



**Høgskulen
på Vestlandet**

MASTEROPPGAVE

Matematisk argumentasjon på en brasiliansk skole- en studie
av to læreres refleksjoner rundt argumentasjon og normer

Mathematical argumentation at a Brazilian school - a study of
two teachers' reflections on argumentation and norms

Line Dale Fonnes

Kandidatnummer 334

Master i undervisningsvitenskap med fordypning i matematikk

Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett (FLKI)

Veiledere: Silke Lekaas

29. mai 2020

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 10.

Forord

Dette masterstudie har vært en utrolig spennende studie å få jobbe med. Å skrive masteren har gitt meg mye lærdom og kunnskap som jeg vil ta med meg videre inn i læreryrket, nå som jeg skal begynne i fast jobb. Jeg var så heldig å få skrive en oppgave fra Brasil, som er et land som oppigjennom årene er blitt en stor del av meg. For den muligheten må jeg takke pappa, som har åpnet sitt nettverk for meg, og langt inn en stor innsats slik at jeg skal få gjennomføre drømmen min.

Jeg må takke Sergio og Clice for at jeg fikk bo hos dem tiden jeg var i Brasil. De åpnet hjemmet sitt for meg, og var gode støttespillere i arbeid med masteren. I tillegg må jeg takke dem, for at de fant en skole til meg, når skolen en skole trakk seg bare uker før jeg skulle reise ned til Brasil. De har virkelig hjulpet meg å gjennomføre masteren mitt.

I tillegg må jeg takke min nærmeste medstudent Jonas, som har hjulpet meg å diskutere når jeg har stått fast, eller kommet med gode råd til litteratur og ideer. Han har vært en viktig støttespiller som jeg har delt både oppturer og nedturer med. Takk for at du alltid har vært tilgjengelig og tilstede. Jeg må også takk andre studenter som har hjulpet meg korkturlesning, og støttende ord i de vanskeligste tidene. Tusen takk Johanne, Henriette og Eva. Videre må jeg takke mamma som har vært en god støttespiller, spesielt da covid-19 ble en del av masterhverdagen. Takk for at jeg fikk være hjemme, og for at jeg fikk skrive i fred og ro.

Sist, men ikke minst må jeg takke Silke, min veileder. Hun har vært enestående, og hjulpet meg til å holde et kritisk forskerblick, samtidig som hun har vist stor interesse for masteren min. Hun har gitt meg gode råd, og veiledning gjennom hele prosjektet. Tusen takk for all hjelp og veiledning jeg har fått.

Line Dale Fonnes

24.05.20

Sammendrag

I denne masteroppgaven er det undersøkt hvordan to lærere fra samme skole i Brasil arbeider med matematisk argumentasjon. Eksisterende forskning på matematisk argumentasjon viser at det bør være en del av matematikkundervisningen. Høsten 2020 kommer det en reformert læreplan som har et større søkelys på matematisk argumentasjon. Derfor var det interessant å undersøke hvordan lærere fra et annet land reflekterte rundt argumentasjon i matematikktimene. På bakgrunn av dette er følgende problemstilling utarbeidet:

En casestudie: Matematisk argumentasjon på en brasiliansk skole. Hvordan definerer og reflekterer to lærere rundt matematisk argumentasjon og hvordan jobber lærerne for å etablere og utvikle normer i arbeid med matematisk argumentasjon?

For å besvare problemstillingen reiste jeg til Brasil og gjennomførte intervju og observasjoner av de to lærerne. Jeg analyserte de innsamlede dataene for å undersøke hvilke refleksjoner lærerne hadde rundt argumentasjon, og hvordan de jobbet for å etablere normer i dette arbeidet.

Funnene i studien viser at de ulike lærerne reflekterte forskjellig rundt matematisk argumentasjon. Den ene læreren definerer matematisk argumentasjon som en del av læringsprosessen, der elevene skal lære å argumentere for å oppnå forståelse. I tillegg hun hadde tydelige refleksjoner rundt argumentasjon på et generelt nivå, og viser til få forskjeller mellom argumentasjon i matematikk og i andre fag. Den samme læreren har et bevisst forhold til etablering av normer, og tar i bruk konkrete grep i klasserommet, både på individuelt- og kollektivt nivå. Den andre læreren hadde et tydelig teoretisk matematisk perspektiv på matematisk argumentasjon, som hun knyttet opp til bevis og matematiske sannheter. Hun reflekterte i større grad rundt matematisk argumentasjon, og hvordan det skiller seg fra argumentasjon i andre fag. Denne læreren reflekterte også over sosiomatematiske normer, fremfor sosiale normer i klasserommet. Studien viser at hun har et ubevisst forhold til hvordan hun skal etablere normer, og hvilke grep hun anvender i klasserommet. Mine funn viser at lærerne som jobber ved samme skole har forskjellige definisjoner og refleksjoner rundt matematisk argumentasjon, og at de har ulik tilnærming til hvordan de går frem for å etablere normer i arbeid med det.

Summary

This master thesis examines how two teachers from the same school in Brazil work with mathematical reasoning. Existing research on mathematical reasoning shows that it should be implemented when teaching mathematics, and in the fall of 2020 the curriculum in Norway will be reformed, with a greater focus on mathematical reasoning. Therefore, I found it interesting to examine how teachers from another country reflect on reasoning in their mathematics lessons. Based on this, the following research question has been prepared:

A case study: Mathematical reasoning in a Brazilian school. How do two teachers define and reflect on mathematical reasoning and how do they work to establish and develop norms in mathematical reasoning?

To answer the question, I traveled to Brazil and conducted interviews and observations with my two informants. I analyzed the collected data to examine what reflections both teachers had about reasoning, and how they worked to establish norms.

The findings of the study show that both teachers reflect differently on mathematical reasoning. One teacher defines mathematical reasoning as part of the learning process, where students learn how to argue to gain understanding. In addition, she had clear reflections on reasoning in general and did not separate between reasoning in mathematics and other subjects. The same teacher has a conscious relationship with the establishment of norms, and applies specific measures in the classroom, both individually and collectively. The second teacher had a clear theoretical mathematical perspective on mathematical reasoning, which she related to proofs and mathematical truths. She reflects to a greater extent on mathematical reasoning and how it differs from argumentation in other subjects. This teacher also reflects on socio-mathematical norms, rather than social norms in the classroom. The study shows that she has an unconscious relationship with how to establish norms, and which with approaches she practices in the classroom. My findings show that both teachers even though they work at the same school have different definitions and reflections, and that they have different approaches when it comes to how they go about establishing norms in mathematical reasoning.

Innhold

1. Innledning.....	8
1.1 Matematisk argumentasjon.....	9
1.1.2 Matematisk argumentasjon fra læreplanene.....	10
1.2 Normer.....	12
1.2.1 Sosiale normer.....	12
1.2.2 Sosiomatematiske normer.....	13
1.3 Problemstilling.....	13
1.4 Oppgavens struktur.....	14
2. Tidligere forskning.....	15
3. Teoretisk rammeverk.....	20
3.1 Argumentasjon.....	20
3.1.1 Resonerer i sammenheng med argumentasjon.....	22
3.2 Normer.....	22
3.2.1 Sosiale normer.....	23
3.2.1 Sosiomatematiske normer.....	24
3.3 Prosessmodellen.....	26
Nøkkelaktiviteter og regulerende aktiviteter.....	27
3.3.1 Prosessmodellen tilpasset min oppgave.....	28
4. Metode.....	30
4.2 Skolen.....	30
4.2.1 Valg av informanter.....	32
4.3 Intervju.....	33
4.3.1 Semistrukturert intervju.....	33
4.3.2 Utforming av intervjuguider.....	34
4.3.3 Transkribering.....	34
4.4 Observasjon.....	35
4.4.1 Utforming av observasjonsprotokoll.....	35
4.4.2 Observatør.....	36
4.5 Koding av datamaterialet.....	37
4.6 Reliabilitet og validitet.....	39
4.7 Etikk.....	41
5. Analyse.....	43
5.1 Luana.....	43

5.1.1 Argumentasjon	43
5.1.2 Matematisk argumentasjon	47
5.1.3 Sosiale normer.....	49
5.1.4 Sosiomatematiske normer.....	52
5.1.5 Grep.....	53
5.1.6 Observasjon fra en matematikktime i 5. klasse.....	56
5.1.7 Sammenligning av intervju og observasjon Luana.....	59
5.2 Natalia	62
5.2.1 Argumentasjon	62
5.2.1 Matematisk argumentasjon	62
5.2.3 Sosiale normer.....	65
5.2.4 Sosiomatematiske normer.....	67
5.2 Grep.....	69
5.2.6 Observasjon av matematikktime i 6. klasse	71
5.2.7.1 Analyse av matematikk time i 7. klasse.....	74
5.2.8 Sammenligning av observasjonene i 6. klasse og 7. klasse	75
5.2.9 Sammenligning av intervju og observasjoner Natalia	75
5.3 Sammenligning av Luana og Natalia	76
6. Diskusjon.....	79
6.1 Hva legger lærerne i begrepet argumentasjon og hvilke muligheter mener lærerne matematisk argumentasjon skaper i undervisningen?.....	79
6.2 Hvilke sosiomatematiske og sosiale normer prøver lærerne å etablere i arbeid med matematisk argumentasjon?.....	83
6.3 Hvilke grep bruker lærerne for å etablere normer i arbeid med matematisk argumentasjon?.....	87
7. Konklusjon	91
7.1 Videre forskning	92
Bibliografi	93
Vedlegg 1.....	97
Vedlegg 2.....	100
Vedlegg 3.....	102
Vedlegg 4.....	104
Vedlegg 5.....	106
Vedlegg 6.....	110

Liste over tabeller

Tabell 1- Prosessmodellen (Dekker og Elshout-Mohr,1998)	27
Tabell 2 - Reformert prosessmodell	29
Tabell 3 - Kodeskjema.....	37

Liste over figurer

Figur 1 - Modell for skape argumentasjon (Makar et al., 2015).....	18
Figur 2 -Modell for skape argumentasjon (Makar et al., 2015).....	88

1. Innledning

Året 2014 flyttet jeg til Brasil for å lære om et nytt land, og annen levemåte. Jeg flyttet dit som 19 åring, og var klar for å lære om en ny verden. Året i Brasil skapte stor nysgjerrighet for andre land og andre styresett. Det var spennende og krevende å leve i en slum med andre sosiale normer og leveregler. Her nede jobbet jeg som lærer i engelsk og som fotballtrener i ulike lokale prosjekter i slummen. Det var her nede jeg forstod hvor viktig det er å lære barn og unge å tenke kritisk, og hvilken forskjell kunnskap utgjør i et samfunn.

Da jeg i 2017 dro ned for å besøke Brasil på nytt ble jeg introdusert for det offentlige skolesystemet. Jeg fikk lov til å se hvordan en skole i slummen i Brasil jobbet tverrfaglig med matematikk og samfunnsfag, og se hva de klarer å gjøre med de begrensede ressursene som de mottok fra det offentlige. Brasil er et land med store kontraster og utdanningsseksjonen er intet unntak. 75 prosent av skolene ved høyere utdanning er private. Den offentlige grunnskolen er fattig, samt av varierende kvalitet (Skole og utdanning i Brasil, 2015). Flere barn og unge fullfører aldri skolegangen, nesten 40 prosent av elevene fullførte ikke videregående skole (VGS). 50 prosent av de elevene som ikke fullførte VGS, droppet ut allerede i grunnskolen (Oliviera, 2018). Brasil er et land som har få gode statistikker over grunnskoleutdanningen (The Copenhagen Consensus Center, 2020), som gjør at det kan være flere mørketall. Det vil si at det kan være flere elever som ikke fullfører grunnskoleutdanningen, enn de tall som er oppgitt.

Da jeg i 2018 gjennomførte deler av min praksis i Sør-Afrika forstod jeg hvor viktig det kan være å ha innblikk i andre skolesystem. I dagens klasserom kan man møte mange forskjellige etnisiteter (Skrefsrud, 2015) og det vil derfor være viktig å ha forståelse for at foreldre og barna kan ha en annen skolebakgrunn, og en annen erfaring med matematikkundervisningen fra sitt hjemland. For å skape en god dialog, og ha forståelse for disse foreldrene og elevene, er det viktig å ha et innblikk i andres land skolesystem. Dette kan gjøre overgangen lettere for elever og foreldre (Skrefsrud, 2015). På grunn av min sterke tilknytning til Brasil ønsket jeg å samle inn data der. Jeg ville se hvordan et skolesystem jobber med matematikkutdanning, og hvilke metoder de bruker, og hvordan de reflekterer rundt matematikkdiridaktikk.

Med bakgrunn fra mitt møte med slummen i Brasil, var ideen min først å sammenligne matematikkutdannelsen på offentlig og privatskole i Brasil. Jeg forstod fort at det ville være et veldig stort prosjekt som ligner mer på en doktorgrad enn en mastergrad. Likevel var det klart

for meg at det jeg ville skrive master om matematikkutdannelsen i Brasil. Derfor bestemte jeg meg for å gjennomføre en casestudie på en brasiliansk skole. Temaet for oppgaven er matematisk argumentasjon. I den nye læreplanen som trer i kraft høsten 2020, nevnes det i den overordnede delen om sosial læring og utvikling, at argumentasjon gir et grunnlag for å løse konflikter og håndtere uenigheter (utdanningsdirektoratet, 2019). Det vil si at argumentasjon er en viktig del av læreplanen. Matematisk argumentasjon er et av kjerneelementene i matematikken, og det blir viktig å jobbe med dette fremover (utdanningsdirektoratet, 2019).

Min erfaring med det norske skolesystemet er at argumentasjon ikke nødvendigvis jobbes bevisst med. Det er veldig store forskjeller mellom de ulike skolene. Derfor synes jeg det ville være spennende å finne mer ut av hvordan en skole i Brasil tok for seg akkurat dette. På denne måten kan jeg som fremtidig lærer hente inspirasjon og kunnskap om hvordan man skal jobbe med matematisk argumentasjon i klasserommet.

Denne masteroppgaven vurderer hvordan en skole i Brasil jobber med matematisk argumentasjon. Studien samler informasjon om hvordan en brasiliansk skole jobber med matematisk argumentasjon.

1.1 Matematisk argumentasjon

Flere studier viser at undervisningsmetoder og arbeidsmåter som inneholder argumentasjon kan føre til økt læringsutbytte (Carpenter, Franke & Levi 2003; Evens & Houssart, 2004; Krummheuer 2007; Yackel, 2001). Ved hjelp av argumentasjon får elever mulighet til å sette ord på matematiske ideer og tanker. På denne måten kan elever få hjelp til å se sammenhenger ved å argumentere matematisk med en annen medelev. Argumentasjon er ikke bare et verktøy for eleven, men et verktøy for læreren. Ved hjelp av matematisk argumentasjon kan læreren få en bedre oversikt og en innsikt i elevenes matematiske forståelse. Dette samsvarer med Enge og Valenta (2015) sitt utsagn om at argumentasjon burde være en naturlig del av matematikkundervisningen.

Matematisk argumentasjon blir tradisjonelt brukt i bevisføring, som bærer preg av en logisk oppbygning (Herheim & Eskeland Rangnes, 2016). Hanna (1989b) sier at matematisk bevis er det argumentet som man behøver for å gyldiggjøre matematiske påstander. Samtidig kan argumentet som bygger på matematiske bevis ta ulike former og være ulike, så lenge det er overbevisende. Det vil si at matematiske bevis kan være ulike argumenter som beviser det sammen, men som går frem på ulike måter for å bevise samme matematiske utsagn.

Matematisk argumentasjon kan i tillegg ses på som et sosialt fenomen (Krummheuer, 1995; Yackel og Cobb, 1996). Det er noe som forekommer i interaksjon med andre mennesker. Det blir brukt for å overbevise andre om egne handlinger og tankeganger muntlig. Dette kan ha stor påvirkning på læring i klasserommet (Krummheuer, 1995). I tillegg skal matematisk argumentasjon hjelpe elever til å forstå, og svare på viktige spørsmål som relaterer til sosiale bruksområder på et vidt spekter i matematikken (Ernest, 2002). Det vil si at matematisk argumentasjon kan være med på utvikle den matematiske forståelsen til elevene.

1.1.2 Matematisk argumentasjon fra læreplanene

I LK06 læreplan for matematikk er ikke argumentasjon et av kjerneelementene. Det nevnes som grunnleggende ferdighet i de muntlige ferdighetene (kunnskapsdepartementet, 2013). Da nevnes det i en bisetning. I den reformerte læreplanen som trer i kraft høsten 2020, er argumentasjon og resonnering blitt en del av kjerneelementene i matematikken. Regjeringen har valgt å fokusere ytterligere på matematisk argumentasjon og resonnering. Brasil har nylig etablert en nasjonal læreplan. Tidligere har delstatene hatt forskjellige læreplaner, der læreplanene har hatt ulikt fokus på matematisk argumentasjon og resonnering.

1.1.2.1 Norge

I 2020 får Norge en ny læreplan der argumentasjon og resonneringsevner er en av kjerneelementene i matematikk. Det er to begreper som henger tett sammen, men kan likevel forstås som to individuelle begrep. Læreplanen sier følgende om:

Resonnering i matematikk handler om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det inneber at elevene skal forstå at matematiske regler og resultat ikke er tilfeldige, men har klare grunnvinger. Elevene skal utforme egne resonnement både for å forstå og for å løse problem. Argumentasjon i matematikk handler om at elevene grunnvir framgangsmåtar, resonnement og løysingar og beviser at dei er gyldige (Utdanningsdirektoratet, 2019).

I Norge defineres argumentasjon som evnen til å kunne begrunne sine framgangsmåtar og sine løsningsforslag og vise deres gyldighet. Resonnering kan forstås som en individuell handling som ikke avhenger av argumentasjon. Det innebærer at elevene skal forstå andres tankerekker, og kunne utforme egne. Det innebærer at eleven må ha forståelse for egne matematiske resonnement og løsnings.

Argumentasjon blir regelmessig nevnt igjennom hele læreplanen. Elevene skal lære seg å argumentere for egne løsnings og metoder innenfor alle de ulike matematiske temaene. I den nye læreplanen blir argumentasjon nevnt som en metode for underveisvurdering

(Utdanningsdirektoratet, 2019). Læreplanen mener at ved å måle argumentasjon og resonneringsevner, kan man si noe om elevens matematikkforståelse og grunnlag.

1.1.2.2 Brasil

Brasil har en nasjonal læreplan fra førskole til videregående skole. Dette er en ny innføring fra staten som ble innført i 2017. Den ble tatt i bruk i 2018. Læreplanen er delt i 3 deler; førskole, grunnskole og videregående skole (BNCC, 2018). I denne studien er det læreplanen for 1.- til 9. klasse som vil bli forklart nærmere.

Læreplanen for grunnskolen til Brasil består av klassetrinn første klasse til niende klasse. Kapittelet om matematikkundervisning innledes med en generell del om matematikk. Hva matematikken innebærer, og dens rekkevidde og størrelse, som går langt forbi skolens innlæring. Deretter blir det introdusert flere egenskaper og ferdigheter som er viktig i matematikken. Her blir argumentasjon og resonnering presentert som en del av matematikken. Videre går læreplanen nærmere inn på de matematiske fagområdene, og forklarer og grunngir hva elevene skal lære fra de ulike temaene. Deretter blir det presentert læringskompetanser for hele grunnskolen. Argumentasjon og resonnering er presentert i begge delene av læreplanen. Videre blir hvert klassetrinn presentert med ulike kompetansemål som dette årstrinnet skal ha fokus på gjennom skoleåret.

Det første stedet argumentasjon blir nevnt er under introduksjonsdelen av matematikk som fagområde. Det nevnes i forbindelse med Mathematical literacy der læreplanen bruker Pisas definisjon av begrepet. Ved å vise til Pisas definisjon kan det tyde på at læreplanen i Brasil har en lignende tilnærming til begrepet argumentasjon som vi har i den norske læreplanen.

Argumentasjon og resonnement er til stede gjennomgående i læreplanen. Det legges vekt på at elevene skal lære og argumentere for sine løsningsmetoder, og kunne resonnerer over hva de har gjort, og produsere gyldige argumenter. Dette kommer frem i alle de matematiske fagområdene, ord som «argumentar» og «argumentação» blir brukt flere ganger i læreplanen. Der læreplanen beskriver egenskaper og ferdigheter som er viktige i matematikkfaget, viser læreplanen til argumentasjon i matematikk, men også argumentasjon med matematikk.

Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes (BNCC, 2018, s. 267).

Dette utdraget fra læreplanen, kan oversettes som at elever skal kunne gjøre systematiske observasjoner av kvantitative og kvalitative aspekter som man finner i sosiale og kulturelle systemer (situasjoner), slik at elevene kan undersøke, organisere, representere og formidle relevant informasjon. Deretter kunne kritisk tolke og etisk evaluere systemene/situasjonene, og for så produsere overbevisende argument. Dette legger opp til at elevene skal forstå forskjellige systemer og situasjoner de kommer ovenfor, og deretter kunne vurdere og tolke dem slik at de selv kan produsere overbevisende argumenter.

. «Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo (BNCC, 2018, s. 266). Her blir det sagt at det er viktig å utvikle logisk resonnement, vilje til å utforske og evnen til å produsere overbevisende argumenter innenfor matematikken, slik at man skal kunne forstå og utføre handling i verden. Så ved å kunne argumentere, resonere og utforske i matematikken skal det gi elevene et bedre utgangspunkt for å forstå og utføre handling i samfunnet de lever i. Læreplanen kan forstås som at både argumentasjon med og i matematikk er viktige konsepter. Læreplanen vil at argumentasjon skal være et verktøy som skal forberede elevene og skape forståelse for verden vi lever i.

1.2 Normer

Normer er et mønster som dannes i sosiale grupper hvor det forventes at individene som er en del av denne gruppen skal tenke og handle i samsvar med mønstrene. Man deler ofte normer inn i uformelle og formelle normer. Der formelle normer er nedskrevne regler og lover, mens uformelle normer er sosiale praksiser som en følger (Tjora, 2018). I en klasse vil det alltid være normer som kan prege læringsmiljøet og klasseromskulturen. Normene kan variere fra hvilket fag man har, eller fra hvilken lærer som er inne i klasserommet, fordi normer er knyttet til ulike situasjoner (Tjora, 2018). I denne oppgaven skal jeg blant annet se på ulike normer man finner i arbeid med matematiske argumentasjon, og i den sammenhengen er det viktig å ha oversikt over to forskjellige typer normer; sosiale normer og sosiomatematiske normer.

1.2.1 Sosiale normer

Planas og Gorgorio (2004, s. 20) definerer en klasseroms norm som hva som er akseptabelt å gjøre i et klasserommet, Det er et kompass over hva som er verdifullt og hvilke verdier som finnes i klasserommet. Det har stor sosial betydning for elevene i klasserommet. Sosiale normer er normer som er gjeldene i alle fag, og er alltid til stede i klasserommet (Yackel og Cobb, 1996).

1.2.2 Sosiomatematiske normer

Ifølge Eskeland Rangnes (2016, s. 56) er sosiomatematiske normer de normene som felleskapet har til hvordan en snakker og arbeider sammen med matematikk.

Sosiomatematiske normer beskrevet av Yackel og Cobb (1996) beskrives som matematiske løsninger og matematiske argument som et felleskap, som en skoleklasse aksepterer og godtar i matematikkundervisningen. Dette kan bety at de sosiomatematiske normene fungerer som retningslinjer for det klassen verdsetter og aksepterer i sin matematikkundervisning (Eskeland Rangnes, 2016, s. 56). Sosiomatematiske normer skiller seg fra sosiale normer ved å fokusere mer på normene finnes i arbeid med matematikk, og skiller seg fra andre fag (Planas og Gorgorio, 2004, s. 23). Det kan for eksempel være hva som anses som et gyldig matematisk argument.

1.3 Problemstilling

Formålet med oppgaven er å hente inn informasjon om hvordan lærere fra Brasil jobber med argumentasjon i matematikktimene, og hvordan lærere etablerer normer i arbeid med matematisk argumentasjon. Oppgaven har et lærerperspektiv, der formålet er å se hvordan andre lærere jobber med argumentasjon. I studieløpet mitt har vi jobbet mye med hvordan elever jobber, og forstå hvordan elevene tenker. Jeg har observert norske skoler, og fått konkrete eksempler på hvordan en lærer jobber med argumentasjon, og for å etablere normer i klasserommet. Derfor valgte jeg å forme en problemstilling som tar utgangspunkt i et annet land, for å hente inspirasjon som jeg kan ta med meg inn i den norske skolen.

Lærere har ulike ideer, tanker og refleksjoner om matematisk argumentasjon. Ved å undersøke disse ideene kan man oppdage nye metoder og andre innfallsvinkler til å jobbe og nå elevene i matematikklasserommet. Det er viktig som lærer å skape et trygt arbeidsmiljø der elevene tør å gå inn i argumentasjon, og dele sine løsningsprosesser og tanker. Derfor valgte jeg å vinkle oppgaven slik at jeg ser på normer som etableres i arbeid med matematisk argumentasjon. Med denne begrunnelsen i bakhånd har jeg utformet følgende problemstilling:

En casestudie: Matematisk argumentasjon på en brasiliansk skole.

Hvordan definerer og reflekterer to lærere rundt matematisk argumentasjon, og hvordan jobber lærerne for å etablere og utvikle normer i arbeid med matematisk argumentasjon?

For å svare på problemstillingen har jeg satt meg tre forskningsspørsmål:

- Hva legger lærerne i begrepet argumentasjon, og hvilke muligheter mener lærerne matematisk argumentasjon skaper i undervisningen?
- Hvilke sosiomatematiske og sosiale normer prøver lærerne å etablere i arbeid med matematisk argumentasjon?
- Hvilke grep bruker lærerne for å etablere normer i arbeid med matematisk argumentasjon?

1.4 Oppgavens struktur

Studiet består av 7 kapitler. I dette innledningskapitlet presenteres studien. I kapittel to vil jeg presentere tidligere forskning på matematisk argumentasjon. Kapittel tre tar for seg det teoretiske rammeverket som brukes for å analysere datamaterialet. Rammeverket består av Krummheuer`s forskning på matematisk argumentasjon, samt Yackel og Cobb`s teori om sosiale og sosiomatematiske normer. Prosessmodellen fra Dekker og Elshout-Mohr er også med på å utgjøre studiens rammeverk. I kapittel fire tar jeg for meg metoden som er brukt i studiet, bakgrunn av studiens problemstilling og teoretiske rammeverk. Det vil bli gjort rede for metodevalg, samarbeidsskole, samt valg av informanter, etiske vurderinger og analyseprosess. Samtidig gir kapitlet en forklaring på hvordan studiets gyldighet og troverdighet ble i varetatt.

Det femte kapitlet inneholder analyse av utvalg av sitater fra intervjuene som ble gjennomført. Samtidig inneholder det analyse av observasjoner som er gjort fra hver klasse som er observert. Dette sees i lys av det teoretiske rammeverket. Gjennom analysen leter jeg etter funn som sier noe om lærernes refleksjoner rundt matematisk argumentasjon og etablering av normer i arbeid med matematisk argumentasjon. Kapittel seks er en diskusjonsdel der funnene fra analysen blir diskutert i lys av studiets problemstilling og forskningsspørsmål. Dette vil bli satt i sammenheng med tidligere forskning og teori. Til slutt vil kapittel syv komme med en konklusjon, og forslag til videre forskning i lys av studien.

2. Tidligere forskning

Matematisk argumentasjon blir tradisjonelt brukt i bevisføring, som bærer preg av en logisk oppbygning (Herheim & Eskeland Rangnes, 2016). De Villers (1990) skriver om verifisering i sammenheng med matematiske bevis. Verifisering er tilkoblet sannhet i matematiske uttalelser. På denne måten blir matematiske bevis brukt for å ta bort personlig matematiske tvil blant elever, og for å bevise matematiske sannheter. Verifisering tar for seg sannheten i det matematiske utsagnet (De Villers, 1990). Videre blir det sagt at mange matematikklærere tror at matematiske bevis gir absolutt forsikring. Dette er ikke nødvendigvis sant, da verifisering ofte er en forutsetning for å finne et bevis. Balacheff (2010) kommenterer at matematiske bevis har blitt introdusert i læreplaner så sent som på ungdomskolen. Elever på yngre trinn har brukt argumentasjon som et verktøy for læring, og for å arbeide med matematikk. Derimot kan det være utfordrende, og en stor overgang, når elevene blir møtt med «In mathematics you don't argue, you prove» (Balacheff, s.116, 2010). Da blir det et større fokus på bevis i den matematiske argumentasjonen. Dette har elever tradisjonelt sett møtt på eldre trinn, gjerne på ungdomskolen.

Staples og Newton (2016, s. 296) sier at matematisk argumentasjon er en matematisk tankegang og resonnement som viser hvorfor et matematisk resultat er riktige. Videre hevder de at matematisk argumentasjon inneholder forskjellige aktiviteter som blant annet kan være å teste ut eksempler, repetere matematiske ideer, eksperimentering, gjøre analyse samt ta et annet eller endre standpunkt. Matematiske argumenter ifølge Staples og Newton (2016, s.296) blir produsert som en konsekvens av at en gruppe mennesker deltar i argumentasjon. De hevder at argumenter går i en syklus der et argument blir vurdert og forandret og undersøkt. Når argumentet er godkjent av samfunnet blir det etablert som ny kunnskap eller en ny sannhet. I det matematiske fagfeltet er meningen med et matematisk argument å finne ny kunnskap.

Staples og Newton sitt studie (2016) om hvilke scenarier som kan oppstå i arbeid med argumentasjon, og hvilke roller læreren har for å velge hvilken vei man tar i arbeid med argumentasjon. Studiet viser til hvilke konsekvenser ulike valg eventuelt kan ha på elevene i arbeid med argumentasjon. Det diskuteres hvordan det kan påvirke elever hvis de kun blir utfordret til å argumentere matematiske i en begrenset kontekst, hvor læren selv har veldig stor påvirkningskraft og bestemmelse over hvordan det skal gjennomføres. Samtidig som de

tydeliggjør og viktigstiller lærerens rolle i arbeid med matematisk argumentasjon, og viser utfordringene læreren står ovenfor for å etablere matematisk argumentasjon i klasserommet.

Wood (1999, s. 172) definerer i sin artikkel om skapelse av argumentasjon og sosial kontekst i matematikk klasserommet, at betydningen av argumentasjon er en diskurs utveksling mellom ulike deltakere. Målet er å overbevise de andre ved bruk av ulike metoder og tankeganger.

Videre sier hun at deltakerne skal vite når de kan delta. Krummheuer (1995, s. 229-230) sier at argumentasjon er et sosialt fenomen som skjer når forskjellige individer prøver å tilpasse sine intensjoner og meninger ved å rasjonalisere sine handlinger muntlig. Videre sier han at i en klasseromssituasjon har dette fenomenet sterk påvirkning på elevenes læring.

I en artikkel fra 1999 viser Wood til en studie som omhandler en 18 måneders undersøkelse av lærerens handlinger i klasseromssamtale, der elevers uenighet ble håndtert og løst ved argumentasjon. Dette foregikk i matematikk undervisningen. Et av funnene viser hvordan læreren skaper et læringsmiljø der det forventes at elevene skal delta i matematikkundervisningen ved begrunnet matematisk diskurs. Wood (1999) konkluderer med at skal man skape en kontekst for matematisk argumentasjon, må man ha etablert tydelige forventinger til elevers deltakelse og evne til å lytte til andre medelever. Elevene skal ikke bare kunne presentere argument, men følge andres logikker og tankerekker, og kunne gi respons til det som blir sagt. Når slike rutiner er skapt, blir det lettere for elevene å konsentrere seg om den matematiske delen av samtalen.

Videre sier Wood (1999) at de fleste lærere er enige om at de skal oppfylle elevers matematiske potensial, må man endre på klasseromspraksisene. Hun mente lærere måtte forstå elevers matematiske tenkemåte, og bruke disse tenkemåtene i sin undervisning. Der hun mente lærerne var uenige var i hvor vidt man kan tilpasse seg det sosiale rundt elevene og i fellesskap utvikle et system for meninger. Wood (1999) forsetter med å si at i en kultur som forventer elevforståelse, kan man ikke bare lære bort ved å vise og fortelle. Man må hjelpe elevene til å etablere egne meninger og resonnement. For å klare dette kan ikke læreren bare ha forståelse om elevens matematiske ferdighetsnivå, men må i tillegg forstå de sosiale interaksjonene som foregår i diskusjoner og diskurser i klasserommet. På denne måten kan man skape et læringsmiljø som fremmer matematisk læring.

Pijls og Dekker skriver i sin studie (2011) om hvordan lærere tilrettelegger for at elever skal kunne ha gode matematiske diskusjoner og jobbe med matematisk argumentasjon. Studien ser de på hvordan tre lærere jobber, fra det nederlandske klasserommet, for å aktivere

nøkkelaktiviteter som er aktiviteter som er presentert i prosessmodellen, utviklet av Dekker og Elshout-Mohr. Samtidig ser de på lærerens rolle for å stimulere til nøkkelaktiviteter som igjen kan bidra til matematisk diskusjon i den daglige praksisen i matematikktimene. Lærerne viste ulike metoder for å aktivere nøkkelaktiviteter. Det ble observert at lærerne ofte ba noen elevene å vise sitt arbeid til klassen i instruksjonen av timen. En av lærerne igangsatte gruppeprøver, der elevene måtte jobbe sammen. Karakteren elevene fikk på prøven var en gruppekarakter. En annen metode som ble observert, var at læreren ikke gav hjelp til elevene i timen, men henvendte elevene til hverandre da de sto fast.

Resultatet i studien viser at elevene ofte ble spurt om å vise arbeidet sitt i samtale med lærer i klasseromssituasjon. Derimot ble ikke elevene oppfordret til å vise hverandre sitt arbeid, diskutere deres løsningsforslag og løsningsstrategier med hverandre (Piljs og Dekker, 2016). Lærerne brukte elevene lite for å hjelpe hverandre, og de faglige matematiske samtaler mellom elevene var ofte ikke tilstede. Lærerne gav heller elevene små hint for hjelpe dem i deres arbeid. Studien konkluderer med at det var vanskelig for lærerne å endre deres rolle i det matematiske klasserommet. Mange lærere liker å forklare, og kan derfor finne det vanskelig å gi ansvaret til elevene. Så å gjøre en slik forandring kan virke liten, men kan være ganske drastisk. Piljs og Dekker (2016) mente det er viktig å skape en balanse mellom proseshjelp og gi matematiske hint i sin undervisning.

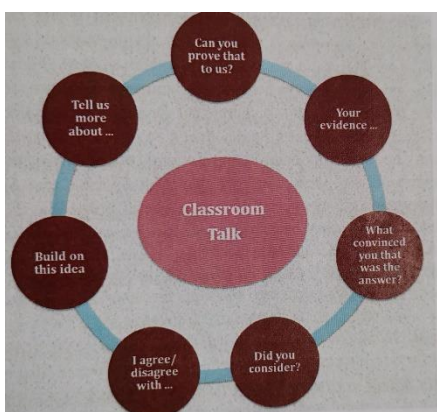
Planas og Gorgorio gjorde en studie (2004) som tar for seg sosiale normer og sosiomatematiske normer i klasserommet med innvandrings elever. De så på hvordan lærerens oppfatning av hvorfor lokale elever og innvandrings elever ikke var forventet å oppføre seg likt. Der elever som ikke henger med på tidligere klasseromsnormer kan bli ekskludert i den matematiske diskusjonen. Planas og Gorgorio (2004) sier at i deres studie henger læringsvansker ikke nødvendigvis sammen med elevens misoppfatninger og læringsgrunnlag. Det henger sammen med den sosiale konteksten i det multi-kulturelle klasserommet. Klasserommet kunne ha noen normer utad som ble sagt å være gjeldende for alle elevene, men i praksis ikke var det. Normene var kun forbeholdt læreren og noen elever. Dette gikk ofte på bekostning av innvandrings elevene, fordi normene ikke var gjeldene i deres favor. Dette er ikke en bevisst handling fra læreren og gruppen med elever, men likevel så får det konsekvenser i matematikktimene.

Planas og Gorgorio(2004) poengterer at formålet deres ikke er å generalisere i det multi-kulturelle klasserommet, men å skape refleksjon rundt effekten av at klasserommets sosiale

kontekst og læring henger sammen. De påpekte hvordan læreren tolker elevenes identitet som matematikklærende, men også deres rolle i den sosiale konteksten i klasserommet. Lærerens syn kan bli farget av elevenes kognitive evne, og kan derfor bli forhånds dømt av den sosiale konteksten i klasserommet. Dette gjør at noen elever kan bli ekskludert fra den matematiske samtalen, og elevene får ikke en sjanse til å delta på lik linje med andre elever.

Makar, Bakker og Ben-Zvi (2015) tar for seg en studie som viser hvordan en lærer former og utvikler normer i arbeid med matematisk argumentasjon over ni måneder. Analysen av studien viste hvordan læreren hele tiden analyserte klasserommet og normene som var tilstede. Hennes strategier ble endret underveis etterhvert som normer ble etablert og justert. Det kunne bevises at etter ni måneder var det etablert normer i arbeid med matematisk argumentasjon, normene var til stede uten lærerens nærvær.

Makar et al. (2015) formidler at ved å se på hvordan lærer og elever «handler i øyeblikket» kan de se utviklingen av normer over tid. Det gav innsikt i hvordan normer for argumentasjon oppstod og utviklet seg. De pekte på lærerens viktige rolle i utviklingen av normene og hvordan læreren bygger dem opp. Læreren hadde flere stillaseringsstrategier som Makar et al. så på som meningsfulle, der hun valgte å fokusere på normene hun selv ville utvikle fremfor strategiene i seg selv. Analysen deres antyder at stillasprosessen bidro til å fremme den utvalgte praksisen læreren ville utvikle: aktiv lytting, rettferdiggjøring, forklare, dele ufullstendige ideer, samt bygge videre på andres ideer. Dette gjorde hun ved å fremme kritiske tilbakemeldinger, og få elevene til å verdsette kritikk og tilbakemeldinger fra hverandre.



Figur 1 - Modell for skape argumentasjon (Makar et al., 2015)

Denne modellen er presentert i Makar et al. sin studie angående normer for arbeid med argumentasjon i det matematikk klasserommet. Det er et verktøy for å igangsette elever til den matematiske samtalen i klasserommet. Modellen ble brukt av læreren fra studien. Modellen viser et støttende stillas for elever i arbeid med matematisk argumentasjon. Det er en modell som tar for seg hvordan man kan igangsette en argumentasjon, men også hvordan elevene skal være aktive lyttere og delta i samtalen med sine medelever. Målet er at elevene skal

kunne gjennomføre en slik samtale med sine medelever, uavhengig av tilstedeværelse av læreren i samtalen.

3. Teoretisk rammeverk

I dette kapittelet skal jeg lage et teoretisk rammeverk som skal være mitt verktøy i analyse av datamateriale. Dette er lagt til grunn for å svare på problemstillingen min som om handler hvordan to brasilianske lærere definerer og reflekterer rundt argumentasjon, og hvordan de jobber for å etablere normer i arbeid med matematisk argumentasjon. Jeg har valgt å bruke Krummheuer sin definisjon på argumentasjon. Samtidig skal jeg bruke Yackel og Cobbs begreper sosiale og sosiomatematiske normer, samt Dekker og Elshout-Mohr prosessmodell.

3.1 Argumentasjon

Det finnes mye forskjellig forskning på matematisk argumentasjon. Forskningen viser matematisk argumentasjon fra flere ulike perspektiver og aspekter. I denne masteroppgaven har jeg valgt å bruke Krummheuer sin tolking av matematisk argumentasjon, da han tar høyde for det sosiale aspektet i argumentasjon. Dette vil være relevant for min oppgave da jeg ser på utvikling av normer for argumentasjon. Krummheuer sin tolkning av matematisk argumentasjon bygger videre på Toulmin sine teorier om argumentasjon (Krummheuer, 1995)

Krummheuer (1995, s.229) poengterer at det sosiale aspektet ved matematisk argumentasjon er av teoretisk interesse. Begrunnelsen for dette er fordi det tas i bruk i flere læringssituasjoner som diskusjon, forklaringer, begrunnelse og illustrering som er en del av resonnering i det matematiske klasserommet. Argumentasjon kan sees på som et sosialt fenomen der elever prøver å tilpasse sine tolkninger og intensjoner ved å uttrykke sine tanker verbalt til andre personer (Krummheuer, 1995, s. 229). Videre sier han at forholdene i klasserommet ,der argumentasjonen foregår, har stor påvirkning på elevenes læring. Slike situasjoner bør foregå i et miljø der forholdet mellom aktiv deltakelse og matematisk utvikling verdsettes, og anses som noe positivt. Dette perspektivet på argumentasjon er noe Krummheuer(1995, s 230) kaller for «folk psychology» som er et begrep fra Bruner (1990). Det betyr at man tar for gitt at argumentasjon bidrar til positivt læring.

Krummheuer (2007, s. 62) påstår at meningen med matematisk argumentasjon er å lære bort forskjellige matematiske instruksjoner slik at elevene skal nå deres mål, samt kunne argumentere matematisk på et avansert nivå. Han hevder i tillegg at hensikten er å lære og argumentere. I det matematiske klasserommet er argumentasjon en del av undervisningen. Ved å delta i matematisk argumentasjon vil mulighetene for å oppnå læring være stor. Det baserer seg på at et elevene deltar, og at det fungerer som et verktøy som kan hjelpe og støtte opp om elevenes matematiske læringsprosess (Krummheuer, 2007, s. 62).

Begrepet argumentasjon henger tett sammen med interaksjonene som man kan observere i et klasserom, der elever forklarer og resonnerer rundt sin egen løsning parallelt, eller etter den er løst (Krummheuer, 1995, s. 231-232). Dette kan forekomme i arbeidsgrupper, eller ved en klasseromsdiskusjon. Krummheuer (1995, s. 232) sier at i slike situasjoner sees argumentasjon på som en sosial interaksjon. Argumentasjonen forekommer ofte ansikt til ansikt, fremfor som en monolog. Når argumentasjonen har flere deltagere kalles det ofte en kollektiv argumentasjon. Som følge av uenigheter i en argumentasjon er matematiske oppstår det modifiseringer, erstatninger, tilbaketrekkninger og korrigeringer (Krummheuer, 1995, s. 232).

Et argument er noe som støtter opp om en påstand eller hypotese (Krummheuer, 1995, s.234). I den sammenhengen kan et argument være og anses som resultatet av en argumentasjon. Det kan i tillegg bli brukt som en metode for å overbevise noen om at det man mener er riktig. I en slik situasjon vil argumentet være en del av prosessen i selve argumentasjonen (Krummheuer, 1995, s. 234). Dette er to ulike måter å se argument på, enten som delen av resultatet eller prosessen i en argumentasjon. De to ulike perspektivene på argument er ikke motsetninger, men de bærer likevel preg av noen forskjeller. I det første perspektivet vil argumentet være alment akseptert av deltagerne i argumentasjonen, der argumentasjonen er så kompleks at den vil bli fornyet med flere argumenter (Krummheuer, 1995, s. 234). I den andre situasjonen sier Krummheuer at et argumentet i en kompleks argumentasjon som består av flere argumenter, der det handler om å overbevise (1995, s. 234).

Matematisk argumentasjon kan ofte sees i sammenheng med matematiske bevis. Derfor er det tenkelig at noen forstår matematisk argumentasjon i klasserommet som en analyse om bevis (Krummheuer, 1995, s. 235). Det trenger ikke å være tilfellet. Argumentasjon trenger ikke å være knyttet til bevis og den formelle logikken bak det matematiske beviset. Krummheuer henviser derfor til Tolmins begreper om *analytisk* og *substansiell argumentasjon* (1995, s. 235). Den analytiske argumentasjonen er en argumentasjon som bygger på formell logikk. Substansiell argumentasjonen bygger ikke på de samme formelle logiske forutsetningene, men er i større grad basert på ulike situasjoner. Det har ikke de samme generaliserings evne som et logisk argument (Krummheuer, 1995, s. 236). Det betyr ikke at den substansielle argumentasjonen er blottet for logikk, men den er mer tilpasset argumentasjonen som man finner i et klasserom. Den substansielle argumentasjonen finner ikke nødvendigvis støtte i den formelle logiske konklusjonen, men av overbevisningen som kommer fra bakgrunnskontekst, samt relasjoner, forklaringer og begrunnelser.

3.1.1 Resonnering i sammenheng med argumentasjon

I læreplanene fra Norge og Brasil omtaler de argumentasjon i sammenheng med resonnering. Ved hjelp av Schwarz og Asterhan (2010) skal jeg definere resonnering og skille det fra argumentasjon.

Resonnering blir tradisjonelt sett på som en del av individuell tenkning, og er en tankerekke som lager en konklusjon av gitte premisser (Schwarz og Asterhan, 2010). Schwarz og Asterhan (2010) referer til Van Eemeren et al, og sier at argumentasjon er en aktivitet som inneholder resonnering. All resonnering trenger ikke å være argumentasjon, men argumentasjon inneholder resonnering. Resonnering kan bli brukt i andre situasjoner enn argumentasjon som blant annet i samtaler med personer der målet er å informere og forklare til en annen person kun for å gi, eller videreføre informasjon (Schwarz og Asterhan, 2010). Når resonnering blir brukt som et verktøy for å øke, eller minske troverdighet og gyldighet i en hypotese, eller et løsningsforslag blir resonneringen del av argumentasjon.

3.2 Normer

Yackel og Cobb utformet tre begreper de omtaler i en artikkel fra 1998. De definerer begrepene som sosiale og sosiomatematiske normer og praksiser som skjer i det matematiske klasserommet. I denne studien har jeg valgt å anvende begrepene sosiale normer og sosiomatematiske normer som deler av mitt teoretiske rammeverk som skal brukes for å analysere datamaterialet. Begrepene er basert på en psykologisk analyse, samt at det er blitt korinert med et sosiologisk perspektiv (Yackel og Cobb, 1998, s. 164). Deres psykologiske perspektiv går utenfor det de selv kaller for «mainstream posisjonen». Psykologien de bruker handler ikke om kognitive ferdigheter, men prøver heller å fange opp individers antydende erfaringer (Yackel og Cobb, 1998, s. 165). Videre sier de at denne oppfattelsen behandler matematikk som en menneskelig handling fremfor det representasjonsmessige synet. På denne måten havner fokuset på å utvikle matematiske måter å vite noe på, istedenfor matematisk kunnskap (Yackel og Cobb, 1998, s. 166).

I det følgende skal jeg presentere begrepene slik begrepsforklaring Yackel og Cobb (1996; 1998) definerer de ulike type normene, og komme med observasjoner fra studien til Yackel og Cobb (1996;1998). Yackel og Cobb har jobbet med klasser der de har en inquiry approach til sine studier. Inquiry learning går ut på at elevene har større frihet til å utforske, stille spørsmål og dele ideer. Der det forekommer mindre lærerstyrt læring (Edelson, Gordin og Pea, 1999).

3.2.1 Sosiale normer

Sosiale normer er normer du finner i et klasserom. De formes og utvikles av lærer og elever, og er med på å opprettholde en mikrokultur i klasserommet. Disse normene er ikke unike for matematikken, og forekommer i andre fag. Derfor kan et klasserom ha samme sosiale normer for forklaring, begrunnelse og argumentasjon i mange ulike fag (Yackel og Cobb, 1996, s. 460). Eksempler på sosiale normer kan være forventingen om at hver elev skal kunne forklare sine løsninger og sine tenkemåter. Et annet eksempel kan være den felles forståelsen for når man diskuterer et problem, da skal elevene komme andre løsningsforslag enn de som allerede er foreslått (Yackel og Cobb, 1996, s. 461). Dette er to eksempler på normer som ikke bare er gjeldene for matematikken, men som også kan være spesifikke normer som er forventet i arbeid med argumentasjon.

Det er hele tiden noe man kan endre på i klasserommet. Dette understreker Yackel og Cobb (1998, s. 167) deres beskrivelser og observasjoner av etablering av sosiale normer fra et klasserom. I deres forskning måtte læreren etablere og reforhandle nye sosiale normer i klasserommet. Elevene var vant til å ha et mer tradisjonelt klasserom, der det året før hadde vært en norm å svare hva de trodde læreren tenkte fremfor å gi uttrykk for sine egne meninger. Videre poengterte Yackel og Cobb (1998, s. 167) at i reforhandlingen av de sosiale normene i klassen, hadde ikke læreren en eksplisitt liste om hva som måtte reforhandles. En slik liste vil aldri være komplett da det hele tiden er ting man kan endre i et klasserom.

Noen av normene som ble etablert omhandlet å begrunne løsninger, forsøke å gi betydning og mening til forklaringer gitt av andre personer, poengtere uenigheter og enigheter og stille spørsmål ved ulike alternativer der det oppstår konflikter/uenigheter i tolking eller i løsningsforslag. Mange av lærerens etableringer av normer oppstod underveis i klasserommet i samtale med elevene gjennom felles aktivitet. Hun tok ikke alltid bevisste beslutninger, men hun opererte etter en «knowing in action» (Yackel og Cobb, 1998, s. 167-168). Det vil hun tok beslutninger underveis i klasserommet, som hun ikke klarte å reflektere over i etterkant av timen. Da hun ikke var bevisst over egne handlinger.

Observasjonene og tolkningene som er beskrevet over, er forklart i et sosialt perspektiv. I det følgende skal jeg belyse det samme gjennom et psykologisk perspektiv. Yackel og Cobb (1998, s. 168) mener at det psykologiske perspektivet ser på lærerens og elevenes egne oppfatninger av deres egne roller, andres roller og matematikkens natur. En sosiologisk analyse av den sosiale normen vil være en analyse av regelmessigheten i klasserommets

sosiale interaksjoner, som for den som observerer vil være rammene i klasserommet. Det vil være en fastslåing av hva som er som delt matematisk kunnskap. Derimot vil man gjennom et kognitivt perspektiv se på interaksjonene mellom lærer og elever, og hvordan de tolker hverandres og sine egne aktiviteter. Da kan det tilsynelatende bli synlig at det er forskjellig i deres måte å forstå normene på (Yackel og Cobb, 1998, s. 168). Når interaksjonene skjer uten problemer, kan man konkludere med at individets oppfatning av sin egen rolle er forenlig med de andres forventninger. Likevel kan man ikke være helt sikker på at man har nøyaktig den samme forståelsen av rollene.

I et kognitivt perspektiv vil det forekomme reforhandlinger av sosiale normer når elevene og lærerens forventninger til hverandre ikke passer sammen eller holder mål (Yackel og Cobb, 1998, s. 168). Et sosialt perspektiv vil på sin side mene at reforhandlinger av normer vil oppstå når det er brudd på, eller ikke samsvar mellom lærer og elevs sosiale normer (Cobb og Yaackel, 1998, s. 168). For å oppsummere hvordan det kognitive psykologiske perspektivet og det sosiale perspektivet henger sammen sier Yackel og Cobb (1998, s.168) følgende; «This relationship between social norms and beliefs can be summarized by saying that individual interpretations that fit together constitute the social norms that both allow and constrain the individual interpretations that generate them». Forholdet mellom sosiale normer og vår eget verdisyn påvirkes av våre tolkninger som passer sammen, og som igjen utgjør og former de sosiale normene som tillater og begrenser våre individuelle tolkninger av de sosiale normene. De henger tett sammen og påvirker hverandre. Det går i en sirkel der både de sosiale normene påvirker vårt verdisyn og verdensoppfatning, samtidig som det igjen påvirker våre sosiale normer.

3.2.1 Sosiomatematiske normer

Sosiomatematiske normer er en form for sosiale normer som gjelder i arbeid med matematikk. I motsetning til de sosiale normene som kan overføres til andre fag, er de sosiomatematiske normene spesifikke for matematikken (Yackel og Cobb, 1998, s. 168-169). En sosiomatematisk norm er en forståelse av hva som anses som; matematiske forskjeller, matematisk effektivitet, matematisk eleganse og sofistikert matematikk. Samtidig er det hva som aksepteres som en matematisk forklaring eller begrunnelse (Yackel og Cobb, 1996, s. 461). Eksempler på en sosiomatematisk norm er hva klassen anser og aksepterer som en matematisk forklaring. En annen sosiomatematisk norm kan være klassen felles forståelse for hva som utgjør matematisk forskjeller (Yackel og Cobb, 1996, s. 461).

Etablering av sosiomatematiske normer er en pågående prosess, og lærerens rolle for å etablere normene er viktig (Yackel og Cobb, 1996; 1998). I klasserommet kan elevene komme med forskjellige løsningsprosesser, og det vil være matematiske ulikheter i klasserommet. Hva som anses som en matematisk forskjell er en sosiomatematisk norm, og det etableres gjennom lærer og elevs interaksjon med hverandre (Yackel og Cobb, 1996, s. 462).

Gjennom observasjon viser Yackel og Cobb (1998, s. 169) hvordan en slik sosiomatematisk norm kunne bli etablert. Det skjedde ved at elevene søkte anerkjennelse av læreren da de presenterte matematiske ulikheter, og observerte hvordan læreren reagerte på det som ble sagt. Læreren stilte spørsmål som «har noen løst oppgaven på en annen måte?». Ved at læreren avviste løsninger som han ikke mente var ulike, fikk elevene en ide om hva som var godtatt som en matematisk forskjell. Det var ikke bevisst enighet om hva som var en matematisk ulikhet. Ved lærerens respons til elevenes forslag, fikk elevene bedre forståelse av hva som ble anerkjent som en matematisk ulikhet i deres klasserom. Interaksjonen mellom lærer og elevene hjalp elevene å få forståelse for matematisk ulikhet, og ved elevenes respons fikk læreren forståelse for elevenes oppfatning og forståelse av matematiske ulikheter (Yackel og Cobb, 1996, s. 462).

Når en lærer vil ha flere løsningsforslag, og ser etter matematiske ulikheter, forandres perspektivet fra å løse problemet til å sammenligne løsningsforslag (Yackel og Cobb, 1996, s. 464). Hva som anses som en sofistikert eller en effektiv løsning er også en sosiomatematisk norm. I forskningsklasse er den sosiomatematiske normen som sier hva som ansees som en effektiv løsning mer implisitt uttrykt, enn hva den sosiomatematiske for hva en matematisk ulikhet var. Likevel vil elever i ethvert klasserom være klar over maktfordelingen mellom lærer og elev. Derfor vil læreren representere den matematiske disiplinen i klasserommet, og derfor vil lærerens reaksjon på elevs løsningsforslag vise elevene implisitte indikasjoner om løsningen er en sofistikert eller effektiv løsning (Yackel og Cobb, 1996, s. 464). Dette betyr at lærerens reaksjoner og interaksjoner har mye å si for hvordan sosiomatematiske normer utformer seg i klasserommet.

En sosiomatematisk norm kommer ikke bare til syne i situasjoner der elevene skal diskutere og gjennomføre en matematisk diskurs. Det henger også tett sammen med hva som godtas som en matematisk forklaring. Dette trenger ikke bare skje muntlig. Yackel og Cobb (1998, s. 170) viser til et eksempel der lærerne de har samarbeidet med etablerer tydelige retningslinjer

for hva en matematisk forklaring skal inneholde. Blant annet skulle en slik forklaring inneholde matematiske symboler og utregninger som viste til symboliserte handlinger om matematiske gjenstander, istedenfor å bare vise til en matematisk formel. Elevene kan ikke bare beskrive sin matematiske handling, men for at forklaringen skal anses som fullverdig må andre elever forstå det som blir forklart og skrevet.

Yackel og Cobb (1998, s. 170) poengterer at et annet punkt ved å analysere sosiomatematiske normer er å se på elevers utvikling av *intellectual autonomy*. De karakteriserer *intellectual autonomy* som en villighet og bevissthet ved å bruke sitt eget intellekt til å ta matematiske beslutninger og bedømmelser. Elever som har utviklet *intellectual autonomy* bruker sitt intellekt for å ta beslutninger og bedømmelser i klasseromspraksisen der elevene er deltagere (Yackel og Cobb, 1996, s. 473). Sammenhengen mellom utvikling av *intellectual autonomy* og utvikling av undersøkende matematikk i klasserommet, kommer frem ved lærerens rolle med å fremme denne utviklingen. Elevene skal kunne ta lærerens rolle i kontekster der de skal bedømme og evaluere matematikk i henhold til hva klassens sosiomatematiske normer er (Yackel og Cobb, 1998, s. 170-171). Derimot kan ikke elever ta et slikt ansvar hvis de ikke har utviklet måter å bedømme når det er akseptabelt å komme med matematiske bemerkninger, og hva som er en akseptabel matematisk bemerkning (Yackel og Cobb, 1998, s. 171).

De sosiomatematiske normene kan føre til at elevene får et bedre læringsutbytte, og samtidig utvikle selvstendighet i arbeid med matematikk. Lærerens rolle for utvikling av de sosiomatematiske normene har stor betydning for hvordan elever arbeider med matematikken. Dette oppstår i interaksjon med elevene, gjennom arbeid med matematikk.

3.3 Prosessmodellen

Yackel og Cobbs omtaler normer i klasserommet, mens prosessmodellen individuelle kognitive utvikling. Likevel er de ikke motsetninger, da Yackel og Cobb omtaler hvordan normer kan påvirke elevers individuelle intellekt. Dette kan begrunnes med at individuelle og klasseromsforhold, for læring, påvirker hverandre. Prosessmodellen er en modell som er laget av Dekker og Elshout-Mohr (1998). Fokuset i modellen ligger på den individuelle elev læringsprosess (1998, s. 304). Modellen kan vise hvordan interaksjon mellom medelever kan fremme dybdelæring i matematikk, ved at elever uttrykker matematiske ideer for å oppnå og forstå matematiske begreper (Dekker og Elshout-Mohr (1998)). Videre poengterer de at modellen kan vise tydelige kvaliteter på elevinteraksjon og prosessen med å øke det

matematiske nivået. Modellen består av tre ulike aktiviteter; *nøkkelaktiviteter*, *regulerende aktiviteter* og *mentale aktiviteter*.

I denne studien tar jeg kun utgangspunkt i regulerende aktiviteter og nøkkelaktiviteter. Jeg har valgt å ikke fokusere på *mentale aktiviteter* da jeg måtte justere modellen for å passe til min problemstilling. Mentale aktiviteter kan være vanskelig å oppdage og finne i observasjoner som er rettet mot lærerens perspektiv. Modellen nedenfor viser til spørsmål og aktiviteter som elevene kan gjøre som kan åpne for dybdelæring og matematisk stimuli. Modellen uttrykker muligheter for argumentasjon og diskusjon blant elevene.

Tabell 1- Prosessmodellen (Dekker og Elshout-Mohr,1998)

Regulerende aktiviteter	Nøkkelaktiviteter
Elever spør hverandre om å vise hverandres arbeid	Elever viser hverandre sitt arbeid
Elever spør hverandre om å forklare hverandre arbeid	Elever forklarer hverandres arbeid
Elever kritiserer hverandres arbeid	Elever grunngir/forsvarer sitt arbeid, og justerer/omarbeider sitt arbeid.

Nøkkelaktiviteter og regulerende aktiviteter.

Nøkkelaktivitetene er konstruert for små grupper med elever, der de skal jobbe sammen med et matematisk problem. Målet er å oppnå bedre matematisk forståelse og samt høyne elevens matematiske ferdighetsnivå (Dekker og Elshout-Mohr, 1998, s. 305). Det er utarbeidet fire nøkkelaktiviteter av Dekker og Elshout-Mohr (1998, s. 305).

- Å vise sitt arbeid
- Å forklare sitt arbeid
- Å begrunne sitt arbeid

- Å rekonstruere sitt arbeid etter tilbakemelding.

Disse fire nøkkelaktivitetene hevder Dekker og Elshout-Mohr(1998, s. 305) er intellektuelle aktiviteter som har forskjellige karaktertrekk:

- They can be demonstrated by students who work individually, but more so by students who communicate with each other during their work.
- They can be observed very well.
- They have a function in the learning process and contribute to mathematical understanding.
- They can be influenced by didactic factors, such as the nature of problems and the coaching of the teacher.

Karaktertrekkene beskriver noen av egenskapene elevene har, og hva de skal kunne ta til seg fra de ulike oppgavene. Disse karaktertrekkene beskriver hvordan elevene har nytte av nøkkelaktivitetene hvis de mestrer dem.

Regulerende aktiviteter henger tett sammen med nøkkelaktivitetene. Det er aktiviteter som kan trigge og utløse nøkkelaktivitetene (Dekker og Elshout-Mohr, 1998). Ved å stille ulike spørsmål blir nøkkelaktivitetene aktivert. De regulerende aktivitetene kommer frem i samtale med andre medelever. Elever spør hverandre om å vise hverandres arbeid, elever spør hverandre om å forklare hverandres arbeid og elever kritiserer hverandres arbeid er noe elevene gjør for å utløse nøkkelaktivitetene.

3.3.1 Prosessmodellen tilpasset min oppgave

I denne masteroppgaven har jeg et fokus på lærerperspektivet i arbeid med matematisk argumentasjon. Prosessmodellen er tilegnet til forskning som ser på elevperspektivet. Likevel synes jeg modellen får frem gode sosiale normer som kan fremme argumentasjon. Derfor har jeg valgt å bruke modellen som et utgangspunkt, og tilpasse den et lærerperspektiv i arbeid med argumentasjon og etablering av sosiale og sosiomatematiske normer.

Jeg har valgt å se på regulerende aktiviteter og nøkkelaktiviteter som muligheter for å etablere sosiale normer. Der formålet med aktivitetene kan blir normer i arbeid med matematisk argumentasjon. Aktivitetene viser hvordan elever bør jobbe for å ha gode rutiner i sitt arbeid med matematikk. Derimot er ikke dette noe ethvert klasserom vil ha, da modellen viser noe man kan jobbe mot. Siden jeg har valgt å se på aktivitetene som et verktøy i etablering av

sosiale normer i arbeid med matematikk, er det viktig å forstå og vise lærerens rolle. Derfor har jeg valgt å legge til ordene «Lærer oppfordrer til at (...)» foran hver av aktivitetene i modellen. På denne måten kan man undersøke hvor aktiv læreren er i etablering av regulerende- og nøkkelaktiviteter.

Tabell 2 - Reformert prosessmodell

Regulerende aktiviteter	Nøkkelaktiviteter
Lærer oppfordrer til at elever spør hverandre om å vise hverandres arbeid	Lærer oppfordrer til at elever viser hverandre sitt arbeid
Lærer oppfordrer til at elever spør hverandre om å forklare hverandre arbeid	Lærer oppfordrer til at elever forklarer hverandres arbeid
Lærer oppfordrer til at elever kritiserer hverandres arbeid	Lærer oppfordrer til at elever grunngir/forsvarer sitt arbeid, og justerer/omarbeider sitt arbeid.

4. Metode

I dette kapittelet skal jeg gå igjennom metoden som er brukt for å kunne svare på studiens problemstillingen. Prosjektet handler om matematisk argumentasjon og etablering av normer i arbeid med matematisk argumentasjon. I denne metodedelen har jeg ta for meg de ulike stegene i studien. Jeg har beskrevet samarbeidsskolen fra Brasil. Deretter hvordan datainnsamlingen ble gjennomført, og tilslutt hvordan den innsamlede dataen har kodet datamaterialet.

4.1 Skolen

Å finne skole i Brasil ble en mye vanskeligere prosess enn jeg hadde sett for meg. Jeg har et stort nettverk i Brasil, men flere skoler ville ikke delta i mitt forskningsprosjekt, da lærere ikke ville bli observert i klasserommet. Det var problematisk og en omfattende prosess å få en samarbeidsskole, men til slutt takket en skole ja.

Skolene som ble spurt om å være samarbeidsskoler var privatskoler. Jeg ville at skolen skulle ha et ressursgrunnlag som var relativt samsvarende med norske skoler. Samtidig var det ideelt at skolen var vant til forskning, og at lærerne var komfortable med å ha en observatør i klasserommet, da det ville gjøre min forskershverdag lettere.

Skolen som takket ja var en resurssterk skole som var høyt respektert, og hadde et godt rykte i sin by. Elevene var vant til å ha forskere i klasserommet. Det gjorde det mindre utfordrende for meg å observere elevene. Skolen var imøtekommende og villige til å hjelpe meg å organisere slik at jeg fikk det jeg trengte av skolen. Skolen var interessert i studien, og skolen brukte muligheten til å lære av hverandre.

Det var en stor skole som hadde to campuser, der de tilbød barneskole, ungdomsskole og videregående skole. Storbyene i Brasil er tett befolket (Leira, 2019), og derfor gjennomfører skolen en morgenskole og en ettermiddagsskole. Det vil si at de har to puljer med elever, og to puljer med lærere. De to campusene hadde et tett samarbeid med hverandre.

Barneskoletrinnene var fra første til femte klasse, hadde årstrinns lærere, aldergruppe seks til ti år. Da hadde de samme lærer gjennom et skoleår i de fleste fag, bortsett fra engelsk, kunst og gym. Læreren blir en spesialist på selve årstrinnet, og følger ikke klassen gjennom flere år som man gjør i Norge. På ungdomsskoletrinnene, sjette til niende trinn, har elevene faglærere. Det var ulike fag koordinatorene som var fagansvarlig for ungdomstrinnene, og fagansvarlig for klasstrinnene på barneskolene. De ulike campusene samarbeidet tett, og hadde samme

koordinatorer. Barneskolen hadde en tydeligere inquiry approach, da elevene jobbet mer undersøkende på barnetrinnet enn på ungdomstrinnet.

Matematikktimene ble planlagt og organisert på følgende måte: Hvert klassetrinn har en felles plan på hva som skal gjennomgås i timene, og hvordan læreren skal gjennomføre. Dette er planlagt på detaljnivå. Lærerne har sammen kommet frem til hva de skal si, og hvordan de skal forklare seg foran elevene. Det vil si klassene på samme trinn, har alle de samme matematikktimene, uten annen variasjon enn læreren som underviser. Matematikktimene på 5. klasse ble planlagt mellom 5.klasselærerne fra de ulike campusene. På ungdomstrinnet ble matematikktimene planlagt mellom alle matematikklærerne på ungdomstrinnet fra begge campusene. Timeplan for matematikktimene fra forrige skoleår blir brukt når de skriver skoleårets plan for matematikktimer. De justerer timeplanen etter erfaringer fra det forrige skoleåret.

I timene jeg observerte i 5. klasse var temaet konstruksjon og geometriske figurer. Oppgaven som ble brukt åpnet for diskusjon og samtale mellom elevene, da det ble oppfordret til å samarbeide. Dette var deler av oppgavene de jobbet med i timene jeg observerte. Oppgavene bygger på hverandre, og siste oppgave ber elevene diskutere viktige oppdagelser og momenter i sin løsning (se vedlegg 1). Oppgavene er problemløsende, og lærerens instruksjoner var at elevene skulle arbeide sammen for å løse oppgavene. Disse oppgavene oppfordret elevene til å delta i samtale og diskusjon. Samtidig arbeid sammen for å komme frem til løsning. Dette er gode forutsetninger for å skape matematisk argumentasjon i timen. Slik foregikk alle timene jeg observerte.

Først oppsummerte læreren den forrige timen, og ba elevene snakke sammen om hva de har lært fra den timen. Videre fikk de instruksjoner om hvordan de skulle jobbe med neste oppgave, der ble oppfordret til å jobbe videre med oppgaver fra et hefte elevene hadde fått utgitt tidligere. Læreren hadde samme heftet som elevene, der noen av sidene viste ulike løsningsforslag, og ulike spørsmål hun skulle stille til oppgaven. Oppgaveteksten viste på mange oppgaver at elevene skulle diskutere sammen, for å komme frem til ulike løsninger. Mot slutten av timen ble oppgavene gjennomgått foran klassen, der elever fikk presnetere gruppens arbeid, samt stiller spørsmål til andres gruppers løsningsprosesser. Tilslutt oppsummerte læreren timen sammen med elevene. Planen læreren hadde foran seg, viste ikke til tidsbruk på de ulike oppgavene.

Matematikktimene i 6. klasse og 7. klasse var planlagt i detalj. Læreren hadde en plan foran seg for hver matematikktime. Planene inneholdt hva elevene skulle gjennomgå og hvor mange minutter hver aktivitet skulle være. En slik plan vil inneholde oppstart, og introduksjon av temaet, og gjennomgang av dagens plan (se vedlegg 2). Deretter ville hun ta for seg lekser og spørsmål elevene hadde til de ulike oppgavene. Der gikk læreren igjennom noen utvalgte oppgaver som planen foreslo at hun skulle gjennomgå. Videre tok hun for seg en ny aktivitet der hun ville gjennomgå flere oppgaver sammen med elevene. I planen står det forslag på spørsmål hun kan stille klassen til de ulike oppgavene. Der læreren etterpå satte elevene i gang med oppgaver fra et arbeidshefte, som igjen hadde bestemt tid de skulle bruke. Tilslutt oppsummerer hun noen av oppgavene som elevene har jobbet med. Slik er en matematikktime planlagt, og slik gjennomføres den.

4.2.1 Valg av informanter

Informantene som ble valgt til oppgaven ble utvalgt av rektor og undervisningsinspektørene for grunnskoletrinnene med bakgrunn av ønsker fra meg. Sammen ble de enige om hvilke lærere som ville være mest samarbeidsvillige, og enklest og observere. Ønsket om å observere femte til syvende klasse, var fordi jeg trodde det ville være lettere å finne argumentasjon på eldre trinn. En annen grunn for å velge eldre årstrinn, var min egen språkkompetanse. Jeg trodde det ville være enklere for meg å observere trinn som var litt eldre for å klare og forstå bedre klassekontekst og klasseromsdialog mellom lærer og elever.

Luana

Luana er grunnskolelærer, som er lærer i barneskole, og hadde jobbet som lærer i 13 år. Hun er femte klasselærer, men har hatt første og andretrinn. Det vil si hun er spesialist på femteklasse, og har klassen et år før hun får nye femteklasse elever. Luana hadde fagene matematikk, portugisisk, samfunnsfag og naturfag. Dette er typiske kjennetegn for barneskolen. De har flere fag, og er ikke faglærere. Luana hadde ingen videreutdanning i matematikk, bare den delen som inngår i grunnskoleutdanningen for første til femte trinn.

Natalia

Natalia er en grunnskolelærer, og har tatt videreutdanning i matematikk, og jobber i ungdomskolen. I 13 år har hun jobbet som matematikklærer. Hun jobber med sjette og syvende trinn som matematikklærer. Natalia har ingen andre fag enn matematikk.

4.3 Intervju

I denne masteroppgaven har jeg valgt å gjennomføre intervju for å samle inne data. Problemstillingen tar for seg hvordan lærerne selv definerer matematisk argumentasjon og deres refleksjoner rundt emnet, og derfor valgte jeg å bruke intervju som verktøy for å kartlegge hva lærerne tenker. Intervjuet gir læreren mulighet til å forklare og reflektere rundt situasjoner som jeg har observert fra klasserommet.

4.3.1 Semistrukturert intervju

I dette forskningsprosjektet har jeg valgt å bruke en kvalitativ forskningsmetode. Det har gitt meg mulighet til å undersøke matematisk argumentasjon på et dybdenivå. Jeg valgte å bruke et semistrukturerte intervju som er den vanligste forskningsmetode å bruke i kvalitativ forskning (Bryman, 2016). Et semistrukturert intervju skal hente inn skildringer av omverden og hvordan ulike fenomener bli oppfattet fra den intervjuede sitt perspektiv (Krumsvik, 2014). Det semistrukturerte intervjuet er et intervju der man har laget seg en intervjuguide med overordnede spørsmål, men man kan velge å stille oppfølgingsspørsmål underveis i intervjuet (Bryman, 2016).

Grunnet språkbarrieren var det viktig at jeg hadde klare spørsmål, slik at lærerne forstod hva jeg ville spørre om. Samtidig var det viktig å kunne stille oppfølgingsspørsmål hvis lærerne var uklare, eller jeg oppfattet noe som jeg ville vite mer om. I et semistrukturert intervju kan man stille spørsmålene i ubestemt rekkefølge, og finne nye spørsmål om intervjuet skulle vende i en retning der man vil følge opp ulike tråder. Det har større fleksibilitet enn et strukturert intervju. Flexibiliteten skal gi flyt i intervjuet (Krumsvik, 2014). Muligheten for endre rekkefølge på spørsmål var viktig, da det hendte at noen av lærerne kom inn på noen temaer tidligere enn hva jeg hadde tenkt. Det semistrukturerte intervjuet gjorde at datainnsamlingen ble mer oversiktlig, og lettere å opprettholde en god flyt mellom meg og intervjuobjektet.

Det semistrukturerte intervjuet var en god metode for å samle inn data om matematisk argumentasjon i Brasil. Da et semistrukturert intervju ville la meg stille spørsmål til lærerne, angående deres refleksjoner rundt matematisk argumentasjon. Før intervjuet ble gjennomført hadde jeg gjort meg et inntrykk av klassene fra observasjoner som var blitt gjort. Å ha utformet intervjuguider som la retningslinjer for intervjuet var til hjelp under intervjuene. Intervjuet foregikk på portugisisk så jeg var helt avhengig av å ha utformede spørsmål klare. Samtidig gav det semistrukturerte muligheter for å ta opp temaer som etter hvert ville komme

opp i intervjuet. På denne måten fikk intervjuet større fleksibilitet, samt at det var tydelige retningslinjer for hva man ville oppnå med intervjuet.

4.3.2 Utforming av intervjuguider

Intervjuene skulle være på portugisisk og derfor ble også intervjuguidene skrevet på to språk. Den ble først utformet på norsk, og deretter ble den oversatt til portugisisk. Oversettelsene ble gjort ved hjelp av en brasilianer der jeg forklarte hva jeg ville spørre om. Direkte oversettelser fra norsk til portugisisk blir ofte et dårlig språk, så ved hjelp av en brasilianer som var tidligere lærer, fikk jeg oversatt spørsmålene til et faglig språk innenfor utdanning. Det ble laget noen generelle spørsmål i henhold til læreplan, og matematisk argumentasjon, samt at jeg stilte en del spørsmål etter hva jeg hadde observert i de ulike matematikktimene. Det ble gjennomført to intervju, og det ble derfor laget to forskjellige intervjuguider. Deler av intervjuguidene var like, men fordi observasjonene er forskjellige, ble det naturlig å stille læreren forskjellige spørsmål.

Tillegg ble det formulert tilleggsspørsmål til Natalia i senere tid, da det gjennomførte intervjuet ikke gav tilfredsstillende svar på alle spørsmål. Flere av svarene var vage, og det var vanskelig å forstå hva hun hadde ment. Derfor fikk hun tre spørsmål som hun fikk svare på skriftlig. På denne måten fikk jeg mer utfyllende svar. Tillegg fikk Natalia lese spørsmålene selv, slik at hun lettere kunne forstå hva som ble spurt om, da det oppstod noen språkproblemer under intervjuet, der vi tidvis møtte på språkbarrierer, da portugisisk ikke er mitt første språk.

4.3.3 Transkribering

Transkriberingen ble gjort i løpet av en måned etter at intervjuene ble gjennomført. Da jeg transkriberte valgte jeg å transkribere det over til norsk, og ikke portugisisk. Dette valgte jeg fordi det ville være enklere for meg å kode intervjuene, og forstå hva som ble sagt, siden jeg er flinkere til å forstå portugisisk muntlig enn når det er skrevet ned. Siden intervjuene ble gjennomført på portugisisk gjorde det transkriberingsprosessen vanskeligere. Det var noen steder i intervjuet der jeg ikke forstod hva som blir sagt. Dette var grunnet dårlig artikulering, samt vanskeligheter med å forstå noen portugisiske ord og setninger som lærerne brukte. Sitater der deler av sitatet ikke er forstått, er ikke blitt en del av det samlede datamaterialet.

I transkriberingen ble det ikke tatt høyde for eventuelle lyder intervjuobjektet eller intervjuer lagde. Lyder som, hm, kremt, hark, osv. er ikke tatt med i transkriberingen, da fokuset mitt lå på innholdet i utsagnene, og ikke hvordan de ble sagt. Når intervjuer prater er det markert i

kursiv og når intervjuobjekt prater er det markert i vanlig skrift. Det er fordi det bare var to personer som snakket ble det oversiktlig å gjøre det på den måten.

4.4 Observasjon

I denne oppgaven er observasjon brukt som et verktøy for å få oversikt over de ulike klassene til de ulike lærerne. Samtidig er observasjonen som er gjort brukt som datamaterialet for å supplere intervjuene. Intervjuene er hoveddataskilde, mens observasjonene har en supplerende funksjon. Det ble brukt som metode for å få oversikt over klassene og undervisningskulturen i Brasil, og for å gi innspill til aktuelle intervju spørsmål. Jeg observerte Natalia i to uker før jeg intervjuet henne, mens Luana intervjuet etter tre uker. Videre fortsatte jeg å observere lærerne etter at intervjuene var gjennomført, for å få bedre oversikt over klassene. Jeg observerte en matematikktime hver dag i de ulike klassene i en periode på fire uker. Det ble ikke gjennomført videoopptak eller lydopptak av timene, da skolen ikke tillot det.

Observasjon kan avdekke ny kunnskap om elevgruppen, samt at man kan finne funn til forskningsintervjuet. Samtidig er observasjon en god måte å bekrefte det informantene sier, i et intervju, samsvarer med observasjonene som er gjort (Krumsvik, 2014). Informanter kan gjerne ha en ide om hvordan de gjør ting, men gjør ikke det som de sier de gjør. Lærerne kan gjøre ubevisste valg og grep i en klasseromssituasjon. Derfor var det interessant å se sammenheng mellom hva informantene sa i forskningsintervjuet og hva som er blitt observert av meg. Krumsvik (2014) uttrykker hvor viktig det er at man gjennomfører observasjon på en systematisk og bevist måte. Derfor kan det være lurt å opprette en observasjon protokoll.

4.4.1 Utforming av observasjonsprotokoll

Før jeg begynte å observere gjorde jeg meg noen tanker om hvordan jeg skulle få gode observasjoner. Allerede før jeg dro til Brasil, gjorde jeg meg noen tanker om hvordan jeg skulle være i møte en ny skolekultur. Jeg måtte finne meg en metode som gjorde at jeg tok av meg mine egne kulturbriller, og ble en objektiv observatør. Å bli en objektiv observatør er vanskelig, da man tar med seg sin egen kulturelle erfaring og bagasje. Det kan diskuteres om det i det hele tatt er mulig å være helt objektiv i møte med en ny skolekultur. Derfor bestemte jeg meg for å ikke gjøre sammenligninger som kritiserte skolekulturen. I den grad min kulturelle erfaring kom til syne i, var det for stille spørsmål om ulike metoder som var forskjellige fra de jeg kjente til.

For å bli en objektiv observatør, i den grad det var mulig, lagde jeg en observatør protokoll. Sharan og Merriam har seks strategier for å få gode observasjoner (referert i Krumsvik, 2014). Jeg valgte å ta i bruk noen av disse strategiene. I den *fysiske settingen* (Krumsvik, 2014, s. 143) var det viktig for meg å se hvordan klasserommet var organisert, hvordan var pultene organisert og var det verktøy som kunne hjelpe elevene i sitt arbeid rundt om i klasserommet. *Deltakerne* (Krumsvik, 2014, s. 143) var det viktig å beskrive som elevgruppe, antall, alder, spesielle elever osv. Hvilken dynamikk var det i klassen? Hvordan oppførte læreren seg foran i klassen, og hvordan var samspillet mellom lærer og elever? Dette var viktige spørsmål å stille seg. Da jeg skulle se på *aktiviteter og interaksjoner* (Krumsvik, 2014, s. 143) var det viktig å se hvordan lærer henvendte seg til elevene. Hvordan skapte hun argumentasjon i klasserommet? Var det ulike spørsmål som ble gjentatt? Samtidig ble det viktig å se elevenes reaksjon på aktivitetene som ble gjort. Det ble viktig å se resultatene av aktivitetene, og om det førte frem til matematisk argumentasjon.

Å se etter *samtale* (Krumsvik, 2014, s. 143) var noe jeg visste kunne bli vanskelig, fordi alt foregikk på portugisisk. Jeg bestemte meg for å se på helheten av en samtale fremfor detaljer og direkte nedskrivning av sitat og ting som ble sagt. Samtidig syns jeg det var viktig å skrive ned spørsmål, eller noe læreren sa når det var knyttet opp til matematisk argumentasjon. Jeg bestemte meg for å skrive ned noen samtaler mellom elever i deres arbeid med matematikk. *Min egen fremtredelse* (Krumsvik, 2014, s. 143) var beskrevet for elevene og lærer. Jeg ble en observatør som for det meste satt bakerst i klasserommet og observerte og noterte. Når elevene jobbet i gruppearbeid observerte jeg noen grupper der jeg skrev ned hva som ble sagt og gjort.

Ved å ha et klart bilde over hva jeg vil se etter, ble observasjonen enklere. Samtidig var det viktig å ha noen retningslinjer jeg ville følge for å være så objektiv som mulig i min observasjon. På grunn av kulturforskjellene, var det viktig å ha retningslinjer slik at mine fordommer, og mine norske verdier ikke skulle dømme lærerne jeg observerte.

4.4.2 Observatør

Jeg var en observatør som deltok i klasserommet. Det vil si at elevene var klar over hvilken rolle jeg hadde i klasserommet, og mine observatøraktiviteter. Samt at deltakelsen i gruppe var sekundært, og der hovedfokuset mitt lå på å samle inn informasjon fra klasserommet (Krumsvik, 2014). Det ble gjort tydelig for elevene at jeg ikke skulle hjelpe til, eller at de skulle be meg om hjelp. Derimot kunne jeg be elever forklare hva de har tenkt, og utdype noen av samtale de hadde, slik at jeg skulle forstå dem bedre. Det ble slik at jeg tok kontakt

med elevene hvis jeg lurte på noe etter det jeg hadde observert. Likevel var elevene nysgjerrige på hvem jeg var, og kunne av og til spørre om meg om Norge. Dette var ikke et problem, etter noen dager var elevene blitt vant til at jeg var der, og spurte aldri meg hvis de hadde noen spørsmål. Jeg stilte spørsmål til elevene hvis jeg trengte videre informasjon, da de jobbet med andre medelever.

4.5 Koding av datamaterialet

For å forstå og ha oversikt over hva datamaterialet mitt inneholdt, kodet jeg datamaterialet. Koding er en prosess der man undersøker hva datamaterialet sier, og det er en prosess som gjøres flere ganger (Bryman, 2011). Når du koder deler du opp datamaterialet ditt, og plasserer det under ulike kategorier. Noe av sitatene og observasjonene kan gå under flere kategorier (Bryman, 2011).

I denne oppgaven har jeg valgt å fargekode datamaterialet mitt. Jeg har valgt å fargekode etter fem forskjellige kategorier. Kategoriene er valgt for koding av all datamaterialet, som vil si både intervjuer og observasjoner. Det var logisk å bruke de samme kategoriene, da jeg så etter det samme i intervjuene og observasjonene. Først fargekodet jeg intervjuene inn i hovedkategorier. Deretter sorterte jeg kodingene, og plasserte alle sitatene i et eget dokument for sin kategori. Videre kodet jeg dokumentene som var inndelt i hovedkategoriene, og kodet det etter kategoriens underkategorier. Intervjuene ble kodet først, deretter kodet jeg observasjonene.

Flere av sitatene og observasjonene ble plassert i flere kategorier. Grunnen til dette var at noe av dataen ikke bare kunne plasseres i en kategori, da sitatene oppfulgte flere av kategoribeskrivelsene. Nedenfor er hver kategori forklart og det er gitt eksempler på hvordan jeg har plassert noen sitater.

Tabell 3 - Kodeskjema

Argumentasjon	Matematisk argumentasjon	Sosiale normer	Sosiomatematiske normer	Grep
Definisjon Mål Refleksjon	Definisjon Mål Refleksjon	Etablerte norm Utfordringer		

Argumentasjon – Dette er en kategori jeg har valgt å ta med fordi den viser alle definisjoner av argumentasjon som både blir brukt i matematikkfaget, men også i andre fag. Læreren beskriver argumentasjon på et generelt plan. Kategorien tar også for seg lærerens refleksjoner om argumentasjon. Det kan vise til arbeid med argumentasjon i observasjonene som er gjort i de ulike matematikktimene. Vi finner underkategorier som definisjon, mål og refleksjoner. Definisjoner viser hvordan læreren definerer argumentasjon. Mål viser hva læreren mener er målet med argumentasjon i undervisningen. Refleksjoner er andre refleksjoner læreren gjør rundt arbeid med argumentasjon.

Matematisk argumentasjon – Denne kategorien er viktig for å skille matematisk argumentasjon fra argumentasjon. I denne kategorien valgte jeg å ha med tre underkategorier; mål med matematisk argumentasjon, definisjon av matematisk argumentasjon og refleksjoner gjort rundt matematisk argumentasjon. Jeg valgte å bruke de samme underkategoriene som brukes i argumentasjon, siden kategoriene handler om å definere og reflektere rundt matematisk argumentasjon. Når kategoriene brukes til å kode observasjonene som er gjort i de ulike klasserommene vil underkategoriene vise om elevene jobber med lærerens mål av matematisk argumentasjon eller om jeg fant lærerens definisjon i elevenes argumentasjonsmåte.

Sosiale normer – Denne kategorien viser hvilke normer som finnes i klasserommet. Både hvilke normer, læreren selv anerkjenner som viktige i intervjuet, og hvilke normer man ser i observasjonene som er gjort i matematikktimene. Kategorien tar ikke for seg de sosiomatematiske normene, da de vil være en annen kategori. Jeg har valgt å ha to underkategorier; utfordringer og etablerte normer. Utfordringer gir oversikt over hva som er vanskelig når man jobber med etablering av sosiale normer. Etablerte normer beskriver normer som er etablert i klasserommet.

Sosiomatematiske normer – Denne kategorien har jeg laget for å skille sosiale normer og normer som man bare finner i matematikkfaget. Kategorien er laget for å se over hvordan lærerne beskriver normene som bare er brukt i matematikkfaget.

Grep – Denne kategorien består av grep som blir gjort i klasserommet som påvirker elevene og elevens læringsmiljø. Dette er konkrete grep lærerne gjør for å etablere normer i klasserommet, både for enkelt elever, men for kollektiv i klasserommet.

Eksempler på koding

«Når jeg tenker må argumentasjon i matematikk så tenker jeg på de kvalitetene og egenskaper som finnes i matematikk, i en situasjon der man skal argumentere er det et eget språk og en spesifikk måte å argumentere på.» Dette er et sitat fra intervjuet med Luana jeg har valgt å plassere under matematisk argumentasjon. Sitatet kan ikke plasseres i andre kategorier, da Luana snakker om kvaliteter ved matematisk argumentasjon.

«Når du argumenterer kan elevene tenke igjennom hva de kan, de kan oppdage hva de vet, og hva du trodde du visste, men ikke vet. Derfor er argumentasjon for helt fundamentalt for læring». Dette sitatet er plassert i to kategorier, argumentasjon og sosiale normer. Det inneholder en beskrivelse av hvorfor argumentasjon er viktig. Derfor blir det plassert i kategorien argumentasjon. Samtidig forklarer det noe av lærerens verdier, som igjen kan påvirke elevenes forventninger til hva læring skal inneholde. Siden læreren mener argumentasjon er fundamentalt for læring, kan skape en norm om at argumentasjon skal brukes i læringssammenhenger. Derfor er sitatet blitt plassert i kategorien sosiale normer. Dette er et eksempel på hvorfor et sitat blir plassert i flere kategorier.

Et eksempel som kommer under grep er «Derfor har vi ulike spørsmål vi stiller elevene, noen for at elevene skal tenke, noen skal forme en diskusjon (...)». I sitatet beskriver læreren hva hun gjør for å skape diskusjon. Dette er noe læreren gjør for å skape diskusjon og argumentasjon i timen, og derfor har jeg valgt å plassere det under kategorien grep.

4.6 Reliabilitet og validitet

I forskning bruker man reliabilitet og validitet for å kunne vurdere kvaliteten i forskningsarbeidet som er gjennomført (Repstad, 2007). Reliabilitet og validitet er begreper som brukes både innenfor kvalitativ og kvantitativ forskning. Likevel kan man ikke legge det samme i reliabilitetsbegrepet i de ulike forskningsområdene, da man må tilpasse reliabilitet i en kvalitativ forskningskontekst (Repstad, 2007). Merriam (1995, s. 55) sier at reliabilitet handler om å stille spørsmålet «vil disse funnene bli funnet igjen». I en kvalitativ forskning vil man høyst sannsynlig ikke få samme resultat hvis man gjennomfører det samme forskningsopplegg om igjen. Derfor vil ikke reliabilitet i kvalitativ og kvantitativ forskning være det samme (Merriam, 1995). Videre forklarer Merriam (1995) at dager i klasserommet ikke er like, og elevene kan reagere forskjellig på opplegg og oppgaver på ulike dager. Istedenfor å tenke over om man vil få de samme funnene, bør man jobbe for at resultatene fra studien samsvarer med innsamlet data, som bidrar til å gi forskningen større pålitelighet. Reliabilitet kan omformuleres til pålitelighet i forskningssammenheng (Repstad, 2007).

For å skape større troverdighet i forskningen kan man bruke triangulering (Schwandt, 2001) som vil si at man bruker flere metoder for å samle inn data. På denne måten kan man avkrefte eller styrke eventuelle funn. I min masteroppgave har jeg brukt flere forskningsmetoder for å samle inn data, både intervju og observasjon. Ved å ha flere kilder har det gitt meg flere perspektiver, og jeg fikk større innsyn i helheten i klasserommet til de ulike lærerne. Likevel kunne det vært tatt i bruk flere metoder som lydopptak eller videoopptak av timene, for å få en mer korrekt gjenskapning av timene, enn bare skriftlige observasjonsnotater.

En måte å vise forskningspålitelighet, er ved å beskrive forskningsprosessen så tydelig og detaljert som mulig, slik at enn annen forsker kunne gått i mine fotspor (Dalen, 2011). Dette har jeg gjort ved å beskrive min fremgangsmåte i methodedelen av oppgaven. Her har jeg beskrevet fremgangsmåten og begrunnet valg jeg har tatt underveis i forskningsprosjektet. Jeg har diskutert valg av intervju og observasjon, samt analysemetode og rammeverket til analysen.

Validitet eller gyldigheten i forskningsarbeidet knyttes til om man forsker på det man har som hensikt og forske på. Det kan finne ut om en undersøker det problemstillingen man har satt mål å undersøke (Krumsvik, 2014). I denne forskningsoppgaven er det brukt et semistrukturert intervju som metode, slik at jeg kunne stille spørsmål, og styre samtalen inn på forskningstemaet. På denne måten kunne jeg be informantene oppklare og forklare hvis noe var uklart, eller noe jeg ikke forstod grunnet språkbarrieren.

Validitet inneholder spørsmål om forskningens overførbarhet, og om man kan trekke noen generelle slutninger og generaliseringer (Krumsvik, 2014). Dette forskningsprosjektet vil ikke kunne trekke noen generelle slutninger, da undersøkelsen kun er gjort på en skole i Brasil, med to informanter. Poenget med forskningsprosjektet er ikke å trekke generelle slutninger, men å samle inn informasjon fra en skole. Samtidig inneholder validitet spørsmål hvordan man tolker datamaterialet som er samlet inn (Krumsvik, 2014). I dette forskningsprosjektet ble tolkning av data gjort fra transkriberte intervju og observasjonsnotater som er analysert av et teoretisk rammeverk. I forkant av observasjon og intervjuprosessen hadde jeg lest på tidligere forskning og satt meg inn ulike forskningsmetoder, slik at jeg på best mulig måte ville kunne besvare min problemstilling.

Det ble utført to intervju som ble gjennomført men noen forskjeller. Intervjuene var semistrukturerte intervjuer, der de to lærerne jeg observerte var intervjuobjekter. Det var forskjeller mellom intervjuobjektene. Luana svarte tydelig på mitt spørsmål og hadde lettere

for å utale seg ved de ulike spørsmålene. Hun var tydelig i sine uttalelser, som gjorde det lettere å forstå hennes refleksjoner. Flyten i intervjuet var bedre enn i Natalias intervju. Natalia var den første personen jeg intervjuet, og det var et intervju som var mindre vellykket. Jeg måtte dra informasjon og tanker ut av Natalia, og hun svarte kortere på mine spørsmål. Det er vanskelig å begrunne hvorfor det var slik, men en årsak kan være at Natalia var første personen jeg intervjuet. Jeg kan ha vært utydelig i mine formuleringer, og litt usikker på rollen som intervjuer. Som konsekvens av noen utydelige svar, ba jeg Natalia svare på noen oppfølgings spørsmål skriftlig.

Transkriberingen av intervjuene i dette forskningsprosjektet ble i transkriberingsprosessen oversatt fra portugisisk til norsk. Dette kan svekke validiteten for forskningsprosjektet. Noen av utsagnene kan ha blitt svekket, da noe av sitatens meninger har forsvunnet i oversettelsen. Siden portugisisk ikke er mitt første språk, er det ikke gitt at jeg har forstått alt som blir sagt, som igjen vil svekke oppgavens validitet. En måte å styrke validiteten i oppgaven er ved å ha det kritiske forskerblikket tilstede gjennom hele forskningsprosessen (Kvale & Brinkmann, 2009). Dette har gjort ved å stille kritiske spørsmål til eget forskningsprosjekt. Samtidig har jeg brukt veileder til å diskutere tolkninger og analyser. Hun har hjulpet meg til å opprette holde det kritiske forskerblikket gjennom studien.

En annen ting som ble gjort for å styrke validiteten var å møte elevene og lærerne før forskningsprosjektet startet. Dette anbefales av Kvale og Brikmann (2009) slik at elevene og lærerne kunne stille meg spørsmål angående forskningsprosjektet, og på denne måten ble det mer komfortabelt å observere i de ulike klasserommene. Det ble gjennomført et møte med skolen før jeg begynte på forskningsprosjektet, der jeg fikk møte ledelsen, samt lærerne jeg skulle observere, og møte to av de tre klassene jeg observerte. Elevene fikk mulighet til å stille meg spørsmål, etter at jeg hadde forklart mitt forskningsprosjekt til dem. Til elevene fortalte jeg at jeg skulle skrive en masteroppgave om matematikktimene fra en skole i Brasil. Lærerne fikk en gjennomgang av forskningsprosjektet, der de fikk vite tema og hovedessensen i prosjektet.

4.7 Etikk

Forskningsprosjekter som anvender lydopptak i sin datainnsamling, må søke tiltalelse fra Norsk senter for forskningsdata (NSD). Mitt forskningsprosjekt måtte derfor meldes til NSD. Elevene fikk utdelt et samtykke skjema fra meg, angående forskningsprosjektet, om samtykke angående bruk av elevarbeid og lydopptak. Elev og foresatte måtte underskrive for at elevene

kunne delta i forskningsprosjektet. Lærerne som ble observert og intervjuet måtte også skrive under et samtykkeskjema. Skjemaet inneholdt opplysninger om forskningsprosjektet, og at data ville bli behandlet konfidensielt. Alle deltakerne fra dette studiet er blitt anonymisert og det er blitt gitt fiktive navn. Dette gjelder både for lærerne, elevene, og skolen der forskningsprosjektet er gjennomført. Dette samsvarer med NSD sine retningslinjer.

5. Analyse

I dette kapittelet skal jeg analysere datamaterialet som er kodet, for å kunne svare på min problemstilling som handler om matematisk argumentasjon og hvordan lærere etablerer normer i arbeid med matematisk argumentasjon. Dette kapittelet er organisert på følgende måte: Jeg har tatt for meg hver lærer for seg. Under hvert intervju har jeg presentert datamaterialet fra hver hovedkategori, for så å analysere det. Deretter analyserte jeg en matematikktime som jeg har valgt. Videre blir datamaterialet fra observasjonene analysert. Observasjonene ikke blir presentert i kategoriene, men som en samlet tekst, og deretter analysert etter kodekategoriene. Observasjonene vil peke på eksempler, og supplere intervjuene. Det blir gjort en sammenligning mellom analysene på intervju og observasjon, og tilslutt en sammenligning av de ulike lærerne.

5.1 Luana

5.1.1 Argumentasjon

5.1.1.1 Definisjon

Luana hadde mange tanker om argumentasjon. I intervjuet med Luana sa hun at «Argumentasjon er helt fundamentalt for læring». Hun sa at både samtale og argumentasjon var helt grunnleggende for at barn skulle lære. Uten argumentasjon og samtale ville elevarbeid være overfladisk og uten dybde. Da kan elevene gjennomføre oppgaver og skolearbeid uten å måtte tenke, og mange oppgaver kan løses automatisk.

Videre sa Luana; «Når du argumenterer kan elevene tenke igjennom hva de kan. De kan oppdage hva de vet, og hva du trodde du visste, men ikke vet. Derfor er argumentasjon helt fundamentalt for læring»

I et spørsmål om skille mellom argumentasjon i ulike fag, forklarte hun at i andre fag enn matematikk brukte elevene erfaringer fra sitt eget liv, og bygger argumenter fra tidligere situasjoner og erfaring.

På spørsmålet om hva argumentasjon kunne gi elevene hennes svarte hun: frihet, trygghet og selvsikkerhet.

For meg er det å argumentere frihet. Det gir deg autonomi, slik at man kan snakke om sine idéer, og hva man tenker. Det gir trygghet og selvsikkerhet. Det gir deg et repertoar slik at du kan forsvare dine egne idéer.

5.1.1.2 Mål

Refleksjoner rundt hvilke mål Luana vil nå med argumentasjon, forklarer hun at et mål er at elevene skal lære bort til hverandre. At argumentasjon er et verktøy som kan brukes slik at elevene kan ha samtaler sammen, og lære av hverandre fremfor å spørre henne. Samtidig sier hun at i 5.klasse må elevene øve seg på argumentasjon, og ha samtale fordi de på ungdomskolen vil få faglærere.

I sitt arbeid med argumentasjon sier hun at det er viktig at elevene opplever selvtillit, og tør å prate. Det er forskjellige elever i klassen som alle har ulike forutsetninger til å ta ordet, men at hun oppfordrer sine elever til å uttrykke sine meninger, fordi andre elever kan lære av dem.

(...) men hun var en elev som var veldig søt og veldig organisert, hun jobbet bra, og satt stille. Hun sa: jeg trenger ikke prate. Da fortalte jeg henne at hennes mening er annerledes, og det er viktig at den blir hørt. Da sa hun det var greit. Og hun klarte å snakke i gruppe på 4.

5.1.1.3 Refleksjoner

Luana mente at argumentasjon kunne skape et godt læringsmiljø for elevene, fordi argumentasjon kan føre til at usikkerhet og vanskeligere temaer tas opp. Da kan elevene tro seg til henne og klassen. Da kunne hun ta tak i det elevene synes var vanskelig, og elevene visste da at de ville få hjelp. Hun mente argumentasjon var en viktig faktor for å finne ut av det.

Andre refleksjoner Luana hadde om argumentasjon var at elevene hadde ulike forutsetninger for å argumentere, og at det derfor var viktig å se elevene sine. Luana sier følgende:

Før elevene kommer til det stedet der de kan argumentere, så må jeg først se elevene.(...) jeg har noen elever i klasserommet som ikke vil snakke, de nekter. Det er ikke bare når det skal argumenteres, men i alle situasjoner. Derfor må jeg sammen med elevene planlegge før timen (...).

5.1.1.4 Analyse

Luana mener at argumentasjon er noe av det mest grunnleggende for å lære og tilegne seg kunnskap. For henne er argumentasjon en av grunnsteinene for læring i alle fag. Krummheuer (2007) sier ved å bruke argumentasjon tas det forgitt at man vil oppstå læring. Det vil si at deler av Luanas visjon for hva argumentasjon er, kan henge sammen med hva Krummheuer legger til grunn for matematisk argumentasjon.

Videre sier Luana at skolearbeid mister sin dybde hvis elevene ikke får ha samtaler eller diskusjoner i deres arbeid. Det kan tyde på at Luana anser argumentasjon som noe som må skje mellom elevene eller med lærer, og at hennes oppfatning er at argumentasjon er en sosial hendelse. Hun påpeker at ved samtale kan elevene oppdage hva de forstår og ikke forstår,

samt reflektere over egne meninger. Dette kan vi se i sammenheng mellom Krummheuers (1995) forklaring om at argumentasjon er et sosialt fenomen, som henger tett sammen med interaksjonene som foregår i klasserommet. Uten interaksjoner vil ikke den kollektive argumentasjonen foregå, likevel kan elever argumentere med seg selv. Dette er et konsept Luana ikke har nevnt i sine refleksjoner om hva hun mener argumentasjon er. Det kan tyde på at Luana anser at det er en argumentasjon når det er flere personer som deltar i argumentasjonen.

Et annet perspektiv Luana har, er at argumentasjon gir frihet, fordi det gir deg mulighet til å forsvare dine ideer.

For meg er det å argumentere frihet. Det gir deg autonomi, slik at man kan snakke om sine ider, hva man tenker. Det gir trygghet og selvsikkerhet. Det gir deg et repertoar slik at du kan forsvare dine egne ideer.

Her uttrykker hun tydelig at ved å kunne argumentere så gir det elevene en god selvfølelse, fordi de selv kan uttrykke hva de mener. Krummheuer (1995) påpeker hvor viktig det sosiale miljøet i klassen er for argumentasjon, fordi elevene må føle trygghet i slike situasjoner. Luana sier at hvis elevene klarer å argumentere vil det gi eleven trygghet og et godt selvbylde, noe som igjen påvirker klasseromssituasjonen, og kan påvirke andre elever. Når noen elever anser argumentasjon som noe positivt vil det være lettere for andre elever å delta i argumentasjonen.

Luana sier at en ting som skiller matematisk argumentasjon fra argumentasjon er det subjektive perspektivet elevene kan ta i argumentasjon. I andre fag baserer elevene argumentene sine på livserfaringer de har gjort seg. Dette kan sees i sammenheng med substansiell argumentasjon der argument ikke bygger på formell logikk. Elevene generaliserer ikke på samme som de kan gjøre i matematisk argumentasjon. De støtter seg på å overbevise med hjelp av kontekst og forklaringer.

Luana påpeker at et av målene ved argumentasjon er at elevene skal å lære av hverandre. Hvis vi ser dette i sammenheng med prosessmodellen (Dekker og Elshout-Mohr, 1998), så ser vi at Luanas mål for argumentasjon henger tett sammen med regulerende aktiviteter og nøkkelaktiviteter. Når Luana jobber for at elevene skal snakke sammen, og lære av hverandre, så betyr det trolig at elevene vil vise hverandres arbeid, kritisere hverandre arbeid og deretter justere. Dette kan tyde på at Luanas mål for argumentasjon, oppfordrer til å jobbe med aktiviteter i prosessmodellen.

Et annet mål for arbeid med argumentasjon er at elevene skal oppleve selvtillit. Luana sier at elevene har ulike forutsetninger for å ta ordet, men at det er viktig at de uttrykker sine meninger, fordi medelever kan lære av hverandre. Dette kan knyttes opp mot etablering av normer. Målet til Luana er at elevene skal oppleve selvtillit i arbeid med argumentasjon, og det kan tyde på at hun vil etablere en norm som gjør at alle må delta i argumentasjonen. Luana trekker frem et eksempel ved en jente som ikke vil snakke, der hun sa «jeg trenger ikke prate». Da har Luana jobbet for å få elevene til å forstå viktigheten av samtale med andre elever. Dette kan tyde på at hun oppfordrer til å ta del i aktiviteter vi finner i prosessmodellen. Luana sier «Hun klarte å snakke i gruppe på fire». Det kan tyde på at Luana har etablert en sosial norm i klassen om at alle skal delta i argumentasjon, men på det nivået de er komfortable.

Luana mener argumentasjon kan skape et trygt læringsmiljøet. Hun påpeker at ved å spørre henne om hjelp foran klassen, kan de få den hjelpen de trenger. Det kan tyde på at argumentasjon etablerer normer. Siden Luana jobber for at elevene skal spørre hverandre om hjelp når de trenger det, kan det knyttes opp til Yackel og Cobb (1996;1998). Normer er noe læreren må jobbe for å etablere i klasserommet. Luana jobber for å skape en trygghet som gjør at elevene skal tørre å stille spørsmål når de er usikre i arbeid med argumentasjon. Derfor kan det tyde på at det er en norm som allerede er etablert i klasserommet, eller som Luana jobber for å etablere. Denne sosiale normen kan sees i sammenheng med prosessmodellen. Hvis elevene tør å stille spørsmål høyt i klasserommet kan Luana la andre elever få svare på det spørsmålet. Da bidrar hun til å aktivere deler av prosessmodellen. På denne måten kan Luana gjøre elevarbeid og samarbeid tryggere, og elevene tør å spørre andre medelever om hjelp. Dette kan føre til at elevene arbeider med regulerende aktiviteter og nøkkelaktiviteter.

Luana påpeker at hun må se elevenes forutsetninger for å delta i argumentasjon. Hun tilrettelegger for å få alle elevene til å delta i argumentasjon. Dette kan igjen peke på Krumheuers (1995) poeng med at argumentasjon må skje i et trygt læringsmiljø der argumentasjon verdsettes. Når Luana legger til rette for ulike elever, kan hun skape trygghet i klasserommet. Dette kan igjen føre til at hun skaper en sosial norm som handler om at alle skal delta i klasseromssamtalen. Så ved å legge til rette for at alle skal delta, kan hun skape et trygt læringsmiljø, og etabler en sosial norm som forventer at alle elevene skal prøve å delta i argumentasjon som foregår i klasserommet.

5.1.2 Matematisk argumentasjon

5.1.2.1 Definisjon

Luana mener det som skiller argumentasjon i matematikkfaget fra andre fag er blant annet språket, da vokabularet og begrepene man bruker er annerledes. Elevene må bruke matematiske egenskaper i sine argumenter mener hun. Andre karaktertrekk som er spesifikke for matematisk argumentasjon er presisjonen, og at elevene må være nøyaktige i sine argument. Argumentene er mindre subjektive. Videre sier hun at elevene bruker argumentasjon for å forsvare sine meninger, og at elevene hele tiden må bygge argumentene sine på sin matematiske kunnskap. Hun sier at illustrasjon er noe elevene bevisst bruker for å forklare og argumentere for sine løsningsforslag.

Så når jeg tenker på argumentasjon i matematikk så tenker jeg på de kvalitetene og egenskaper som finnes i matematikk, i en situasjon der man skal argumentere er det et eget språk og en spesifikk måte å argumentere på.

5.1.2.2 Mål

Luana sier at ved å bruke matematisk argumentasjon jobber hun for at elevene skal forklare sine løsningsforslag for sine medelever, og dele tanker gjennom bruk av det matematiske språket og illustrasjoner. Elevene skal klare å bygge og organiserer tanker. I tillegg skal de bygger videre på sin matematiske kunnskap og ferdigheter.

Elevene bruker gjerne eksempler fra andre oppgaver og aktiviteter, og henter opp igjen kunnskap. De bygger videre på kunnskap de allerede har. Jeg mener at dette er veldig utbredt i matematikken. Det å kunne begrunne sine meninger, det å bruke det verbale sammen med det skriftlige, alt for å begrunne og å forklare, men også for å sammenligne, noe som jeg synes er veldig fint. Det å kunne se ulike strategier for å løse ulike problemer.

5.1.2.3 Refleksjon

Luanas refleksjoner rundt matematisk argumentasjon sier fordi matematikken har bestemte karaktertrekk kan det gjøre det vanskeligere for noen elever å argumentere i matematikken. Noen elever ser ikke matematikken som finnes i verden. Det kan derfor bli vanskeligere for elevene å argumentere i matematikken.

Luana mener skolen bruker liten tid på å se matematikken i hverdagen. «Det som ofte mangler her, er at man bruker eksempler som kan knyttes til aktiv bruk i matematikken. Dette tenkes ikke igjennom og blir aldri forklart for elevene.»

I spørsmål om hva som er forskjellen på argumentasjon med og i matematikk klarer ikke Luana og gi et tydelig svar, men peker på at de ifølge læreplanen skal kunne vurdere verdi av penger. Hun viste til et eksempel der elevene leste grafer i samfunnsfag, og at elevene hadde sett sammenhengen mellom matematikk og samfunnsfag. Videre så viser hun til et eksempel i naturfag hvor melk og vann veier det samme.

5.1.2.4 Analyse

Luana mener at skille mellom argumentasjon i andre fag og matematikken er språket, bruk av matematiske egenskaper og illustrasjoner. Samtidig som elevene må hele tiden må forklare og begrunne sine løsningsforslag. Det kan tyde på at hun mener argumentasjon i matematikken er mer formelt enn i andre fag, og har andre regler. Dette understreker hun i følgende sitat: «en situasjon der man skal argumentere er det et eget språk og en spesifikk måte å argumentere på.»

At matematisk argumentasjon kun er knyttet opp mot formell logikk stemmer nødvendigvis ikke overens med Krummheuers (1995) utsagn. Han uttrykker at man både har analytisk argumentasjon og substansiell argumentasjon. Utfra hvordan Luana beskriver matematisk argumentasjon, kan man antyde at hun tenker at matematisk argumentasjon er analytisk argumentasjon. Dette kan begrunnes for argumentasjonen skal være mer formell, og mindre subjektiv, samt at det stilles krav til argumentene, knyttet til språk og matematiske egenskaper. På den andre siden kan hennes utsagn om at elevene bruker argumentasjon for å forsvare og begrunne sine meninger, som kan knyttes til den gitte konteksten, knyttes til substansiell argumentasjon. Krummheuer (1995) poengterer at noen ser på matematisk argumentasjon som analyse av matematiske bevis. Dette samstemmer ikke med Luanas perspektiv. Derfor kan det trolig bety at hun heller mot det substansielle perspektivet for matematisk argumentasjon.

Luana poengterte at hennes mål med matematisk argumentasjon er at elevene skal diskutere sammen, og ha en felles samtale om hverandres begrunnelser og forklaringer ved hjelp av verktøy som språket og illustrasjon. Dette beskriver Krummheuers (1995) poeng om at argumentasjon er et sosialt fenomen. Målet til Luana er at elevene igjennom samhandling og interaksjon med hverandre, skal får et bedre læringsutbytte. Samtidig skal elevene utvikle sin matematiske kompetanse gjennom argumentasjon. Ved å bruke argumentasjon får elevene tilgang på løsningsforslag og prosesser de har tenkt ut selv. Dette uttrykker hun når hun sier «Det å kunne se ulike strategier for å løse ulike problemer.»

Luana utrykker aldri eksplisitt «at gjennom matematikken lærer elevene å argumentere» (Krumheuer, 1995), men utfra Luanas holdninger til argumentasjon, som kom til syne under intervjuet, kan man stille spørsmål ved om hun bruker matematikken som en mulighet for å lære å argumentere. Krumheuer (1995) sa at man lærer matematisk argumentasjon for argumentasjonens del, og ikke bare for å lære matematikken bak. Det kan tyde på at Luana deler denne visjonen grunnet hennes holdninger og aktiv bruk av argumentasjon i matematikkfaget.

I intervjuet ble det tydelig at Luana ikke har en stor bevissthet rundt argumentasjon med matematikk og argumentasjon i matematikk. Når hun kommer med eksempler, kommer hun med forskjellige eksempler som gjør det tydelig at hun ikke har en bevissthet rundt forskjellene av disse begrepene. Hun påpeker selv at skolen bruker mindre tid på å se sammenhengen mellom matematikk i praksis og den teoretiske delen av matematikken. Det kan føre til at elevene blir gode til å argumentere matematisk i den matematiske konteksten, men ikke klarer å trekke matematikken med seg inn i andre kontekster.

5.1.3 Sosiale normer

5.1.3.1 Etablerte normer

En norm som virker etablert i klasserommet til Luana er å ha samtale om problemer, ideer og oppgaver. Hun sier hun hele tiden oppfordrer til at elevene skal snakke sammen. På denne måten kan elevene få ideer om hvordan de kan løse en oppgave.

Når elevene sitter i grupper på fire, og alle kommer frem til samme svar, men alle løsningsforslagene er ulike. Da kan elevene ha gode samtaler om hvordan de har kommet frem til samme svar, men på ulike måter. De må se og lytte til andre medelever, og diskutere de ulike fremgangsmåtene samt få se det skriftlig.

Luana sier i sitt intervju at elevene ikke skal forandre på hvem de er for å delta i argumentasjonen.

Da må jeg snakke med dem for å forstå om det er fordi de syns faget er vanskelig, eller om det er fordi de bare er sjenert. Da sier jeg til dem at dere trenger ikke forandre på hvem dere er, men vi kan finne måter der du kan delta i samtale som den du er, uten å forandre på deg selv.

Hun påpeker hvor viktig det er at de snakker om å ha lov til å gjøre feil, og man må ta tak i irritasjonsmomenter elevene har med hverandre. Det skal være trygt å snakke i klasserommet hennes.

Luana forteller om etablerte kriterier i klasserommet som gjør at under gruppearbeid skal alle elevene få komme til ordet «(...) derfor må vi ha kriterier som sikrer at alle skal kunne delta.» En annen etablert norm i Luanas klasserom er at all ny læring skal foregå på skolen, mellom elever og lærer. Foreldre skal ikke være de som lærer bort til barna sine. Hun mener at hvis elevene er usikre og trenger hjelp, kan man spørre andre elever eller læreren.

5.1.3.2 Utfordringer

I intervjuet stiller jeg henne et spørsmål fra mine observasjoner i klassen. Jeg mente at det virket som at det var et veldig trygt og godt læringsmiljø i klassen, der elever selv valgte frivillig å dele sine feil og vanskeligheter i matematiske diskusjoner. Jeg hadde observert at det var mange elever som deltok i matematiske diskusjoner. Luana ble veldig overrasket over den observasjonen.

Luana: Syns du virkelig det? Så utrolig bra.

Intervjuer: Ja, jeg syns det. Jeg vil vite hvordan du laget et slik miljø i matematikktimene?

Luana: Vårt inntrykk er jo det motsatte, eller hva Carol? Så jeg blir veldig glad for at du syns dette.

Intervjuer: Ja, jeg syns det.

Luana: Er det virkelig sant?

Hun uttrykker at klassen hadde en lang vei å gå når det kom til å lytte til andre. Hun mente at elevene ofte bare lytte til sine venner, og at de ofte måtte ha samtaler om hvordan man skal være en god lytter. Fremdeles er det elever i klassen hennes som kommer med kommentarer hvis andre medelever stiller spørsmål til noe de ikke forstår.

5.1.3.3 Analyse

Dette kan bli sett på som en sosial norm; Luana finner verdien av argumentasjon og samtale i flere fag enn bare matematikk. I sitatet gir hun uttrykk for at dette er noe hun konsekvent bruker for at elevene skal lære av hverandre, og at de samtidig aksepterer samtale og argumentasjon som verktøy for læring. Trolig har Luana og elevene hennes forståelse av hvorfor man jobber sammen i klasserommet, og derfor kan det bli sett på som en sosial norm. Elevene er klar over sin rolle, og de blir aktive deltakere i argumentasjonen. Lærer fungerer som en ordstyrer som kan gi assistanse når elevene trenger det. Dette er i tråd med det psykologiske perspektivet om sosiale normer (Yackel og Cobb, 1998).

Derimot har Luana ingen garanti for at elevene har samme forståelse av hennes sosiale norm angående samtale rundt ideer, oppgaver og problemer. Hvis man bruker det kognitive perspektivet må man forsikre seg at Luana og hennes elever har en felles forståelse av normen, og at alle forstår deres tildelte rolle (Yackel og Cobb, 1998). Da vil interaksjonen mellom lærer og elev være helt essensielt for å se om Luana og elevene har samme forståelse.

En annen sosial norm i klasserommet er at elevene skal få være seg selv. «Da sier jeg til dem at dere trenger ikke forandre på hvem dere er, men vi kan finne måter der du kan delta i samtale som den du er, uten å forandre på deg selv.» Gjennom samtale med elevene uttrykker hun hva hun forventer av dem. På denne måten jobber hun med elevene enkeltvis, gjennom samtale slik at de skal føle seg trygge til å delta i argumentasjonen. Når Luana opplever at det fører til gode resultater slik at elevene godtar sin rolle i den matematiske argumentasjonen, kan det tyde på at gjennom samtale og reforhandlinger med elevene, etableres det en sosial norm (Yackel og Cobb, 1998) som sier at man skal være seg selv, og likevel kunne delta i argumentasjon i klasserommet. Dette kan sees opp mot Krummheuer (1995) utsagn om at den sosiale konteksten har stor påvirkning på argumentasjon. Luana har etablert en norm som gjør at det skal være lettere å delta i argumentasjon, slik at elevene føler seg trygge. Ifølge Krummheuer (1995) kan man antyde at det vil føre til bedre argumentasjoner og en god matematisk utvikling.

Luana fraskriver foreldre ansvar for å lære bort kunnskap til sine elever. Det kan diskuteres om det er en sosial norm i klasserommet. Hun mener innlæring av kunnskap skal skje på skolen, sammen med lærer og medelever. Dette gjentar hun flere ganger til elevene, men noen elever kan ha forskjellig oppfatning av normen. Noen elever spør heller om hjelp hjemme enn på skolen. Likevel er dette en norm hun reforhandler og jobber for at skal bli en sosial norm, som alle elevene har forstått og følger (Yackel og Cobb, 1998). Gjennom samtale på skolen, mellom lærer og medelever, skal man kunne ta opp matematiske spørsmål, og kunne be medelever og lærer om hjelp. Da er ideen at gjennom samtale og argumentasjon vil elevene ha fått den hjelpen de trenger.

Det kommer frem at Luanas oppfatninger av klassemiljøet i klassen hennes skiller seg fra mine observasjoner som er gjort i klassen. Hun antyder at hun er i en prosess med å etablere normer, mens observasjonene mine kan tyde på hun er i en prosess om å reforhandle noen av normene som allerede er etablert. Luana påpekte at det var mange elever som ikke var flinke til å lytte til andre elever i en diskusjon. Elevene var mer opptatt av å snakke selv, og kun høre

på sine egne venner, men ikke resten av klassen. Hun jobbet for å få elevene til å forstå sine roller i en klasseromsdiskusjon som aktive lyttere. Oppfatningen til Luana er at interaksjonen som forekommer mellom elevene ikke nødvendigvis var i balanse (Yackel og Cobb, 1998). Hun oppfatter at elevene velger å høre på noen utvalgte medelever. Mine observasjoner tydet på at normen var satt, og at elevene var aktive lyttere og brukte informasjon og argumenter for å bygge videre på diskusjonen.

5.1.4 Sosiomatematiske normer

Noen normer som Luana mener er spesifikke for matematikken er hva elevene gjør når andre elever ikke forstår deres matematiske forklaring. For at de andre elevene skal forstå, benytter de seg av illustrasjoner. Dette kan tyde på at den sosiomatematiske normen er at et matematisk argument inneholder illustrasjoner.

(...) noen ganger sier elevene la meg forklare, også sier andre elever at de ikke forstår. Da vil gjerne den andre eleven spørre «kan jeg få vise fremme ved tavlen?» Og det er dette elevene kommer frem på tavlen for å illustrere, så i denne spesifikke delen matematisk argumentasjon, vil elevene prøver å forklare med ord. Hvis det ikke fungerer tyr man til andre løsninger som å illustrere det for medelevene.

Gjennomgående i intervjuet snakker Luana veldig lite om normer som er spesifikt for matematikken. Mange av de normene hun har etablert og jobber for å etablere er sosiale normer.

5.1.4.1 Analyse

Luana er en lærer som ikke har en spesiell tanke om å etablere sosiomatematiske normer i klasserommet. Hennes refleksjoner om normer er knyttet opp mot de sosiale normene, fremfor det sosiomatematiske normene. Det betyr derimot ikke at det finnes sosiomatematiske normer i klasserommet hennes, bare at hun ikke har et bevisst forhold til det. Den eneste sosiomatematiske normene i arbeid med argumentasjon Luana nevner i intervjuet, handler om hvordan elever går fram for å forklare sine løsningsprosesser hvis andre medelever ikke forstår forklaringen deres.

Det virker som om det er en felles forståelse i klassen at om en annen elev ikke forstår hva som blir sagt, bruker man en illustrasjon for å forklare bedre hva man mener. Normen kan ha blitt etablert etter forespørsel fra elevene. De kan ha bedt om lov til å illustrere hva de tenker for å gjøre det lettere for andre elever å henge med og forstå det som blir forklart. Luana lar elevene komme opp til tavlen for å forklare og illustrere og lar andre elever stille spørsmål til illustrasjonen og elevens forklaring. Ved å vise sin positive holdning til denne måten å

forklare en løsningsprosess på, kan elevene speile læreren, og derfor kan den sosiomatematiske normen ha blitt etablert.

5.1.5 Grep

Luana sier gjennomgående i intervjuet at det er viktig at elevene lytter til hverandre. Og at hun med hjelp av samtale med elevene oppfordrer elevene til å snakke sammen, og lytte til det de andre elevene har å si. Samtidig sier hun at hun oppfordrer elevene til å forklare sitt arbeid, og dele sine tanker med andre elever. « Noen elever sier følgende til meg: men jeg er helt sikker på at det jeg har gjort er riktig. Da svarer jeg: det er greit, men hva er problemet med å høre på en annens perspektiv eller tankegang?»

Luana sier i intervjuet at det skal være greit at andre elever spør hverandre om å vise hverandres arbeid, men også at de stiller kritiske spørsmål til andre elevers løsningsforslag. Og hvis elever reagerer på det, må hun snakke med eleven slik at de forstår nytten av denne utvekslingen. Elevene må også reflektere over sitt eget arbeidet i undervisningstimene til Luana.

Intervjuer: Så elevene må reflektere over arbeidet eller oppførselen deres i matematikk timene?

Luana: Ja, det er slik. For eksempel når vi begynner året, skal elevene skrive en liste på hva som kjennetegnes som et godt gruppearbeid. Og da skriver elevene ned punkter som: lytte til andre, og dele på å snakke.

Luana forteller at noe av det hun gjør for å få med elevene i den matematiske argumentasjonen er å skaffe seg en oversikt over elevene og deres evner. Hun sier hun i begynnelsen av året snakker med elevene ,og følger dem tett opp Målet er å få de delaktige i timen. Hun lager avtaler med noen av elevene før timen, fordi noen elever er sjenerte og synes det er skummelt å prate i timen. Hun forteller videre at hun hadde en elev i klassen som syntes det var vanskelig å snakke foran en gruppe mennesker, men hun var flink til å jobbe selvstendig. Gjennom samtale ble de enige om at eleven skulle prate når de hadde gruppearbeid. Luana hadde fortalt eleven at var viktig at hennes meninger og tanker ble hørt, fordi andre elever kunne lære av henne. Hun forteller at hun prøver å skape en trygghet i klasserommet som gjør at alle elevene kan delta i klasseromssamtalen, enten i grupper eller foran i klasserommet. Hun forteller videre at hun har laget kriterier i klasserommet for samtale. Dette er kriterier for gruppearbeid og tar sikte på at alle i gruppa skal delta i samtalen. Dette kan høre sammen med en norm om at alle skal delta i den matematiske argumentasjonen i klasserommet.

Et annet viktig poeng som kommer frem i intervjuet med Luana er hvor mye hun verdsetter egenvurdering.

Jeg tror egenvurdering er essensielt for å hjelpe, deretter gå tilbake til situasjonen, slik at de kan vurdere på nytt hva som skjedde, (...) lære og respektere andre og ha lært at man skal lytte til andre, (...) men jeg kan se at noen klarer det her .

Det kommer frem at når det oppstår situasjoner der elever kommer med negative kommentarer om en annen elevs spørsmål eller utsagn, stopper hun opp undervisningen og snakker om det som nettopp har skjedd.

Så må vi ta en liten pause og snakke om hvordan det kjennes ut når en medelev ler av deg, eller sier «vet du ikke det enda?». Vi snakker om hvordan dette hjelper prosessen/ arbeidet man gjør og at skolen er stedet hvor man skal ta opp tvil og usikkerhet. Det skal man ikke gjøre hjemme.

Dette er en norm som forteller hvordan elevene skal oppføre seg mot hverandre i arbeid med argumentasjon.

5.1.5.1 Analyse

I det Luana ber elevene snakke sammen og lytte til hverandre, kan det henge tett sammen med nøkkelaktiviteter fra prosessmodellen til Dekker og Elshout-Mohr. Det er fordi nøkkelaktivitetene vil at elevene skal kommunisere med hverandre å vise og forklare hverandres arbeid. Ved at Luana ber elever lytte til hverandre i matematikktimene, og føre en samtale med hverandre, kan det være en implisitt oppfordring til at elevene skal forklare hverandre og vise hverandre hvordan de har tenkt. Slik kan de lære av hverandre. Dette er grep som skal bidra til å etablere og skape matematisk diskusjon i klasserommet.

I sitatet forteller hun om hvordan noen elever ikke vil delta i en slik utveksling fordi de er sikre på de allerede har rett svar. Luana svarer «(...) hva er problemet med å høre på en annens perspektiv eller tankegang?» I dette utsagnet utfordrer hun eleven til å tenke igjennom hvorfor det smart å høre på andres elevers arbeid, og implisitt oppfordrer hun eleven til at han og medeleven skal forklare arbeidet sitt til hverandre. Ved å spørre elevene «Hva er problemet med å høre på andres perspektiv og tankegang?» utfordrer hun elevene til å reflektere over hvorfor de skal lytte til andre, forklare og vise hverandre arbeid. Det kan tyde på at hun ber elevene reflektere over aktiviteter i prosessmodellen og hvorfor det er viktige aktiviteter. Gjennom samtale minner hun elevene på gjentatte ganger hvorfor de skal vise hverandre og forklare hverandres arbeid. Ved å gjøre denne nøkkelaktiviteten, blir det en naturlig overgang til en annen nøkkelaktivitet som handler om å forsvare sitt arbeid, og kunne justere det etter

samtale med andre elever (Dekker og Elshout-Mohr, 1998). Gjennom nøkkelaktiviteter kan det tyde på at Luana jobber systematisk for å etablere sosiale normer, men også sosiomatematiske normer. Ved at elevene skal forklare sitt arbeid, kan det tyde på at elevene er enige om hva som anerkjennes som en matematisk forklaring. Nøkkelaktivitetene gir ikke bare mulighet til å skape argumentasjon, men det kan være et grep læreren gjør for å etablere sosiale og sosiomatematiske normer.

Luana jobber systematisk for å etablere sosiale normer i klasserommet og mange av grepene hun tar kan ikke direkte knyttes opp mot prosessmodellen. Et av grepene hun bruker er å få elevene til å være delaktige i argumentasjonen, er å se og følge opp elevene. Ved å se eleven og elevens forutsetninger for delta i argumentasjon, skaper hun et trygt læringsmiljø. Luana setter tydelige forventninger til eleven, men uten å be elevene forandre på seg selv. På denne måten ber ikke elevene krysse sine egne grenser, men derimot stiller Luana forventninger til eleven slik at hun skal kunne delta i argumentasjonen. På denne måten skaper Luana sosiale normer i klasserommet som skal gjøre det trygt å delta. Gjennom dialog, felles rolleforståelse og forventninger til elevene, jobber de for å få elevene delaktige i den matematiske argumentasjonen.

I avsnittet ovenfor har jeg beskrevet hvordan Luana jobber for å få et trygt læringsmiljø med mål om å få elevene til delta i den matematiske argumentasjonen. Dette kan knyttes opp mot *intellectual autonomy* (Yackel og Cobb, 1996;1998). Ved at Luana jobber for å skape et trygt læringsmiljø, kan det trolig føre til at elever utvikler *intellectual autonomy*. Dette begrunnes med at det forventes at elevene skal delta i matematisk argumentasjon. Dette kan føre til at elevene utvikler eget intellekt. Samtidig kan elevene stole på sin matematiske bedømmelse som må tas i en matematisk argumentasjon. I tillegg kan aktivitetene i prosessmodellen som Luana oppfordrer til, være med på utvikle *intellectual autonomy* blant elevene. Da må de diskutere med hverandre, forklare hverandres arbeid og kritisere det. Dette kan styrke elevenes egen bedømmelse og beslutninger i arbeid med matematisk argumentasjon.

Luana etablerte kriterier slik at elevene vet hva som forventes av dem i arbeid med argumentasjon. Dette er kriterier som skal sørge for at alle elevene skal få komme til ordet. Dette er et grep hun har gjort som implisitt kan knyttes opp mot regulerende- og nøkkelaktiviteter. Gjennom kriterier som gjør at alle elevene skal få snakke, oppfordres elevene til at de skal spørre om hverandres arbeid og at de skal vise, forklare og sammen

justere arbeidet. De skal kunne tenke kritisk, og det skal være mulighet for å kritisere og stille spørsmål ved andres arbeid.

Luana er veldig glad i å bruke egenvurdering i sitt arbeid med å etablere normer. På denne måten må elevene selv vurdere situasjonen og gruppearbeidet de har gjort med andre medelever og reflektere over egen og gruppens innsats. På denne måten kan hun sjekke kriteriene hun har satt seg for gruppearbeid, diskusjon og samtale. Hun sjekker ut om elevene følger normene, eller hvorfor det ikke følges. Hva er årsaken til at problemer oppstår i gruppearbeid, eller hva gjør at gruppearbeidet fungerer. På denne måten får hun oversikt over hva som må jobbes med i klasserommet. Faktorer hun kan finne ut er: har lærer og elever forskjellige oppfatninger av en sosial norm, må hun arbeidet med å reforhandle normer, eller får hun bekreftelse på at normene fungerer (Yackel og Cobb, 1998).

Et annet grep Luana gjør ved å etablere normer ved matematisk argumentasjon er å ta tak i situasjoner der elever kommer med negative kommentarer i diskusjon ved et spørsmål, eller et utsagt fra en annen medelev. Hun stopper opp situasjonen, og tar grep om det som har skjedd. Ved å stille spørsmål til den eleven som kom med utsagnet om hvordan det føles for den andre medeleven man gjorde det mot, tvinger hun elevene til å reflektere om det som nettopp har skjedd. Hun viser hva konsekvensene er for det man gjør. Hun påpeker at skolen er stedet for å lære, og da må alle være trygge i klasserommet. Det er en dialog mellom henne og elevene, der alle er aktive deltagere. Hun er tydelig i sine forventinger om hvordan man oppfører seg i arbeid med argumentasjon, noe som gjør at det lettere for elevene å forstå de sosiale normene, men også konsekvensene av å bryte dem.

5.1.6 Observasjon fra en matematikktime i 5. klasse

Luana gjennomgår det som skjedde dagen før i matematikktimen, og ber elevene fortsette på neste oppgave.

I en gruppe sitter det tre gutter og en jente, Tiago, Tomas, David og Nina. Tiago og David deltar ikke i like stor grad i samtalen som Tomas og Nina. Nina begynner å forklare til Tomas hva hun har gjort, og Tomas stiller oppfølgingsspørsmål som, hvorfor gjorde det du? Hvordan henger det sammen? Begge sier at de syns oppgaven er vanskelig. De skal lage et rektangel med en rett diagonal som utgangspunkt. Tomas og Nina er nøyaktige med detaljene, og oppdager da at de har et parallelogram istedenfor et rektangel. De snakker sammen om valg av metode, og er enig i at de har valgt en dårlig metode. De henvender seg til de to andre på

gruppen, David og Tiago, og spør om de kan hjelpe dem. De sier de heller ikke vet hvordan de skal få figuren til å bli et rektangel.

Luana kommer bort til elevene, og spør hvordan det går på gruppen. Da forklarer Nina problemet deres, og at ingen forstår hvordan de skal få det riktig. Da ber Luana gruppen snakke med en annen elev, Samuel, som har fått til oppgaven. Samuel kommer bort til gruppen og Nina og Tomas spør om han kan vise hva han har gjort til dem. Da tar han frem oppgaven, og begynner å forklare løsningsmetoden sin. Nina og Tomas stiller mange spørsmål underveis mens Samuel forklarer hva han har gjort. Da Samuel er ferdig å forklare har Tomas og Nina flere spørsmål om hvorfor det blir riktig. Han viser ved å illustrere i Tomas sin bok mens Nina og Tomas ser på. Samuel illustrerer hvordan han har tenkt, og ved å bruke egenskapene til et rektangel, viser han hvordan det blir riktig. Da sier Tomas og Nina seg enig om at det er riktig, og lager mange rektangler ved hjelp av sirkelen. Tiago og David deltar ikke i samtalen, og Tomas og Nina deler ikke informasjonen videre.

Støynivået i klassen er høyt, noen elever går mellom ulike grupper og snakker med elevene på andre grupper. Luana stopper opp flere ganger underveis i timen, og ber elevene dempe stemmene sine, og forklarer effekten av at noen snakker høyt. Elevene blir roligere, men støynivået øker på nytt.

Etter klassen er ferdig med arbeidet oppgaven, vil Luana at elevene skal forklare hvordan de ulike gruppene har tenkt. Nina, Tomas og Samuel forklarte hvilken metode de bruke for å lage et rektangel. Flere i klassen hadde brukt den metoden for å lage et rektangel, og det blir ikke en lang diskusjon om hva som ble gjort, og hvordan det ble gjort.

Deretter forklarte og illustrerte en annen elev, Simona, en annen metode for å lage rektanget. Simona forklarte de stegene gruppene hadde tatt i løsningsprosessen. Denne metoden var det bare Simonas gruppe som har brukt. Elevene stilte henne mange spørsmål angående metoden. Det blir brukt flere minutter på det, da flere elever sa de ikke forstod hvordan Simona hadde tenkt, og hvordan hun kunne være sikker på de matematiske detaljene. Hun viste til en gradskive hun har brukt, og klassen forstod hva hun hadde gjort. Simona fikk hjelp av Luana til å forklare hva hun tenkte. Til slutt oppsummerte Luana de ulike metodene som er brukt, og avsluttet timen.

5.1.6.1 Analyse av matematikken i 5. klasse

I denne situasjonen jobber elevene sammen om oppgaven, spesielt med tanke på Nina og Tomas. De diskuterer metode og sine egne løsninger, og kommer frem til at de ikke har gjort

det riktig. Dette kan være et eksempel på at argumentasjon er et sosialt fenomen (Krummheuer, 1995). Elevene bruker hverandre i diskusjonen, og argumentene kommer når de stiller hverandre spørsmål og lytter til hverandre. Resultatet av samtalene er at de modifierer og korrigerer sitt eget arbeid. Da Samuel kommer for å hjelpe Tomas og Nina, ser man videreføring av deres argumentasjon. Istedenfor å godta Samuels matematiske forklaring, stilles det oppfølgingsspørsmål, der læringsmetoder som illustrasjon, begrunnelse og diskusjon finner sted. Det oppstår en kollektiv argumentasjon (Krummheuer, 1995) mellom elevene.

Videre kan vi diskutere etablerte normer mellom elevene. Det kan se ut som at å stille oppfølgingsspørsmål er noe elevene gjør uten å tenke over det. Hver gang en av elevene skal forklare hva de har tenkt, blir det stilt oppfølgingsspørsmål, slik at alle forstår hva som er tenk. Elevene ser ut til å ha felles forståelse for at dette forventes av dem, og derfor kan vi anta at det er en etablert sosial norm å stille oppfølgingsspørsmål (Yackel og Cobb, 1996). Dette ser vi både i situasjonen mellom Nina, Tomas og Samuel, men det skjer igjen i situasjonen med Simona foran hele klassen.

Luana oppfordrer elevene til å snakke med hverandre når det er deler av oppgavene de ikke forstår. Det er fordi hun vil at elevene skal hjelpe hverandre. Dette kan være en etablert sosial norm at man først ber andre medelever om hjelp, før man ber læreren om hjelp. Elevene stiller ikke spørsmål ved det Luana sier, som kan tyde på det er en gjentagende handling i klasserommet, og som blir godtatt av elevene. Derfor kan man anta at det er en sosial norm.

Elevene som forklarer til andre medelever, bruker illustrasjoner og matematiske egenskaper når de skal forklare. Siden mange av elevene tar det i bruk i sine matematiske forklaringer, kan det tyde på at klassen har en felles forståelse for at en matematisk forklaring må inneholde en illustrasjon og matematiske egenskaper. Når elevene har felles oppfatning av hva som er en god matematisk forklaring, og vet hva den innebærer, kan man anta at det er blitt en etablert sosiomatematisk norm. I tillegg kan man anta er at elevene skal reflektere rundt egne feil i en matematisk argumentasjon, er en sosiomatematisk norm. Dette skjer flere ganger i timen, både i gruppesituasjonen blant Tomas og Nina og i klasseromsdiskusjonen. Flere elever deler med klassen sine matematiske feil, og reflektere rundt, og hvordan det førte til å finne en løsningsprosess.

Luana må aktivt jobbe for å holde klassen rolig, siden støynivå er høyt. Det er vanskelig å si om støyet er læringsstøy, eller annet støy. Det er ikke usannsynlig at det er en kombinasjon av

begge deler. Dette kan hindre elevene fra å få gode diskusjoner og skape utfordringer i arbeid med matematisk argumentasjon, da forholdene i klasserommet er viktig for etablere matematisk argumentasjon (Krummheuer, 1995). En årsak kan være at elevene ikke deltar i den matematiske argumentasjonen, og derfor vil den ikke forekomme. Samtidig kan støy skape utfordringer med å etablere normer i arbeid med matematiske argumentasjon hvis det blir en faktor som forhindrer matematisk argumentasjon.

En annen utfordring er at noen elever jobber bedre sammen enn andre. Luana ber elevene jobbe i grupper. I gruppen som er observert, ser man at to av elevene på gruppen er passive deltagere som i mindre grad blir inkludert i arbeidet til Tomas og Nina. Det kan tyde på at noen elever kan arbeide sammen, men at det fremdeles kan være vanskelig å få hele gruppen inkludert i arbeidet. Det kan være en ubalanse i gruppen, der elevene ikke har samme forståelse av de ulike rollene i arbeid med matematisk argumentasjon, som gjør at noen elever ikke deltar. Dette kan skape utfordringer i arbeid med å etablere normer, da elevene ikke har samme forståelse av de ulike rollene (Yackel og Cobb, 1998). På den andre siden vet vi ikke om elevene ville ha bidratt mer i en annen gruppe. Da årsaken for at elevene ikke deltok er ukjent.

Matematikktimen kan muligens gi flere eksempler på at elevene blir oppfordret til å gjøre aktiviteter fra prosessmodellen. I situasjonen mellom Tomas, Nina og Samuel ser man mange eksempler på at elevene gjør flere av nøkkelaktivitetene og de regulerende aktivitetene. Elevene kritiserer hverandres arbeid, omjusterer sitt eget arbeid, samtidig som de spør hverandre om å vise og forklare hverandres arbeid, og de viser og forklarer sitt arbeid for hverandre. Dette er aktiviteter som skal føre til matematisk argumentasjon (Dekker og Elshout-Mohr, 1998). Luana ber elevene oppsøke hverandre for hjelp, og klarer derfor å oppfordre elevene til å gjennomføre regulerende og nøkkelaktiviteter i denne matematikktimen.

5.1.7 Sammenligning av intervju og observasjon Luana

Hvis vi sammenligner intervju og observasjon ser det ut som om Luana har godt innblikk i sin egen klasse. Luanas refleksjoner rundt argumentasjon om at det er et sosialt fenomen, kommer tydelig frem i hennes undervisning. Observasjonene som er gjort viser at oppgavene elevene jobber med skaper argumentasjon blant dem. Elevene sitter i grupper, der intensjonen er at det skal være lettere for elevene å delta i matematisk argumentasjon. Det kan tyde på at Luanas utsagn «argumentasjon er fundamentalt for læring», vises igjen i matematikktimen

hennes. Det brukes mye tid på argumentasjon i felles klasseromssetting, og i elevarbeid. Det tyder på at hennes refleksjoner fra intervjuet om argumentasjon, vises igjen i hennes undervisning, og det er noe hun bevisst jobber med.

I matematikktimen jobber elevene med matematisk argumentasjon gjennomgående. Det gjøres i flere omganger på ulike måter, både med hele klassen og mindre elevgrupper. Når vi ser på omfanget man finner av matematisk argumentasjon, betyr muligens at Luana ikke bare bruker det som et verktøy for å forstå matematiske ideer og tankerekker, men at det brukes for å lære å argumentere. Elevene virker drillet i arbeidsmetoden, og de er flinke til å stille hverandre spørsmål, og bruke hverandre i arbeid med matematisk argumentasjon. Dette kan trekkes opp mot Luanas utsagn om at argumentasjon er fundamentalt i all læring. Hennes verdier og refleksjoner skinner igjennom i observasjonene som er gjort i matematikktimen.

I intervjuet kommer det frem hvor viktig det er at elevene stiller hverandre oppfølgingsspørsmål og kritiske spørsmål. Dette ser ut til å være en etablert sosial norm i Luanas klasserom. Gjennomgående i matematikktimen ble det observert at elevene stilte spørsmål til andres løsningsforslag ved gjengang fremme ved tavlen, eller i mindre grupper. Luanas refleksjoner kommer tydelig frem i observasjonene som er gjort fra matematikktimen som viser at det er en tydelig etablert norm å stille hverandre kritiske og reflekterte spørsmål angående hverandres arbeid.

I intervjuet kom det bare frem en etablert sosiomatematisk norm. Det var at bruk av illustrasjoner skal være med i et matematisk argument. Dette ser man igjen i observasjonene gjort i matematikktimen. Elevene bruker illustrasjoner i sine forklaringer, både foran hele klassen og i mindre grupper. Samtidig ser vi at elevene bruker matematiske egenskaper hver gang de skal forklare sine løsningsforslag. Det betyr at det er en enighet om at matematiske egenskaper og illustrasjoner skal være tilstede i et matematisk argument. Det brukes uten oppfordringer fra Luana. Det kan tyde på at elevene og Luana har samme oppfatning av et godt matematisk argument skal både inneholde matematiske forklaring, samt illustrasjoner.

I observasjonene kan det tyde på at det er etablert en annen sosiomatematisk norm, en som ikke kom frem i intervjuet. Det var å diskutere egne feil, og reflektere over hvilke konsekvenser feilen hadde. På denne måten reflekterte elevene rundt sin egen løsningsprosess, og kunnskapen man får av å begå feil. Elevene virket komfortable med å dele egne feil og reflektere rundt det. Dette ble observert gjentatte ganger, både i gruppesituasjon og i klasseromssituasjon. En slik sosiomatematisk norm, oppfordrer elevene til å delta i diskusjon

og refleksjoner over sine løsningsprosesser, som kan bidra til matematiske argumentasjoner i klasserommet mellom elevene. I tillegg det gi uttrykk for at i Luanas klasserom kan man finne flere etablerte sosiomatematiske normer i arbeid med matematisk argumentasjon. Trolig er det flere normer Luana har etablert som hun selv ikke har et bevisst forhold til. Utfra hvordan hun verdsetter argumentasjon i læring, er det tydelig at det har smittet over på elevene. Derfor er det ikke usannsynlig at man kan finne flere sosiomatematiske normer i Luanas klasserom.

Likevel ser man i observasjonen at ikke alle elevene deltar i like stor grad. Dette uttrykker Luana i intervjuet. Hun uttrykker at miljøet i klassen ikke gjør det like enkelt for alle elevene å delta i matematisk argumentasjon. Luana påpeker i intervjuet at hun har laget kriterier for å få elevene delaktige i argumentasjon, slik at alle elevene skal delta i faglige samtaler i gruppearbeid. I matematikktimen som ble observert er David og Tiago to passive deltakere i den matematiske argumentasjonen, og kriteriene Luana har lagd for argumentasjon, blir ikke fulgt. Dette viser at det er problemer i klassen, som Luana reflekterer rundt i intervjuet. Samtidig viser observasjonen at elevene har matematiske diskusjoner, og at de lytter til hverandre.

Dette var et punkt Luana og jeg hadde forskjellige oppfatninger av. Luana mente at elevene hadde en lang vei å gå, og at hun ikke var fornøyd med klassemiljøet. Jeg derimot synes det var imponerende at hun fikk elevene delaktige og at elevene var reflekterte og lyttet til hverandre. I observasjonene som ble gjort kan det tyde på at begge hadde et poeng. I Luanas timer var det mye støy, og det er vanskelig å vite hvordan alle gruppene arbeidet sammen, da det kun ble gjort observasjon av en gruppe. Luana må flere ganger be elevene snakke lavere, og dekke støynivået i klassen. Det er vanskelig å vite hvor mye av støyet som er arbeidsstøy, og vanlig støy. Likevel er det tydelig at Luana har presise refleksjoner om sin egen klasse, og at hun ser hva de må jobbe med for å oppnå et bedre læringsmiljø for argumentasjon. Samtidig viser analysen at mange normer ser ut til å være etablert.

Luana gjør flere grep for å etablere matematisk argumentasjon blant elevene. Flere av grepene som blir gjort kan sees i lys av prosessmodellen, der hun oppfordrer elevene til spør om, viser og forklare hverandres arbeid, samt stille kritiske spørsmål og sammen justerer hverandres arbeid. En observasjon fra matematikktimen, fremhever nettopp dette. Luana ber Nina og Tomas spørre en annen elev om hjelp, fremfor å få hjelp fra henne. Hun sender Samuel i deres retning for hjelpe, og dette er noe hun påpeker er viktig i intervjuet. Elevene må ha samtaler

og diskusjoner seg imellom. Nina og Tomas får hjelp av Samuel som fører til at flere av aktivitetene i prosessmodellen blir gjennomført.

5.2 Natalia

5.2.1 Argumentasjon

5.2.1.1 Definisjon

Dette sier Natalie når hun snakker om argumentasjon, og hva det er: «Hør her, jeg tror at kjernen ikke er så veldig forskjellig i de ulike fagene. Uansett fagområde så må du prøve å skjønne og bruke sunn fornuft utfra konteksten, hva vil uttrykke. Du må skjønner det grunnleggende for å forstå.»

5.2.1.2 Mål

Natalia gir ingen konkrete eksempler på mål med argumentasjon.

5.2.1.3 Refleksjon

Noe av forskjellene fra å argumentere i samfunnsfaglige kontekster og i naturvitenskapelige kontekster er at man ofte kan ha flere tolkninger og meninger i det samfunnsfaglige perspektivet, og at argumentene er mer subjektive sier Natalia. Hun sier at «I naturvitenskapen er et argument gyldig til forskning viser noe annet».

5.2.1.3 Analyse

Natalia skiller mellom argumentasjon i naturvitenskapen og i samfunnsvitenskapen. Hun mener at man i naturvitenskapen argumenterer med bevis, og at det er mindre subjektivt. «I naturvitenskapen er et argument gyldig til forskning viser noe annet». Dette sitatet kan sees i lys av Krummheuers (1995) uttales om at mange tror at matematisk argumentasjon omhandler analyse av bevis. Det kan tyde på at Natalia deler denne meningen. På den andre siden uttrykker Natalia at det ikke er stor forskjell på hvordan man argumenterer i de ulike fagene, og at de grunnleggende reglene for argumentasjon er de samme i alle fag. Hun legger vekt på at man må bruke kontekst når man argumenterer, i tillegg til sunn fornuft.

5.2.1 Matematisk argumentasjon

5.2.2.1 Definisjon

Natalia mener at matematisk argumentasjon er når man kan forsvare dine egne løsningsforslag. Hun mener man skal kunne forklare seg. Elevene skal kunne rettferdiggjøre og forsvare sitt arbeid ved å forklare valg av metode eller matematisk strategi.

For å forklare hva som er et gyldig argument sa hun følgende; «I matematikk er et argument alltid gyldig, uavhengig av historisk, sosial kontekst, så lenge premissene som brukes er sanne

og at det respekterer de logiske kjedene i artikuleringen av matematiske argumenter i et skriftlig forslag eller en matematisk demonstrasjon.»

5.2.2.2 Mål

Deler av målet ved å bruke matematisk argumentasjon i undervisningen er å se sammenhenger i matematikken.

Du kan skape relasjoner til flere områder innenfor matematikken. Det avhenger av strategiene, et annet type fokus og et annet perspektiv. De ulike strategiene gir deg forskjellige perspektiver. At innholdet i matematikkundervisningen ikke er separate, men henger sammen. Og ideen er at du kan skape så mange mulige relasjoner som mulig med de ulike områdene innenfor matematikken.

Gjennomgående uttrykker Natalia hvordan matematisk argumentasjon kan hjelpe elever å bygge videre på tidligere matematisk kunnskap, og at de skal se ulike løsningsprosesser og metoder. På denne måten kan de få tilgang på flere matematiske strategier. Natalia mener at dette kan føre til utvikling av den matematiske forståelsen.

Jeg prøver også å foreslå en utvidelse av temaene som diskuteres, og vil at elevenes gradvis skal se for seg oppfatningen av regelmessigheter for å utdype matematiske ideer og for å foreslå generaliseringer. Disse elementene i matematisk arbeid favoriserer også behovet for å foreslå matematiske argumenter for funnene.

5.2.2.3 Refleksjon

Noen av utfordringene med å jobbe med matematisk argumentasjon i klasserommet er å lytte til andre. Natalia tror det er vanskeligere for elever å lytte til andre medelever i matematikken enn i andre fag. Dette er noe hun gjentar i intervjuet.

Andre utfordringer Natalia påpeker er å forklare hva man har tenkt høyt for andre. Noen elever besvarer spørsmålet om hvordan de har tenkt ved å si at det er slik det er tenkt i hodet deres. De synes det er vanskelig å ordlegge prosessen.

5.2.2.4 Analyse

I sin definisjon av matematisk argumentasjon trekker Natalia frem å forsvare, forklare og rettferdiggjøre som viktige momenter av den matematiske argumentasjonen. I følge Krummheuer (1995) er dette læringsstrategier som oppfordrer til argumentasjon. Derimot nevner hun ikke noe om at matematisk argumentasjon er noe som må skje sammen med andre. Hun snakker mindre om relasjonen mellom elevene, og deres samspill. Dette står i kontrast til Krummheuer (1995) som mener at matematisk argumentasjon er et sosialt fenomen.

«I matematikk er et argument alltid gyldig, uavhengig av historisk, sosial kontekst, så lenge premissene som brukes er sanne og at det respekterer de logiske kjedene i artikuleringen av matematiske argumenter i et skriftlig forslag eller en matematisk demonstrasjon.» Dette tyder på at Natalia har et teoretisk perspektiv på matematisk argumentasjon, og at det skal brukes for å lære flere matematiske teorier og egenskaper, i tillegg se ulike løsningsforslag og generaliseringer. Det kan tyde på at målet er å ha en analytisk argumentasjon, der hun vil at elevene skal bygge argumentene sine på den formelle matematiske logikken. Siden Natalia har en tydelig refleksjon om hva som anerkjennes som et matematisk argument, og hva det skal inneholde, kan det føre til en styrende klassesamtale. Natalia kan styre elevene til å legge frem matematiske argument, slik hun anerkjenner det, og at elevene skal bevise en matematisk sannhet hun kjenner til.

Natalia nevner i sitatet ovenfor at et argument er gyldig så lenge premissene som brukes er sanne, og trekker frem logiske tankerekker. Dette kan knyttes til resonnering (Schwarz og Asterhan, 2010). Da det kommer frem at Natalia har et analytisk perspektiv på argumentasjon, kan det være argumentasjonen ikke alltid er tilstede, men at vi bare finner resonnering. Dette kan være fordi Natalia trekker frem logiske tankerekker, som kan tyde på at hun vil at elevene skal kunne forklare hva de har gjort, og vise til sine resonnement. I tillegg kommer det frem at hun vil at elever skal kunne lære seg nye strategier og se forskjellige løsningsprosesser. Dette kan i like stor grad knyttes til resonnering. Argumentasjon er en aktivitet som inneholder resonnering (Schwarz og Asterhan, 2010), som gjør at du vil finne resonnering blant elevene til Natalia. Derimot kan det være elevene resonnerer i større grad enn de argumenterer, og at argumentasjon ikke alltid finner sted.

Videre kan det virke som at Natalia bruker argumentasjon som et verktøy for læring. Der målet med matematisk argumentasjon er å innlære seg å utvikle matematiske kunnskap. Dette står til kontrast med Krummheuer (2007) mening om at man skal lære matematisk argumentasjon for å lære å argumentere. Han mener likevel at begge momentene er viktige. Dette forsterker at Natalia har et tydelig teoretisk perspektiv på matematisk argumentasjon, da det kan tyde på at hun bare tar i bruk et av momentene i sin undervisning. Natalia uttrykket ikke noe om at elevene skal overbevise hverandre i sin argumentasjon. Derfor kan det muligens være hun anser matematiske argumenter som noe som skal støtte oppom en hypotese eller påstand (Krummheuer, 1995). Da ser hun bort fra at argumentasjonen kan bli brukt for å overbevise andre mennesker, og da blir ikke et argument en del av en prosess for å overbevise i en større argumentasjon.

I sine refleksjoner om matematisk argumentasjon uttrykket Natalia at det å lytte til andre medelever er utfordrende for elevene. Dette kan tyde på at hun mener at matematisk argumentasjon er et sosialt fenomen. Tidligere i analysen har jeg bemerket at det kan tyde på at Natalia ikke anerkjenner argumentasjon som et sosialt fenomen. Likevel mener hun at det er utfordrende å få elevene til å lytte til hverandre, og derfor kan det tyde på at hun anser matematisk argumentasjon som noe som skjer sammen med andre medelever. Det kan se ut som hun anser dialog mellom elever som en metode for å etablere matematisk argumentasjon, og derfor trenger ikke matematisk argumentasjon å være et sosialt fenomen.

Natalia sier at en annen utfordring med matematisk argumentasjon er når elevene skal ordlegge seg høyt foran andre elever. De klarer ikke å formulere begrunnelser og forklaringer. Hvis elevene ikke kan ordlegge seg, blir det vanskelig å gjennomføre en matematisk argumentasjon i klasserommet. Dette svekker muligheten for å argumentere, som igjen kan svekke muligheten å utvikle sin matematiske kompetanse.

5.2.3 Sosiale normer

5.2.3.1 Etablerte normer

«Sluttresultatet er viktig, men i konteksten matematikktimen, så er prosessen frem til resultatet viktigere». Dette svarer Natalia på spørsmålet om hvordan hun kan lære bort matematisk argumentasjon. For henne er det løsningsprosessen som er den viktigste delen i en oppgave, og ikke det endelige svaret.

Det er stor forskjell mellom klasse 6. klasse og 7. klasse. 6. klasse er en mer utfordrende klasse der Natalia selv ikke klarer å kommentere normer som er etablert i det klasserommet. Derimot sier Natalia følgende om 7. klasse «(...) og de kan ha en skikkelig god diskusjon i klassen, der jeg ikke trenger å gjøre noe for å skape diskusjonen. Hvis de ikke klarer å skape diskusjon selv så kommer jeg inn med et innspill også tar vi det derfra.»

Videre fortelle Natalia at elevene i 7. klasse kan bruke hverandre, fremfor å bruke henne når de trenger hjelp i klasserommet. Hun ber dem alltid henvende seg til naboen, og hvis de sammen ikke forstår oppgaven, da kan hun hjelpe til.

5.2.3.2 Utfordringer

En av de største utfordringene i begge klassene er å få elevene til å lytte til hverandre mener Natalia. «Det er vanskelig å lytte til dine medelever. Dette er den første utfordringen. Så å lytte til medeleven, forstå hva de har sagt, også kunne sammenligne det med det du har tenkt.»

I 6. klasse er den klassen med størst utfordringer og Natalia uttrykker seg følgende om situasjon

Hovedårsaken er at de ikke har respekt for andre når de snakker høyt i timen. Det er vanskelig når det har vært sånn hele året. Denne situasjonen med 6. klasse, er veldig vanskelig. (...) det er et spørsmål om alder. I 7 klasse så blir de ofte litt roligere. Jeg håper at når de kommer til 7 klasse så roer de seg ned og klarer å arbeide bedre. Fordi det er veldig vanskelig arbeide slik som det her.

Videre blir det sagt at grunnen til at elevene oppfører seg forskjellige i de ulike klassene, med samme klasseledelse, er elevsammensetning. Elevene i 6. klasse lytter ikke til hverandre, og når de skal forklare høyt i klassen begynner elevene å forklare til læreren fremfor å forklare til resten av klassen. Samtidig som andre elever prater om andre ting i klasserommet. Dette mener Natalia er grunnen for at hun i 6. klasse ikke har klart å komme igjennom matematikkpensumet som er satt for skoleåret. Hun forteller at det ikke bare er i hennes timer at klassen er utfordrende, men at alle faglærerne i 6.klasse har samme problem som Natalia.

5.2.3.3 Analyse

Det kan virke som lærer og elever i 6. klasse ikke enige om de ulike rollene i klasserommet. Natalias forventinger samsvarer ikke med elevenes forståelse i arbeidet med argumentasjon. Hun prøver å etablere og reforhandle normer i klasserommet, men det har ingen effekt på elevene som igjen skaper kaos i arbeid med matematisk argumentasjon. I stedet for at elevene oppnår mestring og matematisk utvikling blir det uro i klassen. Krummheuer (1995) sier at forholdene i klasserommet der argumentasjonen foregår har stor påvirkning på elevenes læring. 6. klasse kan være et eksempel på hvordan arbeid med matematisk argumentasjon kan ende hvis læringsmiljøet ikke fungerer.

Derimot kan det tyde på Natalia klart å etablere sosiale normer i 7. klasse. I sitatet ovenfor sier hun hvordan elevene selv starter argumentasjoner, der hun deltar når det er behov for hennes hjelp. Det vil si at hun kan ha etablert en sosial norm, at argumentasjon er elevstyrt, der lærer trår inn ved behov. Det kan bety at elevene og Natalia har samme forventning om at det skal være diskusjon i timene. Elevene er klar over sin rolle, og det samsvarer med Natalias rolle. De har en felles forståelse for at matematisk argumentasjon skal være en del av matematikkundervisningen, og det oppfordres til argumentasjon i matematikktimene.

En annen norm som Natalia har etablert i klasserommet, er forventingen om at elevene skal bruke hverandre når de trenger hjelp, fremfor å spørre henne. Hvis de sammen ikke forstår, kan de spørre henne om hjelp. Det kan vi se i sammenheng med prosessmodellen, der en slik norm vil kunne oppfordre elevene til regulerende aktiviteter og nøkkelaktiviteter. Ved å

snakke sammen om matematiske problemer vil det være stor sannsynlighet for at elevene spør hverandre om å vise og forklare hverandres arbeid, og at de hjelper hverandre ved å vise og forklare hverandre arbeid. Samtidig kan det oppstå situasjoner der elevene både må kritisere medelevers arbeid og begrunne og forsvare sitt eget arbeid, og deretter justere det.

En av Natalias største utfordringer ved å etablere sosiale normer er at elevene ikke lytter til hverandre. Når elevene ikke lytter til sine medelever, vil flere av de sosiale normene ha vanskeligheter for å bli etablert. Det kan være fordi man ikke har respekt for hverandre. Det kan være en regel som er satt, men som ingen elever følger. Hvis man ofte blir avbrutt når man snakker i en klasse, kan noen elever tenke at da er det greit at de ikke lytter til sine medelever. Rollene mellom lærer og elever samsvarer ikke til de ulikes forventninger til hva rollen innebærer, og aktivitetene som blir gjennomført (Yackel og Cobb, 1998). En slik utfordring kan gjøre det vanskelig for Natalia å etablere gode forhold for å drive med matematiske argumentasjoner, fordi elever som ikke lytter ikke vil kunne gjøre regulerende- og nøkkelaktiviteter som prosessmodellen oppfordrer til for å få gode matematiske argumentasjoner.

Det er store forskjeller mellom de ulike klassene, og 6. klasse er klassen med flest utfordringer sier Natalia. I 6. klasse er det så store utfordringer at hun ikke har klart å komme igjennom læreplanens pensum for skoleåret. Dette kan henge sammen med normene i arbeid med argumentasjon. Når elevene ikke lytter til hverandre eller har respekt for den som prater, som hun uttrykket i sitatet ovenfor, blir det vanskelig å få til gode argumentasjoner. Slike situasjoner kan gjøre elevene usikre på sin egen kunnskap og kapasitet til å snakke foran klassen. Det kan være normene Natalia vil etablere ikke fungerer i klasserommet, fordi noen elever har mer kontroll enn henne. I intervjuet forteller hun at det ikke bare er i hennes timer at situasjon er slik, men nesten alle lærere som er innom klasserommet synes det er en vanskelig klasse.

5.2.4 Sosiomatematiske normer

På spørsmålet om hvordan man jobber med å etablere normer i arbeid med argumentasjon i ulike fag, svarer hun at et argument i matematikken handler om å bevise eller motbevise en påstand eller hypotese. Dette er hva som gjør matematikken forskjellig fra andre fag i arbeid med argumentasjon. Hun sier at det er viktig å jobbe for at elever ser sammenheng mellom egenskaper og forhold, og fremme bruken av det matematiske språket.

I spørsmål om hvordan hun vil lære bort matematisk argumentasjon svarer hun følgende «Sluttresultatet er viktig, men for oss i konteksten matematikktimen så er prosessen frem til resultatet viktigere (...)»

Natalia poengterer at hun bruker følgende metoder i arbeid med matematisk argumentasjon.

Jeg prøver å oppmuntre til utveksling av ideer og fremveksten av motstridende ideer, som er et passende øyeblikk for elevene å foreslå en kjede av ideer som prøver å overbevise den andre om deres begrunnelse. Jeg prøver alltid å vise og presentere feil som blir gjort for å skape diskusjon, i tilfelle de ikke vises naturlig.

5.2.4.1 Analyse

I Natalias klasser kan det tyde på at hva som ansees som et matematisk argument handler om å bevise og argumentere for en matematisk påstand eller hypotese. Tidligere i analysen kommer det frem at Natalia kan ha et analytisk perspektiv på argumentasjon. Det samstemmer med hennes uttales om hvilke normer som etableres i arbeid med matematisk argumentasjon. Yackel og Cobb (1996) sier en sosiomatematisk norm er en forståelse av hva som anerkjennes som en matematisk begrunnelse, forskjell eller effektivitet osv. Hvis vi ser dette opp mot Natalias utsagn om at et matematisk argument brukes for å bevise en matematisk påstand, kan det tyde på at Natalias analytiske perspektiv på matematisk argumentasjon er en sosiomatematisk norm i hennes klasserom. Elevene kan derfor speile hennes refleksjons rundt matematisk argumentasjon, og derfor jobbe for å begrunne og forklare sine matematiskløsningsprosesser til andre elever ved å knytte det opp mot matematiske bevis. Yackel og Cobb (1996; 1998) forklarer hvor viktig lærerens rolle er i etableringen av sosiomatematiske normer. Hva læreren godtar som en god matematisk forklaring spiller inn på de sosiomatematiske normene som etableres. Derfor kan man anta at elevene har et analytisk perspektiv i arbeid med matematisk argumentasjon. Det kan tyde på at det er det som anerkjennes som et matematisk argument.

Natalia har en holdning om at løsningsprosessen er viktigere enn selve sluttresultatet. Hvis Natalia bruker sin rolle som lærer og etablerer verdien av selve prosessen kan det etableres som en sosiomatematisk norm i klasserommet. Dette kan i tillegg være med på å oppfordre til aktiviteter fra prosessmodellen. Ved å etablere den sosiomatematiske normen om løsningsprosess kan elevene bli motivert for å dele og snakke sammen, begrunne og forklare ideene sine. Dette kommer frem i følgende sitat «Jeg prøver å oppmuntre til utveksling av ideer og fremveksten av motstridende ideer». Ved å etablere et miljø der elevene utveksler ideer med hverandre, kan elevene få større læringsutbytte. Yackel og Cobb (1996) påpeker at

sosiomatematiske normer kan føre til et økt læringsutbytte. Ved å etablere sosiomatematiske normer som oppfordrer til aktiviteter i prosessmodellen, kan elevene jobbe godt med matematisk argumentasjon, og få et stort læringsutbytte.

En annen sosiomatematisk norm Natalia jobber mot å etablere i sine klasser er å bruke feil, for å lære sammen. Hun sier følgende: «Jeg prøver alltid å vise og presentere feil som blir gjort for å skape diskusjon, tilfelle de ikke vises naturlig.» Natalia jobber mot at elevene skal føle seg trygge til å bruke feil for å utvikle sin matematiske kompetanse, og hun bruker det for å skape diskusjon. Ved å ta opp matematiske feil, kan hun etablere en sosiomatematisk norm som viser verdien av å lære av hverandres feil. Da kan matematiske feil skape diskusjon, og elevene kan forstå verdien av å skape argumentasjon rundt feil man har gjort i løsningsprosessen.

5.2 Grep

Natalia uttrykker at hun jobber for at elevene skal kunne forklare hva de har tenkt til andre elever. Elevene skal lytte til hverandre og kunne kommentere andres arbeid. «Ideen er at eleven skal bygge videre på en strategi. Ideen er at du skal kunne forklare hva du tenker, man må kunne forklare». Natalia jobber for at elevene skal spørre hverandre om å vise arbeidet og forklare hverandres arbeid.

En ting Natalia gjør for å skape en god matematisk argumentasjon er å stille spørsmål som åpner for diskusjon. «Derfor har vi (matematikklærerne) ulike spørsmål vi stiller elevene, noen for å at elevene skal tenke, noen skal forme en diskusjon, det er mer eller mindre sånn her»

Et grep Natalia ofte bruker for å etablere normer og skape et godt klassemiljø er å ha samtale med elevene sine. «Og da må jeg stoppe de å be dem snakke til hele klassen og ikke bare meg. Jeg må følge med på alt i denne gruppen, hvem lytter ikke, hvem snakker osv.»

Noen ganger så er det et arbeid som du ikke nødvendigvis ser resultatet av, men som etter hvert kommer. Det er et arbeid som man må jobbe med i hverdagen, og jobbe med det hver dag som ikke skjer over natten. Man må snakke lenge med dem for å få dem til å respektere hverandre.

Natalia uttrykker at det er en forskjell mellom de to ulike klassene. I 7. klasse holder det å gi beskjeder en gang, og da hører de på henne. I 6. klasse må hun ofte stoppe opp, og hun sier at

på grunn av at hun hele tiden må stoppe opp i timene og snakke med dem om respekt henger hun etter i fagplanen, og har ikke rukket å komme seg igjennom alt de skal lære på et skoleår.

5.2.1 Analyse

Natalia har ingen tydelige grep som kan knyttes opp mot prosessmodellen. Hun sier hun jobber for at elevene skal kunne forklare arbeidet sitt for hverandre, samt spørre hverandre om å vise og forklare hverandres arbeid. Hun trekker ikke frem noen konkrete grep som skal oppfordre elevene til å gjøre akkurat det. Det kan virke som Natalia har det i tankene, men ikke kan gi eksempler på beviste grep hun tar i bruk. Dette kan tyde på at Natalia har en *knowing in action* (Yackel og Cobb, 1998) bevissthet rundt egen undervisning. Det vil si at hun ikke nødvendigvis har et bevisst forhold til sine grep og handlinger.

Et grep hun bruker for å skape matematisk argumentasjon i klasserommet er å stille spørsmål som kan åpne for argumentasjon. Ved å stille spørsmål til elevene åpner hun for at elevene kan forklare hva de tenker, kritisere hverandres tankemåter, og sammen justere det man har tenkt. Dette er ikke direkte knyttet opp mot prosessmodellen, men når målet til Natalia er å skape diskusjoner, kan man argumentere for at hun oppfordrer elevene til å dele tanker, som igjen kan relatere til arbeidet til elevene. Elevene kan hente opp arbeidet de har gjort før, eller Natalia kan velge å stille spørsmål til arbeidet elevene har gjort som gjør at nøkkelaktivitetene, og de regulerende aktivitetene blir igangsatt. Situasjonen er avhengig av kontekst spørsmålene blir stilt i, men ved at hun konsekvent stiller spørsmål for å skape diskusjon, kan hun oppfordre elevene til aktivitetene i prosessmodellen.

Som nevnt tidligere i analysen ser man at Natalia har et analytisk perspektiv på argumentasjon, og hun vil at argumentasjon skal bevise sannheter. Hvis man knytter dette opp mot å stille spørsmål i arbeid med matematisk argumentasjon, kan det tyde på at spørsmål som blir stilt for å skape analytisk argumentasjon, der fokuset er å bevise matematiske sannheter. Det kan føre til at Natalia har en tydeligere lærerstyrt samtale. Dette kan begrunnes ved at det analytiske perspektivet på matematisk argumentasjon, er teoretisk og ikke nødvendigvis like undersøkende som en substansiell argumentasjon. Hvis vi ser dette i sammenheng med prosessmodellen, det kan føres til at spørsmål som blir stilt ikke nødvendigvis skaper argumentasjon. Elevene kan respondere etter Natalias forventinger, og bevise matematiske sannheter. Elevene gjennomfører da resonnering, men ikke argumentasjon.

Et annet grep Natalia bruker konsekvent er samtale med elevene. Hun sier at man ofte må ha samtale om det samme gjentatte ganger. Det er en forskjell i de to klassene, der 7. klasse tar lettere imot beskjeder. I 6. klasse uttrykker Natalia at elevene har vanskeligheter for å følge beskjeder. Denne klassen må hun oftere stopp opp å ha en samtale elevene angående den følgende situasjonen som har oppstått i klasserommet. På den ene siden kan man se på det som at dette grepet ikke fungerer godt i denne klassen, å ha samtale om respekt eller om elevarbeid ikke fungerer ikke så godt som Natalia skulle ønske. Derfor kan grepet miste sin kraft, og får ikke den virkningen hun ønsker. Da opplever hun ikke å etablere normer i klasserommet til 6. klasse.

På den andre siden, kan det tyde på at grepet fungerer i klasse 7. klasse som gjør det interessant å se på samtale som grep. Hun uttrykker at 7. klasse lytter til det som blir sagt, og deltar i samtalen og tar til seg beskjeder. Da kan man stille seg spørsmål om hva det er som gjør at det fungerer i en klasse og ikke i en annen klasse. I etablering av normer må elevene ha forståelse og respektere hverandres roller. Det kan utgjøre en stor forskjell hvis det er ubalanse i de ulike forventingene til ulike normer. Lærerens og elevenes forståelse og respekt av normene kan være en årsak til at grepet fungerer i en klasse med ikke i den andre klassen.

5.2.6 Observasjon av matematikktime i 6. klasse

Natalia begynte timen med å gå gjennom gjennomgående feil fra matematikkprøven klassen hadde tatt forrige uke. Det var uro i klasserommet, og flere elever snakket samtidig som Natalia. Hun stoppet opp og ba elevene lytte til hva hun hadde og si, og at det var viktig det hun gjennomgikk på tavlen. Hun irettesatte en elev som ikke snakket, men der naboer snakket. Natalia oppfordret elevene til å delta i en samtale med henne, ved og stiller spørsmål til hvorfor en matematisk løsning var feil? Hva er det som er feil i denne utregningen her? Hun viste til en utregning hun hadde skrevet på tavla. Flere elever pratet samtidig som Natalia. Etter hvert som hun gikk gjennom de ulike punktene var det mange elever som svarte samtidig uten å rekke opp hånden. Flere hadde hendene oppe, men snakket selv om de ikke hadde fått ordet. I klasserommet ble det et ekko av forskjellige meninger, men det var vanskelig å tyde hva som ble sagt fra de ulike elevene.

Det ble observert at flere elever ikke fulgte med i denne timen. De pratet med hverandre. Natalia irettesatte de samme elevene. Flere ganger ble det observert at noen av disse elevene ikke snakket med andre medelever da de ble irettesatt. Det var elever som satt nære de som snakket. Det var flere elever som ikke fikk tilsnakk av Natalia som snakket med andre medelever mens hun hadde gjennomgang på tavla.

I denne timen fikk elevene forklare ulike matematiske løsninger, der Natalia var ordstyrer. Natalia måtte stoppe opp undervisningen flere ganger for å få elevene til å vente på tur for å si sin mening. Noen elever slengte ut kommentarer da elevene prøvde å forklare og begrunne sitt løsningsforslag. Kommentarene var negative, og handlet om andre elevers intelligens eller at elever smisket til lærer. Da Natalia stoppe undervisningen spurte hun elevene om hvordan de ville ha det i klassen, og at mange ødela for de elevene som ville lære noe. Elevene miste 20 minutter av storefri, fordi de ikke kom igjennom alt de skulle gjennom på ordinær tid.

5.2.6.1 Analyse av matematikktime fra 6. klasse

I denne situasjonen finner vi lite matematisk argumentasjon. Derimot finner vi flere utfordringer i arbeidet med å etablere normer for argumentasjon i klasserommet. Det er tydelig at Natalia og elevene har forskjellige forventninger til de ulike rollene tilknyttet klasseromssamtale. Noen elever har et ønske om å snakke høyt i timen, men det blir problematiske når mange elever ikke hører etter hva som blir sagt. Det er vanskelig å finne etablerte sosiale normer i klasserommet. Det ser ut som Natalia prøver å etablere en sosial norm som går ut på å lytte til hverandre. Dette er en sosial norm som enda ikke er etablert. Elevene har ikke forstått sine roller i normen, eller respekterer ikke rammen rundt normen, og hva den krever av dem (Yackel og Cobb, 1998).

I denne timen finner vi lite argumentasjon, da det gjentatte ganger oppstår ikke fagrelaterede samtaler, og er mye uro i klassen. Det kan tyde på at rammen rundt den matematiske argumentasjonen ikke fungerer, og det er et læringsmiljø som ikke verdsetter matematisk argumentasjon. Omstendighetene for hvor matematisk argumentasjon foregår er viktig (Krummheuer, 1995), og det kan virke som at læringsmiljøet er utfordrende i denne klassen, og derfor klarer man ikke å etablere matematiske argumentasjoner.

I denne situasjonen ser vi elever som gir negative kommentarer til hverandre. Dette kan gjøre det vanskelig for elevene å gjennomføre noen av aktivitetene i prosessmodellen. Selv om Natalia stiller spørsmål til klassen som kan åpne for argumentasjonen, må elevene føle seg trygge. Flere ganger slenger elevene ut negative kommentarer når de deltar i klasseromsdialogen. Det kan føre til at elever begynne å vegre seg for å delta, og vegre seg for å vise og forklare sitt arbeid til andre medstudenter fordi de er redd for responsen de får. Derfor kan det være vanskelig å gjennomføre aktiviteter fra prosessmodellen med stor suksess.

I observasjonen ser vi at Natalia irettesetter de samme elever, der det blir observert at noen ikke har gjort det de irettesettes for. Noen elever slipper lettere unna enn andre elever. Det kan påvirke Natalias effekt til å forandre og etablerer normer som skal gi klassen et bedre læringsmiljø i arbeid med argumentasjon. Når de samme elevene gjentatte ganger får negativ respons fra Natalia kan det skape et inntrykk om hva læreren forventer av eleven. Hvis en elev tenker at hans rolle er å skape uro i klassen, fordi det er det læreren forventer av han, vil hans rolle i normen om å lytte til andre med elever, være å avbryte andre elever mens de snakker. Dette skjer muligens fordi det forventes av han. Derfor kan det være en mulig årsak til at det er vanskelig å etablere normer, fordi Natalia allerede har forventinger til noen elever om at de kommer til å forstyrre eller avbryte andre elever, som gjør at de elevene faktisk gjør som de tror forventes av dem.

5.2.7 Observasjon fra matematikktime i 7. klasse

Natalia startet timen med å presentere symmetri. Hun spurte elevene hva symmetri er, og hva det innebærer det at noe er symmetrisk. Noen elever rakk opp hånden. Elevene diskuterte forskjellige egenskaper ved symmetri, og hva som gjør noe symmetrisk. De la til egenskaper etter hva andre elever hadde sagt. Videre presenterer Natalia rotasjon, og hun spurte elevene hva forskjellen er på rotasjon og symmetri? Når er figuren rotert og når er den symmetrisk? En elev begynte å forklare, men fikk beskjed om å snakke høyere slik alle i klassen kunne høre henne. Hun fortsatte å forklare, men sluttet å snakke da en annen elev så på henne. Natalia gikk videre da eleven ikke ville fortsette å forklare.

Da presenterte Natalia en likesidet trekant, og elevene begynte å diskutere om den var symmetrisk. I denne diskusjonen begynte elevene å diskutere hvor mange grader det er i en trekant. I denne situasjonen var Natalia en ordstyrer mellom tre elever som deltok i diskusjonen. Elevene henvendte seg til hverandre, ikke til Natalia. Deretter tegnet Natalia en rettvinklet trekant på tavlen, og ba eleven diskutere hvor vidt den var symmetrisk hvis man delte den på midten. Da var det flere elever som deltok i diskusjonen. Elevene prøvde å bevise at den var symmetrisk, og begrunnet svaret sitt med bevis på en likesidet trekant. Etterpå kommer det en annen elev og motbeviste det som var blitt sagt. Elevene brukte figurens matematiske egenskaper i sine argument.

Videre tok Natalia frem en elev for å vise symmetri med to kropper. Hun ba eleven ta ut høyre arm. Deretter tok Natalia ut sin arm til venstre. Da forklarte hun at dette var symmetri, fordi hvis de stilte seg mot hverandre kunne de legge armene og kroppene sammen. De gjorde det

på nytt, men begge stod med høyre arm ut. Da spurte Natalia klassen om det var symmetri. Elevene diskuterte situasjonen sammen. Mange elever i klassen deltok i diskusjonen.

Siden spurte Natalia klassen om rotasjon var symmetri. Flere elever deltok i samtalen, og det oppstod en diskusjon mellom flere elever. Elevene la frem hva de tenkte, og elevene gav faglige kommentarer til hverandre om matematikk. Ingen elever kom med negative kommentarer til andre medelever. Natalia oppsummerte diskusjonen ved å klargjøre hva som var forskjellen mellom rotasjon og symmetri.

Elevene jobbet med en oppgave om symmetri. På slutten av timen gikk Natalia gjennom oppgaven på tavlen. I denne gjennomgangen brukte Natalia matematiske egenskaper for å vise hvordan man lager figuren symmetrisk. Elevene prøvde å bevise sine løsningsforslag foran klassen, og presenterte argument som var begrunnet med matematiske bevis. Elevene henvendte seg til Natalia da de presenterte foran klassen. Noen medelever stilte spørsmål til forklaringene som ble gjort.

5.2.7.1 Analyse av matematikk time i 7. klasse

I åpningen av timen stiller Natalia spørsmål som kan åpne for argumentasjon. Det er en type klasseromsdialog der Natalia er ordstyrer. Likevel lar hun elevene få argumentere seg imellom, som gjør at det blir åpnet for en kollektiv argumentasjon (Krummheuer, 1995) i klasserommet. Måten elevene argumenterer ligner analytisk argumentasjon, grunnet elevenes søkelys på matematiske bevis i sine begrunnelser og forklaringer. Dette kan tyde på at det er etablert en sosiomatematisk norm i klassen, som legger vekt på matematiske bevis og gyldiggjørelse i den matematiske argumentasjonen. Det er en enighet i klasse om hva som ansees som et gyldig argument.

I observasjonen som er gjort fra matematikktimen i 7.klasse kan man anta at det er en sosial norm at man skal lytte til hverandre, og ikke prate når man ikke har fått tildelt ordet. I denne timen er det lite støy, og elevene lytter til hverandre, og lar hverandre forklare. Her kan det virke som elevene forstår sine roller i situasjonen, som kan tyde på at den sosiale normen er etablert. Derfor fungerer relasjonene og rollefordelingene mellom Natalia og elevene.

Det er tydelig at Natalia bruker argumentasjon som et verktøy for læring i denne timen, der hun aktivt jobber for å engasjere elevene til å delta i klasseromsdialogen. Et grep hun bruker for å få elevene delaktige er å stille spørsmål til klassen. Dette kan være med på å oppfordre elevene til å gjøre noen av aktivitetene i prosessmodellen. Ved å stille noen typer spørsmål kan det skape diskusjon mellom elevene. Følgende kan føre til at elevene spør hverandre om å

vise og forklare hverandres arbeid, og at elevene gjøre det for hverandre. Prosessen foregår foran klassen, og derfor oppfordrer Natalia alle til å delta. Derimot er det ikke sikkert at alle elevene føler seg komfortabel med å vise og forklare foran hele klassen. Aktiviteten kan føre til at elevene tørr å spørre om å vise og forklare hverandres arbeid i mindre grupper når de jobber med andre oppgaver.

5.2.8 Sammenligning av observasjonene i 6. klasse og 7. klasse

Det er interessant å se forskjellene på de to ulike matematikktimene som er ledet av Natalia. Det er tydelig at i den ene klassen er det flere normer som er etablert når det kommer til å lytte og forklare for medelever. I 6. klasse har ikke Natalia klart å etablere en norm som innebærer å lytte til andre medelever, mens i 7. klasse er det en etablert sosial norm som fungerer. I 7. klasse kan man i tillegg finne sosiomatematiske normer angående hva som ansees som et gyldig argument som det ligger innenfor analytisk argumentasjon. Derimot er det vanskelig å finne sosiomatematiske normer i 6. klasse. Timen viser ingen tegn til at det er noen slike normer som er etablert. Hva er det som gjør at det Natalia har klart å etablere normer i den ene klassen, men ikke i den andre klassen er vanskelig å svare på. Det kan det tyde på å ha med elevsammensetning i de ulike klassene.

5.2.9 Sammenligning av intervju og observasjoner Natalia

Det er gjort to klasseromsobservasjoner som viser store forskjeller. I intervjuet kommer det frem at Natalia har et analytisk perspektiv på argumentasjon. I observasjonen som er gjort i 6. klasse er det vanskelig å finne matematisk argumentasjon i matematikktimen. Det tyder på at det er forsøk på å starte en argumentasjon, men elevene følger ikke Natalias tankegang og aktiviteter. Her finner man ikke analytisk argumentasjon i klasserommet, fordi man nesten ikke finner matematisk argumentasjon. I 7. klasse finner vi derimot analytisk argumentasjon, og elevene argumenterer med å bevise og motbevise, og bruker matematiske egenskaper for å begrunne sin matematiske løsningsprosess. Natalias perspektiv skinner igjennom blant elevene i 7. klasse.

Det kan tyde på at det er enighet om hva et matematisk argument skal inneholde, og at det er en sosiomatematisk norm i 7. klasse. Elevene er samkjørte i hvordan de argumenterer, og det henger sammen med Natalias refleksjoner. Det vil si at intervjuet og observasjonene gjort i 7. klasse henger tett sammen. I intervjuet nevner Natalia fokus på løsningsprosessen, og det kan diskuteres om det er en etablert sosiomatematisk norm i 7. klasse. Elevene jobber for å begrunne sine løsningsforslag, men det er vanskelig å vite om fokuset ligger på å ha riktig løsningsforslag, fremfor å ha riktig svar. Elevene diskuterer ikke egne feil i samtale med

andre medelever. Dette kan tyde på at Natalia har ideer og et ideal hun vil jobbe mot i sine timer, men at de ikke er nådd, eller at hun ikke klarer å få sine ideer inn i klasserommet. Det gjør at sosiomatematiske normer som kommer frem i intervjuet ikke er synlige i timene.

I 6. klasse er det vanskelig å finne etablerte normer, grunnet et utfordrende og vanskelig læringsmiljø. Dette uttrykker Natalia selv i intervjuet, der hun påpeker at på grunn av vanskelig læringsmiljø har hun ikke klart å komme igjennom det årlige pensumet. Natalias egne refleksjoner rundt problemet blir begrunnet med at elevene er yngre, og at det er en klasse med en vanskelig elevsammensetting. Natalia påpeker at hun jobber med elevene ved hjelp av samtale, men flere ganger er det en monolog fra hennes side til noen elever. Da får ikke elevene reflektert sammen over klassens og sin egen oppførsel.

I intervjuet kommer det frem få grep som blir gjort for å etablere normer i arbeid med matematisk argumentasjon. Natalia har ideer som kan føre til at aktivitetene i prosessmodellen blir etablert, men hun kommer ikke med konkrete grep, annet enn samtale med elevene, og å stille spørsmål som åpner for argumentasjon. Dette blir bekreftet i observasjonene hennes. Hun stiller spørsmål for å skape diskusjon, og hun prøver å ha samtale med elevene sine. I 7. klasse fungerer det å ha samtale, men i 6. klasse går det imot sin hensikt. Det vil si observasjonene viser ingen nye grep som hun tar for å skape og etablere normer i arbeid med matematisk argumentasjon. Det tyder på at Natalia har ideer og tanker om hvordan hun vil etablere normer, men hun har ingen konkrete grep. Dette kan gjøre det vanskeligere for elevene å forstå hva hun vil frem til, og forstår normer hun prøver og etablere. Natalia har en viktig rolle som lærer i arbeidet med etablering av normer, der hun må være tydelig og konkret i sine handlinger (Yackel og Cobb, 1996;1998).

5.3 Sammenligning av Luana og Natalia

De to lærerne har forskjellige tilnærminger til sine klasser i etablering av normer, og i sine refleksjoner rundt matematisk argumentasjon. Luana har en definisjon på hva argumentasjon er, men beskriver få forskjeller mellom matematisk argumentasjon og argumentasjon. Det eneste skillet hun beskriver er at matematisk argumentasjon inneholder matematiske egenskaper og illustrasjoner. Natalia på sin side har tydelige skiller mellom argumentasjon og matematisk argumentasjon. Hun har et analytisk perspektiv til matematisk argumentasjon, der Luana på sin side har et mer substansielt perspektiv. Andre forskjeller i deres refleksjoner er at Luana anser argumentasjon som et sosialt fenomen som skjer i samhandling med andre. Dette kommer tydelig frem i hennes undervisning, der argumentasjon blir brukt som et

verktøy for læring. Hun har i tillegg aktiviteter som jobber for at elevene skal bli bedre til å argumentere, og der målet ikke bare er å utvikle matematiske tankeganger og ideer, men å argumentere. Det skiller henne fra Natalia som vektlegger argumentasjon som et verktøy for utvikling av matematisk forståelse. Vi finner argumentasjon blant begge lærerne, og begge lærerne understreker at matematisk argumentasjon er viktig i matematikktimene, men de bruker det forskjellig.

Luana og Natalia arbeider forskjellig med å etablere normer i arbeid med matematisk argumentasjon. Luana har en bevisst tilnærming i hvordan hun skal etablere normer i klasserommet. Hun tar i bruk konkrete grep som egenvurdering, samtale med elever i ulike situasjoner, kriterier for gruppesamtale og egne avtaler med noen elever. Dette er bevisste handlinger hun gjør for å få i gang argumentasjon i klasserommet. Dette står i kontrast til Natalia som har mindre bevissthet rundt sine grep for å etablere normer i arbeid med matematisk argumentasjon. Natalia uttrykker at hun jobber for å få et godt arbeidsmiljø, men hun kommer ikke med eksempler på hvordan hun skal gjøre det. Det viser seg at grepene hun tar i bruk er samtale med elevene, og ved å stille spørsmål til elevene. Luana er bevisst i sine grep i arbeid med å etablere normer til matematisk argumentasjon, og kan sees i sammenheng med prosessmodellen. Mye av det Luana gjør kan oppfordre til regulerende- og nøkkelaktiviteter. Det samme kan ikke sies om Natalias grep da de er vage, og det er vanskelig å forstå hvordan hun vil bruke sine idealer og ideer, og få det inn i klasserommet.

Et ting lærerne har til felles er hva de anser som utfordrende i arbeid med matematisk argumentasjon. Begge lærerne uttrykker at det er vanskelig å få elevene til å lytte til hverandre. Det å skape et læringsmiljø der elevene er aktive lyttere og respekterer hverandre, synes begge lærerne er utfordrende i arbeid med matematisk argumentasjon. De to lærerne har delvis klart å etablere et slikt miljø i hver sin klasse. Begge har etablerte normer i klasserommet. Det som er interessant er at Natalia har to klasser der forskjellene er store. Det er vanskelig vite hva hun skal gjøre annerledes i 6. klasse, og hvorfor ulike grep fungerer dårligere i det klasserommet.

En annen forskjell mellom Luana og Natalia er møte med elevene. Luana har en tydelig plan for å få elevene til å delta i den matematiske argumentasjonen. Hun legger vekt på at det er viktig å se elevene, og at de ikke skal endre seg får å delta i diskusjoner og samtaler i klasserommet. Likevel legger hun vekt på at alle skal delta, og hvordan alle elevers tanker er unike og viktige i læringssituasjonen. Dette reflekter hun over i intervjuet. Natalia nevner ikke

dette i sitt intervju, og i sin tilnærming til noen elever i 6. klasse kan det tyde på at hun allerede har en negativ holdning til noen elever, som ikke hjelper henne i sitt arbeid med etablerer normer.

6. Diskusjon

I dette kapittelet skal jeg diskutere og svare på problemstilling: *Hvordan definerer og reflekterer to lærere rundt matematisk argumentasjon og hvordan jobber lærerne for å etablere og utvikle normer i arbeid med matematisk argumentasjon?* For å svare på problemstillingen har jeg tatt utgangspunkt i funnene fra analysen. Jeg tar for meg de ulike forskerspørsmål til problemstillingen, og diskutere dette opp mot tidligere forskning og aktuell teori.

6.1 Hva legger lærerne i begrepet argumentasjon og hvilke muligheter mener lærerne matematisk argumentasjon skaper i undervisningen?

Luana og Natalia har ulikt syn på argumentasjon, men begge er enige i at argumentasjon er en sentral faktor i læring. Luanas refleksjoner rundt argumentasjon er knyttet til argumentasjon generelt, fremfor matematisk argumentasjon. I analysen kommer det frem at hun mener argumentasjon kan brukes i alle fag, og det er lite som skiller argumentasjon i matematikk og andre fag. Argumentasjon skaper muligheter, og hun velger å bruke argumentasjon som en av de grunnleggende metodene i læringsprosessen.

På den andre siden har vi Natalia som har en tydeligere definisjon på matematisk argumentasjon, hun reflekterer i liten grad over argumentasjon på et generelt nivå. Natalia skiller mellom argumentasjon gjort i naturvitenskap og samfunnsvitenskap, der hun mener naturvitenskapen forholder seg til sannheter, mens argumentasjon i samfunnsvitenskap er subjektivt. Hun mener det vil oppstå flere tolkninger av kildematerialet i samfunnsvitenskap, fremfor at det baseres på sannheter.

I analysen kommer det frem at Luana har en tilsynelatende substansiell tilnærming til argumentasjon, mens Natalia har en tydelig analytisk tilnærming til matematisk argumentasjon. Det er interessant å se forskjellene i tankemåte hos de ulike lærerne, ettersom de ansatte ved samme skole. De ulike tilnærmingene kan sees i sammenheng med at Luana er lærer på barneskolen og at Natalia er lærer ved ungdomskolen. Begge har timer som er planlagt i detalj, men fokuset på argumentasjon er forskjellig (se kap. 5 s.31-32). Under observasjonene fremgår det at opplegget i 5. klasse oppfordrer til argumentasjon blant elevene både i grupper eller foran klassen. I 7. klasse er det observert matematisk argumentasjon i gjennomgang av oppgaver, der elevene blir bedt om å begrunne sine løsningsstrategier. Natalia bruker argumentasjon som en metode for å lære matematiske strategier, samt begrunne løsningsprosesser, noe som kan knyttes opp mot verifisering (De Villiers, 1990).

Verifisering er forbundet med matematisk sannhet. Det kan tyde på at Natalia bruker argumentasjon for å verifisere løsningsprosesser. Elevenes matematiske strategier kan også bli verifisert ved hjelp av argumentasjon. Elevene kan dele strategier, sammen, ved hjelp av matematiske bevis, finne ut om strategien fungerer, og om den brukes i utregning.

Natalias perspektiv på matematisk argumentasjon har likhetstrekk med de perspektivene vi finner hos Staples og Newton (2016). De sier at matematisk argumentasjon er en tankegang som skal vise en løsningsprosess eller resultat. Ser vi derimot videre på de spesifikke aktivitetene matematisk argumentasjon innebærer, ser det ut til, på grunnlag av intervjuet, at Natalia legger vekt på flere av aktivitetene som Staples og Newton never. Hun anvender aktiviteter som å repetere matematiske ideer, gjøre analyse og ta et eller endre standpunkt. Hennes tilnærming til argumentasjon legger vekt på analyse, som igjen viser seg i aktivitetene i timen.

Denne tilnærming til argumentasjon kan henge tett sammen med resonnering. Argumentasjon og resonnering er to individuelle begreper, men de henger tett sammen. Resonnering er noe man kan finne i all argumentasjon, men resonnering kan likevel finnes uten at argumentasjon er involvert (Schwarz og Asterhan, 2010). Natalia legger vekt på at man skal bruke argumentasjon for å begrunne løsningsprosesser. I intervjuet sier hun at elever skal bruke matematisk argumentasjon for å forsvare egne løsningsforslag. Dette kan tyde på at Natalia vektlegger gyldiggjøring av matematiske utsagn, noe som igjen henger tett sammen med verifisering (De Villiers, 1990). Elevene kan begrunne sine løsningsprosesser ved å resonnerer, eller bruke resonnering for å formidle matematisk informasjon. Derfor kan det hende elevene ikke deltar i argumentasjon, men bare i resonneringen.

Dette er et interessant funn, og hvis vi ser på den brasilianske læreplanen, beskriver de at argumentasjon og resonneringer knyttes sammen (BCN, 2018). Det tyder på at læreplanen mener at begrepene hører sammen, og at lærerne skal lære elevene begge deler, og se sammenheng mellom begrepene. Læreplanen påpeker at elevene skal kunne presentere resonnement av løsningsprosesser og presentere gyldige argumenter. Argumentasjon blir knyttet til matematiske bevis i læreplanen. Her ser vi at Natalias analytiske perspektiv (Krummheuer, 1995) henger sammen med slik hun tolker læreplanen, og legger søkelyset på gyldighet og bevis. Da verifiseringer ser på gyldighet i matematiske bevis (De Villiers, 1990), kan det tyde på at Natalia verdsetter verifisering i arbeid med matematisk argumentasjon.

Dette kan begrunnes ved Natalias analytiske tilnærming til matematisk argumentasjon, der hun verdsetter bevis og gyldiggjøring av løsningsprosesser.

Der Natalia har en analytisk tilnærming til matematisk argumentasjon, står Luana for en substansiell tilnærming (Krummheuer, 1995), noe som også kan sees i lys av den brasilianske læreplan. Den brasilianske læreplanen beskriver at elevene skal kunne undersøke og vurdere informasjon på en slik måte at de kan lage overbevisende argument fra ulike situasjoner, som igjen skal hjelpe dem til å forstå verden og samfunnet vi lever i (BNC, 2018). Luana har en tilnærming hvor hun anerkjenner verdien av å kunne argumentere, og bruker det ikke bare for å lære matematiske strategier og metoder. Under observasjonen kom det også frem at Luana oppfordrer til at elevene deler tanker og ideer, og stiller kritiske spørsmål til hverandre. Fokuset ligger ikke på å resonnerer og begrunne sine løsningsprosesser ved bruk av matematiske bevis, men på å kunne argumentere for å overbevise de andre i klassen. Derfor kan man anta at Luana har tolket læreplan i lys av sitt substansielle perspektiv på argumentasjon.

Hvis vi sammenligner lærerne kan tyde på at de har tolket læreplan ulikt, og de fokuserer på ulike aspekter ved matematisk argumentasjon. Vi kan ha sammenheng med klassetrinnene de underviser, og om barneskolen og ungdomsskolen har valgt å legge fokuset på forskjellige steder. Skolen har en plan som vektlegger substansiell argumentasjon på barnetrinnet, men velger å legge fokuset på den analytiske argumentasjonen på ungdomstrinnet. Balacheff (2010) uttrykker at matematisk bevis ofte har blitt introdusert i eldre klassetrinn. Det kan tenkes at skolen har valgt å legge vekt på bevis blant de eldre elevene, fremfor blant i yngste. Det kan forklare lærernes forskjellige fokus på argumentasjon; der Luana bruker argumentasjon som et verktøy for læring, har Natalia tydeligere fokus på matematisk bevis. Natalias elever har fått erfare at «*In mathematics you don't argue, you prove*» (Balacheff, s. 116, 2010).

I observasjon fra 7. klasse, da en elev skulle forklare hvorfor en geometrisk figur var symmetrisk, brukte han matematisk bevis i sine argumenter. Derimot i 5.klasse da eleven Simona skulle forklare gruppens løsningsforslag, forklarte hun ved å gå igjennom stegene i løsningsprosessen, samt ved å illustrere. Elevene i klassen stilte kritiske spørsmål til Simonas løsningsforslag, og gav seg ikke for de forstod hvordan hun hadde tenkt. Det opp stod en diskusjon i klasserommet. Dette viser forskjellen mellom hvordan elevene argumenterer. 7. klasse elevene legger vekt på å bevise sin egen løsning, mens 5. klasse eleven forklarte

prosessen hun hadde gjort ved at elevene stilte mange oppfølgingsspørsmål. Fokuset i de matematiske argumentasjonene er forskjellig.

De ulike lærernes perspektiv på argumentasjon sett i sammenheng med den reformerte norske læreplan som har et tydelig fokus på resonnement, og at argumentasjon skal brukes for å begrunne løsningsprosesser og resonnement og bevise at de er gyldige (Utdanningsdirektoratet, 2019). Den tilnærmingen til matematisk argumentasjon har et analytisk preg. Natalia sitt perspektiv på argumentasjon ligner den norske læreplanens fokus. Den norske læreplanen har tilsynelatende en enda sterkere tilnærming til analytisk argumentasjon enn den brasilianske, enn den brasilianske, som også knytter argumentasjon opp til undersøkning og overbevisning, der man skal bruke matematisk argumentasjon og resonnement til å forstå samfunnet og verden vi lever i.

Begge lærerne ser muligheter matematisk argumentasjon kan gi elevene. Luana mener argumentasjon åpner for å diskutere og dele meninger og resonnementer. Dette kan Natalia stille seg bak. Begge lærerne mener at å oppfordre elevene til å dele matematisk kunnskap og snakke sammen er viktig i argumentasjon. Argumentasjon skaper muligheter for å igangsette nøkkelaktiviteter (Dekker og Elshout-Mohr, 1998) som igjen fører til argumentasjon.

Angående målet om å bruke argumentasjon i matematikktimene sier Natalia i intervjuet følgende: «innholdet i matematikkundervisningen er ikke separate, men henger sammen. Og ideen er at du kan skape så mange mulige relasjoner som mulig med de ulike områdene innenfor matematikken». Hvis vi knytter det opp mot den norske læreplanen, skal argumentasjon skape dybdeforståelse i matematikk. Natalia vil at argumentasjon skal føre til en relasjonell forståelse hos elevene. En elev med relasjonell forståelse har kompetanse til å forstå ulike regler og prosedyrer utfra matematiske problemer og relasjoner. De vil kunne generalisere regler, og bruke de andre og nye kontekster (Skemp, 1987). Luana har et lignende mål med matematisk argumentasjon. I intervjuet sier hun følgende «Elevene bruker gjerne eksempler fra andre oppgaver og aktiviteter, og henter opp igjen kunnskap, de bygger videre på kunnskap de allerede har(...)». Hun mener at et av målene ved matematisk argumentasjon er at elevene skal bygge videre på kunnskap, for å utvikle en bedre matematisk forståelse. Dette kan igjen føre til relasjonell forståelse (Skemp, 1987).

Derfor kan man anta at målet til både Luana og Natalia når de arbeider med matematisk argumentasjon, blir å oppnå relasjonell forståelse. Dette synet er i tråd med den brasilianske læreplanen. I den norske læreplanen finner vi det samme synet på matematisk argumentasjon

som et instrument for å oppnå relasjonell forståelse, noe som kan tyde på en felles matematikdidaktisk oppfatning på tvers av kulturer og nasjoner. Dette funnet kan ikke generaliseres, da det er en case-studie. Allikevel er det interessant at det kan spores slike likheter mellom to brasilianske lærere og den norske læreplanen.

6.2 Hvilke sosiomatematiske og sosiale normer prøver lærerne å etablere i arbeid med matematisk argumentasjon?

Wood (1999) undersøkte lærerens handlinger i klasseromssamtalen. I sin studie konkluderer Wood (1999) med at hvis man skal skape en kontekst for matematisk argumentasjon der det etableres forventinger til deltakelse og lytting til andre medelever. Elevene skal både presentere, lytte og forstå andres tankerekker, og deretter gi respons. Wood (1999) påpeker hvor viktig det er at det stilles tydelig forventinger til elevene om hvordan de skal være en aktiv deltaker. Å kunne lytte gir ikke bare elevene mulighet til å gi respons, men det gir også mulighet til å sammenligne arbeid og høre andre strategier.

Wood (1999) understreker hvor viktig den sosiale normen å lytte til andre er i arbeid med argumentasjon. Hvis elever ikke lytter kan dialogen forsvinne, og det kan skape konflikt i arbeid med argumentasjon. Hvis elevene i tillegg bare er opptatt av å forklare og begrunne uten å lytte til respons, kan mange muligheter for læring forsvinne. Samtidig kan deler av intensjonen med argumentasjon også forsvinne. Hvis elever ikke er aktive deltakere og lyttere, kan argumentasjon, som Krummheuer (1995) mener er et sosialt fenomen, gå fra å være dialog til monolog. Man kan ikke fraskrive at elevene arbeider med argumentasjon, men matematisk argumentasjon i dialog og den kollektive argumentasjonen (Krummheuer, 1995) vil ikke være til stede.

Dette kan knyttes opp mot en sosial norm Luana og Natalia synes er vanskelig å etablere: det å lytte til medelever. Begge lærerne understreker at det er noe de synes er utfordrende i arbeid med matematisk argumentasjon. Natalia jobber i to klasser, og i de ulike klassene ser man en klar forskjell på hvordan en klasseromssituasjon kan bli når normen er etablert og når den ikke er det. I observasjoner fra 6. klasse kan man se forsøk på å starte en argumentasjon, men klassen klarer ikke å gjennomføre en kollektiv argumentasjon, fordi flere elever prater i munnen på hverandre. Derfor viser observasjonene at elevene ikke er aktive lyttere som deltar i en kollektiv argumentasjon.

Wood (1999) sier at man må endre klasseromspraksisen hvis en skal kunne oppnå elevenes matematiske potensial. I en klasse som 6. klasse vil det være viktig å se det sosiale miljøet i klassen, og skape forståelse for de sosiale interaksjonene som skjer i klasseromsdiskusjonen (Wood, 1999). For å få elevene til å lytte til hverandre i 6. klasse må man muligens jobbe med det sosiale miljøet, og se hvordan elevenes samspill påvirker etablering av sosiale normer, og læringsmiljøet i klassen. Jeg observerte at elevene i 7. klasse lyttet mer til hverandre, dette vil si at normer er blitt etablert. Som igjen kan føre til at argumentasjonen blir en kollektiv argumentasjon, fordi elevene har en etablert sosial norm; å lytte til andre.

I analysen kommer det frem at Luana ikke har de samme omfattende problemene i sin 5.klasse som Natalia har i 6.klasse, men hun uttrykker likevel at det å få elevene til å lytte til hverandre er utfordrende. Hun syntes at hennes elever ikke er flinke nok, og oppfatter dette som problematisk. Likevel ser man forskjell mellom Natalia og Luana i deres refleksjoner angående arbeid med normer i matematisk argumentasjon. Luana påpeker hvor viktig det er at man ser eleven, og elevens forutsetninger for å delta i argumentasjon. Elevene måtte hjelpes slik at de følte seg trygge til å delta i argumentasjonen. Dette samsvarer med Wood (1999), og hennes oppfatning av at man både må se elevens matematiske forutsetninger, samtidig som de sosiale forutsetningene i en samtale. Skal man endre på læringsmiljøet må man se den faglige og den sosiale helheten, slik at man kan etablere normer i arbeid med argumentasjon.

Planas og Gorgorio (2004) undersøkte normer som fant sted i en flerkulturell klasse. Studien viser blant annet hvordan læringsvansker ikke trenger å henge sammen med misoppfatninger og læringsgrunnlag, med derimot med det sosiale miljøet i klassen. Noen elever blir ekskludert fra etablerte normer mellom andre elever og lærer, i dette tilfellet innvandrings elever. Denne studien har ikke vært i flerkulturelle klasser, men det kan trekke paralleller til noen av funnene fra analysen. I 6. klasse er det utfordrende å etablere normer, matematisk argumentasjon er vanskelig å finne i timen, fordi det er mye støy og kaos i klasserommet. Dette understrekes både i intervjuet og i observasjonen som er gjort.

Observasjonen fra matematikktimen viser at Natalia gir tilsnakk til noen elever i 6. klasse gjentatte ganger. Av og til får de tilsnakk uten å ha forstyrret undervisningen. Hvis vi skal trekke paralleller til Planas og Gorgorio (2004) kan man reflektere rundt hvordan læringsvansker ikke nødvendigvis har direkte sammenheng med misoppfatninger og læringsgrunnlag, men den sosiale konteksten. Det er også viktig å legge merke til hvordan noen normer bare blir gjeldende for en gruppe elever i klassen. Elevene som gjentatte ganger

får tilsnakk, kan oppfatte at læreren kun ser dem som *bråkmakere* eller *vanskelige* elever. Det er den rollen de får tildelt i timen. Hvis dette skjer gjentatte ganger i hver time, gjennom et helt skoleår, kan læreren skape en forventning om at det er den rollen elevene har i klassen. Elevene etablerer da rollene som bråkmakere i matematikktimen, fordi det er det som forventes av dem.

Yackel og Cobb (1998) påpeker at for at normer skal etableres i et klasserom må rollene og forventningene tilknyttet til normene samsvare. Elevene og læreren må ha samme oppfatning av rollefordelingen. I 6. klasse samsvarer ikke forventningen til normen Natalia prøver å etablere med rollene de ulike elevene blir tildelt og tar i klasserommet. Ved å forvente at noen elever inntar rollen som bråkmaker, skaper Natalia en ubalanse når hun prøver å etablere normer som krever andre roller av henne, og av elevene. Det kan være vanskelig for Natalia og endre sin rolle i klasserommet. Dette samsvarer med Piljs og Dekker (2011) som konkluderer med at det er vanskelig for en lærer å endre sin rolle i klasserommet. Natalia møter ikke alle elevene på likt grunnlag. Hun forventer trolig at noen elever ikke kan møte hennes forventninger til hennes timer. Derfor klarer hun ikke endre sin egen rolle.

Vi kan man diskutere hvordan Natalia reflektere over hennes påvirkningskraft og hennes rolle i klasserommet for å skape positivladete normer som gagnar hele klassen. Dette har Natalia klart i 7. klasse. Natalia har en annen tilstedeværelse i 7. klasse og hennes tone med elevene er annerledes. I 7. klasse mestrer elevene å lytte til hverandre, og det er en klasse med betydelig mindre støy enn trinnet under. Natalia gir sjeldnere tilsnakk til elevene, og i klasserommet finner man matematisk argumentasjon. I denne klassen fungerer de sosiale interaksjonene, og det tyder på at læringsmiljøet er trygt. Det kan se ut som om det allerede er et normfelleskap i klassen, og som svarer til hennes egne normer og forventninger. Da er det enklere for Natalia å etablere normer i arbeid med matematisk argumentasjon. Elevene og Natalia er i en balanse med sine utdelte og etablerte roller. De samsvarer med hverandre, har felles enighet om hva de ulike rollene innebærer som gjør at Natalia får etablert normer i 7. klasse (Yackel og Cobb, 1998).

Flere studier (Planas og Gorgorio, 2004; Piljs og Dekker, 2016; Makar et al., 2015) viser til lærerens rolle for å etablere normer i klasserommet. Luana har etablert flere sosiale normer i klasserommet, hun vektlegger blant annet at elevene skal stille oppfølgingsspørsmål og kritiske spørsmål til hverandre. Dette henger også sammen med normen om at elevene skal be sine medelever om hjelp. Dette er normer Luana påpeker i intervjuet, og som vises i

observasjonene fra hennes matematikktimer. Normene er nært tilknyttet prosessmodellen (Dekker og Elshout-Mhor, 1998), der hun vil at elevene skal samarbeide. Dette vil trolig føre til at aktiviteter i prosessmodellen blir igangsatt. Luana har et bevisst forhold til arbeidet med etablering av normer. Det kan tyde på at det er lite hun gjør tilfeldig, og at hun en plan ved de fleste handlingene hun foretar seg i klasserommet. Ved å være så bevisst i sine egne handlinger, er hun antagelig også bevisst på rollen hun har i klasserommet.

I klasserommene til Natalia og Luana, finner vi noen sosiomatematiske normer. Luana har et mindre bevisst forhold til sosiomatematiske normer i arbeid med matematisk argumentasjon. I intervjuet kommer det frem at å skille argumentasjon fra matematikk og andre fag er vanskelig ifølge Luana. Hun er bevisst i sin rolle i arbeid med å etablere sosiale normer. Derimot har hun større vanskeligheter med å trekke ut konkrete sosiomatematiske normer. Den eneste sosiomatematiske normen hun refererer til er at et matematisk argument skal inneholde illustrasjoner. Dette bekreftes i observasjonene der elevens argument inneholder både matematiske egenskaper og illustrasjoner.

Analysen tyder på at det finnes en annen sosiomatematisk norm, og den sier at elevene skal reflektere over sine egne feil i en matematisk argumentasjon. Dette er en sosiomatematisk norm Luana ikke hadde et bevisst forhold til og ikke kunne reflektere rundt. Derimot finner vi den igjen i matematikktimenes hennes, et forhold som kan tyde på at hun handler etter *knowing in action* (Yackel og Cobb, 1998). Hun har muligens etablert den sosiomatematiske normen uten å ha et bevisst forhold til den. Det vil si at det kan finnes flere sosiomatematiske normer i klasserommet hennes som ikke er strategisk etablert.

Natalia på sin side har flere refleksjoner angående sosiomatematiske normer hun vil etablere i sitt klasserom. I analysen kommer det frem at Natalia har en analytisk tilnærming til matematisk argumentasjon. Dette kan føre til at elevene får samme tilnærming til matematisk argumentasjon. I 7. klasse ser man at de har samme tilnærming matematiske argument som Natalia har. Det vil si at i 7. klasse har Natalia etablert en sosiomatematisk norm angående hva som anerkjennes som et matematisk argument. Dette kan tyde på at hun har vært tydelig i sin rolle for å etablere normer, som flere studier poengter er viktig (Wood, 1999; Yackel og Cobb, 1998; 1996, Makar et al., 2015).

Det er flere sosiomatematiske normer Natalia jobber for å etablere, og en av normene er at løsningsprosessen er viktigere enn svaret. At elevene forstår hvor viktig løsningsprosessen er, og forstår at det er viktigere enn selve løsningsresultatet, kan føre til utforskning og gode

matematiske diskusjoner. Hvis Natalia velger å legge til rette for at elevene kan dele det med hverandre, kan føre utforskning og gode matematiske diskusjoner. Natalia sier hun oppmuntrer til at elevene skal utveksle ideer. Det kan tyde på at hun jobber strategisk for å etablere normen om at løsningsprosessen er viktigere enn løsningsforslaget.

Natalia har et mer bevisst forhold til sosiomatematiske normer enn hva Luana har. Vi finner sosiomatematiske normer i klassene til begge lærerne, men Natalia har flere og tydeligere refleksjoner angående sosiomatematiske normer hun vil etablere. En grunn kan være at Natalia kun er matematikklærer på skolen, jobber tettere med matematikk, og derfor har gjort seg flere refleksjoner angående matematikkfaget. Luana har derimot flere refleksjoner angående sosiale normer i arbeid med argumentasjon i mer generell forstand. Som nevnt tidligere viser analysen at lærerne har ulike refleksjoner på matematisk argumentasjon, som igjen fører til at bevisstheten rundt etablering av sosiomatematiske normer i arbeid med argumentasjon varierer.

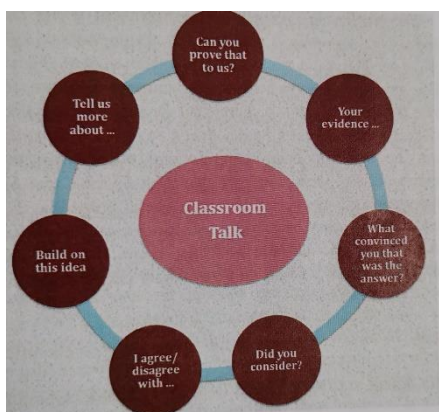
6.3 Hvilke grep bruker lærerne for å etablere normer i arbeid med matematisk argumentasjon?

Et funn som har kommet frem i analysen er at Natalia ubevisst forholder seg til grepene hun bruker for å etablere normer i arbeid med matematisk argumentasjon. På dette området skiller de to lærerne seg fra hverandre. Luana på sin side har et bevisst forhold til grepene hun anvender i sine matematikktimer, og hun har mange grep hun anvender for å etablere normer. På den andre siden har Natalia tydelige ideer om hvilke normer hun vil etablere i klasserommet, men hun klarer ikke å uttrykke hvordan hun skal gjennomføre det. I observasjonen som ble gjort i matematikktimene, viste det seg at hun brukte få grep i arbeid med å etablere normer.

Observasjonene og intervjuet viser at Natalia klart å etablere flere normer i 7. klasse enn i 6. klasse. En av årsakene til forskjellene i 6. klasse og 7. klasse kan være klassesammensetning, og Natalias forventinger til de ulike klassene. Natalia har en viktig rolle som lærer når det kommer til hvordan hun etablerer normer, og hvordan hun går frem (Yackel og Cobb, 1998). Det er tydelig at grepene hun gjør for å skape normer i arbeid med matematisk argumentasjon ikke fungerer i 6. klasse, men de fungerer i 7. klasse. Det kan gjøre at 6. klasse ikke følger reglene som er satt i klasserommet, som igjen gjør at Natalia ikke klarer å etablere normer i 6. klasse. Rollene samsvarer ikke med hverandre i forsøke på etablere normer (Yackel og Cobb, 1998). Det er interessant at i 6. klasse er det påtakelig fravær for flere sosiale normer som

fremmer læring og utvikling blant elevene. Natalia selv virker motløs, og skylder på alder og elevsammensetning, og håper det blir bedre når de blir eldre. Skal man oppnå endring i klassen, må det jobbes for å oppnå et miljø som fremmer matematisk læring, og se det i sammenheng med matematiskkompetanse og sosiale interaksjoner (Wood, 1999).

En av årsakene til at man finner flere etablerte normer i klassen til Luana kan være fordi hun går systematisk til verks sitt arbeid med å etablere disse normene. Grepene hun tar i bruk stiller krav til elevene, og brukes både individuelt og i klasseromssammenheng. Hun stiller tydelige forventinger til elevenes deltakelse i argumentasjonen. Dette er viktig for å få elevene til å delta i matematisk argumentasjon (Wood, 1999). Noen konkrete grep hun velger å bruke for å fremme deltakelse i argumentasjon er: egenvurdering, å lage kriterier for argumentasjon i grupper, og hun gjør egne avtaler med elever som har vanskeligheter for å snakke i grupper. Hun oppfordrer elevene til å bruke hverandre som ressurs. Luana tar grep med en gang noe skjer klasseromssituasjonen. Hun stopper klassen hvis hun hører negative kommentarer gitt til andre medelever i arbeid med argumentasjon. Oppstår det en slik situasjon stopper hun opp undervisningen, og snakker med elevene om hvordan det føles og være på mottakende ende av den kommentaren. På denne måten må elevene reflektere over egnen oppførsel rett etter de har vært i situasjonen, når alt sitter friskt i minnet til elevene. Da demonstrerer hun for elevene hva hun ikke aksepterer i sine timer, og setter tydelige forventinger til elevene om hvordan de bør snakke til hverandre i hennes timer. I slike situasjoner handler hun *i øyeblikket* (Makar et al., 2015).



Figur 2 -Modell for skape argumentasjon (Makar et al., 2015)

Grepene Luana tar i bruk kan knyttets opp til modellen som Makar, et al. (2015) presenterer i sin studie. Dette er en modell som presenterer mulige måter å igangsette den matematiske samtalen. Modellen gir eksempler på hvordan man kan stille spørsmål til sine medelever. Luana legger til rette for at elevene skal kunne stille slike spørsmål til hverandre i de konkrete grepene hun gjør for å etablere normer for matematiske argumentasjon. Ved å henvise elever til hverandre når de ber om hjelp, leder hun elevene inn i en slik klasseromsamtale. På denne måten må elevene

hjelpe hverandre, og det er store muligheter for at det vil oppstå en matematisk argumentasjon mellom elevene. På denne måten fører grepene Luana tar til å igangsette aktiviteter fra prosessmodellen (Dekker og Elshout-Mohr, 1998), samtidig som de deltar i en klasseroms

samtale sammen med flere medelever. Ved å be elevene jobbe sammen, og søke hjelp hos hverandre kan det føre i intellectual autonomy (Yackel og Cobb, 1996). Når elevene blir oppfordret til delta i en klasseroms samtale mellom flere elever, lære de å begrunne og bedømme matematiske løsningsprosesser. De må jobbe med sitt eget intellekt, og må bedømme andres begrunnelser, samtidig som de må begrunne sine egne resonnement og argument til andre medelever.

Makar et al. (2015) viser i sin forskning at læreren hadde hovedfokus på normene hun ville etablere fremfor på strategiene hun bruker. Luana har et fokus på både normene som skal etableres, samtidig som hun har fokus på hvilke strategier hun bruker for å etablere dem. Dette kan begrunnes ved hennes tydelig valg av grep for arbeidet med å etablere normer for matematisk argumentasjon. Ved å ta bevisste valg i timen, kan lærernes valg forme elevene, og elevene kan speile læreren. I flere situasjoner henvender hun elevene til hverandre når de spør om hjelp. Det kan være en strategi for å etablere normen, at man skal be sine medelever om hjelp.

Natalia har et mindre bevisst forhold til sine strategier for å etablerer sosiale normer i klassen. I intervjuet har hun refleksjoner angående normer som er viktige å etablere i klassen, men veien dit har hun vanskeligere for å uttrykke. En grunn kan være at hun jobber i knowing in action (Yackel og Cobb, 1998) som vil si at hun tar beslutninger i klasserommet, som hun nødvendigvis ikke tenker over. Hvis hun da gjentar et visst mønster flere ganger, kan en sosial norm bli etablert. Derimot klarer hun ikke å forklare hva den er, når hun blir bedt om å forklare normer.

Årsaken til at lærerne har forskjellig bevissthet rundt grep de tar i bruk for å etablere normer er vanskelig å svare på. Det kan ha noe med deres identitet som lærer og gjøre, eller det kan ha noe å si hvilke trinn de underviser på, og hvilke trinn de tilhører av barneskole og ungdomsskole. Det er mulig at det forventes mer av barneskolelærerne i arbeid med å etablere normer, enn det gjøres av ungdomsskolelærer.

Dette er det vanskelig å svare på da studiet ikke er omfattende nok til å svare på spørsmålet. Likevel har jeg gjort meg noen refleksjoner. Det er viktig at man er bevisst på egne definisjoner av matematisk argumentasjon, og har gjort seg refleksjoner på hvordan man skaper argumentasjon i klasserommet. Man må skape undervisningsmetoder som gir elevene mulighet til å argumentere sammen. Da kan elevene bli gode til å lage argumenter, og samtidig lytte til hverandre. Ved å oppfordre elevene til å dele resonnement og argument, kan

man utvikle elevenes matematiske forståelse, og oppnå læring. Skal man få elevene til å delta i argumentasjon bør man skape gode normer i arbeidet med matematisk argumentasjon. Det er viktig med trygge omgivelser som gjør at elevene tør å delta i den matematiske argumentasjonen. Elevene skal tørre å gi av seg selv, samtidig som de føler seg sett, og ivaretatt.

7. Konklusjon

I denne studien har jeg forsket på matematisk argumentasjon på en brasiliansk skole. Jeg har prøvd å svare på følgende problemstilling;

En casestudie: Matematisk argumentasjon på en brasiliansk skole.

Hvordan definerer og reflekterer to lærere rundt matematisk argumentasjon, og hvordan jobber lærerne for å etablere og utvikle normer i arbeid med matematisk argumentasjon?

For å svare på problemstillingen har jeg intervjuet og observert to lærere på 5. trinn, 6. trinn og 7. trinn. De transkriberte intervjuene ble analysert for å forstå og finne ut hvordan lærerne reflekterer rundt matematisk argumentasjon, og hvordan man etablerer og utvikler normer i arbeid med matematisk argumentasjon. Observasjonene som er analysert supplerer intervjuene for å finne ut om det som blir sagt i intervjuene stemmer med undervisningen som er observert.

Et av hovedfunnene i studien viser at de to lærerne har ulikt syn på matematisk argumentasjon. Natalia har tydelige refleksjoner rundt matematisk argumentasjon, og hun har en analytisk tilnærming til matematisk argumentasjon. Hun skiller mellom argumentasjon i naturvitenskapen og samfunnsvitenskapen. Da hun mener at i samfunnsvitenskapen argumenter man ved tolkning og er subjektiv, mens argumentasjon i naturvitenskapen bygger på sannheter. Luana skiller ikke mellom argumentasjon i ulike fag. Det eneste tydelige skillet hun har er at i matematisk argumentasjon bruker man illustrasjoner. Det kommer frem i analysen at Luana har en mer substansiell tilnærming til matematisk argumentasjon. Samtidig kommer det frem at Luana mener at argumentasjon er et sosialt fenomen noe som står i kontrast med Natalias perspektiv som vektlegger det sosiale perfektivet i sine refleksjoner.

Det andre hovedfunnet viser at Luana har et bevisst forhold til å etablere normer i arbeid med matematisk argumentasjon. Hun har etablert flere normer i klasserommet i arbeid med argumentasjon, og bruker konkrete handlinger og grep i arbeidet med å etablere normer for matematisk argumentasjon. Natalia har et mindre bevisst forhold til å etablere normer i arbeid med matematisk argumentasjon, hvor hun har få konkrete grep hun bruker. Dette gjenspeiles i analysen av observasjonene. Hun har ideer på normer hun vil etablere, men få grep som gjøre at normene ikke etableres i klasserommet.

7.1 Videre forskning

I denne studien har jeg forsket på matematisk argumentasjon på en brasiliansk skole. Da studiet var en case-studie kan ingen av funnene generaliseres, og det gir oss ikke en oversikt over hvordan ulike skoler i Brasil arbeider med matematisk argumentasjon. Derfor vil en naturlig overgang være å se på flere skoler i Brasil. Siden Brasil er et av verdens mest befolkende land, vil det være spennende og lærerikt å se forskjellene på hvordan ulike skoler i de forskjellige delstatene jobber med matematisk argumentasjon. Brasil har gått fra å ha regionale læreplaner til nasjonale. Læreplanen gjelder nå for alle skolene i Brasil, og har derfor de samme retningslinjene i arbeid med matematisk argumentasjon.

Siden Brasil er et svært stort land med store kontraster, vil det være spennende å se hvordan både privatskoler og offentlige skoler arbeider med matematisk argumentasjon. Det er store forskjeller mellom ressursene de ulike skolene har tilgang på. De offentlige skolene har mindre ressurser enn privatskolene. Samtidig er det forskjeller mellom privatskolene, og mellom de ulike offentlige skolene. Derfor vil det være spennende å se hvordan tilgjengelige ressurser påvirker arbeidet med matematisk argumentasjon på de ulike skolene. Da kan man se etter forskjeller og utfordringer i arbeid med matematisk argumentasjon.

En annen vei å gå er å sammenligne skoler i Brasil med skoler i Norge i arbeid med matematisk argumentasjon. Kan man finne forskjeller og likheter i arbeidet for å etablere normer i matematikklasserommet, og i arbeid med matematisk argumentasjon. Man kan undersøke om man bruker argumentasjon forskjellig i det matematikklasserommet. Samtidig kan man se etter hvordan ulike lærere med ulike nasjonaliteter reflekterer rundt matematisk argumentasjon. Det vil være spennende å se hvor bevisste de ulike lærerne og skolene er i arbeid med å etablere sosiale og sosiomatematiske normer i arbeid med matematisk argumentasjon. Jeg tror man kan lære mye av å studere forskjeller og likheter i ulike land. Fra denne studien er det mye jeg vil ta med meg inn i klasserommet som nyutdannet lærer. Jeg har lært mye av lærerne Luana og Natalia.

Bibliografi

- Balacheff, N (2010). Bridging Knowing and Proving in Mathematics: A Didactical Perspective. I Hanna, G., Jahnke, H. & Pulte, H. (2010) *Explanation and Proof in Mathematics: Philosophical and Educational Perspectives*(s.115-135). DOI10.1007/978-1-4419-0576-5_9.
- Bruner, J. (1990). *Act of meaning*. Cambridge: Harvard University Press.
- Bryman, A. (2016). *Social Research Methods* (5. utg.). Oxford: Oxford University Press.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L. & Levi, L. (2003). *Thinking Mathematically: Integrating Arithmetic and Algebra in Elementary School*. Portsmouth: Heinemann Educational Books.
- Copenhagen consensus center(2019) Brazil Perspectives: Education. Hentet fra <https://www.copenhagenconsensus.com/publication/brazil-perspectives-education>
- Dekker, R. & Elshout-Mohr, M. (1998) A process model for interaction and mathematical level raising, *Educational Studies in Mathematics, 1998*, 36, s. 303-314.
- Dalen, M. (2011). *Intervju som forskningsmetode: En kvalitativ tilnærming* (2 utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- De Villers, M., 1990. The role and function of proof in mathematics. *Pythagoras* 24(24) s. 17-24.
- Edelson, D.C., Gordin, D.G., Roy D. Pea, R.D.,(1999) Addressing the Challenges of Inquiry-Based Learning Through Technology and Curriculum Design. *The Journal of the Learning Sciences*, 8(3-4), s.391-450.
- Educação é a base (2018) Base nacional comum curricular. Hentet fra http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

- Enge, O., & Valenta, A. (2015). Student teachers' work on reasoning and proving. In H. Silfverberg, T. Kärki & M. S. Hannula (Eds). *Nordic research in mathematics education – Proceedings of NORMA 14*, Turku, June 3-6, 2014. (s. 61-70).
- Ernest, P. (2002). Empowerment in mathematics education. *Philosophy of Mathematics Education*, 15. <http://socialsciences.exeter.ac.uk/education/research/centres/stem/publications/pmej/pome15/empowerment.htm>
- Eskeland Rangnes (2016). Samtalekvaliteter- i og mellom praksiser I Johnsen-Høines, M., & Herheim, R. (2016). *Matematikksamtaler: Undervisning og læring – analytiske perspektiv* (s.53-76). Bergen: Caspar
- .Evens, H. & Houssart, J. (2004). Categorizing pupils' written answers to a mathematics test question: "I know but I can't explain". *Educational Research* 46(3) s. 269-282. DOI: 10.1080/0013188042000277331
- Hanna, G. (1989b). More than formal proof. *For the learning of mathematics*. 9(1) s. 20-25.
- Herheim, R. & Eskeland Rangnes(2016). Kritisk-matematisk argumentasjon og agens. I Johnsen-Høines, M., & Herheim, R. (2016). *Matematikksamtaler: Undervisning og læring - analytiske perspektiv* (s.107-122) Bergen: Caspar.
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). Det kvalitative forskningsintervju (2. utgave). Oslo: Gyldendal Akademiske.
- Krummhuier, G. (1995). The ethnography of argumentation. I P. Cobb, & H. Bauersfeld, *The emergence of mathematical meaning making: Interaction in classroom cultures* (s. 229-270). Hillsdale: Lawrence Erlbaum.
- Krummheuer, G. (2007) Argumentation and participation in the primary mathematics classroom. Two episodes and related theoretical abductions, *Journal of Mathematical Behavior*, 2007, 26, s. 60-82. DOI: 10.1016/j.jmathb.2007.02.001
- Krumsvik, R., J. (2014). Forskningsdesign og kvalitativ metode – ei innføring. Bergen: Fagbokforlaget.

- Lavy, I. (2006). A case study of different types og arguments emerging from explorations in an interactive computerized environment. *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(2), s. 153-169.
- Leira, T. (2019). Brasil. *Store norske leksikon*. Hentet fra [https://snl.no/Brasil#-Folk og samfunn](https://snl.no/Brasil#-Folk_og_samfunn)
- Makar, K., Bakker, A. & Ben-Zvi, D. (2015). Scaffolding norms of argumentation-based inquiry in a primary mathematics classroom. *ZDM Mathematics Education*, 2015, 47, s. 1107- 1120. DOI: 10.1007/s11858-015-0732-1
- Merriam, S. (1995). What Can You Tell From An N of1?: Issues of validity and reliability in qualitative research. *PAACE Journal of lifelong learning*. 4(1) 50-60. Pennsylvania: PAACE.
- Oliveira, E. (2018). Uase 4 em cada 10 jovens de 19 anos não concluíram o ensino médio, aponta levantamento. *Globo*. Hentet fra <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2018/12/18/quase-4-em-cada-10-jovens-de-19-anos-nao-concluiram-o-ensino-medio-aponta-levantamento.ghtml>
- Pijls, M., & Dekker, R. (2011). Students discussing their mathematical ideas: The role of the teacher. *Mathematics Education Research Journal*, 23(4), s. 379-396.
- Planas, N. & Gorgorió (2004). Are Different Students Expected to Learn Norm Differently in the Mathematics Classroom, *Mathematics Education Research Journal*, 2004, 16:1 s. 19-40. Hentet fra: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF03217389>
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 77(1), 20-26.
- Schwandt, T. A. (2001). *Dictionary of qualitative inquiry*. Thousand Oaks: Sage.
- Schwarz, B.B., & Asterhan, C. (2015). Argumentation and reasoning. I Littleton, K., Wood, C. & Kleine, J. (Red) *StaarmanInternational Handbook of Psychology in Education (s.137-176)*. Storbritannia: Emerald Group Publishing.
- Skole og utdanning i Brasil (2015). *I store norske leksikon*. Hentet fra [https://snl.no/Skole og utdanning i Brasil](https://snl.no/Skole_og_utdanning_i_Brasil)

- Staples, M. & Newton, J. (2016). Teachers' Contextualization of Argumentation in the Mathematics Classroom, *Theory Into Practice*, 55:4, s.294-301, DOI: 10.1080/00405841.2016.1208070
- Tjora, A (2018). Norm, *Store norske leksikon*. Hentet fra <https://snl.no/norm>
- Utdanningsdirektoratet (2019). Læreplan i matematikk 1.–10. trinn. Hentet fra <https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-1k20/MAT01-05.pdf>
- Utdanningsdirektoratet (2019). Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen. Hentet fra <https://www.udir.no/1k20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/sosial-laring-og-utvikling/>
- Utdanningsdirektoratet (2013). Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04): Hovedområde. Hentet fra <https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Hovedomraader>
- Utdanningsdirektoratet (2013). Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04): Grunnleggende ferdigheter. Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter
- Wood, T. (1999). Creating a Context for Argument in Mathematics Class, *Journal for Research in Mathematics Education*, 1999, 30:2, s. 171-191. Hentet fra: <https://www.jstor.org/stable/749609>
- Yackel, E & Cobb, P (1998). A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom, s.158-190. DOI: 10.1017/CBO9780511720406.007
- Yackel, E. (2001). Explanation, Justification and Argumentation in Mathematics Classrooms I van den Heuvel-Panhuizen, M. (Red), *Proceedings of the 25th international conference on the psychology of mathematics education*, (Vol 1, s.9–23). Utrecht-Nederland: IGPME.
- Yackel, E. & Cobb, P (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation and Autonomy in Mathematics, *Journal for Research in Mathematics Education*, 1996, 27:4, s. 458-477. Hentet fra: <https://www.jstor.org/stable/749877>

Vedlegg 1

Her viser det oppgaver 5.klasse jobbet med, og hvordan lærer har skrevet ned og laget et løsningsforslag til oppgavene. Oppgavene ble jobbet med i forskjellige timer.

data / /

1. Trace uma circunferência de forma que o quadrado fique inscrito na circunferência.

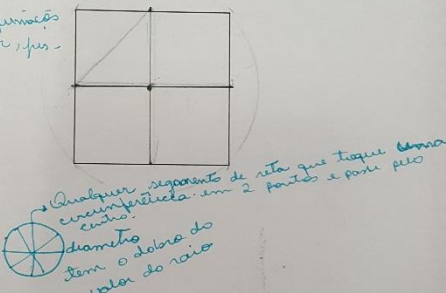
quadrado

- descobrir como do quadrado

- estabelecer relações
- refletir
- fazer conjecturas
- argumentar, justificar

qualquer segmento de reta que toque uma circunferência em 2 pontos a partir pelo centro

diâmetro tem o dobro do valor do raio



Faça um roteiro explicando como resolver o problema. Escreva seu texto como se fosse uma receita.

Quais as relações entre os retângulos e a circunferência.

A diagonal é um recurso útil - a necessidade ou determina o centro

Onde ficam o compasso? Que abertura fazer?

76

data/...../.....

5. O segmento abaixo é uma das diagonais de um retângulo. Sua tarefa é, a partir dele, construir o retângulo que tem esse segmento como diagonal. Para isso, você pode usar esquadro, lápis e compasso.

encontrar pelo método
trazer a \odot
trazer outro diâmetro
ligar os pontos assim

encontrar pelo método
trazer outro segmento
de mesmo tamanho
trazer - ligam pontos

verificar se é \square
4 lados
2 lados paralelos
4 lados
↓
 \square é retângulo
de lados =
quadrado - categoria
de ret.

ambos do uso
da circunferência

Se precisar, anote o que foi discutido:

Figur 3- Bilde viser oppgaven elevene fra observasjonen i 5. klasse (se. kap 5).

data | |

3. Após a discussão coletiva, registre as conclusões sobre como traçar uma circunferência circunscrita no quadrado e/ou no retângulo.

Vedlegg 2

Dette er et eksempel på hvordan en time er planlagt i 7. klasse.

Time 5

Plan for timen

- Proporsjonalitet i likeverdige brøker
- Proporsjonalitetskonstant
- Operere med brøker i proporsjonale situasjoner
- Undersøke forhold
- Studie av multiplikasjon: sammenhenger mellom multiplikasjonsoperasjoner og deling med brøker.

Elevarbeid

1. Gjennomgang av hjemmeoppgaver: aktivitet 6 – oppgave 5, 6 og 7 (30 min)
2. Igangsette aktivitet 5 (30 min)

Multiplikasjon og deling av brøker

Legg merke til:

Gå igjennom: Eksempel c: naturlig tall (multipliserer en brøk med et naturlig tall)

Gå igjennom: Eksempel d: naturlig tall (dele en brøk med et naturlig tall)

Konklusjon: Når vi multipliserer brøker, må vi multiplisere teller med teller og multiplisere nevner med nevner.

Gå igjennom eksempler

Deling av brøker

Legg merke til:

Gå igjennom eksempel: Forskjellige fra 0 og naturlige tall (dele en brøk med et naturlig)

Gå igjennom eksempel: når divisor blir mindre så øker kvotienten

Konklusjon: Man deler en brøk med en annen brøk ved at telleren og nevneren i den andre brøken bytter plass, og deretter ganges denne brøken med den første brøken

Gå igjen eksempler

Vedlegg 3

Intervjuguide til Luana

1) Hvor lenge har du vært lærer?

Para quanto tempo voce era professora ?

2) Hvor mye utdanning har du innenfor matematikk og matematikk didaktikk ?

Qual e seu consepsao de matematica? Quantos tempo voce estudou para formar de matematica ?

3) Hva legger du i begrepet matematisk argumentasjon?

Que significa arguemtasao matematica para voce?

4) Hva karakteriserer argumenter i matematikk?

O que caracteriza um arguemto no matematica?

5) Hvordan hjelper de elevene til å forstå hva som karakteriserer argumentasjon i matematikkfaget?

Como voces ajudam as aulas entender as caracteriza dos argumentos na disciplina matematica?

6) Det hva tenker er forskjellen mellom på argumentasjon i matematikk og argumentasjon med matematikk?

Qual e a diferencia sobre arguemtasao em matematica e arguemtasao com matematica?

7) Læreplanen omtaler argumentasjon- produserer overbevisende argumenter. Hva innebærer dette for deg?

O curriculo national fala sobre agrumtasao – produsir arguemtos convincentes. Que significa este para voce?

8) Hvordan lærer du bort matematisk argumentasjon til dine elever, hvilke metoder bruker du?

Como voce ensina, metodos arguemtasao matematica para seus alunos ?

9) Hvordan legger du til rette for matematisk argumentasjon i dine timer?

Como voce possibilita a arguemtasao na matematica na suas aulas?

10) Hvilke utfordringer ser du i arbeid med matematisk argumentasjon?

Quais sao desafios a arugmetasao provacas nas alunos?

11) Hvordan skaper du et godt læringsmiljø for arbeid med matematisk argumentasjon?

Como voces criam um clima favoravel para arguementasao matematica, (seguro para as alunos) voces fazem propostas espesificas na diseplina matematica para arguemtsao?

12) Har du elever som vegrer seg for å delta i argumentasjonen i klasserommet?

Tem alunos com vergonia de falar e arguemtar?

Vedlegg 4

Intervjuguide til Natalia

1) Hvor lenge har du jobbet som matematikklærer?

Para quanto tempo voce era professora de matematica?

2) Hvor mye utdanning har du innenfor matematikk og matematikk didaktikk ?

Qual e seu consepcao de matematica? Quantos tempo voce estudou para formar de matematica?

3) Hva legger du i begrepet matematisk argumentasjon?

Que signefica arguemtasao matematica para voce?

4) Det hva tenker er forskjellen mellom på argumentasjon i matematikk og argumentasjon med matematikk?

Qual e a diferencia sobre arguemtasao em matematica e arguemtasao com matematica?

7) Læreplanen omtaler argumentasjon- produserer overbevisende argumenter. Hva innebærer dette for deg?

O curriculo national fala sobre agrumtasao – produsir arguemtos convincentes. Que significa este para voce?

8) Hvordan lærer du bort matematisk argumentasjon til dine elever, hvilke metoder bruker du?

Como voce ensina, metodos arguemtasao matematica para seus alunos ?

9) Hvordan legger du til rette for matematisk argumentasjon i dine timer?

Como voce possibilita a arguemtasao na matematica na suas aulas?

10) Hvilke utfordringer ser du i arbeid med matematisk argumentasjon?

Quais sao desafios a arugmetasao provacas nas alunos?

11) Klasse 6B – er dette en klasse som vil klare å gjennomføre en matematisk diskusjon, og argumenterer frem og tilbake- utfordringer? Hva skal til for at det skal gå bra?

Observei que 6B nao oviem ums aos outros, como voce vai resolver isso ? 3 pontos

- 6B – eu observei que, me parecia eles não tem intimidades, brincam com o fala dos outros, tem vergonia para falar em publico, não escutam,
- Como voce trabalha frente na esse cenário com argumentação matemática?
- para argumentar, criar argumentos, eles preferem ouvir os outros e responder
- como voce faz para resolver isso?

12) Kan du sammenligne de ulike klassene?

Comperando os duas classes que voce tem de dizer ?

Oppfølgingsspørsmål – skriftlig

13) Tenker du at det er forskjell mellom et (gyldig) argument i matematikkfaget sammenliknet med andre fag?

Você acha que há diferença entre um argumento válido na disciplina de matemática em comparação com outras disciplinas?

14) Hvilke metoder bruker du som lærer for å skape matematisk argumentasjon i klasserommet?

Quais métodos você usa como professor para criar argumentos matemáticas na sala de aula?

15) Er det forskjell mellom matematikkfaget og andre fag når du arbeider med å etablere normer for argumentasjon?

Existe alguma diferença entre a disciplina de matemática e outras disciplinas quando você trabalha para estabelecer normas para argumentação?

Vedlegg 5

Forespørsel til lærere om deltakelse i forskningsprosjektet Argumentasjon og kritisk matematikkundervisning i flerspråklige klasserom

Jeg er en lærerstudent ved Høgskulen på Vestlandet (HVL) som skal gjennomføre et casestudie på _____ skole. Formålet med studien er å undersøke hvordan en brasiliansk lærer og hennes elever bruker argumentasjon i undervisning, der jeg vil diskutere opp mot norske undervisningspraksiser. Med dette skrivet informerer jeg om prosjektet sitt innhold og hva det innebærer for lærerne og elever som deltar.

Formålet med prosjektet

Målet med prosjektet er å utvikle mer kompetanse på hvordan man kan arbeide med argumentasjon. Dette gjøres gjennom å se på en lærer fra et annet skolesystem. Det skal fokuseres på hvordan hun arbeider med læreplaner fra Sao Paulo, en brasiliansk stat, og knytte dette opp mot norsk undervisningspraksis. Dette studie er en del av et større prosjekt der målet er å heve lærerstudenters kompetanse i å legge til rette for matematikkundervisning for elever i flerspråklige klasserom på barnetrinnet. Skolene som deltar i prosjektet, er samarbeidsskoler eller praksisskole i samarbeid med Høgskulen på Vestlandet. Prosjektet varer i fire år, og er et forskningssamarbeid mellom lærer, elever, lærerstudenter og lærerutdannere. Masterstudent, Line Dale Fonnes, ønsker å samle inn datamaterialet.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

HVL er ansvarlig for prosjektet, og det er ledet av Professor Tamsin Meaney. Prosjektet gjennomføres i samarbeid med Bergen Kommune, og det er støttet av Norges forskningsråd.

Hva innebærer det å delta?

Deltagelse innebærer at noen undervisningstimer kan bli observert, og at man i ettertid kan bli intervjuet angående undervisning og prosjektet. I tillegg til at noen planleggingsmøter sammen med masterstudent kan bli gjort lydopptak eller videoopptak av. Lærer vil bli

observert i en matematikk time om dagen i en periode på 4 uker. Intervju som bli gjennomført vil ha en maksimal tid på 60 minutter.

Personvern – Hva skjer med opplysningene?

Alle personopplysninger blir behandlet konfidensielt og materiale med personopplysninger lagres på HVL sin forskerserver. Kun forskere i prosjektgruppen vil ha tilgang til datamaterialet i et år, deretter vil det kun være anonymiserte transkripsjoner og skriftlige materiale som er tilgjengelig. Deltakere vil ikke kunne bli identifisert i publikasjoner. Alle opptak vil bli slettet når studien avsluttes 15/05.2021. Videre bruk av dataene blir i presentasjoner, undervisning, eventuelle oppfølgingsstudier og senere forskning basert på transkribert og anonymisert materiale.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Jeg spør om du kan vil delta i prosjektet fordi du underviser i matematikk på _____ skole.

Frivillig deltagelse

Det er frivillig å delta i studien og man kan trekke seg uten å oppgi grunn, så lenge studien pågår. Det vil ikke få negative konsekvenser om du velger å trekke deg fra forskningsprosjektet. Da vil alle opplysninger om deg bli slettet og vil ikke bli brukt i forskningsprosjektet.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av personopplysninger om deg
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av personopplysninger om deg.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke. På oppdrag fra HVL har NSD (Norsk senter for forskningsdata AS) vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet e i

samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Dersom du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Ansvarlig for prosjektet ved HVL: Tamsin Meaney, Epost: Tamsin.Jillian.Meaney@hvl.no
- Masteransvarlig: Silke Lekaas, Epost: Silke.Lekaas@hvl.no
- Masterstudent: Line Dale Fonnes, tlf: +47 47863357, epost: linedalef@hotmail.com
- HVLS personvernombud, Advokat Halfdan Mellbye, personvernombud@hvl.no
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: +47 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

.....

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt og forstått informasjon om studien *Argumentasjon og kritisk matematikkundervisning i flerspråklige klasserom* og har fått anledning til å stille spørsmål.

Jeg samtykker til at jeg, (navn) kan

- delta i videopptak
- delta i lydopptak
- delta i intervju

Jeg samtykker til at opplysninger behandles frem til studien er avsluttet, 15.05.2021.

(Signert av lærer, dato)

Pedido de autorização para participação em projeto de pesquisa

Argumentação e ensino crítico de matemática em salas de aula multilíngues

Sou estudante de pedagogia na Western Norway University of Applied Sciences (HVL) e irei conduzir um estudo de caso na escola _____. O objetivo do estudo é investigar como os professores brasileiros e seus alunos usam a argumentação no ensino de matemática, e assim examinar meu próprio entendimento sobre as práticas de ensino norueguês. Neste documento, informarei aos professores sobre o conteúdo do projeto e o que isso significa para os participantes.

O objetivo do projeto

O objetivo do projeto é desenvolver mais experiência em como trabalhar com a argumentação no ensino de matemática. Isso é feito observando professores em outro sistema escolar. O projeto se concentrará em como professores brasileiros no estado de São Paulo lecionam. E como este método se vincula à prática norueguesa de ensino.

Este estudo é parte de um projeto maior, em que o objetivo é aumentar a competência dos estudantes de pedagogia. E na facilitação do ensino de matemática para alunos em salas de aula multilíngues na fase infantil. As escolas participantes do projeto são escolas parceiras ou escolas profissionais em colaboração com o Western Norway University of Applied Sciences (HVL) na Noruega. O projeto dura quatro anos e é uma colaboração de pesquisa entre professores, alunos, estudantes de pedagogia e educadores de professores. A estudante de pedagogia, Line Dale Fonnes, deseja coletar dados no Brasil para sua tese de mestrado que será conectada ao projeto LATAACME.

Quem é responsável pelo projeto de pesquisa?

HVL é responsável pelo projeto, e é coordenado pelo Professor Tamsin Meaney. O projeto está sendo realizado em colaboração com o município de Bergen e é apoiado pelo Conselho de Pesquisa da Noruega.

O que significa participar do projeto?

A participação significa que algumas atividades de matemática serão observadas e gravadas. Eu também irei entrevistar o professor sobre as atividades de matemática e as argumentações durante as aprendizagens. As entrevistas irão durar no máximo 1 hora. Uma aula de matemática será observada uma vez ao dia por um período de 4 semanas. Além disso, irei gravar algumas reuniões de planejamento nas quais participarei.

Privacidade- O que irá acontecer com as informações coletadas?

Todos os dados pessoais são tratados confidencialmente e o material que contém dados pessoais é armazenado no servidor de pesquisa da HVL.

Somente o aluno mestre terá acesso ao material de dados por um ano, após o qual outros pesquisadores terão acesso a transcrições anônimas e cópias do material escrito coletado nas aulas. Os participantes não serão identificados nas publicações. O projeto programado para terminar em 15 de maio de 2021.

Por que você foi convidado a participar?

Você foi convidado(a) a participar do projeto porque você leciona matemática na Escola _____.

Participação voluntária

A participação no estudo é voluntária e você pode sair do projeto sem apresentar qualquer motivo, mesmo que o estudo ainda esteja em andamento. Sua decisão de não fazer mais parte do projeto, não terá nenhuma consequência negativa. Todas as informações sobre você serão excluídas e não serão usadas no projeto de pesquisa.

Seus direitos

Desde que você possa ser identificado no material de dados, você tem direito a:

- detalhes sobre quais informações pessoais foram registradas sobre você,
- obter informações pessoais mantidas sobre você,
- excluir informações pessoais sobre você,
- obter uma cópia de suas informações pessoais,
- enviar uma reclamação ao Privacy Ombudsman ou ao Centro Norueguês de Dados de Pesquisa (Norwegian Center for Research Data) sobre o processamento de seu dados pessoais.

O que nos dá o direito de processar informações pessoais sobre você?

Iremos processar informações pessoais sobre você com base no seu consentimento. Isto se HVL, NSD (Norwegian Center for Research Data AS) tenha considerado que o processamento de dados pessoais neste projeto está em conformidade com os regulamentos de privacidade.

Onde você pode adquirir mais informações?

Se você tiver dúvidas sobre o estudo ou desejar exigir seus direitos, entre em contato com:

- Responsável pelo projeto em HVL: Tamsin Meaney, email: Tamsin.Jillian.Meaney@hvl.no
- Responsável pelo mestrado em HVL: Silke Lekaas, email: silke.lekaas@hvl.no
- Aluna mestre: Line Dale Fonnes, tel: +47 47863357, email: linedalef@hotmail.com
- HVL privacy ombudsman, Advogado Halfdan Mellbye, personvernombud@hvl.no
- NSD - Norwegian Center for Research Data AS, por e-mail (personal.services@nsd.no) ou pelo telefone: +47 55 58 21 17.

Obrigado pela atenção

Consentimento de participação em projeto de pesquisa.

Recebi e compreendi as informações sobre o estudo *Argumentação e ensino crítico de matemática em salas* tive a oportunidade de fazer perguntas.

Concordo que eu..... (nome) quero

- participar da gravação de vídeo
- participar da gravação de áudio
- participar de uma entrevista

Concordo que as informações serão anonimizadas após um ano.

(Assinatura do professor (da professora), data)

Vedlegg 5

Forespørsel til foresatte om barns deltakelse i forskningsprosjektet

«Argumentasjon og kritisk matematikkundervisning i flerspråklige klasserom»

Jeg er en lærerstudent ved Høgskulen på Vestlandet (HVL) som skal gjennomføre et casestudie på skolen _____. Formålet med studien er å undersøke hvordan en brasiliansk lærer og hennes elever bruker argumentasjon i undervisning, der jeg vil diskutere opp mot norske undervisningspraksiser. Med dette skrivet informerer jeg om prosjektet sitt innhold og hva det innebærer for barna som deltar.

Formålet med prosjektet

Målet med prosjektet er å utvikle mer kompetanse på hvordan man kan arbeide med argumentasjon. Dette gjøres gjennom å se på en lærer fra et annet skolesystem. Det skal fokuseres på hvordan hun arbeider med læreplanen fra Brasil, og knytte dette opp mot norsk undervisningspraksis. Dette studie er en del av et større prosjekt der målet er å heve lærerstudenters kompetanse i å legge til rette for matematikkundervisning for elever i flerspråklige klasserom på barnetrinnet. Skolene som deltar i prosjektet er samarbeidsskoler eller praksisskole i samarbeid med Høgskulen på Vestlandet. Prosjektet varer i fire år, og er et forskningssamarbeid mellom lærer, elever, lærerstudenter og lærerutdannere. Masterstudent, Line Dale Fonnes, ønsker å samle inn datamaterialet.

Hva innebærer det å delta?

Deltagelse innebærer at noen undervisningstimer som eleven deltar i blir observert, og det kan gjennomføres lydopptatt av gruppearbeid. Alle elever deltar i undervisningen, men kun de som gir samtykke blir observert. Etter samtykke kan også skriftlig elevarbeid bli samlet inn. Elevene vil bli observert i en matematikktime om dagen, i en periode på 4 uker. Det vil ikke påvirke undervisning eller forhold til skolen om eleven ikke deltar i prosjektet.

Personvern – Hva skjer med opplysningene?

Alle personopplysninger blir behandlet konfidensielt og materiale med personopplysninger lagres på HVL sin forskerserver. Kun forskere i prosjektgruppen vil ha tilgang til datamaterialet i et år, deretter vil det kun være anonymiserte transkripsjoner og skriftlige materiale som er tilgjengelig. Deltakere vil

ikke kunne bli identifisert i publikasjoner. Alle opptak vil bli slettet når studien avsluttes 15/05.2021. Videre bruk av dataene blir i presentasjoner, undervisning, eventuelle oppfølgingsstudier og senere forskning basert på transkribert og anonymisert materiale.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Barnet ditt går på x-skolen som har sagt ja til å delta i forskningsprosjektet ved HVL.

Frivillig deltagelse

Det er frivillig å delta i studien og man kan trekke seg uten å oppgi grunn, så lenge studien pågår. Det vil ikke få negative konsekvenser om du/dere velger å ikke delta eller trekke barnet ditt/deres fra forskningsprosjektet. Da vil alle opplysninger om barnet bli slettet og vil ikke bli brukt i forskningsprosjektet.

Dine rettigheter

Så lenge ditt barn kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om ditt barn,
- å få rettet personopplysninger om ditt barn,
- få slettet personopplysninger om ditt barn,
- få utlevert en kopi av personopplysninger om ditt barn
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av personopplysninger om ditt barn.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om ditt barn?

Vi behandler opplysninger om ditt barn basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra HVL – Høgskulen på Vestlandet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Høgskulen på Vestlandet er ansvarlig for prosjektet, og det er ledet av Professor Tamsin Meaney.

Prosjektet gjennomføres i samarbeid med Bergen Kommune, og det er støttet av Norges

forskningsråd.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Dersom du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Ansvarlig for prosjektet ved Høgskulen på Vestlandet: Tamsin Meaney,
Epost: Tamsin.Jillian.Meaney@hvl.no
- Master ansvarlig: Silke Lekaus, Epost: Silke.Lekaus@hvl.no
- Masterstudent: Line Dale Fønnes, tlf: +47 47863357, epost: linedalef@hotmail.com
- HVLS personvernombud, Advokat Halfdan Mellbye, personvernombud@hvl.no
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: +47 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

.....

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt og forstått informasjon om studien «Argumentasjon og kritisk matematikkundervisning i flerspråklige klasserom» og har fått anledning til å stille spørsmål.

Jeg samtykker til at barnet mitt (navn) kan

- delta i lydopptak
- delta med elevarbeid

Jeg samtykker til at opplysninger behandles frem til studien er avsluttet, 15.05.2021.

(Signert av foresatte til eleven, dato)

(Signert av elev, dato)

Pedido de autorização dos pais ou responsáveis para participação de alunos em projeto de pesquisa

Argumentação e ensino crítico de matemática em salas de aula multilíngues

Sou estudante de pedagogia na Western Norway University of Applied Sciences (HVL) e irei conduzir um estudo de caso na Escola da Vila em São Paulo. O objetivo do estudo é investigar como os professores brasileiros e seus alunos usam a argumentação no ensino de matemática, e assim examinar meu próprio entendimento sobre as práticas de ensino norueguês. Nesta documento, informarei aos pais ou responsáveis sobre o conteúdo do projeto e o que isso significa para alunos participantes.

O objetivo do projeto

O objetivo do projeto é desenvolver mais experiência em como trabalhar com a argumentação no ensino de matemática. Isso é feito observando o ensino de matemática em outro sistema escolar. O projeto se concentrará em métodos de ensinios brasileiro. E como os métodos são usados no ensino de matemática, e como este se vincula à prática norueguesa de ensino. Este estudo é parte de um projeto maior, em que o objetivo é aumentar a competência dos estudantes de pedagogia. E na facilitação do ensino de matemática para alunos em salas de aula multilíngues na fase infantil. As escolas participantes do projeto são escolas parceiras ou escolas profissionais em colaboração com o Western Norway University of Applied Sciences (HVL) na Noruega. O projeto dura quatro anos e é uma colaboração de pesquisa entre professores, alunos, estudantes de pedagogia e educadores de professores. A estudante de pedagogia, Line Dale Fonnes, deseja coletar dados no Brasil para sua tese de mestrado que será conectada ao projeto LATACME.

Quem é responsável pelo projeto de pesquisa?

HVL é responsável pelo projeto, e é coordenado pelo Professor Tamsin Meaney. O projeto está sendo realizado em colaboração com o município de Bergen e é apoiado pelo Conselho de Pesquisa da Noruega.

O que significa participar do projeto?

A participação significa que algumas atividades de matemática serão observadas e gravadas. Consequentemente, os alunos que participarem serão observados e filmados. Todos os alunos irão participar do ensino, mas apenas aqueles derem consentimento serão observados. Mediante do consentimento, o trabalho escrito do aluno também poderá ser coletado. Os alunos serão observados em uma aula de matemática por dia, por um período de 4 semanas.

Privacidade- O que irá acontecer com as informações coletadas?

Todos os dados pessoais são tratados confidencialmente e o material que contém dados pessoais é armazenado no servidor de pesquisa da HVL.

Somente o aluno mestre terá acesso ao material de dados por um ano, após o qual outros pesquisadores terão acesso a transcrições anônimas e cópias do material escrito coletado nas aulas. Os participantes não serão identificados nas publicações. O projeto mais amplo está programado para terminar em 15 de maio de 2021.

Por que você foi convidado a participar?

Seu filho(sua filha) foi convidado a participar do projeto porque é aluno(a) das aulas de matemática na Escola _____.

Participação voluntária

A participação no estudo é voluntária e você pode retirar seu filho(sua filha) sem apresentar qualquer motivo, mesmo que o estudo ainda esteja em andamento. Se você optar por retirar seu filho (sua filha) do projeto de pesquisa, ele(a) não terá consequências negativas. Todas as informações sobre seu filho (sua filha) serão excluídas e não serão usadas no projeto de pesquisa. Se voce não quer que seu filho (sua filha) participe, não tem consequências negativas para aulas de matematica.

Seus direitos

Desde que seu filho (sua filha) possa ser identificado no material de dados, você tem direito a:

- detalhes sobre quais informações pessoais foram registradas sobre seu filho (sua filha),
- obter informações pessoais mantidas sobre seu filho (sua filha),
- excluir informações pessoais sobre seu filho (sua filha),
- obter uma cópia de informações pessoais sobre seu filho (sua filha),
- enviar uma reclamação ao Privacy Ombudsman ou ao Centro Norueguês de Dados de Pesquisa (Norwegian Center for Research Data) sobre o processamento de dados pessoais de seu filho (sua filha).

O que nos dá o direito de processar informações pessoais sobre seu filho (sua filha)?

Iremos processar informações pessoais sobre seu filho (sua filha) com base no seu consentimento. Isto se HVL, NSD (Norwegian Center for Research Data AS) tenha considerado que o processamento de dados pessoais neste projeto está em conformidade com os regulamentos de privacidade.

Onde você pode adquirir mais informações?

Se você tiver dúvidas sobre o estudo ou desejar exigir seus direitos, entre em contato com:

- Responsável pelo projeto em HVL: Tamsin Meaney, email: Tamsin.Jillian.Meaney@hvl.no

- Responsável pelo mestrado: Silke Lekaas, email: Silke.Lekaas@hvl.no
- Aluna mestre: Line Dale Fonnes, tel: +47 47863357, email: linedalef@hotmail.com
- HVL privacy ombudsman, Advogado Halfdan Mellbye, personvernombud@hvl.no
- NSD - Norwegian Center for Research Data AS, por e-mail (personal.services@nsd.no) ou pelo telefone: +47 55 58 21 17.

Obrigado pela atenção

Consentimento dos pais ou responsáveis para participação do aluno em projeto de pesquisa.

Recebi e compreendi as informações sobre o estudo *Argumentação e ensino crítico de matemática em salas* e tive a oportunidade de fazer perguntas.

Eu concordo que meu filho (minha filha), (nome) pode

- participar da gravação de áudio
- participar com a coleta de trabalho escrito

Concordo que as informações serão anonimizadas após um ano.

(Assinatura dos pais ou responsáveis, data)

(Assinatura do aluno (da aluna), data)