Høgskulen på Vestlandet

MASTEROPPGAVE

«Matematikkoppgaver har en begynnelse og en slutt»

En studie om potensial for utforsking og problemløsing i oppgaver i tre matematikklæreverk for 1.trinn etter fagfornyelsen av Kunnskapsløfte

«Mathematics Tasks have a beginning and an end»

A study of the learning potential for exploration and problem solving in assignments in three mathematical teaching materials for 1st grade after the revised national curriculum

Sofie Langøy Tresvik

Master i undervisningsvitenskap med matematikk fagdidaktikk
Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett
Veileder: Beate Lode
18. mai 2021

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, *jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 12-1*.

Forord

Da er arbeidet med masteroppgaven over, og det er også fem fine år på Høgskulen på Vestlandet. Det har vært noen veldig fine og lærerike år. Det å skrive en masteroppgave under en coronapandemi kan beskrives som en reise med oppturer og nedturer. I masteroppgaven min har jeg undersøkt om hvilke potensiale av utforsking og problemløsing en finner i oppgaver i lærebøker utgitt etter fornøyelsen av Kunnskapsløfte. Arbeidet med oppgaven har vært interessant og lærerikt.

For at jeg nå leverer en ferdig oppgave må jeg takke veilederen min Beate Lode. Takk for at du har stilt opp, veiledet og inspirert meg på veien mot målet. Det har vært et fint og lærerikt samarbeid.
Jeg vil videre takke forlagene som gledelig sendte ut bøker slik at dette var mulig å gjennomføre.
En spesiell takk til mine medstudenter. Studietiden og masterskrivingen ville ikke vært den samme uten dere. Det at lesesalen har blitt et fristed i en pandemi er ikke verst. Takk for alle faglige, og ikke minst ikke faglige samtaler og pauser. Videre vil jeg takke venner og familie for at dere har heiet, og motivert meg gjennom arbeidet.

Nå gleder jeg meg til å ta med meg kunnskapen som dette arbeidet har gitt meg som nyutdannet lærer i matematikk ut i klasserommet.

Bergen, mai.2021

Sammendrag

I denne masteroppgaven er det gjort en summativ innholdsanalyse av tre læreverk på 1.trinn med hensikt i å finne potensiale for utforsking og problemløsing i oppgavene. Lærebøkene Matemagisk av Aschehaug, Matematikk fra Cappelen Damm og Volum fra Fagbokforlaget har blitt analysert i studien. Alle lærebøkene er utgitt etter fagfornyelsen av Kunnskapsløfte i 2020. Til analysen så jeg meg nødt til å utvikle et eget analyseverktøy fordi jeg opplevde mangler på dette område i forskningen. Utvikling av analyseverktøy blir presentert som resultat a) av problemområde. Horisontal analyse i analyseverktøyet er inspirert av analyseverktøyet til Charalambous, Delaney, Hsu og Mesa (2010), som ser på læreverket i sin helhet og strukturen i læreboken. Den vertikale analysedelen er utviklet for å passe formålet med studien, og inneholder seks oppgavetyper som alle initierer til arbeid med utforsking og problemløsing. Det blir også undersøkt om oppgavene som inneholder potensiale er kognitivt krevende å løse for elevene.

Det som er resultat b) av problemområde blir presentert i analysekapittelet. Det blir funnet potensiale for utforsking og problemløsing i oppgaver fra alle læreverkene. Resultatene er presentert i tabeller for hvert læreverk. Det er Undersøkelseslandskap type 2 som er oppgavetypen som forekommer flest ganger i alle tre læreverkene.

Konklusjonen er at det finnes potensiale for utforsking og problemløsing i oppgavene i læreverkene, og en del av disse oppgavene blir også definert som kognitivt krevende. For å få utbytte av det potensiale som finnes for utforsking og problemløsing i oppgavene er det flere avgjørende faktorer for å få det til. Læringsmiljøet oppgavene blir brukt i må være tilpasset formålet, hvordan læreren inviterer elevene inn i problemet for å utnytte potensiale for utforsking og problemløsing, og at elevene må stå i løsningsprosessen. For det er ikke gitt at potensiale for utforsking og problemløsing som finnes i oppgavene blir utnyttet i all matematikkundervisning som foregår i norske skoler. Lærerne må være bevisst på hvilke oppgaver som blir gitt for at elevene skal få størst mulig utbytte av undervisningen.

Abstract

In this master thesis a summative content analysis of three separate mathematical teaching materials for the 1st grade has been performed, the aim was to find potential for exploration and problem solving in the teaching material assignments. The teaching material from Matemagisk by Aschehaug, Matematikk by Cappelen Damm and Volum by Fagbokforlaget has been analyzed in the study. All these mathematical teaching materials are published after the revised national curriculum in 2020. For the analysis part a self-developed analysis tool is used because this could not be identified in the available literature. The development part of the analysis tool is presented as part a) of the problem area in the thesis. The horizontal analysis in the analysis tool is inspired of Charalambous, Delaney, Hsu and Mesa (2010) which looks at the textbook in two categories: background information and overall structure. The vertical analysis is adapted to fit the aim of the study, it contains six types of assignments that all initiates the work on exploration and problem solving. It’s also examined if the assignments in the teaching material are cognitively demanding to solve for the students.

Problem area b) of the thesis is presented in the analysis chapter. The result implies potential for exploration and problem solving in the teaching material for all three books used in the study. The results are presented on a table format for each book. Landscape of investigation type 2 is identified as the most repetitive type of assignments in all three.

The studies conclude that the mathematical teaching material all have potential for exploration and problem solving, and some of these are also defined as cognitively demanding to solve. However, to obtain an outcome of the potential for exploration and problem solving certain decisive factors needs to be fulfilled. This includes: adaptation of the learning environment in which the problems are used, how the teacher invites the students into the problem to exploit the potential for exploration and problem solving, and that the student must be involved in the problem-solving process. Thus, is not given that the potential for exploration and problem solving in the assignments in mathematical teaching material are exploited in the math teaching ongoing in the Norwegian primary schools. The teachers must be conscious on which assignments that are used for the students for them to be left with the best outcome of the classroom teaching.

.

Innholdsfortegnelse

Bildetekstliste for tabell:

Bildetekstliste for figur:

1 Innledning

«Matematikkoppgaver har en begynnelse og en slutt»

Dette utsagnet er kjent fra Mellin-Olsens arbeid med Oppgavediskursen i matematikk (1991). Ved å studere hvordan lærere snakker om det som forgår i matematikktimene, finner han at lærerne bruker et språk om det å arbeide med matematikkoppgaver som kan rekonstrueres som en diskurs: oppfatninger om hva en matematikkoppgave skal være og hvordan elevene forventes å arbeide med dem. «Matematikkoppgaver har en begynnelse og en slutt.» (Mellin-Olsen, 1991) «De kommer i rad og rekke til elevene. Når en oppgave er løst, venter den neste oppgaven. Slik fortsetter det inntil den siste oppgaven er løst i denne timen, denne leksen eller i denne boken.» (Mellin-Olsen, 1991). Videre hevder Mellin-Olsen (1991) også at man alternativt kunne tenke seg oppgaver som kan invitere elevene selv til å stille nye problemstillinger, men at oppgaver i elevenes lærebøker sjelden gjør det. Denne type oppgaveløsing starter allerede i 1. klasse. Oppgavediskursen i matematikk har vært med på å inspirere meg til å undersøke nærmere hvilke typer oppgaver man finne i nye lærebøker i matematikk.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

1.1.1 Fornyelsen av læreplanen Kunnskapsløftet

Høsten 2020 ble den nye læreplanen som er fagfornyelsen av Kunnskapsløfte (LK20) (Kunnskapsdepartementet, 2017; Utdanningsdirektoratet, 2020) innført i Norge. Innføringen av LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020) har løftet fram et annerledes syn på elevers arbeid med matematikk i skolen enn det Mellin-Olsen (1991) beskrev. Et av målene med innføringen av LK20 er å redusere overflatisk læring i skolen. Elevene skal få tid til å gå mer i dybden når de jobber med matematikkfaget. For å gi retning og prioriteringer mot dybde i læringsarbeidet, er det innført seks kjerneelementer i matematikk. Kjerneelementene består av sentrale begreper, metoder, tenkemåter, kunnskapsområdet og uttrykksformer, og som preger innholdet i læreplanen og kompetansemålene. De består av Utforsking og problemløsing, Modellering og anvendelser, Resonnering og argumentasjon, Representasjon og kommunikasjon, Abstraksjon og generalisering og Matematiske kunnskapsområder.

Kjerneelementene skal være et virkemiddel for at elevene over tid utvikler forståelse av innhold og sammenhenger i faget (Utdanningsdirektoratet, 2020). Kjerneelementene er det viktigste og mest sentrale elevene skal lære i hvert fag. Det er det de må lære for å mestre og anvende faget best mulig i praksis.

Bakgrunnen for ny læreplan var ifølge Norges offentlige utredninger (NOU 2014:7) at samfunnet er i stadig utvikling, og en endring var nødvendig. Det betyr at skolen må bli med på endringene som skjer i samfunnet og fornye seg jevnlig. Nå lærer elevene på andre og nye måter enn tidligere. De skal utdannes for en framtid i endring. Utvikling av ny teknologi og kunnskap gir nye utfordringer, og denne utviklingen må fagene henge med på. Kunnskapsdepartementet tilrådde derfor 15. april 2016 (Kunnskapsdepartementet, 2016) regjeringen å fornye fagene i skolen, og godkjenning ble gitt i statsrådet samme dag.

En konsekvens av en slik fornyelse er at fagene må ha mål om å utdanne barn og unge som reflekterer, er kritiske, utforskende og kreative. Det kan skje gjennom arbeid med forståelse og fordypning, bruk av ny teknologi, og i denne prosessen er valg av hvilke oppgaver og aktiviteter som brukes viktig (Hana, 2013). Det er ikke å komme unna med at det elevene lærer på skolen har stor betydning for fremtiden til elevene. Målene med innføring av fagfornyelsen er at det skal stilles nye krav til skolene, lærerne, elevene, teknologien og ikke minst hva som skal læres for å løfte elevene inn i en ny tid. De nye kravene har innvirkning på hva som kan betraktes som egnede læremidler i skolen (Kunnskapsdepartementet, 2016). Ut fra dette kan en si at alle lærebøkene må revideres om de skal følge utviklingen til skolen. Det å revidere bøkene er en prosess som tar tid på flere plan fra start til skolene har eksemplarer med lærebøker fra ny reform.

I denne studien er det de reviderte bøkene i matematikk etter fornyelsen av LK20, som er interessante å undersøke. Det er på bakgrunn av at lærebøker utgitt etter innføringen av LK20 skal inneholde endringene LK20 har i forhold til lærebøker skrevet til eldre og utdaterte læreplaner. Bruken av oppgavene fra lærebøker i matematikk har en lang tradisjon i skolen. Selv om nye arbeidsmetoder etter hvert gjør sitt inntog i skolen. Vil nok mange skoler og lærere enda finne mye av sin inspirasjon og innhold til faget i nettopp lærebøkene. I forbindelse med innføring av LK20 kan mange lærere være usikre på det nye innholdet i læreplanen. Ut fra dette kan en tenke seg at oppgaver og aktiviteter i de reviderte og nye lærebøkene etter LK20 fungere som en viktig ressurs. Dette kan selvsagt vekke bekymring, men jeg har valgt å la formål med forskningen i mitt masterarbeid, være å skaffe fram mer kunnskap om hvilke typer oppgaver man kan finne i noen av disse læreverkene, og som kan ha potensiale for arbeid med noen av kjerneelementene i LK20.

1.1.2 Tidligere forskning

Siden LK20 trådte i kraft i august 2020 akkurat til skoleåret 20/21. På bakgrunn av dette vil forskning som går på hvordan arbeid med kjerneelementer i matematikk, og hvordan de kan ha utspring i nye læreverk etter LK20, naturlig nok, være begrenset. Arbeidet med denne masteroppgaven startet i det LK20 trådte i kraft høsten 2020. I utvikling av nye læreverk til ny læreplan, så prioriteres bøker til 1. trinn. Ettersom elever som begynner på 1. trinn følger den nye reformen fullt ut fra starten av, vil man deretter prioritere bøker for 2. trinn osv ..., etter hvert som disse elevene flytter oppover i trinn. Dette er nok grunn til at det enda ikke finnes lærebøker til alle trinn etter LK20.

Den generelle delen i LK20 har vært tilgjengelig fra 2017 (Kunnskapsdepartementet, 2017), så det finnes noe forskning på fagfornyelsens overordnet del som erstatter generell del fra LK06. Den praktiske siden ved mitt ønske om å undersøke oppgavetyper man kan finne i læreverk med potensiale for arbeid med kjerneelementer beskrevet i LK20, er at forskningen måtte rette seg mot de trinnene som hadde fått reviderte læreverk. Samtidig som denne innretningen tas, vil forskningen min likevel gi bidrag til manglende forskning gjort på dette forskningsfeltet.

Resvoll (2014) og Tokheim har begge i sine masteroppgaver undersøkt læreverk i matematikk. Felles for disse to oppgavene er analyseverktøyet de tok utgangspunkt i til analysen. Begge har brukt et rammeverk for analyse av oppgaver laget av Charalambous, Delaney, Hsu og Mesa (2010). Dette er et rammeverk utviklet i forbindelse med deres studie av lærebøker: Tokheim (2015) har gjort en innholdsanalyse og sett på likheter og ulikheter mellom tre læreverk i matematikk på 1.trinn. Resvoll (2014) ser også på matematikklærebøker, men her er fokus også hvordan læreren bruker de. Tokheim (2015) kom frem til at det finnes både fellestrekk og ulikhetstrekk mellom lærebøkene i Norge, og med flere forskjeller så kan det indikere at barn i Norge får ulike læringsmuligheter i matematikk dersom det er lærebøkene som er hovedkilden til læring i undervisningen. I min studie av oppgaver i læreverk som kan ha potensiale for arbeid med kjerneelementet, utforsking og problemløsing som er beskrevet i LK20, ønsker jeg på liknende vis som Tokheim (2015) og Resvoll (2014) å hente inspirasjon fra rammeverket til Charalambous, et al., (2010).

1.1.3 Valg av kjerneelement

Elevene som arbeider utforskende med matematikk vil ha et bedre grunnlag for å kunne huske eller rekonstruere matematikken om kunnskapen er lært med forståelse. Det gir også bedre grunnlag for å løse nye og ukjente problemer og får generere ny kunnskap. Forståelse hjelper også elevene til å unngå kritiske feil i problemløsingen (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001). Videre hevder de at når som helst i løpet av en matematikktime kan en eller to elementer vektlegges, men alle elementene må til slutt møtes slik at koblingen mellom de forsterkes for elevene. For eksempel så kan en time ha som hovedmål å utvikle elevenes matematiske forståelse, men dette kan gjøres med å bruke problemløsing. At de får et ukjent problem, og må ha den riktige matematiske forståelsen for å komme frem til en løsning.

Kilpatrick, Swafford & Findell (2001) fremhever betydningen av problemløsing for elevenes læring og forståelse i matematikk. De mener at problemløsing bør være en arena der alle deler av matematisk kunnskap møtes. Dette kan bidra til at elevene får mulighet til å se all den matematiske kunnskapen sin i sammenheng. Det kan også være nyttig for lærerne for å vurdere elevenes arbeid og kunnskap. Ved å lære matematikk får elevene øvelse i å utforske, undersøke og teste alle aspektene ved problemløsing. Elevene skal også få muligheter til å formulere problemer fra gitte situasjoner og skape nye problemer ved å endre informasjonen i et allerede gitt problem (Silver, 1994, s. 19). Videre hevder Silver (1994) at problemløsing handler om å løse oppgaver som ikke er rutineoppgaver for elevene. Det er snakk om isolerte problem og ikke typiske lærebokoppgaver. Med bakgrunn i dette er det spennende å undersøke om problemløsingsoppgaver finnes i læreverkene etter LK20 reformen, og om lærebøkene legger opp til at elevene får mulighet til å skape nye problemer selv.

Kreativiteten i matematikk ligger i samspillet mellom problemstilling og problemløsing. Det er i dette samspillet med å formulere, prøve å feile i løsningen, omformulere og til slutt løse et problem. Dermed ser en på løsningsprosessen som en kreativ aktivitet i problemløsing (Silver, 1997, s. 76). Ut fra dette indikerer det at problemløsing er kreative oppgaver for elevene å løse. I min analyse blir det interessant å se om dette stemmer, om problemløsende oppgaver er utformet ulikt fra andre matematikkoppgaver. At utforsking står sentralt i matematikken og når det gjelder matematisk tenking blir understreket av Schoenfeld (1992, s. 5). En er også avhengig av utforsking for å mestre prosessen med å finne løsninger i problemløsingsoppgaver. Med bakgrunn i disse begrunnelsene om viktigheten med utforsking og problemløsing sammen med inspirasjon fra Oppgavediskursen (Mellin-Olsen, 1991), forsterker mitt ønske om å velge Kjerneelementet Utforskning og problemløsing når jeg skal snevre inn min studie av oppgaver i læreverk som kan ha potensiale for arbeid med kjerneelementer beskrevet i LK20.

1.2 Forskningsspørsmål

Utforskning og problemløsing er et av kjerneelementene i LK20. Jeg har beskrevet flere av de positive sidene av å arbeide med Utforskning og problemløsing innledningsvis i oppgaven. Å arbeide med *Utforskning og problemløsing* i matematikk står i kontrast til det Mellin-Olsen beskriver i Oppgavediskursen (1991). Min forskningsinteresse går i retning av hva som kjennetegner oppgaver som har potensiale for arbeid med Utforskning og problemløsing, og hvilken plass de får i nye læreverk i matematikk etter reform LK20. Jeg vil videre rette min oppgave mot første trinn, fordi dette trinnet er prioritert i utvikling av nye læreverk. Det er også veldig interessant å finne ut mer om de muligheter læreverkene legger opp til i forhold til arbeid med dette kjerneelementet på lavere trinn. Som Mellin-Olsen (1991) beskrev, så kan det valg av oppgaver allerede på dette nivået enten bryte med, eller drive fram en oppgavediskurs.

I prosessen med å undersøke potensiale for arbeid med utforsking og problemløsing i lærebøkene etter LK20, har jeg utformet et analyseverktøy. Da jeg ikke har lyktes i å finne et analyseverktøy utviklet og brukt for analyse av konkrete oppgavetyper på samme måte som mitt formål er med studien. Jeg har derfor latt meg inspirere av rammeverket som Charalambous, et al., (2010) har utviklet til sin studie av oppgaver i lærebøker.

Da dette analyseverktøyet ikke er brukt verken på temaet oppgaver med potensiale for utforskning og problemløsing, eller på oppgaver for 1. trinn, var det helt nødvendig for meg å utvikle rammeverket videre. En viktig del av denne studien, har derfor vært å utvikle selve analyseverktøyet til bruk i min egen forskning. Dette blir den første delen av min forskning i denne studien. Det vil også gi bidrag til et analyseverktøy som savnes i forhold til analyse av utforsknings- og problemløsingsoppgaver i lærebøker på lavere trinn. I mitt analyseverktøy er det utviklet kategorier og kjennetegn for å kunne fange opp oppgaver med potensiale for utforskning og problemløsing på lavere trinn. Hvordan analyseverktøyet ble utviklet blir utdypet i eget kapittel, kapittel 5 og der kommer resultatet av problemområdet A.

Så hvordan står det til med nye læreverk etter innføring av reform LK20? Vil oppgaver være utformet og kunne spore lærere og elever til arbeid med kjerneelementene i lærebøker allerede fra 1. trinn? Disse spørsmålene og kontrasten som kjerneelementene har til oppgavediskursen, har vært til inspirasjon i mitt valg av problemområde.

Med de begrunnelser som er sammenstilt i innledningen, har jeg valgt følgende problemområde for denne masteroppgaven:

> *A) Utvikling av analyseverktøy for analyse av oppgaver med potensiale for utforskning og problemløsing i læreverk i matematikk for lavere trinn.*
>
> *B) En analyse av tre nye lærebøker fra ulike læreverk i matematikk for 1. trinn etter fagfornyelsen av læreplanen Kunnskapsløftet LK20.*

Det vil være søkelys på hvordan oppgavene i de valgte læreverkene kan plasseres inn i et fastsatt analyseverktøy med oppgavetyper med faste kjennetegn som kan initiere til utforsking og problemløsing. Det vil også bli satt et fokus i oppgaven på hvordan læreverket i seg selv med lærebok og lærerveiledning legger opp til arbeid med utforsking og problemløsing.

1.3 Oppbygging av oppgaven

Innledningsvis i oppgaven får enn en innføring i valg av problemområde for oppgaver, og hva formålet med studien er. I denne oppgaven skal en undersøke hvilke potensiale som finnes for utforsking og problemløsing i oppgaver i matematikklæreverk på 1.trinn som er utgitt etter LK20. Problemområdet for studien er inndelt i to deler, der a) er utvikling av analyseverktøyet for analyse av oppgaver med potensiale for utforsking og problemløsing i matematikk for lavere trinn, og problemområde b) som er selve analysen av tre lærebøker fra ulike læreverk, for å undersøke om det finnes potensiale for utforsking og problemløsing i oppgavene.

I kapittel 2 - Begrepsavklaring finner en empowerment, som er teoriperspektivet som er valgt for denne masteroppgaven. Dermed vil funnene i analysen bli diskutert opp mot empowerment i diskusjonskapittelet. Videre i begrepsavklaringen vil en få et innblikk i hva utforsking og problemløsing er i matematikk. Dette er viktig for videre lesing av studien. I teorien og tidligere forskningskapittelet blir viktige faktorer i arbeidet med utforsking og problemløsing i matematikken, som motivasjon, læringsmiljø og lærerens rolle i undervisningen. Videre vil kapittel om oppgavers utforming som faktor i arbeidet med utforsking og problemløsing bli presentert. Her ser en på hvilke oppgaver matematikklasserommet preges av, og hvilke oppgavetyper som initierer til arbeid med utforsking og problemløsing. Dette er et avgjørende kapittel med tanke på utviklingen av analyseverktøyet, og kategoriene det inneholder. Kapittel 5 er resultatet av problemområde a), og utviklingen av analyseverktøyet for studien.

Videre ser en på metoden til studien, som er en summativ innholdsanalyse. Videre redegjør en for valg som er tatt i forbindelse med studien, og de forskningsetiske retningslinjene som er tatt hensyn til i forbindelse med forskningsprosjektet. I analysen blir det presentert hvilke potensiale en finner av utforsking og problemløsing i lærebøkene ut fra analyseverktøyet. Resultatet blir presentert i tabeller, og dette er resultatet av problemområde b). Videre i analysen ser en på hvor mange av oppgavene med potensiale som er kognitivt krevende for elevene. Resultat av dette presenteres i et sektordiagram, for å skape en oversikt for leseren. I diskusjonen diskuteres funnene opp mot empowerment. Hvordan utnytte potensiale for utforsking og problemløsing, og hva som er fordel med å utvikle empowerment i arbeid med utforsking og problemløsing. Avslutningsvis kommer en til konklusjon av studien, og helt til slutt en oppsummering av arbeidet i avslutningen.

2 Begrepsavklaring

2.1 Empowerment

«Empowerment is the gaining of power in particular domains of activity by individuals or groups and the processes of giving power to them, or processes that foster and facilitate their taking of power» (Ernest, 2002, s. 1).

Empowerment kan knyttes til en persons evne, og mulighet til å kunne påvirke, og gjøre endringer i sitt eget liv og på samfunnet (Ernest, 2002, s. 1). Dette teoriperspektiv er valgt på bakgrunn av egenskapene til empowerment og mulighetene det gir. For empowerment gir muligheten til å se prosessen med utforsking og problemløsing i et større perspektiv, og omhandler hvilke egenskaper en ønsker å fremme hos elevene i skolen. Dermed er det avgjørende å fremme det med og ha tro på seg selv, ta kontroll og delta aktivt i undervisningen for elever om de skal utvikle empowerment (Ernst, 2002). Så om en elev skal utvikle potensiale for arbeid med utforskings- og problemløsingsoppgaver må elevene ha tro på at dette klarer de gjennom prosessen, ta kontrollen og være aktiv i prosessen med oppgavene. I diskusjonsdelen blir funnene diskutert opp mot teoriperspektivet empowerment.

Det blir beskrevet tre områder for matematisk empowerment, og bruken av matematikk (Ernest, 2002). I den beskrivelsen blir det beskrevet som tre ulike områder med hver sin modus der empower opptrer med en spesiell funksjonalitet. De tre empower-funksjonaltitetene er matematikk, sosial og epistemologisk. Dette er tre funksjonaliteter som inngår i hverandre og ikke kan betraktes som adskilte fra hverandre (Ernest, 2002). Matematisk empowerment omfatter det å ha makt over språk, ferdigheter, områder for bruk og anvendelse av matematikken. Sosialt empowerment handler om å være i stand til å bruke matematikk for å øke mulighetene i eget liv innenfor studier og arbeid, samt det å kunne være kritisk matematisk deltakende i samfunnet. Epistemologisk empowerment omhandler den personlige veksten og selvtilliten, både i bruken av matematikk, men også om ens egen utvikling av egen identitet både matematisk og sosialt (Ernest, 2002).

Utvikling av elevers empowerment kan knyttes til både det langsiktige og kortsiktige arbeidet med matematikk der valg av oppgaver er sentralt (Fosse, Lode & Ånestead, 2020). Og et godt valg av oppgaver for å utvikle elevers forståelse i matematikk, er ifølge Kilpatrick, Swafford & Findell (2001) å bruke problemløsing.

2.2 Hva er utforsking og problemløsing?

Det kan variere hva en definerer som utforsking og problemløsing. På barneskolen kan utforskning og problemløsing være det å jobbe sammen i en læringskultur hvor en er vant til å tenke matematikk sammen med andre på en undersøkende måte. I den sammenheng skal de fortelle hvordan og hva de tenker, og lytte til andres tanker og ut fra dette erfare at det er flere måter å tenke på (Johnsen-Høines, 2020, s. 185). Gjennom denne prosessen skal de lære å bruke multimodale uttrykksformer også. Det vil si at det skriftspråket skal leve ved siden av muntlig språk og kroppsspråk (Johnsen-Høines, 2020, s. 186). Dette er spesielt viktig på 1.trinn når de har minimal med bakgrunnskunnskaper fra matematikken på forhånd.

Prøving og feiling er en vesentlig arbeidsform i matematikk, og spesiell for eleven som skal lære seg utforsking og problemløsing. En slik prosess vil være at elevene undersøker det de kan, de vet hva som er forutsetningene for oppdraget og hva de skal frem til. I Johnsen-Høines (2020, s.179) blir det formulert at matematikk handler om å ordne, om å få oversikt og innsikt i det som er uoversiktlig og komplekst. Faget i seg selv omhandler regneregler, notasjonsformer, strukturer, formler og modeller som redskap for å utforske og få innsikt. Ut fra dette så forstår en hvor sentral del av matematikk utforsking er.

En elev som er utforskende eller driver med problemløsing har mange ulike kjennetegn ut fra ulike typer forskning. Ett kjennetegn med å arbeide utforskende og problemløsende er at prosessen er viktig og at elevene ikke vet hvilke svar de får. Det betyr at svarfokuset er ikke like viktig som andre steder. Pennant (2013) omtaler et problem som noe en ikke umiddelbart vet hvordan en skal løse. Her opplever eleven et gap mellom kunnskapen de har lært og hvordan de skal bruke den til å løse problemet. Dermed trenger elevene tid til å tenke og få muligheten til å utforske problemet, for eksempel med lek. De trenger å teste ut ideer for løsninger, komme med antagelser, prøve og feile og justere tankene underveis mens de gjør seg opp erfaringer. Det er lurt å la elevene diskutere ideer med andre (Pennant, 2013). Når elevene har opparbeidet seg erfaring over tid med hvordan de skal arbeide med problemer er de i stand til og arbeide selvstendig med problemer, og vite hvordan en skal angripe noe slik uten å henvende seg til læreren. I likhet med Pennant (2013) har Johnson, Herr & Kysh (2004) definert problem som en oppgave der elevene ikke umiddelbart ser hvordan en kan komme videre i løsningsprosessen, og ingen kjente løsningsmetoder kan brukes.

Kilpatrick & Swafford (2002) deler matematiske ferdigheter inn i fem tråder som omfatter kjennetegn på arbeid med problemløsing. Trådene er forståelse, databehandling, bruk, begrunnelse og engasjement. Bruk omhandler formulering av et matematisk problem, og samtidig tenke ut strategier og prosedyrer for å løse problemet. Når det gjelder begrunnelse skal elevene bruke logikk for å forklare og begrunne løsningene sine på problemet. (Kilpatrick og Swafford, 2002). Det er ikke til å komme unna med at arbeid med problemløsing er krevende for elevene, men det kan gi elevene gode muligheter til å utvikle seg innenfor kjerneelementene i matematikk (Stedøy, 2018). Ut fra definisjonene så krever undervisning i problemløsing at elevene får en utfordring de ikke umiddelbart ser en løsning på. De må gjerne undre, prøve og feile og de må få tid til å tenke og utforske problemet. I denne sammenhengen kan en se på utforsking som å leke seg med problemet. Denne støttes av Polya (2004) som delte problemløsingsprosessen inn i fire deler for at en lettere skulle mestre hvordan en tillærte seg problemløsing. Første steget var å forstå problemet, så videre på andre steg som inneholder å lage en plan for å løse problemet, tredje steg er å løse selve problemet før fjerde og siste steg er å se tilbake og reflektere over løsningen og sjekke om den kan stemme og at den virkelig logisk.

Det er viktig å understreke at det er individuelt hvilke oppgaver det er som leder til problemløsing for elevene. Fordi et problem for en elev er ikke nødvendigvis et problem for en annen elev (Solem, Alseth & Nordberg, 2018, s. 17). Enkelte oppgaver kan kvalifiseres som problemløsing for enkelte elever, men ikke andre. Andre oppgaver er mer åpne og krevende, og leder til problemløsing for de fleste elever i en klasse. Eksempler på slike oppgaver kan være ‘’hvor mange dager er det igjen til julaften?’’, og på lekeplassen er det 20 hjul, fordelt på 2-hjuls og 3-hjuls sykler. Hvor mange sykler er det av hver type ute på lekeplassen?’’. Dette er oppgaver der elevene må bruke ulike representasjon i løsningene.

3 Teori og tidligere forskning

Teori- og forskningskapittelet skal bidra til å bygge en større forståelse rundt studiens problemområde, og fungere som et teoretisk rammeverk for analyse og drøftingen senere i oppgaven. I Vygotskys sosiokulturelle læringsteori ser en på menneskes utvikling som en sosial prosess der barn tilegner seg kulturelle verdier, tro og problemløsingsstrategier gjennom samarbeid og samtale med andre. I problemløsingsoppgaver får elevene utvikle ferdigheter som refleksjon, utforsking, forhandling og resonnement. Elevenes proksimale utviklingssone var viktig for Vygotsky. At elevene lærte ved hjelp av støtte, og at en først må klare å gjøre noe sammen med andre før en mestrer alene (Imsen, 2005, s. 258).

3.1 Motivasjon

Motivasjon er et tema som har blitt studert gjentatte ganger og det er ikke å komme unna at motivasjon har stor betydning i matematikkopplæringen. Det blir også hevdet at motivasjonen har en avgjørende betydning for om elevene lykkes eller ikke i skolen (Pintrich, 2003). Motivasjon blir sett på som en situasjonsbestemt tilstand, som påvirkes av ulike faktorer som for eksempel klasseromsinteraksjoner, aktiviteter, erfaringer og kultur (Pintrich, 2003). Ut fra dette ser en at lærerens undervisningspraksis har stor betydning for elevenes motivasjon. Det betyr at læreren og hvordan læringsmiljøet er i klasserommet kan være avgjørende for hvordan motivasjonen til elevene er.

En kan skille mellom indre og ytre motivasjon, og dette virker ulikt på elevene. En elev som er indre motivert, arbeider med matematikkoppgavene på egen vilje fordi de syns det er interessant og underholdende uten andres påvirkning. Her opplever elevene glede underveis i arbeidet med oppgavene. Elever som er ytre motivert arbeider med oppgaven på bakgrunn av resultatet, og resultatet er avskilt fra selve oppgaven. Hva som gir elevene motivasjon varierer, men det kan eksempelvis være karakterer på høyere nivå, eller ros av læreren ved fullført oppgave (Wæge & Nosrati, 2018, s. 18). Dermed ser en at ytre motivasjon stiller seg ulikt til indre motivasjon. Dette siden indre motivasjon reflekterer tilbøyeligheten mennesker og elever har til å holde på med aktiviteter som er engasjerende, og som videre fører til læring og utvikling i faget. Her ser en elever som arbeider med matematikkoppgaver siden de selv syns det er interessant og oppriktig vil forstå og løse oppgaven de arbeider med (Wæge & Nosrati, 2018, s.19).

Det er viktig å påpeke at indre og ytre motivasjon eksisterer og virker sammen i klasserommet (Lepper, Corpus & Iyengar, 2005). Det betyr at en elev kan ha både indre og ytre motivasjon for å lære matematikk. Motivasjonen er avgjørende for elevers presentasjon i matematikk, og forskning sier at elever som er indre motivert presterer bedre enn elever som kun er ytre motivert. Ut fra dette så hevder Lepper et al., (2005) at dersom elever er interessert og engasjert i læringsprosessen, vil de lære mer og utvikle større forståelse i faget. Forskning hevder at elever sin indre motivasjon ofte synker med økende alder i skolen (Leper et al., 2005; Wæge & Nosrati, 2018, s. 21). Utfra dette perspektivet kan en tenke seg viktigheten av å utnytte elever på 1.trinn som er full av indre motivasjon for og lære mest mulig i matematikk.

3.2 Læringsmiljøet som faktor i arbeid med utforskning og problemløsing

3.2.1 Læringsmiljø – og klasseromskultur

Som lærer mener Pennant (2013) at en bør opparbeide seg et læringsmiljø som gir elevene støtte til å utvikle ferdigheter de trenger å håndtere problemer. En rik klasseromskultur innebærer at tenking blir verdsatt, ingen svar er dumme og feile svar kan være nyttig, alle elevene er aktive og forslagene blir verdsatt, elevene lærer i samspill med lærer og det er viktig med samtale og diskusjoner i klassen. Klarer en lærer dette har enn utviklet et læringsmiljø som initierer til arbeid med utforsking og problemløsing ifølge Pennant (2013). Kilpatrick, Swafford & Findell (2001) fremhever betydningen av problemløsing for elevenes læring og forståelse i matematikk. De mener at problemløsing bør være en arena der alle deler av matematisk kunnskap møtes. Dette kan bidra til at elevene får mulighet til å se all den matematiske kunnskapen sin i sammenheng. Det kan også være nyttig for lærerne for å vurdere elevenes arbeid og kunnskap.

Det er gjennom undervisningen at elevene skal lære å utforske og undersøke matematiske problemstillinger. De skal kunne planlegge metoder for å kunne løse det matematiske problemet, men også forklare og begrunne løsningene. De skal oppmuntres til å undre seg og stille nye spørsmål, som igjen skal utforskes og prøve å løses. Utforskende undervisning skiller seg fra undervisning som er basert på et oppgavediskurs på mange områder. I undervisning basert på oppgavediskursen skal elevene lære hvordan de skal løse oppgavene, men det er ikke fokus på hvordan metoden virker slik det er i utforskende undervisning (Stedøy, 2018).

Et læringsmiljø som er velkjent for å arbeide utforskende er Skovsmose sitt undersøkelseslandskap. Han hevder at elevene ikke kan arbeide i et undersøkelseslandskap uten motivasjon (Skovsmose, 2003, s. 143). Fuglestad (2010) hevder at inquiry er et viktig stikkord i arbeid med utforsking. Dette siden inquiry handler om å stille spørsmål, undre seg, undersøke, utforske, eksperimentere og søke etter kunnskap. Dette er metoder som er nært knyttet til samtale om løsningsprosessen i problemløsingsoppgaver også. Ut fra dette kan en si at elever som arbeider med oppgaver med potensiale for utforsking og problemløsing ut fra analyseverktøyet bør bli bevisst på inquiry av læreren kontinuerlig gjennom prosessen.

3.2.2 Sosiomatematiske normer

Læringsmiljøet i et matematikklasserom blir påvirket av både sosiale og sosiomatematiske normer (Yackel & Cobb, 1996). De sosiale normer omhandler lærerens rolle og makt med tanke på mulighet til hvordan læreren kan initiere til gruppearbeid eller individuelt arbeid, hvordan ordet fordeles i undervisningssituasjoner eller hvordan det er legitimt at elevene argumenterer for sine meninger i klasserommet. De sosiale normene finner en i alle fag, og er ikke spesielt knyttet til matematikk, men de finnes i matematikklasserommet og er viktig her for å kunne drive med arbeid som utforsking og problemløsing eksempelvis.

De sosiomatematiske normene omhandler de normative aspektene, som er spesifikk for elevenes og lærerens matematiske aktiviteter i matematikktimene. Det betyr eksempelvis hva som regnes som, og vurderes som en løsning på et matematisk problem eller oppgave. Hva som sees som en effektiv løsning, eller hva som regnes som en forklaring eller et bevis på oppgaven. Dermed er det de sosiomatematiske normene som ligger til grunn for om et læringsmiljø har riktige rammer for arbeid med utforsking og problemløsing. Videre avgjør de sosiomatematiske normene hva som er en løsning på et matematisk problem eller ikke. Er det eksempelvis et læringsmiljø som ser på viktigheten av den matematiske prosessen elevene befinner seg i under løsning av et regnestykke, så er det større rom for utforsking og problemløsing enn om læringsmiljøet har et stort svarfokus.

De ligger også til grunn for hvordan den matematiske kommunikasjonen er i klasserommet. Sosiomatematiske normer kan føre til at elevene for eksempel lærer seg å oppdage, vurdere og sammenligne medelevene sine løsninger på oppgaver i matematikken. Utfra det kan en si at sosiomatematiske normene kommer til syne gjennom elevenes adferd i klasserommet. Matematikken står sentralt i hver sosiomatematiske norm som finnes i læringsmiljøet i klassen, fordi normene fører til ulike klassemiljø. I forlengelsen påvirker sosiomatematiske normer elevenes problemløsing, matematiske og kritiske tenkning og hvordan de arbeider med matematikken (Yackel & Cobb, 1996). En kan altså si at en er avhengig av de sosiomatematiske normene om det skal være et læringsmiljø som legger til rette for utforsking og problemløsing. Lærer elevene dette fra tidlig av og får mulighet til å utvikle seg gjennom skoleløpet vil de til slutt blir gode problemløsere. For det er en prosess som tar tid å utvikle.

3.3 Lærerens rolle for arbeid med utforskning og problemløsing

Denne studien har ikke fokus på lærerrollen, men læreren sin rolle er helt nødvendig å nevne på grunnlag av hvor viktig den er i klasserommet. Det er læreren som avgjør hva undervisningen skal omhandle, og det er de som gjennomfører undervisningen. De bestemmer også hvilke stoff elevene skal gjennom, og hvilke oppgaver de skal gjøre. Det er lett å undervurdere betydningen lærerens opptreden har for å etablere et miljø for matematisk problemløsing i en klasse. I tillegg til at læreren legger vekt på eksplisitt undervisning når elevene skal lære nye problemløsingsstrategier, bør problemløsing utgjøre en sentral del av matematikkundervisningen (Stedøy & Thorkildsen, 2018). Fuglestad (2010) mener at det er opp til lærerne om elevene skal bli aktiv med utforsking og undersøkelse siden det er helt avgjørende at de får oppgaver som gir mulighet for det. Dermed kan en si at læreren har en helt sentral rolle i læringsmiljøet som finnes i et matematikklasserom, og for å danne og opparbeide et rikt læringsmiljø for elevene i matematikk og andre fag.

Det er lærerne som skal motivere elevene til matematikklæring når det handler om implementering av problemløsingsoppgaver. Ved å gi de muligheten til å drive utforsking og løse problemmer, som bygger på og utvikle matematikkforståelsen deres videre. Læreren skal også velge problemer som gir elevene muligheter til å velge flere ulike strategier, verktøy og representasjoner i utførelsen, og prioritere kognitivt krevende oppgaver til elevene fremfor rutineoppgaver. Læreren skal støtte elevene som utforsker en problemstilling uten å påvirke og ta over elevens tenking. Til slutt skal læreren oppfordre elevene til å bruke ulike tilnærminger og strategier for å forstå og løse de ulike problemløsingsoppgavene (Stedøy & Thorkildsen, 2018).

Det er læreren som er lederen i klasserommet og den som leder klassen. Det er lærerens valg og handlinger som er avgjørende for utviklingen av læringskulturen som skapes i klasserommet. Her har lærerens egne normer og verdier ofte en avgjørende rolle for hvordan dette blir. Lærerens oppgave er også å styre det sosiale systemet som skal fremme læring og trivsel i klassen. Å lede læringsaktivitet innebærer å legge til rette for mestringsopplevelser for alle elever i klasserommet. Å være i en situasjon som man ikke mestrer, vil kunne svekke egne forventninger om læring og dermed kunne føre til lav motivasjon. Dermed kan en si at læreren er den viktigste faktoren for elevens læring (Postholm, 2013, s. 293). Karlsen (2014) hevder i forhold til arbeid med undersøkelseslandskap at det er lærerens ansvar å velge ut gode oppgaver til elevene. Oppgaver som bidrar til at elevene er motiverte og engasjerte for å ta fatt på arbeidet med dem. Det er også lærerens rolle å invitere elevene inn i undersøkelseslandskapet, lede de matematiske samtalene med elevene som kommer opp i arbeid med oppgaver innenfor utforsking og problemløsing i et undersøkelseslandskap. I slutten av en slik aktivitet er det læreren som må lede en oppsummering om de matematiske ideene elevene har undersøkt i timen. Det blir bare et undersøkelseslandskap om elevene blir med og responderer på lærerens spørsmål som eksempelvis kan være ‘’hva hvis?’’. Dermed kan en si at her har læreren en vesentlig og grunnleggende pedagogisk oppgave i å vurdere hvilke landskaper som faktisk kan fungere som undersøkelseslandskaper i forhold til elevgrupper. Det er eksempelvis alder, interesse, kjønn som er faktorer en må ta i betraktning. Det er ingen tema som er undersøkelseslandskap i utgangspunktet, men det er en måte å møte matematikken på ved invitasjoner gitt fra lærer til elevgrupper og når disse blir mottatt (Skovsmose, 2003, s. 148).

Det kan diskuteres hva som er positive normer i matematikk og hva som er viktig matematisk innhold. Boaler (2016) har nevnt syv punkter hun mener er essensielle i arbeid med matematikk, og som krever riktig innsats og holdning av lærer. I første punktet vektlegges det at alle kan lære matematikk, for som lærer må en få elevene til å tro på seg selv. For enkelte elever krever det større innsats for å heve nivået i matematikk. Andre punkt er at feil i matematikken er verdifulle, fordi ved feil må en gruble, og dette gir verdifull læring for elevene. Videre på punkt tre får hun frem viktigheten av utforsking når hun understreker viktigheten av å stille spørsmål i matematikken. Boaler (2016) hevder at å stille spørsmål er viktig og at elevene alltid skal stille spørsmål, og ingen spørsmål er dumme. Hun nevner også i et av punktene at matematikk er å være kreativ og skape forståelse, og kjernen i matematikken handler om å visualisere mønster og løsninger som kan ses på med et kritisk blikk og diskuteres. Et annet punkt er at matematikk er et sammenhengende emne som handler om koblinger og kommunikasjon. Matematikken kommuniserer med ulike representasjoner i mange former, som ord, bilde, graf, likning og å koble representasjonene sammen. Nest siste punkt er at det ikke er avgjørende å jobbe hurtig med oppgavene. Det er viktigere å danne forståelse ved arbeidet. Siste punkt er at matematikk handler om å lære, og at det er et vekstfag som tar tid å lære seg og det handler om innsatsen til elevene (Boaler, 2016).

Spesielt på småskoletrinnet er lærerens rolle viktig, og måter å tilrettelegge utforsking og problemløsing kan være. At elevenes undersøkelser blir rettet direkte mot matematiske problemstillinger (Johnsen-Høines, 2020, s. 178). Disse kan for eksempel undersøke tallstruktur eller mønster på 1.trinn. Da kan det videre settes søkelys på å utvikle egne, og utforske medelevenes strategier og tenkemåter. Utforskning bidrar til dybdelæring (Utdanningsdirektoratet, 2020), men det tar tid å utvikle utforskning som arbeidsmåte.

Pennant (2013) har utarbeidet åtte aspekter som læreren bør reflekter over når det gjelder problemløsing, som vist i Figur 1. Aspektene står sentralt for å lykkes med undervisning av et emne, og går ut på at læreren tenker over hvem som snakker mest i fellestiden i matematikktimene, og hvilke typer spørsmål som stilles. Er det alltid de samme elevene som svarer eller varierer dette, og hvordan læreren lytter til svarene fra elevene og hvordan de blir brukt videre. Det ene aspektet er om elevene er trygge på å ta sjanser, prøve ut ideene sine, og om de tørr å gjøre feil. Hvordan læreren legger til rette for læring i undervisningen og hvordan kroppsspråket til læreren er gjennom undervisningsøkten. Ut fra dette kan en si at læreren kan støtte elevenes læring i utforsking og problemløsing ved å utvikle et læringsmiljø som vektlegger innsats og strev, og der feil er en naturlig del av læringsprosessen som skjer i klasserommet (Pennant, 2013).

Aspects to consider	More information on each aspect
1. Who does most of the talking in whole-class parts of the lesson?	Generally, in a strong problem-solving environment the teacher needs to be doing around 30% of the talking and the students 70%. What do you notice about the balance in your classroom? What type of things are you saying when you are talking? Explaining how to do something? Asking questions?
2. What questions do I ask?	Do you ask closed questions such as, 'can you see how the system works?' or open questions such as, 'what system can you see emerging in this problem?'.
3. Who answers the questions?	Is it the mostly the same students? Is it the more articulate ones? Is it more often boys or girls?
4. How well do I listen to the students' answers and seek to understand what they are saying?	Do I respond by telling the whole class what I think a particular student said without checking with them? Do I slightly adjust what they said to make better sense or fit a 'better/right answer'? Do I ask the student a 'clarification' question, such as 'can I just check what I think you said was …'?
5. What do I do with the students' answers?	Do I praise them for a fabulous answer? Do I simply evaluate their answers with comments such as 'Good', 'Well done', 'Right', 'OK', 'No', 'Think again'? Do I carry on with the next thing I was going to say? Do I ask other students to comment on what was said? Do I ask another follow-up question such as 'are you sure?' or 'how do you know that?'?
6. How do I facilitate the learning?	Do I explain how it needs to be done and make sure they understand it as fully as possible before working on their own? Do I give them key pointers/hints/clues to help them? Do I pull out the learning from the students' thinking and use that to develop the journey of the lesson?
7. How confident are the students to take a risk, to try out ideas, to make mistakes?	What evidence is there of the students taking a risk in what they offer to the discussion or ideas that they try out? What evidence is there that the students are trying out their ideas rather than replicating mine? When is it helpful for them to replicate mine? What do I do when a student makes a mistake or follows a 'dead end' line of thought?
8. What does my body language communicate?	Do I communicate interest/acceptance/frustration/disapproval …? How does my body language change through the lesson?

Figur 1 – hentet fra Pennant (2013)

Det er ikke enkelt for lærerne å plukke ut nøkkelelementene i lærebøkene, fordi lærebøkene er fullstappet med mange ulike matematiske emner (Killpatrick & Swafford, 2002). På bakgrunn av dette kan gjennomgangen av viktige matematiske emner oppleves som mangelfullt, og heller repeterende for mange elever enn lærerikt. Kilpatrick & Swafford (2002) hevder at elevene lærer mindre enn de har potensiale for. Elevene får standardiserte tester, som stort sett måler ferdigheter på et lavere nivå istedenfor å få utfordringer av typen problemløsende oppgaver som trengs i det moderne samfunn.

4 Oppgavers utforming som faktor i arbeid med utforskning og problemløsing

Problemløsing kan ha utgangspunkt i et enkeltstående problem, som ofte opptrer i avgrensede tekstoppgaver, i motsetning til åpnere problem som inngår i utforsking og undersøkelser av matematiske sammenhenger. Karlsen (2014) har definert et slikt åpnere problem inn under rike oppgaver. Oppgaver som kan stimulere til utforskning for alle elever bør ha en lav inngangsterskel og samtidig gi rom for utvidelse og utfordringer på forskjellige nivå. Oppgavene kan være lukkede, delvis åpne eller helt åpne. En lukket oppgave har bare begrensede løsningsmetoder, og løsningene er faste og udiskutable. En delvis åpen oppgave, kan ha mange ulike løsningsmetoder, men løsningene er fortsatt faste og udiskutable. En helt åpen oppgave har mange ulike løsningsmetoder, og elevene må muligens gjøre forutsetninger og valg, slik at løsningene kan bli veldig forskjellige (Wæge & Nosrati, 2018, s. 79).

Enhver matematikkoppgave kan være utgangspunkt for utforsking ved at du som lærer «åpner» den. Det kan gjøres på mange måter. Du kan utelate noen opplysninger. Du kan forandre på noe, utforske hva som skjer hvis …, og sammenlikne de ulike resultatene. Du kan stille større krav til forklaringer. Be elevene lage et lignende problem som er vanskeligere eller lettere. Be elevene stille nye spørsmål og endre på forutsetningene i oppgaven. Be elevene å undersøke om resultatene kan generaliseres. Hvis elevene skal kunne arbeide utforskende er det flere forutsetninger som må være til stede. Boaler (2016) peker på følgende:

- Åpne opp oppgavene sik at det kan brukes flere metoder, løsninger og representasjoner
- Presentere problemstillingen før metodene er undervist
- Bruke visualisering og utfordre elevene til å tegne de matematiske situasjonene og forklaringene
- Utvide oppgaven så det blir lav inngangsterskel, men «høyt tak»
- Be elevene begrunne og være kritiske

Det er ikke nødvendig å oppfylle alle strekpunktene over. Hvis ett eller flere av forutsetningene er oppfylt, vil det kunne resultere i at elevene arbeider utforskende.

4.1 Oppgaver i matematikklasserommet

En matematisk oppgave kan defineres som spørsmål, som spør om ukjent informasjon som kan finnes ved å benytte matematiske operasjoner (Hana, 2013, s. 224). Å løse oppgaver er for mange kjennetegn på hva en matematikktime inneholder. Der målet har vært å rekne flest oppgaver, og komme lengst i lærebøkene sine. Denne hypotesen kan en si ble bekreftet etter studien til TIMMS Video Study 1999 (Hiebert m. fl., 2003; Hana, 2013, s. 224) som er en internasjonal studie. De skulle undersøke matematikkundervisningen i syv land for å sammenligne og se på ulikheter. Et av hovedfunnene fra studien er hvordan oppgaver dominerer matematikkundervisningen i alle de deltakende landene. I studien ble definisjonen på oppgaver at det er et spørsmål, som spør om ukjent informasjon og som en kan finne svar på ved å benytte matematiske operasjoner.

I studien ble det også undersøkt hvor stor del av undervisningstiden som ble brukt på arbeid med oppgaver. Da ble ikke introduksjon og presentasjon av begrepet medregnet, det ble heller ikke å relatere matematikk til den virkelige verden, gi et overblikk eller sammendrag av timen. Likevel viste undersøkelsen at alle landene som var med i studien at over 80% av undervisningstiden ble brukt på arbeid med oppgaver. Ut fra dette kan en se at det er oppgaver som dominerer matematikklasserommene verden over. Det som blir nevnt som baksiden ut fra studien er at det gjerne er arbeid med oppgaver av lav kompleksitet som blir gitt flest av. Dette er oppgaver som forventes å bli løst på kort tid og at det blir arbeid med en rekke slike oppgaver på samme nivå i samme time (Hiebert m. fl., 2003; Hana, 2013, s. 224).

4.1.1 Åpne og lukkede oppgaver

Et annet skille finnes mellom åpne og lukkede oppgaver i matematikken. I en lukket oppgave er oppgaven entydig formulert i oppgaveteksten og det er bare et riktig svar. Gjennom tidene har det vært mest av de lukkete oppgavene i lærebøkene. Det kan da være et regnestykke eller en tekstoppgave som inneholder et svar. Åpne oppgaver er en kontrast til lukkede oppgaver. Dette er oppgaver som kan løses på ulike måter, og gjerne med flere riktige svar. De krever mer ettertanke og mer enn et enkelt svar på ett ord å besvare. Det er ikke slik at en åpen oppgave er automatisk god, og motsatt når det gjelder lukket oppgaver. En åpen oppgave kan for eksempel være for åpen og da kan elevene synes at det er vanskelig å vite hvor en skal starte eller hva som forventes av en (Hana, 2013, s. 238).

4.1.2 Kognitiv krevende oppgaver

En kognitiv krevende oppgave for elevene vil bidra til økt forståelse og fremme indre motivasjon og læringsmål i matematikken (Pantziara & Philippou, 2007; Wæge & Nosrati, 2018, s.79). En oppgave som er kognitiv krevende må inneholde noen former for utfordring for elevene. Lærerne må være bevist på at det blir gitt kognitivt krevende oppgaver, og at disse ikke omformuleres til noe mindre krevende i løpet av matematikktimen. Det betyr ikke at en kognitivt krevende oppgave skal være for vanskelig (Pantziara & Philippou, 2007; Wæge & Nosrati, 2018, s.79).

Kognitivt krevende oppgaver kan være oppgaver som krever mer av elevene enn å kjenne til reglene for addisjon for eksempel på 1.trinn. De må skjønne tanken bak regneoperasjonen. Dette er krevende å få til, men i et klasserom der elevene får arbeide med kognitivt krevende oppgaver vil det bidra til økt forståelse og fremme indre motivasjon i matematikk for elevene. Kognitivt krevende oppgaver betyr ikke at den skal være for vanskelig, men by på utfordringer for elevene. En lærer må være bevisst på at de kognitivt krevende oppgavene elevene får ikke blir omformulert til noe mindre krevende i løpet av en undervisningsøkt. Fordi da mister oppgaven hensikten sin. Matematikklærerne må være bevisst på at de kan gi faglig støtte, men beholder forventingene til elevene. Faglig støtten må ikke bidra til at de kognitive kravene reduseres. Alle elever trenger høye krav, og ikke bare de høyt presterende elevene i matematikk (Wæge & Nosrati, 2018, s. 80).

Oppgaver med høye kognitivt krav blir delt inn i prosedyrer med sammenheng og matematisk tenking av Valenta (2016). Det er denne oppdelingen analyseverktøyet har gått ut fra. Kjennetegn på en oppgave med prosedyre med sammenheng kan være at oppgavene fokuserer på å utvikle bedre forståelse for matematiske begreper ved hjelp av prosedyrer. De bruker brede og generelle strategier for å finne en løsning, strategier som knyttes til de underliggende begreper som begrepet addisjon eller begrepet subtraksjon på 1.trinn. Oppgavene fokuserer ikke på algoritmer, som kan være et hindre for utvikling av begrepsmessig forståelse for elevene. Begrepene og prosedyrene representeres på ulike måter – diagrammet, konkreter, symboler, regnefortelling og bilder eksempelvis. Dette kan støtte utviklingen av begrepsmessig forståelse for elevene. Prosedyrene i oppgavene kan ikke følges blindt, og elevene må forsøke å forstå sammenhengene i arbeidet med oppgaven (Valenta, 2016, s. 5).

Kjennetegn på oppgaver med matematisk tenking er at de krever kompleks tenking for å finne en fremgangsmåte, og arbeidet med oppgaven leder frem mot en algoritme eller en prosedyre som kan brukes videre. Oppgaven krever at elevene utforsker og utvikler forståelse for matematiske begreper, prosesser og relasjoner underveis i arbeidet. Elevene må vise selvregulering av eget arbeid underveis med arbeidet med oppgaven. Det er nødvendig å bruke relevante forkunnskaper og erfaringer, og finne en måte å bruke kunnskapen de allerede har opparbeidet seg underveis i løsningsprosessen med oppgaven. Elevene selv må finne ut av fremgangsmåter som er nødvendig for løse oppgaven, og begrunne valgene og vurdere om det var en rimelig måte å løse oppgaven på. Dette er oppgaver som stiller høye krav og dermed kan elevene bli usikre på grunn av ukjente elementer underveis i prosessen (Valenta, 2016, s. 6).

4.1.3 Oppgaver med lav inngangsterskel og stor takhøyde (LIST)

Er det mulig for læreren å gi alle elever en kognitivt krevende oppgave når en har en klasse med elever på mange ulike prestasjonsnivåer i matematikk? Fordi en oppgave som er passe utfordrende for noen, vil jo være for lett for andre. Ifølge Wæge og Nosrati (2018, s. 82) er dette mulig. Hvordan kan en og samme oppgave være både kognitivt krevende og oppnåelig for to elever på to helt forskjellige nivåer? Rike oppgaver kvalifiseres som dette. Rik oppgave har LIST som kjennetegn.

Se for deg et rom som er veldig lett å gå inn i. Et par små steg så er du inne. Når du først har kommet inn, er det mange muligheter for utforsking og problemløsing. Mange av de er små og enkle, mens andre er mer utfordrende. Den eneste begrensingen for valg av oppgave er rommets takhøyde og hvor høyt du kan nå. Det er dette de rike oppgavene med LIST baserer seg på. Oppgavene har en lav inngangsterskel som gir alle elever mulighet til å begynne å arbeide, samtidig som de gir elevene mulighet til å jobbe etter egne interessert og nivåer. Oppgavene gir også muligheter for å jobbe med ordentlige utfordrende matematikk og gir rom for bruk av forskjellige løsningsstrategier (Wæge & Nosrati, 2018, s. 83).

Tre egenskaper for å klassifisere en oppgave som LIST (Wæge & Nosrati, 2018, s. 84).

1. Oppgaver med lav inngangsterskel og stor takhøyde fremmer en positiv klasseromskultur der hele klassen arbeider sammen, samtidig som alle jobber på sitt nivå innenfor den samme åpne oppgaven. Dette bidrar til at også diskusjoner i plenum blir mer meningsfulle. Fordi alle kan bidra på sitt vis, og lærer og blir inspirert av hverandre fremgangsmåter og resonneringer.

2. LIST-oppgaver gir elevene muligheten til å vise det de kan, snarere enn det de ikke kan. Når takhøyden på oppgaven er stor er det rom for at elevene kan overraske læreren med hvor mye de forstår og behersker i matematikk.

3. LIST-oppgaver gir elevene muligheten til å tenke på sofistikerte måter. Mange tror at den neste måten å utfordre elever på er å gi dem mer innhold eller nye temaer på et høyer nivå. I LIST-oppgaver kan det matematiske temaet, og innholdet være forholdsvis enkelt, men nivået på tenkingen som kreves for å løse dem, er sofistikert.

4.1.4 Oppgaver med åpen start- eller målsituasjon

Open ended oppgaver: Open-start, open-end og open-start + open-end.
i denne studien blir alle tre kategoriene omtalt som open-ended om det omhandler alle tre.

Oppgavetypen Open-ended er en metode som passer å brukes i klasserom for å fremme matematisk diskusjon. Det er fordi at ved å bruke oppgaver av denne typen får elevene utfolde seg i problemet, og det er i mange ulike løsningsstrategier som kan brukes for å finne løsningen. Dermed legges det et grunnlag for at elevene kan sammenligne prosessen frem mot målet med hverandre, og dette kan utvikles til en matematisk samtale eller diskusjon. Metoden ble kjent i Japan tidlig på 1970 tallet med at de hadde en åpen tilnærming til oppgavene. Ideen om å bruke open-enden oppgaver i skolematematikk har blitt skrevet om i enn eller annen for i læreplaner verden i flere år. For eksempel i matematikkplanen for den omfattende skolen i Hamburg (Tyskland) blir omtrent en femtedel av undervisningstiden fri for innhold, for å oppmuntre til bruk av matematiske aktiviteter. I California foreslår de open-ended problemer som skal brukes i vurdering ved siden av vanlige testene. I Australia er noen open-ended problemer brukt i den endelige vurderingen siden slutten av åttitallet (Pehkonen, 1997, s. 8)

I Japan ville de lage en definisjon på hva "open-ended oppgaver" er. På bakgrunn av at det ikke fantes en klar definisjon på kategorien. Under diskusjonen ble flere typer problemer fremmet: undersøkelser, problemstilling, situasjoner i virkeligheten, prosjekter, problemfelt, problemer uten spørsmål og problemvariasjoner. Ut fra denne forklaringen har Pehkonen (1997, s. 8) laget sin egen definisjon på hva open-ended oppgaver er. Det blir illustrert som en paraply som inneholder alle de nevnte problemer som ble fremmet i diskusjonen i Japan.

4.1.5 Oppgavetyper som kan ha åpen start- eller målsituasjon

I analyseverktøyet finner en oppgavetypen open-end, som inneholder oppgavene open-start, open-end og open-start + open-end. Dette er oppgaver som kjennetegnes at de har en åpen start- eller målsituasjon.

I open-start så er det startsituasjonen som er åpen, og målsituasjonen fastsatt. I open-end er det motsatt, der er målsituasjonen åpen, men starten er lukket. I open-start + open-end er begge situasjonene åpen. Det vil si at både starten- og målsituasjonen er åpen i en oppgave innenfor denne kategorien. Oppgavetyper som rike oppgaver og regnefortelling definert som open-ended oppgaver siden dette også er kategorier som kjennetegnes at de har en åpen start eller målsituasjon.

Phekonen var en forkjemper for oppgaver av denne typen av flere grunnet. Det som var fremtredene i skolematematikken og skolemateriellet som i lærebøker, var at det ble brukt lukede oppgaver (Phekonene, 1997, s. 9). Disse gir ikke elevene rom for å tenke kreativ og utfolde seg nødvendig. I denne studien blir det interessant å se om Phekonene sine funn fra 1997 fortsatt stemmer i lærebøkene i matematikk som er utgitt etter LK20.

Open-start oppgave kan være plump som er et velkjent spill i matematikken. Fordelen med plump er at en kan tilpasse spillet i stor grad til nivået som skal spille. Elever på 1.trinn kan eksempelvis begynne med to terninger og tall opp til ti, også høyere når de har lært det. Det er også mulig i dette spillet å bruke vanlig terning, men også her kan en tilpasse om en vil bruke med færre siffer eller flere. Så kan en avgrense om en vil bruke alle fire regneartene eller bare addisjon og subtraksjon. I open-end oppgaver er det en fastsatt startsituasjon, og ut fra denne kan de drive utforskende arbeid og forme situasjonen slik de vil. Her vil trolig elevene få ulike målsituasjoner, som gir gode muligheter for matematisk samtale om oppgavene. Ved at elevene selv forklarer hva de har gjort og kommet frem til vil de få en dypere forklaring av det hele. Et eksempel fra open-end kan være at du har 10 kr i butikken, hva kan du kjøpe for det?. Open-start + open-end inneholder både åpen mål- og startsituasjon og en oppgave innenfor her kan være at elevene skal komponere en regnefortelling.

Eksempler på alle oppgavetypene innenfor open-end fra læreverkene blir presentert i analysen, kapittel 7.2.3.

4.1.5.1 Regnefortelling

Regnefortelling blir for mange sett på som en spesiell form for tekstoppgave i matematikken. Forskjellen på tekstoppgaver og regnefortelling kan sies å være at tekstoppgaver inngår i lærebøkenes oppgaverekke og den skriftlige sjangeren bærer preg av det. Regnefortelling knyttes ofte tettere til det muntlige språket, og gjerne erfarte situasjoner for elevene. Regnefortellinger har ønsker om å få frem matematikk i ulike daglige situasjoner og å konkretisere matematiske tenkemåter ved å vise hvordan matematikk brukes (Johnsen-Høines, 2020, s. 141). Dermed kan en plassere regnefortellinger i rommet mellom hverdagsspråk og formelt matematisk språk, og mellom rene matematiske regnestykker og matematikk i anvendelse. Videre ville det ifølge Johnsen-Høines (2020) vært ideelle i forbindelse med regnefortellinger vært at elevene gjennom de fikk praktisere matematiske sammenhenger i sitt språk, og at språket i regnefortellingene var deres eget. Dermed kunne regnefortellingen vært en støtte for å gjøre språk av 2.orden til språk av 1. orden, og at elevene får erfaring at matematikk i praksis. Tre kategoriseringer på regnefortellinger: Første kategori så er elevene forfatteren av regnefortellingen, og læreren initierer. Andre kategorien er at læreren er forfatteren og de har regien på historien. Siste kategorien er elevene fristilte forfattere av egen regnefortelling.

4.1.5.2 Rike oppgaver

Skille mellom hva som defineres som en åpen oppgave og hva som defineres som en rik oppgave er ikke alltid helt enkelt å forstå i matematikken. Herheim (2007) sier at rike oppgaver ofte står i kontrast til lukkede og standardiserte øvingsoppgaver som gjerne har vært det mest fremtredende i matematikken gjennom tidene.

For å vite om en oppgave er en rik oppgave har Hedrén, Taflin & Hagland (2005) definert noen kriterier. Et rikt problem eller oppgave er en oppgave som skal introdusere viktige matematiske ideer eller visse løsningsstrategier. Problemet skal også være lett å forstå, slik at alle har mulighet til å arbeide med det. Problemet som blir gitt i en rik oppgave skal oppleves for elevene som en utfordring, og den skal kreve anstrengelse fra dem, og ta tid å løse. Den rike oppgaven skal kunne løses på ulike måter ved brukt av ulike matematiske strategier og representasjoner. Oppgaven som blir gitt skal initiere til en matematisk diskusjon som har utgangspunkt i løsningene elevene har kommet frem til via utregning, og disse viser ulike typer strategier, representasjoner og matematiske ideer. Rike oppgaver er problemer som skal kunne fungere som brobygger mellom matematiske områder. Til slutt er dette oppgaver som skal være en bidragsyter til at elever og lærere utvikler og formulerer nye interessante problem og oppgaver til videre løsning som for eksempel hva hvis ….? Hvorfor er det sånn ….? Osv.

Over ser en kriteriene en rik oppgave skal inneholde, og det motsatte av en rik oppgave vil være en fattig oppgave. I en fattig oppgave blir matematikken forenklet gjennom å bli delt opp i for mange små deloppgaver, og elevene vil ikke få muligheter til å ta avgjørelser om hva en skal gjøre og eventuelt hvordan en skal gjøre det. En rik oppgave kan bli gjort fattig gjennom at problemet forenkles av for eksempel læreren eller ved at læreren gir elevene hjelp som er rettet inn mot å finne svaret på bekostning av å lære matematikk (Hana, 2013, s. 245). Oppgaver kan være problemløsende men ikke utforskende. Det er et enkeltstående problem, som oftest opptrer i avgrensede tekstoppgaver, i motsetning til åpnere problem som inngår i utforsking og undersøkelser av matematiske sammenhenger. Karlsen (2014) har definert en slik oppgave til å høre til rike oppgaver.

4.1.6 Undersøkelseslandskap

Skovsmose (2003, s. 147) sier at om elevene befinner seg i en situasjon hvor de inviteres til, eller ikke kan unngå å stille spørsmål som ‘’hva hvis?’’ og ‘’hvorfor det?’’ så kvalifiseres dette til at de befinner seg i et undersøkelseslandskap. Et undersøkelseslandskap inviterer elevene til å gjennomføre en undersøkelse, men det er avhengig at elevene får invitasjon av læreren inn i undersøkelseslandskapet. Dermed kan en si at undersøkelseslandskapet inviterer elevene til læringsaktivitet gjennom tematisk tilnærming eller iscenesettelse.

Skovsmose (2003, s. 149) deler inn undersøkelseslandskap i tre deler. Der kan en skille undersøkelseslandskapene med at et består av å jobbe med ren matematikk, semi-virkelighet og med problemstillinger som stammer fra realitetens verden. Undersøkelseslandskap type 2 befinner seg in tallenes, mønsteret eller strukturens verden. Type 4 inneholder semi-referanser til virkeligheten derav navnet semi-virkelighet, men her er referansen strukturert i et undersøkelseslandskap. En god illustrasjon av denne type læring og undervisningsgrunnlag er taxigeometri. Se en by ovenfra også avgjøre kortest avstand fra a til b med taxi for eksempel. Er det mange ruter som er like lang og eventuelt hvor mange? Måles i blokklengder. Undersøkelseslandskap Type 6 kan kategoriseres som prosjektarbeid. Invitere elevene inn i et undersøkelseslandskap med en så reell referanse som mulig (Skovsmose, 2003, s. 149).

For elever på 1.trinn så kan undersøkelseslandskap type 2 eksempelvis være å eksperimentere med mønstrer i tallrekker. Ellers kan det være en oppgave; 3 + 5 = _ som kan erstattes med _ + _ = 8. Å undersøke strukturer i gangetabeller kan være et undersøkelseslandskap. Oppgavene er ikke styrt av fasit, her finnes mange spor og ulike løsninger. Dette er læringsaktivitetene som er undersøkende, drøftende og samarbeidende. I undersøkelseslandskap type 4 er semi-virkelighet som er en konstruert virkelighet innenfor undersøkelseslandskap. Eksempelvis kan en storyline være utgangspunktet der storyen fungerer som en ramme. Det blir dannet en fiktiv verden, og i denne verden oppstår det situasjoner og problemer av matematisk karakter. Elevene blir invitert til å sette seg inn i storyen og arbeider med situasjoner inni denne. På 1.trinn kan dette være oppgaver knyttet til penger, siden det har en kobling til den virkelige verden. Undersøkelseslandskap type 6, omhandler reelle referanser. Det er ikke læreren som styrer oppgavene for nå er det konteksten og diagrammet som fungerer som en invitasjon til elevene. de skal i undersøkelseslandskapet forske videre ut fra nysgjerrighet, egne undring og evner. Materialet innehar potensiale for undersøkende virksomhet (Skovsmose, 2003, s. 149).

5 Utvikling av analyseverktøy

Dette kapittelet er resultatet på problemområde a) av studien. I valg av analyseverktøy for oppgaven undersøkte jeg om det var mulig å finne et allerede utarbeidet analyseverktøy for å analysere lærebøker. Dette for å gjøre prosessen mer overkommelig for egen forskning, men også for å vite om det var utprøvd tidligere. Resultatet var at det finnes ikke mange analyseverktøy for lærebokanalyse. Det nærmeste jeg fant, og så har betydning for min studie er rammeverket laget av Charalambous, Delaney, Hsu og Mesa (2010) som er tilpasset lærebokanalyse. Analyseverktøyet har tidligere hatt mer fokus på hvilke oppgavetyper som er brukt med tanke på kognitive krav oppgavene stiller elevene. Det er heller ikke brukt på utvalgte tema for å avgjøre om det finnes potensiale, som i denne sammenheng er potensiale for utforsking og problemløsing i oppgavene. Charalambous, et al, (2010) undersøkte læreverk fra Kypros, Irland og Taiwan. Eksemplene viser at undersøkelsen deres tok utgangspunkt i brøkoppgaver fra lærebøkene i de tre landene. Dette analyseverktøyet er ikke tilpasset studie av lærebok- og læreverkanalyse som fokuserer på å lete etter potensiale for utforsking og problemløsing i læreverkene. Jeg har videre ikke lyktes i å finne andre analyseverktøy som er utviklet, og som har analysert konkrete oppgavetyper på samme måte som formålet med min studie er. På bakgrunn av dette så jeg det som en nødvendighet å utvikle et eget analyseverktøy for min studie, som var tilpasset i henhold til formålet med studien.

5.1 Charalambous, et al., sitt rammeverk for analyse

Analyseverktøyet til Charalambous, et al., (2010) blir selv beskrevet av forskerne som et rammeverk der hensikten er å undersøke læringsmulighetene i lærebøker innenfor matematikk. De følte behovet for et analyseverktøy som både gikk i bredden, men også i dybden. Dermed inneholder det både horisontal og vertikal analyse. Charalambous, et al., (2010) påpekte at før deres forskning så hadde forskerne enten satt søkelys på lærebøkene i sin helhet, og dermed var søkelyset rettet mot de generelle trekkene ved dem. Eller så hadde forskningen gått i dybden og sett på hvordan de ulike lærebøkene håndterte et enkelt konsept. På bakgrunn av dette ønsket forskerne å kombinere de to måtene å gjennomføre lærebokanalyse på, og skape et rammeverk som vektla dem likt.

HORIZONTAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Background Information	Overall Structure
• Title • Number of books • Pages (Number and Density) • Profile of authors and advisory committee • Publisher and year of publication • Accompanying materials (e.g., teachers' guides, resource materials)	• Number of units/lessons and average number of pages per unit/lesson • Structure of units/lessons • Topics covered • Sequencing of topics

VERTICAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Communicated to Students	Required of Students	Connections
Mathematical Content • Topic-specific construct, structure etc. (e.g. part-whole, ratio, operator, quotient, measure fraction constructs) • Definitions, rules, conventions • Illustrations-representations (irrelevant, relevant to the context but not to the mathematics, supporting the mathematics) *Mathematical Practices* • Worked examples • Modeling thinking *Attitudes* • Equity • View of mathematics	• Potential Cognitive Demands (memorization, procedures with connections, procedures without connections, doing mathematics) • Type of Response (answer only, answer and mathematical sentence, explanation, justification)	• Connecting within and between strands • Classroom instruction - textbook connections • Connecting to situations outside of school

Figur 2 – hentet fra Charalambous et al. (2010, s. 68)

Over, i Figur 2, ser en hvordan Charalambous et al., (2010) satte opp sitt analyseverktøy. Som nevnt er analyseverktøyet delt opp i en horisontal og en vertikal analyse. De to delene er igjen inndelt i ulike kategorier. Den horisontale analysen omhandler bakgrunnsinformasjon om læreboken og strukturen dens. Bakgrunnsinformasjonen handler om en beskrivelse av boken og dens bakgrunn. Strukturen går inn på emner og hvordan de blir organisert i boken. Den vertikale analysen er her delt i tre deler: kommunikasjon til elevene, hva som kreves av elevene og koblinger. Innenfor delen som omhandler kommunikasjon til elevene finner en det som går på matematisk innhold. Når det gjelder krav til elevene er dette delt i to deler, mulige kognitive krav og ulike typer svar. Den siste delen av den vertikale analysen, som er koblinger ser på både koblinger mellom ulike emner, mellom bøkene og læringen i klasserommet og kobling til elevenes hverdag utenfor skolen (Charalambous, et al., 2010). Det er altså et omfattende rammeverk som tar hensyn til mange aspekter ved lærebøkene i matematikk.

5.2 Utvikling av eget analyseverktøy

Siden analyseverktøyet til Charalambous et al., (2010) er utarbeidet for å forske på lærebøker kunne noen deler videreføres til mitt egenkomponerte analyseverktøy. Siden jeg vil se etter potensiale for utforsking og problemløsing i oppgaver i tre matematikklæreverk på 1.trinn, så kan navnene på aksene, horisontal og vertikal analyse bli videreført.

I den horisontale analysedelen ønsker jeg å se på læreverket i sin helhet med både lærebok og lærerveiledning. Dette for å se om det har blitt satt søkelys på utforsking og problemløsing som kjerneelement i introduksjonen eller underveis i kapitlene, og ikke bare gjennom oppgavene. Under struktur vil det i mitt analyseverktøy bli fokusert på hvilke kapitler analysen inneholder siden det ble for omfattende å undersøke hele læreverket i analysen. Dermed blir det i strukturen sett på analysekapitlene opp mot hverandre og hva læreverkene inneholder. Ut fra dette kan en si den horisontale analysen får et litt annet formål i denne studien. Formålet for horisontal analyse er nå å se hvordan læreverket i sin helhet fremmer utforsking og problemløsing utenom i oppgavene, og se på strukturen i kapitlene som blir analysert.

Det største arbeidet var prosessen med å videreutvikle underkategoriene i den vertikale analysedelen. Siden formålet med min studie er å finne potensiale for utforsking og problemløsing i oppgaver i matematikklæreverkene på 1.trinn som ble utgitt etter LK20. På bakgrunn av denne vinklingen på studien så jeg det nødvendig å lage egne kategorier for den vertikal analyse. Dette for å spisse det mer mot eget forskningsområde om utforsking og problemløsing. Utarbeidingen av kategoriene var tidkrevende, og det var avgjørende for min egen del å finne relevant forskning på feltet. Videre var det avgjørende å sette seg godt inn i forskningen. Slik at det var mulig å utarbeide kategorier som inneholdt potensiale for utforsking- og problemløsingsoppgaver.

Det var forskningen til Skovsmose (2003) om undersøkelseslandskap, Phekonen (1997) om open-ended oppgaver, Johnsen-Høines (2020) på regnefortelling, Wæge og Nosrati (2018) på rike oppgaver, Boaler (2016) om utforsking, og Valenta (2016) om kognitivt krevende oppgaver, som ble brukt som grunnlag i prosessen med å utvikle de vertikale kategoriene og kjennetegn for den vertikale analysen, som legger grunnlaget for å undersøke potensialet for utforsking og problemløsing i oppgavene i utviklingen av analyseverktøyet mitt. Ut fra dypdykket av forskningsartikler på området ble det komponert seks ulike kategorier som er omfattende, men som kan knyttes til oppgavetyper som inneholder elementer som krever utforsking og problemløsing. De seks kategoriene ble lagt under *type oppgaver* på den vertikale analysedelen. Kategoriene ble undersøkelseslandskap type 2, undersøkelseslandskap type 4, undersøkelseslandskap type 6, open-ended oppgaver inndelt i tre kategorier med open-start, open-end, og open-start + open-end. Det er mange ulike kjennetegn på kategoriene, og det er disse kjennetegnene som er det essensielle i datainnsamlingen. Fordi de utvalgte oppgavetypene i analyseverktøyet initierer til utforsking og problemløsing. Om oppgavene fra lærebøkene kan plasseres her vil det si at de inneholder utforsking og problemløsing. Siste del av vertikal analyse er kognitivt krevende oppgaver. Dette for å gjøre en parallell undersøkelse om oppgavene som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing, også er kognitivt krevende for elevene. Hvordan kategoriseringen av oppgaver inn i analyseverktøyet skjer i datainnsamlingen blir utdypet i kapittel 6.4.2. Sammensetningen av det nye analyseverktøyet blir presentert i Tabell 1.

5.2.1 Analyseverktøy

Horisontal analyse		
	Læreverket i helhet	
	Bokens struktur	
Vertikal analyse		
	Type oppgave	Kjennetegn
	Undersøkelseslandskap type 2	Ren matematikk: Befinner seg i tallenes, mønsteret eller strukturens verden. Tallinjer
	Undersøkelseslandskap type 4	Semi-virkelighet: Oppgaver som kan knyttes til den virkelige verden.
	Undersøkelseslandskap type 6	Realitetens verden: Gjerne prosjektarbeid. Invitere elevene inn i et undersøkelseslandskap med en så reel referanse som mulig.
	Open ended oppgaver : Open-start	Åpen start på oppgaven Dette er svaret, hva er oppgaven? Rike oppgaver Regnefortelling
	Open ended oppgaver : Open-end	Åpen slutt på oppgaven Regnefortelling Rike oppgaver
	Open ended oppgaver : Open-start and open-end	Åpen start og åpen slutt på oppgaven Regnefortelling Rike oppgaver
	Kognitiv krevende oppgaver	Kobling med sammenheng Matematisk tenking

Tabell 1 - Selvutviklet Analyseverktøy

Som en ser i, Tabell 1, så ble resultatet av studiens utvikling av analyseverktøy noe helt annet enn rammeverktøyet som ble komponert av Charalambous, et al. (2010). Nå er det blitt utviklet et analyseverktøy tilpasset formålet med analysen som det skal utføres på. Horisontal analysedel er nok så lik Charalambous, et al. (2010) sitt rammeverktøy, men det er utviklet en helt ny vertikal analyse del i det egenutviklede analyseverktøyet. Den er tilpasset forskningsfeltet til studien med å finne potensiale for utforsking og problemløsing i oppgaver i lærebøker i matematikk på 1.trinn. Under vertikal analysedel finner enn kategorien type oppgaver som er inndelt i seks ulike deler som blir nevnt over, og kjennetegn på de utvalgte oppgavetypene. Siste del av den vertikal analyse omhandler om oppgavene som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing, også er kognitivt krevende for elevene å utføre. Hvordan kategoriseringen av oppgavene som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing, og er kognitivt krevende blir beskrevet i kapittel 6.4.3 i metoden.

Kategoriene undersøkelseslandskap og open-ended er omfattende. Skovsmose (2003) har utviklet undersøkelseslandskap som en kontrast av oppgavediskursen. Her blir elevene invitert inn av læreren til et undersøkelseslandskap som enten inneholder ren matematikk, og lete etter mønster. Ellers noe som kan knyttes til semivirkelighet, og til slutt er det undersøkelseslandskap som er helt i realitetens verden. Phekonen (1997) sin open-ended har en vid definisjon, og flere kjennetegn. Dette er oppgaver som inneholder oppgaver med åpen start eller målsituasjon, og blir dermed kategorisert som tre typer open-start, open-end og open-start + open-end. Andre kjennetegn er oppgaver som Regnefortelling, rike oppgaver og oppgaver med ordlyden her er svaret, hva er oppgaven blir plassert inn under her. Dette på grunnlag av at dette er oppgavetyper som i stor grad inneholder et åpent ledd i utformelsen sin.

Siste rad i analyseverktøyet er kognitivt krevende oppgaver, og her skal det undersøkes om oppgavene som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing også er kognitivt krevende for elevene å arbeide med. Analyseverktøyet inneholder dette leddet på bakgrunn av kvalitetene og fordelene en finner i oppgaver som er kognitivt krevende. Det er undersøkt om oppgavene er prosedyrer med sammenheng eller matematisk tenking som kjennetegn på om matematikkoppgavene er kognitivt krevende for elevene. En oppgave som er kognitivt krevende med enten prosedyre med sammenheng eller matematisk tenking trenger ikke være alle punktene som nevnes i kapittel om kognitivt krevende oppgaver 4.1.2, men oppfylle et av kriteriene. Det er det som er tatt utgangspunkt i denne studien når en ser på kognitivt krevende oppgaver på 1.trinn så er det om oppgavene tilfredsstiller et av kravene.

6 Metode

I dette kapittelet vil jeg presentere min metode som er brukt i forbindelse med datainnsamlingen. Vilhelm Aubert (1985, s. 196; Dalland, 2020, s. 53) hevdet at ‘’En metode er en fremgangsmåte, et middel for å løse problemer og komme frem til ny kunnskap. Et hvilket som helst middel som tjener formålet, hører med i arsenalet av metoder.’’.

Metoden er redskapet en kan bruke når en vil undersøke noe. Et hjelpemiddel for å samle inn data. Å velge en bestemt metode i forskningsprosjekter gjøres på bakgrunn av at akkurat den metoden egnes seg best i å undersøke valgt problemområde på best mulig måte (Dalland, 2020, s. 53).

6.1 Forskningsmetode

Det er to ulike metodiske tilnærminger innen forskningsmetode for datainnsamling. Kvalitativ metode og kvantitativ metode. Dette er to omfattende metoder som har mange valgmuligheter innad. Kvantitativ metodene gir data i form av målbare enheter. Kvalitativ datainnsamling betyr metoder rettet inn mot å samle inn data i hovedsak i form av ord som er rettet mot å beskrive og forstå mennesker handlinger og meningsskaping i deres naturlige kontekst. Metodologisk er disse metodene tett knyttet til casestudier, og metodene som er mest kjent er intervju og observasjon. Dokumentanalyse kan ha en kvalitativ vinkling selv om datainnsamling er mest brukt under kvantitativ metode. Forskere som bruker denne datainnsamlingsmetoden vil ofte ha et konstruktivistisk perspektiv på virkeligheten og kunnskap, men det er også metoder for forskere som opererer innenfor andre vitenskapsteoretiske perspektiver (Postholm & Jacobsen, 2018, s.113). Kvalitativ forskning har en annen karakter enn kvantitativ forskning. På bakgrunn av dypheten en får i kvalitativ forskning, så har perspektivet fått mer oppmerksomhet på mange fagområder de siste årene (Krumsvik, 2019, s. 19).

Kvantitative metoder baserer seg på informasjon om virkeligheten som formidles ved hjelp av tall. I denne metoden blir sosiale fenomener omgjort til tallmessige størrelser som behandles med statistiske analyser (Christoffersen & Johannessen, 2012). Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) er spørreundersøkelse den vanligste metoden å bruke innenfor kvantitative metoder, hvor spørreskjemaet har forhåndsbestemte svaralternativer som avkrysses. Kvantitativ metode er en relativt lukket metode for å samle inn data, i motsetning til den kvalitative metoden. Postholm og Jacobsen (2018) mener med dette at når forskeren utformer en spørreundersøkelse kan forskeren velge forhåndsdefinerte svar som forskningsobjektet kun skal krysse av. De hevder at kvantitativ metode er en mer fokusert måte å innsamle data, noe som kan være både positivt og negativt. Kvantitativ metode gjør det mulig å bruke et flertall av forskningsobjekter for å samle inn data (Postholm & Jacobsen, 2018). Det vil alltid være fordeler og ulemper uansett hvilken metode som blir valgt.

6.2 Min forskningsmetode - Studiens overordnet design og metodevalg

I min studie har jeg valgt å bruke summativ innholdsanalyse av læreverk. I summativ innholdsanalyse har en søkelys på hvor ofte, og i hvilken betydning, ord eller innhold forekommer i en bestemt kontekst. Analysen starter ofte med ordtelling og fortsetter i en kombinasjon av manifest og latent innholdsanalyse (Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 80). I min forskning ser en at det er summativ innholdsanalyse på bakgrunn av opptelling av oppgaver plassert inn i analyseverktøyet for å finne ut hvor stor andel med potensiale for utforsking og problemløsing som forekommer i de tre læreverkene i studien.

Jeg vil ha en kvalitativ tilnærming til den summative innholdsanalysen jeg bedriver i forskningen. En kvalitativ tilnærming til innholdsanalyse kan ses på som fortolkende tekstanalyse av læreverkene som undersøkes. En nøyaktig, detaljert og systematisk undersøkelse og fortolkning av et bestemt materiale i et forsøk på å identifisere mønster, temaer, predisposisjoner og meninger (Berg & Lune, 2012, s. 349; Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 80). Prosessen med å få oversiktlig over det innsamlede materialet til analyseprosessen er ofte omfattende. Det er i denne prosessen dataen omformes til skriftlig tekst, som kan presenteres for andre (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 139). I min studie omhandler det å telle oppgaver og oppgavetyper fra hvert enkelt læreverk inn i analyseverktøyet. Det er viktig å påpeke at analysen ikke starter når alt materiale er innsamlet, transkriber og foreligger i skriftlig form. Analysen starter med en gang forskeren er på feltet hvor materiale samles inn. Et kjennetegn som knytter min forskning til kvalitativ metode (Merriam, 1998, s. 6-8; Krumsvik, 2019, s. 19) er at forskeren er ofte det primære instrumentet for datainnsamling og analyse. I min studie har den kvalitative vinklingen på summativ innholdsanalyse av læreverkene, som formål å undersøke hvilket potensial for utforsking og problemløsing som finnes i tre ulike læreverk i matematikk for 1.trinn.

6.2.1 Valg av læreverk

Masteroppgaven er en innholdsanalyse som skal studere tre læreverk utgitt etter LK20. Det blir undersøkt tre læreverk fra tre ulike forlag. Det var kravene om at læreverkene var fra ulike forlag og utgitt etter LK20, som lå til grunn for valget av læreverk. For å få tak i læreverkene kontaktet jeg forlagene direkte og undersøkte hvilke læreverk biblioteket hadde tilgjengelig. Ut fra dette ble valget for læreverk brukt i dette forskningsprosjektet:

1a Volum av Fagbokforlaget, 1a Matematikk av Cappelen Damn og 1 Matemagisk av Aschehaug.

Alle disse tre læreverkene er ganske så nye i Norge, og har ikke vært brukt i skolen i så mange år. Matemagisk kommer med sin andre utgave nå i forbindelse med fagfornyelsen. Matematikk er et nytt læreverk, men oppfølger av læreverket Radius, som var et sentralt læreverk i matematikken i mange år. Volum er til gjengjeld helt nyutgitt, og kom med sitt første eksemplar nå i forbindelse med fagfornyelsen LK20.

6.2.1.1 Matematikk

Matematikk 1-4 fra Cappelen Damn er et læreverk i matematikk som er skrevet til LK20, og er en videreutvikling av Radius 1-4, som har vært et velkjent læreverk i matematikk gjennom flere år. Matematikk 1-4 legger til rette for en variert undervisning som består av å tenke selv, å tenke sammen, å lytte til hverandres løsninger, å snakke matematikk, visualisere, generalisere, teste ut og utfordre seg videre. Forfattere er May-Else Nohr og Hanne Hafnor Dahl og begge har bakgrunn som allmennlærer.

Ifølge forfatterne er læreboken 1a fra Matematikk bygd opp rundt spennende rammefortellinger som har figurer som følger boken og som elevene knytter et forhold til. Hvert kapittel innleder med en historie som elevene kan relatere seg til, videre så starter delkapitlene med en undringsoppgave, som klassen kan arbeide felles med. Kapitlene slutter med en oppsummeringsoppgave hvor elevene får brukt, og vist kompetansen de har opparbeidet gjennom kapittelet (Dahl & Nohr, 2020).

6.2.1.2 Matemagisk

Grunnboken 1 i Matemagisk inneholder en stor variasjon av utforskende oppgaver som skaper undring og mestringsfølelse hos elevene. Grunnboken er oppbygd slik at det er enkelt å skape differensiering for hver enkelt elev ifølge forfatterne (Fritzen, Nilsen, Nilsen & Nyborg, 2020). Forfatterne av Matemagisk er Inger-Lise Fritzen, Erling Kvistad Nilsen, Margareth Nilsen og Sindre Nyborg. De har bakgrunn som lærere i Osloskolen og i Ålesund, undervisningsinspektør og lektor.

Forfatteren hevder at Matemagisk er et læreverk som skaper mestringsfølelse, engasjement og verdifulle matematiske oppdagelser hos elevene som arbeider med verket. Ved arbeid i bøkene til Matemagisk får elevene utforske matematikken via aktiviteter alene og sammen med andre. Matemagisk legger vekt på elevenes begrepsforståelse, og ferdigheten av å snakke matematikk (Fritzen et al., 2020).

6.2.1.3 Volum

Volum er et helt nytt læreverk i matematikk i forbindelse med innføringen av LK20. Volum skal være et læreverk der elevene skal få undre seg, diskutere og utforske sammen med medelever gjennom lærebøkene, med en intensjon om at alle elever skal få oppleve matematikk som meningsfylt og engasjerende. Forfatterne av Volum er Audun Olafsen, Helene Korsvold, Odd Tore Kaufmann, Gina Onsrud og Åse Bugten. De har bakgrunn fra undervisning på høyskole og grunnskole.

Volum har en klar struktur, med et variert oppgavemangfold som utfordrer elevenes matematiske tenkning. Volum har som intensjon å bidra til at elevene får god tid til å øve på og forstå, anvende og utfordre ferdighetene sine gjennom ulike matematiske sammenhenger. De vil få elever som utvikler forståelse i et engasjerende og lærende fellesskap, og de vil legge til rette for at læreren kan legge opp til matematisk samtale i klasserommet der elevene kan ta del i egen læringsprosess. At elevene da kan argumentere og dele ideer i et trygt læringsfellesskap og dermed kan elevene utvikle et felles og hensiktsmessig matematisk språk og nyttige problemløsingsstrategier. De hevder at alle oppgaver og aktiviteter i læreboken 1a har sine kvaliteter og formål, og at lærerne må tenke hensikt og mål for øktene fremfor antall oppgaver, for det er ikke meningen at alle elevene skal gjøre alle oppgaver (Fagbokforlaget, 2020).

6.2.2 Valg av trinn

Det var en prosess i å velge ut for hvilke årstrinn læreverkene jeg skulle undersøke hadde. Siden det er læreverk utgitt etter LK20 som skal undersøkes var det ikke tilgjengelig med lærebøker for alle trinn når jeg startet prosessen med oppgaven august 2020. Da hadde akkurat LK20 blitt innført i skolene, og forlagene arbeidet med å produsere lærebøker etter fagfornyelsen. Dette er siden læreverkene ikke har mulighet til å utgi bøker på alle klassetrinn med en gang.

Jeg tok kontakt med forlag som kunne tilby med bøker for 1.trinn, og dermed ble det naturlig å velge dette årstrinnet. Det er likevel ikke til å unngå at min store interesse som lærer ligger i småskolen. En ting som også kan være relevant å nevne er at jeg har studert grunnskolelærer 1-7 før, så begynneropplæringen ligger mitt hjerte nært. Stor interesse for dette feltet og trives utrolig godt på småtrinnet. Viktigheten av god innlæring helt i starten der en begynner å bygge byggesteiner.

En annen fordel med å se på bøkene for første trinn er at elevene ikke har noe spesiell forkunnskap etter flere år med matematikkundervisning. Det er spesielt interessant i forbindelse med å se på hvilke krav som stilles til elevene for å løse oppgavene i bøkene, om oppgavene er kognitivt krevende eller lignende. På 1.trinn kan en ta utgangspunkt i at elevene stiller med lite matematikkfaglige forkunnskaper.

6.3 Etiske aspekter

Det er viktig å påpeke at denne studien ikke har som formål med å ta noen av læreverkene som er brukt i forskningen. Gjennomgående fokus er å undersøke hvilket potensial for utforskning og problemløsing en finner i tre lærebøker på førstetrinn som er utgitt etter LK20, så i den forbindelse blir Volum av Fagbokforlaget, Matematikk av Cappelen Damm og Matemagisk av Aschehaug undersøkt. Studien har heller ingen søkelys på å sammenligne lærebøkene, men det kan forekomme at enkelte paralleller mellom de blir nevnt i analysekapittelet når funnene presenteres. Til slutt er det viktig å understreke at jeg som forsker har ingen fasit på hva som er rett og galt, men ut fra min undersøkelse så finner jeg det potensiale som jeg mener forekommer i lærebøkene og mine forslag på hvordan dette kan utnyttes best mulig.

6.3.1 Validitet og reliabilitet

Relabilitet og validitet er to måleenheter som bedømmer kvaliteten på forskningen som er gjort. Der reliabilitet betyr hvilke pålitelighet og nøyaktighet studien har, mens validitet betyr gyldighet av studien (Krogtoft & Sjøvoll, 2018, s. 99). Ut fra dette kan en si at reliabiliteten knytter seg til hvilke data som er brukt i studien, og på hvilke måte denne er samlet inn på og hvordan datamaterialet bearbeides i etterkant av datainnsamlingen. Formålet med høy reliabilitet på en oppgave er at leseren kan stole på at forskeren har gjort et godt gjennomgående arbeid i forbindelse med studien, og at metoden kan etterprøves av andre og de får samme resultat (Krogtoft & Sjøvoll, 2018, s. 99). I denne studien er datainnsamlingen gjort ut fra analyseverktøyet som er egenkomponert for å være helt tilpasset studien i å finne potensiale for utforsking og problemløsing i oppgaver i lærebøker i matematikk for 1.trinn som er utgitt etter LK20. Prosessen med utviklingen av analyseverktøyet og dens kjennetegn er forklart i kapittel 5. Hvordan kategoriseringen skjer er gjort rede for i metodekapittelet 6.

Dette er gjort for å sikre reliabiliteten til datainnsamlingen i studien. Ut fra dette kan en si at reliabiliteten er høy. En høy reliabilitet er en forutsetning for høy validitet. Reliabilitet er ikke noe som kan garanteres 100%. Det eneste lærerforskeren kan gjøre, er å reflektere over hvilke problemer som kan være knyttet til forskningen (Postholm og Jacobsen, 2018).

Validiteten som er studiens gyldighet kan diskuteres, på bakgrunn om dataene som er samlet inn gjelder for hele populasjonene og om innsamlingen kan gi svar på studiens problemstilling (Krogtoft & Sjøvoll, 2018, s. 100). I denne studien er det teoretisk validitet fordi studien bygger på et teorigrunnlag, og innsamlingen bygger på klare definisjoner mellom det teoretiske og det målte, og kan forklares ut fra en teori som støttes av resultatet (Krogtoft & Sjøvoll, 2018, s. 100). Ut fra den definisjonen kan en si at validiteten for oppgaven er der, men en kan også diskutere validiteten på oppgaven på bakgrunn av flere faktorer. At det kun er gjort funn som representerer tre utvalgte lærebøker, og ikke alle lærebøkene som finnes i Norge. Funnene indikerer kun hvilket potensial som finnes i de utvalgte kapitlene, som er undersøkt i de tre utvalgte læreverkene i studien. Men likevel kan en si at validiteten er holdt ut fra undersøkelsen som er gjort. Siden oppgavene som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing blir forklart gjennom tekst og illustrasjon i analysen. Dermed vil jeg si at det opprettholdes en ganske så høy validitet i mitt arbeid. Iallfall om ifølge Lund (1996) at validitet må ikke oppfattes som noe absolutt, som om data er valide eller ikke, men det er et kvalitetskrav som kan være tilnærmet oppfylt.

Det er viktig å poengtere at jeg er klar over at andre kan utvikle et annet analyseverktøy om samme tema, men jeg syns likevel at jeg har brukt relevant forskning og fått utviklet gode kategorier for mitt forskningsfelt.

6.3.2 Forskningsetiske betraktninger

De forskningsetiske retningslinjene omhandler et sett av normer og verdier. Både forskerne og forskningsinstitusjonene har et selvstendig ansvar for å sikre at forskningen de utfører er god og ansvarlig. De kan deles inn i tre hovedgrupper om forskningsfrihet og forskningsskikk, det andre om hensyn til personer, og til slutt om brukerrelevans og samfunnsinteresser (NESH, 2016).

Personvern står sentralt i forskningsetiske vurderinger i samfunnsvitenskapelig forskning. I denne forskningen er det undersøkt lærebøker, og ikke blitt hentet inn eller behandlet data om mennesker. På bakgrunn av dette slipper prosjektet å meldes inn ifølge NESH (2016). Selv om prosjektet ikke har meldeplikt er det noen etiske betraktninger som er viktig i forskning uansett om en ser på personer eller ikke. Forskningen har pliktet til at den overordnet skal være en søken etter sannhet (NESH, 2016). En skal ikke bruke andres arbeid uten å tydelig henvise og ikke finne på falske data. Gjennom min forskning har jeg vist til kildehenvisninger der det er hentet informasjon fra andres arbeid. Jeg vil finne hvilke potensiale som finnes for utforsking og problemløsing i oppgavene i læreverkene. Jeg sammenligner ikke bøkene opp mot hverandre, eller fremmer hvem som har mest/minst potensiale, eller hvilke lærebøker jeg mener er best. Dette er på bakgrunn av at det ikke er relevant å fabrikkere data for å få noen læreverk til å fremstå bedre enn de andre. Hele min datainnsamling er gjort ved hjelp av et egenutviklet analyseverktøy. I reliabiliteten har jeg forsøk å sikre at andre kan gjenta mine analyser med samme resultat.

Jeg har et ansvar overfor lærebokforfatterne, og jeg vil bruke deres materiell med respekt. I analysen har jeg holdt meg objektiv i kategorisering av oppgaver, og resultatene må ikke ses på som en objektiv sannhet. Når det gjelder kategoriseringen av oppgaven har jeg forklart mine begrunnelser for tolkninger som er gjort. I forhold til oppgavene som er kopiert fra lærebøkene har jeg holdt meg til Åndsverklovens paragraf 37, som sier «Hvis oppgavene skal publiseres offentlig må slike bilder som brukes bli behandlet på en kritisk eller vitenskapelig måte i teksten.» (Åndsverksloven, 2018, § 37). Jeg mener jeg har brukt bildene i min studie på en kritisk og vitenskapelig måte i teksten, og at jeg dermed holder meg til lovverket.

6.3.3 Avgrensinger som er gjort

Det blir kun satt søkelys på tallkapitler i studien, og det er prøvd å få kapitler med samme tematikk fra alle tre læreverkene. Dette ble gjort på bakgrunn av studiens omfang, og at analysen ble så omfattende med å utvikle analyseverktøy. Før selve analyseprosessen med å analyse lærebøkene etter potensiale for utforsking og problemløsing i oppgavene.

Siden studien ser på læreverk fra 1.trinn, så er tallkapitler et sentral emne. Her skal elevene tillæres tallenes verdi for første gang, og ut fra dette er disse kapitlene veldig spennende å undersøke. Se om det finnes potensiale for utforsking og problemløsing i kapitlene for førsteklassingene som akkurat har begynt på skolen, og fått sin første matematikkbok.

En konsekvens av en avgrensning av denne typen er at validiteten på studien går ned. Fordi det kan finnes potensiale for utforsking og problemløsing i større grad i andre kapitler, men det kan en ikke vite når kapitlene ikke blir undersøkt. Igjen kan det gi større fordeler for validiteten i de kapitlene som blir undersøkt, for det blir gjort grundig og systematisk ut fra kriteriene til analyseverktøyet. Det er viktig å understreke at dette kun er en studie som ser etter potensiale for utforsking og problemløsing i tre lærebøker og i enkelt kapitler, og en dermed ikke kan gi en fastsatt validitet på andre områder. Validiteten er kun ut fra de analyserte kapitlene i de utvalgte lærebøkene.

6.4 Analyseverktøy

I dette kapittelet skal en se på hvordan analyseverktøyet blir brukt i innsamlingen av datamateriale til studien. En skal videre også se på hvilke kriterier som ligger til grunn for at oppgaver skal bli kategorisert inn i analyseverktøyet som en type oppgave med potensiale for utforsking og problemløsing. Bakgrunnen for hvordan utvikling og prosessen med å utvikle analyseverktøyet var blir skrevet om i teorikapittelet.

Tabell 2 – Selvutviklet analyseverktøy

Horisontal analyse		
	Læreverket i helhet	
	Bokens struktur	
Vertikal analyse		
	Type oppgave	Kjennetegn
	Undersøkelseslandskap type 2	Ren matematikk: Befinner seg i tallenes, mønsteret eller strukturens verden. Tallinjer
	Undersøkelseslandskap type 4	Semi-virkelighet. Penger Oppgaver som kan knyttes til den virkelige verden.
	Undersøkelseslandskap type 6	Realitetens verden: Gjerne prosjektarbeid. Invitere elevene inn i et undersøkelseslandskap med en så reell referanse som mulig.
	Open ended oppgaver : Open-start	Åpen start på oppgaven Dette er svaret, hva er oppgaven? Rike oppgaver Regnefortelling
	Open ended oppgaver : Open-end	Åpen slutt på oppgaven Regnefortelling Rike oppgaver
	Open ended oppgaver : Open-start and open-end	Åpen start og åpen slutt på oppgaven Regnefortelling Rike oppgaver
	Kognitiv krevende oppgaver	Prosedyre med sammenheng Matematisk tenking

6.4.1 Horisontal analyse:

Den horisontale analysen er ikke der fokuset er lagt i denne oppgaven, men en vil kort komme inn på det. Ut fra *Tabell* 2 ser en kategoriene som er implementert i denne delen. Det er interessant å undersøke siden det ser på hvordan læreverkene i sin helhet i denne sammenheng setter søkelys på utforsking og problemløsing. Om lærerveiledning eller læreboken sier noe eksplisitt om temaene, som ikke kommer frem i oppgavene. Jeg har valgt å se avgrenset på de to delene som hører til under den horisontale analysen; læreverket i helhet og struktur.

6.4.1.1 Læreverket i helhet

I denne delen om læreverket i helhet. Her kommer det som står eksplisitt om utforsking og problemløsing i lærerveiledning og lærebok frem, og som ikke kommer frem i oppgaveteksten. Det blir sett på lærerveiledningen i tillegg til lærebok i denne delen. Siden lærerveiledningen er en hjelp for lærerne underveis i læreboken. Dermed kan det tenkes at lærerveiledningen kan inneholder noe om bruken av utforsking og problemløsing.

6.4.1.2 Bokens struktur

I bokens struktur blir det sett på de ulike kapitlene som skal analyseres i studien, og om det er likheter mellom kapitelene i de tre lærebøkene i introduksjon og navn.

6.4.2 Vertikal analyse

Det er i denne delen at hovedtyngden av analysen ligger, og det er i denne delen resultatet av problemområde b) presenteres. Den vertikale analysen er inndelt i to deler; type oppgaver og kognitiv krevende oppgaver. Først undersøkes det om oppgavene inneholder potensiale for utforsking og problemløsing ut fra seks ulike oppgavetyper som alle har kjennetegn på at oppgavene inneholder det.

Videre vil jeg forklare kategoriene under type oppgaver, og hvordan jeg har kategorisert oppgavene inn i kategoriene. Type oppgaver er inndelt i undersøkelseslandskap type 2, undersøkelseslandskap type 4, undersøkelseslandskap type 6, open-ended oppgaver inndelt i tre kategorier med open-start, open-end også open-start og open-end som en ser i *Tabell* 2. Oppgavene som har potensiale for utforsking og problemløsing blir også vurdert om de er kognitivt krevende for elevene å arbeide med. I analysekapittelet 7 blir det presentert eksempler fra lærebøkene på oppgavene som kan kategoriseres inn i de ulike oppgavetypene, og begrunnelse på hvorfor de plasseres slik.

6.4.2.1 Undersøkelseslandskap type 2

Undersøkelseslandskap type 2 inneholder kjennetegn som henter sine referanser fra ren matematikk. Det vil si at tallene er grunnlaget for undersøkelsen, men det kan også omhandle oppgaver med ren matematikk der det å finne mønster i tallinjer, og fortsette dette eller mønster i strukturens verden. Eksempelvis kan det være å eksperimentere med mønster i tallrekker. En fellesnevner på oppgaver innenfor undersøkelseslandskap type 2 er at det ikke er et fastsatt svar i oppgavene.

Eksempler på oppgaver innenfor undersøkelseslandskap type 2 kan være tallrekker der tall skal settes inn, men det er ikke gitt om det skal være stigende eller synkende, og hvilke intervaller tallene kommer i.

6.4.2.2 Undersøkelseslandskap type 4

Undersøkelseslandskap type 4 er semi-virkelighet som er en konstruert virkelighet innenfor undersøkelseslandskap. Eksempelvis kan en storyline være utgangspunktet der storyen fungerer som en ramme. Det blir dannet en fiktiv verden, og i denne verden oppstår det situasjoner og problemer av matematisk karakter. Elevene blir invitert til å sette seg inn i storyen og arbeider med situasjoner inni denne.

Eksempler på oppgaver innenfor undersøkelseslandskap type 4 er oppgaver smed penger der elevene skal bruke penger i utregningen eller til fiktive kjøp knyttes til undersøkelseslandskap type 4.

6.4.2.3 Undersøkelseslandskap type 6

Omhandler reelle referanser. Det er ikke læreren som styrer oppgavene for nå er det konteksten og diagrammet som fungerer som en invitasjon til elevene. De skal i undersøkelseslandskapet forske videre ut fra egen nysgjerrighet, undringer og evner. Materialet innehar potensiale for undersøkende virksomhet. På småtrinnet kan en se på undersøkelseslandskap type 6 på ulike måter, eksempelvis som butikklek. Da inviteres elevene inn i et undersøkelseslandskap der de skal forholde seg til penger, hvor mye en trenger for å kjøpe en gitt ting, og avgjøre om en har nok, hvor mye mer trenger enn og hvor mye får en igjen om en kjøper noe.

6.4.2.4 Open-ended; open-start, open-end og open-start + open-end.

Kjennetegnene for oppgavetypene open-end, open-start og open-start + open-end har store likheter mellom seg, men en klarer å skille kategoriene fra hverandre ut fra hvilke ledd i oppgavene som er åpent eller lukket. Er det en åpen start i oppgaver, så blir det open-start. På samme måte blir det open-end om målsituasjonen er åpen. Er både starten og målsituasjonen åpen så blir det open-start + open-end. Utformingen av oppgavetypene innenfor open-ended kan variere i stor grad. Fordi det er en omfattende kategori med store spenn, men gjennomgående kjennetegnet er at ett ledd er åpent i oppgavene. De kan også løses på ulike måter med bruk av ulike matematiske representasjoner, og svarene kan være rett selv om elevene får ulike løsninger. Det kan være oppgaver som kvalifiseres som rike oppgaver, som igjen er LIST-oppgaver. Ellers kan det være regnefortellinger, som enten eleven skal avslutte, starte eller komponere selv etter kriterier. Ut fra kriterier så kan en også kategorisere hvor oppgaven skal plasseres i open-ended oppgavene.

Eksempel på open-start for 1.trinn kan være at to søsken er 9 år til sammen, der elevene skal identifisere alderen til hvert av søskene? Eller en oppgave der Mia fikk igjen 5 kr av kjøpmannen i butikken. Hvor mange kroner hadde Mia i starten? I open-end så vet en startsituasjon og utgangspunktet, men ikke hva som er målsituasjonen og ofte svaret på oppgaven. Fellesnevner for begge situasjonene er at det kan brukes ulike metoder for å komme frem til målet. En oppgave kan eksempelvis være at en har 10 kr, også kan en velge mellom noen varer en skal kjøpe. Hva kjøper Per, og hvor mye må han da betale? På første trinn kan en slik oppgave kategoriseres som open-end. Eksemplene mellom open-start og open-end er ganske lik, så det er gjennom oppgaveteksten og konteksten en finner ut om det er oppgaver innenfor open-start eller open-end. Open-start + open-end er åpne oppgaver der elevene må finne startsituasjonen og målsituasjonen selv. Regnefortelling der elevene må komponere det matematiske innholdet og målsituasjonen kan være en oppgave innenfor open-start + open-end.

6.4.2.5 Kognitiv krevende oppgaver

Siste del av datainnsamlingen er å se om oppgavene som kvalifiseres til å inneholde potensiale for utforsking og problemløsing også er kognitivt krevende for elevene å utføre. For å se om oppgavene er kognitivt krevende har det blitt gitt noen kriterier for å fastsette dette. Det er kravene til Valenta (2016) som ligger til grunne. Dermed blir oppgaver som er kognitivt krevende undersøkt om det er prosedyrer med kobling eller matematisk tenking.

I undersøkelsen på om oppgavene er kognitivt krevende i de tre lærebøkene er det viktig å huske på at det er lærebøker for 1.trinn. Det er elever med lite bakgrunnskunnskaper, som skal løse oppgavene. Dermed har oppgaver som i oppgaveteksten ikke har en eksplisitt forklaring på løsningen blitt kategoriseringen som kognitivt krevende. Oppgaver der det er mange ulike faktorer for å finne svaret, og oppgaver der elevene selv må finne informasjon for å kunne løse oppgaven satt til kognitivt krevende. Oppgaver som gjerne er krevende, men som forekommer jevnlig gjennom boken har ikke blitt satt til kognitivt krevende. Dette er oppgaver som sikkert kan diskuteres om de burde være det, men ut fra min tolkning er de i denne omgang ikke det.

6.4.3 Oppgaver i gråsonen

Definisjon på gråsone er et område som flere parter mener de har rett på. I denne konteksten er det oppgaver som faller mellom to kategorier i analyseverktøyet. De blir kategorisert til å være en av de i de fleste sammenhenger, men det vil si at en oppgave som jeg eksempelvis har kategorisert til å være undersøkelseslandskap 2 av en annen forsker blir kategorisert til å være open-end.

Det er viktig å påpeke at jeg kategoriserer ut fra mitt grunnlag, så andre vil gjerne plassere oppgaver i en annen kategori enn meg. En oppgaver som kan plasseres i to kategorier har jeg gjerne plassert en plass også begrunner jeg valget for hvorfor den blir plassert som den blir i analysekapittelet der funnene fra datainnsamlingen blir presentert.

6.5 Analyseenheter

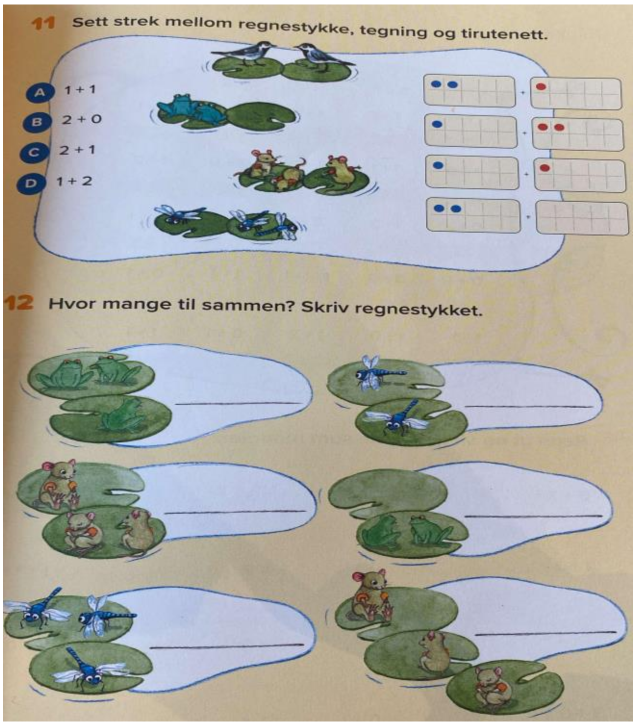
Tabell 3 - analyseenheter

Lærebøker	Matemagisk:	Matematikk:	Volum:
Kapitler	Tallene til 10	Tallene fra 0-10	Tallene 0-3
	Addisjon og subtraksjon	Tallvenn	Tallene 4 og 5
			Addisjon 0-3
			Addisjon 0-5
			Subtraksjon
	Antall analyseenheter: 145 stk	Antall analyseenheter: 144 stk	Antall analyseenheter: 142 stk

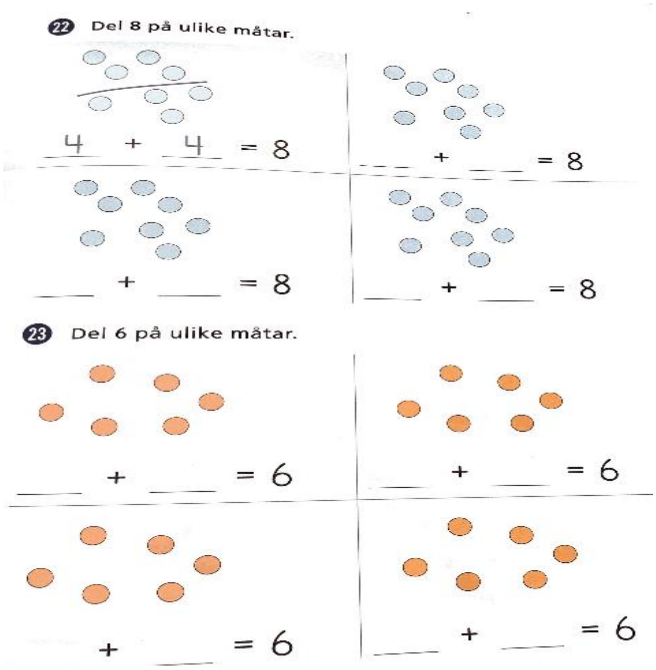
Ut fra Tabell 3 ser en antallet analyseenheter som skal analyseres. Det er stor variasjon i antall kapitler som analyseres mellom læreverkene. Dette henger sammen at i Volum som blir kapitlene omtalt som leksjoner, og er dermed ikke like omfattende som kapitlene i de to andre lærebøkene. For å få omfanget av analyseenheter så likt som mulig, så kunne en ikke ta tallene opp til 10 i Volum slik som i Matemagisk og Matematikk. Da hadde omfanget av analyseenheter ikke blitt likt mellom læreverkene. På nederste rad så ser en at det er relativt likt omfang oppgaver som analyseres i de tre lærebøkene med denne avgrensingen.

6.5.1.1 Definering av oppgaver i lærebøkene

I Volum og Matemagisk er oppgavene definert med nummer slik at oppgavene blir kategorisert etter oppgavenummer. *Figur* 3 er fra Volum. Her ser en nummering 11 og 12 som er oppgavenummer. Til høyre for nummereringen finner en oppgavetekst, og under er det illustrasjon som tilhører oppgaven der elevene skal utføre svaret. Matemagisk med Figur 4 er tilsvarende som Volum med oppgavenummer, oppgavetekst og illustrasjon og oppgaveutførsel.

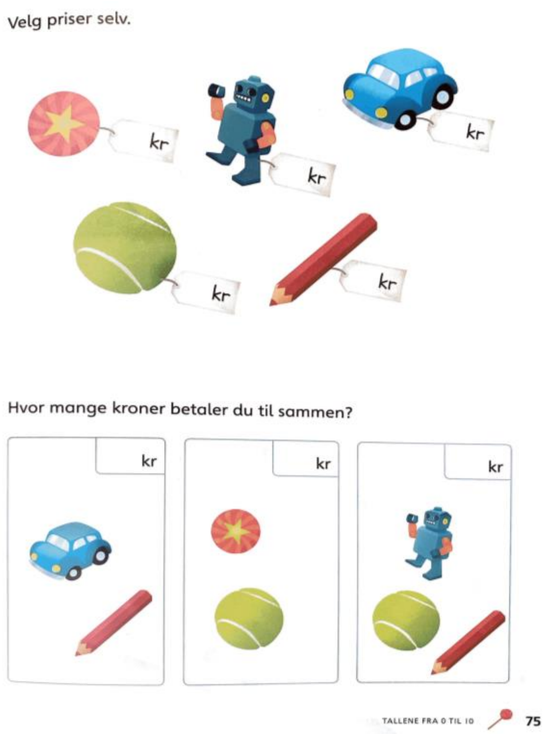


Figur 3 - fra Volum 1a



Figur 4 – fra Matemagisk 1

Matematikk står i kontrast til Volum og Matemagisk når det gjelder nummerering av oppgaver. Her er det ingen nummerering av oppgaver, så for å kategorisere oppgavene har jeg valgt å avgrense slik:



Figur 5 - fra Matematikk 1a

Over på Figur 5 i Matematikk, og jeg definerer at denne siden inneholder to ulike oppgaver. Teksten *velg priser selv* står før oppgaven kommer. Dermed blir *hvor mange kroner betaler du til sammen* definert som en ny oppgave. Så på s. 75 i matematikk har jeg definert at det er to oppgaver. Dette mønsteret går igjen gjennom hele boken ved at det er en oppgavebeskrivelse også kommer oppgaven under og det er en naturlig avgrensing av hva som er oppgave selv om de ikke er nummerert.

7 Analyse – presentasjon av funn

Her i analysekapittelet blir funnene fra datainnsamlingen om oppgavene i læreverkene som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing presentert. Videre blir enkelte av disse fremhevet og analysert. Analysekapittelet er inndelt i horisontal og vertikal analysedel. Dette for å få et overblikk fra den horisontale delen, også videre blikk fra den vertikale analysen av læreverkene. Det vertikale analysekapittelet er resultatet fra problemområde b).

7.1 Horisontal analyse

Deler av den horisontale analysedelen som omhandler læreverkene og deres lærebøker og lærerveiledning blir nevnt noe i metodedelen i kapittelet om hvert enkelt læreverk. De delene blir ikke repetert i analysedelen. Horisontal analysedelen er som tidligere nevnt inspirert av Charalambous, et al, (2010), men tilpasset denne studien som har som mål å finne potensiale for utforsking og problemløsing. Hovedpoenget med denne delen er å få innblikk i hvordan de tre læreverkene overordnet ser på utforsking og problemløsing i sine bøker. Dermed tar denne delen utgangspunkt i både lærebok og lærerveiledning siden de henger sammen. Der fokuset vil være å se på hvordan læreverkene legger til rette for bruken av utforsking og problemløsing i lærebøkene på 1.trinn. Lærerveiledningen er en hjelp for lærerne underveis i kapitlene, og de legger ofte opp til ideer for gjennomføring, og ting som er lurt å implementere i undervisningen.

Oppgaven har ikke som mål å sammenligne læreverkene opp mot hverandre, men av og til blir det naturlig med noen paralleller mellom de ulike lærebøkene. Under strukturen av lærebøkene kommer det mer informasjon om ulike strukturelle elementer en finner i bøkene som har en innvirkning på min forskning. I bokens struktur vil en se kort på strukturen av læreverket som er aktuell for studien.

7.1.1 Læreverket i helhet

I introen til lærerveiledningen i Matemagisk blir alle kjerneelementene presentert, og om utforsking og problemløsing står det at elevene skal lete etter mønster i utforskingen i matematikk. Videre skal de finne sammenhenger og diskutere seg frem til en felles forståelse (Fritzen, et al, 2020, s.6). Matemagisk skal være utforskende for elevene. Elevene skal øve på å sette ord på og forklare valgene de har tatt i forbindelse med et problem. For å løse problemet blir viktigheten av å bryte problemet ned til mindre delproblem. Løsningsprosessen er viktigere enn selve løsningen. Ut fra dette kan en samlet se på hvilke ulike valg som er tatt, og få en dypere forståelse sammen, og diskutere hvorfor noen strategier fører frem til riktig løsning og andre ikke gjør det. Ingen svar er dumme og feile svar kan ofte føre til at en lærer enda mer matematikk enn et riktig svar på første forsøk. De legger opp til at elevene skal arbeide med samme tema over lenge tid for å få tid til å utvikle forståelse og mestre matematikken. Oppfordring til å la elevene arbeide sammen med oppgavene slik at de kan snakke sammen, lese sammen og lære av hverandre underveis. Lærerveiledningen inneholder problemløsingsoppgaver som lærer kan gi til elevene om de vil variere litt fra lærebokoppgavene, men disse er ikke implementert som en del av oppgavene i læreboken.

I Matematikk 1 vil læreverket legge til rette for at elevene skal få erfaring med å arbeide utforskende. Det vil si at de må få erfaring med å løse utforskende og sammensatte oppgaver. I lærerveiledningen sin introduksjon blir det understreket viktigheten av problemløsing i matematikken, og at det omhandler at elever blir vant til løse ukjente problem og forskjellige oppgavetyper. Hvert kapittel blir i Matematikk ifølge forfatterne Dahl og Nohr avsluttet med problemløsingsoppgaver. Dette er oppgaver som er ment for samarbeid, og det er lov å samtale underveis i løsningsprosessen. Her skal elevene forklare og diskutere de ulike fremgangsmåtene og strategiene de måtte bruke i utregningen med hverandre. I lærerveiledningen får læreren veiledning om hvordan elevene bør jobbe med problemsidene i læreboken.

På infosiden i lærerveiledningen til Volum forklarer forfatterne litt om leksjonen boken er inndelt i. Her kommer det frem at Volum skal først inneholde konkrete oppgaver, før det blir flere rike og mer kognitivt krevende oppgaver for elevene å arbeide med. Lærerveiledningen hevder at elevene møter på mer krevende utforskings- og problemløsingsoppgaver utover i kapitlene. Det blir påpekt at elevene må få tid til å forstå hva oppgavene inneholder og går ut på. De må få prøve på ulike fremgangsmåter, og skape en rutine for å evaluere løsningene sine alene og sammen med medelever.

7.1.2 Struktur

Navnene på kapitlene i de tre lærebøkene er nok så like, men noen ulikheter finner en. I Matemagisk er det som vist i *Tabell* 3, tallene til 10, mens i Matematikk heter det tallene fra 0-10. I volum er det tallene 0-3 og tallene 4 og 5, som blir analysert. Boken inneholder tallene 6-7, 8-9, og tallet 10, men disse kapitlene blir ikke tatt med i analysen på grunn av omfanget. Jeg syns det er viktig å nevne at alle lærebøkene inneholder denne delen selv om de ikke blir tatt med i analysen.

Matemagisk er en grunnbok, som også inneholder kapitelet tallene 10-20, men som ikke kom med på bakgrunn av analysens omfang. Utenom tall så kommer Matemagisk og Volum med addisjon og subtraksjonskapitler. Dette er navngitt litt ulikt i bøkene, men innholdet er stort sett det samme. Her skiller Matematikk seg ut med at de har ingen kapitler som heter addisjon, pluss eller +. Kapittelet tallvenn inneholder noe addisjon og subtraksjon. Matemagisk går dypere i sin bok, men dette har nok en klar sammenheng med at dette er en grunnbok for hele 1.trinn og ikke en a-bok som overlappes med en b-bok i løpet av skoleåret. Alle kapitlene heter enten noe med tall, eller regneformen addisjon og subtraksjon. Dermed hører de til under benevningen tallkapitler som studien holder en avgrensing mot.

7.2 Vertikal analyse

Den vertikale analysen går i dybden på de tre valgte lærebøkene i studien; Matemagisk, Matematikk og Volum. I denne delen blir resultatene fra problemområde b) trukket frem for å analyseres. Analyseenhetene fra de tre lærebøkene Volum, Matematikk og Matemagisk er kodet inn i analyseverktøyet som er utviklet til innsamlingen. Det er lagt rede for bakgrunnen for analyseverktøyet i teorien, og i metoden blir det beskrevet hvordan kategoriseringen inn i analyseverktøyet skjer. Under type oppgaver er det seks kategorier som initierer til utforsking og problemløsing; undersøkelseslandskap type 2, undersøkelseslandskap type 4, undersøkelseslandskap type 6, open-end, open-start og open-start + open-end. Siste kodingen er om oppgavene som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing, også er kognitiv krevende for elevene.

Jeg vil vise resultatene mine i tabeller fra hver enkel lærebok. Tabellene angir antall oppgaver plassert innenfor hver kategori innenfor kapittelet og boken. Dette vil jeg gjøre for å skape en oversikt over hvor mange oppgaver det er som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing i hver kategori. Jeg ser også på om oppgavene som inneholder potensiale er kognitivt krevende for elevene. I tabellene blir dette forkortet med kk. Videre vil jeg kategorisere funnene inn i tre kategorier; oppgaver i undersøkelseslandskap, oppgaver med åpen start eller målsituasjon, og oppgaver som er kognitiv krevende. I hver kategori vil jeg se på likhetene for oppgaver som er kodet inn her, og presentere flere eksempler på de ulike kategoriene. Det blir også beskrevet hvilke valg, som ble tatt underveis med tanke på hvordan de skulle kodes.

7.2.1.1 Volum

Tabell 4 – Resultat fra Volum

	Tallene 0-3	Tallene 4 og 5	Addisjon 0-3	Addisjon 0-5	Subtraksjon
Undersøkelseslandskap 2	5	7	4	8	10
Kk ul 2		4	1	3	1
Undersøkelseslandskap 4					
Kk ul 4					
Undersøkelseslandskap 6					
Kk ul 6					
Open-end	2	2	2		2
Kk open-end	1	1	1		2
Open-start		1	3	8	6
Kk open-start			2	6	6
Open-start + open-end		1	2		2
Kk open-start + open-end			2		2
Antall oppgaver som er analysert:	28	27	27	29	31

Tabell 4 viser resultatet fra analysen av potensiale for utforsking og problemløsing i oppgavene i utvalgte kapitler i lærebok 1a fra Volum. I Volum så har 65 stk av oppgavene som har blitt analyserte et potensiale for utforsking og problemløsing. Det var undersøkelseslandskap type 2, som var oppgave typen den største andelen av oppgaver havner inn under. Deretter var det open-start oppgaven, men med et betydelig mindre antall oppgaver inn under. Videre forekommer open-end før open-start + open-end. I Volum er det kun type 2 av undersøkelseslandskap en finner.

Datainnsamlingen fra Volum viser at det varierer i hvilke grad oppgavene med potensiale for utforsking og problemløsing er kognitivt krevende for elevene eller ikke. Tabell 4 avdekker at 32 av oppgaven blir kategorisert som kognitivt krevende for elever på 1.trinn. Da er det undersøkt om oppgavene er prosedyre med sammenheng eller matematisk tenking, og om de ikke kategoriseres som dette blir de satt som ikke kognitivt krevende oppgaver.

7.2.1.2 Matematikk

Tabell 5 – Resultat fra Matematikk

	Tallene fra 0-10	Tallvenn
Undersøkelseslandskap 2	4	11
Kk ul 2	1	5
Undersøkelseslandskap 4	14	1
Kk ul 4	10	
Undersøkelseslandskap 6		
Kk ul 6		
Open-end	1	3
Kk open-end		
Open-start		5
Kk open-start		5
Open-start og open-end		1
Kk open-start og open-end		1
Antall oppgaver som er analysert:	112	32

I læreboken til Matematikk ser en ut fra Tabell 5 at det ble funnet flere oppgaver som kunne plasseres inn i analyseverktøyet for å finne potensiale for utforsking og problemløsing. I Matematikk er det like mange oppgaver som kategoriseres innenfor undersøkelseslandskap type 2 og type 4, som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing. Open-ended oppgaver inngår også i læreboken Matematikk, men ikke like hyppig som undersøkelseslandskap type 2 og type 4. I open-ended kategorien er det flest av oppgavetypen open-start med fem stk.

Samlet sett ser en ut fra Tabell 5 at det er en at 40 av oppgavene som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing i Matematikk. Gjennom kapitlene i læreverket er det en gjentakende trend at en starter med oppgaver, som ikke er kognitivt krevende for elevene i 1.trinn. Likevel ser en at det er 22 stk som kategoriseres som kognitivt krevende for elevene å utføre.

7.2.1.3 Matemagisk:

Tabell 6 – Resultat fra Matemagisk

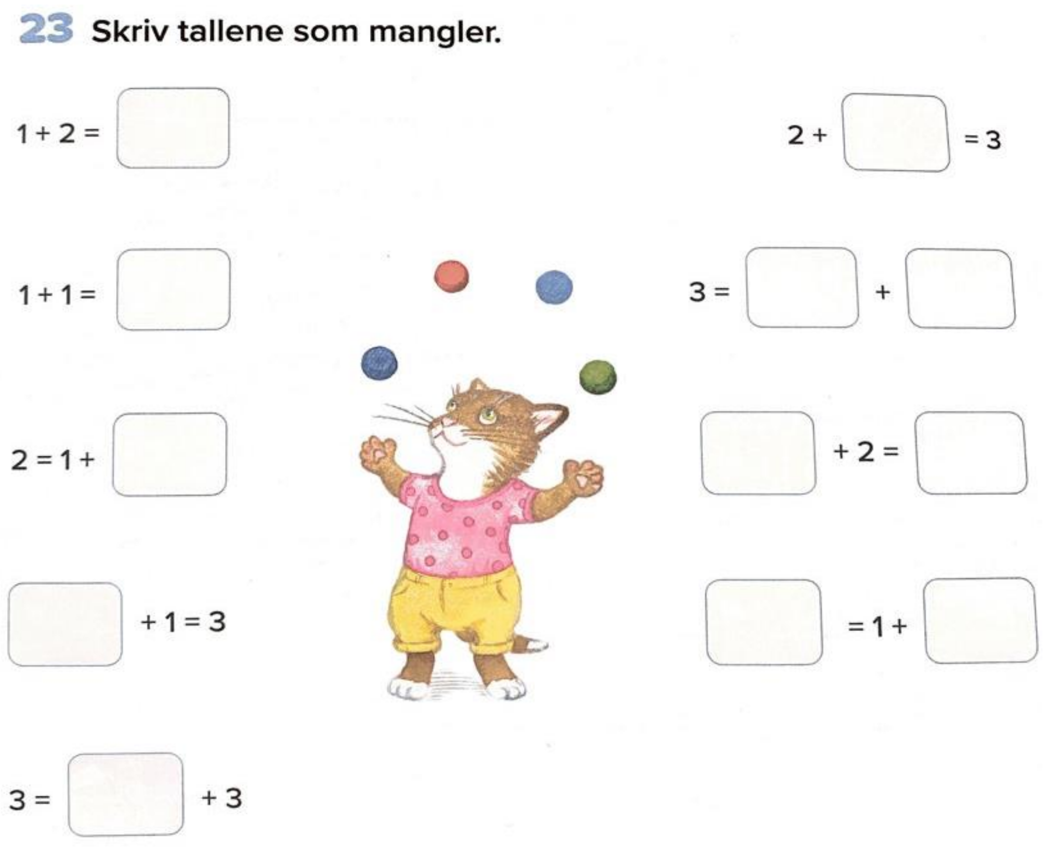
	Tallene 0-10	Addisjon og subtraksjon
Undersøkelseslandskap 2	17	12
Kk ul 2	3	2
Undersøkelseslandskap 4	2	1
Kk ul 4	2	1
Undersøkelseslandskap 6		
Kk ul 6		
Open-end	14	4
Kk open-end	3	3
Open-start	2	
Kk open-start	1	
Open-start + open-end	5	6
Kk open-start + open-end	4	6
Antall oppgaver:	88	57

Funnene fra læreboken Matemagisk ser en ut fra Tabell 6. Det er 63 oppgaver som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing. Det er flest oppgaver av undersøkelseslandskap type 2, som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing ut fra datainnsamlingen i analyseverktøyet. Det er hele 29 stk som kategoriseres inn i kategorien undersøkelseslandskap type 2. I Matemagisk er det 31 oppgaver som kategoriseres inn i open-ended kategorien. Det er open-end oppgaver, som er oppgavetypen som forekommer flest ganger innenfor open-ended kategorien. Videre er det open-start + open-end oppgavetypen som legger seg på tredje plass av oppgavetyper som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing i Matemagisk. det er færrest av oppgavetypene open-start og undersøkelseslandskap type 4.

Ut fra Tabell 6 ser en at i Matemagisk er 25 av oppgavene med potensiale for utforsking og problemløsing kategorisert som kognitivt krevende for elevene på 1.trinn å løse.

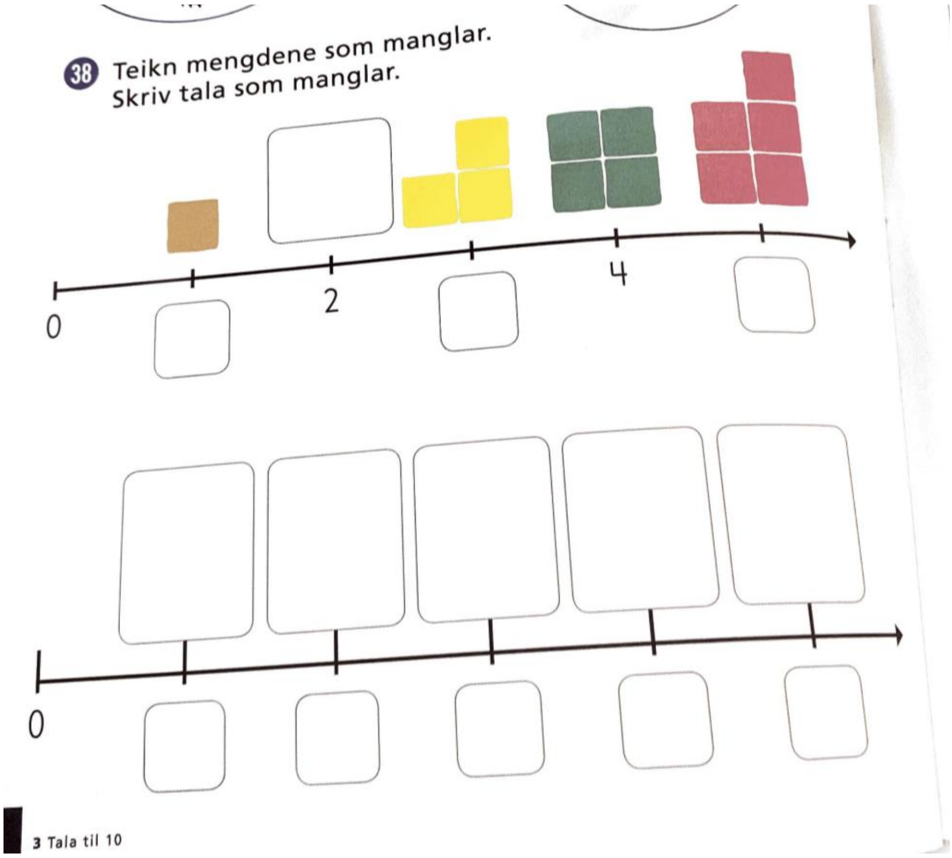
7.2.2 Oppgaver i undersøkelseslandskap

Ut fra funnene av datainnsamlingen som ble avdekket i tabellene over fra de tre lærebøkene, så ser en et fellestrekk mellom alle tre. Fellestrekket er at det er flest oppgaver med potensiale for utforsking og problemløsing av undersøkelseslandskap type 2. Dette er den oppgavetypen som kategoriseres flest ganger i analyseverktøyet og forekommer flest ganger i alle lærebøkene. Det som er gjentakende for oppgaver som plasseres i undersøkelseslandskap type 2 er at det er rene matematikkoppgaver som omhandler oppgaver der elevene skal fortsette et mønster av et slag. Et slikt mønster kan være oppgaver på en tallinje der elevene skal fortsette mønsteret. Det er oppgaver der elevene skal undersøke mønsteret som finnes i tallenes verden og fortsette det. Dette ser en eksempelvis i Matemagisk, Figur 7, der eleven skal fylle inn på tallinjen.



Figur 6 - fra Volum 1a, s. 91

I *Figur* 6 ser en hvordan mønsteroppgaver kan opptre på en annen måte, som også er et kjennetegn innenfor undersøkelseslandskap type 2, som opptre i lærebøker for 1.trinn. Denne oppgaven blir kategorisert som en oppgave innenfor undersøkelseslandskap type 2 siden det er en oppgave innenfor ren matematikk og i tallenes verden. Oppgavene til høyre inneholder ingen klar fasit på hvilket tall som skal inn, og dette er et av de typisk kjennetegn på oppgaver som kategoriseres inn i undersøkelseslandskap type 2. Ut fra disse oppgavene kategoriseres dermed oppgaven inn under undersøkelseslandskap type 2 i analyseverktøyet.

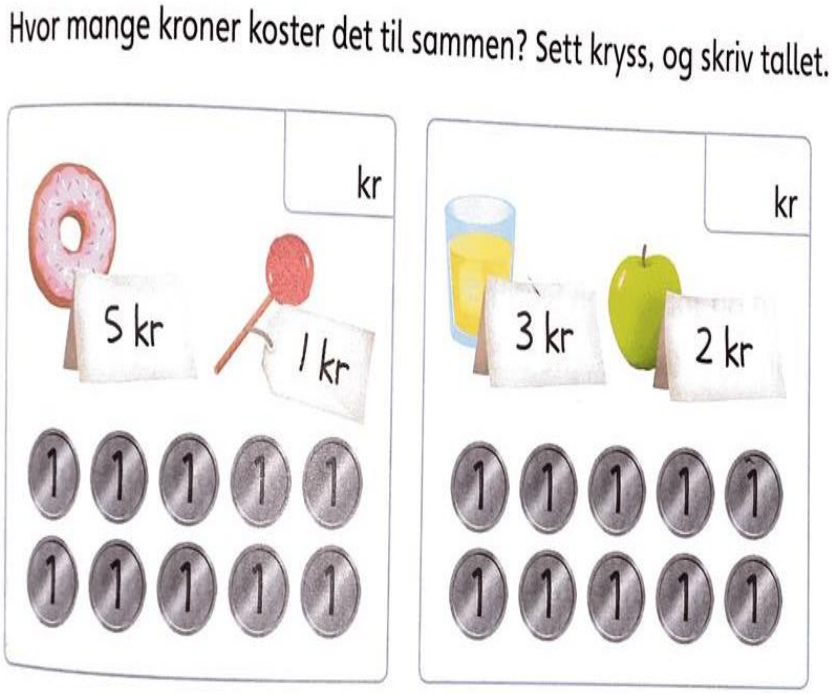


Figur 7 – fra Matemagisk 1, s. 60

Oppgaven, Figur 7, skiller seg fra eksempelet over, Figur 6, som også er plassert som en oppgave innenfor undersøkelseslandskap type 2. Første del av oppgaven kategoriseres som lukket oppgave for der er det gitt hvilke tall en skal sette inn i tallinjen, og hvilke intervaller tallinjen går i. Det som avgjør at denne oppgaven kategoriseres som undersøkelseslandskap type 2 er siste del. Der er det helt åpent, så en kunne tenkt seg at det kanskje var en open-start + open-end oppgave, men likevel så befinner den seg i tallenes verden der tallinjen opptrer som et mønster. Her skal elevene selv komponere enn tallinje med mengde over som symbol og som tall under. Her vil de fleste nok sette inn 1, 2, 3, 4, 5, men det er ikke eksplisitt sagt at en må det. Elevene kan begynne med 2, 4, 6, 8, 10 om en heller vil det. Det finnes ingen fasit på hva som er rett selv om oppgaven før indikerer at en skal gjøre det samme. Ut fra disse vurderingene ble oppgaven kategorisert som en oppgave av typen undersøkelseslandskap type 2. På en annen side kan enkelte forskere diskutere at dette er en oppgave som kategoriseres som en open-start + open-end oppgave på bakgrunn av at siste del av oppgaven inneholder åpen start og målsituasjon. Men i denne sammenhengen blir den altså kategorisert som undersøkelseslandskap type 2 på bakgrunn av kvalitetene til oppgaven og at den passer inn under den kategorien i analyseverktøyet som er brukt.

Et undersøkelseslandskap som også forekommer i Matemagisk og Matematikk er undersøkelseslandskap type 4. Her utpreger Matematikk seg med mange oppgaver som kategoriseres som type 4. Gjentakende for oppgaver som befinner seg her er at de har en referanse til virkeligheten, og dermed innenfor spekteret til Skovsmose som kaller denne typen semi-virkelighet. Det vil si at oppgaver av denne typen kan knyttes til virkeligheten og gjerne ikke være så abstrakte for elevene. Gjennom funnene som blir avdekket i tabellene fra datainnsamlingen så er dette oppgaver som omhandler penger som går igjen i alle lærebøkene.

Det som skiller en oppgave som kategoriseres som undersøkelseslandskap type 4 fra oppgaver som kategoriseres som undersøkelseslandskap type 2 er tilknytningen til virkeligheten. En finner ikke den tilknytningen i oppgavene i undersøkelseslandskap 2, som er abstrakte og holder seg på det rene matematiske spekteret i tallenes eller mønsterets verden. En oppgave som eksempelvis omhandler penger, er mer knyttet mot det reelle for elevene. Dette siden penger for de aller fleste er et kjent element, og de i stor grad har vært borti mynter tidligere. Dette er trolig en aktivitet de kan knyttes til erfaringer fra hverdagslivet når de handler på butikken. I lærebøkene er penger illustrert slik at elevene kan dra kjennskap til ekte penger. I Matematikk og Matemagisk blir butikklek presentert som en aktivitet for utforsking, og for å koble på virkeligheten. Der kan elevene få bruke lekepenger eller kronestykker for å kjøpe noe. Da må de finne ut hvor mye de trenger for å kjøpe en bestemt ting, og om de eventuelt skal ha noe tilbake om det koster mindre enn forventet. Dette er aktiviteter læreren må invitere elevene til, og invitere de inn i undersøkelseslandskapet. Oppgavene som kategoriseres som undersøkelseslandskap type 4 kan i noen grad sammenlignes med eksempelet over om å leke butikk. I Matematikk så er det mange oppgaver som inngår i undersøkelseslandskap type 4 og ett eksempel på en slik oppgave ser en i Figur 8.



Figur 8 - fra Matematikk 1a, s. 93

Figur 9 - fra Matemagisk 1, s. 76

Som en ser ut fra eksemplene fra Matematikk i Figur 8, og Matemagisk i Figur 9, er at lærebøkene inneholder nokså like oppgaver innenfor undersøkelseslandskap type 4. I begge lærebøkene får elevene erfaring med bruken av penger ut fra hvordan oppgavene er lagt opp. Samtidig som dette er oppgaver som gir erfaring med penger er det også oppgaver som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing for elevene. Her får elevene arbeide med utforsking og problemløsing samtidig, som de får erfaring med bruken av penger som de kan ta med seg videre. Bøkene inneholder illustrasjoner som gjør at en ser klart om det er 10-kroning eller en 1-kroning de har med å gjøre. De vet kanskje allerede at om de har en 10-kroning så kan de kjøpe noe som koster 10-kroner eller mindre, og denne erfaringen kan de bruke i disse oppgavene som lærebøkene inneholder innenfor undersøkelseslandskap type 4.

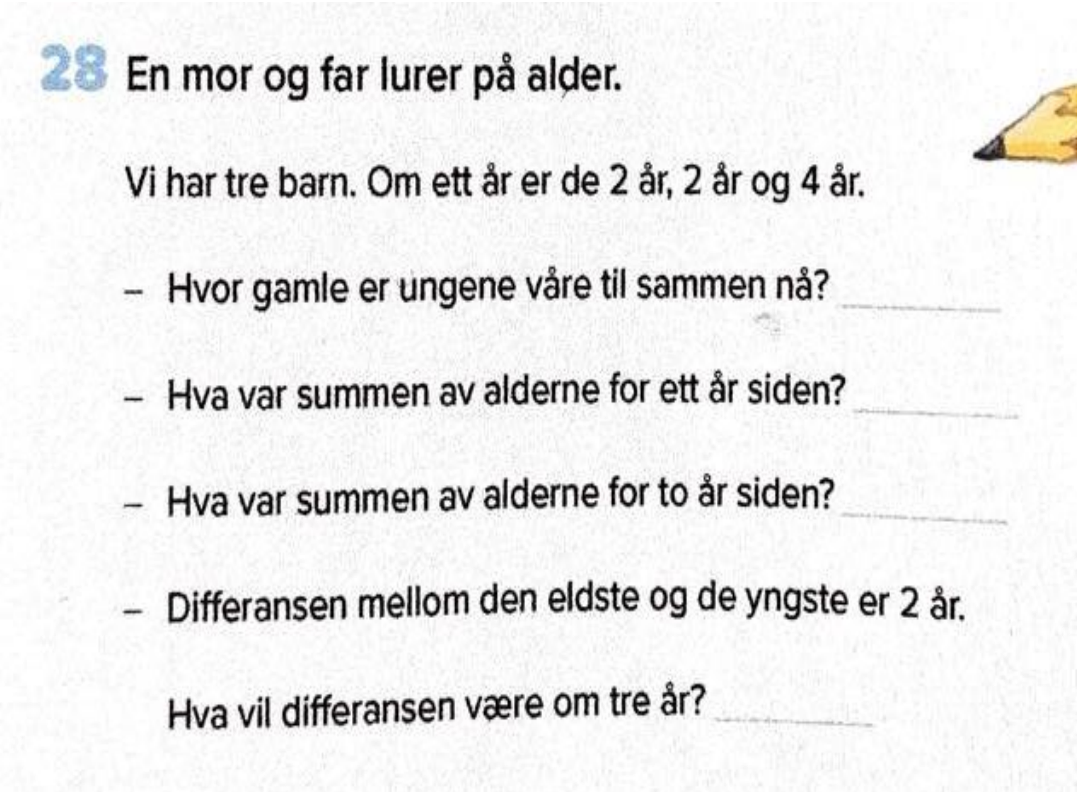
Datainnsamlingen avdekker at undersøkelseslandskap type 6 ikke forekommer i læreverkene.

7.2.3 Oppgaver med åpen start eller målsituasjon

Datainnsamlingen avdekket også at alle lærebøkene har oppgaver som ut fra analyseverktøyet ble kategorisert inn i open-ended kategorien. Denne kategorien inneholder open-end, open-start og open-start + open-end. Dette ser en ut fra tabellene vist i delkapittel 7.2.1.1 - 7.2.1.3, som avdekker funn fra alle tre læreverkene i studien. Open-ended kategorien har som kjennetegn at den inneholder oppgavetyper som har åpen startsituasjon, målsituasjon eller begge deler. Dette er oppgaver som gir potensiale for utforsking og problemløsing ved at de må utforskes, og elevene må finne ut hvordan de skal løses oppgavene som inneholder et åpent ledd. En ser at i Matemagisk og Volum forekommer det flere av denne oppgavetypen enn i Matematikk. Innad i lærebøkene er det også forskjeller på hvilke av oppgavetypene i open-ended som forekommer.

Kjennetegnene til oppgavetypene ser en i analyseverktøyet, som er laget for å tilpasse studien. Der ser en at dette en omfattende kategorier, som inneholder både regnefortellinger og rike oppgaver. Det vil si at det er oppgaver som kan være veldig ulikt formulert, løses på ulike måter, og med ulike representasjoner og elevene må bruke sin matematiske kompetanse i løsningen. Ut fra dette kan en si at oppgavene har potensiale for å være utforskende og gi elevene mulighet til problemløsing. Mange av oppgavene innenfor open-ended er kognitivt krevende for elevene å løse. En grunn til dette er at det er ulike løsningen på like oppgaver gjør at de naturlig legger opp til diskusjon mellom elevene om hva løsning de fikk og hvordan de kom frem til den løsningen. Dermed kan en si at open-ended oppgaver, som en kan bruke flere løsningsstrategier på legger til rette for matematisk samtale for elevene. Når det legges opp til matematisk samtale får elevene muligheten til å danne seg en dypere forståelse av stoffet. Siden de må forstå hva som skjer underveis i løsningsprosessen for å kunne samtale om oppgavene.

Som nevnt er det tre kategorier under open-ended oppgaver, og det som går igjen med oppgaver innenfor open-end er at de har en åpen målsituasjon. Det vil si at det er ikke opplagt for elevene hva som er løsningen av oppgaven når de ser oppgaven. Gjennom bøkene ser en at dette er oppgaver som i stor grad består av LIST- prinsippet. Det vil si at det er lav inngangsterskel på oppgavene, som betyr at elevene kommer i gang med oppgavene selv uten at læreren må hjelpe i gang.


28 En mor og far lurer på alder.

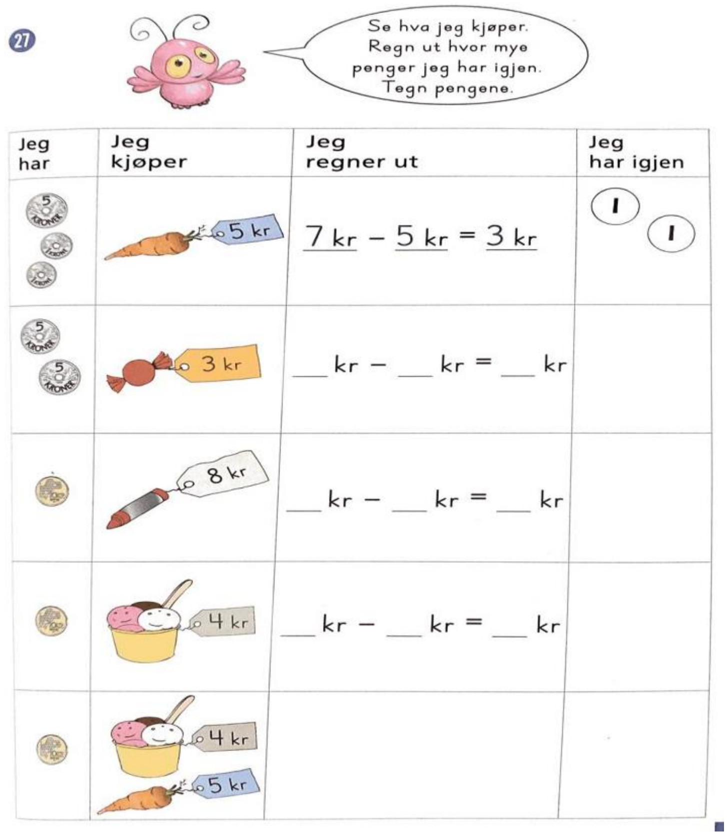
Vi har tre barn. Om ett år er de 2 år, 2 år og 4 år.

- Hvor gamle er ungene våre til sammen nå?
- Hva var summen av alderne for ett år siden?
- Hva var summen av alderne for to år siden?
- Differansen mellom den eldste og de yngste er 2 år.

Hva vil differansen være om tre år?

Figur 10 – fra Volum 1a, s. 148

Oppgaven over, Figur 10 blir kategorisert som open-end. Dette på bakgrunn av informasjonen en får ut fra oppgaveteksten. En får informasjon om alderen til tre barn om ett år, også spør oppgaven om hvor gamle ungene er nå, for ett år siden, for to år siden, også om differansen mellom barna om tre år. Her er oppgaven ute etter et gitt svar, men det er flere ulike måter å komme frem til løsningene på. Det er på bakgrunn av dette oppgaven kan kategoriseres som en rik oppgave, og videre som en open-end oppgave siden målsituasjonen er åpen for elevene. Oppgaven er problemløsende i den form at oppgaveteksten har potensiale for å lure elevene i måten den er formulert på. Siden det i oppgaveteksten står hvor gamle ungene er om ett år, og ikke i dag. Dette vil nok utfordre elevene og gi de hodebry i arbeidet med løsningen. Som nevnt er oppgaven i denne sammenheng kategorisert med en åpen målsituasjon, selv om det kan diskuteres om startsituasjonen er åpen ut fra oppgaveteksten.



Figur 11 - fra Matemagisk s. 107

Figur 11, er en oppgave som kategoriseres som open-end. Oppgaven har kjennetegn på å være en rik oppgave med lavinngangsterskel slik at elevene lett kan komme i gang med den. Det er faktorer i oppgaven som er kjent for elevene med pris og penger. Siden det er regning på penger kunne en nok plassert den i undersøkelseslandskap type 4 ut fra de kriteriene, men oppgaven er plassert i open-end på bakgrunn av det åpne leddet oppgaven inneholder. For en førsteklassing vil det nok kunne skape forvirring med at en har penger, skal kjøpe, også til slutt finne ut hvor mye en har igjen. De skal også føre regnestykket inn, og det blir også i denne omgang sett på som et åpent ledd i oppgaven med bakgrunn for klassetrinnet oppgaven er for. Til slutt skal de finne ut hvor mange kroner de har igjen. Oppgaven er inndelt med bruk av ulike representasjonsformer, noe som kan utfordre elevene med å se sammenheng med at alle leddene i oppgaven har tilknytning til hverandre.

Videre er det et eksempel som inngår i open-ended kategorien, og plassert inn som open-start + open-end. Dette ser en i Figur 12, som er en oppgaven som defineres med at den har en åpen start og en åpen målsituasjon. Her har elevene mulighet til å utfolde fantasien sin i utføringen av oppgaven. En oppgave av dette eksempelet kan i andre sammenhenger defineres som regnefortelling, og det har lærebøkene også brukt. I analyseverktøyet ser en at regnefortelling ligger som kjennetegn under alle oppgavetypene i open-ended kategorien. Ut fra oppgaven ser en at den er såpass åpen i start og sluttfase at det blir en open-start + open-end kontra noen av de andre.

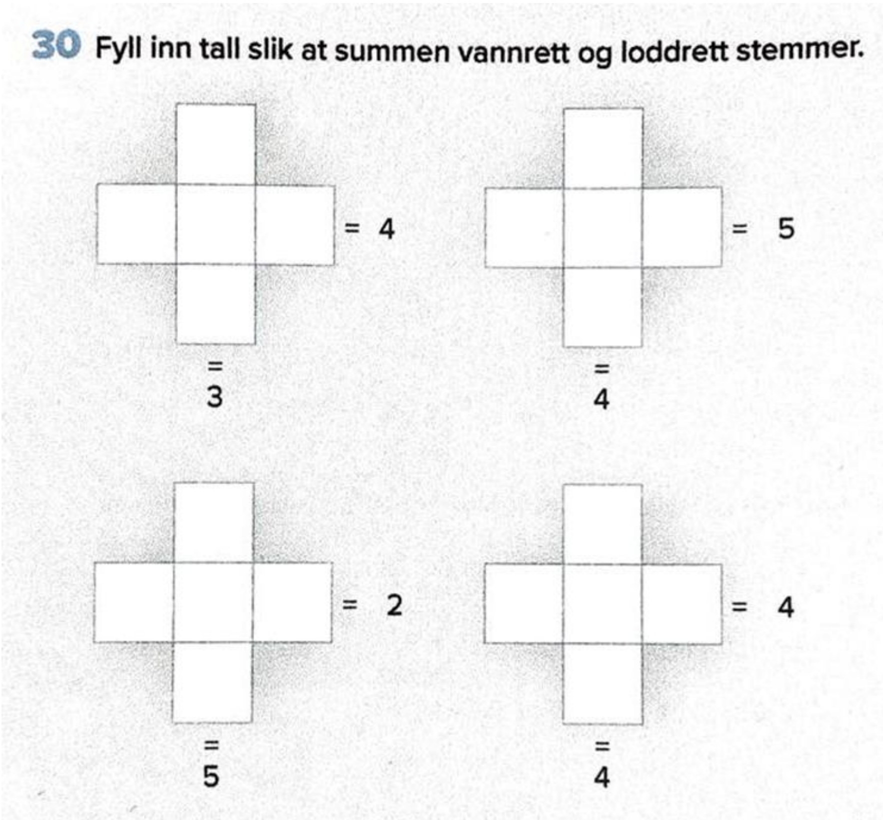
Figur 12 – fra Matemagisk 1, s. 104

På siden i boken, på Figur 12, så skal elevene drive med subtraksjon i form av regnefortelling. Først møter enn et eksempel med en illustrasjon fra en bursdag, med en tilhørende regnefortelling til illustrasjonen. Til slutt er det et regnestykke som også hører til illustrasjonen og fortellingen. Når historien omhandler en bursdag er det noe elevene kan relatere seg til siden bursdag er noe som ofte er velkjent for en 1.klassing. Ut fra eksempelet får elevene et mønster de kan følge og dette mønsteret blir fulgt i illustrasjonene. Men det er ikke fastlagt fra oppgaveteksten at de må følge eksempelet. Ut fra teksten ser en at dette følges, men det blir tatt vekk litt og litt tekst i oppgavene slik at elevene står mer fritt for egen komponering utover. I regnestykkene er det kun på den første satt inn et tall, men fortegnene som minus og likhetstegn er satt inn slik at elevene skal fylle inn tall på linjene. Om elevene driver med egenkomponering vil det komme ulike svar og historier knyttet til regnefortellingen, og dette kan ligge utgangspunktet for matematisk samtale i timen. Der elevene må fortelle hva de har tenkt, og hvordan de har laget regnestykket sitt.

Siste kjennetegn under open-ended kategorien som en ser i analyseverktøyet er *Dette er svaret hva er oppgaven*. Oppgavene under, Figur 13 og Figur 14, er kategorisert som open-start og inneholder det kjennetegnet. I en oppgavetype som dette er målsituasjonen fastsatt, men starten er åpen. I teorien ble Plums oppgaver nevnt som et eksempel, men i lærebøkene forekommer andre typer. Ut fra datainnsamlingen er det ulike typer oppgaver innenfor denne kategorien.

Figur 13 - fra Matematikk 1a, s. 133

Oppgaven, Figur 13, er en av oppgavene fra problemsidene i Matematikk, og ut fra informasjonssidene til læreverket er dette laget som problemløsingsoppgaver. Ifølge lærerveiledningen er dette oppgaver som elevene kanskje må jobbe mer med, og gjerne prøve og feile litt før å klare å løse dem. Det blir sagt at de gjerne har flere løsninger som er et kjennetegn på problemløsing. Ut fra oppgaven har Mira og Mattis lekt med Lego, og bygger trehjulssykler og biler. De har 10 hjul, og lurer på hvor mange biler og hvor mange trehjulssykler de kan lage med hjulene de har tilgjengelig. Siden elevene vet målsituasjonen i oppgaven som er 10 hjul, så kan en si at den er lukket. De vet ikke hvor mange biler og trehjulssykler det kan bli i starten, og dermed kan en si at startsituasjonen av oppgaven er åpen. Altså er dette en oppgave som inngår i open-start på bakgrunn av sitt åpne ledd. Dette er også en oppgave som inneholder flere løsninger, og som kan løses ved å bruke ulike representasjoner og løsningsstrategier. Det er en oppgave som passer seg til å prøve og feile på. Så ut fra mitt syn er dette er typisk open-start oppgave, fordi målsituasjonen er klart lukket.



Figur 14 - fra Volum*1a*, s. 149

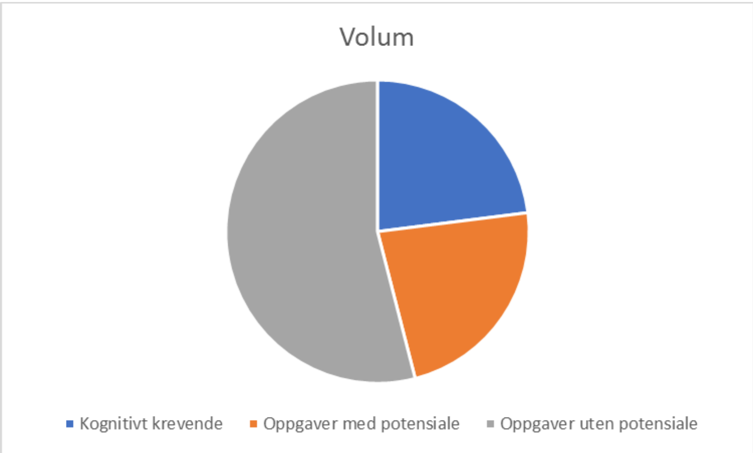
Figur 14, fra Volum blir også kategorisert som en open-start oppgave, men den er veldig ulikt utformet fra Matematikk sin oppgave. Det viser bredden på oppgaver innenfor open-start kategorien. I oppgaven fra Volum skal elevene fylle inn tall slik at summen loddrett og vannrett stemmer. I dette tilfellet har elevene sluttsummen, og sluttsummen blir da målsituasjonen. Dermed kan en si at den er låst, og en må finne startsituasjonen og oppgaven blir kategorisert som en open-start.

7.2.4 Oppgaver med potensiale for utforsking og problemløsing som er kognitivt krevende

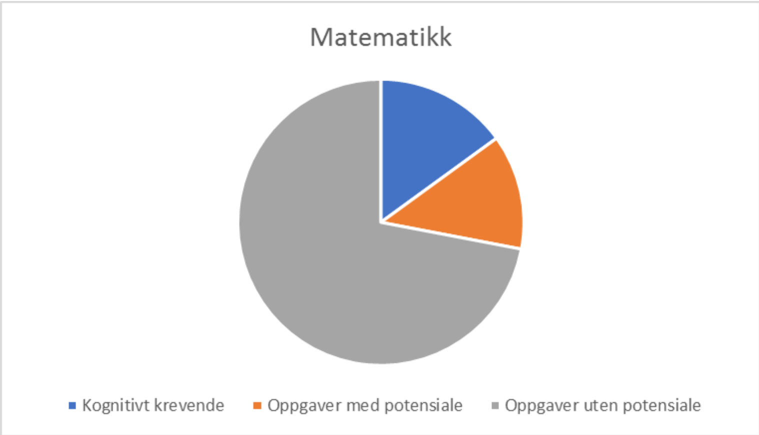
Ut fra Tabell 4, Tabell 5 og Tabell 6, ser en at alle lærebøkene inneholder oppgaver som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing, men samtidig som er kognitivt krevende å løse for elevene.

Hvor stor del av oppgavene som kan kategoriseres som kognitivt krevende for en elev på 1.trinn blir presentert i sektordiagram i Tabell 7, Tabell 8 og Tabell 9, fra hvert enkelt læreverk. Der det grå feltet indikerer oppgavene som ikke inneholder potensiale for utforsking og problemløsing, og dermed ikke ble kategorisert inn i analyseverktøyet. Oransje er oppgaver som ut fra analyseverktøyet inneholder potensiale for utforsking og problemløsing, og blå er oppgaver som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing, men samtidig er kategorisert som kognitivt krevende oppgaver å løse for elevene

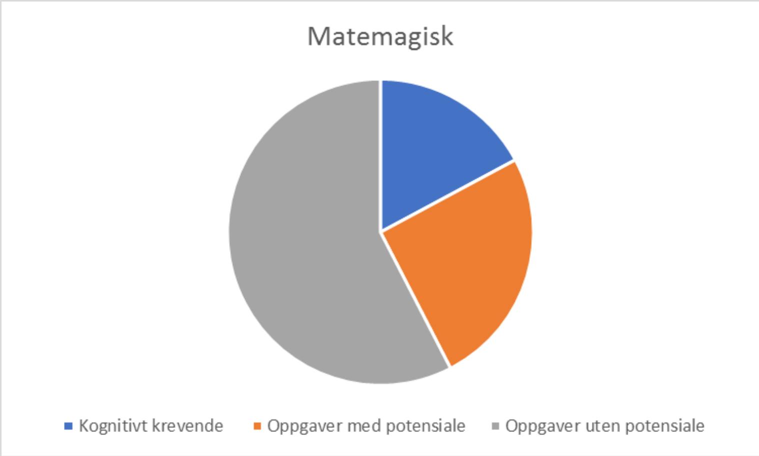
Tabell 7 - Volum



Tabell 8 - Matematikk



Tabell 9 - Matemagisk



Antall oppgaver som kvalifiseres til å være kognitivt krevende er ganske likt i alle tre læreverkene. Volum har 32 oppgaver, mens Matematikk har 24 oppgaver og Matemagisk har 25 oppgaver. Det er kun oppgavene som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing ut fra analyseverktøyet, som blir videre undersøkt om de er kognitivt krevende for elevene. Tabellene presentert i kapittel, 7.2.1.1-7.2.1.3, viser at kategorien open-ended har et høyt antall kognitivt krevende oppgaver. Dette i forhold til antall oppgaver plassert innenfor kategorien.

Analysen tar utgangspunkt i å se om oppgavene kvalifiseres til å være prosedyrer med sammenheng eller matematisk tenking, men det er tatt med i betraktningen at det er læreverk for 1.trinn. Er det oppgaver som krever bakgrunnskunnskaper, og ulike representasjonsformer i løsningsprosessen blir de i den omgangen kategorisert som en kognitivt krevende oppgave for elevene. Bare halvparten av oppgavene som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing blir kategorisert som kognitivt krevende for elevene. Ut fra dette kan en si at lærebøkene inneholder flest oppgaver som stiller lave kognitive krav til elevene. Eksempelvis har en oppgave innenfor open-ended kategorien flere ukjente ledd i seg. Da kan en tenke seg at den vil bli mer krevende for en 1.klassing å løse. Siden de trolig ikke har så mye erfaring med slike fra tidligere.

Oppsummering på et langt analysekapittel der funnene fra datainnsamlingen blir presentert er at alle tre læreverkene inneholder noe potensiale for utforsking og problemløsing. Dette blir presentert i tabeller for hvert enkelt læreverk, der antall oppgaver med potensiale er kategorisert inn i analyseverktøyet. Undersøkelseslandskap type 2 er oppgavetypen som forekommer flest ganger i alle tre læreverkene, og det er mønsteroppgaver og oppgaver på tallinjen som går igjen her. Matematikk utpreger seg med mange oppgaver av typen undersøkelseslandskap type 4. Open-ended forekommer i alle læreverkene, og disse er i stor grad ofte kognitivt krevende for elevene å løse. Gjentakende for læreverkene er at det er flest av oppgaver som krever kognitivt lite av elevene å løse.

8 Diskusjon

I denne delen vil jeg ta for meg resultatet av problemområde b) som ble presentert i kapittel 7. Der ble det presentert hvilket potensial som finnes for utforsking og problemløsing i oppgaver i tre utvalgte læreverk i matematikk for 1.trinn utgitt etter LK20 utfra et analyseverktøy som er utviklet for studien. I denne delen skal jeg diskutere hvordan potensiale for utforsking og problemløsing som finnes i oppgavene som ble presentert i kapittel 7 kan bli utnyttet og fordelen med det knyttet opp mot teoriperspektivet empowerment.

Det at elevene lykkes i matematikk med å bli gode utforskere og problemløsere knytter jeg sammen med at elevene utvikler empowerment. Fordi empowerment gir muligheten til å se prosessen med utforsking og problemløsing i et større perspektiv. For at elevene skal kunne utvikle empowerment er det flere faktorer som spiller inn, som læringsmiljø, lærerens rolle og matematikkoppgaver. Elevene må få jobbe med de oppgavene som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing i matematikk. Hva skjer om potensiale for utforsking og problemløsing som finnes i oppgavene ikke blir utnyttet? Vil elevene da klare å bli gode utforskere og problemløsere, og på sikt utvikle empowerment?

Siden kjernen i empowerment omhandler hvilke egenskaper, og hva en ønsker å fremme hos elevene i skolen. Dermed er det avgjørende å ha tro på seg selv, ta kontroll og delta aktivt i undervisningen for elever om de skal ha muligheten til å utvikle empowerment (Ernst, 2002). Så om en elev skal utvikle empowerment i arbeid med utforskings og problemløsingsoppgaver må elevene ha tro på seg selv, og at de klarer det gjennom prosessen. De må ta kontrollen og være aktiv i prosessen med løsningsarbeidet av oppgavene.

8.1 Hvordan utnytte potensiale for utforsking og problemløsing

For å se nærmere på hvordan en kan få utnyttet potensiale for utforsking og problemløsing som ble avdekket i oppgavene i læreverkene velger jeg som nevnt å se det i lys av teoriperspektivet empowerment. Fosse, et al, (2020) hevder at elevenes utvikling av empowerment er avhengig av både langsiktige og kortsiktige arbeid med matematikk for elevene. Det langsiktige arbeidet kommer frem i læringsmiljøet, og viktigheten av et godt og rikt læringsmiljø for utvikling av empowerment. Det kortsiktige arbeidet ser en i oppgavene som blir tatt i bruk i hver undervisningsøkter. At potensiale i oppgavene utnyttes for at elevene har mulighet til utvikling av empowerment. Til slutt ser en på motivasjon som har en betydning for både det langsiktig og kortsiktig arbeid for elevers utvikling av empowerment i arbeidet med utforsking og problemløsing i matematikken.

8.1.1 Læringsmiljø

Som innledningen sier er læringsmiljø en viktig faktor i det langsiktige arbeidet med hvordan en kan få utnyttet potensialet for utforsking og problemløsing, og for at elevene skal få muligheten til å utvikle empowerment.

Utvikling av et rikt læringsmiljø er et langsiktig arbeid og noe som tar tid, og må jobbes kontinuerlig med. Dette støttes av Johnsen-Høines (2020) som poengterer at det tar tid å utvikle et læringsmiljø der elevene er vant til å tenke matematikk alene og sammen med andre på en undersøkende måte. Dette er noe som er viktig i utviklingen av empowerment hos elevene siden empowerment er knyttet opp mot forståelse innenfor arbeid med utforsking og problemløsing. I dette arbeidet har læreren en sentral rolle for at det blir utviklet et læringsmiljø som initierer til arbeid med utforsking og problemløsing, og som kan resulteres i utvikling av empowerment hos elevene. Det blir understrekt av Pennant (2013) at læreren bør opparbeide et læringsmiljø som gir elevene støtte til å utvikle ferdighetene de trenger i arbeidet med utforskende og problemløsende oppgaver. Pennant hevder videre at om en lærer klarer dette vil læringsmiljøet innebære at tenking blir verdsatt, elevene blir trygge og vet at ingen svar er dumme og det er lov å svare feil. Ut fra Figur 1, må læreren være bevisst på hvem som er aktiv i undervisningen. Elevene lærer i samspill med læreren, og det er viktige med samtale og diskusjoner i klasserommet. Dette er viktige faktorer for utvikling av empowerment. For at et læringsmiljø som Pennant (2013) og Johnsen-Høines (2020) hevder er viktig er det avgjørende at de sosiomatematiske normene legger føringer for dette.

Det er de sosiomatematiske normene som fører til ulike klassemiljø ifølge Yackel og Cobb (1996), for alle læringsmiljø i matematikklasserommet er et resultat av både sosiale og sosiomatematiske normer. De sosiomatematiske normene legger spesifikt til rette for elevens og lærerens matematiske aktiviteter i matematikktimene, og matematiske aktiviteter er sentralt for utvikling av empowerment. De legger grunnlaget for hvilke løsninger som er godkjent i læringsmiljøet, for de matematiske problemene. Eksempelvis i et læringsmiljø er det nok med to streker under svaret, men i et læringsmiljø som har mål om å utvikle empowerment innenfor utforsking og problemløsing legger de sosiomatematiske normene føringer på at løsningene må diskuteres. Hvordan elevene opptrer i klasserommet i en matematikktime er på bakgrunn av hvilke sosiomatematiske normer som er innført i læringsmiljøet. Derfor er det opp til læringsmiljøet som læreren må danne for sin klasse hvilke sosiomatematiske normer som skal gjelde der. Sosiomatematiske normer påvirker elevenes problemløsing, matematiske og kritiske tenking, og hvordan det arbeides med matematikken hevdes av Yackel og Cobb

(1996). Ut fra dette kan en si at de sosiomatematiske normene er helt nødvendig for utvikling av empowerment hos elevene.

I utvikling av empowerment på barnetrinnet er det viktig å huske at elevene oppleve ulikt hva som er utforskende og problemløsende. Som Johnsen-Høines (2020, s. 186) hevder at utforsking og problemløsing på barnetrinnet kan være å jobbe sammen i en læringskultur hvor en er vant til å tenke matematikk sammen med medelever på en undersøkende måte. Et læringsmiljø der elevene er vant til å tenke matematikk sammen er også er resultat av sosiomatematiske normer som er innført. Arbeidsmåten prøve og feile blir trukket frem av Johnsen-Høines (2020) for å utvikle empowerment. Dette støttes av Boaler (2016) når hun påpeker at feil er verdifulle. Fordi ved feil så må elevene gruble og tenke over egen løsning, og dette kan føre til verdifull læring. Om en elev løser en utforskingsoppgave feil, så kan det gi rom for verdifull læring enten for eleven alene eller i plenum. Siden det kan legge rammene for en matematisk diskusjon om løsningsprosessen. Pennant (2013) er enig med Boaler at feil kan være nyttig og at den faktoren er viktig i en rik klasseromskultur, der en har som mål at elevene skal utvikle empowerment.

8.1.2 Oppgaver

For at elevene skal få mulighet til å utvikle empowerment er en avhengig av at oppgavene initierer til utforsking og problemløsing. Det støttes av Fosse, et al., (2020) som hevder at valg av oppgaver står sentralt for utvikling av empowerment. Oppgavene som er plassert inn i analyseverktøyet inneholder potensiale, men læreren må være bevisst på at dette blir brukt både innenfor undersøkelseslandskap og open-ended. Læreren må også være bevisst på at elevene får presentert problemene før metoden er undervist. Da vil det også oppfylle Pennant (2013) sin kvalifikasjon på at det er arbeid med et problem. En må være bevisst på at elevene bruker visualisering på småtrinnet, og en må som lærer tørre å utfordre elevene til å tegne de matematiske situasjonene de opplever i oppgavene, og videre få de til å forklare hva de tenker enten til medelever eller lærer. Boaler (2016) hevder viktigheten av å be elevene begrunne og være kritisk til egne løsninger i matematikk. Ut fra Boaler (2016) sine synspunkter kan en si at begrunning av løsningene, og å være kritisk til egne løsninger er viktig for utviklingen av empowerment hos elevene. Vygotsky sier seg enig med Boaler (2016) når han hevder at elevene opparbeider seg problemløsingsstrategier gjennom samarbeid og samtale med medelevene (Imsen, 2005). Dermed er samtale om oppgavene også et avgjørende ledd for utvikling av empowerment.

Dette kan ses i lys av Kilpatrick, et al. (2001) der det blir hevdet at bruk av problemløsing er et godt valg ved utvikling av elevers forståelse i matematikk. Utvikling av forståelse ved arbeid med oppgaver som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing er et sentral ledd for at elever skal utvikle empowerment i denne sammenheng. Problemløsing blir nevnt som et godt middel for å utvikle elever forståelse, men det er viktig å huske på at det er ulikt hva elevene opplever som problemløsing hevder Solem, et al. (2018). At en oppgave som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing vil muligens ikke oppleves som problemløsende for alle elever siden de har allerede opparbeidet seg kunnskap om det. Dette støttes av definisjonen til Johnson, et al. (2004). Et problem er om elevene ikke umiddelbart ser løsningsprosessen, og ingen kjente metoder kan brukes. Dette vil variere fra elev til elev, og hvilke bakgrunnskunnskaper de har om emne.

Boaler (2016) fremmer i sine syv punkter for positive normer i matematikk at matematikk omhandler koblinger og kommunikasjon, og at matematikken kommuniserer med ulike representasjonsformer. Dette er faktorer elevene må mestre for utvikling av empowerment i arbeid med utforsking og problemløsing. Representasjonsformer som kommer til syne i oppgavene fra analysen er illustrasjoner, ord, mønster og tallinjer. Det å koble representasjonene sammen er en viktig øvelse for elevene, og noe elevene må mestre for å ha mulighet til utvikling av empowerment. Oppgavene fra læreverkene viser at elevene får mange muligheter til å utfolde seg med representasjonsbruken. Dette er som nevnt et viktig ledd i å utnytte potensiale for utforsking og problemløsing, og utvikle empowerment. Det er avgjørende at elevene forstår betydningen av representasjonsformene, for uten forståelse er det ikke mulig å utvikle empowerment. Dette blir understreket av Kilpatrick og Swafford (2002). De nevner forståelse som en av de fem trådene til å oppnå matematiske ferdigheter. For at elevene kan indikere at de har opparbeidet seg forståelse i arbeid med oppgaver må de vite hva de ulike matematiske symbolene, diagrammene og prosedyrene som blir brukt som representasjon i prosessen betyr (Kilpatrick & Swafford, 2002). Utfra dette ser en hvor sammenknyttet bruken av representasjonsformer er mot forståelse. Vet elevene hva de ulike representasjonsformene betyr er de et steg nærmere å utvikle empowerment. Dermed har læreren en viktig rolle med å kontrollere om elevene har forståelse for oppgavene. En annen indikasjon på at elevene har opparbeidet seg forståelse for det matematiske emnene de arbeider med er om de er i stand til å ha en matematisk samtale om emne.

Samtale om løsningsprosessen i arbeid med matematikkoppgaver er også noe som må verdsettes om potensiale for utforsking og problemløsing skal utvikle empowerment.

Fuglestad (2010) hevder inquiry er et viktig stikkord i denne prosessen i arbeid med utforsking. Fordi inquiry omhandler å stille spørsmål, undre seg, undersøke, utforske, eksperimentere og søke etter kunnskap. Alt dette er metoder som er nært knyttet til samtale om løsningsprosessen i arbeid med utforsking- og problemløsingsoppgaver. Elever som arbeider med oppgaver med potensiale for utforsking og problemløsing, som er kategorisert inn i analyseverktøyet bør bli bevist på inquiry av læreren kontinuerlig i prosessen. Schoenfeld (1992, s. 5) hevder på sin side at en er avhengig av utforsking for å kunne anvende prosessen med å finne frem til løsningen i problemløsingsoppgaver.

8.1.2.1 Oppgaver i undersøkelseslandskap

Oppgavene innenfor undersøkelseslandskap type 2 og type 4 som forekommer i de undersøkte læreverkene er det avgjørende at elevene blir invitert inn i undersøkelseslandskapet om potensiale i oppgavene skal utnyttes. Dette hevder Skovsmose (2003) er avgjørende om elevene skal befinne seg i et undersøkelseslandskap. Læreren kan invitere elevene inn ved å spørre ''hva viss?'' og ''hvorfor det?''. For å ta imot invitasjonen fra læreren er det også en avgjørende faktor at elevene er motivert og engasjert for arbeidet. En kan tenke seg at læreren må prøver å bygge opp forventningene til elevene på 1.trinn om de skal respondere på en invitasjon inn i et undersøkelseslandskap. Som en ser i Pennant (2013) sin Figur 1, er det viktig som lærer å være bevisst over eget kroppsspråk i undervisningen. En engasjert lærer vil i stor grad motivere elevene mer. Elevene på 1.trinn er ofte engasjerte og lærevillige, og når elevene inviteres inn i undersøkelseslandskap og tar imot invitasjonen fra læreren vil elevene være på vei til å utvikle empowerment.

Oppgavene som kategoriseres inn under undersøkelseslandskap i analyseverktøyet kan bli gjort til fattige oppgaver om elevene ikke blir invitert inn i undersøkelseslandskapet av læreren. Eller om elevene ikke respondere på lærerens invitasjon. Skovsmose (2003) hevder at det kan være mange grunner til at responsen fra elevene uteblir, og det kan være tilfelle for elevene på 1.trinn. Siden de er helt ferske, og ikke oppfatter invitasjonen inn i et undersøkelseslandskap. Læreren må ha i bakhode hvis en skal utnytte potensiale for utforsking og problemløsing i oppgaver innenfor undersøkelseslandskap, at det essensielle i undersøkelseslandskap er måten en møter matematikken. Da ved invitasjoner fra lærer til elevgruppen, og der disse blir mottatt. Ut fra dette kan en si at om elevene arbeider med oppgavene alene i læreboken sin så vil ikke dette være arbeid innenfor et undersøkelseslandskap, og ikke bidra til utvikling av empowerment hos elevene.

8.1.2.2 Oppgaver med åpen start- og målsituasjon

I oppgaver med åpen start- eller målsituasjon trenger ikke elevene samme invitasjon inn i problemet, som i undersøkelseslandskapet. Oppgavene her må også inneholde kriteriene til Boaler (2016) om de skal være et ledd i utviklingen av empowerment. Oppgavene innenfor open-ended kategorien i analyseverktøyet er oppgaver med åpen start- eller målsituasjon. De stiller seg ulikt fra oppgavene i undersøkelseslandskapet der elevene ikke trenger noen invitasjon inn for at de skal kunne arbeide utforskende med dem. Dermed kan ikke de bli gjort om til fattige oppgaver på samme grunnlag som oppgaver innenfor undersøkelseslandskap.

Mange av oppgavene med åpen start- eller målsituasjon er oppgaver innenfor rike oppgaver, og dette er ofte oppgaver som kategoriseres som LIST-oppgaver definert av Wæge og Nosrati (2018). Det står for oppgaver med lav inngangsterskel og stor takhøyde. Dette er oppgaver som kan passe elever som befinner seg på ulikt nivå. Siden de har stor takhøyde, som innbefatter muligheten til ulike løsninger, bruke ulike metoder og representasjoner i arbeidet. Dette er oppgaver som Herheim (2007) hevder står i kontrast til lukkede og standardiserte øvingsoppgaver som gjerne har vært fremtredende i matematikken.

Rike oppgaver kan bli gjort til fattige oppgaver om læreren hjelper elevene for mye i løsningsprosessen. Da får elevene ikke mulighet til å utvikle empowerment. Oppgaven som viser open-start i Figur 13, er en typisk problemløsingsoppgave som kan kategoriseres som en rik oppgave. Oppgaven omhandler to barn som bygger trehjulssykler og biler i Lego, som lurer på hvor mange av hver de kan bygge ved hjelp av ti hjul. Her må en unngå at problemet går fra å være et rikt problem til et fattig problem. Det forekomme om elevene står fast, og får for mye støtte av læreren underveis i løsningsprosessen. Hana (2013) hevder at elevene lærer de grunnleggende fakta og prosedyrer i mindre utforskende oppgaver, men de lærer også det essensielle med å delta i ekte matematisk tenking. Videre kan en implementere vanskeligere problem, og delta i problemet ved å forstå situasjonen. Elevene må lære at noen problemer er vanskelig og tidskrevende å løse. Denne tolkningen til Hana (2013) om å stå i problemet kan ses i lys av Polya (2004) sin problemløsingsprosess.

Pehkonen (1997) var en forkjemper for å utfordre måten en organiserer matematikkundervisningen på. Ut fra det kan en gjøre utforsking og problemløsing mer tilgjengelig for flest mulig av elevene. Her er arbeidsmåtene så åpen, og oppgavene inneholder et åpent ledd. Det gir igjen mulighet til å finne sin arbeidsmåte for å løse problemene på. Enten dele problemløsingsoppgavene etter Polya (2004) sine ledd. Eller bruke ulike representasjoner som Killpatrick & Swafford (2002) poengterer for å oppnå matematisk kompetanse, og tørre å feile som Boaler (2016) mener gir dypere forståelse på sikt. Pehkonen (1997) illustrerte open-ended oppgavene som en paraply som inneholder undersøkelser, problemstilling, situasjoner i virkeligheten, prosjekter, problemfelt, problemer uten spørsmål og problemvariasjoner ("hva-hvis" -metode). Siden oppgavefeltet er så vidt har elevene mulighet til å jobbe på mange ulike måter i matematikken, og det kan gi de en dypere og bedre forståelse i matematikken og større muligheter for å utvikle empowerment.

8.1.3 Motivasjon

Som nevnt innledningsvis i diskusjonskapittelet er motivasjon er en avgjørende faktor i matematikk for å utvikle empowerment uavhengig om det er innenfor læringsmiljø som langsiktig arbeid, eller oppgaver som en del av det kortsiktige arbeidet. Når elever arbeider med oppgaver som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing er det avgjørende at elevene er motiverte. Dette er også avgjørende når elevene arbeider med oppgaver innenfor undersøkelseslandskap eller med oppgaver som inneholder en åpen start- eller målsituasjon. For å utvikle empowerment er det nødvendig at elevene drives av motivasjon. Motivasjon deles i indre og ytre (Wæge & Nosrati, 2018). Ved indre motivasjon er elevene genuint interessert i det de driver med. Ytre motivasjon kan være at de vil gjøre lærer/foreldre stolte over hva de har klart og lært seg på 1.trinn. Elever som utvikler empowerment er motivert for å lære, og de er motivert for å arbeide med oppgaver som initierer til utforsking og problemløsing.

Wæge og Nosrati (2018) hevder at den indre motivasjonen som innebærer den genuine interessen for faget gradvis synker gjennom skoleløpet. En kan tenke seg at det er vanskelig for elever å utvikle empowerment uten indre motivasjon. Da må det være så sterk ytre motivasjon for, og ikke skuffe lærer, medelever eller foreldre eksempelvis som bidrar til at de utvikler empowerment uten å være indre motivert. Pintrich (2003) hevder på sin side at det er avgjørende om elevene er motivert om de skal lykkes på skolen. Ut fra dette kan en si at motivasjon er nødvendig for utviklingen av empowerment.

8.2 Fordelen med å utvikle Empowerment

En vil utvikle empowerment for at elevene har opparbeidet seg forståelse i fag. Hana (2013) mener at en konsekvens av å arbeide innenfor oppgavediskurs er at elevene går videre til neste oppgave umiddelbart etter at de har kommet frem til løsning på en oppgave, fordi det er nettopp dette tidspunktet at elevene har størst potensiale for læring til stede. Målet med å innføre kjerneelementer i LK20 var for at elevene skulle oppnå mer forståelse over de matematiske emnene i læreplanen. Utforsking og problemløsing er en av seks kjerneelementer, og som skal danne grunnlaget for elever utvikling av empowerment. Som en ser er det ikke en enkel sak, men matematiske prosesser som må foregå over tid. Derfor er det vanskeligere å oppnå empowerment allerede på 1.trinn. Her skal alt læres og innføres. Det skal utviklet et rikt læringsmiljø, og elevene er ikke vant med de sosiomatematiske normene som er dannet av lærer, og ligger til grunn for at det utvikles et rikt læringsmiljø.

Det er ikke til å komme unna Boaler (2016) sin påpeking at alle elever kan lære matematikk, og det er viktig at elevene tror på det selv. Dette kan en se i lys av at alle elever kan utvikle empowerment. Så om elever strever med utforskings og problemløsingsoppgaver må de ikke miste troen på at de kan. Det krever en innsats av lærerne for å få elevene til å tro på seg selv. Videre hevder Boaler (2016) at matematikk er et vekstfag, og det tar tid å lære seg de ulike prosessene. Når en skal arbeide med utforsking og problemløsing på 1.trinn er det viktig at læreren applaudere elevens innsats selv om de strever med innlæringen. Funnene i analysen avdekker at undersøkelseslandskap type 2 er oppgavetypen som forekommer flest ganger ut fra analyseverktøyet som er komponert for studien. Boaler (2016) har i et av sine syv punkter over hva som er kjernen i matematikk, matematikk er å være kreativ og skape forståelse, og kjernen i matematikken handler om å visualisere mønster og løsninger. Dette kan ses på med et kritisk blikk og diskuteres med medelevene. Elevene på 1.trinn må lære seg det grunnleggende med tall, og dermed blir tallinje et godt virkemiddel. Her får elevene mulighet til å visualisere tallene i stigende og synkende rekkefølge, som er et ledd for utvikling av empowerment.

9 Konklusjon

Formålet med min studie har vært å undersøke potensiale for utforsking og problemløsing i oppgaver i tre norske læreverk etter innføringen av LK20. Jeg har i innledningen beskrevet at studien min vil gi et bidrag til den manglende forskningen, som er gjort innenfor feltet tidligere. For kunne gjøre dette har jeg vært nødt til å utvikle et analyseverktøy, som var tilpasset formålet med studien. Dette med i bakgrunn at det ikke fantes noe analyseverktøy, som var laget for å se på tilsvarende tidligere. Analyseverktøyet som har blitt utviklet i denne studien vil forhåpentligvis kunne danne utgangspunkt for andre som ønsker å gjøre liknende studier i fremtiden. Siden forskningen min omhandler å se etter potensiale for utforsking og problemløsing, og det måtte utvikles et analyseverktøy så har forskningsområdet mitt bestått av to deler, A og B.

> *A) Utvikling av analyseverktøy for analyse av oppgaver med potensiale for utforskning og problemløsing i læreverk i matematikk for lavere trinn.*
> *B) En analyse av tre nye lærebøker fra ulike læreverk i matematikk for 1. trinn etter fagfornyelsen av læreplanen Kunnskapsløftet LK20.*

Resultatet på del A, utvikling av analyseverktøyet for oppgaver er fremstilt i kapittel 5. Resultatet på del B, hvilke potensiale som finnes for utforsking og problemløsing i oppgaver i tre læreverk i matematikk etter LK20 er fremstilt i kapittel 7. Resultatet blir fremstilt i tabeller for hvert enkelt læreverk, Tabell 4, Tabell 5 og Tabell 6. Der kommer det frem hvor mange oppgaver som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing, og hvor mange av oppgavene med potensiale for utforsking og problemløsing som er kognitivt krevende for elevene å løse. Undersøkelseslandskap type 2 er den oppgavetypen som initierer til utforsking og problemløsing, og som forekommer flest ganger i alle tre læreverkene. For å få utbytte av potensiale for utforsking og problemløsing som finnes i oppgavene er det flere avgjørende faktorer, som læringsmiljøet oppgavene blir brukt i, hvordan læreren legger frem oppgavene til elevene og om lærerne lar elevene stå i løsningsprosessen. For det er ikke gitt at potensiale for utforsking og problemløsing blir utnyttet i all matematikkundervisning som foregår i norske skoler. Lærerne må være bevisst på hvilke oppgaver som blir gitt, for at elevene skal ha størst mulig utbytte av undervisningen.

Jeg oppfatter at jeg har svart på formålet ved studien gjennom mine to delresultat underveis i oppgaven. Resultatene jeg har kommet frem til kan likevel ikke tolkes uten å se studien i sin helhet.

10 Avslutning

Jeg har i arbeidet med masteroppgaven min undersøkt tre læreverk i matematikk for 1.trinn, som er utgitt etter innføringen av Kunnskapsløfte 2020 som trådte i kraft august 2020. Etter fagfornyelsen av kunnskapsløfte ble det innført seks kjerneelement i matematikk der utforsking og problemløsing var ett av disse. Det var interessen rundt utforsking og problemløsing som kjerneelement, som la grunnlaget for denne studien. Det ble valgt ut tre lærebøker for 1.trinn: 1a Matematikk av Cappelen Damm, Grunnbok 1 Matemagisk av Aschehoug og 1a Volum av Fagbokforlaget. Lærebøkene ble analysert ut fra et selvutviklet analyseverktøy der hovedfokuset var å undersøke hvilke potensiale for utforsking og problemløsing som finnes i oppgavene. Videre ble det sett på om oppgavene som inneholder potensiale, også er kognitiv krevende for elevene å løse.

Gjennom bruken av analyseverktøyet i datainnsamlingen ble det funnet flere oppgaver som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing i alle tre læreverkene. I noe varierende grad mellom læreverkene, men alle de tre inneholder oppgaver med potensiale for utforsking og problemløsing. Oppgavene som inneholdt potensial ble kategorisert inn i seks ulike typer oppgaver i analyseverktøyet som alle initierer til utforsking og problemløsing. Det som var en fellesnevner for de tre læreverkene er at det er oppgavetypen undersøkelseslandskap type 2 som forekommer flest ganger. Undersøkelseslandskap type 2 inneholder potensiale for utforsking og problemløsing om det blir utnyttet på riktig måte med at læreren inviterer elevene inn i undersøkelseslandskapet. I undersøkelseslandskap type 2 jobber elevene med ren matematikk, og befinner seg i tallenes, mønsteret eller strukturens verden ifølge Skovsmose som er en forkjemper for denne metoden å arbeide på. Resultatet på problemområde b) kan ses i kapittel 7. Der resultatet blir presentert i tabeller og sektordiagram, for å vise hvor stor del av oppgavene i læreverkene som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing, og videre er kognitivt krevende. Der ser en at det er flest av oppgaver uten potensiale for utforsking og problemløsing, og disse er heller ikke kognitivt krevende.

10.1 Kritikk refleksjon

Det er ofte enklere å være etterpåklok etter et forskningsprosjekt. Det er nok mange valg som er tatt i forbindelse med dette prosjektet, som muligens hadde vært tatt annerledes nå om en tenker tilbake, og skulle begynt på nytt. Det kan skyldes den læringsprosessen en masteroppgave gir. Eksempler på valg som hadde vært litt mer gjennomtenkt i forkant og underveis i studien er at jeg hadde nok sett på hele læreverket, og ikke bare kapittelvis i læreboken. Tallkapitler er de mest sentral i lærebøker for 1.trinn, men det hadde vært interessant og tatt et overblikk over hele boken. Dette for å se om det er noen kapitler, som inneholder potensiale for utforsking og problemløsing, men som ikke har blitt undersøkt i studien.

Denne oppgaven kan gi lærere en oversikt over noe av potensiale som finnes for utforsking og problemløsing i de tre utvalgte matematikklærebøkene., og ut fra dette bli enda mer observant på det i egen undervisningen. Studien kan også være til hjelp for lærere i å bevisstgjøre hvilke oppgaver en bør fokusere på i matematikkundervisningen hvor de vil ha fokus på utforsking og problemløsing. Ut fra studien kan en finne kjennetegn på hva som ligger i en oppgave med potensiale for utforsking og problemløsing, og dette kan være nyttig lærdom. Videre blir en presentert noen av godene som utforsking og problemløsing gir elevene om dette blir en naturlig del av undervisningen deres. Det er lett å undervurdere hvilke roller læreren har for å etablere et læringsmiljø som initierer til læring. Dette er punkter som blir diskutert i diskusjonskapittelet 8.

Ut fra funnene studien avdekker kan en tenke seg at lærebøker alene ikke er rett måte å implementere kjerneelementene på, men et godt hjelpemiddel for lærerne å ha for matematikkundervisningen. Den viktigste pedagogiske implikasjonen mitt forskningsarbeid gir er at lærere må være bevisst på oppgaver som velges ut, for dette er et veldig viktig element. Det må være oppgaver som gir elevene noe, og at de ikke bare regne flest mulige sider i læreboken slik som oppgavediskursen gir innblikk i. Det er kanskje ikke nødvendig at elevene gjør alle oppgaven kapitlene inneholder, men læreren må være strategisk i utvelgelsen av oppgaver. Velge oppgaver innenfor de ulike oppgavetypene, som er med i denne studien er en god start. Siden da får elevene utfordre seg på ulike elementer i matematikken, og danner seg dybdeforståelse slik som formålet med kjerneelementene er ifølge LK20.

10.2 Forslag til videre forskning innenfor emnet

I denne studien er det sett på tre lærebøker med utgangspunkt i kjerneelementet; utforsking og problemløsing. Jeg har sett på de i lys av det selvutviklete analyseverktøyet som ble laget for å være tilpasset formålet med studien. Dette er et analyseverktøy som kan brukes videre i å undersøke potensiale for utforsking og problemløsing på høyere trinn enn 1.trinn. Det er noe jeg absolutt ser på som en mulighet, og noe som er spennende å gjøre ved en senere anledning.

Det kan også være interessant for videre forskning å se på flere av kjerneelementene i matematikk, og hvilke potensiale det finnes av dem i oppgavene i matematikk for 1.trinn. Det er også interessant og aktuelt å se på andre trinn enn 1.trinn som denne studien setter søkelys på. Videre er det i denne oppgaven studert et utvalg lærebøker utgitt etter LK20, men det er interessant å se på flere læreverk som finnes i Norge, og hvilke potensiale de inneholder for utforsking og problemløsing, og eventuelt andre kjerneelementer.

11 Referanseliste

Boaler, J., & Dweck, C. (2016). Mathematical mindsets : Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages, and innovative teaching. San Francisco, California: Jossey-Bass.

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y., & Mesa, V. (2010). The addition and subtraction of fractions in the textbooks of three countries: A comparative analysis. Mathematical Thinking and Learning, 12(2), 117-151.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forl.

Dahl, H., Nohr, M., Rättzén, F., & Mathisen, L. (2020). Matematikk 1A fra Cappelen Damm : Lærerveiledning (Bokmål/nynorsk, utgave 1. ed.). Oslo: Cappelen Damm.

Dahl, H., Nohr, M., & Rättzén, F. (2020). Matematikk 1A fra Cappelen Damm : Lærerveiledning (Fellesutgave] bokmål/nynorsk, utgave 1. ed.). Oslo: Cappelen Damm.

Dalland, O., & Keeping, D. (2020). *Metode og oppgaveskriving* (7. utgave. ed.). Oslo: Gyldendal.

Fritzen, I., Nilsen, E., Nyborg, M., Ødegaard, S., Engmark, E., Baklid, E., . . . Baklid, Espen Skevik. (2020). Matemagisk 1: Grunnbok (Bokmål[utgave], 2. utgave. ed.). Oslo: Aschehoug undervisning.

Fritzen, I., Nilsen, E., Nyborg, M., Nilsen, Margareth, & Nyborg, Sindre. (2020). Matemagisk 1: Lærerveiledning (2. utgave. ed.). Oslo: Aschehoug.

Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2015). En metodisk studie av innholdsanalyse–med analyser av matematikklæreres undervisningskunnskap som eksempel. *Nordic Studies in Mathematics Education, 20*(2), 79-96.

Fosse, T., Lode, B., & Ånestad, G. (2020). Alle skal med – sammen om matematikkvansker. Norsk pedagogisk tidsskrift, 104(4), 389-401. https://doi.org/10.18261/issn.1504-2987/2020-04-06 ER

Fuglestad, A. (2010). Læringsfellesskap for bedre matematikkundervisning (pp. S. 61-73). Oslo.

Hana, G. M. (2013). Oppgaver. In G. M. Hana (Ed.), Matematiske byggesteiner: Metamatematikk for lærerutdanningen (pp. 223-266). Caspar Forlag A/S.

Herheim, R (2007). Rike oppgåver. I R. Herheim (Red), *Tangenten: Tidsskrift for Matematikkundervisning nr. 3/2017,* Bergen: Casper Forlag

Imsen, G. (2005). *Elevens verden: Innføring i pedagogisk psykologi* (4. utg. ed.). Oslo: Universitetsforlaget.

Johnsen-Høines, M. (2020). Begynneropplæringen: Matematikkdidaktikk - barnetrinnet. Bergen: Caspar forlag AS.

Johnsen, K., Herr, T., Kysh, J., (2004) Crossing the River with Dogs: Problem Solving for College Students. Emeryville, CA: Key College Publishing.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). Adding it up: Helping students learn mathematics. Washington, DC: National Academy Press.

Kilpatrick, J., & Swafford, J. (2002). Helping children learn mathematics. Washington, DC: National Academy Press.

Krogtoft, M., & Sjøvoll, J. (2018). *Masteroppgaven i lærerutdanninga : Temavalg, forskningsplan, metoder* (2. utg. ed.). Oslo: Cappelen Damm akademisk.

Karlsen, L. (2014). *Tenk det! : Utforsking, forståelse og samarbeid - elever som tenker sjæl i matematikk : Ungdomstrinnet*. Oslo: Cappelen Damm akademisk

Kunnskapsdepartementet. (2016). Fag – Fordypning – Forståelse – En fornyelse av Kunnskapsløftet. Kunnskapsdepartementet. Oslo. Hentet fra: https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/?ch=1

Kunnskapsdepartementet. (2017). Verdier og prinsipper for grunnopplæringen – overordnet del av læreplanverket. Regjeringen. https://lovdata.no/static/LTI/sf-20170901-1332-01-01.pdf?timestamp=1595607354000

Krumsvik, R., Jones, L., & Røkenes, F. (2019). *Kvalitativ metode i lærarutdanninga*. Bergen: Fagbokforlaget.

Lepper, M. R., Corpus, J. H & Iyengar, S. S. (2005). Intrinsic and extrinsic motivational orientations in the classroom: age differences and academic correlates. Journal of Educational Psychology, 97(2), 184-196.

Mellin-Olsen, S. (1991). Oppgavediskursen i matematikk: Rekonstruksjon av en diskurs. Tangenten, 7(2), 1-6. http://caspar.no/tangenten/1996/oppgavediskurs.html

NESH. (2016). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi.

NOU 2014: 7. (2014). *Elevenes læring i fremtidens skole*. *Et kunnskapsgrunnlag.* Kunnskapsdepartementet. Oslo. Hentet fra: https://www.regjeringen.no/contentassets/e22a715fa374474581a8c58288edc161/no/pdfs/nou201420140007000dddpdfs.pdf

Olafsen, A., Korsvold, H., Onsrud, G., Kaufmann, O., & Ball, S. (2020). Volum 1A : Lærerveiledning (1. utgave, bokmål[utgave]. ed.). Bergen: Fagbokforlaget.

Olafsen, A., Korsvold, H., Onsrud, G., Kaufmann, O., & Ball, S. (2020). Volum 1A : Elevbok BM (1. utgave, bokmål[utgave]. ed.). Bergen: Fagbokforlaget.

Pehkonen, E. (1997). Introduction to the concept "open-ended problem". In E. Pekhonen (Ed.), Use of Open-Ended Problems in Mathematics Classroom. Research Report 176 (pp. 7-11). ERIC.

Pennant, J. (2013). Developing a Classroom Culture That Supports a Problem-solving Approach to Mathematics. Lastet 13.2.17 fra http://nrich.maths.org/

Pintrich, P. R. (2003). A motivational Science Perspective on the Role of Student Motivation in Learning and Teaching Contexts. Journal of Educational Psychology, 95(4), 667-686.

Pólya, G. (1957). How to solve it: A new aspect of mathematical method (2nd ed). Garden City, N.Y: Doubleday.

Postholm, M. B. (2013). Klasseledelse for et godt læringsmiljø. I R. Karlsdottir & I. H. Lysø (Red.), *Læring, utvikling, læringsmiljø: En innføring I pedagogisk psykologi* (s. 287-306). Trondheim: Akademika forlag.

Postholm, M., Jacobsen, D., & Søbstad, R. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.

Resvoll, E. (2014). Lærebøker I matematikk og læreres bruk av dem. Mastroppgave. Høyskolen i Sør-Trøndelag, Trondheim.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 334–370). New York, NY: Macmillan.Google Scholar

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics, 14*(1), 19–28. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/40248099Google Scholar

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education, 29*(3), 75–80. https://doi.org/10.1007/s11858-997-0003-xCrossRefGoogle Scholar

Skovsmose, O. (2003). Undersøgelseslandskaber. In O. Skovsmose & M. Blomhøj (Eds.), Kan det virkelig passe? (pp. 143-158). L&R Uddannelse.

Stedøy, I, M. (2018). Utforskende matematikkundervisning. hentet fra: http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/T2.P1.M3A%20Artikkel%20Utforskende%20undervisning_0.pdf

Thorkildsen, S., Problemløsing (2017) , Matematikksenteret., hentet fra: https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/media/filer/MAM/Torkildsen%20Matematisk%20Probleml%C3%B8sing.pdf

Tokheim, E, H., (2015). En analyse av tre norske læreverk i matematikk for 1.trinn. Masteroppgave. Universitetet i Stavanger, Stavanger

Utdanningsdirektoratet. (2020). Hva er kjerneelementene. Hentet fra: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/

Utdanningsdirektoratet. (2020). Læreplan i matematikk (MAT01-05). https://www.udir.no/lk20/mat01-05

Yackel, Erna & Cobb, Paul. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. Journal for research in mathematics education, 458-477.

Wæge, K., & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Oslo: Universitetsforl.

Åndsverksloven. (2018). Lov om opphavsrett. (LOV-2018-06-15-40). Hentet fra: https://lovdata.no/dokument/NL/lov/2018-06-15-40#KAPITTEL_3-1