 Det kan ikke koste så mye	60
5.5 Gruppe 5.....	63
5.5.1 Er det faktisk så billig for bensin?.....	63
5.5.2 Mat på veien	65
5.6 Gruppe 6.....	65
5.6.1 Ingen fyller akkurat	66
5.6.2 Så da gjelder det ikke	67
5.7 Oppsummering av gruppene	68
6.0 Diskusjon av funn.....	71
6.1 Hva kjennetegner elevenes valideringer i arbeid med en modelleringsoppgave?	71
6.1.1 Hva og hvor validerte elevene?	71
6.1.2 Lærerens rolle	76
6.1.3 Hvordan validerte elevene.....	77
6.2 Hvilken rolle spiller valideringen i arbeidet?	78
6.2.1 Avvisning, revidering eller aksept av modellen.....	78
6.2.2 Validering tross utilstrekkelige matematiske modeller eller reelle resultat.....	80
6.2.3 Læreplanen, validering og utviklingen av valideringskompetansen	82
6.3 Elevenes tolkning av modelleringsoppgaven	83
7.0 Konklusjon og avslutning	85
7.1 Oppsummering av forskningen og funn.....	85
7.2 Studiens avgrensning og begrensninger.....	87
7.3 Veien videre.....	89
8.0 Referanser	90
Vedlegg	96

<i>Vedlegg 1- Informasjonsskriv</i>	96
<i>Vedlegg 2- NSD godkjenning</i>	99
<i>Vedlegg 3- Observasjonsskjema</i>	100

Figuroversikt

FIGUR 1- EGEN OVERSETTELSE AV MODELLEN TIL BLUM OG LEIB (2007).....	17
FIGUR 2- EGEN OVERSETTELSE AV MODELLEN TIL BLUM (1995) OG KAISER (1996) SOM ER GJENGITT AV BORROMEO FERRI (2006)	19
FIGUR 3- EGEN OVERSETTELSE AV MODELLEN TIL NISS (2015).....	19
FIGUR 4- EGEN OVERSETTELSE AV MODELLEN TIL CZOCHER (2018) BASERT PÅ BLUM OG LEIB (2007) SIN MODELL AV MODELLERINGSPROSESSEN	21
FIGUR 5- EGEN OVERSETTELSE AV MODELLEN TIL CZOCHER (2018) BASERT PÅ BLUM OG LEIB (2007) SIN MODELL AV MODELLERINGSPROSESSEN MED TO NYE VALIDERINGSAKTIVITETER.....	70

Tabelloversikt

TABELL 1- DEDUKTIVE KATEGORIER.....	40
TABELL 2- INDUKTIVE KATEGORIER.....	41

1.0 Innledning

Matematikk blir brukt til å beskrive verden rundt oss og vi omgir oss daglig med ulike former for matematikk både i forbindelse med skole, i arbeidssituasjoner og i media. Dette påvirker oss i stor grad og det er viktig at vi kan ta stilling til hvordan matematikk blir brukt for å forklare virkeligheten. Når matematikk blir brukt til å beskrive, forklare eller forutsi forhold som ligger utenfor matematikken selv, snakker vi om matematisk modellering (Blomhøj, 2006, s. 85).

I dagens samfunn modellerer vi blant annet været, slik vi kan forutsi værmeldingen. Andre modelleringseksempler er analyse av arbeidsledighet og befolkningsutvikling, samt klimautvikling. Alt det foregående er eksempler på matematikk hvor det ikke er mulig å sette to streker under svaret. Her er det heller viktig å bruke matematikk til å best mulig beskrive eller forutse virkeligheten. I dagens situasjon (2021) ser vi viktigheten med matematisk modellering i samfunnet. Daglig presenterer myndighetene tall om koronasmitte i landet, som stammer fra ekte data. Her modellerer de situasjonen ved hjelp av den ekte dataen, hvor målet er at modellene skal gi oss en indikasjon på hvordan smitten i landet er, og hvordan den kan utvikle seg. Den matematiske modelleringen som blir gjort ligger til grunn for tiltak og politiske avgjørelser. I tillegg ser vi at sosiale medier som vi omgås med daglig sprer «fake news» raskt (Hauge, Kacerja & Lilland, 2019, s. 4). Hauge (2019, s. 486) forklarer at tall spiller en stor rolle i politikken og i beslutningstaking, og det er derfor viktig å vurdere matematikken bak tallene som blir presentert, slik at man kan skille mellom hva som er nyheter og hva som er «fake news». Med andre ord vil validering av matematikken og de matematiske modellene være viktig. Finner man ut at modellene er utilstrekkelige, vil de også ha et begrenset bruk (Zawojewski, 2013, s. 239). Med det foregående ser vi tydelig hvordan matematikken aktivt blir brukt i samfunnet, mediebildet og hverdagen til oss alle. Det er dermed viktig at elever får mulighet til å arbeide med matematiske modellering, og selv få erfaring med å lage modeller som kan beskrive, forklare og forutse en virkelighet for å se hvordan de blir til, samt å vurdere om modellene er tilstrekkelig eller ikke. Med dette til grunn vil denne studien se på matematisk modellering, med et ekstra fokus på validering.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Gjennom flere år både gjennom grunnskoleutdanningen og masterutdanningen, har min interesse for matematisk modellering økt, hvor jeg ser på dette som en annerledes og spennende metode for å fremme elevers matematiske kunnskap og kreativitet. Min tidligere erfaring, både fra praksis og fra arbeidslivet, har i liten grad vist til denne måten å arbeide på, noe som gjorde meg ekstra nysgjerrig på temaet. Modellering vektlegger blant annet elevenes prosesser i møte med et problem fra virkeligheten som kan beskrive gjennom matematikk. Disse prosessene blir samlet kalt en *modelleringsprosess* (Blomhøj, 2003, s. 67). Her arbeider elevene med å forstå en situasjon, simplifisere og strukturere den, oversette situasjonen til et matematisk problem, hvor de utarbeider en matematisk modell. Modellen og modellens resultat blir så vurdert opp mot den virkelige situasjonen. Jeg anser denne måten å arbeide på som en mulighet for at elever kan stille spørsmål, finne ut, prøve seg frem, alene eller sammen med andre, samt utvikle kunnskap og ferdigheter som de kan ta med seg videre i livet. Ettersom modellering baserer seg på virkeligheten, gir dette elever muligheter til å se behovet for matematikk og dens relevans i samfunnet. Dette bekrefter Hernandez-Martinez og Vos (2018, s. 245) som viser til at elever opplever modelleringsoppgaver som relevante til deres eget liv.

I 2015-2016 kom regjeringen med stortingsmelding 28, med en hensikt å komme med forslag som kunne fornye opplæringen (Kunnskapsdepartementet, 2016, s. 5-6). Her fremhevet de hvor viktig det er at fagene kan bidra til at elevene kan mestre eget liv og delta aktivt i samfunnet og i arbeid. På bakgrunn av dette mente de at fagene måtte gi elevene bedre utbytte av opplæringen, og legge til rette for at elevene skal kunne anvende det de har lært på skolen i situasjoner som de møter på i hverdagen og samfunnet ellers (Kunnskapsdepartementet, 2016, s. 13). Den nye læreplanen (LK20) knytter seg tett til elevenes hverdag, med en hensikt å forberede elevene på et arbeidsliv og samfunn som stadig er i endring (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 1). Vi kan med dette se at forslaget til regjeringen ble innfridd i fagfornyelsen. LK20 fokuserer blant annet på å gjøre lærestoffet mer relevant for elevene og trekker frem modellering og anvendelser som ett av seks kjerneelement i matematikkfaget som skal bidra til nettopp til dette. Kjerneelementene blir sett på som det viktigste elevene skal lære i matematikkfaget for å kunne mestre og anvende faget (Kunnskapsdepartementet, 2016, s. 34). Utdanningsdirektoratet (2019) skriver dette om kjerneelementet modellering og anvendelser i læreplanen til matematikk:

En modell i matematikk er en beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk. Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handler om å lage slike modeller. Det handler også om å kritisk vurdere om modellene er gyldige, og hvilke begrensninger de har, vurdere modellene i lys av de opprinnelige situasjonene og vurdere om de kan brukes i andre situasjoner. Anvendelser i matematikk handler om at elevene skal få innsikt i hvordan de skal bruke matematikk i ulike situasjoner, både i og utenfor faget. (s. 2-3)

Som nevnt ovenfor, skal elevene få arbeide med modellering på ulike måter. Både gjennom å arbeide med eksisterende modeller, samt å lage matematiske modeller selv. Matematiske modeller blir også nevnt i de tverrfaglige temaene demokrati og medborgerskap, samt folkehelse og livsmestring. Under demokrati og medborgerskap står det blant annet at “*Faget skal gjøre elevene bevisste på forutsetninger og premisser for matematiske modeller som ligger til grunn for beslutninger i deres eget liv og i samfunnet*” (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 4). I tillegg til dette, blir begrepet modellering brukt i beskrivelsen av kompetansemålene på 10. trinn i matematikk. Her rettes fokuset spesielt mot å la elevene få arbeide med å utvikle modeller selv og vurdere dem opp mot den situasjonen de modellerer (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 14). Med dette ser vi at matematisk modellering er fremtredende i dagens læreplan, noe som gjør det enda mer spennende å se på matematisk modellering i skolen.

1.1.1 Hvorfor arbeide med matematisk modellering i skolen?

Blomhøj (2006, s.105) trekker frem tre punkter som forklarer hva matematisk modellering kan bidra med i skolen. Det første som trekkes frem er at elevene kan få mulighet til å beskrive, oppdage og forstå fenomener fra virkeligheten. Det andre er at elevene kan utvikle faglig kritisk dømmekraft rundt det å utvikle modeller, og forstå hvorfor og hvordan de blir anvendt. Det tredje punktet er at elevene kan få lære nye metoder og begreper som gir grunnlag for ny læring i matematikk. Samlet blir matematisk modellering en viktig del av undervisningen, både for å lære matematikk og se hvordan matematikk blir anvendt, samt å se sammenhengen mellom virkeligheten og skolematematikken.

I arbeid med modelleringsoppgaver får elevene rike læringsmuligheter (Mousoulides, Pittalis & Christou, 2013, s. 121). I modelleringsoppgaver er ikke selve matematikken presentert, hvor elevene selv må avdekke hvilken matematikk som kan være passende å bruke i situasjonen. Her må de avdekke de nødvendige variablene som de selv føler spiller inn på situasjonen og finne

relasjonen mellom disse, så de kan arbeide gjennom kjente og ukjente operasjoner. Denne prosessen resulterer i ulike kompetanser som er innbakt i begrepet modelleringskompetanse. Niss og Jensen (2002, s. 43) forklarer at modelleringskompetansen består på den ene siden av å kunne se på eksisterende modeller, og vurdere hvorvidt de beskriver virkeligheten eller ikke. På den andre siden består modelleringskompetansen av å kunne utvikle modeller selv. For å kunne utvikle en modell beskriver Niss og Jensen (2002, s. 43) ulike delkompetanser som inngår i modellbyggingen, hvor validering fremkommer som én av disse. Her skal elevene vurdere modellens holdbarhet, i forhold til dens matematiske egenskaper og den virkelige situasjonen.

1.1.2 Forskningsfokus

Matematisk modellering er i dag kjent over hele verden og et stort forskningsfelt innenfor matematikdidaktikk (Greefrath & Vorhölter, 2016, s. 1). Med andre ord er matematisk modellering i forskningslyset, og vies større oppmerksomhet til nå enn før. Til tross for dette påpeker Brown og Ikeda (2016, s. 249) at det gjenstår en del forskning på feltet. Her trekker de frem blant annet validering som et område som burde forskes videre på. Validering handler blant annet om å kunne vurdere modellen og modellens resultat opp mot den virkeligheten som modelleres (Czocher, 2018, s. 151). Dette kan kjennes igjen i beskrivelsen av kjerneelementet modellering og anvendelser, når de trekker frem at elevene skal vurdere modellene de utvikler, se hvilke avgrensninger de har og vurdere dem opp mot den virkelige situasjonen (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 2-3). Det er viktig å påpeke at man ikke alltid kan se om modellens resultat vil være gyldig i realiteten. Eksempelvis vil modeller som viser smitte i samfunnet og hvordan smitten kan utvikle seg, være veiledende og ikke nødvendigvis sanne. Smittemodellen for korona som viser den forventede framtidige utviklingen av smitten, er et eksempel på slike modeller. Dette er noe som får konsekvens for undervisningen og hvorvidt vi kan si om noe er gyldig eller ikke. Her må heller fokuset være å se på prosessen i utviklingen av modellen og hvor godt modellen beskriver situasjonen.

Tidligere forskning viser til at validering ser ut til å være en utfordring for elever, hvor de oppdager at elevene mangler valideringer i arbeid med modellering (Blum & Leiß, 2005; Blum & Ferri, 2009; Blum, 2015). Blum (2015, s. 79) påpeker denne utfordringen, og sier at elevene i liten grad validerer resultatene de kommer frem til i arbeid med modelleringsoppgaver, og stiller seg spørrende til om det kan skyldes den didaktiske kontrakten; om at det å sjekke hvorvidt svaret er korrekt eller egner seg til en løsning, er utelukkende lærerens ansvar. Med

andre ord stilles det spørsmål om validering er noe som til vanlig er forbeholdt læreren, og om dette er en mulig grunn for elevenes manglende valideringer. Tidligere ser også Blum og Leib (2005, s. 1631) at elevene manglet validering i slutfasen, til tross for flere ulike modellresultater på problemet.

Validering blir med dette forstått som en delprosess som skjer i slutten av modelleringsprosessen. Czocher (2016, 2018) fant derimot funn på at validering spilte en vesentlig rolle, og da gjennomgående i hele modelleringsprosessen. Dette skaper en bredere forståelse av begrepet validering. Czocher, Stillman og Brown (2018, s. 256) stiller seg bak denne forståelsen og påpeker at feltet som fokuserer på modellering, med et spesielt fokus på validering, må komme videre. Videre påpeker de at det er nødvendig å slutte å stille spørsmål som kan besvares todelt (ja/nei), som “validerer studenten modellen?”, og heller legge fokuset på spørsmål som kan fremme elevenes tenkning, “hvordan validerte studenten modellen?”. Med det foregående ser vi at feltet som omhandler modellering mangler enighet om hva validering er, og hvordan det oppstår.

1.2 Avgrensning og problemformulering

Min motivasjon for å se på matematisk modellering økte etter å ha lest om den manglende enigheten om validering, og dermed falt fokuset inn på elevenes modelleringsprosess, med et ekstra fokus på deres valideringer i denne prosessen. Jeg ønsker å få innsikt i elevenes valideringer og hvorfor validering er så viktig. Med bakgrunn i dette har jeg valgt denne problemstillingen:

Hva kjennetegner elevenes valideringer og hvilken rolle spiller denne valideringen i arbeid med en modelleringsoppgave i matematikk på 10. trinn?

Denne studien ønsker jeg skal være et bidrag til blant annet lærere i møte med modellering i matematikk. Jeg ønsker de skal få se hvordan elevenes modelleringsprosess kan utspille seg, og hvordan elevene samtaler om avgjørelser, og hvorvidt deres valg og arbeid samsvarer med den virkeligheten de modellerer. Ved å fokusere på elevenes valideringer, kan lærere få en mulighet til å se om elevene klarer å se forbi et fasitsvar, og få tydeliggjort hvor verdifullt det

er at elevene stoler mer på seg selv. Det kan også være positivt at lærere kjenner til ulike typer validering, så de kan støtte elever i arbeid med å aktivt bruke validering i arbeid med modellering. Studien bygger på tidligere forskning om modellering og validering, og vil dermed være støttende og gi enda mer innsikt i feltet. Ettersom det foreløpig er gjort lite norsk forskning på modelleringsfeltet innenfor validering, vil dette også bidra til et større forskningsgrunnlag, spesielt innenfor feltet som omhandler elever på ungdomsskolen. I min forskning vil jeg bidra ved å se på en klasse som ikke har arbeidet så mye med matematisk modellering fra før, noe som flere lærere kan relatere til ettersom modellering er et relativt nytt tema på læreplanen. Jeg ønsker å se nærmere på seks elevgrupper i en klasse på 10. trinn gjennom observasjon med lydopptak, og undersøke hva som kjennetegner deres valideringer i møte med en modelleringsoppgave som jeg selv har utformet.

For å kunne se på hva som kjennetegner valideringene til elevene, er det viktig å få innsikt i elevenes modelleringsprosess i arbeidet. Grunnen for dette er at forskning som er gjort viser til at validering skjer mellom ulike delprosesser av modelleringsprosessen (Czocher, 2018). Dermed er det viktig å først se hvor i modelleringsprosessen elevene arbeider, både for å kunne vurdere hvilke valideringer elevene foretar i arbeidet, samt å se hvilken rolle valideringen har i arbeidet. Dette kan gi en innsikt i hvorfor validering bør settes fokus på i arbeid med modellering. Samlet ønsker jeg å se hva, hvor og hvordan elevene validerer, og hvilken rolle valideringen spiller for arbeidet. For å analysere modelleringsprosessen til elevene vil jeg benytte meg av Blum og Leiß (2007) sin modell av modelleringsprosessen (Nærmere beskrevet i kapittel 3.3), og for gå dypere inn i valideringene til elevene vil jeg benytte meg av Czocher (2018) sine valideringsaktiviteter (Nærmere beskrevet i kapittel 3.4) og Borromeo Ferri (2006) sine begreper om validering.

1.3 Oppgavens oppbygning og disposisjon

Tilsammen består avhandlingen av syv kapitler. I kapittel 2.0 tar jeg for meg noe av den tidligere forskningen rundt matematisk modellering generelt, med et ekstra fokus på elevperspektivet. Her har jeg valgt ut tidligere forskning med fokus på ulike temaer, henholdsvis modelleringsprosessen, modelleringskompetanse, utfordringer knyttet til matematisk modellering, samt validering og modellering som kritikk. I tillegg viser jeg til en

studie som fremhever lærerens viktige rolle i arbeid med modellering. Kapittel 3.0 går dypere inn i teori rundt matematisk modellering og viser til mitt teoretiske rammeverk for studien hvor modelleringsprosessen og validering blir trukket frem. I kapittel 4.0 tar jeg for meg de metodiske valgene jeg har tatt i arbeid med denne studien. Her utdyper jeg mer om metoden som ble benyttet, samt viser forskningsprosessen fra innhenting av datamaterialet til analysen. Jeg trekker også frem og begrunner den valgte modelleringsoppgaven. I slutten av kapitlet reflekterer jeg rundt studiens gyldighet og pålitelighet, samt etiske betraktninger. Selve analysen er presentert i kapittel 5.0. Her blir funnene fra datamaterialet presentert og analysert kvalitativt. I kapittel 6.0 vil funnene diskuteres opp mot tidligere forskning og teori i lys av problemstillingen. Kapittel 7.0 er avhandlingens avsluttende kapittel, hvor konklusjoner trekkes ut i fra problemstillingen for denne studien. Videre blir det belyst hva studien kan bidra med, samt hvilke begrensninger og avgrensninger den har. Avslutningsvis trekkes det frem hvilke områder som kan være interessant å se på i videre forskning.

2.0 Tidligere forskning

Modellering og anvendelser har vært et sentralt tema innenfor matematikdidaktikk de siste 40-50 årene (Blum, Galbraith, Henn & Niss, 2007). Forskningen har rettet seg mot flere sider av matematisk modellering og har tatt for seg blant annet lærerperspektivet, oppgaver knyttet til modellering, og elevperspektivet. I min studie ligger fokuset på elevperspektivet og jeg vil derfor trekke frem noe forskning som knytter seg til nettopp dette perspektivet. Unntaket er en studie som ser på både elevenes og lærerens rolle i arbeid med modellering. Grunnen for at jeg velger å trekke frem denne forskningen er at den påpeker hvor viktig lærerens støtte underveis er for at elevene skal utfordre seg selv i arbeid med modellering. I denne studien har ikke elevene arbeidet med modellering tidligere, og derfor vil lærerens støtte være spesielt viktig. Noen av studiene er også fokusert rundt studenter og ikke elever, men da forskningen rettes mot deres samtaler og arbeid er det naturlig å vise til disse studiene.

Flere studier har forsket på modelleringsprosessen og delprosesser i denne, hvor de har sett på elevenes arbeid i møte med en modelleringsoppgave (Borromeo Ferri, 2006; 2007a; Ärleback & Bergsten, 2013). Blant annet undersøkte Borromeo Ferri (2006; 2007a) om elevenes individuelle modelleringsruter (deres arbeid med de ulike delene av modelleringsprosessen, beskrevet i kapittel 3.3.1) var mulig å rekonstruere gjennom en kognitiv studie. Hun fant at de ulike delprosessene kunne gjenkjennes og dermed kunne elevenes modelleringsruter bli avdekket. Videre fant hun at elevene trengte en ekstra-matematisk kunnskap (kunnskap om virkeligheten) i arbeid med matematisk modellering. Studier viser også at etterhvert som elevene får mer erfaring med matematisk modellering vil deres modelleringsprosess utbedres (Stohlmann et al., 2016, s. 17). Blant annet gjennomførte Ikeda og Stephens (2010) en eksperimentell studie hvor de ønsket å se om elevene utviklet seg i arbeid med modellering, dersom fokuset i leksjonene var å fremme elevenes tenking. De arbeidet i en tremåneders periode og gjennomførte ni leksjoner hvor de arbeidet med ulike modelleringsoppgaver hvor refleksjon rundt oppgavene var i fokus. Til sammen deltok trettifire elever på ungdomsskole-/videregående nivå som hadde matematikk som valgfag. For å undersøke effekten, gjennomførte elevene en pre- og posttest gjennom et spørreskjema, som tok for seg et spesifikt tilfelle, samt noen generelle spørsmål om modellering. Det spesifikke tilfellet tok for seg et hjerteslag problem, og de generelle spørsmålene tok for seg spørsmål som: Hvilke prosesser kreves for å bygge opp en tilstrekkelig matematisk modell? Hvilke ideer er viktige

for å utvikle en tilstrekkelig matematisk modell? Funnene viste signifikant forskjell på pre- og posttesten. Her fant de forbedringer i elevenes validering og modifisering av antagelser, hvilke prosesser som var nødvendige å arbeide med for å løse problemet, og tanker rundt hva som gjør en modell god (Ikeda & Stephens, 2010, s. 55). I motsetning til disse funnene, viser en studie gjort av Biccard og Wessels (2011, s. 380) at blant annet kompetanser som validering og tolkning forble svake etter arbeid med tre modelleringsoppgaver over fire måneder. De fremhevet videre at disse kompetansene måtte støttes av læreren. Deres definisjon av validering var at elevene skulle sikre at den matematiske modellen skulle tilfredsstillende den virkelige situasjonen (Biccard & Wessels, 2011, s. 378). I studien deltok 12 ungdomsskoleelever i grupper på fire. Det var en jevn fordeling av sterke og svake elever og ingen av elevene hadde tidligere erfaringer med modellering. For å evaluere elevenes modelleringskompetanse benyttet de en skala fra 0-3. Her vurderte de den observerbare kompetansen og i hvilken grad denne ga gruppen fremgang i arbeidet.

I tillegg til Biccard og Wessels (2011) har flere forskere sett på feltet som omhandler modelleringskompetanse (Maaß, 2006; Blomhøj & Kjeldsen, 2011). Blant annet så Maaß (2006) på elevenes modelleringskompetanse i møte med modelleringsoppgaver. Gjennom sin studie fant hun at det lå mer bak begrepet enn bare å gå igjennom delprosessene i en modelleringsprosess. Videre påpekte hun at en metakognitiv modelleringskompetanse (å kunne benytte passende strategier og metoder i møte med modelleringsoppgaven, vurdere sitt eget arbeid og sin prosess), strukturering av fakta, kompetanse i argumentasjon og positive holdninger, spilte en viktig rolle for å utvikle elevenes modelleringskompetanse (Maaß, 2006, s. 139). Blomhøj (2003, s. 68) påpekte at modelleringskompetansen er kompleks, og den vil være avhengig av den virkelige situasjonen som skal modelleres. På grunn av dette må elevene få arbeide med ulike situasjoner og problemer slik at de kan utvikle modelleringskompetansen.

Flere har også forsket på utfordringer elever kan møte på i arbeid med matematisk modellering. Blant annet ønsket Galbraith og Stillman (2006, s. 143) å teste og utarbeide et rammeverk for å identifisere potensielle blokkeringer elever kunne møte på i overgangen mellom de ulike delprosessene i modelleringsprosessen. Prosjektet var en del av det større forskningsprosjektet RITEMATHS, og tuftet på elever i alderen 14-15 år som arbeidet med to modelleringsoppgaver. Det ble innhentet store mengder data både fra intervju, elevenes skriftlige arbeid, video og lydopptak fra gruppearbeid. Funn fra studien viste at blokkeringer

kan oppstå gjennom hele prosessen. Blant annet fant de at elevene kunne møte på blokkeringer når de skulle validere modellen. Her hadde elevene enten en manglende evne til å utføre kontroller på den matematiske modellen i slutten av arbeidet, eller at de valgte å godta løsningen selv om modellen var utilstrekkelig (Galbraith & Stillman, 2006, s. 160). Med andre ord blokkerer det muligheten for et bedre resultat. Videre påpekte de viktigheten med dette steget da elevene enten godtar modellen eller avviser den, og går tilbake i prosessen (Galbraith & Stillman, 2006, s. 160). Selv om de er tydelig på at delprosessen validering er en sluttprosess i arbeidet, påpeker de likevel at hos kompetente modellerer kan valideringen skje underveis i prosessen, hvor de validerer det matematiske resultatet opp mot forventede verdier eller modellen opp mot deres kunnskaper om den virkelige situasjonen (Galbraith & Stillman, 2006, s. 160).

Andre som har forsket på utfordringer med modellering er Jankvist og Niss (2020). I studien deltok 315 videregående elever, hvor de arbeidet med forskjellige oppgaver innenfor matematisk modellering. Funn fra studien viste at et betydelig antall elever hadde problemer med å forstå eller akseptere modelleringsoppgaver som bryter med den didaktiske kontrakten. Dette betyr at oppgavene ikke ligner på oppgaver de har arbeidet med før, eller at elevene tenker at oppgaven ikke kan være en matematikkoppgave. Videre fant de at elevene hadde utfordringer med å knytte variabler til situasjonen. I arbeid med selve matematikken, fant de at flere av elevene kom frem til en modell av lavere kvalitet, grunnet urimelige estimater av verdiene til variablene de hadde tatt med. I tillegg så de at elevene ikke validerte over hvorvidt resultatet de hadde kommet frem til ga mening i forhold til den virkelige situasjonen. Sammenstillingen av den foregående forskningen gir oss et bilde av at utfordringer kan ligge både i forkant av selve matematikken når elevene arbeidet med den virkelige situasjonen, og i arbeid med å validere modellene som er utformet.

Validering som et eget felt i modellering, har i liten grad blitt forsket på. Ett unntak er blant annet Czocher (2018) som i sin artikkel har fokus på det kritiske spørsmålet i modelleringsprosessen, nemlig hvordan studenter avgjør om transformasjonen fra den virkelige verden til matematikken har blitt utført godt nok. Czocher (2018) presenterer funnene gjennom en kvalitativ studie av fire ingeniørstudenter som arbeider med flere modelleringsoppgaver. Her intervjuet hun studentene individuelt, mens de forklarte høyt hvordan de tenkte underveis i arbeid med de ulike modelleringsoppgavene. Czocher (2018, s. 140) forklarer at flere pedagogiske kilder ser på validering som en kumulativ aktivitet for å

bedømme om modelleringsprosessen blir utført på en god måte, ved å sjekke om modell resultatet var “riktig” eller “galt”. Resultatene fra studien viser derimot at denne forståelsen av validering ikke er tilstrekkelig for å få et klart bilde over de ulike valideringene som finner sted i modelleringsprosessen. På bakgrunn av dette, forklarte Czocher (2018, s. 153) at valideringen heller fremkommer som en integrert del av den pågående modelleringsprosessen. Med dette identifiserte hun fem valideringsaktiviteter studentene benyttet. Disse fem valideringsaktivitetene vil jeg utdype nærmere i kapittel 3.4. Studien bidro dermed til en modifisering av valideringsbegrepet.

Czocher, Stillman og Brown (2018) gjennomførte også en studie med fokus på validering. Her undersøkte de tidligere forskning, læreplansdokumenter og elevaktiviteter for å argumentere for at begrepet validering og verifisering er forstått ulikt. Gjennom denne studien argumenterte de for at tidligere forskning, samt læreplandokumentene viser til smale definisjoner av begrepet validering, hvor det blir sett på som en sluttprosess i modelleringsprosessen. For å motbevise denne forståelsen, viste de til ulike situasjoner der studenter arbeidet med modelleringsaktiviteter, hvor de analyserte studentenes valideringer i arbeidet. Blant annet viste resultatene at studentene validerte gjennom å regne ut på nytt etter å ha fått en følelse på at resultatet ikke stemte (Czocher et al., 2018, s. 253). Likevel fant de at den ene studenten fikk en utilstrekkelig modell, da studenten hadde laget en matematisk modell som ikke helt stemte med den virkelige situasjonen. På bakgrunn av dette, påpekte de at studenter kan validere og likevel ende opp med en utilstrekkelig matematisk modell eller et urimelig reelt resultat (Czocher et al., 2018, s. 256). Dette fant de var mulig da elevene kunne ha ulike kombinasjoner av riktige eller feilaktige antagelser, modeller eller resultater. De konkluderte med at dersom den eneste ferdigheten som blir krevd i validering er å sjekke oppnådde resultater mot et riktig svar på slutten av prosessen, vil lærere gå glipp av det verdifulle med å se elevenes naturlige måter å resonnerer på underveis i prosessen (Czocher et al., 2018, s. 256). Studien belyser avslutningsvis at videre forskning på feltet må rettes mer mot hvordan elever validerer.

En studie gjort av Blum og Ferri (2009) så på utfordringer knyttet til elever og lærere i arbeid med matematisk modellering. Deres viktigste funn var lærerens viktige rolle i arbeidet med modellering. De påpekte at læreren er uunnværlig i arbeidet og viste til forskjellen mellom det at elevene arbeidet med og uten lærerstøtte. Gjennom tette empiriske bevis fant de at en balanse mellom (minimal) lærerveiledning og en (maksimal) elevaktivitet må opprettholdes

for å oppnå en kvalitetsundervisning i modellering (Blum & Ferri, 2009, s. 52). Her trakk de frem begrepet lærerintervensjoner, som er strategiske tiltak lærerne kan ta i bruk for å oppnå balansen mellom lærer og elev i arbeidet. De strategiske tiltakene fungerte som støtte lærerne kunne gi elevene, ved å si eller stille spørsmål som: Tenk deg situasjonen! Hvor langt har du kommet? Passer dette resultatet til den virkelige situasjonen? Hva mangler fortsatt? (Blum og Ferri, 2009, s. 52).

De foregående forskningene som har blitt lagt frem, har i stor grad tatt for seg modellering som innhold, hvor målet er at elevene skal utvikle en matematisk modell og utvikle sin modelleringskompetanse (Julie, 2002). Tidligere forskning har likevel også rettet seg i stor grad mot modellering som kritikk (Skovsmose, 1990; Barbosa, 2006; 2009), hvor noe av forskningen har rettet seg mot studentenes evne til å være kritisk til matematikken som blir presentert og hvordan læreren skal legge til rette for dette. Skovsmose (1990, s. 767-768) presenterte tre forestillinger om kunnskap som er relatert til modelleringsprosessen i matematisk modellering: matematisk kunnskap, teknologisk kunnskap og refleksiv kunnskap. Barbosa (2009) benyttet disse tre begrepene i sin forskning, men endret begrepene fra kunnskap til diskusjoner, for å kunne tilpasse dem til studentenes verbale aktivitet i arbeid med matematisk modellering. Matematiske diskusjoner, ble beskrevet som diskusjoner rundt matematiske ferdigheter og ideer, og hvordan studentene behersket ulike algoritmer. De teknologiske diskusjonene var diskusjoner rundt anvendelsen av matematikken og hvordan studentene skal bygge matematiske modeller basert på kunnskapen de har. Den refleksive diskusjonen går ut på refleksjoner rundt bruken av de ulike matematiske modellene i den gitte situasjonen. Her stiller de seg kritisk til matematikken som blir benyttet, reflekterer over matematikkens rolle og hvordan denne beskriver virkeligheten, samt reflektere over om i det hele tatt gir mening å bruke matematikk i den gitte situasjonen. Studien ønsket å få mer innsikt i studentens diskusjoner, med et spesielt fokus på deres refleksive diskusjoner, og hvordan læreren kan fremme dette i arbeid med modellering. Det ble gjennomført en kvalitativ studie hvor studentene ble filmet når de arbeidet med en modelleringsoppgave. Barbosa (2009) fant at de refleksive diskusjonene fremkom i diskusjonene rundt kriteriene som ble satt for å utvikle den matematiske modellen, samt sammenligningen av de ulike modellene som ble utviklet. Barbosa (2009) påpekte avslutningsvis at de refleksive diskusjonene ikke direkte har link til valideringen av modellen, da valideringen ligger innenfor den teknologiske diskusjonen.

3.0 Teori og teoretisk rammeverk

For å få innsikt i feltet modellering og validering, vil jeg først presentere teori rundt hva matematisk modellering er, og beskrive ulike perspektiver innenfor modellering, hvor jeg viser til hvilke perspektiv denne studien faller under. Videre presenterer jeg det teoretiske rammeverket for studien hvor modelleringsprosessen blir beskrevet, og begrepet validering blir forklart ut i fra hva teori, samt tidligere forskning sier om begrepet.

3.1 Hva er matematisk modellering?

Det eksisterer flere definisjoner av matematisk modellering og mange av definisjonene er svært like. Niss (2015) definerer matematisk modellering på denne måten:

Classically, the purpose of mathematical modelling is to capture, represent, understand, or analyse existing extra-mathematical phenomena, situations or domains, usually as a means of answering practical, intellectual or scientific questions – and solving related problems – pertaining to the domain under consideration. (s. 67)

Matematisk modellering er som nevnt over, å se, representere, forstå eller analysere noe som finnes i virkeligheten. Dette kan være alt fra ulike fenomener til situasjoner som kan oppleves. Videre forklares det at vi benytter modellering for å svare på ulike typer spørsmål, alt fra praktiske til mer naturvitenskapelige. Niss (2015) trekker også frem at det ikke bare handler om å benytte modellering til en spesifikk situasjon, men også det å kunne benytte den matematiske modellen til å kunne løse lignende problemer.

En annen definisjon er gitt av Blomhøj (2006):

Når matematik anvendes til at beskrive, beregne eller forklare forhold uden for matematikken sker det via en eller anden form for modellering. Det betyder, at der - ganske vist ofte implicit - etableres en relation mellem nogle matematiske objekter og relationer (typisk variable, funktioner, ligninger, grafer) på den ene side og nogle størrelser og sammenhænge, der har mere direkte forbindelse til en fysisk virkelighed på den anden side. (s. 85)

Her beskrives matematisk modellering som en relasjon mellom matematikk og den virkelige verden. Blomhøj (2006) frem blant annet variabler, likninger og funksjoner som kan beskrive virkeligheten. Ettersom definisjonene er relativt like, med noen få unntak, velger jeg å benytte meg av begge definisjonene siden de utfyller hverandre. Niss (2015, s. 67) trekker inn

begrepene forstå og analysere i sin definisjon. Dette er begreper som er viktig for å kunne arbeide med validering i arbeid med modellering. Elever som har en forståelse for virkeligheten og matematikken, vil ha en bedre forutsetning til å vurdere resultatet og modellen de har utarbeidet. Blomhøj (2006) trekker frem hvordan man arbeider for å finne relasjonen mellom den virkelige verden og matematikken. Dermed er denne definisjonen også utfyllende for å få en god beskrivelse av hva matematisk modellering er.

3.1.1 Matematiske modeller

Målet når det arbeides med matematisk modellering er at det utvikles en matematisk modell som enten beskriver eller forutser den virkelige situasjonen, eller som skaper en ny virkelighet. Modeller kan fremkomme som både grafer, ligninger, variabler eller som en konstruksjon av noe (Blomhøj, 2003, s. 53). Det er vanlig å skille mellom to matematiske modeller: Deskriptive og normative modeller. I *deskriptive modeller* prøver man å se på et fenomen man ønsker å forstå, ved hjelp av matematikk (Niss, 2015, s. 68). Med andre ord arbeides det med å beskrive hvordan noe faktisk er ved hjelp av matematikk, gjennom å skaffer seg kunnskaper om virkeligheten. Deskriptive modeller som finnes i samfunnet viser blant annet arbeidsledighet eller befolkningsvekst. Videre kan deskriptive modeller også beskrive dagliglivet, hvor man selv må ta stilling og konstruere modellene for å få en forståelse for hvilken løsning som er optimal. Eksempelvis hvilken strømløseleverandør eller hvilket transportmiddel som lønner seg å velge. *Normative modeller* derimot, brukes for å finne ut av hvordan man skal systematisere, organisere eller strukturere visse aspekter av verden ved hjelp av matematikk (Niss, 2015, s. 69). Eksempler på slike modeller er modellen som viser hva fattigdomsgrensen er eller modellen for BMI. Begge modellene gir en forståelse av verden gjennom å vise ulike grenseverdier. Disse modellene forteller oss ikke noe vesentlig om virkeligheten, men hjelper oss derimot å holde orden på virkeligheten.

I denne studien arbeider elevene med deskriptive modeller hvor de prøver å beskrive en situasjon ved hjelp av matematikk. Valget falt på deskriptive modeller da validering vises i stor grad å være fraværende i arbeid med normative modeller, nettopp fordi det arbeides med en matematisk modell som er vanskelig å etterprøve opp mot situasjonen som modelleres (Niss, 2015, s. 76).

3.2 Perspektiver på modellering i en undervisningssammenheng

Det finnes flere perspektiver på modellering i en undervisningssammenheng (Julie, 2002; Kaiser & Sriraman, 2006; Barbosa, 2006; Blomhøj, 2006). Grunnen for dette er at modellering kan tjene ulikt ut fra hvilket mål og hvilke ønsker læreren har for modelleringen. Kaiser og Sriraman (2006, s. 302) utarbeidet et klassifiseringssystem av ulike perspektiver på modellering for å vise til at modelleringsbegrepet er forstått ulikt. De presenterte tilsammen seks perspektiver og hvilke mål disse har. De seks ulike perspektivene bekrefter at forståelsen av modellering ikke har en entydig betydning.

Det realistiske perspektivet har nytte som mål, og tar utgangspunkt i at matematiske modeller blir brukt i vitenskapelige og teknologiske disipliner, samt samfunnsmessige sammenhenger. Matematisk modellering er her sett på som anvendt problemløsning, hvor det legges stor vekt på autentiske situasjoner som skal modelleres og helst gjennom en tverrfaglig tilnærming. *Det sosio-kritiske perspektivet* derimot har et pedagogisk mål, hvor elevene skal utvikle kritisk tenkning til matematikken som blir presentert og hvilken rolle matematikken har for å beskrive virkeligheten. *Utdanningsperspektivet* har fokus på modellering som en del av undervisningen med et pedagogisk mål om å la elevene få utvikle matematiske modeller og deres modelleringskompetanse, samt elevenes forståelse for matematikk. *Det kontekstuelle perspektivet* har psykologiske mål og subjekt relaterte mål. Her er ønsket å strukturere læringsprosesser, introdusere nye matematiske konsepter, samt å oppmuntre til motivasjon og positive holdninger til matematikk. *Det epistemologisk perspektivet* har som mål å utvikle elevenes evner til teoribygging i matematikk. Her er matematisk modellering en integrert del av matematikkundervisningen, hvor fokuset er å få elevene til å se relasjonen mellom virkeligheten og matematikken.

Det siste perspektivet som er presentert, er det *kognitive perspektivet*. Dette perspektivet handler om å analysere de kognitive prosessene som finner sted når elever arbeider med modelleringsprosessen, og prøve å få en forståelse av disse prosessene (Kaiser & Sriraman, 2006, s. 304). Med andre ord har dette perspektivet et bredt fokus som tar for seg hele prosessen til elevene ved å få et bilde over hvordan elevene beskriver, tenker, tolker, forklarer eller kommer med antagelser om den virkelige situasjonen. Det er dette perspektivet denne

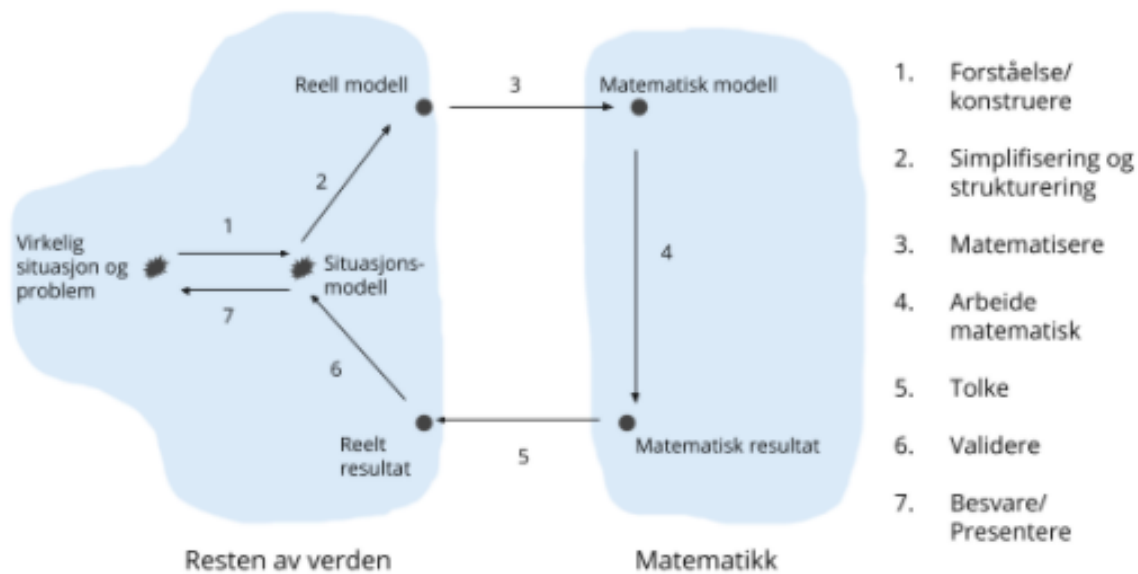
studien faller under, da fokuset ligger på å analysere elevenes valideringer i arbeidet. Det kognitive perspektivet er videre beskrevet som et metaperspektiv, noe som betyr at det kan være tilstede samtidig med andre perspektiver (Kaiser & Sriraman, 2006, s. 307). Ettersom denne studien legger til rette for arbeid med modellering, vil studien også gå under utdanningsperspektivet hvor elevene skal få erfaring med å utvikle matematiske modeller. For å kunne analysere elevenes valideringer og hvor valideringene skjer, er det som forklart over, viktig å få innsyn i de ulike prosessene elevene går igjennom i møte med en oppgave som kan relateres til virkeligheten. Denne samlede prosessen blir kalt modelleringsprosess.

3.3 Modelleringsprosess

I utviklingen av matematiske modeller, ligger det som regel en modelleringsprosess til grunn. I denne prosessen beveger elevene seg fra en virkelig situasjon, til å utforme en matematisk modell som beskriver eller forutser den virkelige situasjonen. Prosessen viser tenkte steg elevene må gå for å utvikle den matematiske modellen. Flere har laget ulike illustrasjoner og forklaringer til denne prosessen, og modellene blir ofte kalt modelleringscykluser (Borromeo Ferri, 2006; Blum & Leiß, 2007). Selv om prosessen ofte er uttrykt syklisk hvor pilene i modellene går én vei, viser tidligere empiriske studier at modelleringsprosessen ikke nødvendigvis er det, og at elevene normalt hopper frem og tilbake mellom de ulike stegene i et mer usystematisk mønster (Ärleback & Bergsten, 2013; Ferri, 2007a; Ferri, 2007b). Under gis en beskrivelse av den modellen av modelleringsprosessen som er mest aktuell for min studie. Jeg vil også trekke frem noen andre modeller for å argumentere for hvorfor mitt valg falt på nettopp denne modellen i denne studien.

3.3.1 Modellen av modelleringsprosessen til Blum og Leiß

Blum og Leiß (2005 i Blum & Leiß, 2007, s. 225) presenterer en modell av modelleringsprosessen som viser til syv delprosesser elevene kan arbeide seg igjennom. Modellen viser til to hovedområder, resten av verden og matematikk. Til høyre for modellen er det syv delprosesser. Delprosessene er tenkte steg elevene går igjennom når de beveger seg fra resten av verden til matematikk og tilbake til resten av verden. Prosessen blir nærmere forklart under.



Figur 1- Egen oversettelse av modellen til Blum og Leiß (2007)

Prosesen starter i resten av verden, hvor elevene tar utgangspunkt i en virkelig situasjon eller et problem. Fra denne virkelige situasjonen går elevene gjennom delprosessen, *forståelse*, hvor elevene skal sette seg inn i situasjonen og finne ut hva den virkelige betyr. Elevene leser gjerne oppgaveteksten eller prøver å forstå en situasjon basert på de opplysningene de har tilgjengelig. Her kan elevene også formulere et spørsmål basert på erfaringer fra den virkelige verden, dersom ikke dette allerede er gitt. Med kombinasjonen av tilgjengelige opplysninger og erfaringer fra den virkelige verden, *konstruerer* eleven et bilde av situasjonen slik elevene forstår den, til en situasjonsmodell. Eksempel på en situasjonsmodell kan være et lite utsnitt av den virkelige verden som skal undersøkes gjennom modelleringsoppgaven, hvor elevene lager en oversikt over problemet.

Ut i fra sin forståelse av situasjonen velger elevene hvilke relasjoner som er viktig å ta hensyn til, og hvilke variabler som må tas med for å beskrive situasjonen. Med andre ord forenkler elevene problemet og finner informasjonen de trenger for å løse problemet. Blant annet tallfestes variablene. Dette kan elevene gjøre ved å blant annet søke opp eller diskutere ulike verdier som kan passe til variablene. Ved å gjøre dette arbeider elevene med delprosessen *simplifisering og strukturering* og kommer frem til en reell modell som beskriver situasjonen.

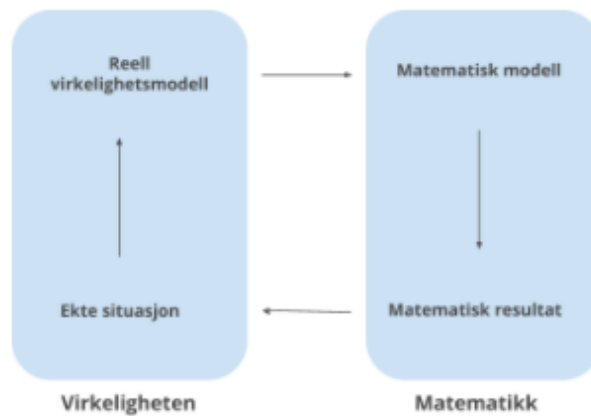
I den neste delprosessen, *matematisere*, oversetter elevene den reelle modellen til et matematisk problem. Her blir de tallfestede variablene satt sammen i system. Med andre ord kan elevene lage en formel som viser relasjonen mellom variablene. Her må de bestemme seg

for om de skal multiplisere, dividere, addere eller subtrahere. Det er også mulig at elevene velger å benytte en formel eller et teorem som de tidligere kjenner til for å løse problemet. Med dette går matematiseringen ut på å få formelen til å stemme, hvor målet er å skape en ren matematisk modell som skal adressere situasjonen eller problemet fra virkeligheten. Fra den matematiske modellen skal elevene *arbeide matematisk*, som er den fjerde delprosessen. I denne prosessen gjør elevene de nødvendige utregningene slik de kommer frem til et matematisk resultat. Dette resultatet leder til den neste delprosessen som er å *tolke* det matematiske resultatet, og gjør det forståelig opp mot virkeligheten, som skaper et reelt resultat. Her kan elevene spørre seg om hva det matematiske resultatet betyr for den virkelige situasjonen.

Etter dette kan delprosessen *validering* oppstå. Blum og Leiß (2007, s. 226) beskriver denne prosessen ved at elevene stiller seg spørrende til om det de har funnet ut er rimelig. Her sammenligner elevene det reelle resultatet med situasjonsmodellen, og vurderer om modellen de har utformet gir mening i forhold til problemet eller situasjonen. Med andre ord ser man at Blum og Leiß (2007) beskriver denne delprosessen som en sluttprosess i modelleringsprosessen. Videre forklarer de at dersom elevene ser at det reelle resultatet ikke stemmer med virkeligheten, vil det være naturlig å gå tilbake å endre på modellen som de har utformet. Når elevene er fornøyd med den matematiske modellen, blir den siste delprosessen å *besvare*. Her bestemmer elevene seg for en løsning for den virkelige situasjonen ut i fra deres modell.

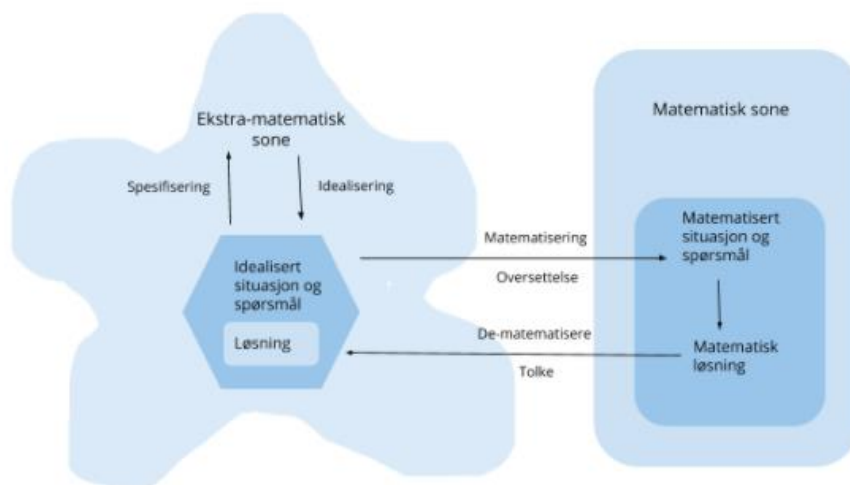
3.3.2 Andre modeller av modelleringsprosessen

Andre har også utarbeidet modeller av modelleringsprosessen. Blant annet utvidet Greefrath (2011) Blum og Leiß (2007) sin modelleringsprosess, hvor han inkluderte *teknologi* som et nytt aspekt, sammen med *resten av verden* og *matematikk*. Dette ble gjort på bakgrunn av at teknologien har fått en større rolle i matematikkfaget, noe som gir elevene muligheter til å benytte digitale verktøy i møte med modelleringsoppgaver (Greefrath, 2011). Tidligere modeller er blitt utformet av Blum (1996) og Kaiser (1995) referert i Borromeo Ferri (2006, s. 88). De utviklet en enkel modell, hvor de tok for seg fire tenkte delprosesser elevene kunne arbeide med (Figur 2). Denne modellen egner seg godt i skolen når elevene skal lære seg å modellere, grunnet de få delprosessene som gjør det enklere å forstå (Borromeo Ferri, 2006, s. 90).



Figur 2- Egen oversettelse av modellen til Blum (1995) og Kaiser (1996) som er gjengitt av Borromeo Ferri (2006)

En annen modell av modelleringsprosessen er beskrevet av Niss (2015). Beskrivelsen av modelleringsprosessen er nokså lik Blum og Leiß (2007), men forskjellen ligger på antall delprosesser elevene går igjennom. Her viser Niss (2015) til fem delprosesser, henholdsvis forberedelse, matematisere, håndtering av den matematiske situasjonen, de-matematisering og validering av modellen (Figur 3).



Figur 3- Egen oversettelse av modellen til Niss (2015)

Sammenligner vi modellene av modelleringsprosessen, ser vi at hovedforskjellen er antall delprosesser de inkluderer. Mens Blum (1996) og Kaiser (1995) inkluderer fire, viser Niss (2015) til fem delprosesser og Blum og Leiß (2007) til syv. Blum og Leiß (2007) sine syv delprosesser, inkluderer blant annet en egen overgang som fokuserer på elevenes forståelse av problemet eller situasjonen, hvor elevene lager seg en mental representasjon av situasjonen. Denne ekstra overgangen kaller de situasjonsmodell, og er ifølge Blum og Leiß (2007) den viktigste fasen ettersom den danner grunnlaget for elevene sin forståelse og videre arbeid med modellen. Med dette har Blum og Leiß (2007) fokus på det kognitive perspektivet på

modellering. Flere forskere som har fokusert på dette perspektivet har derfor også benyttet seg av modellen til Blum og Leiß (2007) i sin forskning (Borromeo Ferri, 2007b; Czocher, 2018).

Som tidligere nevnt går studien under et kognitivt perspektiv på modellering. Dermed blir ikke Niss (2015) og Blum (1996) og Kaisers (1995) sin modelleringsprosess like godt egnet da disse ikke har fokus på dette perspektivet. Greefrath (2011) sin modell hadde vært aktuell dersom elevene benyttet teknologi for å utarbeide en matematisk modell, men dette ble ikke gjort i min studie da elevene heller benyttet teknologi som en støtte for å finne informasjon. Med et ønske om å se hva som kjennetegner elevenes valideringer, var det derfor hensiktsmessig å benytte seg av Blum og Leiß (2007) sin modelleringsprosess. Denne modellen muliggjør et dypere nivå av forståelse for elevenes arbeid og skiller de ulike delprosessene elevene gjennomfører tydeligere. Modellen inkluderer videre elevenes forståelse, et aspekt som er viktig for å få et godt bilde av arbeidet og valgene elevene tar underveis i prosessen og dermed også elevenes valideringer. I tillegg blir det naturlig å bygge videre på Blum og Leiß (2007) sin modelleringsprosess, da Cozcher (2018) tar utgangspunkt i denne modellen når hun beskriver valideringen som skjer.

3.4 Validering

I det foregående kan det se ut til at forskere beskriver validering som en delprosess som kommer i slutten av modelleringsprosessen, hvor elevene evaluerer resultatet opp mot den virkelige situasjonen eller situasjonsmodellen. For å få en bedre forståelse for begrepet validering, vil jeg videre se nærmere på hvordan forskning og teori forklarer begrepet.

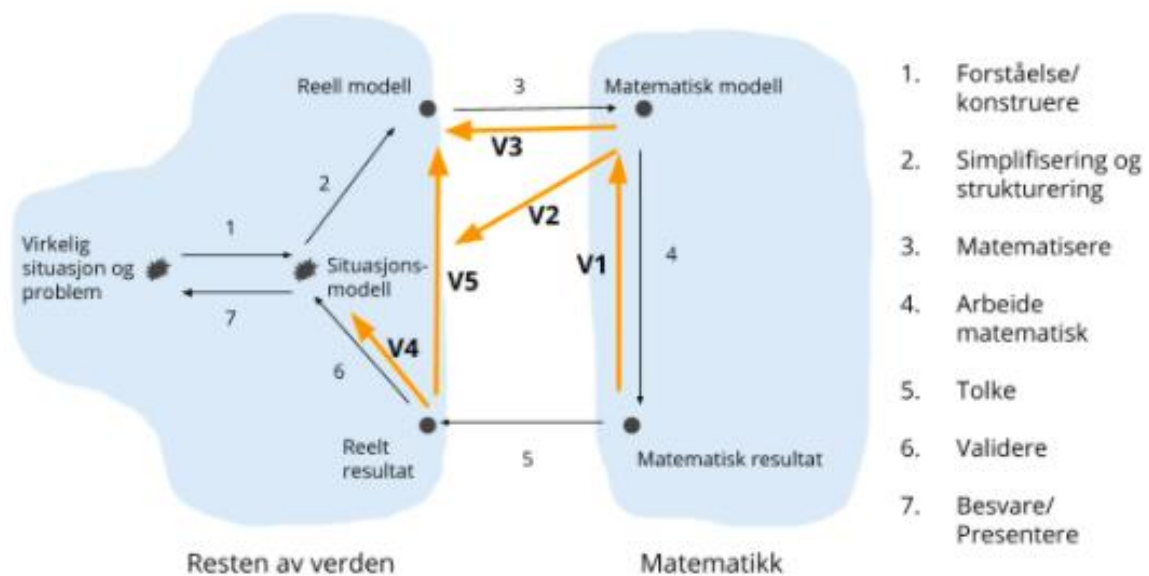
3.4.1 Validering og validitet

Begrepet validering kan ses i sammenheng med begrepet validitet. Kvale og Brinkmann (2018, s. 276) forklarer at validitet handler om hvorvidt metoden som blir brukt er egnet til å undersøke det den skal undersøke. Som tidligere beskrevet, ser vi at validering handler om å vurdere det reelle resultatet som fremkommer av en “metode” elevene har valgt, opp mot den virkelige situasjonen, altså opp mot det som skal “undersøkes”. Kvale og Brinkmann (2018, s. 278) beskriver i likhet med Czocher at validering ikke er begrenset til en inspeksjon ved slutten av et prosjekt, men skal i motsetning gjennomsyre hele prosessen hvor en skal

kvalitetssikre alle stegene i prosessen. Videre påpeker de at det handler om å stille spørsmål og kontrollere. Med dette vises store likheter mellom beskrivelsen av validitet og validering.

3.4.2 Valideringsaktiviteter

Czocher (2018, s. 137) beskriver validering som noe elever gjør for å undersøke om, eller i hvilken grad, modellen som er konstruert er tilstrekkelig. Validering handler med andre ord om å stille seg spørsmål om det man gjør eller har gjort, er rimelig. Formålet er at elevene skal reflektere over sin prosess i arbeidet med modelleringsoppgaven. Dette er en viktig prosess og vil ha betydning for resultatet. Finner man at modellen er utilstrekkelig vil den ha begrenset bruk, og den må sannsynlig gjennomgå revisjoner for å bli tilstrekkelig (Zawojewski, 2013, s. 239). Czocher (2018, s. 145) identifiserte fem typer av valideringsaktiviteter som studentene aktivt brukte i sin modelleringsprosess. De fem valideringsaktivitetene skjer ved at studentene validerer et resultat eller delresultat med de ulike delene i modelleringsprosessen. Med utgangspunkt i Blum og Leiß (2007) sin modelleringsprosess viser Czocher (2018) til de fem valideringsaktivitetene (Figur 4). Undergis en beskrivelse av disse (Czocher, 2018, s. 145-148).



Figur 4- Egen oversettelse av modellen til Czocher (2018) basert på Blum og Leiß (2007) sin modell av modelleringsprosessen

- Den første valideringsaktiviteten (V1) verifiserer resultatet av den matematiske analysen. Her sammenligner studentene det matematiske resultatet med den

matematiske modellen som de har funnet. Med andre ord validerer studentene det matematiske resultatet de har kommet frem til ved å sjekke at utregningene de har gjort er korrekt utført. Her undersøker de om de har arbeidet riktig med matematikken, og gjør en vurdering av dette ved å sjekke seg selv. I studien stod denne valideringsaktiviteten for 15 prosent av valideringene som ble observert hos studentene.

- I den andre valideringsaktiviteten (V2) sammenligner studentene den matematisk modellen eller deler av den, med situasjonsmodellen, altså hvordan de har tolket og avgrenset situasjonen. Her sikrer studentene at virkelighetsforholdene stemmer overens med den matematiske modellen som de har utformet, ved å se på de variablene som de har funnet for å beskrive situasjonen. Studentene stiller seg gjerne et spørsmål om modellen de har laget beskriver situasjonen godt. Dersom den matematiske modellen ikke stemmer med ens forståelse av den virkelige situasjonen, kan man endre avgrensningene ved å foreta endringer i verdien til den gitte variabelen, erstatte variabler eller drar inn nye i modellen. Denne valideringsaktiviteten ble observert i 13 prosent av tilfellene hos studentene.
- Den tredje valideringsaktiviteten (V3) sammenligner den matematiske modellen eller deler av den, med den reelle modellen, og sikrer at matematiseringen er gjort på riktig vis. Studentene vil her vurdere om den matematiske modellen de har utformet har den riktige formelen eller om man kan bruke en annen formel. Her er det mulig at studentene endrer formelen slik at den matematiske modellen uttrykker det de ønsker den skal uttrykke. Eksempelvis kan de endre relasjonene mellom variablene eller enhetene til variablene. Den tredje valideringsaktiviteten stod for flesteparten av valideringene som studentene gjorde, hvor 35 prosent ble kategorisert som denne type validering.
- I den fjerde valideringsaktiviteten (V4) validerer studentene det reelle resultatet de har kommet frem til ved å sammenligne med forventet, tenkt eller et teoretisk resultat. Studentene vil her bruke modellresultatet eller delresultatet de har funnet til å validere dette med den gitte situasjonen. Her kan de stille seg spørrende til hvorvidt resultatet gir mening, enten basert på at de har en erfaringer fra tidligere som tilsier at det kan stemme eller ikke (tenkt resultat), eller at de har estimert noe på forhånd som kan

bekreftede eller avkreftede deres resultat. 31 prosent av valideringene som fremkom var av denne aktiviteten.

- I den femte valideringsaktiviteten (V5) sammenligner studentene det reelle resultatet som de har kommet frem til, og om det kan stemme opp mot de forskjellige delene i den reelle modellen elevene har utformet. Her kan de vurdere om det reelle resultatet vil endre seg dersom de endrer noen av variablene. Hvor kommer utslaget? Er noen av variablene avhengig av hverandre? Her vil studentene se om det vil gi store innvirkninger dersom noen av variablene endres, og eventuelt hvorfor. Denne valideringen stod for 6 prosent av valideringene som ble observert.

Med de fem valideringsaktivitetene argumenterer Czocher (2018) for at studentene hele tiden hopper mellom matematikk og virkeligheten, og at dette ikke bare skjer på slutten, slik som modellen av modelleringsprosessen viser til. Den fjerde valideringsaktiviteten som Czocher (2018, s. 150) beskriver, er i likhet med valideringen som modelleringsprosessen viser til, og funn fra studien viste at studentene ikke utelukkende benyttet denne valideringen alene, men sammen med flere av de andre valideringsaktivitetene. Dette viser at forståelsen om validering som en sluttprosess, ikke er nok for å forklare hva og hvor elevene kan validere.

Czocher (2018) viser med de fem valideringsaktivitetene til nye sider av valideringsbegrepet, og med dette til to ulike måter validering kan bidra i modelleringsprosessen: at studentene validerer det endelige resultatet, og at studentene overvåker sin egen prosess i å utvikle modellen. Valideringsaktivitetene blir som vist over, gjennomført ved å sammenligne ulike deler av modelleringsprosessen. Czocher (2018, s. 144) forklarer dette slik: *“Each instance of validating could then be seen as a comparison between an object of validation (an intermediate result) and a standard of validation (an (implicitly held) ideal)”*. Med andre ord validerer studentene gjennom å sammenligne et objekt, gjerne et mellomresultat, opp mot deler av den virkelige situasjonen eller den idealiserte situasjonen, som er studentenes forståelse av den virkelige situasjonen. Et eksempel på dette kan være at elevene validerer hvorvidt de ulike variablene som er valgt (objektene) kan bidra til å svare på den tenkte situasjonen (standard/ idealet). Kandasamy og Czocher (2020, s. 924) forklarer at når elevene gjør denne sammenligningen, fører det til enten revidering, aksept eller avvisning av den matematiske modellen. Valideringen vises dermed å kunne fremkomme flere steder i

modelleringsprosessen, hvor elevene kan overvåke sin egen prosess og dermed underveis får bekreftelse på at *alt er bra*, eller at de må endre noe (Czocher, 2018, s.150).

Ved å gjennomgående validere i prosessen, vil elevene kunne identifisere sammenhengen mellom virkeligheten og matematikk, og se hvorvidt det de arbeider med kan samsvare med virkeligheten. Elevene vil også ha mulighet til å vurdere om deres modell gir et godt resultat som sikrer at handlingen som de anbefaler er riktig. Spørsmålet om *hvordan* elevene validerer er like viktig som *hva* og *hvor* elevene velger å validere. Ser man på hva Czocher (2018) beskriver, vises det i stor grad til hva elevene kan validere og hvor, men ikke nødvendigvis hvordan. Hvordan elevene velger å validere, kan være ulikt. I klasserommet arbeider elevene sammen i en gruppe og her vil det være flere muligheter for dem når det kommer til hvordan de ønsker å validere. Blant annet vil det være muligheter til å validere ved å diskutere med gruppen, sammenligne med andre grupper, prøve ut, stille spørsmål til læreren, søke på internett for å få bekreftelse eller ved hjelp av tidligere erfaringer. Czocher et al. (2018, s. 256) forklarer at teori om validering også bør inkludere blant annet refleksjoner, intuisjon, samt elevers tidligere erfaringer og faglige kunnskaper. To av disse begrepene beskriver Borromeo Ferri (2006) når hun forklarer *hvordan* elevene validerer.

3.4.3 Intuitiv validering og kunnskapsbasert validering

Borromeo Ferri (2006, s. 93) fant at valideringen elevene foretok kunne beskrives gjennom to karakteriseringer: intuitiv validering (Intuitive validation) og kunnskapsbasert validering (Knowledge-based validation). *Intuitiv validering* (mer ubevisst) beskrives som at eleven selv finner ut at resultatet kan være galt, men klarer ikke å begrunne eller forklare hvorfor. Det kan bare være at eleven “føler” at resultatet er feil, fordi de enten ikke passer inn i deres ramme av assosiasjoner. Her fremheves det at elever ikke alltid er i stand til å formulere hvordan eller hvorfor denne følelsen oppstår, selv om den finner sted. *Kunnskapsbasert validering* (mer bevisst) derimot, beskrives som at eleven er enig eller uenig i resultatet de har fått på grunnlag av deres kunnskaper eller erfaringer fra den virkelige verden. Videre påpeker Borromeo Ferri (2006, s. 93) at elevenes valideringer ofte vil foregå som en indre validering. Med andre ord vil valideringen ofte være taus, noe som kan medføre at medelevene eller læreren ikke alltid vil høre at eleven validerer til tross for at de faktisk gjør dette.

Hana og Hansen (2015, s. 129) trekker også frem viktigheten med intuisjon i arbeid med modellering. Her beskriver de at intuitive resonnement vil være fremtredende når elevene skal vurdere om de har nok data og informasjon til å løse modelleringsoppgaven, eller når de skal vurdere resultatet som fremkommer av modelleringen. I tillegg til intuisjon, påpeker Hana og Hansen (2015, s. 131) at refleksjon i enden av arbeidet er viktig. Når elevene arbeider med modellering, knytter de virkeligheten til matematikk og det vil det være naturlig å reflektere over relevansen matematikken har i den konteksten de arbeider i. Dette er fordi elevene kan sitte på erfaringer og kunnskaper knyttet til den virkeligheten de modellerer.

3.4.4 Utfordring med validering

Matematisk modellering er en kompleks prosess og kan være spesielt utfordrende dersom elevene er vant til å arbeide med oppgaver hvor de har mulighet til å sammenligne svaret sitt med en fasit som sier noe om de har gjort det riktig eller ikke. Denne måten å arbeide på kan gå under det Skovsmose (2001, s. 123) kaller for oppgaveparadigmet. Alrø og Skovsmose (s. 110) benytter heller begrepet tradisjonelt klasserom, og forklarer at dette viser til en måte å organisere undervisningen på. Typisk vil læreren presenterer et matematisk emne gjerne fra læreboken, hvor elevene i etterkant arbeider med oppgaver knyttet til tema, hvor en sjekker seg med fasit etterhvert. I modellering er ikke dette like enkelt, hvor det ikke er en fasit, og hvor elevene heller må finne andre metoder for å validere. Modellering vil heller gå under det Skovsmose (2001, s. 123) presenterer som undersøkelseslandskapet, hvor læreren gjerne presenterer en situasjon som elevene kan velge å inspirere seg av og undersøke. I dette undersøkelseslandskapet kan elevene velge flere ulike metoder og veier for å løse situasjonen eller problemet og dermed vil ikke en fasit være like enkelt å forholde seg til. Her vil det som Czocher (2018, s. 149-150) beskriver være viktig; å se på selve prosessen og hvordan den har blitt utført. En utfordring Czocher (2018, s. 150) fant i sin studie, var at noen av studentene oppleve en *metakognitiv blindhet*, som førte til at studentene ikke validerte når de burde. Begrepet er hentet fra Goos (2002, s. 286) og betyr at elevene enten ikke oppdager at matematiseringen blir feil i forhold til oppgaven, eller at de har gale antagelser. I studien til Czocher (2018, s.150) fant hun at studentene ikke så at matematiseringen var feil, og fortsatte arbeidet uten å validere. I situasjoner som dette kan den manglende valideringen påvirke den matematiske modellen og hvorvidt den blir tilstrekkelig eller ikke.

4.0 Metode

I dette forskningsprosjektet har jeg undersøkt hva som kjennetegner elevenes valideringer og hvilken rolle valideringen spiller i arbeid med en modelleringsoppgave. Dette kapitlet gjennomgår de metodiske valgene jeg har foretatt i forskningsprosjektet. Her vil jeg gjøre rede for valget av forskningsdesign og min kvalitative tilnærming, i lys av min problemstilling og studiens formål. I tillegg blir utformingen av modelleringsoppgaven og refleksjoner rundt denne presentert. Avslutningsvis drøftes kvaliteten på studien, og de etiske hensynene som er tatt i arbeidet med prosjektet blir trukket frem.

4.1 Kvalitativ metode

I arbeid med forskning er det tidlig viktig å vurdere hvilke type data som best egner seg til å beskrive det som skal studeres. Her skilles det mellom to tilnærminger, henholdsvis en kvalitativ og en kvantitativ metode. Kvantitativ metode ønsker å formidle virkeligheten gjennom å tallfeste den (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 89). Formålet er å måle hyppighet av et fenomen. Ettersom min studie ikke kan svare på problemstillingen gjennom tallfesting, benyttes ikke den kvantitative metoden. Kvalitativ metode derimot, handler om å forstå og beskrive hva spesifikke mennesker gjør og hvilken mening disse handlingene har for dem (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 95). I denne studien er formålet å undersøke hva elevene sier og gjør, og tolke dette i lys av teori og forskning. Jeg ønsker å få innblikk i hvordan elevene arbeider med og diskuterer rundt en modelleringsoppgave, hvilke valideringer elevene benytter seg av og hvilken rolle valideringen har i arbeidet. Dermed blir fokuset å *forstå* hva elevene gjør og sier, og *beskrive* situasjonen de er i, og i etterkant *tolke* hva som skjer. Det vil derfor være naturlig å velge en kvalitativ metode i min studie.

Kvalitativ datainnsamling kan gjennomføres på ulike måter (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 113). Blant annet kan forskere benytte seg av observasjon, intervju eller dokumentstudier. I denne studien har jeg valgt å benytte meg av observasjon med lydopptak, da oppmerksomheten var rettet mot en klasse som ble delt inn i ulike grupper. Ved å observere elevene i klasserommet kan jeg faktisk se og lytte til hvordan de arbeider med modelleringsoppgaven, noe som kan hjelpe meg til å få svar på problemstillingen. Andre som har benyttet observasjon for å studere elevenes modelleringsprosess er blant annet Blum og Leiß (2007). De benyttet intervju i tillegg til observasjon, noe jeg også la til rette for i

etterkant av undervisningen. Dette ble dessverre utfordrende da elevene og jeg havnet i karantene (grunnet Covid-19 utbrudd) samme dag som datainnsamlingen ble gjennomført¹. Intervju ville gitt meg en bedre innsikt i elevenes perspektiver og tanker rundt oppgaven, og hvorfor de gjorde som de gjorde (Kvale & Brinkmann, 2018, s. 42), samt bekrefte eller avkrefte mine tanker og tolkninger.

Studien er avgrenset på flere områder. For det første er studien avgrenset til denne ene klassen, og noen elevgrupper innenfor denne klassen. For det andre er studien avgrenset til å gjelde deres arbeid med en gitt modelleringsoppgave, som blir nærmere beskrevet i kapittel 4.4. Den siste avgrensningen gjelder tidsbegrensning. Datainnsamlingen ble gjennomført på en time, noe som begrenser studiens omfang. Det er flere grunner til at tiden ble begrenset i så stor grad. Den første grunnen er at læreren ikke hadde mer enn to timer å avse for studien, grunnet arbeid mot matematikkentamen. Dette ble ytterligere begrenset da situasjonen rundt datainnsamlingen var sterkt preget av strenge tiltak og lite forutsigbarhet grunnet et stort utbrudd av Covid-19 i Norge. Dette gjorde at datainnsamlingen ble flyttet flere ganger, noe som gjorde at gjennomføringen ble flyttet til en dag hvor klassen bare hadde én time tilgjengelig på timeplanen.

4.1.1 Utvalg

Min forskningsinteresse ligger på ungdomstrinnet, og det ble naturlig å kontakte en ungdomsskole for å finne mitt utvalg. Grunnet praktiske hensyn rundt Covid-19 situasjonen hvor flere skoler ønsket å begrense antall besøkende, ble mitt utvalg et *tilgjengelighetsutvalg* (Thagaard, 2013, s. 61). Jeg valgte derfor å kontakte en ungdomsskole som jeg hadde kjennskap til fra før. Jeg snakket med rektor og avdelingsleder om forskningsprosjektet, og de ga meg en liste over alle matematikklærerne på skolen. Jeg kontaktet lærerne og informerte de om forskningsprosjektet og spurte om de var interessert i å delta. Jeg fikk tilbakemelding fra to matematikklærere som var villige til å delta, en fra niende trinn og en fra tiende trinn. Begge lærerne informerte om at elevene ikke hadde arbeidet med modellering tidligere. Det at klassene var ukjent med modellering var forventet grunnet at dette temaet er relativt nytt i den

1

Covid-19 er et virus som kan gi luftveisinfeksjon hos mennesker. Viruset er svært smittsomt og ble kjent som en pandemi i 2020. Smittespredningen av viruset har ført til flere nedstengninger i Norge. I tilfeller hvor elever eller lærere har blitt smittet på skolen, har skolen valgt å stenge ned en periode for å forhindre videre spredning.

nye læreplanen. Klassenes manglende erfaring med matematisk modellering, gjør det ekstra interessant å vurdere elevenes valideringer og om de faktisk benytter dette i arbeidet. Valget falt på 10. trinn. Det er på dette trinnet matematisk modellering fremkommer i kompetansemålene, noe jeg fant spennende for mitt forskningsprosjekt. I den valgte klassen deltok 21 elever. Det var til sammen seks grupper som arbeidet med lydopptaker; tre grupper på tre elever og tre grupper på fire elever. Elevene som deltok var en jevn fordeling av gutter og jenter. Som tidligere nevnt skjer mye av valideringen som en indre validering, og dermed er det vanskelig å vite når og om elevene validerer (Borromeo Ferri, 2006). For å få frem de verbale valideringene, ble elevene plassert i grupper slik at de kunne samarbeide og dele tanker underveis. Det skal nevnes at klassen kjente til meg fra før, grunnet tidligere arbeid på skolen. Imidlertid har jeg ikke kjennskaper til elevenes kunnskaper i matematikkfaget. De elevene som ikke ønsket å delta i prosjektet arbeidet med samme oppgave på et grupperom som var i tilknytning til klasserommet.

4.2 Metode for datainnsamling

4.2.1 Observasjon

Metoden som er blitt sett på som den mest fundamentale måten å samle inn data på, er observasjon (Adler & Adler, 1994, s. 389). I kvalitativ forskning blir observasjon typisk brukt i naturlige situasjoner, og derfor også kalt naturalistisk observasjon (Angrosino & Rosenberg, 2011, s. 467). Dette betyr at observasjonen blir gjennomført i den naturlige settingen, og ikke på laboratorium eller andre steder hvor situasjonen normalt sett ikke spiller seg ut. Gjennom observasjon kan forsker fange opp den menneskelige aktiviteten samt den fysiske settingen hvor den finner sted (Angrosino & Rosenberg, 2011, s. 467). I dette forskningsprosjektet arbeidet elevene i grupper med modelleringsoppgaven i en timplanfestet matematikktime, for å skape en mest mulig naturlig setting for elevene. Ønsket var å se hvordan elevene arbeidet med modelleringsoppgaven og validerte underveis, og observasjon ble derfor naturlig å velge for å se på dette.

4.2.2 Min rolle i observasjonen

Som observatør kan forsker gå inn i ulike roller. Cohen et al. (2018, s. 543) beskriver fire ulike typer observatørroller. Den første kaller de en fullverdig deltaker som betyr at forskeren er et medlem av gruppen, men skjuler sin rolle som observatør. Den andre kaller de deltaker som observatør hvor forskeren er en del av gruppen, men avslører sin rolle som observatør. Observatøren kan få informasjon fra gruppen, men kan mangle noe av objektiviteten ettersom de er en del av den. Den tredje observatørrollen kalles observatør som deltaker. Her er forskeren en tydelig observatør som ikke er medlem av gruppen som observeres. Forskeren kan likevel delta litt i gruppens aktiviteter i periferien, men gjerne så diskret som mulig. Den siste rollen er fullstendig observatør, hvor forsker ikke har interaksjon med gruppene.

I min studie gikk jeg inn i rollen som observatør som deltaker. Grunnen for dette var at jeg kunne få et bedre bilde over situasjonen og gruppenes tanker. Gruppene arbeidet selvstendig hvor jeg som forsker ikke var likeverdig med elevene i gruppen. Likevel var jeg tilgjengelig for gruppene dersom de lurte på noe, og jeg kunne stille åpne spørsmål og høre hvordan elevene tenkte om deres valg underveis i prosessen. Ettersom elevene fikk mulighet til å forklarer hva de hadde tenkt, unngikk jeg å anta hva og hvorfor elevene gjorde som de gjorde. Dette hadde jeg ikke fått anledning til dersom jeg bare hadde hatt rollen som fullstendig observatør. En mulig ulempe med denne rollen, er at gruppene kunne blitt påvirket når jeg svarte på deres spørsmål eller når jeg selv stilte spørsmål. Likevel så jeg det hensiktsmessig ettersom klassen og matematikklæreren ikke hadde arbeidet med modellering tidligere. For å unngå denne feilkilden, utformet jeg og veileder spørsmål som jeg og matematikklæreren kunne stille, som ikke skulle lede elevene i arbeidet. Eksempler på spørsmål vi stilte var “Kan det være noe mer som kan påvirke valget?”, “Kan dette stemme?” eller “Hva tenker dere?”. Spørsmålene bygger på Blum og Ferri (2009) sine tanker om at læreren skal være støttende underveis, og at elevene skal være mest aktive i arbeidet. Spørsmålene kunne også bidra til å utfordre de gruppene som følte seg tidlig ferdig.

4.2.3 Registrering av informasjon gjennom lydopptak og observasjonsskjema

Observasjon handler om å kunne ta i bruk alle våre sanser for å forstå og oppfatte (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 114). Dette betyr at vi må blant annet lytte og se hva som foregår i

situasjonen og få registrert informasjon som kan gi svar på det som forskes på. For å kunne gjøre dette på en god måte, valgte jeg å benytte meg av lydopptak samt observasjonsskjema.

Forskeren i observasjonsstudier har som regel et mer eller mindre avgrenset fokus (Bjørndal, 2017, s. 54). Her vil forskeren kunne velge mer eller mindre strukturerte strategier for å registrere observasjonene. I denne studien var fokuset å se på valideringen i arbeid med modelleringsoppgaven. For å kunne få et godt innblikk og en nøyaktig formulering på utsagn og diskusjoner som spilte seg ut under arbeidet med oppgaven, valgte jeg å benytte meg av lydopptak på de ulike gruppene. Lydopptak kan være en god hjelp for forsker i klasseromsobservasjon ettersom det er umulig å få med seg alt som skjer samtidig (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 131). Gjennom lydopptaket kan forsker registrere riktig ordbruk, lytte til tonefall og pauser (Kvale & Brinkmann, 2018, s. 205). Lydopptaket kan dermed gjør at forsker unngår misforståelser om hva elevene sier. Videre gir det muligheter til å gå tilbake å lytte flere ganger for å få et godt bilde av hva elevene sier. Dette hadde ikke vært tilfelle dersom forsker utelukkende hadde notert for hånd. Dermed var lydopptak viktig for å studere det jeg ønsket. Krumsvik og Jones (2019, s. 23) påpeker at lydopptak øker transparensen i forskningen slik at andre kan få tilgang og være kritisk til forskningen som fremstilles. Imidlertid kan lydopptakere påvirke elevenes atferd. Dette var fremtredende i min studie, hvor enkelte grupper nevnte lydopptakeren flere ganger i løpet av undervisningen. Spesielt én gruppe ble veldig fokusert på lydopptakeren og tullet mye med den. Dette påvirket gruppens fokus i arbeid med modelleringsoppgaven.

Det er mulig at videokamera kunne hjulpet meg med å få med hele konteksten, samt kroppsspråk og ikke bare mine egne sporadiske observasjoner av gruppene. Ettersom jeg var observatør som deltaker, kan jeg ha gått glipp av ulike hendelser som var viktig for å få med seg hele konteksten (Bjørndal, 2017, s. 48). Imidlertid påpeker Postholm og Jacobsen (2018, s. 131) at bruk av videokamera kan oppleves som mer forstyrrende og utfordrende for forskningsdeltakere enn bruken av lydopptak. Med hensyn til min problemstilling anså jeg ikke det som svært nødvendig å benytte meg av video i klasserommet.

Ettersom jeg benyttet meg av lydopptaker, ble jeg frigjort fra å notere ned alt som elevene sa og gjorde i undervisningssituasjonen. Jeg kunne heller gå rundt til gruppene når de arbeidet og legge fokus på å notere ned hendelser eller samtaler som utspilte seg som jeg fant interessant for min problemstilling. Her benyttet jeg meg av et strukturert observasjonsskjema

(Bjørndal, 2017, s. 54). Hensikten med observasjonsskjemaet var å kunne få ned tanker og observasjoner som jeg skulle huske til eventuelle intervju i etterkant og til analysen for å kunne forstå situasjonene bedre når jeg lyttet til lydopptakene. Observasjonsskjemaet var enkelt oppstilt, hvor gruppenummeret stod i kolonner nedover, og bortover stod overskriftene *tanke* og *valideringer og arbeid* (se Vedlegg 3). Under overskriften *tanke* skrev jeg ned hvem av elevene som var aktive i arbeidet, hvordan samarbeidet fungerte og hvor fokusert gruppen var på oppgaven. Dette var for å huske hvordan samarbeidet mellom gruppen fungerte når jeg lyttet til lydopptaket. Under overskriften *validering og arbeid*, skrev jeg ned hvor elevene fant informasjonen de arbeidet med, hvilke nettsider de benyttet og hvilke variabler de diskuterte. I tillegg ble det notert dersom jeg hørte antydning til validering i samtalen, og noen stikkord fra situasjonen slik at jeg kunne gå tilbake til denne når jeg lyttet til lydopptaket. Nederst på observasjonsskjemaet skrev jeg ned stikkord slik jeg skulle huske timens gang. Her skrev jeg ned tidsbruk på oppstarten og de ulike gruppens arbeid med modelleringsoppgaven, samt noen punkter om hva som skjedde under oppstart og avslutning.

4.2.4 Datamaterialet

Mitt datamateriale består av lydopptak fra seks grupper som er transkribert. I tillegg samlet jeg inn det skriftlige arbeidet til elevene, samt et strukturert observasjonsskjema med mine egne observasjoner og tanker som ble gjort under datainnsamlingen. Det skriftlige arbeidet viste elevenes notater underveis. Her skrev de ned tanker om oppgaven, hvilke variabler som de tok utgangspunkt i og hvor og hvordan de hadde funnet dem, samt utregninger og besvarelsen. Det skriftlig arbeidet til elevene, samt de observasjonene jeg gjorde meg underveis, fungerte som en støtte i arbeide med å forstå hvordan elevene arbeidet med modelleringsoppgaven. Transkripsjonen av de seks lydopptakene ble hovedgrunlaget for analysen.

4.3 Utforming av modelleringsoppgaven

På bakgrunn av at klassen ikke hadde arbeidet med modellering tidligere, samt tidsperspektivet på én time, måtte jeg utforme en oppgave som kunne bli gjennomført på denne tiden, samt ta hensyn til at oppgaven ikke ble for vanskelig for elevene å arbeide med. Hva som er en god modelleringsoppgave er vanskelig å si, hvor flere har benytter ulike

kriterier for å utforme oppgaven. Barbosa (2006, s. 294) forklarer at en modelleringsaktivitet må være et problem og ikke en øvelse for elevene, samt at problemet må være tatt fra virkeligheten og ikke være en ren matematisk aktivitet. For å utforme en modelleringsoppgave som tok utgangspunkt i virkeligheten, valgte jeg å ta utgangspunkt i seks prinsipper som er utarbeidet av Lesh, Cramer, Doerr, Post og Zawojewski (2003, s. 43-44). Disse prinsippene har også Hana (2013, s. 214) benyttet for å utforme autentiske modelleringsoppgaver. Under gis en beskrivelse av de seks prinsippene.

Realitetsprinsippet sier at situasjonen i oppgaven skal kunne skje i virkeligheten, hvor elevene skal kunne bruke sine forkunnskaper og tidligere erfaringer til å forstå situasjonen. Oppgaven skal ikke legge føringer for hvordan elevene skal løse den. Det andre prinsippet, *modellkonstruksjonsprinsippet*, spør om elevene vil føle at det er nødvendig å lage en modell. I tillegg blir det stilt spørsmål om oppgaven fokuserer på de underliggende strukturene eller mønstre heller enn overfladisk informasjon. Det tredje prinsippet, *selvevalueringsprinsippet*, skal forsikre at oppgavens kriterier er gjenkjennelig for elevene hvor de kan prøve ut resultatene sine. Det fjerde prinsippet, *dokumentasjonsprinsippet*, sier at oppgaven må gi elevene muligheter til å dokumentere deres tanker (betingelser eller mulige løsningsmåter) om situasjonen og gi uttrykk for hvilken matematikk som brukes. Det femte prinsippet, *enkelhetsprinsippet*, spør om problemet er så enkelt som mulig og samtidig gir et behov for å konstruere en modell. Det sjette, *generaliseringsprinsippet*, spør om oppgaven gir elevene muligheter til å utvikle strategier som gjør at de kan trekke linjer til å løse lignende problemer.

Modelleringsoppgaven jeg har utformet, er inspirert av Blum (2015) og Blum og Leiß (2005), samt fokusert på kriteriene til Lesh et al. (2003). Modelleringsoppgavene til Blum (2015) og Blum og Leiß (2007) gikk ut på å vurdere hvilken plass det lønner seg å kjøpe noe (t-skjorte og bensin). Her må elevene utvikle en modell ved å vurdere ulike variabler som kan spille inn på kostnaden når de drar de ulike stedene. Dette er i likhet med min oppgave, med en endring i sted og situasjon. Ved å se på tidligere modelleringsoppgaver som ikke var store i omfang, samt dekke de seks prinsippene, utformet jeg en oppgave som tok for seg en situasjon fra virkeligheten som kan løses ved hjelp av matematikk. Oppgaven kan derfor kalles en modelleringsoppgave, som kan legge til rette for arbeid med de ulike delprosessene i en modelleringsprosess. Dermed kan valideringer også forekomme. Med dette som bakteppe, fikk elevene utdelt denne modelleringsoppgaven:

Adam bor i sentrum av Oslo. Han planlegger en feiring og skal handle inn mat og pynt til denne feiringen. Han har sjekket prisen på de varene han ønsker og ser at det vil koste han 1690 kr å kjøpe varene i Svinesund (Sverige), mens det vil koste han 2410 kr i Oslo. Adam eier en VW Polo som går på bensin.

Hvor vil det lønne seg for Adam å kjøpe varene? Begrunn svaret deres.²

Oppgaven som jeg har beskrevet over er åpen og gir elevene mulighet til å gjøre seg opp sin egen mening på hvordan de har lyst til å arbeide med oppgaven. Oppgaven kan sies å representere virkeligheten da mange nordmenn drar til Sverige for å handle. Elevene kan benytte sine forkunnskaper, og om mulig, deres erfaringer i møte med oppgaven. Med dette dekker oppgaven det første prinsippet, realitetsprinsippet. Oppgaven krever at elevene må gå inn og finne informasjon som kan gi dem en dypere innsikt i situasjonen. Det vil være flere variabler som kan spille inn, og dermed vil elevene ha behov for å utvikle en modell, noe som dekker modellkonstruksjonsprinsippet.

Selvevalueringsprinsippet og dokumentasjonsprinsippet vil også spille en rolle i oppgaven. Elevene har kriterier som de må arbeide etter; kostnaden og hva som tilslutt vil lønne seg å velge. Ettersom flere variabler kan knyttes til situasjonen, vil det være naturlig for elevene å dokumentere deres tanker underveis. Selve problemet i seg selv er enkelt forklart og gir et behov for å konstruere en modell, noe som dekker enkelhetsprinsippet. Spørsmålet *hva lønner seg* vil elevene møte på flere ganger i hverdagen, hvor de må ta stillinger til hvorvidt noe er et bedre å velge enn noe annet. Ved å arbeide med dette problemet kan elevene utvikle strategier som de kan ta med videre i møte med lignende problemer. Dermed er generaliseringsprinsippet dekket i denne oppgaven.

Generelt kan oppgaven gi flere mulige modellforslag alt ettersom hva elevene velger å anta. Eksempelvis kan de trekke frem kostnader for bensin, bom, kjøp av mat underveis og slitasje på bil, når de utvikler en modell for hva det vil koste dersom Adam kjører til Svinesund. Det vil også være mulig å anta at Adam har Autopass eller at beløpet som står oppgitt i oppgaven

² Grunnet koronasituasjonen fikk elevene i tillegg denne opplysningen: Grensene til Sverige er åpne og han må ikke sitte i karantene når han kommer tilbake.

(Svinesund) er svenske kroner, og må dermed finne valutakursen for å gjøre om til norske kroner. Ved kjøp i Oslo kan elevene trekke frem kollektivtransport eller at Adam velger å gå eller å kjøre.

4.4 Gjennomføringen

4.4.1 Pilotutprøving

I forkant av selve datainnsamlingen gjennomførte jeg og matematikklæreren en pilotutprøving med lærerens andre 10. klasse. Denne ble gjennomført på en skoletime. Pilotutprøvingen var viktig for flere ting. For det første ville jeg teste ut to modelleringsoppgaver og se hvilken som kunne være mest aktuell å bruke i datainnsamlingen. Elevene arbeidet i grupper på tre og fire, og arbeidet med én av de to oppgavene hele timen. Her hadde jeg utarbeidet to modelleringsoppgaver som var svært like, og ønsket var å se hvilken som kunne engasjere elevene mest. Forskjellen var i hovedsak kontekst og variabler. Den ene oppgaven tok for seg handletur i Sverige og Oslo, hvor elevene kunne trekke inn bensinkostnad, bompenger, mat, valuta og slitasje, mens den andre tok for seg handling i nærområdet til elevene, og hadde variabler som bensinkostnad, bompenger og fergekostnad. Vi så at gruppene som arbeidet med handletur i Sverige og Oslo, viste større engasjement i arbeid med oppgaven, og kunne dra inn flere variabler i deres matematiske modell (mat og valuta). Valget falt dermed på denne modelleringsoppgaven.

For det andre var det viktig at modelleringsoppgaven ga muligheter til å validere. Dette fikk jeg bekreftet da jeg kunne gjenkjenne ulike valideringer i elevenes samtaler. Eksempelvis sammenlignet elevene resultater mot noe forventet, eller at de stilte seg spørrende til om det kunne være mer som kunne påvirke situasjonen, hvor de trakk inn flere variabler. Dermed kunne modelleringsoppgaven gi svar på studiens problemstilling. For det tredje var det viktig at elevene skulle få tid til å validere og endre den matematiske modellen dersom de trengte dette. Tidsmessig fikk alle gruppene utarbeidet seg en matematisk modell, samt tid til å reflektere over denne. Til slutt var det viktig å se om jeg og matematikklæreren påvirket elevenes arbeid. I etterkant av timen diskuterte vi at vi måtte være mer forsiktig på hvordan vi støttet underveis, for å ikke legge føringer for elevenes tanker og arbeid. Det var viktig at elevene fikk like tilbakemeldinger slik at alle gruppene fikk likt utgangspunkt, og at gruppenes arbeid kunne være sammenlignbare i analysen og diskusjonen. Det ble derfor

utformet spørsmål basert på forskning fra Blum og Ferri (2009) som tidligere nevnt i kapittel 4.2.3.

4.4.2 Undervisningssituasjonen

I matpausen før timen besøkte jeg klassen hvor jeg viste dem lydopptakeren og forklarte hvordan den fungerte. Elevene hadde i forkant fått informasjon om studien og hvilken rolle jeg skulle ha. Likevel nevnte jeg min rolle på ny slik at dette skulle være klart for elevene. Undervisningen ble gjennomført i en vanlig matematikktime etter lunsj, som var timeplanfestet. Elevene virket noe spent på hva som skulle skje og hvilken oppgave de skulle arbeide med. Jeg og deres matematikklærer var tilstede i klasserommet. Matematikklæreren startet timen med å si at de skulle arbeide med en oppgave som kunne relateres til virkeligheten. Videre ble klassen delt inn i grupper på tre og fire. Gruppene ble bestemt av matematikklæreren, og ble dannet på grunnlag av hvem som ønsket å delta og hvor de satt i klasserommet. Grunnen for dette var at skolen hadde strenge smittevernregler, hvor elevene måtte sitte i nærheten av sin faste plass. De elevene som ikke ønsket å delta gikk inn på et grupperom som var i tilknytning til klasserommet. Gruppene ble plassert godt fra hverandre for at lydopptakeren i minst grad skulle fange opp de andre gruppens samtaler. Elevene fikk så utdelt modelleringsoppgaven på et ark og noen blanke ark som de kunne notere på underveis. Gruppene fikk bruke PC som hjelpemiddel for å finne nødvendig informasjon, noe alle gruppene benyttet seg av. De fikk arbeide fritt og selv fordele arbeidsoppgaver.

Gruppene hadde til sammen 60 minutter til rådighet, men noe av tiden ble brukt til å organisere i starten. Av seks grupper var det bare to grupper som trengte å sitte til timen var ferdig. De fleste gruppene ble ferdig etter en 45 minutter og fikk arbeide med lekser for å ikke forstyrre de to siste gruppene. Matematikklæreren var den som styrte timen, mens vi begge var tilgjengelig og støttende for gruppene underveis dersom de lurte på noe.

4.5 Transkripsjonen

Å transkribere innebærer at du overfører verbale utsagn til tekst (Bjørndal, 2017, s. 101). Dagene etter datainnsamlingen lyttet jeg til lydopptakene og transkriberte samtalen mellom elevene. Jeg valgte kun ha med elevenes faglige samtale og noterte at de snakket om noe

annet dersom de trakk inn ikke-faglige temaer. Alle elevene fikk pseudonymer og matematikklæreren fikk navnet *lærer*, mens jeg som student/forsker fikk navnet *stud*.

For at elevenes samtale skulle være enklere å lese, endret jeg dialekten til bokmål. Ord som eh/æh hvor elevene søkte etter måter å uttrykke seg på, ble erstattet med to punktum for å indikere at det var en liten tenkepause. Dette var for å lettere lese elevenes samtale, og få litt pause i setninger hvor elevene benytter dette ofte. Ord som hæ og hm er tatt med da dette kunne indikere usikkerhet til noe. Ved pauser i elevenes ytringer benyttet jeg (...). Dersom elevene snakket om noe annet enn matematikk eller arbeidet med å finne informasjon eller regne, skrev jeg dette inn i en parentes. I tilfeller hvor elevene snakket i munnen på hverandre, kommenterte jeg dette i siden slik at det ikke skulle være forstyrrende for leser. Punktum ble plassert hvor elevene hadde en naturlig avslutning på ytringen, og komma ble satt inn hvor elevene tok en liten pause i ytringen. Spørsmålsteget ble satt inn hvor elevene tydelig gjennom tonefall spurte et spørsmål til seg selv eller til gruppen. For å sikre denne prosessen, lyttet jeg til lydopptaket flere ganger.

4.6 Metode for analyseprosessen

I kvalitative studier er ofte datamaterialet omfattende, og det er viktig å få oversikt ved å gjennomføre en analyseprosess (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 139). Postholm og Jacobsen (2018, s. 139) forklarer at analyse handle om å lete etter mønster slik at datamaterialet kan samles i kategorier. For å kunne besvare problemstillingen gjennom en kvalitativ analyse, ble det hensiktsmessig å sortere datamaterialet, ved å kode elevenes samtale gjennom å plassere dem i ulike kategorier. Før kodingen av datamaterialet startet, ble gruppenes skriftlige arbeid og transkriberte samtale samlet, for å lettere forstå deres samlede modelleringsprosess. For å få et helhetlig bilde av elevenes arbeid med modelleringsoppgaven, har jeg prøvd å se samsvar mellom mine egne observasjoner, elevenes transkriberte samtale og deres skriftlige arbeid. Det var viktig for å kunne beskrive situasjonene i analysen, slik at leser skulle forstå helheten i konklusjonene som ble trukket, ettersom jeg satt på en del bakgrunnsinformasjon etter å ha deltatt i undervisningen.

Jeg analyserte dataene, henholdsvis elevenes faglige samtale, gjennom tre prosesser. Den første delen av analysen var å identifisere hvilke delprosesser elevene arbeidet med. Dette var

nødvendig for å senere kunne identifisere elevenes valideringer som ble gjort med bakgrunn i Czochers (2018) sine valideringsaktiviteter som er forklart ut i fra Blum og Leiß (2007) sin modelleringsprosess. Ved å gjøre dette kunne jeg se hva elevene arbeidet med for å få en dypere forståelse for hvilken valideringsaktivitet som fremkom. For å identifisere delprosessene benyttet jeg meg av kategoriene som er beskrevet i Tabell 1 (Kapittel 4.6.1). Her fargekodet jeg de ulike utsagnene til elevene og plassere dem i det tilhørende steget i prosessen. Dette gjorde jeg i flere omganger, ettersom noen av kategoriene (matematisering og arbeide matematisk) var vanskelig å skille. Veileder sjekket også over mine fargekoder og kom med sine vurderinger.

I neste prosess identifiserte jeg valideringer som fant sted i utsagnene til elevene. Denne prosessen ble gjort gjentatte ganger, også i møte med veileder. Når valideringene var identifisert, gjorde jeg en vurdering på hvor elevene befant seg i modelleringsprosessen ved å se hvilken delprosess elevene arbeidet med. Dette hjalp meg når jeg skulle kategorisere valideringene i henhold til Czocher (2018) sin beskrivelse av valideringsaktivitetene. Med andre ord ønsket jeg å se *hva* elevene validerte og *hvor* de validerte. Valideringene ble merket med V1, V2, V3, V4 eller V5. I samme prosess prøvde jeg å analysere *hvordan* elevene validerte i de situasjonene hvor dette var synlig. Her benyttet jeg meg av blant annet begrepene intuitiv og kunnskapsbasert validering fra Borromeo Ferri (2009) som de er beskrevet i kapittel 3.4.3.

Den tredje og siste prosessen gikk ut på å se etter valideringer som ikke ble fulgt opp. Her satt jeg meg inn i arbeidet til elevene og fant situasjoner hvor det kunne ha blitt gjort en validering enten på bakgrunn av noe elevene hadde sagt eller gjort tidligere. For eksempel at gruppen ikke viste til verbale valideringer på det reelle resultatet, til tross for en kommentar som tilsier at de kunne ha validert dette med gruppen. Her ser jeg på de samme valideringsaktivitetene og forklarer hvilke av de som kunne ha blitt utført. Tidligere forskning sier at elever har utfordringer med validering (Blum & Leiß, 2005; Blum & Ferri, 2009; Blum, 2015), og jeg ønsket derfor å se om jeg kunne identifisere situasjoner hvor validering ikke ble fulgt opp, og vurdere hvordan dette påvirket elevenes matematiske modell og resultat. Dette ble naturlig å gjøre, ettersom jeg ønsker å se hvilken rolle valideringen har i arbeidet til elevene. Ved å gjøre dette kunne jeg sammenligne gruppene som validerte og deres modell, opp mot de som ikke fulgte opp valideringen, og se hvilken rolle dette fikk for deres matematiske modell og resultat.

I en observasjonssituasjon vil det være en interaksjon mellom induksjon og deduksjon (Postholm, 2010, s. 57). Dette er fordi forskeren møter situasjonen med sin teoretiske bakgrunn, problemstilling og sine antagelser til grunn. Dette danner et filter for hva forskeren fokuserer på i observasjonen. I tillegg vil induksjon bli brukt dersom det fremkommer data som ikke kan forstås ved hjelp av teorigrunnlaget. I forkant av datainnsamlingen leste jeg en del teori og tidligere forskning som la et grunnlag for min forståelse. Med denne forståelsen utformet jeg deduktive kategorier som baserer seg på teori fra Blum og Leiß (2007) og Czocher (2018). Dette ble brukt for å analysere datamaterialet. I arbeid med datamaterialet oppdaget jeg valideringer som imidlertid ikke kunne kategoriseres ved hjelp av de deduktive kategoriene. På bakgrunn av dette, utformet jeg induktive kategorier. Under vises det til de ulike kategoriene jeg benyttet i møte med datamaterialet i analysen.

4.6.1 Deduktive kategorier

Jeg har valgt å samle analysekategoriene for å lettere strukturere datamaterialet. For å kunne gjenkjenne delprosessene i modelleringsprosessen, er beskrivelsen til Blum og Leiß (2007) sin modelleringsprosess benyttet (presentert i kapittel 3.3.1). Delprosessene forståelse, simplifisering og strukturering, matematisering, arbeide matematisk, tolke og besvare er lagt til i tabellen. Her er delprosessene validering slik den fremkommer i beskrivelsen til Blum og Leiß (2007) erstattet med Czocher (2018) sine valideringsaktiviteter. Disse har jeg lagt inn i henhold til hvor hun har plassert de i Blum og Leiß (2007) sin modelleringsprosess. Under *betydning* i tabellen vises det til Blum og Leiß (2007) sin beskrivelse av de ulike delprosessene, samt Czochers (2018) beskrivelse av valideringsaktivitetene. Under *kjennetegn* har jeg gjort en tolkning av de ulike delprosessene og valideringsaktivitetene, og skrevet ned hvilke kjennetegn jeg kan se etter i elevenes samtaler. Her har jeg etterstrebet å se samsvar mellom hva teorien sier, og hva som passer til elevenes arbeid med den gitte modelleringsoppgaven.

Kode	Delprosess/ Valideringsaktivitet	Betydning	Kjennetegn i datamaterialet
FK	Forståelse	Sette seg inn i den gitte situasjonen og prøver å forstå oppgaven.	Diskuterer oppgaven. Leser oppgave høyt.

		Lage seg et bilde av situasjonen (situasjonsmodell) for å forstå den.	Går tilbake til elementer som står i oppgaven. Ser problemet opp mot noe de har erfart fra før. Lokaliserer stedene.
SS	Simplifisering og strukturering	Lager en reell modell av situasjonen ved å se etter ulike variabler som spiller en rolle i situasjonen. Gjør antagelser om situasjonen ved å forenkle den og samler informasjon om variablene.	Diskuterer eller spesifiserer variabler som må tas hensyn til. Lager antagelser. Finner informasjon om verdien til variablene. Tallfester variablene.
M	Matematisere	Forsøk på å uttrykke problemet matematisk. Lager en formel eller et matematisk uttrykk som kan beskrive situasjonen gjennom en matematisk modell.	Diskuterer om de skal dividere, subtrahere, multiplisere eller addere tallene. Elevene snakker om hvordan de kan lage en formel
V3	Valideringsaktivitet 3	Uttrykker formelen det vi vil den skal uttrykke? Ser på formelen de har laget og om dette er gjort riktig i forhold til det de ønsket eller ikke.	Spørsmål om de bruker den riktige formelen eller om de må gjøre endringer i den. For eksempel at elevene stiller spørsmål til om de heller burde gange, dele eller endre enhet på en variabel. Endrer formelen etter diskusjon.
V2	Valideringsaktivitet 2	Sjekker om de avgrensningene og simplifiseringene de har laget i situasjonsmodellen er nok for å beskrive situasjonen. Ser om de må ha med fler variabler, erstatte variablene eller endre verdien til variablene.	Stiller spørsmål om de har fått med alt de trenger. Legger til nye variabler. Stiller spørsmål om de må endre verdien på variabelen. Endrer verdien på variabelen Stiller spørsmål til om de må erstatte eller ta bort en variabel. Tar bort en variabel.
AM	Arbeide matematisk	Regner for å komme frem til et matematisk resultat. Løse problemet ved hjelp av matematiske verktøy.	Regner ut. Bruker tallene de fant og regner seg frem til et nytt tall. Bruker

			kalkulator eller pc for å regne ut.
V1	Valideringsaktivitet 1	Sjekke resultatet ved å se om den måten de har regnet på er rett å bruke eller sjekker svaret sitt ved å gjøre utregningene på nytt.	Diskuterer eller stiller spørsmål om regneskrittene som er utført er riktig. Her lukes regnefeil bort. Regner på nytt.
T	Tolke	Forklarer hvordan det matematiske resultatet kan oversettes til et reelt resultat i virkeligheten.	Diskuterer hva de ulike tallene de kom frem til betyr.
V4	Valideringsaktivitet 4	Sammenligner deres forutsatte estimeringer eller tenkte resultat opp mot det reelle resultatet de fikk.	Stiller spørsmål til det reelle resultatet eller delresultatet de har kommet frem til.
V5	Valideringsaktivitet 5	Her validerer de ved å endre innsatte verdier og sammenligner med det reelle resultatet. Er endringene som forventet? Hvis ikke, er det kanskje noe feil med modellen.	Tester ut sin egen matematiske modell ved å endre på variablene. Stiller seg så spørsmål om resultatet fortsatt er gyldig eller ikke.
B	Besvare	Finner et resultat som de kan besvare den virkelige situasjonen med.	Forklarer løsningen de har kommet frem til.

Tabell 1- Deduktive kategorier

4.6.2 Induktiv kategorier

De induktive kategoriene ble utformet når utsagn som kunne virke som en validering, ikke kunne kategoriseres under Czocher (2018) sin valideringsaktiviteter. Grunnen for de nye kategoriene var basert på delprosessene elevene befant seg i. Her vurderte jeg hvor i prosessen elevene var og om dette kunne kategoriseres ut i fra de deduktive kategoriene. Dersom dette ikke lot seg kategorisere, ble nye kategorier opprettet.

V6	Valideringsaktivitet 6	Her validerer elevene ved å sammenligne den reelle modellen opp mot oppgaveteksten, som i dette tilfelle ikke er en virkelig situasjon, men heller en pseudo-virkelighet for eleven.	Utsagn som f.eks. "Men det står jo ikke i oppgaven, og da trenger vi ikke ta det med"
----	------------------------	--	---

V7	Valideringsaktivitet 7	Her validerer elevene ved å sammenligne det reelle resultatet mot det matematiske resultatet.	Eleven stiller seg spørrende til om de har tolket det matematiske resultatet riktig.
----	------------------------	---	--

Tabell 2- Induktive kategorier

4.6.3 Forskers forståelse av datamaterialet

Min forståelse av delprosessene er vist i analyseverktøyet under kategorien kjennetegn i tabellen. Jeg velger å trekke frem noen av delprosessene og beskrive nærmere hvordan jeg kategoriserte disse i elevenes samtale, for å gi en forståelse av min tolking av datamaterialet.

Delprosessen *forståelse* er beskrevet i teorien ved at elevene setter seg inn i situasjonen og prøver å forstå den. Her har jeg satt at kjennetegn for denne delprosessen er at elevene leser oppgaven høyt, diskuterer elementer i denne eller at elevene diskuterer opp mot situasjoner de har erfaringer fra selv som ligner på denne. Betydningen av delprosessen er også at elevene lager seg en situasjonsmodell. Her er kjennetegnet at elevene søker opp ruten for å få en oversikt over situasjonen. Dette kjennetegnet er i likhet med Blum (2015, s. 75) sin forståelse av delprosessen, hvor elevene skal lage seg et mentalt bilde av situasjonen.

Identifisering av delprosessen *simplifisering og strukturering* ble avdekket når elevene diskuterte variabler som var viktige å ta hensyn til og når de diskuterte eller fant verdier for disse. Eksempelvis diskuterte elevene bensinkostnad, bompenger og mat, og tallfestet disse. For å skille simplifisering og strukturering med delprosessen *matematisere*, ble dette identifisert når elevene diskuterte hvordan relasjonene mellom variablene skulle være. Med relasjon mener jeg om tallene skulle adderes, divideres, subtraheres eller multipliseres. Eksempelvis når gruppene diskuterte hvordan de skulle regne ut variabelen bensinkostnad, når de hadde tallfestet avstanden, bensinforbruket og bensinprisen.

I del to av analyseprosessen så jeg etter valideringer som fremkom. For å kategorisere valideringene så jeg hvor gruppene arbeidet i prosessen og hva de tidligere hadde funnet ut. Eksempelvis kategoriserte jeg *den andre valideringsaktiviteten (V2)* dersom gruppen hadde arbeidet i delprosessen matematisering, og stiller seg spørrende til om det kan være mer som kan påvirke situasjonen ved å trekke inn en ny variabel. Dersom elevene endret forståelsen sin og erstattet variabler eller endret verdien på disse, ble også denne valideringsaktiviteten

identifisert. *Den fjerde valideringsaktiviteten (V4)* ble identifisert når elevene reflekterte over hvorvidt det reelt resultatet eller delresultatet de hadde kommet frem til kunne stemme. Her kan elevene validere ved å se resultatet opp mot noe de forventet eller tenkt. Et delresultat kan for eksempel være når elevene hadde regnet ut bensinkostnaden og stiller seg spørrende til resultatet de har fått.

4.7 Pålitelighet og gyldighet

Det er flere faktorer som forsker må ta hensyn til for å sikre kvaliteten på studien. Begrepene gyldighet og pålitelighet rommer flere kriterier som spiller inn på undersøkelsens samlede troverdighet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 223). Videre vil jeg diskutere studiens kvalitet.

Triangulering kan gi et mer holistisk bilde av virkeligheten og gjør forsker mindre sårbar i den form at den gir mer informasjon å lene seg på, noe som styrker påliteligheten og gyldigheten til studien (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 237). I denne studien hadde jeg lagt til rette for å gjennomføre gruppeintervjuer i etterkant av undervisningen, for å få en dypere innsikt i elevenes tanker rundt oppgaven og deres valideringer. Observasjon med et supplerende intervju ville ha styrket påliteligheten og gyldigheten til studien (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 115). Ettersom dette ikke lot seg gjøre, vil jeg beskrive andre valg som bidro til å øke gyldigheten og påliteligheten til studien.

4.7.1 Pålitelighet

Mens Postholm og Jacobsen (2018) benytter begrepet pålitelighet, bruker Thagaard (2013, s. 201) reliabilitet. Hun beskriver at reliabilitet knyttes til hvorvidt forskningen er utført på en tillitsvekkende og pålitelig måte (Thagaard, 2013, s. 201). Forskerens ansvar er å argumentere ved å gjøre rede for hvordan dataen er utviklet gjennom hele forskningsprosessen. Med andre ord, om forskningen er behandlet på en pålitelig måte slik at resultatet kan bli reproduisert dersom andre forskere benytter samme metode. Det er imidlertid vanskelig å etterprøve kvalitative studier. Her påpeker Postholm og Jacobsen (2018, s. 224) at forsker heller må synliggjøre forskningsprosessen for at andre kan reflektere over den. For å styrke påliteligheten i studien har jeg forsøkt å synliggjøre fremgangsmåten i prosessen på en så oversiktlig måte som mulig. Analysen ble gjort med utgangspunkt i forhåndsdefinerte kategorier basert på

teori og tidligere forskning. For at leser lettere skal kunne følge, både i analyse- og tolkningsprosessen har jeg derfor ikke bare redegjort for hva begrepene innebærer i teorien, men også vist til min forståelse av begrepene/kategoriene. Dette mener jeg bidrar til at leseren får en bredere forståelse for analyseprosessen, og at leseren selv kan avgjøre analysens gyldighet. Med det foregående har jeg etterstrebet å være transparent gjennom hele forskningsprosessen.

For å styrke påliteligheten må forsker reflektere over sin påvirkning (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 224). For at jeg skulle påvirke elevenes arbeid i minst grad dersom de søkte kontakt, utarbeidet jeg spørsmål som baserte seg på forskning (Blum & Ferri, 2009). Dette er med på å styrke studiens pålitelighet. I tillegg til å vurdere seg selv, må forsker være bevisst på de ulike forholdene som er med på å produsere dataen (Brottveit, 2018, s. 143). I forkant av datainnsamlingen informerte jeg klassen om studien og at jeg skulle forske på hvordan de arbeidet med en oppgave fra virkeligheten. Elevene fikk så stille spørsmål om studien. Ved å besøke dem i forkant og informere dem om hva som skulle skje, håpte jeg på å minimere forstyrrende feilkilder som kunne oppstå under datainnsamlingen i klasserommet. Blant annet var det viktig å vise elevene lydopptakeren og forklare hvordan denne fungerte og hvorfor jeg skulle benytte meg av dem, slik at elevene kunne få mulighet til å stille spørsmål i forkant og ikke under selve datainnsamlingen.

Lydopptak styrker studiens pålitelighet, da jeg fikk mulighet til å lytte til opptakene flere ganger, og gå frem og tilbake for å forvise meg om at jeg hadde hørt riktig (Kvale & Brinkmann, 2018, s. 205). Gjennomgående har jeg involvert veileder til å finlese transkripsjonene, hvor vi diskuterte samtalene i etterkant. I tillegg har medstudenter kommt med sine kommentarer på analysen. Dette ga flere tolkninger, perspektiver og synspunkter på situasjonen, som bidrar til å øke påliteligheten til analysen (Bjørndal, 2017, s. 97).

4.7.2 Gyldighet

I kvalitativ forskning handler gyldighet om spesielt to forhold; om vi har målt det vi tror vi måler gjennom vår datainnsamling og hvorvidt de konklusjonene vi trekker er gyldig for det vi har studert (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 223). Måling innenfor kvalitativ forskning handler om at forsker skal være åpen i tilnærmingen til empirien, ettersom det dannes begreper eller beskrivelser ut ifra empiri (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 229). Her må forsker stille seg spørrende til hvor godt begrepene representerer virkeligheten som undersøkes, og

hvor meningsfulle begrepene er for empirien og de som leser det. Forsker må dermed synliggjøre og påse at det finnes grunnlag for tolkningen og analysen som har blitt gjort, gjennom beskrivelse av hvordan prosessen har gått frem (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 230). Ettersom mitt ønske var å se på hva som kjennetegnet elevenes valideringer, har jeg benytter meg av kategorier som er forankret i tidligere forskning på fagfeltet, som viser ulike måter å validere på. Dette øker dermed gyldigheten til studien, da begrepene kan hjelpe meg å svare på problemstillingen. Som tidligere nevnt under pålitelighet, har jeg beskrevet fremgangsmåten gjennomgående, samt tolket elevenes utsagn opp mot forhåndsdefinerte kategorier. Dette er også med på å øke gyldigheten til mine funn.

Ved å benytte lydopptak sikrer jeg at analyser skjer på grunnlag av funn fra transkripsjonene som stammer fra lydopptaket. Dermed er ikke dataen basert på mine egne subjektive observasjoner og andre kan se kritisk på materialet og gyldigheten av mine funn (Krumsvik & Jones, 2019, s. 23). Imidlertid kan det fortsatt være mulig at mine tolkninger ikke er riktige for andre. Derfor har jeg prøvd å begrunne hvorfor utsagnene kan kategoriseres i de gitte kategoriene.

I modellering er validering en viktig del av modelleringsprosessen (Blum & Leiß, 2007). Ved å basere modelleringsoppgaven på tidligere modelleringsoppgaver, samt benyttet ulike prinsipper, skal modelleringsoppgaven i denne studien gi muligheter til validere (se kapittel 4.4). Dermed gir modelleringsoppgaven anledning til å studere fenomenet validering. Pilotutprøvingen ga meg mulighet til å se om dette var tilfelle, noe den bekreftet. Dermed styrket både modelleringsoppgaven, samt resultatene fra pilotutprøvingen gyldigheten til studien.

4.8 Etiske betraktninger i studien

Prosjekter som inneholder personopplysninger skal melde prosjektet til NSD (Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste). Mitt prosjekt ble sendt inn og godkjent i forkant av selve datainnsamlingen (se Vedlegg 2). Ettersom jeg benyttet meg av lydopptak, ble det lagt en kodenøkkel mellom lydfilene og samtykkeskjemaene. Lydfilene var bare tilgjengelig for meg og min veileder under prosjektet. Etter endt prosjekt ble lydfilene slettet. Dataen ble under hele prosjektet behandlet med respekt etter retningslinjer fra NSD.

De nasjonale Forskningsetiske Komiteene (2019) viser til at all forskning som forsker på menneske, har krav om *informert samtykke*. I denne studien fikk elevene utdelt samtykkeskjema hvor de fikk informasjon om studien som forklare hva det innebar for elevenes deltakelse og hvordan dataene skulle benyttes og behandles (se Vedlegg 1). Klassen fikk vite at de som valgte å delta i studien skulle bli observert med lydopptaker. Elevene fikk både gjennom skriftlig samtykkeskjema og muntlig av meg, beskjed om at deltakelsen var frivillig og at de enkelt kunne trekke seg fra studien. For å sikre at informasjonen ble forstått, skulle både foresatte og eleven selv skulle skrive under på samtykkeskjemaet. Alle elevene som leverte samtykkeskjemaet tilbake med underskrift og avkrysning for de ulike deltakelsene (observert med lydopptak, innsamling av skriftlig arbeid, samt gruppeintervju) deltok i studien. For å sikre konfidensialiteten til deltakerne, fikk elevene og læreren pseudonymer i transkripsjon og i teksten, samt at navn på skole og stedsnavn ble utelatt (Kvale & Brinkmann, 2018, s. 106).

Kvale og Brinkmann (2018, s. 105) påpeker en utfordring når forsker skal informere om studien til deltakerne. Her sier de at forsker må gjøre en avveining mellom hvor mye informasjon deltakerne skal få. I min studie fikk elevene vite at jeg skulle undersøke hvordan de arbeidet med en oppgave som kunne relateres til virkeligheten. I beskrivelse valgte jeg å utelate begrepet validering og betydningen av begrepet. Grunnen for dette var at jeg ikke ville påvirke elevene til å validere mer enn hva de normalt ville ha gjort. Dette kunne ha påvirket resultatet og igjen gyldigheten av studien. Beslutningen om å utelate informasjonen om validering var imidlertid ikke noe som skadet deltakerne.

Brottveit (2018, s. 124) beskriver begrepet refleksivitet som en kritisk og dyptgående bevisstgjøringsprosess, hvor forsker må blant annet vurdere seg selv i forskningsprosessen. I denne studien hadde jeg som forsker kjennskap til klassen som ble observert, og elevene hadde kjennskap til meg som lærer. Dette kan skape etiske utfordringer. En utfordring kan være at elevene ikke anser meg som en forsker, men heller som en lærer. For å unngå dette var jeg tydelig overfor elevene om min rolle i undervisningen. Min opplevelse var at klassen godtok meg som forsker og at de følte en trygghet i å ha noen som de hadde kjennskap til fra før inne i klasserommet.

4.8.1 Konsekvenser av deltakelse

Kvale og Brinkmann (2018, s. 107) trekker frem begrepet velgjørenhet, som betyr at risikoen for å skade en deltaker bør være lavest mulig. Videre påpeker de at forskeren i kvalitativ forskning må være bevisst på hvilke konsekvenser en kan utsette deltakerne for i forskningsprosjektet. Det å skade en deltaker kan for eksempel bety at deltakeren blir fremstilt på en måte som de ikke selv kjenner seg igjen i. I denne studien settes det kun fokus på elevenes faglige samtaler og arbeid, og har dermed lite følsom informasjon som kan skade deltakerne. Elevene arbeidet med matematikk i en vanlig undervisningstime, hvor en mulig konsekvens kunne være at elevene mister en time hvor de kunne arbeidet med temaet som var i den perioden. Imidlertid, vil de få utfordret seg selv med å arbeide med nye oppgaver som de ikke er vant til. En ting å påpeke er at jeg bare var til stede i klasserommet i en time, og fikk ikke kjennskap til hvordan elevene følte seg denne dagen. Dermed har jeg ikke vært bastant i mine slutninger på enkeltelever og hvordan deres matematiske kunnskaper er, eller deres generelle innsats i matematikkfaget. Studien gir dermed totalt sett lite konsekvenser for deltakerne.

5.0 Analyse av funn

I dette kapittelet vil jeg fremstille studiens funn og analysere disse fortløpende. Her vil jeg trekke frem deler av gruppens samtaler i arbeid med modelleringsoppgaven. For å gjøre det lettere for leser og følge de ulike gruppene og deres valg underveis, samt å kunne se hvilken rolle valideringen har i arbeidet, velger jeg å ta for meg gruppe for gruppe. Her viser jeg til funn av de ulike valideringsaktivitetene gruppene benyttet i arbeidet. I tillegg viser jeg til situasjoner hvor elevene ikke fulgte opp valideringer på bakgrunn av noe de hadde sagt eller gjort tidligere. De fleste valideringene elevene foretok er vist i analysen. Her er unntaket en validering som gjentok seg hos tre av gruppene som omhandlet kostnad for mat. Her diskuterte både gruppe 1, 2 og 5 variabelen. Grunnen for at jeg ikke tok med denne valideringen hos alle gruppene, var at diskusjonen rundt variabelen var veldig lik. Likevel er det viktig å påpeke da flere grupper gjorde seg denne valideringen. Avslutningsvis gir jeg en oppsummering av gruppens arbeid og forekomst av valideringsaktiviteter.

5.1 Gruppe 1

Gruppe 1 bestod av Mia, Lars og Peter. De arbeidet gjennom hele timen, hvor samtlige i gruppen var aktive i arbeidet, foruten om noen episoder hvor lydopptakeren var mer spennende. Gruppen gikk fort i gang med å lese oppgaven og diskutere denne, når Lars bryter inn.

Lars: Og hvor langt det er til Sverige. Jeg ville bare ha handlet i Oslo, men det er jo..

Lars var rask på å kommenterte at det vil lønne seg for Adam å handle i Oslo. Dette ytret han før gruppen hadde diskutert ferdig hva de skulle gjøre. Det kan dermed tenkes at han ikke tok imot invitasjonen til å undersøke med det første. Likevel kom han raskt inn på oppgaven igjen hvor han begynte å diskutere ulike kostnader som kunne fremkomme. En ting å påpeke i denne gruppens arbeid, var at de diskuterte faktorer som nødvendigvis ikke var like lette å implementere i deres matematiske modell. I en samtale mellom Peter og Mia trekker Peter frem viktigheten med kortreist mat og at dette er bra for miljøet. Mia kommenterer ved å stille seg spørrende til hvorvidt Adam egentlig forurenses på turen. Dette blir ikke adressert videre, og gruppen *besvarer* at dersom Adam tenker på kostnader vil det lønne seg for han å handle i Svinesund. Fra analysen fremkommer det flere valideringer i gruppens samtale som jeg vil se

nærmere på. Som tidligere nevnt i innledningen av analysen, viste denne gruppen til en validering som omhandlet mat. Denne blir beskrevet detaljert hos gruppe 5 (kapittel 5.5.2) da valideringene var svært like. Under vises funn av valideringene denne gruppen gjorde.

5.1.1 Ja, ja det er det

Gruppen ble raskt enige om å undersøke bensinkostnaden for turen til Sverige. De har i forkant av samtaleutdraget under, arbeidet med delprosessen *simplifisering og strukturering*. Her fant de at distansen mellom Oslo og Svinesund var 119,4 kilometer og at bilen brukte 0,55 liter bensin per mil. Dialogen under viser til hvordan Lars bruker denne informasjonen til å finne ut hvor mange liter bensin bilen forbruker på den gitte distansen gjennom å *arbeide matematisk*.

Lars: På milen ja, så det vil si at én liter på to, så den bruker 6 liter cirka da, til en vei. Den bruker 12 liter cirka, tror jeg. Og bensinprisen er vel sånn 14, 15, er ikke den?

Mia: Skal vi bare skrive det ned?

Lars: Ja.

Lars: Eller vent, hvor langt var det han kjørte?

Mia: Altså, det var 119,4

Lars: Ja, sant også tar du det gange to sant, så da sier vi 240 da. 24 ganger 0,5

Mia: Hæ?

Lars: Ja, ja det er det. Det er 12. Hm. Bensinpris i dag. Vi vet vel, er ikke det sånn 15 da? (...) Vi kan jo tenke på, hm, skal vi ta 16 eller? Ja vi kan si bensin koster 16.

Lars regner først høyt at “én liter på to”, som betyr at bilen forbruker en liter bensin på to mil. Han vet det er rundt 120 kilometer som tilsvarer 12 mil til sammen per vei og bruker dette til å finne ut hvor mange liter bensin Adam trenger til Svinesund. Her kommer han frem til at bilen bruker 6 liter per vei og dermed bruker bilen 12 liter bensin tur/ retur. Med dette ser vi at Lars har funnet et delresultat gjennom å *arbeide matematisk*. Etter han har funnet ut av dette avslutter han med utsagnet “Tror jeg”. Han arbeider videre, men stopper litt opp og spør etter distansen igjen. Her resonnerer han ved å gjøre utregningen på nytt, men på en litt annerledes måte. Lars multipliserer 24 mil som de fant var tur/retur med et bensinforbruk på 0,5 liter per mil. Her får han 12 liter som svar, og sier “ja det er det”. Her bekrefter Lars sitt tidligere resultat på 12 liter. Denne situasjonen kan ses på som *den første valideringsaktiviteten (VI)* til

Czocher (2018). Grunnen til dette, er at Lars regner på nytt for å eventuelt luke ut regnefeil som kan ha blitt gjort den første gangen han regnet ut. Ved å gjøre utregningen på nytt kan han se at alt er bra og at de kan gå videre i prosessen i viten om at de har regnet riktig. Noe å påpeke er at de benyttet 0,5 liter istedenfor 0,55 liter, som kan gjøre et lite utslag på kostnaden som de finner til slutt. Gruppen finner ut at bilen forbruker 12 liter, men dette gir dem 1 liter mindre enn dersom de hadde benyttet 0,55 liter som de først fant ut.

5.1.2 For den har jo vært litt høy i det siste...

Ser man på enkelte ytringer fra Lars i situasjonen over, finnes det invitasjoner til å validere. Eksempelvis sier han i slutten av samtaleutdraget “er ikke det sånn 15 da?” og “skal vi ta 16 eller?”. Ved at Lars stiller spørsmål til sin egen ytring, inviterer han gruppen til å validere. Invitasjonen blir ikke tatt imot av gruppen med en gang, og Lars bestemmer seg for å ta utgangspunkt i 16 kroner per liter. Han regner så ut og får en bensinkostnad. Etter at Lars har gjort dette, begynner Mia å stille spørsmål til bensinprisen og det kan se ut til at hun velger å ta imot invitasjonen fra Lars likevel.

Mia: Den ligger vel jo mellom 14 og 15 gjør ikke den det? Sånn cirka?

Lars: Jeg vet ikke, bare ta 15 da.

Mia: 5,97 liter per vei (Skriver ned tidligere funn av Lars). Skal vi ta utgangspunkt i at det koster 15,5?

Lars: Ja, ta 15,5

Mia: Per liter. Og bensinpris er cirka 15,5 (Skriver ned). For den har jo vært litt høy i det siste har ikke den?

I situasjonen over ser vi tegn til en invitasjon til validering hvor Mia sier “gjør ikke den det? Sånn cirka?”. Her inviterer Mia gruppen til å diskutere om de burde ha endret bensinprisen Lars først regnet med. Dette godtar Lars og de vurderer bensinprisen. Situasjonen minner om en validering hvor elevene sjekker bensinprisen opp mot sin forståelse av situasjonen, og om denne verdien er realistisk. Med dette til grunn vil jeg kategorisere denne valideringen som *den andre valideringsaktiviteten (V2)* til Czocher (2018), fordi elevene endrer verdien til variabelen ut i fra sin forståelse av situasjonen. Gruppen bestemmer seg for dette etter at Mia forklarer at 15,5 kroner kan stemme ettersom prisen for bensin har vært høy i det siste. Denne kommentaren kan også ses på som en *kunnskapsbasert validering* (Borromeo Ferri, 2006).

Her kan det tenkes at Mia vil endre noe på verdien på bensinprisen på bakgrunn av hennes kunnskaper om den virkelige verden.

5.1.3 Bompenger?

Gruppen har på dette tidspunktet laget en matematisk modell for bensinkostnad gjennom *matematisering*. Gruppen stopper litt opp med oppgaven og snakker om andre ting når Lars trekker gruppen inn igjen. I situasjonen under diskuterer gruppen en ny variabel.

Lars: Ja, men jeg vet ikke, finnes det ikke noe bompenger? Det er det sikkert.

Mia: Ja, men det er det ikke i oppgaven

Lars: Jo

Mia: Er det det?

Lars: Altså, det er jo en utgift liksom.

Mia: Ja, men er ikke det lov å, men..

Mia: Men skal vi regne med bompenger og sånn? (henvender seg til studenten)

Stud: Hva tenker dere da?

Lars: Ja. (...). Bom. Så da har vi det nå sånn at det koster, i Svinesund at det koster 1690 pluss 92. Så det er fortsatt billigere i Svinesund?

Mia: Men ikke sånn, men du skal jo ha ganske mye bompenger for at du skal ta igjen de 720 kronene ekstra

Her stiller Lars spørsmål til om det er flere variabler som må inn i modellen for at den skal beskrive situasjonen bedre, og trekker frem bompenger som en mulig variabel. Han velger å svare på sitt eget spørsmål hvor han mener at dette er en variabel som spiller inn på kostnaden ved å si "Det er det sikkert". Mia bryter inn og sier at det ikke står noe om bompenger i oppgaveteksten, noe Lars prøver å motsi ved å si at bompenger er en utgift, som med andre ord kan passe inn i deres matematiske modell som tar høyde for kostnader. Mia nøyer seg ikke med dette og henvender seg til studenten for å få et svar på om de må regne med bompenger. Studenten stiller gruppen spørsmål om hva de tenker, hvor Lars svarer "ja". Lars validerer i denne situasjonen ved å sikre at virkelighetsforholdet stemmer overens med deres matematiske modell, ved å se om det kan være mer som kan påvirke kostnaden for turen. Her ønsker han å ta inn bompenger som en ny variabel. Med dette kan det tenkes at Lars validerer ved å ta i bruk Czocher (2018) sin *andre valideringsaktivitet (V2)*. Det at Lars svarer ja, kan

tenkes å være det Borromeo Ferri (2006) beskriver som en *kunnskapsbasert validering*, hvor han enten har erfaringer eller kunnskap som tilsier at dette stemmer.

Lars regner ut hva kostnaden vil bli dersom de kjører til Sverige ved å addere bensinkostnaden de tidligere har funnet på 92 kroner (en vei) med kostnaden for varer kjøpt i Sverige. Mia *tolker* så at bompengene ikke vil utgjøre en så stor sum at det heller vil lønne seg for Adam å handle i Oslo. På bakgrunn av dette velger gruppen å ikke ta høyde for bompenger i deres matematiske modell i første omgang, tross for valideringen som forekom.

5.1.4 Skal vi regne med bompenger..?

I situasjonen over ser vi at Mia svarer på Lars sitt spørsmål om bompenger, ved å kommentere “..men det er det ikke i oppgaven”. Denne kommentaren om at det ikke står noe om bompenger i oppgaveteksten kan avdekke en ny valideringsaktivitet, som Czocher (2018) ikke har funnet i sin studie. Denne *valideringsaktiviteten (V6)* kan kobles til at eleven sammenligner den reelle modellen opp mot oppgaveteksten. Det kan tenkes at Mia ikke anser modelleringsoppgaven som en virkelig situasjon. Dermed er det viktig å påpeke at hun sammenligner mot en “pseudo-realitet” som er gitt i oppgaven, og ikke opp mot virkeligheten slik det forekommer i modellen som Czocher (2018) benytter. Mia velger også å gjøre et forsøk på å validere ved å spørre studenten, som i dette tilfelle opptrer som en autoritet for eleven, om de trenger å ta høyde for bompenger ettersom dette ikke står eksplisitt i oppgaveteksten. Dette gjør hun til tross for at Lars har påpekt at bompenger er noe som er like realistisk å ta høyde for som bensinkostnad når Adam skal kjøre til Svinesund.

5.1.5 NOK eller SEK?

I forkant av denne situasjonen var læreren innom gruppen og utfordret den matematiske modellen de hadde kommet frem til, ettersom gruppen så langt bare hadde lagt vekt på bensinkostnader. Etterhvert velger gruppen å trekke inn bompenger på 50 kroner hver vei, tross for litt uenigheter tidligere i samtalen. I etterkant av dette begynner gruppen å diskutere flere variabler som slitasje, mat, dopause (mulig betaling) og kvote på mat, hvor de til slutt trekker inn mat som en ny variabel. Etter en liten stund sier Peter dette:

Peter: Kanskje han har regnet ut at det er Svenske kroner? Eller jeg vet ikke, stod det NOK?
Det står jo ikke NOK (!)

Mia: Nei, men det står kroner.

Peter: En krone er bare en krone.

Mia: Men

Peter: Svenske kroner er dyrere.

Mia: Men du skriver jo ikke euro i kr.

Peter: Nei, men det er jo litt annerledes. For i Sverige bruker de kroner.

Lars: Ja, svenske kroner. Valutakurs da.

Mia: Er ikke den ganske lik?

Lars: Den er litt mindre enn den norske kronen.

Peter: Er ikke den mer?

Lars: Nei, jeg tror den er mindre.

Mia: Den er mindre, så hvis du har..

Peter: Nei, 1 svensk krone er jo 1,06 norske kroner.

Lars: Er det?

Mia: Så da blir det 1780 da. Så det er sånn 90 kroner mer.

I denne situasjonen hopper Peter tilbake i modelleringsprosessen til delprosessen *forståelse*, og prøver på ny å forstå det som står i oppgaveteksten. Ved å lese teksten på nytt, finner Peter ut at det er mulig at kronen som står oppgitt for varer kjøpt i Sverige er oppgitt i SEK og ikke NOK. Her sammenligner Peter den matematiske modellen med hans forståelse av situasjonen, og sikrer at virkelighetsforholdet stemmer overens med den matematiske modellen som de har utformet. Elevene diskuterer dette og kommer tilslutt frem til at valutakurs er noe de må ta hensyn til i deres matematiske modell. Med dette går gruppen på ny, gjennom delprosessen *simplifisering og strukturering*. Etter et søk for å tallfeste valutakursen, finner de at 1 svensk krone tilsvarer 1,06 norske kroner. Mia ytrer ikke hvordan hun skal regne ut for å finne kostnaden, men bare sier at prisen på varene blir 1780 (*arbeider matematisk*). Hun fant med dette at prisen på varene i Sverige ble noe høyere enn først antatt. På bakgrunn av dette velger gruppen å endre verdien til kostnaden for varene i Sverige ved å multiplisere med valutakursen. Peters validering kan derfor ses på som *den andre valideringsaktiviteten (V2)* til

Czocher (2018), hvor han sammenligner deres matematiske modell med hans forståelse av situasjonen. Valideringen kan også ses på som en *kunnskapsbasert validering* (Borromeo Ferri, 2006), hvor Peter validerer på bakgrunn av hans kunnskaper om den virkelige verden. I dette tilfelle at begge land opererer med kroner og at disse har ulik kurs.

5.2 Gruppe 2

Gruppe 2 bestod av Nina, Ole og Anna. De samarbeidet godt med oppgaven, hvor alle var like aktive i arbeidet og gjennomgående diskuterte med hverandre. Selv om ikke Anna blir fremhevet her, var hun like aktiv som de to andre i arbeidet med modelleringsoppgaven. Anna var den som tok arbeidet med å skrive ned all informasjonen, noe som kan være en mulig grunn for hvorfor hun ikke aktivt deltok i disse valideringene. I likhet med gruppe 1, nevnte denne gruppen flere faktorer som de ikke fikk implementert i deres kostnadsmodell. Blant annet trakk Ole frem at det vil være mer miljøvennlig å kjøpe varene i Oslo. Anna bygget videre på Ole sin tankegang, og kommenterer at det vil også kunne støtte nærbedrifter dersom Oslo blir valgt. Når gruppen skal *besvare* oppgaven i slutten av timen sier Nina “Så økonomisk lønner det seg for Adam å kjøpe i Svinesund, men ikke samvittighetsmessig.” Under vises noen av valideringene til denne gruppen. Som gruppe 1, blir beskrivelsen av den ene valideringen rundt mat beskrevet detaljert i analysen av gruppe 5 (kapittel 5.5.2).

5.2.1 Er ikke det litt mye?

Gruppe 2 var tidlig enige om at de måtte finne ut kostnader som Adam må ta hensyn til når han kjører til Svinesund. I tillegg til å se på bompenger, startet de med å finne bensinkostnaden og trakk frem at de måtte finne avstanden fra Oslo til Svinesund, bensinforbruket til bilen og prisen for bensin. Videre arbeidet gruppen med å finne ut at bensinforbruket til bilen var 0,55 liter (her blir ikke enheten diskutert) og at avstanden var 116,7 kilometer. Dette kjennetegner at gruppen arbeidet med delprosessen *simplifisering og strukturering*. I stedet for å lage en egen matematisk modell for bensinkostnaden, fant gruppen en drivstoffkalkulator på nett. Ved hjelp av denne kalkulatoren fant de også en bensinpris på 14,91 kroner. Tallene de hadde funnet ble plottet inn i kalkulatoren, som ga dem en bensinkostnad på 957 kroner én vei. For å kunne skrive ned gruppens utregning, prøvde Ole å forstå hvilken formel som lå bak kalkulatoren, noe som kan indikere at gruppen arbeider med

delprosessen *matematisering*. Etter en stund fant de at formelen som ble brukt var bensinprisen · bensinforbruk · avstanden. Gruppen *arbeidet så matematisk* når de regnet ut og multipliserte svaret med 2 for å få tur/retur, noe som ga dem en total bensinkostnad på 1914 kroner. Gruppen *tolket* det matematiske resultatet og ble enige om at det ville lønne seg å kjøpe varene i Oslo (*besvare*). I forkant av denne situasjonen har Ole ropt til læreren at de er ferdig med oppgaven og læreren kommer bort til gruppen.

Lærer: Kan dette være realistisk? (Peker på den totale kostnaden)

Nina: Ja.

Ole: Er ikke det litt mye?

Nina: 1914, og det er liksom også uten bompenger. Prøv å regne ut bensinprisen igjen da.

Ved at læreren er delaktig og stiller spørsmål til om det reelle resultatet gruppen har kommet frem til er realistisk, åpner læreren opp for en diskusjon i gruppen. Det at Ole svarer med “Er ikke det litt mye?”, kan minne om *den fjerde valideringsaktiviteten (V4)* til Czocher (2018). Her sammenligner Ole det reelle resultatet de har kommet frem til med den forståelsen han har til den virkelige situasjonen. Om denne valideringen hadde fremkommet uten at læreren hadde stilt spørsmål til deres reelle resultat, er noe usikkert. Ole begrunner imidlertid ikke hvorfor han mener det er høyt, og det kan virke som Ole foretar det Borromeo Ferri (2006) beskriver som en *intuitiv validering*. Dette virker trolig, ettersom Ole gir uttrykk for at resultatet er galt, uten en forklaring for hvorfor. Ved at Ole stiller et spørsmål, inviterer han til en validering, noe Nina tar i mot, til tross for hennes første svar til lærerens invitasjon. På bakgrunn av denne valideringen velger gruppen å gå tilbake til formelen igjen og se hva den faktisk sier. Dette vises i den neste ordvekslingen:

Ole: Oj, kanskje (...) **men det står ikke per eller liksom.**

Nina: Det står jo bare 0,55

Ole: **Det står ikke i forhold til noe..? Men bensinen, er det realistisk, dersom forbruket..**

Nina: Jeg vet ikke..

Ole: **Jeg forstår ikke forbruket per distanse, hvilken distanse?**

Stud: Hva har dere tenkt?

Ole: **Per kilometer.** Jeg vet ikke.

Nina: En mil?

Ole: **Jo det er kanskje det**

Nina: Vi regner ut med det

Ole: **Det er jo bare å ta et komma bare flytt komma,** men er det det (ser på studenten)?

Stud: Tenk litt høyt om hva dere tenker da

Ole: **Ok, en kilometer.. en halv liter er ca en halv melkekartong.**

Nina: Er det mye?

Ole: **Ja det er veldig mye bensin. Som betyr at det kanskje er faktisk billigere å kjøre til Svinesund?**

Ole går tilbake til formelen og prøver på ny å forstå hva den sier. Med utsagnet “Det står ikke i forhold til noe..?” kan det tenkes at Ole lurer på hva bensinforbruket 0,55 liter faktisk betyr. Dette bekreftes når han senere sier “..jeg forstår ikke forbruket per distanse, hvilken distanse?”. Ved at Ole stiller disse spørsmålene inviterer han gruppen til å validere sammen. Studenten kommer inn og spør gruppen om hva de har tenkt. Ole sier at de har tenkt per kilometer, og Nina stiller seg spørrende til om det kan heller være forbruk per mil. Ole validerer ved å spørre studenten om det kan stemme, hvor studenten utfordrer elevene til å tenke selv. Ole velger her å se bensinforbruket opp mot noe han kjenner til fra før, i dette tilfelle en melkekartong. Han kommer så med utsagnet “en kilometer..en halv liter er ca en halv melkekartong”, og tolker dette til at det er mye bensin for en kilometer. Det kan tenkes at dette er en ny *intuitiv validering* fra Ole, ettersom det bare høres ut som han får en følelse av at det er mye bensin på så kort avstand, og at det ikke er basert kunnskap om hva en bil faktisk forbruker. Gruppen diskuterer her hvilken enhet variabelen skulle ha. På bakgrunn av denne valideringen bestemte gruppen seg for å endre enheten til bensinforbruk til mil. Her endrer gruppen formelen hvor de deler uttrykket på 10. Valideringen kan gjenkjennes som *den tredje valideringsaktiviteten (V3)* til Czocher (2018) hvor de stiller spørsmål til om

formelen de har benyttet i den matematiske modellen faktisk uttrykker det de vil den skal uttrykke.

5.3 Gruppe 3

Gruppe 3 bestod av Tiril, Thea, Stig og Tom. Gruppen var raskt i gang med modelleringsoppgaven, men det kan se ut til at engasjementet ble mindre etterhvert. Gruppen arbeidet seg gjennom modelleringsoppgaven to ganger, og *besvarte* begge gangene at det ville lønne seg for Adam å handle i Oslo. Analysen viste at det var lite tegn til verbale valideringer i gruppens samtaler. Under gis en beskrivelse av denne gruppens arbeid og valideringene som ble identifisert.

5.3.1 Kilometer eller mil?

Gruppe 3 startet som resten av gruppene med å finne bensinkostnaden for turen til Svinesund. Gjennom *simplifisering og strukturering* tallfestet de bensinprisen til 17,5 kroner og fant at bilens tank kunne holde 45 liter bensin, samt at avstanden én vei var 118 kilometer. Videre tallfestet gruppen bensinforbruket til 0,89 liter per mil, men dette endret de etter at Stig fant et nytt tall på 8,7 liter på en nettside. Gruppen diskuterte så hvordan de skulle regne ut for å finne bensinkostnaden per kjørte kilometer (*matematisering*). Før gruppen rekker å regne ut, begynner noen i gruppen å diskutere enheten til bensinforbruket Stig hadde funnet.

Thea: Per kilometer. **8,7 liter per kilometer eller per mil?** Jeg kan ingenting om biler, så jeg vet faktisk ikke.

Tom: 8, 7 liter, per kilometer. **Kilometer (!) det er veldig mye da.** Jeg tror det er mil.

Thea: **Ja det hørtes litt mye ut.** Da tar vi mil. **Og hvis vi ganger det, med 118.** Eller det var mil, sant.

Stig: Ja

Thea: **Det er 11. 11 gange 8,7, det er 95.** Det betyr at han må fylle tanken når han er sånn halvveis. **Da må han fylle tanken to ganger.** Og hvor mye koster 1 liter bensin nå igjen?

Tom: 17,5

Thea: **17,5. Og hvis vi ganger 17, 5 med 95, så koster det (regner ut) 1662, 5 kroner.** Ja da lønner det seg å handle i Oslo.

Thea sier først 8,7 liter per kilometer, men stiller seg raskt spørrende til om dette kan være riktig, og legger til at hennes kunnskaper om bensinforbruk ikke strekker til. Med dette inviterer Thea til en validering, noe Tom tar imot. Han repeterer ytringen til Thea og skyter inn at kilometer hørtes veldig mye ut. Han konkluderer så med at det må være mil. Thea og Stig går så med på dette, og Thea regner ut hvor mye bensin Adam forbruker på strekningen fra Oslo til Svinesund. Hun finner at han vil bruke 95 liter én vei, og tolker så at dette betyr at han må fylle bensin to ganger på bakgrunn av deres tidligere funn om at bilen har en 45 liters tank. I situasjonen validerer elevene hvorvidt enheten til 8,7 skal være kilometer eller mil i deres formel, hvor elevene tilslutt velger å endre enheten til liter per mil. Dermed kan dette kategoriseres til *den tredje valideringsaktiviteten (V3)* til Czocher (2018) da gruppen stiller seg spørrende om formelen de har utformet, uttrykker det de vil den skal uttrykke. Imidlertid kan det også tenkes at denne valideringen er *intuitiv*, da gruppen ikke kan forklare hvorfor de velger å benytte mil, uten om en kommentar som sier at det hørtes mye ut dersom det er per kilometer (Borromeo Ferri, 2006).

Samtidig kan en stille seg spørrende til hvorvidt elevene har validert Stigs funn av bensinforbruket på 8,7 liter ettersom de først hadde funnet et bensinforbruk på 0,89 liter. Tidligere i samtalen stilte Tom spørsmål om hvor Stig hadde funnet tallet, noe som indikerte en invitasjon til validering. Ingen på gruppen tok i mot denne invitasjonen, og det kan dermed se ut til at gruppen ikke kvalitetssikret deres verdi for bensinforbruket. Likevel kan det være at Stig validerte dette tallet og fant det rimelig og pålitelig ettersom det var funnet på nett. Hadde Tom fulgt opp valideringen, kunne *den andre valideringsaktiviteten (V2)* bli benyttet. Videre var det heller ingen som viser til verbale valideringer av Theas siste ytring, om at Adam må fylle bensin to ganger på vei til Svinesund. Tidligere i samtalen har Tom kommentert at “Hvis bilen ikke kan kjøre 11,8 mil, så er det en litt trash bil”, når de diskuterte hvor mye bensin bilen bruker. Det kunne tenkes at Tom ville ha stilt seg spørrende til resultatet, at Adam måtte ha fylt opp tanken to ganger én vei, ettersom han hadde et forventet resultat på at bilen ville klare å kjøre til Svinesund uten å fylle mer bensin. Dette gjorde han imidlertid ikke verbalt for gruppen. Ingen viste seg heller til verbale valideringer av resultatet på 1662,5 kroner bensin for én vei. Dette hadde blitt en total bensinkostnad på 3325 kroner for tur/retur. I denne sammenheng er dette en svært høy bensinkostnad som ikke er realistisk. Med dette kan det tenkes at *den fjerde valideringsaktiviteten* ikke ble fulgt opp, til tross for muligheter til det.

5.3.2 Men vi har jo bare funnet forbruket på distansen

Gruppen sa seg på dette tidspunktet ferdig med oppgaven, men etter et besøk av matematikklæreren som lurte på hva 8,7 stod for, begynte gruppen å diskutere modelleringsoppgaven på nytt. Her fant de til slutt en drivstoffkalkulator på nett som hadde bilens bensinforbruk allerede satt til 6,9 liter (dette er et tall elevene skal endre for å tilpasse egen bil). Gruppen valgte så å bruke dette tallet og multipliserer det med antall *kilometer* for én vei (*arbeider matematisk*) og fikk så 800 til svar.

Thea: Men hva betyr det her da?

Stig: Hva det betyr?

Thea: Er det hvor mange liter du bruker?

Stig: Nei, det her er kostnaden for en rute. En vei.

Gruppen prøver her å *tolket* det matematiske resultatet, noe Stig tolker som kostnaden for en vei. Her har gruppen glemt å multiplisere med bensinprisen. De fleste på gruppen sier seg på dette tidspunktet ferdig med oppgaven, når Thea bryter inn:

Thea: Distansen og hva vi bruker. Vi har jo ikke funnet det ut enda.

Stig: hm?

Thea: Vi har bare funnet forbruket på distansen.

Thea stiller seg her spørrende til svaret og forklarer gruppen at de ikke har funnet bensinkostnaden, men bare bensinforbruket på distansen. Igjen inviterer Thea gruppen til å validere det de har funnet ut av. Dermed kan Theas ytring se ut til å være en validering, som ikke Czocher (2018) viser til i sine kategorier. Her sammenligner Thea det reelle resultatet med deres matematiske resultat, og ser at gruppen har tolket feil og prøver å rette opp i dette. Dette kan kategoriseres som *den syvende valideringsaktiviteten (V7)*. Likevel blir ikke denne invitasjonen tatt imot av gruppen, noe Tom viser når han lengre nede svarer at “Men vi har jo regnet to ganger, og begge gangene har vi kommet frem til at det ikke er verdt å kjøre.”, og gruppen sier seg ferdig med modelleringsoppgaven. Gruppen har i denne situasjonen fått et svært høyt tall for bensinforbruk, bare den ene veien. Igjen har gruppen benyttet et høyt tall for bensinforbruk, men det kan tenkes at gruppen anså dette som rimelig da kalkulatoren ga

dem dette tallet. I tillegg velger gruppen å gå for kilometer og ikke mil. Dette hadde vært mulig å validere da gruppen tidligere hadde validert enheten til bensinforbruket og at dette var per mil. Situasjonen over viser til at gruppen har mistet fokus og engasjement i arbeid med oppgaven, noe som kan være grunnen for at valideringen ikke ble fulgt opp.

5.4 Gruppe 4

Gruppe 4 bestod av tre jenter, Siri, Tine og Guro, og en gutt, Teo. Teo var mindre aktiv, mens jentene var mest fremtredende i arbeidet. De arbeidet mye frem og tilbake gjennom hele prosessen, blant annet fordi de ikke fikk til å regne ut bensinkostnaden selv, og måtte finne nye løsninger. Dette gjorde at gruppen fikk lite tid på slutten. Gruppen ble noe utålmodig, noe som kan tenkes var på grunn av at de andre gruppene var ferdige, noe som også de ønsket. Dermed ble ikke flere variabler enn bom og bensinkostnad med i deres matematiske modell. Disse variablene diskuterte de helt i starten. Ellers var gruppen ofte søkende etter min og lærerens validering underveis i arbeidet. Under vises funn av gruppens valideringer.

5.4.1 Full tank eller?

Tidligere hadde gruppen arbeidet med delprosessen *simplifisering og strukturering* når de fant at avstanden var 118 kilometer én vei, bensinprisen var 15,05 kr og tanken kunne holde 45 liter bensin. Gjennom delprosessen *matematisering* laget de en matematisk modell for full tank, hvor gruppen multipliserte 15,05 kr med 45 liter som ga en bensinkostnad på 677 kroner. Gruppen stilte seg så spørrende til om Adam måtte fylle bensin flere ganger på turen og undersøkte hvor langt bilen kunne kjøre. Her fant de at bilen kunne kjøre 728,4 kilometer på en full tank. I situasjonen under diskuterer gruppen om det vil lønne seg for Adam å betale for full tank eller ikke, basert på avstanden han må kjøre.

Siri: 118 gange 2. Skal jeg ta det på kalkulator? (Trykker inn på kalkulator). 236.

Tine: Ja, da er det nesten halvpårten da, så da kan jo vi nesten ta halv tank.

Siri: Eller vent da (skriver inn 728,4/2). Nei, det er jo mye mindre(!)

Tine: Så det er mindre enn halv tank?

Siri: Ja

Tine: Ja, så derfor er det litt waste å betale for en hel tank

Ved å legge sammen tur/ retur i kilometer ser gruppen at det tilsvarer mindre enn en halv tank. Tine validerer så at deres første matematiske modell, kostnad for full tank, ikke vil være god nok for å beskrive den reelle kostnaden for turen. Dette kan beskrives som *den andre valideringsaktiviteten (V2)* til Czocher (2018), hvor hun validerer ved å sammenligne den matematiske modellen de først har utformet, med hennes forståelse av situasjonen. Hun ser at deres matematiske modell ikke beskriver situasjonen godt nok, og gruppen velger derfor å endre modellen. Dette kommer frem i kommentaren til Tine litt lengre nede i samtalen hvor hun sier «Ja, så da bare, skal vi prøve å finne ut én?». Her mener Tine at de bør heller finne ut hva kostnaden vil være per kilometer, og på den måten finne ut den reelle kostnaden til bensin på strekningen. Med andre ord ønsker gruppen å bytte ut variabelen volum (bilens tank) med bensinforbruket og avstanden. Dermed erstatter de noen variabler med andre, for å tilpasse både den reelle og den matematiske modellen opp mot deres forståelse av situasjonen. Videre arbeidet gruppen med deres nye matematiske modell.

5.4.2 Det kan ikke koste så mye

Gruppen prøvde i forkant av denne situasjonen å finne ut hvordan de kunne regne ut hvor mye bensin bilen bruker på én kilometer (*matematisering*). Dette fikk de ikke til, da de ikke forstod hvordan de skulle finne ut bensinforbruket når de hadde tallfestet hvor mange kilometer bilen kunne gå på full tank og størrelsen på tanken. Her kunne gruppen ha delt 45 liter på 728,4 kilometer og fått bensinforbruket per kilometer. Istedenfor valgte de å søke opp på nett, hvor de fant en drivstoffkalkulator. På samme nettside fant de ut at bensinforbruket var 0,57 liter (her ble ikke enheten nevnt), som de plottet inn i kalkulatoren sammen med de andre opplysningene de hadde (236 kilometer og 15 kroner for bensin). I situasjonen under ser gruppen på totalen som står på kalkulatoren og prøver å *tolke* svaret de har fått.

Siri: Nei?

Guro: Var ikke det veldig mye?

Siri: Det må være feil.

Siri: Er det rett? (Henvender seg til studenten)

Stud: Hva tenker dere?

Tine: Kan jeg se? Skal det liksom koste 2000?

Siri: Det virker ganske mye, det virker feil liksom. Er det så høyt?

Guro: Men var dette begge veier? For bensin er ganske dyrt liksom

Siri: men er det så dyrt?

Tine: det kan ikke koste så mye.

Gruppen stiller seg spørrende til den høye kostnaden på 2000 kroner for bensin tur/retur Oslo Svinesund. Dette kommer tydelig frem i deres utsagn: «Var ikke det veldig mye?» og «Det virker ganske mye, det virker feil liksom». Gjennomgående i denne situasjonen ser vi tegn til at elevene inviterer hverandre til å validere det høye resultatet, og vi kan kategorisere valideringene til å være *den fjerde valideringsaktiviteten (V4)* til Czocher (2018). Her sammenligner gruppen det reelle resultatet de har kommet frem til, med et forventet resultat. Siri og Tine begrunner ikke hvorfor de tenker at svaret er så høy, bare at de får en følelse av at det er det. Dette kan tyde på at de gjør en *intuitiv validering* (Borromeo Ferri, 2006). Siri henvender seg også til studenten noe som kan tyde på et forsøk å validere mot noen Siri ser på som en autoritet. Guro validerer svaret ved å si “For bensin er ganske dyrt liksom”, noe som kan tyde på Borromeo Ferris (2006) *kunnskapsbaserte validering*, hvor hun ser det opp mot noe hun har erfaring med fra tidligere, nemlig at bensin er dyrt. Siri og Tine er ikke helt enig i dette, og litt senere i samtalen sier Tine dette:

Tine: Men hvordan fant vi ut at en full tank koster 677 kroner? Og så skal det koste så mye der?

Her refererer Tine til kostnaden på 677 kroner for en full tank. Hun vet at dette tilsvarer 728,4 kilometer, noe som ikke helt stemmer overens med den høye kostnaden de har funnet på 2000 kroner, for bare 236 kilometer. Tines validering vil her kunne bli sett på som *den fjerde valideringsaktiviteten (V4)* til Czocher (2018) hvor hun sammenligner det reelle resultatet opp mot noe hun forventet. Denne valideringen gjør at gruppen ser etter nye løsninger, og finner

en ny kalkulator på nett. Dette fører til en endring i kostnad for turen, noe vi ser i dialogutdraget under hvor gruppen diskuterer denne kostnadsendringen.

Stud: Hva kom dere frem til?

Tine: På en annen kalkulator fikk vi 107 en vei. Men det er liter per mil.

(Siri og Guro prøver seg frem på deres kalkulator og endrer kilometer til mil)

Siri: Åh, nå var jo det nærmere! Nå fikk vi 200 og noe

Guro: Vi hadde på liter per kilometer i sted. Men hva er det som er rett da? (til studenten)

Stud: Hva tenker dere da?

Siri: To av dem viste jo nå cirka det samme, så da må det være mil da.

Tine: Ja da er mil riktig da. Da må vi bare plusse på bompenger.

Kalkulatoren til Tine viser 107 kroner som er bensinkostnaden per vei. Tine påpeker at kalkulatoren hun har funnet benytter liter per mil og ikke kilometer. Dette får Siri og Guro til å gjøre endringer på deres kalkulator, ved å endre kilometer til mil. Ved å gjøre dette finner jentene et lignende svar. Guro stiller så spørrende til hva som er rett og henvender seg til studenten for å få svar. Studenten svarer ikke og spør så gruppen tilbake. Siri forklarer at det må være mil på grunn av at begge kalkulatorene fikk noenlunde lignende svar. Dette går Tine med på. Vi kan se på dette som *den tredje valideringsaktiviteten (V3)* til Czocher (2018), hvor gruppen validerer hvilken av kalkulatorene som har den riktige formelen. Gruppen velger å gå for mil og ikke kilometer, men begrunner det bare ved at kalkulatorene viste det samme. Dette hadde kalkulatorene også gjort dersom de begge hadde benyttet kilometer. Med andre ord kan dette tyde på en *intuitiv validering* (Borromeo Ferri, 2006). Valideringen som fant sted, gjorde at gruppen valgte å endre deres matematiske modell. Likevel kan det stilles spørsmål til hva som hadde skjedd dersom elevene hadde sjekket opp både kilometer og mil. Her ville det vært spennende å se om jentene hadde validert på nytt, for å finne ut av hvilken kalkulator som ga den riktige formelen.

Etter denne diskusjonen arbeidet gruppen videre med delprosessen *arbeide matematisk*, hvor de la sammen bompenger og bensinkostnaden med kostnaden for varene i Svinesund. De *tolket* så at det vil være billigere i Svinesund, og gruppen valgte å *besvare* at det vil lønne seg for Adam å handle i Svinesund.

5.5 Gruppe 5

Gruppe 5 var en aktiv gruppe som snakket i munnen på hverandre. Dette førte til at de brukte noe lengre tid på å forstå hverandre og deres forslag. Gruppen bestod av tre gutter, Mads, Peder og Joar, som var likeverdige i arbeidet med oppgaven. Underveis i arbeidet gjorde de, i motsetning til de andre gruppene, hyppige estimeringer istedenfor å faktisk sjekke opp i de ulike variablene når de skulle tallfeste dem. I starten av oppgaven kom bompenger og bensinkostnad frem som to variabler de måtte ta hensyn til. Underveis diskuterte de flere variabler (slitasje og hensyn til valutakurs), men disse valgte de likevel ikke å inkludere i sin matematiske modell. Her ble variablene bare nevnt, uten at de gikk videre inn på de. Gruppen *besvarte* modelleringsoppgaven ved å si at det ville lønne seg for Adam å handle i Svinesund. Under gis en beskrivelse av valideringene fra denne gruppen.

5.5.1 Er det faktisk så billig for bensin?

I situasjonen under ser vi Mads arbeide med delprosessen *matematisering* hvor han prøver å forklare høyt hvordan han tenker når det kommer til utregning av bensinkostnaden. De 1000 kroner som han diskuterer er et estimat på hva de tenker en full tank med bensin kan koste, og de 2000 kilometerne er funnet på nett, som skal tilsi hvor langt bilen kan kjøre på en full tank.

Mads: Ok. Det er jo easy da se, 238 kilometer. Vi kan si 200 da sant. Og det er 1000 kroner sant. Og det er 2000 kilometer. 200 er jo en tiendedel, så da tar man bare 1000 og deler på 10. Sant siden 200 er jo en tiendedel av 2000 sant. Kilometer. Og vi sier sånn ca 200 sånn vi får cleane tall. Og da trenger man i grunn bare å regne ut. Delt på 10 sant. Og da får du svaret. Så det er, det er egentlig 100 kroner på bensin. 200 kilometer. Ferdig. Skriv det ned da.

Joar: Hva?

Peder: Er det faktisk så billig for bensin? Jeg trodde det var mye dyrere?

I dette samtaleutdraget prøver Mads å forklare hvordan de kan finne ut bensinkostnaden når de vet at det koster 1000 kroner for en full tank og at bilen kan kjøre 2000 kilometer på full tank. Han arbeider først i delprosessen *simplifisering og strukturering* når han velger å benytte seg av tallet 200 kilometer tur/retur til Sverige, istedenfor det faktiske tallet på 238 kilometer. Videre *matematiserer* han når han forklarer at Adam skal kjøre 200 kilometer og at dette er en tiendedel av 2000 kilometer. Med denne informasjonen vet han at han må dele 1000 kroner på

10 for å få det riktige beløpet man må betale for de 200 kilometerne. Ved å *arbeide matematisk* regner han det ut til å bli en bensinkostnad på 100 kroner tur/ retur. Peder stiller seg spørrende til kostnaden Mads har funnet når han sier “Er det faktisk så billig for bensin?”. Det kan se ut til at han har en formodning om at kostnaden ikke stemmer. En mulig grunn kan være at Peder har erfaringer om kostnad for bensin fra før, og trekker dette inn når han stiller spørsmålet “Jeg trodde det var mye dyrere?”. Her sammenligner Peder det reelle resultatet med noe forventet. Peders forventede resultat, stemte med andre ord ikke helt med det resultatet Mads kom frem til. Vi kan derfor kategorisere dette som *den fjerde valideringsaktiviteten* til Czocher (2018). Det kan også kategoriseres som en *kunnskapsbasert validering* (Borromeo Ferri, 2006), ettersom det tyder på at han har tidligere erfaringer som strider mot kostnaden Mads kommer frem til. Likevel om utregningen var riktig, er det viktig å bemerke seg at deres reelle resultat ikke er så reelt, grunnet deres estimeringer.

Peters ytring kan også sies å invitere gruppen til å validere resultatet, men dette blir ikke tatt imot av gruppen. Hadde gruppen gjort dette, er det mulig at de hadde sett at tallene de benytter ikke er helt rimelige. For det første benyttet gruppen tallet 2000 som beskriver hvor mange kilometer bilen kan kjøre på full tank. Dette tallet ble validert tidligere i samtalen, ved at de kommenterte “Det var veldig mye!” og “Fy, det er mye”. Her kan det se ut til at elevene sammenlignet et delresultat med et forventet resultat, som kan tilsi at de gjennomførte *den fjerde valideringsaktiviteten (V4)* til Czocher (2018). Likevel, valgte gruppen ikke å sjekke opp om tallet var rimelig eller ikke. Hadde de gjort det, hadde de sett at dette gjaldt biler med større bensintank. Her hadde det vært mulig å gjennomføre *den andre valideringsaktiviteten (V2)*, ved å kvalitetssikre tallet de hadde funnet. I tillegg hadde gruppen tallfestet pris for full tank selv, uten å sjekke den faktiske bensinprisen eller størrelsen på tanken. Gruppen valgte også å runde ned avstanden Oslo-Svinesund tur/ retur som gjør at de utelukket 38 kilometer som spiller inn på kostnaden i deres modell. Her kunne gruppen ha gått tilbake å sett om verdien til variablene de benyttet burde endres så de passet bedre til situasjonen. Med andre ord kunne gruppen igjen ha benyttet *den andre valideringsaktiviteten (V2)*. Sett bort i fra dette er resonnementet riktig, og de kommer frem til en pris ved å dele både kilometer og pris på 10. Likevel ser vi at gruppen får nærmere en halvert kostnad for bensin enn det resten av gruppene kom frem til.

5.5.2 Mat på veien

I etterkant av utregningen av bensinkostnaden, startet gruppen å vurdere flere variabler som kunne spille inn på deres kostnadsmodell. Denne valideringen gjorde også gruppe 1 og gruppe 2.

Peder: Åh, **mat på veien** kanskje.

Mads: Åh, ja jeg kom akkurat på det jeg og (ler)

Peder: Men det er ikke så langt å reise.

Mads: Det er jo en 2 timers kjøretur da. Så 4 timer, eller 5?

Joar: **200 kroner da? Eller 300 kroner til sammen**

Peder trekker inn mat som en ny variabel, og gruppen diskuterer over hvorvidt de trenger å ta hensyn til denne eller ikke, hvor Peder selv blir noe kritisk til sitt eget forslag. Gruppen bestemmer likevel at dette er noe som de må ta med i beregningen. Joar inviterer så gruppen til å diskutere hvilken verdi variabelen skal ha. Valideringen til Peder skaper en ny variabel i deres matematiske modell. Situasjonen viser til at gruppen sammenligner den matematiske modellen de har utformet med deres forståelse av situasjonen og hva som bør tas hensyn til for å beskrive situasjonen godt. Dette kan derfor kategoriseres som *den andre valideringsaktiviteten (V2)* til Czocher (2018). Valideringen kan gjenkjennes som en *kunnskapsbasert validering* (Borromeo Ferri, 2006), da gruppen gir tegn til at de av tidligere erfaringer kan si at mat vil være en kostnad som vil fremkomme på turen ettersom det vil ta flere timer å dra til Sverige.

5.6 Gruppe 6

Gruppe 6 bestod av Leo, Matt, David og Lene. Her var Leo og Matt mest aktive i gruppen. Generelt virket gruppen noe ufokusert og umotiverte til timen, noe som kommer tydelig frem allerede i starten når gruppen skal *forstå* oppgaven. Her kom de med utsagn som “Han kan gå, eller låne bensinpenger, eller så kan han stjele.”. I store deler av timen var gruppen mer fokusert på lydopptakeren, enn selve modelleringsoppgaven. Dette preget gruppens fokus og arbeidsinnsats i møte med oppgaven. Analysen viste til få verbale valideringer hos denne gruppen. De valideringene som fremkom er vist under.

5.6.1 Ingen fyller akkurat

I starten av timen kom gruppen raskt i gang og tallfestet størrelsen på bensintanken til 45 liter, bensinprisen til 17,53 kroner, samt avstanden fra Oslo til Svinesund 228 kilometer tur/ retur, gjennom *simplifisering og strukturering*. I forkant av situasjonen under, hadde Leo funnet ut en formelen for å regne ut bensinkostnaden for full tank (*matematisering*). I samtaleutdraget under kommer Matt inn og guttene begynner å diskutere hvilken matematisk modell de skal ta utgangspunkt i - full tank eller bensinkostnad per kjørte kilometer.

Leo: Vi sier han fyller full tank så får han litt ut av det også.

Matt: Ja...nja. Men hvor mye kilometer per liter

Leo: Nei, men vi sier han fyller full tank. Jeg hadde gjort det hvertfall.

Matt: Jada..men..

(Spør lærer om han kan fylle full tank eller ta nøyaktig, hun sier at de må vurdere hva som beskriver situasjonen best)

Leo: Vi tar full tank siden det er naturlig. Ingen fyller akkurat..

Fra samtalen ser vi at Leo bestemmer for gruppen at de skal regne ut hva det vil koste for bensin dersom Adam fyller full tank. Matt nøler litt når han sier “..nja.”, noe som kan tyde på at han er uenig i tanken til Leo. Dette bekreftes når han kommer med et svar til Leo “Men hvor mye kilometer per liter”. Det kan tyde på at Matt ønsker å utfordre Leos matematiske modell ettersom det blir å koste mer å ta utgangspunkt i full tank. Dette blir ikke diskutert noe mer, ettersom Leo raskt avslår tanken til Matt og begrunner det med at han selv hadde fylt full tank. Matt kommenterer “Jada..men..”, og samtalen stopper litt opp før Leo spør matematikklæreren om hva som er nødvendig. Leo beslutter så for gruppen at de tar utgangspunkt i full tank ettersom “ingen fyller akkurat..”. I denne situasjonen kan det tenkes at Matt validerer i sine utsagn når han prøver å utfordre Leo. Selv om ikke den matematiske modellen ble endret, vil jeg si det forekom en validering hos Matt, som kan kategoriseres til *den andre valideringsaktiviteten (V2)* hos Czocher (2018). Grunnen til dette, er at det kan se ut til at Matt sammenligner den matematiske modellen som Leo har foreslått, med hans forståelse av situasjonen. Med andre ord stiller Matt seg kritisk til formelen Leo legger frem,

og lurer på om denne faktisk beskriver situasjonen på best mulig måte. Han kommer så med et forslag om å se på den nøyaktige prisen Adam ville måtte betale for turen, men får ikke gjennomslag for ideen. Her ønsker Matt å erstatte variabelen volum (bilens tank) med variablene bensinforbruk og avstand. Dette kan også tenkes å være en *kunnskapsbasert validering* (Borromeo Ferri, 2006) hvor Matt påpeker noe som ikke helt kan stemme basert på kunnskaper som han besitter om situasjonen.

Leos kommentar “Vi tar full tank siden det er naturlig. Ingen fyller akkurat..”, kan også tenkes som en validering. Her sammenligner Leo deres matematiske modell opp mot hans forståelse av situasjonen, og prøver å begrunne hvorfor de skal gå for full tank. Dermed kan det se ut til at Leo også benytter *den andre valideringsaktiviteten (V2)*. Leos forslag om full tank er imidlertid en veldig forenklet reell modell som ikke viser den reelle bensinkostnaden til turen. Her vil det være mer bensin igjen på tanken, som vil senere bli brukt til andre turer. I samtalen gis det ikke uttrykk for at Leo reflekterer over dette. Leo viser lite tegn til invitasjon til å validere hans resonnement, noe som kan fortelle at han allerede har bestemt seg for at de skal gå for hans matematiske modell.

5.6.2 Så da gjelder det ikke

Som i gruppe 1 kan vi avdekke en valideringsaktivitet som Czocher (2018) ikke har vist til i sine kategorier. Dette handlet om hvorvidt gruppene skulle ta med bompenger eller ikke. I forkant av situasjonen var matematikklæreren innom for å utfordre gruppen ved å spørre om det kunne være mer som påvirket situasjonen. Først kommenterer Matt, og en liten stund senere kommentere Leo og Lene. Mellom kommentarene snakket gruppen om andre ting som ikke hadde med oppgaven å gjøre.

Matt: Eller mulig bom, men det står ikke noe om bom i oppgaven, så da gjelder det ikke.

Leo: Bompenger? Men det stod ingenting om det i teksten.

Lene: Men det finnes ingen bompenger..

Utsagnene over kan tenkes å fremkomme som valideringer. Her kan vi se at både Matt, Leo og Lene forklarer at bompenger ikke vil være gjeldende i den reelle modellen. Her validerer elevene ved å sammenligne den reelle modellen opp mot oppgaveteksten, som også i dette

tilfelle er en pseudo-realitet istedenfor virkeligheten. Derfor velger jeg å kategorisere deres valideringer til *den sjette valideringsaktiviteten (V6)*. Gruppen velger til slutt å *besvare* modelleringsoppgaven med at det vil lønne seg for Adam å handle i Sverige, med kun bensinkostnad som variabel. Denne besvarelsen var ikke konsistent med resultatet fra deres matematiske modell, da denne ga at det ville lønne seg for Adam å dra til Oslo. Gruppen begrunnet dette med at Adam ville ha mer bensin igjen på tanken, og derfor ville Sverige lønne seg. Dette var heller ikke er konsistent med den tidligere diskusjonen gruppen hadde rundt hvilken matematisk modell som var best å ta utgangspunkt i for situasjonen.

5.7 Oppsummering av gruppene

Ved å gjennomgå gruppenes arbeid med modelleringsoppgaven kom alle delprosessene i modelleringsprosessen til syne, hvor noen fremkom flere ganger. Gruppenes modelleringsprosesser viser seg med dette å være ulik. Vi ser allerede at gruppene i delprosessen *simplifisering og strukturering* har noe ulik forståelse for hvilke variabler som kan være relevant å ta med i deres kostnadsmodell for å beskrive situasjonen. Kun bensinkostnaden viste seg å være den variabelen alle gruppene valgte å implementere i deres matematiske modell. Gruppe 1 diskuterte i tillegg variabler som bom, mat og slitasje (slitasje ble ikke inkludert i modellen), samt at de tok høyde for valutakursen. Gruppe 5 diskuterte i likhet med gruppe 1, men både slitasje og valutakursen ble bare nevnt og glemte. Gruppe 2 trakk inn bom og mat, mens gruppe 4 bare tok utgangspunkt i bom og bensinkostnad. Gruppe 3 og gruppe 6 skilte seg noe fra de andre gruppene, hvor de bare tok hensyn til variabelen bensinkostnad i deres matematiske modell. Gruppe 6 valgte her å simplifisere og forenkle den reelle modellen, hvor de bare så på kostnad for full tank, noe som gjorde at kostnaden ble svært høy. Gruppe 3 derimot, fikk noen utfordringer som spilte inn på deres få variabler. Her tallfestet de bensinforbruket feil, noe som ga dem en høy bensinkostnad.

De fleste gruppene benyttet seg av internett for å finne ut av verdiene på variablene. Her diskuterte de fleste gruppene de ulike forslagene de fikk opp. Ett unntak var gruppe 5, som arbeidet noe ulikt fra de andre gruppene, da de i stor grad tallfestet alle variablene selv. Dette preget deres reelle resultat og hvor rimelig dette resultatet var. Estimatene som ble gjort, var flere ganger urimelig, hvor de blant annet rundet ned avstanden tur/retur og estimerte prisen

for full tank. Istedenfor å benytte de riktige verdiene, gjorde gruppen forenklinger som gjorde det lettere å arbeide matematisk.

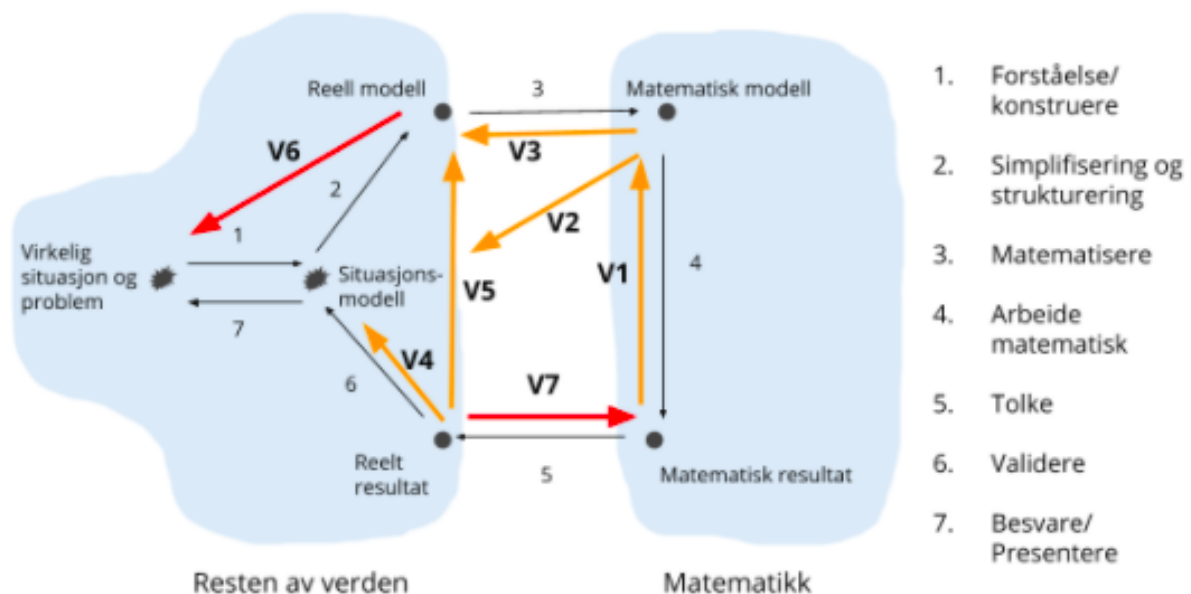
Selv om alle gruppene tok utgangspunkt i variabelen bensinkostnad, ble dette angrepet ulikt, noe arbeidet med delprosessen *matematisering* viser til. Både gruppe 1 og gruppe 3 fant selv ut at de kunne multiplisere strekningen, bensinforbruket og bensinprisen. Gruppe 5 regnet også ut bensinkostnaden selvstendig, men på en annerledes måte enn resten av gruppene. Gruppe 6 fant bilens tankstørrelse og multipliserte dette med bensinprisen. Gruppe 2 derimot, fant heller en drivstoffkalkulator som beregnet ut bensinkostnaden og delte dette resultatet på 10 for å få et rimeligere reelt resultat. Dette benyttet også gruppe 4 seg av ettersom de ikke klarte å finne ut av kostnaden på egenhånd ved hjelp av regning.

Når gruppene skulle *tolke* det matematiske resultatet de hadde kommet frem til, viste de god kunnskap om hva de hadde funnet ut av. Her var unntaket gruppe 3 som tolket at de hadde funnet bensinkostnad istedenfor bensinforbruket per kjørte kilometer. Dette medførte at deres siste reelle resultat ikke stemte med det de ønsket å finne ut av. Alle gruppene bortsett fra gruppe 3, *besvarte* at det vil lønne seg for Adam å handle i Sverige. Gruppe 2 og 4 fant imidlertid først at det ville lønne seg for Adam å handle i Oslo, men valgte å gjøre endringer som førte til en ny besvarelse. Gruppe 6 var den eneste gruppen som valgte å besvare noe annet enn det deres matematiske modell hadde gitt til svar (Oslo), og valgte likevel å besvare Sverige da Adam ville sitte igjen med bensin på tanken.

Gruppe 1 var den eneste gruppen som benyttet den første valideringsaktiviteten hvor de regnet på nytt for å se om utregningen stemte. Den andre valideringsaktiviteten kom til syne hos gruppe 1, 2, 4, 5 og 6. Valideringen førte til at de enten endret verdien til variabelen, la til eller erstattet variabler, etter at de hadde fått en ny forståelse av situasjonen. Hos noen grupper ble blant annet bompenger og mat lagt til som nye variabler i deres matematiske modell. Gruppe 1 endret også verdien på bensinprisen og variabelen for varer kjøpt i Sverige. Gruppe 2 og 6 derimot, diskuterte hvilken matematisk modell som ville være rimelig for situasjonen, hvor gruppe 2 erstattet variablene etter en ny forståelse. Den tredje valideringsaktiviteten kom til syne hos gruppe 2, 3 og 4. Her valgte gruppene å endre deres matematiske modell slik at den uttrykte det de ønsket. Hos alle gruppene dreide denne valideringen seg rundt hvilken enhet variabelen bensinforbruk skulle ha, og de endret denne for at den matematiske modellen skulle uttrykke det de ønsket. Den fjerde

valideringsaktiviteten, hvor elevene så det reelle resultatet opp mot noe forventet eller tenkt, fremkom hos gruppe 2, 4 og 5. Her fant gruppe 2 og 4 at bensinkostnaden var for høy, i motsetning til en elev i gruppe 5 som syntes at bensinkostnaden var for lav.

I tillegg til Czocher (2018) sine valideringsaktiviteter, fremkom det to nye valideringsaktiviteter (V6 og V7). Den sjette valideringsaktiviteten fremkom både i gruppe 1 og gruppe 6, hvor gruppene validerte om de skal ta med bompenger ved å sammenligne den reelle modellen med oppgaveteksten. Den syvende valideringsaktiviteten fremkom hos gruppe 3 da Thea validerte om gruppens tolkning av det matematiske resultatet kunne stemme. Figur 5 viser hvor i prosessen disse forekom gjennom de røde pilene. Her er det viktig å påpeke at den sjette valideringsaktiviteten viser en pil som går fra den reelle modellen til formuleringen av oppgaveteksten og ikke den virkelige situasjonen, da elevene ikke anser modelleringsoppgaven som en virkelig situasjon.



Figur 5- Egen oversettelse av modellen til Czocher (2018) basert på Blum og Leiß (2007) sin modell av modelleringsprosessen med to nye valideringsaktiviteter

6.0 Diskusjon av funn

Kapitlet diskuterer studiens problemstilling i lys av relevant teori, tidligere forskning og funn fra studien. Diskusjonen er delt i to hoveddeler. Den første delen diskuterer den første delen av problemstillingen som tar for seg spørsmålet om hva som kjennetegner elevenes valideringer i arbeid med en modelleringsoppgave. Den andre delen tar for seg hvilken rolle valideringen har i arbeidet til elevene. Avslutningsvis velger jeg å diskutere en observasjon som var fremtredende rundt elevenes tolkning av modelleringsoppgaven, som kunne ha påvirket forekomsten av funn i denne studien.

6.1 Hva kjennetegner elevenes valideringer i arbeid med en modelleringsoppgave?

Det var mulig å identifisere valideringer hos alle gruppene og koble de fleste opp mot valideringsaktivitetene til Czocher (2018). Funnene viste at noen av gruppene benyttet valideringer i større grad enn andre. Samtidig validerte alle gruppene, og ingen av gruppene benyttet alle valideringsaktivitetene i arbeidet. Her er forbeholdet at det kun er sett på deres verbale valideringer og ikke deres indre valideringer (Borromeo Ferri, 2006). Ettersom få studier har studert valideringsaktivitetene til Czocher (2018), blir det naturlig å diskutere funnene fra denne studien opp mot funn fra hennes studie.

6.1.1 Hva og hvor validerte elevene?

I likhet med studien til Czocher (2018) skjedde valideringene ved at elevene sammenlignet ulike deler av modelleringsprosessen. Fra analysen fremkommer det at elevene sammenlignet den matematiske modellen, den reelle modellen, det matematiske resultatet eller det reelle resultatet opp mot foregående deler av modelleringsprosessen. De ulike valideringsaktivitetene beskriver disse sammenligningene hvor elevene stopper opp i prosessen for å vurdere noe de har gjort eller har funnet. Den første valideringsaktiviteten, hvor elevene sammenlignet det matematiske resultatet opp mot den matematiske modellen, var ikke spesielt fremtredende i samtalen til gruppene. Valideringen ble likevel identifisert

hos en gruppe som vurderte det matematiske resultat ved å gjøre utgreningen på nytt. Czocher et al. (2018, s. 253) fant at studentene gjennomførte denne valideringen på bakgrunn av en følelse om at resultatet de først kom frem til ikke stemte. Det er imidlertid noe vanskelig å si om eleven i denne studien gjorde dette fordi han fant resultatet urimelig eller bare for å sjekke at hans første resultat stemte. Czocher (2018) fant at denne valideringen fremkom i 15 prosent av tilfellene, som er en høyere forekomst enn i denne studien. Det skal påpekes at Czochers studie ble gjennomført på studenter og ikke elever, samt at den tok for seg flere modelleringsoppgaver som var på et matematisk høyere nivå. Modelleringsoppgaven i denne studien ga imidlertid ikke spesielt vanskelige utregninger, noe som kan ha preget forekomsten av denne valideringsaktiviteten. En annen forklaring kan være at elevene har foretatt en indre validering, slik at det ikke ble fanget opp i elevenes samtale (Borromeo Ferri, 2006). Samtidig vil ikke alltid gjennomføringen av denne valideringen være nødvendig dersom elevene er sikre på utregningen. På den andre siden er det fint at elevene lærer seg å se over utregningen de har gjort, slik at de kan sikre at de har med seg riktige tall videre i arbeidet, som igjen bidrar til en bedre kvalitet på deres matematiske modell, samt gi dem et rimeligere reelt resultat.

Elevene sammenlignet også den matematiske modellen opp mot sin forståelse av situasjonen, når de benyttet den andre valideringsaktiviteten. Hos Czocher (2018) ble denne aktiviteten registrert i 13 prosent av tilfellene. I denne studien blir derimot denne valideringsaktiviteten benyttet flere ganger hvor elevene vurderte variablene som de hadde knyttet til situasjonen. Det kan se ut til at elevene benyttet denne valideringsaktiviteten fordi de ønsket å sikre at virkelighetsforholdene stemte overens med det de hadde utformet i sin matematiske modell. Her var det enten at gruppen fant den matematiske modellen utilstrekkelig hvor de la til nye variabler, erstattet variablene for å beskrive situasjonen bedre, eller at de diskuterte verdien til variablene slik at de skulle være mer rimelig eller realistisk i forhold til situasjonen. Gruppene som benyttet seg av denne valideringen, fikk forbedringer i deres matematiske modell da valideringen førte til endringer som gjorde at den matematiske modellen beskrev situasjonen bedre. Dette var spesielt synlig hos den ene gruppen som gikk fra en veldig forenklet modell hvor de tok høyde for full tank til en modell som de mente passet bedre til situasjonen. Et unntak var gruppe 6 som ikke erstattet variablene for å beskrive situasjonen på best mulig måte, men heller enklest mulig. Dette vil jeg diskutere nærmere i kapittel 6.2.1.

Funnene viser også tegn til at noen grupper sammenlignet den matematiske modellen med den reelle modellen, når de benyttet den tredje valideringsaktiviteten. Denne valideringsaktiviteten gikk ut på å validere matematiseringen av den reelle modellen. I motsetning til Czocher (2018) som fant at denne valideringsaktiviteten fremkom i størst grad, var ikke dette tilfelle i denne studien. Likevel fremkom den i elevenes samtale når de diskuterte enheten til bensinforbruket, hvor samtlige grupper endte opp med å endre formelen de først hadde funnet, da relasjonene til variablene i formelen måtte endres. Analysen viser at to av gruppene som benyttet seg av denne valideringsaktiviteten gjorde dette på bakgrunn av at de først ikke fant det reelle resultatet rimelig. Dermed begynte begge gruppene å stille spørsmål til om noe i formelen kunne være feil. Likevel ser vi at den siste gruppen benyttet den i utformingen av selve modellen, da noen inviterte til å validere enheten. Det er mulig at elevene ville ha benyttet denne valideringsaktiviteten i større grad, dersom modelleringsoppgaven var mer kompleks og mer matematisk utfordrende. Eksempelvis om situasjonen åpnet mer opp for at elevene kunne ha benyttet et teorem for å beskrive den, eller ga muligheter til å uttrykke situasjonen som en funksjon. Ved å åpne opp for dette, er det også mulig at elevenes samtale ville inneholdt flere matematiske begreper, som igjen kunne ha styrket elevenes forståelse for matematikken.

Den fjerde valideringsaktiviteten ble i likhet med den andre valideringsaktiviteten, benyttet i stor grad av elevene. Her sammenlignet elevene et delresultat eller det reelle resultatet opp mot deres forståelse av situasjonen, gjerne ved å se om resultatet var forventet eller ikke. Denne valideringen ble identifisert i flere av gruppens samtaler, blant annet når gruppene stilte seg spørrende til bensinkostnaden de hadde kommet frem til. Det kan imidlertid tenkes at denne valideringsaktiviteten var mer fremtredende enn det denne studien fikk innsyn i, da elevene kan ha foretatt en indre validering og akseptert resultatene de fant underveis uten å kommentere det for gruppen (Borromeo Ferri, 2006). Derfor ble denne valideringen oftest identifisert ved at elevene reagerte på at resultatet de fant *ikke* var rimelig heller enn at de fant det rimelig. I likhet med Czocher (2018, s. 150) sine funn, benyttet elevene den fjerde valideringsaktiviteten sammen med andre valideringsaktiviteter og ikke utelukkende alene, slik flere modeller av modelleringsprosessen viser til. Analysen viser at to av gruppene benyttet den fjerde valideringsaktiviteten sammen med den tredje valideringsaktiviteten, og en annen gruppe benyttet den sammen med den andre valideringsaktiviteten. Dette blir gjort på bakgrunn av at gruppene ikke fant det reelle resultatet rimelig, og dermed gikk tilbake i

prosessen for å finne ut hvor feilen kunne ligge, eller hvordan de kunne endre deres tidligere arbeid for at modellen skulle gi et rimeligere reelt resultat.

I motsetning til Czocher (2018) sitt funn av den femte valideringsaktiviteten, var ikke denne fremtredende i elevenes samtaler. Ingen av gruppene vurderte deres matematiske modell i etterkant av at de hadde funnet et rimelig reelt resultat for å finne om den fortsatt holdt dersom de endret innsatte verdier. Heller viste analysen til to nye valideringsaktiviteter som ikke Czocher (2018) har identifisert i sin studie. Blant annet viste analysen at noen av elevene validerte ved å sammenligne den reelle modellen opp mot formuleringen av oppgaveteksten, som i dette tilfelle er en pseudo-realitet for elevene og ikke en virkelig situasjon (den sjette valideringsaktiviteten). Det kan tenkes flere grunner til at elevene ytret denne type validering. Klassen har som tidligere nevnt lite erfaring med matematisk modellering og kan derfor fortsatt være preget av det Skovsmose (2001) kaller for oppgaveparadigmet, hvor noen elever ikke tar imot invitasjonen til å undersøke og utforske i matematikken. Dette kommer også frem i utsagnet til den ene eleven hvor han tidlig avviste invitasjonen til å utforske ved å si at han ville ha handlet i Oslo. I oppgaveparadigmet er oppgavene preget av at alle opplysningene er gitt i oppgaveteksten, og at det finnes et fasitsvar. Ettersom denne modelleringsoppgaven ikke gir alle opplysningene i oppgaveteksten, er det mulig at modelleringsoppgaven ikke var i tråd med den didaktiske kontrakten til elevene. Dette var i likhet med funn fra Jankvist og Niss (2020) som fant at flere elever hadde problemer med å akseptere modelleringsoppgaver som var i brudd med den didaktiske kontrakten. Med andre ord kan det tenkes at det gjenspeiler seg en forventning om at alle opplysningene må være gitt i oppgaveteksten for at de skal velge å ta det med i deres matematiske modell. En annen grunn kan være elevenes manglende positive holdninger. Maaß (2006) nevner blant annet positive holdninger som en viktig faktor i arbeid med modelleringskompetanse, hvor validering inngår som en del av denne kompetansen. De positive holdningene kan virke inn på elevenes innsats i arbeid med oppgaven og prege deres matematiske modell, i den form av at ikke alle de relevante variablene blir trukket frem. Imidlertid vil ikke denne valideringsaktiviteten fremkomme dersom elevene selv hadde funnet et reelt problem som de ville løse. Modelleringsoppgaven i denne studien ble utformet av noen andre enn elevene selv, noe som kan føre til at ikke alle elevene følte eierskap til selve oppgaven. Det at modelleringsoppgaven var utformet på forhånd, setter dermed en begrensning for denne studien.

Den sjette valideringsaktiviteten befinner seg i hovedsak i den virkelige verden, med andre ord i forkant av selve matematikken. Czocher (2018) viser ikke til dette i de eksisterende valideringsaktivitetene, som alle starter i matematikken eller i slutten hvor elevene har fått et reelt resultat. Ikeda og Stephens (2010) fant at validering kan forbedres over tid etterhvert som elevene fikk mer erfaring i arbeid med ulike modelleringsoppgaver. Derfor er det naturlig å være kritisk til om den sjette valideringsaktiviteten vil være like aktuell etterhvert som elevene får mer erfaring med oppgaver som relateres til virkeligheten, ettersom elevene oppfatter den virkelige situasjonen som en pseudo-virkelighet.

Funnene viste også at elevene validerte ved å sammenligne det reelle resultatet med det matematiske resultatet (den syvende valideringsaktiviteten). Valideringen vises å være like viktig som å vurdere sitt reelle resultat opp mot den virkelige situasjonen. Grunnen for dette er at elevene kan tolke at det matematiske resultatet betyr noe annet enn hva det faktisk gjør, som igjen fører til at den matematiske modellen ikke blir tilstrekkelig for å beskrive situasjonen. Hvorfor denne valideringsaktiviteten ble identifisert i denne studien, kan imidlertid diskuteres. Gruppen hadde allerede gått igjennom modelleringsprosessen en gang tidligere, og sa seg fornøyd med det reelle resultatet, da dette bekreftet deres tidligere resultat. Det kan også se ut til at gruppen mister noe av den positive holdningen til arbeidet utover timen, noe som gjør at deres tidligere diskusjoner rundt hvilken enhet bensinforbruket skulle ha og at de måtte inkludere bensinprisen i formelen, blir glemt (Maaß, 2006).

Med de foregående avsnittene ser vi hva og hvor i prosessen elevene validerte. Her ser vi at elevene validerte blant annet variablene de hadde knyttet til situasjonen, relasjonen til variablene, samt ulike delresultat og sitt reelle resultat. Med dette ser vi at de validerer både deler av modellen og hele modellen. Store deler av valideringene som fremkom lå innenfor den virkelige verden, og ikke i selve matematikken. Grunnen for dette kan skyldes at selve matematikken som lå bak elevenes matematiske modell ikke var krevende for elevene. Det er mulig at dette hadde endret seg dersom elevene hadde fått arbeidet med en virkelig situasjon som rent matematisk hadde vært mer utfordrende å beskrive. Tross denne svakheten, viste funnene at elevene validerte både underveis i prosessen for å overvåke sin egen modelleringsprosess, samt sluttresultatet hvor de sjekket om resultatet var rimelig i forhold til situasjonen. Dette er i likhet med funn fra flere studier som er gjort de siste årene (Czocher, 2018; Czocher et al., 2018; Kandasamy & Czocher, 2020). I motsetning til dette, er funnene i strid med hva tidligere forskning har funnet ut, hvor de ser at elevene i liten grad validerer den

matematiske modellen eller det reelle resultatet (Blum & Leiß, 2005; Blum & Ferri, 2009; Blum, 2015). Samtidig er det viktig å påpeke at disse studiene hadde et annerledes syn på validering, hvor validering ble sett som en sluttprosess og ikke som en integrert del i modelleringsprosessen slik som denne studien tar utgangspunkt i. Funnene fra denne studien er heller ikke i samsvar med Galbraith og Stillman (2006) sin påstand om at en gjennomgående evaluering av modellen bare er forbeholdt kompetente modellere. Heller viser mine funn til at elever allerede fra første møte med en modelleringsoppgave, kan validere underveis i prosessen. Imidlertid kan det tenkes at noen valideringer fra denne studien fremkom i forbindelse med at gruppen først ble utfordret av matematikklæreren eller studenten.

6.1.2 Lærerens rolle

I noen situasjoner hvor gruppene enten sa seg tidlig ferdig eller at gruppen stod fast, utfordret matematikklæreren og studenten til å undersøke situasjonen nærmere. Eksempelvis hadde noen grupper utfordringer med å knytte variabler til situasjonen. Denne utfordringen fant også Jankvist og Niss (2020) i sin studie, og var dermed en kjent utfordring. Spesielt kan to situasjoner diskuteres. For det første ble gruppe 1 utfordret av læreren, hvor de gikk dypere inn i situasjonen og diskuterte denne. Dette gjorde at gruppen fikk en ny forståelse som igjen førte til endringer i deres matematiske modell. I en annen situasjon ble også gruppe 2 utfordret rundt deres funn av det reelle resultatet. I etterkant av denne utfordringen foretok gruppen en validering av resultatet. I begge situasjonene er det relevant å vurdere om valideringen som skjedde, fremdeles hadde fremkommet uten denne utfordringen. Om dette er tilfelle, bekreftes studien til Biccard og Wessels (2011) hvor de fant at læreren må være støttende i delprosessen validering. I dette tilfellet blir læreren sin sentrale rolle tydeliggjort, og det er viktig at læreren er støttende underveis og oppmuntre elevene til å vurdere sitt eget arbeid. Ved at læreren foreslår spørsmål til elevene som de kan øve seg på å stille underveis i arbeidet, vil de selv være mer selvstendig i arbeidet. Blant annet kan disse spørsmålene åpne opp for refleksjoner rundt arbeidet: kan vi gjøre noe annet? Er det noe vi har glemt? Har vi regnet riktig? Stemmer dette i forhold til det vi har tenkt eller det vi vet? (Blum og Ferri, 2009). Ved å stille disse spørsmålene kan elevene bli mer bevisst på deres valg underveis og hvordan de kan sikre at deres matematiske modell er tilstrekkelig i forhold til situasjonen.

6.1.3 Hvordan validerte elevene

Til nå har diskusjonen dreid seg om hvor i prosessen elevene validerer og hva de validerer, men ikke hvordan elevene valgte å validere. Hos flere av gruppene var det tegn til at elevene inviterte til validering ved å stille spørsmål som indikerte at de ønsket å høre gruppen sin mening. Dermed ser vi at elevene ønsker å diskutere noe de undrer seg over med gruppen. I noen situasjoner validerte gruppene ved å teste ut ulike forslag, hvor de tilslutt endte opp med å endre den matematiske modellen basert på en følelse av at det de først hadde gjort var galt, uten begrunnelse for hvorfor. Med andre ord kan vi i likhet med Borromeo Ferri (2006), si at elevene til tider benyttet seg av en intuitiv validering. Spesielt validerte elevene gjennom en intuitiv validering når de sammenlignet den matematiske modellen med den reelle modellen. Hvor god kvalitet det var på disse valideringene kan imidlertid diskuteres. Gruppene diskuterte enheten til bensinforbruket, og endret denne etter å ha testet ut forslagene de hadde. Her gjorde de endringer uten å forklare hvorfor, bare med tegn om at de følte at dette var mest riktig. Det kan derfor tenkes at kunnskaper rundt den gitte sammensatte måleenheten i sammenheng med situasjonen, ikke helt strakk til. Likevel førte den intuitive valideringen til en forbedring i den matematiske modellen. Videre vises det tegn til denne type validering når elevene validerte gjennom den fjerde valideringsaktiviteten. Både gruppe 2 og 4 diskuterte om bensinkostnaden kunne virke noe høy uten å begrunne hvorfor. Hadde ikke denne valideringen fremkommet hos gruppe 2 og 4 i deres situasjon, ville deres reelle resultat være at det ville lønnet seg for Adam å handle i Oslo. Dette ble så endret i tråd med deres endringer av formel i modellen. Dermed viser funnene at den intuitive valideringen er viktig i arbeid med matematisk modellering da det kan føre til endringer i den matematiske modellen, som igjen kan gi et rimeligere reelt resultat (Hana & Hansen, 2015; Czocher et al., 2018).

Analysen viser også at elevene i flere situasjoner benytter en kunnskapsbasert validering (Borromeo Ferri, 2006). Denne valideringen ble gjenkjent når elevene bekreftet eller avkreftet et resultat på bakgrunn av deres kunnskaper eller tidligere erfaringer. Spesielt validerte elevene gjennom en kunnskapsbasert validering når de sammenlignet den matematiske modellen opp mot sin forståelse av situasjonen. Grunnen for dette var at elevene hadde kunnskaper fra den virkelige verden som hjalp dem å vurdere om flere variabler kunne knyttes til situasjonen, eller som gjorde det lettere for dem å kunne si noe om verdien til variablene. Dette bekrefter det Czocher et al. (2018), samt Borromeo Ferri (2006; 2007a) påpekte om at elevenes ekstra- matematiske kunnskaper er viktige i delprosessen

simplifisering og strukturering. På bakgrunn av dette ser vi at kunnskaper om virkeligheten er svært viktig når elevene skal validere den matematiske modellen og dens variabler, og derfor bør modelleringsoppgaven også være en kjent situasjon for elevene.

I tillegg til å benytte en intuitiv og kunnskapsbasert validering, samt å diskutere med medelevene og teste ut, viste analysen tegn til at noen grupper forsøkte å validere opp mot en autoritet. Her ønsket elevene at enten studenten eller matematikklæreren skulle validere. Det kan derfor tenkes at elevene ikke følte nok eierskap til oppgaven da de ikke hadde vært med på å utforme den, eller at de ikke stoler nok på seg selv til å vurdere sitt eget arbeid. En mulig grunn kan også være at elevene er påvirket av det Skovsmose (2001) beskriver som oppgaveparadigmet, hvor en sjekker seg selv opp mot en fasit, som i dette tilfelle er en autoritet for elevene. Dette er i samsvar med Blum (2015) sine tanker, hvor han stiller seg spørrende til om elevenes få eller manglende validering kan skyldes den didaktiske kontrakten, nemlig at validering er lærerens oppgave. Det at noen elever i denne studien ønsket en fasit fra læreren eller studenten kan minne om nettopp dette. Likevel er det mulig at elevene vil gjøre dette i mindre grad etterhvert som de blir eksponert for flere modelleringsoppgaver og får mer erfaring med å vurdere sitt eget arbeid (Ikeda & Stephens, 2010).

6.2 Hvilken rolle spiller valideringen i arbeidet?

6.2.1 Avvisning, revidering eller aksept av modellen

Studien viser til at elevene hoppet mye frem og tilbake i modelleringsprosessen, noe som er i tråd med det Blum og Leiß (2007) forklarer. Med dette ser vi at elevene også hopper hyppig frem og tilbake mellom *matematikk* og *resten av verden* i modelleringsprosessen. Likevel viste ikke alle gruppene til like modelleringsprosesser. Dette er i likhet med Borromeo Ferri (2006; 2007a) sin forskning, hvor hun fant at elevene kan ha ulike modelleringsruter. Selv om ikke min forskning har sett på individuelle modelleringsruter, er det viktig å få frem at samme modelleringsoppgave kan løses og forstås på forskjellige måter, og dermed vil behovet for å gå frem og tilbake i prosessen også være ulikt. Det kan imidlertid se ut til at denne hoppingen mellom delprosessene skjer på bakgrunn av en validering. Kandasamy og Czocher (2020, s. 924) forklarer at når elevene sammenligner de ulike delene, fører det til enten revidering,

aksept eller avvisning av modellen. Funn fra denne studien kan bekrefte dette. Ser man på validering som førte til en revidering, viser analysen at gruppene hopper tilbake i prosessen for å forbedre modellen. *Revidering* av modellen ble gjenkjent hos blant annet gruppe 2 og 4 når de validerte deres høye bensinkostnad. Denne valideringen førte til at begge gruppene valgte å gå tilbake i modelleringsprosessen, hvor de tilslutt gjorde endringer i formelen. Videre blir revidering av den matematiske modellen gjenkjent blant annet hos gruppe 1 når de ikke fant modellen tilstrekkelig for å beskrive situasjonen. Her hoppet gruppen tilbake i prosessen for å enten endre verdien til en variabel eller legge til nye variabler. Hos samtlige grupper ble den matematiske modellen mer tilstrekkelig da den beskrev den virkelige situasjonen bedre.

Samtidig vil ikke alltid validering være viktig for å forbedre modellen gjennom revidering, men heller for å få bekreftelse på at *alt er bra* i prosessen (Czocher, 2018). Finner elevene at deres arbeid er riktig, vil dette føre til en *aksept* av den matematiske modellen. Dette var synlig hos gruppe 1 som validerte ved å gjøre utregningen på nytt. På bakgrunn av at svarene samsvarte, aksepterte elevene modellen de arbeidet med og holdt frem med å arbeidet videre. Valideringen gjorde ikke den matematiske modellen mer tilstrekkelig, men ga heller gruppen bekreftelse på at deres arbeid med den matematiske modellen var riktig. Det fremkom også funn hvor valideringen førte til en *avvisning* av den matematiske modellen. Dette ble gjenkjent hos gruppe 4 og 6, men her viser situasjonene til motstridende funn. Gruppe 4 avviste den første matematiske modellen som tok høyde for full tank etter en validering. I denne situasjonen førte avvisningen til at gruppen endret den matematiske modellen slik den uttrykte situasjonen bedre, ved å se på bensinkostnad per kjørte kilometer. I motsetning til gruppe 4, gikk gruppe 6 motsatt vei etter en diskusjon mellom to av elevene. Denne diskusjonen førte til en avvisning av modellen som skulle uttrykke bensinkostnad per kjørte kilometer. Funn fra studien til Jankvist og Niss (2020, s. 479) viste til at enkelte elever ikke aksepterte modelleringsoppgaven og fant derfor enkle løsninger på situasjonen. Dette ser vi i likhet med gruppe 6, hvor de heller velger å gjøre det enkelt for seg selv ved å ta utgangspunkt i en veldig forenklet modell. Dette kan bekreftes med deres besvarelse, som ikke var konsis med det reelle resultatet de fikk. Dermed kan det se ut til at avvisning ikke ble gjort på bakgrunn av at gruppen ønsket å ha en matematisk modell som uttrykte situasjonen best, men heller for å gjøre arbeidet lettere for seg selv.

Med de foregående avsnittene vises det til at valideringen elevene foretar i arbeid med modelleringsoppgaven spiller en viktig rolle, da elevene får en bekreftelse på at det de gjør underveis er riktig eller ikke, at de finner den matematiske modellen tilstrekkelig og avviser den, eller at de reviderer modellen slik at den bedre kan beskrive situasjonen. Uavhengig hva valideringen fører til, ser vi at den gir elevene mulighet til å gjøre den matematiske modellen mer tilstrekkelig eller gir elevene indikasjon på at den allerede er det. Dette er med unntak av gruppen som ønsket å gjøre det enklest mulig.

6.2.2 Validering tross utilstrekkelige matematiske modeller eller reelle resultat

Som tidligere nevnt inviterte flere elever til en validering. Funn fra analysen viste at valideringen i noen situasjoner ikke ble fulgt opp, da ingen i gruppen tok imot invitasjonen. Det at elevene ikke tar imot invitasjonen, fører til at gruppen mister en mulighet til å validere den matematiske modellen. Hvorfor elevene ikke velger å gjøre dette er noe uvisst, men det kan være noe av grunnen for hvorfor tidligere forskning sier at elevene i liten grad validerer resultatene de kommer frem til. Nettopp fordi elevene ikke tar imot hverandres invitasjoner til å validere. Analysen viser at dette preget noen grupper, hvor enten den matematiske modellen ikke ble helt tilstrekkelig eller at det reelle resultatet ikke var rimelig, til tross for at muligheten for å validere var der.

Czocher et al. (2018, s. 256) påpekte at studentene kan validere og likevel ende opp med en utilstrekkelig matematisk modell eller et urimelig reelt resultat. Grunnen var at studentene kunne ha flere kombinasjoner av riktige og feilaktige antagelser, modeller og reelle resultater. Dette funnet kan bekreftes i denne studien, hvor blant annet gruppe 3 validerte enheten til bensinforbruket, men likevel endte opp med et reelt resultat som ikke var rimelig, da de hadde satt inn en urimelig verdi for bensinforbruket. Med andre ord ser det ut til at gruppen hadde feilaktige antagelser om bensinforbruket og hva som er et realistisk bensinforbruk. I likhet med Czocher (2018) og Goos (2002), kan det tenkes at elevene opplevde en metakognitiv blindhet, hvor de ikke validerte fordi de ikke oppdaget at det hadde gale antagelser. Likevel var det muligheter for en validering, da en elev på gruppen inviterte til en validering av bensinforbruket når han lurte på hvor tallet ble funnet, samt når en elev påpekte at bilen ville være ubrukelig dersom den måtte fylle bensin flere ganger i løpet av turen. Hadde gruppen tatt i mot invitasjonen til å validere, kunne det ha ført til en forbedring i deres matematiske modell og deres reelle resultat. Valideringen som gruppen faktisk gjennomførte, førte dermed ikke til et rimelig reelt resultat, da gruppen uansett arbeidet med en urimelig verdi for

variabelen. Likevel aksepterte gruppen deres reelle resultat, noe som kan minne om en blokkering, da resultatet viste en urealistisk bensinkostnad i forhold til den gitte situasjonen (Galbraith & Stillman, 2006, s. 160).

I likhet med gruppe 3 kan også gruppe 5 diskuteres. Selv om gruppen gjennomførte valideringer hvor de trakk inn flere variabler for å beskrive situasjonen bedre, samt å stille seg spørrende til deres bensinkostnad, ble ikke valideringen av den lave bensinkostnaden gjort noe med videre. Grunnet gruppens hyppige estimeringer for å gjøre utregningen lettere, ga dette gruppen feile antagelser om noen verdier, ettersom de ikke kvalitetssikret verdiene på variablene opp mot den virkelige situasjonen. Dette er i likhet med det Jankvist og Niss (2020, s. 481) fant, hvor de så at noen elever utviklet en matematisk modell med lavere kvalitet fordi de underveis gjorde urimelige estimeringer i arbeid med modelleringsoppgavene. I likhet med gruppe 3 ble det invitert til en validering av bensinkostnaden da en elev kommenterte at kostnaden virket lavt. Likevel ble ikke denne invitasjonen fulgt opp av gruppen. Dette påvirket imidlertid ikke gruppens besvarelse, men heller gruppens rimelighet av det reelle resultatet og dermed kvaliteten på modellen, da de benyttet verdier som ikke var realistiske i forhold til situasjonen.

Som tidligere nevnt avviste gruppe 6 en matematisk modell som til deres fordel kunne ha gitt en mer tilstrekkelig matematisk modell enn den de til slutt endte opp med. I likhet med gruppene over var det en invitasjon til å validere den matematiske modellen, men valideringen førte ikke til endringer. Grunnet den forenklede modellen, viser det tegn til at gruppen hadde feilaktige antagelser om hvilken modell som beskrev situasjonen best.

Eksemplene over viser hvor viktig validering gjennomgående i prosessen er for å kunne utvikle en matematisk modell som viser til realistiske verdier og som uttrykker situasjonen på best mulig måte. Gruppens samtale og arbeid bekrefter Czocher et al. (2018) sine funn om at validering kan forekomme til tross for feilaktige antagelser, matematiske modeller eller reelle resultat. Dette forteller oss at selv om elevene validerer, vil ikke dette i alle situasjoner gi en tilstrekkelig matematisk modell eller et rimelig reelt resultat, fordi det kan være flere feilaktige antagelser som ikke blir adressert eller at elevene ikke tar imot invitasjonen til å validere noe de burde. Dermed vises det til hvor viktig det er at elevene gjennomgående reflekterer over sin matematiske modell opp mot situasjonen de modellerer og at elevene inviterer og tar imot denne invitasjonen til å validere. Denne påstanden bekrefter blant annet

gruppe 1 som gjennomgående tok imot invitasjonene fra hverandre og viste til flere valideringer underveis hvor de reflekterte over den virkelige situasjonen og sin matematiske modell. Valideringene som ble gjort førte til at de fikk utarbeidet den matematiske modellen slik at den kunne beskrive situasjonen bedre. Likeså kom også flere grupper langt på vei til å utvikle en tilstrekkelig modell, hvor de gjennomgående diskuterte, endret modellen og prøvde å tilfredsstille situasjonen.

Funnene over, viser til noen didaktiske implikasjoner for undervisningen. Blant annet indikerer funnene hvor verdifullt det er for læreren å være støttende i arbeidet, spesielt når matematisk modellering blir introdusert i undervisningen. Grunnen for dette er at ikke alle elever ønsker å ta imot invitasjonen til validering fra sine medelever, og dermed er det viktig at læreren er til stede og kan ta tak i invitasjonene som ikke blir fulgt opp. Videre er det viktig at læreren motiverer elevene til å stille spørsmål og undersøke disse i lag med gruppen (Blum & Ferri, 2009). For at elevene skal få mulighet til å gjøre dette, er det viktig at læreren legger til rette for at elevene har god tid, både underveis i prosessen og etter at de har fått et reelt resultat. Gjennom å la elevene arbeide i grupper, kan de lære av hverandre og dermed også utvikle sin valideringskompetanse, spesielt når elevene inviterer hverandre til å validere. Denne erfaringen kan gjøre dem rustet til å arbeide mer selvstendig med matematisk modellering i undervisningen.

6.2.3 Læreplanen, validering og utviklingen av valideringskompetansen

I den nye læreplanen er modellering nevnt flere ganger, og under kjerneelementet står det blant annet at modellering handler om å lage modeller, kritisk vurdere om modellene er gyldige, samt vurdere modellen ut ifra den virkelige situasjonen (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 2-3). Validering inngår i denne beskrivelsen, men selve begrepet er byttet ut med å vurdere. Validering er med andre ord høyst aktuelt å arbeide med i undervisningen. Nettopp fordi elevene kan utvikle strategier for å vurdere valgene de gjør underveis, og dermed også være kritisk til om modellen de har utformet beskriver den virkeligheten de modellerer. Likevel ser vi at beskrivelsen ikke presiserer hvordan elevene kan vurdere modellen ut ifra den virkelige situasjonen. Her blir funnene fra denne studien, samt Czocher (2018) sin studie, viktig. Disse kan bidra i beskrivelsen ved å vise til hva, hvor og hvordan elevene kan validere slik at deres matematiske modell og reelle resultat skal best mulig beskrive den virkelige situasjonen. I denne studien ser vi at de elevene som gjennomgående lykkes med å validere

underveis i arbeidet, kommer langt på vei med å utvikle tilstrekkelige matematiske modeller og reelle resultat opp mot situasjonen de modellerer. Dermed er det viktig å fremheve at validering er mer enn bare å sjekke oppnådde resultatet i slutten av arbeidet, ettersom denne forståelsen vil føre til at læreren går glipp av det verdifulle med å se elevenes naturlige måter å validere på underveis i prosessen (Czocher et al., 2018, s. 256).

Valideringskompetansen, som inngår i modelleringskompetansen, er imidlertid ikke noe som elevene kan utvikle en gang for alle (Blomhøj, 2003, s. 68). Derfor er det viktig at elevene får mulighet til å arbeide med matematisk modellering i forskjellige kontekster. Grunnen for dette er at ulike modelleringsoppgaver knyttes til ulike bruk av begreper og metoder. Valideringen vil med andre ord kunne endre seg når elevene arbeider med ulike situasjoner, nettopp fordi elevenes erfaringsgrunnlag, både matematisk og ekstra-matematisk (kunnskaper om virkeligheten), vil stilles ulike krav til i forskjellige situasjoner. Dermed er det viktig å utfordre elever med nye modelleringsoppgaver for å utvikle kompetansen som omhandler validering.

6.3 Elevenes tolkning av modelleringsoppgaven

Studien viser at et fokus på utdanningsperspektivet, hvor målet for undervisningen var at elevene selv skulle få arbeide med å utvikle matematiske modeller (Kaiser & Sriraman, 2006, s. 304), ga elevene muligheter til å validere. Imidlertid viste det seg spor av et sosio-kritisk perspektiv i elevenes samtaler, noe som ikke var intensjonen med undervisningen eller intensjonen med denne studien. Likevel var dette fremtredende i spesielt gruppe 1 og 2, når de diskuterte ulike faktorer som ikke var like lette å implementere i deres matematiske modell; miljø og nærbedrifter. Gruppens diskusjoner kunne ha påvirket deres arbeid med modelleringsoppgaven da de kunne ha valgt å løse oppgaven på en annen måte, i dette tilfelle uten matematikk. Gruppene stilte seg med andre ord kritisk til om det i hele tatt ga mening å bruke matematikk for å ta en beslutning eller ikke (Skovsmose, 1990; Barbosa; 2009). Med dette kan det tenkes at elevene var inne på det som står under demokrati og medborgerskap hvor elevene skal se på premissene for matematiske modeller som ligger til grunn for beslutninger i deres eget liv (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 4). Likevel hadde gruppene i forkant av diskusjonen arbeidet med å løse oppgaven gjennom matematikk, og dermed ble ikke utviklingen av modellen påvirket av diskusjonene. I arbeid med matematisk modellering

vil det være naturlig å dra inn slike refleksjoner, nettopp fordi elevene arbeider med virkeligheten og ikke med en ren matematisk oppgave hvor svaret alltid er å finne i matematikken selv. Likevel kunne refleksjonene ført til at gruppene hadde valgt å ikke arbeide matematisk med oppgaven dersom de hadde kommet tidligere i arbeidet, noe som kunne ha preget forekomsten av funn og elevenes validering av sin matematiske modell.

7.0 Konklusjon og avslutning

Kapittelet presenterer de viktigste funnene i studien med utgangspunkt i problemstillingen, og betydningen av funnene blir diskutert. Avslutningsvis diskuteres studiens begrensning og avgrensning, og hva som kan være videre forskningsmuligheter på feltet.

7.1 Oppsummering av forskningen og funn

Bakgrunnen for studien var å få utvidet innsikt i validering i arbeid med matematisk modellering, da forståelsen av begrepet er delt. Flere forskere har poengtert at forståelsen av validering som en sluttprosess er for snever, og at validering heller bør ses på som en integrert del av modelleringsprosessen (Czocher, 2016, 2018; Czocher et al., 2018). Formålet med studien var med bakgrunn i det foregående å få mer innsikt i elevenes valideringer og hvorfor validering er viktig i arbeid med matematisk modellering. Problemstillingen for studien ble dermed:

Hva kjennetegner elevenes valideringer og hvilken rolle spiller denne valideringen i arbeid med en modelleringsoppgave i matematikk på 10.trinn?

For å utrede problemstillingen ble det gjennomført en kvalitativ tilnærming, hvor observasjon med lydopptak ble benyttet. Seks elevgrupper fra en 10. klasse ble observert mens de arbeidet med en modelleringsoppgave. Elevenes samtaler ble utgangspunkt for datamaterialet og ble analysert ut fra valideringsaktivitetene til Czocher (2018) som baserte seg på modelleringsprosessen til Blum og Leiß (2007). I tillegg ble begreper fra Borromeo Ferri (2006) benyttet for å beskrive hvordan elevene validerte. Ved å se gruppenes modelleringsprosess i sammenheng med deres valideringer, samt deres muligheter for å validere, var det mulig å se hvilken rolle valideringen hadde i arbeidet.

Mine funn viser at validering som et steg i modelleringsprosessen, slik flere modeller beskriver den, ikke er nok for å få et helhetlig bilde av hva elevene validerer og hvor valideringen skjer. Dermed stiller jeg meg bak Czocher (2018) sitt funn som sier at validering skjer kontinuerlig i arbeid med matematisk modellering. Funnene viser at elevene validerer gjennomgående i prosessen og ikke bare utelukkende i slutten av modelleringsprosessen. Her sammenligner elevene de ulike stegene i modelleringsprosessen med foregående steg i prosessen. Spesielt kjennetegner elevenes valideringer at de sammenligner sin matematiske

modell og det reelle resultatet opp mot sin forståelse av situasjonen. Med andre ord ser vi at elevene validerer de valgte variablene, ved å erstatte, legge til eller endre variablenes verdier, samt det reelle resultatet de fikk av modellen. I tillegg til dette, fremkom det at elevene validerte ved å sammenligne sin matematiske modell opp mot den reelle modellen, hvor de endret på relasjonene til variablene i den matematiske modellen. Selv om ikke det var like fremtredende, viste det seg noen flere valideringer. Blant annet validerte elevene når de kontrollere utregningen, hvor de sammenlignet sitt matematiske resultat med sin matematiske modell. Det ble også validert ved å se om det reelle resultatet var tolket riktig ut fra hva de hadde funnet i det matematiske resultatet. Funnene viser også til at enkelte elever validerer ved å sammenligne den reelle modell med formuleringen av oppgaveteksten, hvor den virkelige situasjonen blir oppfattet som en pseudo-realitet for elevene. Med det foregående ser vi hva som kjennetegner *hva* og *hvor* elevene validerte i arbeid med modelleringsoppgaven.

Hvordan elevene validerte var spesielt preget av fire kjennetegn. Det første kjennetegnet er at valideringen ofte startet med at elevene inviterte til en validering ved å stille spørsmål til medelevene i gruppen. Valideringen ble så fulgt opp eller ikke. Videre kjennetegnet elevenes valideringer at de benyttet intuitive valideringer, da spesielt i møte med valideringer hvor de sammenlignet den matematiske modellen med den reelle modellen, og når de sammenlignet det reelle resultatet med deres forståelse av situasjonen. Her ble det testet ut eller delt ulike tanker, og hvor elevene validerte ved at de fikk en følelse på at noe var mer riktig enn det andre. Funnene viste også at elevenes valideringer kjennetegnet at de benyttet en kunnskapsbasert validering, spesielt når de sammenlignet den matematiske modellen med deres forståelse av situasjonen. Videre viser funnene at noen av elevene gjorde forsøk på å validere ved å henvende seg til en autoritet for å vurdere det de ønsket å få svar på. Med andre ord ser vi at elevene validerte og bekreftet eller avkreftet noe, ved å enten benytte seg av tidligere kunnskaper og erfaringer fra den virkelige verden, ved å stole på en følelse uten en begrunnelse eller ved at de henvende seg til en autoritet for å få svar.

Studien viser at validering spiller en viktig rolle i elevenes arbeid med modelleringsoppgaven. Funnene viser at gruppene som validerte gjennomgående i prosessen og tok imot invitasjonen til å validere, fikk en matematisk modell som var mer tilstrekkelig i forhold til situasjonen som de modellerte. Gjennom valideringen fikk elevene enten bekreftelse på at det de gjorde var riktig eller måtte avvise modellen fordi den ikke var tilstrekkelig. Det ga dem også en mulighet til å gå tilbake i prosessen og revidere modellen slik den beskrev situasjonen bedre.

De gruppene som viste til få valideringer, viste også til at de flere ganger ikke mottok invitasjonen til å validere, eller at de ikke gjennomførte en validering til tross for tidligere utsagn som indikerte at de kunne ha gjort dette. Dette gjorde at kvaliteten på modellen ikke var like god som de gruppene som viste flere valideringer. I tillegg viste funnene at validering kunne forekomme til tross for at gruppen fikk en utilstrekkelig matematisk modell eller et urimelig reelt resultat. Samlet viser dette at det er viktig at elevene får tid til å validere gjennomgående slik at de kan bedre modellene de har utformet. Med andre ord spiller validering en viktig rolle i arbeid med en modelleringsoppgave, nettopp fordi validering sikrer at prosessen med å beskrive virkeligheten blir gjort på en god måte. Lærerens rolle er viktig da de kan støtte elevene i prosessen gjennom å gi dem ulike spørsmål som de kan benytte for å selvstendig gjennomgående validere underveis.

Studien er betydningsfull med utgangspunkt i læreplanen og fokuset den setter for matematikkundervisningen. Elevene skal arbeide med matematisk modellering og dermed vil kunnskaper rundt dette være viktig. Studien presenterer konkrete eksempler som viser til hvilke valideringer elevene kan foreta underveis i modelleringsprosessen. Den skiller seg fra andre studier ved at den ser på valideringsaktiviteter på ungdomstrinnet og ikke på høyere utdanning slik det tidligere har blitt gjort. Studien viser også hvordan validering skjer i arbeid med grupper, og ikke gjennom et individuelt arbeid. På bakgrunn av dette gir studien mer innsikt i ungdomsskoleelevers validering og hvilken rolle validering har i arbeidet med en modelleringsoppgave. Slik bidrar studien til å tydeliggjør viktigheten med at matematikklærere kjenner til hva validering er, når det oppstår og hvordan elevene validerer, for å lettere støtte elevene i arbeidet og gi dem fremgangsmåter slik de gjennomgående kan vurdere og overvåke deres egen prosess. Dette gjør at elevene blir mer selvstendig i arbeidet med å utvikle tilstrekkelige matematiske modeller.

7.2 Studiens avgrensning og begrensninger

Studien har gjennom observasjon med lydopptak gjort det mulig å si hva som kjennetegner elevenes valideringer i arbeid med en modelleringsoppgave og hvilken rolle valideringen har i arbeidet. Da studien bare har sett på én klasse og seks elevgrupper innenfor denne klassen, har ikke den grunnlag for å si noe om hva som generelt kjennetegner valideringen til elever i arbeid med modelleringsoppgaver. Imidlertid var aldri hensikten å avdekke hvordan elever i

Norge generelt validerer. Studien er også avgrenset til å se på elever på 10. trinn. Observasjon av andre trinn ville imidlertid kunne gi andre resultater.

Det ble bare observert i én undervisningstime på 60 minutter, som gav et relativt begrenset datamateriale. I tillegg arbeidet elevene med kun én modelleringsoppgave. Det er mulig at forekomsten av de ulike valideringsaktivitetene hadde vært annerledes dersom det ble benyttet en annen modelleringsoppgave som rent matematisk var mer utfordrende for elevene. Med bakgrunn i dette, vil ikke studien kunne generaliseres. Likevel kan det tenkes at funnene i studien gir økt kunnskaper om valideringen som oppstår og hvorfor læreren bør ha fokus på dette i arbeid med matematisk modellering.

Ved å følge elevene over en periode hvor de arbeider med ulike modelleringsoppgaver, ville datamaterialet vært rikere og studien hadde hatt et større grunnlag for å si noe om elevers valideringer i arbeid med matematisk modellering. Avgrensningene som er nevnt over, er gjort på bakgrunn av studiens omfang. Imidlertid fikk studien en ny avgrensning, da gjennomføringen av intervju i etterkant av undervisningsopplegget ikke var mulig å gjennomføre. Intervju ville styrket funnene, da elevene kunne bekreftet eller avkreftet mine funn og antagelser om hva som skjedde i de ulike situasjonene, og jeg ville i større grad fått tilgang til elevenes indre valideringer. Jeg hadde med andre ord kun tilgang til deres verbale ytringer og ikke deres tanker. Eksempelvis vil mine funn rundt de intuitive og kunnskapsbaserte valideringene vært mer pålitelig dersom jeg fikk innsyn i dette. Likevel viser funnene likheter med tidligere forskning, og studien kan gi et bilde på hvordan elevene kan validere.

For å ivareta studiens pålitelighet ble det benyttet forhåndsdefinerte kategorier i møte med datamaterialet. Kategoriene er forankret i tidligere forskning på fagfeltet. Ved å gjøre dette kan studien sammenlignes med andre studier som har benyttet samme kategorier.

Kategoriene, samt begrepene som ble benyttet i analysen ga innsyn i elevenes valideringer, og var dermed også godt egnet til å svare på problemstillingen. Det er viktig å påpeke at min forståelse av begrepet validering påvirket mine funn på problemstillingen. Hadde synet på validering vært at det utelukkende var en sluttprosess, ville funnene vært annerledes.

7.3 Veien videre

Matematisk modellering skal for fullt praktiseres i den norske skolen, og det vil derfor være spennende å forsket videre på lærerperspektivet og sett hvilken forståelse lærerne har av begrepet og hvilken erfaring de har med å legge til rette for å utvikle elevenes valideringer i arbeid med ulike modelleringsoppgaver. I tillegg hadde det vært interessant å studere lærerutdanningen og hvilket fokus de legger på validering i arbeid med matematisk modellering. Med et fokus på elevperspektivet, er denne studien begrenset til den gitte klassen og den gitte modelleringsoppgaven. En studie som undersøkte flere klasser på tvers av trinn og i arbeid med ulike modelleringsoppgaver hadde vært nyttig for å få et enda bedre bilde over elevenes valideringer. Her hadde det også vært mulig å studert klasser hvor elevene selv får utarbeide en modelleringsoppgave. Klassen som ble undersøkt i denne studien hadde lite erfaring med matematisk modellering, og det hadde vært interessant å undersøke en mer erfaren klasse og om det finnes store forskjeller på valideringene.

Ved å forske på dette tema over lang tid, har jeg fått økt innsikt i matematisk modellering og valideringens rolle i arbeidet. Studien har økt min interesse for å arbeide med matematisk modellering i undervisning og gitt meg innsikt hvordan jeg kan støtte elevene underveis i arbeidet. Til høsten gleder jeg meg til å dele og utvikle mine kunnskaper rundt matematisk modellering, og teste ut flere modelleringsoppgaver i ulik vanskelighetsgrad sammen med elevene.

8.0 Referanser

- Adler, P. A. & Adler, P. (1994). Observational Techniques. I N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Red.), *Handbook of Qualitative Research* (s. 377-392). Thousand Oaks: Sage Publications, Inc.
- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2006). Undersøgende samarbejde i matematikundervisning-utvikling af IC-Modellen. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes? – om matematiklæring* (s. 110-126). Albertslund: Malling Beck.
- Angrosino, M. V. & Rosenberg, J. (2011). Observations on observation. I N.K. Denzin & Y. S. Lincoln (Red.), *The Sage handbook of qualitative research* (4. utg.) (s. 467-478). Thousand Oaks: Sage.
- Ärleback, J. B. & Bergsten, C. (2013). On the use of realistic Fermi problems in introducing mathematical modelling in upper secondary mathematics. I R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines & A. Hurford (Red.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (s. 597-609). Dordrecht: Springer. Hentet fra https://doi.org/10.1007/978-94-007-6271-8_52
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 293–301. <https://doi.org/10.1007/BF02652812>
- Barbosa, J. C. (2009). Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions. I M. Blomhøj & S. Carreira (Red.), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics: Proceedings from topic study group 21 at the 11th international congress on mathematical education* (s. 133-144).
- Biccard, P. & Wessels, D. C. (2011). Documenting the development of modelling competencies of grade 7 mathematics students. I G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Red.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (s. 375-383). https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_37
- Bjørndal, C. R. P. (2017). *Det vurderende øyet: Observasjon, vurdering og utvikling i pedagogisk praksis* (3. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Blomhøi, M. (2003). Modellering som undervisningsform. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kan det virkelig passe? Om matematikklæring* (s. 51–72). København: L&R Uddannelse.

- Blomhøj, M. (2006). Mod en didaktisk teori for matematisk modellering. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes? – om matematiklæring* (s. 80-109). Albertslund: Malling Beck.
- Blomhøj, M. & Kjeldsen, T. H. (2011). Students' reflections in mathematical modelling projects. I G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Red.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (s. 385-395). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_38
- Blum, W. (2015). Quality teaching of Mathematical Modelling: What do We Know, What Can We Do? I S. J. Cho (Red.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and Attitudinal Challenges* (s. 73-96). New York: Springer Nature. 10.1007/978-3-319-12688-3
- Blum, W. & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 45-58. Hentet fra https://www.researchgate.net/publication/279478754_Mathematical_Modelling_Can_It_Be-Taught_And_Learnt
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H-W. & Niss, M. (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study*. New York: Springer.
- Blum, W. & Leiß, D. (2005). „Filling Up “-the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. I *CERME 4–Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 1623-1633).
- Blum, W. & Leiß, D. (2007). How do students' and teachers deal with modelling problems? I C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Red.), *Mathematical Modelling (ICTMA12): Education, Engineering and Economics; proceedings* (s. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 38(2), 86–95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>
- Borromeo Ferri, R. (2007a). Modelling problems from a cognitive perspective. I C. Haines, W. Blum, P. Galbraith & S. Khan (Red.), *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics–ICTMA 12* (s. 260-270). Cambridge: Woodhead Publishing. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.260>

- Borromeo Ferri, R. (2007b). Personal experiences and extra-mathematical knowledge as an influence factor on modelling routes of pupils. I *Proceedings of CERME-5, WG 13 Modelling and Applications* (s. 2080-2089). Hentet fra <http://www.erne.tu-dortmund.de/~erne/CERME5b/WG13.pdf#page=48>
- Brown, J. P. & Ikeda, T. (2016). Conclusions and future lines of inquiry in mathematical modelling research in education. I G. A. Stillman & J. P. Brown (Red.), *Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education* (s. 233-253). Cham: Springer Nature.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2018). *Research methods in education: Eighth edition* (8. utg.). New York: Routledge. Hentet fra <https://ebookcentral.proquest.com/lib/hogskbergen-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=5103697>
- Czocher, J. A. (2016). Introducing modeling transition diagrams as a tool to connect mathematical modeling to mathematical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 18(2), 77-106. <https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1148530>
- Czocher, J. A. (2018). How does validating activity contribute to the modeling process?. *Educational Studies in Mathematics*, 99(2), 137-159. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9833-4>
- Czocher, J., Stillman, G. & Brown, J. (2018). Verification and Validation: What Do We Mean?. I J. Hunter, P. Perger & L. Darragh (Red.), *Making waves, opening spaces (Proceedings of the 41st annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)* (s. 250-257). Auckland: MERGA. Hentet fra <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED592478.pdf>
- De nasjonale Forskningsetiske Komiteene. (2019). Generelle forskningsetiske retningslinjer. Hentet 23.11.20 fra <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/generelle/>
- Galbraith, P. & Stillman, G. (2006). A Framework for Identifying Student Blockages during Transitions in the Modeling Process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 143–162. <https://doi.org/10.1007/BF02655886>
- Goos, M. (2002). Understanding metacognitive failure. *Journal of Mathematical Behavior*, 21(3), 283–302. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(02\)00130-X](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00130-X)
- Greefrath, G. (2011). Using technologies: New possibilities of teaching and learning modelling—Overview. I G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Red.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (s. 301-304). Dordrecht: Springer. Hentet fra

https://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-94-007-0910-2_30

- Greefrath, G. & Vorhölter, K. (2016). *Teaching and learning mathematical modelling: Approaches and developments from German Speaking Countries*. Hamburg: Springer International Pu. Hentet fra <https://library.oapen.org/bitstream/handle/20.500.12657/27708/1002298.pdf?sequence=1>
- Hana, G. M. (2013). *Matematiske byggesteiner- Metamatematikk for lærerutdanningen*. Bergen: Caspar forlag AS.
- Hana, G. M. & Hansen, R. (2015). *Matematiske horisonter 1: Matematisk analyse for lærerutdanningen*. Bergen: Caspar Forlag.
- Hauge, K. H. (2019). Approaching fake news in mathematics education. I J. Subramanian (Red.), *Proceedings of the Tenth International Mathematics Education and Society Conference* (s. 486 – 495). Hyderabad, India: MES community. Hentet fra <https://www.mescommunity.info/proceedings/MES10.pdf>
- Hauge, K. H., Kacerja, S. & Lilland, I. E. (2019). XENOPHOBIA AND NUMBERS IN THE MEDIA—DISCUSSING MATHEMATICS EDUCATION IN THE POST-TRUTH ERA. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, (35), 1-23. Hentet fra [https://www.researchgate.net/publication/337760037_XENOPHOBIA_AND_NUMBERS_IN_THE_MEDIA - DISCUSSING MATHEMATICS EDUCATION IN THE POST-TRUTH ERA](https://www.researchgate.net/publication/337760037_XENOPHOBIA_AND_NUMBERS_IN_THE_MEDIA_-_DISCUSSING_MATHEMATICS_EDUCATION_IN_THE_POST-TRUTH_ERA)
- Hernandez-Martinez, P. & Vos, P. (2018). “Why do I have to learn this?” A case study on students’ experiences of the relevance of mathematical modelling activities. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 50(1-2), 245-257. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0904-2>
- Ikeda, T. & Stephens, M. (2010). Three teaching principles for fostering students’ thinking about modelling: An experimental teaching program for 9th grade students in Japan. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(2), 49-59. <https://bu.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/view/1898/1268>
- Jankvist, U. T. & Niss, M. (2020). Upper secondary school students' difficulties with mathematical modelling. *International Journal of mathematical education in science and technology*, 51(4), 467-496. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1587530>
- Julie, C. (2002). Making relevance relevant in mathematics teacher education. I *Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics*. New York: Wiley.

- Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modeling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 302–310. 10.1007/BF02652813
- Kandasamy, S. S. & Czocher, J. (2020). How mathematical modelling enables learning. I A. I. Sacristán, J. C. Cortés-Zavala & P. M. Ruiz-Arias (Red.), *Mathematics Education Across Cultures: Proceedings of the 42nd Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Mexico*. (s. 922- 930).
<https://pmena2020.cinvestav.mx/Portals/pmena2020/Proceedings/PMENA42-RR-1656129-Kandasamy-et-al.pdf>
- Krumsvik, R. J. & Jones, L. Ø. (2019). Kva er kvalitativ forskning i lærarutdanninga?. I R. J. Krumsvik (Red.), *Kvalitativ metode i lærarutdanninga* (s. 13-42). Bergen: Fagbokforlaget.
- Kunnskapsdepartementet. (2016). Fag - Fordypning - Forståelse - En fornyelse av Kunnskapsløftet (Meld. St. 28 (2015–2016)). Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/>
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2018). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H. M., Post, T. & Zawojewski, J. S. (2003). Model Development Sequences. I R. Lesh & H. M. Doerr (Red.), *Beyond Constructivism; Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching* (s. 35- 58). London: Lawrence Earlbaum. Hentet fra https://books.google.no/books?id=0oX7_IkdyJMC&printsec=frontcover&hl=no#v=onepage&q&f=false
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies?. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 113-142. Hentet fra <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/BF02655885.pdf>
- Mousoulides N., Pittalis M., Christou C. & Sriraman B. (2013). Tracing Students' Modeling Processes in School. I R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Red.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. Dordrecht: Springer.
https://doi.org/10.1007/978-94-007-6271-8_10
- Niss, M. (2015). Prescriptive modelling – challenges and opportunities. I G. A. Stillman, W. Blum & M. S. Biembengut (Red.), *Mathematical modelling in education research and practice. Cultural,*

- social and cognitive influences* (s. 67–79). Cham: Springer International Publishing. Hentet fra <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-319-18272-8.pdf>
- Niss, M. A. & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: ideer og inspiration til utvikling af matematikundervisning i Danmark*. København: Undervisningsministeriets forlag. Hentet fra <https://www.matematikkenteret.no/sites/default/files/attachments/page/Kompetencer%20og%20matematikl ring.pdf>
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode: En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Skovsmose, O. (1990). Reflective knowledge: Its relation to the mathematical modelling process. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 21(5), 765-779. 10.1080/0020739900210512
- Skovsmose, O. (2001). Landscapes of Investigation. *International Journal of Mathematics Education*, 33(4), 123-132. Hentet fra <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/BF02652747.pdf>
- Stohlmann, M., DeVaul, L., Allen, C., Adkins, A., Ito, T., Lockett, D. & Wong, N. (2016). What Is Known about Secondary Grades Mathematical Modelling--A Review. *Journal of Mathematics Research*, 8(5), 12-28. <http://dx.doi.org/10.5539/jmr.v8n5p12>
- Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitativ metode* (4.utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Utdanningsdirektoratet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn* (MAT01-05). Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob>
- Utdanningsdirektoratet. (2020, 03. september). *Hva er nytt i matematikk?*. Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagspesifikk-stotte/nytt-i-fagene/hva-er-nytt-i-matematikk/>
- Zawojewski, J. (2013). Problem Solving versus Modeling. I R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines & A. Hurford (Red.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (s. 237–243). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6271-8_20

Vedlegg

Vedlegg 1- Informasjonsskriv

Forespørsel til foresatte om barns deltakelse i forskningsprosjektet:

«Modellering i matematikk- elevenes modelleringsprosess»

Mitt navn er Liv Solveig Vadset. Jeg er masterstudent ved Høgskulen på Vestlandet og skal skrive min masteroppgave i år. I den forbindelse spør jeg deg som foresatt om barnet ditt vil delta i mitt forskningsprosjekt, hvor formålet er å undersøke hvordan elevene arbeider med en oppgave som kan relateres til virkeligheten. I dette skrevet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for ditt barn.

Formål

I den nye læreplanen i matematikk skal elevene få mulighet til å arbeide med modellering. Modellering handler blant annet om at elevene skal få innsikt i hvordan matematikk blir brukt for å beskrive dagliglivet og samfunnet, og at de selv skal få mulighet til å lage modeller som kan beskrive virkeligheten. Mitt ønske er å se hvordan man kan legge til rette for matematiske læringsprosesser, der matematisk kunnskap relateres til virkeligheten. Dette handler om å se hvordan elevene arbeider med å forstå en situasjon, se hvordan de bruker matematikk til å arbeide med situasjonen og lage en modell som kan beskrive situasjonen. I dette prosjektet ønsker jeg å se på elever som går på ungdomsskolen.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Høgskolen på Vestlandet/ Institutt for språk, litteratur, matematikk og tolkning er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Deres barn får spørsmål om å delta på prosjektet fordi de går på ungdomsskolen.

Hva innebærer det for deg å delta?

Deltagelse i denne studien vil innebære at barnet deltar i undervisning hvor de arbeider med modellering i matematikk. Alle elevene deltar i undervisningen, men kun de som gir samtykke blir observert med lydopptak. Skriftlig og digitalt elevarbeid blir samlet inn. Dersom det er nødvendig, vil barnet ditt bli spurt om å delta i et gruppeintervju om deres matematiske løsninger på oppgaven. Personopplysninger som registreres om ditt barn er kun barnets stemme på lydopptak.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Barnet blir også informert om at deltakelsen er frivillig. Hvis barnet velger å delta, kan dere når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for barnet hvis dere ikke vil delta eller senere velger å trekke samtykket.

Samtykket for deltagelsen i prosjektet kan trekkes tilbake muntlig eller skriftlig/ e-post til enten deres matematikklærer eller til meg direkte.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om ditt barn til formålene vi har fortalt om i dette skrevet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Lyddopptaket vil først bli transkribert av meg, Liv Solveig Vadset, og deretter slettet. I forkant av transkriberingen vil lyddopptaket bli oppbevart på Høgskolen på Vestlandets forskningsserver.

• Lyddopptaket fra gruppearbeidet og eventuelt gruppeintervju vil kun være tilgjengelig for meg, Liv Solveig Vadset, og min veileder, Silke Lekaas.

• Navn vil bli anonymisert i transkriberingen.

• Det er kun elevenes faglige samtaler og arbeid i undervisningen som vil bli benyttet i masteroppgaven. Utover dette skal ikke deltakerne kunne gjenkjennes i publikasjonen.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er 15.05.2021. Opplysninger og eventuelle lyddopptak vi har av deg vil bli destruert så fort disse ikke er nødvendig lenger, og senest 30.06.2021. Transkripsjonene som er anonymisert beholdes.

Dine rettigheter

Så lenge barnet kan identifiseres i datamaterialet, har dere rett til:

-innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om barnet, og å få utlevert en kopi av opplysningene,

-å få rettet personopplysninger om barnet,

-å få slettet personopplysninger om barnet, og

-å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av barnets personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om barnet basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Høgskolen på Vestlandet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Høgskolen på Vestlandet/ Institutt for språk, litteratur, matematikk og tolkning:

- Veileder: Silke Lekaas, Silke.Lekaas@hvl.no, tlf: +47 55 58 57 76
- Student/forsker: Liv Solveig Vadset, liv.solveig.vadset1995@gmail.com, tlf: +47 95 76 29 45
- Vårt personvernombud: Trine Anikken Larsen, Trine.Anikken.Larsen@hvl.no, tlf: +47 55 58 76 82

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på e-post (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Silke Lekaas

(veileder)

Liv Solveig Vadset

(Student/forsker)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Modellering i matematikk- elevenes modelleringsprosess*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til at

_____ ønsker:

(Barnets navn)

- Å delta i undervisning med lydopptak
- Å delta i gruppeintervju
- Å samle inn deres skriftlige og digitale elevarbeid med oppgaven

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av foresatte, dato)

Vedlegg 2- NSD godkjenning

NSD sin vurdering

 Skriv ut

Prosjekttittel

Modellering i matematikk

Referansenummer

238347

Registrert

30.09.2020 av Liv Solveig Vadset - 148864@stud.hvl.no

Behandlingsansvarlig institusjon

Høgskulen på Vestlandet / Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett / Institutt for språk, litteratur, matematikk og tolkning

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Silke Lekaus, Silke.Lekaus@hvl.no, tlf: 55585776

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Liv Solveig Vadset, liv.solveig.vadset1995@gmail.com, tlf: 95762945

Prosjektperiode

01.10.2020 - 30.05.2021

Status

15.10.2020 - Vurdert

Vurdering (1)

15.10.2020 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet den 15.10.2020 med vedlegg, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

https://nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 30.5.2021.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om elevene. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som foresatte kan trekke tilbake. Elevene vil også samtykke til deltakelse.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelige angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1 f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Håkon J. Tranvåg

Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

Vedlegg 3- Observasjonsskjema

Gruppe nr.	Tanker	Valideringer og arbeid
1		
2		
3		
4		

5		
6		

Timens gang: