



Høgskulen
på Vestlandet

MASTEROPPGAVE

Elevers utfordringer i arbeid med
matematisk modellering

Student challenges working with
mathematical modelling

Stian Berven

M120UND509 Master i undervisningsvitenskap med
fordypning i matematikdidaktikk

Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett

Veileder: Idar Mestad

29. mai 2020

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, jf. *Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 12-1.*

Forord

Fullføringen av denne masteroppgaven markerer enden av min studietid, som har vært lang, lærerik og kjekk. Å skrive denne masteren har vært en krevende, informativ og spennende prosess. Selv om selve skrivingen er et individuelt arbeid og jeg er ansvarlig for innhold, er det flere som har hjulpet meg på veien slik at studien har blitt gjennomført.

Først må jeg takke min veileder Idar Mestad, for godt samarbeid, mye motivasjon, og for gode, faglige tilbakemeldinger og diskusjoner gjennom hele prosessen.

Takk til læreren og klassen som tok meg imot, og lot oss gjennomføre prosjektet og datainnsamlingen. Selvfølgelig også takk til ARGUMENT-prosjektet som tok meg med på deres prosjekt, for hjelp med datainnsamling og ideer.

Jeg vil også takke min medstudent Tina, og hennes veileder Suela Kacerja, for godt samarbeid, tilbakemeldinger, motivasjon og diskusjoner.

Til slutt vil jeg takke min familie for god støtte og oppmuntring i hele perioden. Spesielt takk til Ørjan og Oda for ekstra korrekturlesing til slutt.

Stian Berven

Mai, 2020

Sammendrag

Studiens hensikt er å undersøke elevers *matematiske modelleringsprosess i et undervisningsopplegg med bruk av ekte data*. Fokuset er blitt særlig rettet mot elevenes *utfordringer og valideringer* i denne prosessen. Bakgrunnen for studien er knyttet til den nye læreplanen som tilrettelegger for matematisk modellering i matematikkundervisningen, og forskning knyttet til matematisk modellering i klasserommet. Begge disse kildene peker på at elevene skal lære mer om det å bruke matematikk i en virkelig situasjon, å lære mer om hvor og hvordan en kan bruke matematikk i hverdagen.

Målet for studien er å belyse hvordan den matematiske modelleringsprosessen foregår hos elevene, og hvilke utfordringer som kommer til uttrykk i deres arbeid med en virkelig problemstilling. I studien blir det også sett på hvilke metoder elevene bruker for å validere arbeidet de gjør, og hvilke valg de gjør underveis i prosessen. Som et datagrunnlag ble det gjennomført et undervisningsopplegg som varte i litt over en uke på 10. trinn, der skolen og klassen var tilknyttet ARGUMENT-prosjektet. For å undersøke studiens problemstilling er det brukt kvalitativ metode. Data er samlet inn med lyd- og videoopptak, interaktiv observasjon, og innsamlet materiale av to av elevgruppens ferdige prosjekter.

Studiens litteratur er knyttet til begrepet matematisk modellering, hvor Blomhøj og Jensen sin tilnærming er i fokus. Begrepet er blitt gjort rede for, og fokuset rettes mot de individuelle delene av modelleringsprosessen, hvordan vi kan kjenne disse igjen hos elevene, og hvordan elever kan arbeide med validering og evaluering av egne, og andres modeller.

Den matematiske modelleringsprosessen er noe som kommer tydelig frem i elevenes arbeid, selv om de ikke har denne prosessen fremme i egne tanker. Analysens funn, i lys i tidligere forskning, peker på at elever bruker mye sammenligning for å validere egne modeller og resultat. En av utfordringene som dukker opp er elevenes trang til at de skal ha gjort modelleringsprosessen «riktig», noe som kan være vanskelig i en oppgave som er utformet uten at det nødvendigvis er noe «riktig» svar. Arbeidet med en problemstilling i en virkelig situasjon kan ha hjulpet elevene på vei i arbeidet, fordi de har kunnskap og kompetanse til å løse oppgavene og hvordan de skal begynne på arbeidet. Studien belyser også ulike utfordringer knyttet til å drive med matematisk modellering i klasserommet. Det pekes blant annet på utfordringer med tid, ressurser, og kompetansen som kreves for å gjennomføre aktiviteten.

Abstract

The purpose of this thesis is to examine students mathematical modelling process in a classroom project with the use of authentic data. The focus is guided towards students' challenges and validation process, in the mathematical modelling process. Research linked to mathematical modelling and the mathematical modelling process in Norwegian government documents point to how students need to learn how to use mathematics in a real setting, and how we can be more critical to how mathematics is used in society.

For this purpose, the goal of this study is to illuminate how students use mathematical modelling in the classroom, and which challenges they need to undertake to reach the goal, when working with a real problem. The thesis also looks at how students validate and evaluate their work, and what choices they make during the process. The classroom project lasted for just over one week, and was carried out in tenth grade, where the school is part of the research project "ARGUMENT". Qualitative methods were used to examine the topic of this thesis. Data for the analysis and results were obtained by video- and audio recording, interactive observation, and the collection of two of the student groups finished papers.

The thesis literature is linked to mathematical modelling, with the focus being on Blomhøj and Jensens description of the process. The term mathematical modelling is explained, and the focus is directed to the individual parts of the modelling process, how to recognize these in student activity, and how validation and evaluation is done of their own models and work.

The mathematical modelling process stand out in the student work, even if they are not cognitive of the process themselves. In line with findings from literature connected to this thesis, it is shown that students use comparisons to validate a lot of their own work. One of the challenges the students face is their desire to have done the task "correctly", even though the task is given in such a way that there is not a necessarily "correct" way to complete it. The task when connected to real data seems to have helped the students in their work, by them being able to connect it to their own understanding of the world, and the competence and knowledge they possess help them in order to start their work. The thesis also points out some challenges linked to time, resources and the level of competence required to complete the task at hand.

Innholdsfortegnelse

1	Innledning.....	1
1.1	Matematisk modellering	4
1.2	Studiens formål og fokus	5
1.3	Studiens oppbygning	6
2	Teoretisk grunnlag og tidligere forskning	7
2.1	Matematisk modellering	7
2.1.1	Hva brukes matematisk modellering til?.....	8
2.1.2	Modelleringsprosessen	10
2.2	Ekte/Autentisk data.....	14
2.3	Oppgaveparadigme og undersøkelseslandskap	16
2.3.1	Oppgaveparadigme.....	16
2.3.2	Undersøkelseslandskapet	17
2.4	Tidligere forskning	19
2.5	Oppsummering	22
3	Metode.....	23
3.1	Valg av metode	23
3.1.1	Kasusstudie.....	24
3.2	Gjennomføring av elevens prosjektarbeid	25
3.3	Lyd- og Videoopptak.....	25
3.4	Observasjon	26
3.5	Datainnsamlingen	27
3.6	Utvalg av deltakere	27
3.7	Etiske betraktninger	28
3.7.1	Informert samtykke	29

3.7.2	Konfidensialitet	30
3.7.3	Konsekvenser for deltakelse i forskningen	31
3.7.4	Forskerens rolle	32
3.8	Metode for analyse av datamaterialet	33
3.8.1	Transkribering	33
3.8.2	Koding og kategorisering	34
3.9	Studiens pålitelighet og gyldighet	36
4	Resultat.....	39
4.1	Guttegruppens valideringer i starten av modelleringsarbeidet, Situasjon 1	41
4.1.1	Validering gjennom sammenligninger med andre grupper	41
4.1.2	Validering ved å sammenligne ulike kilder.....	42
4.1.3	Validering og konklusjon	44
4.1.4	Oppsummering av guttegruppens valideringsprosess	45
4.2	Jentegruppens evaluering og validering av ferdig modell, Situasjon 2.....	46
4.2.1	Oppdagelsen av ett problem.....	47
4.2.2	Gjennomgang av strømkostnad.....	48
4.2.3	Systemavgrensing: solcellenes levetid	49
4.2.4	Validering av systemavgrensing av arealbruk og strømproduksjon	50
4.2.5	Validering av inntjeningspotensialet og vurdering av kilder	51
4.2.6	Resultatet av elevenes valideringsprosess.....	53
4.2.7	Oppsummering av jentegruppens valideringsprosess	54
5	Diskusjon.....	56
5.1	Hvorfor validerer elevene?	57
5.2	Hvordan validerer elevene?	60
5.3	Lærerens rolle	61
5.4	Studiens svakheter og begrensinger	63

5.5	Studiens betydning og videre arbeid	63
6	Til slutt	66
7	Referanser.....	67
8	Vedlegg 1: Informasjonsskriv til informanter og foresatte	69

Figurtabell:

Figur 1: Den matematiske modelleringsprosessen, beskrevet i Blomhøj & Jensen (2003)..... 10

1 Innledning

Gjennom flere år i grunnskolelærerutdanning og master har min interesse for matematisk modellering økt, fordi det virker som en annerledes og interaktiv måte å øke forståelsen for matematiske temaer. Dette har vært noe som sitter igjen fra egen skolegang, hvor jeg alltid likte å løse vanskelige matematiske problemer, spesielt når vi fikk prøve å bruke matematikk i andre fag eller situasjoner. Jeg har ikke vært noen tilhenger av å bare sitte ved pulten å regne oppgaver fra boken, og deretter sjekke fasit, men heller teste nye ting, utforske sammenhenger og prøve å knytte hverdag og matematikk sammen. Et eksempel på dette er læringsutbyttet jeg selv satt igjen med etter å ha gjennomført et naturfagsforsøk med potetkanoner hvor vi regnet på fart, høyde og hvordan disse faktorene ble påvirket av endringer i vekt på poteten eller hvor mye gass som ble brukt.

Gjennom masterstudiet fikk vi informasjon om forskjellige prosjekter som Høgskolen koordinerte eller var en del av, som vi kunne være med og bidra til. Ett av disse var samarbeidsprosjektet ARGUMENT, eller Allmenndannende Realfag Gjennom Utforskning Med Ekte og Nære Tall. Målet med samarbeidsprosjektet er å se nærmere på hvordan elever i skolen arbeider med nære og ekte tall knyttet til samfunnsaktuelle problemstillinger. Da jeg fikk muligheten til å være med på en del av ARGUMENT-prosjektet som er drevet i samarbeid mellom Høgskolen på Vestlandet, Universitetet i Bergen, Bergen Kommune og skoler i Bergensområdet var dette derfor et klart førstevalg.

Et av målene for samarbeidsprosjektet er å ta matematikken i klasserommet videre ut i den virkelige verden og sikre at elevene klarer å anvende matematikk som verktøy på reelle problemstillinger, ved å utvikle gode og spennende undervisningsopplegg. Dette følte jeg traff godt med min egen interesse for faget og videre praksis som lærer i skolen. Jeg så på dette som en glimrende mulighet til å bidra inn i samarbeidsprosjektet og samtidig heve min kompetanse på området. Å ta del i et samarbeidsprosjekt i min egen utdanning og masteroppgave illustrer min tro på, og overbevisning om, at det er gjennom reelle situasjoner en lærer best.

I den nye Læreplanen 2020 har matematisk modellering, argumentering og anvendelse av matematikk kommet mer frem i lyset (Utdanningsdirektoratet, 2020). I kjerneelementene for matematikk er det særlig fokus på innsikt i matematiske modeller, hvordan de blir brukt i dagliglivet og i arbeid, og hvordan en kan lage slike modeller, samt utforskende matematikk og problemløsning (Utdanningsdirektoratet, 2020). Dette aktualiserer bruk av reelle problemstillinger i matematikkundervisning, gjerne i samarbeid med andre fag, som naturfag eller samfunnsfag for å undersøke hvordan forskjellige matematiske modeller oppstår og blir brukt. Sentrale aktører i Bergensområdet så behovet for mer kunnskap på dette området og utviklet et forslag til et samarbeidsprosjekt. Samarbeidsprosjektet ARGUMENT oppnådde finansiering fra Norges forskningsråd og høsten 2018 var det oppstart.

ARGUMENT er en del av et større prosjekt, *Ekte Data*, som er drevet av Geofysisk Institutt og Skolelaboratoriet i realfag ved Universitet i Bergen, og er i hovedsak rettet mot videregående skole (Universitet i Bergen, 2020). I dette prosjektet har de fokus på bruk av ekte data og å knytte dette sammen med matematikk og naturfagundervisning, hvor de henter inn målinger og datasett fra vann, land og luft og lager oppgaver tilpasset matematikk- og naturfagundervisning på ulike trinn. Av den grunn at det faglige nivået på dette prosjektet er tilrettelagt for videregående skole, har ARGUMENT en komplementerende inngang. ARGUMENT fokuserer på å kunne tilrettelegge undervisningsoppleggene til grunnskolen, og her med fokus på ungdomsskolen, altså 8. til 10. trinn (Universitet i Bergen, 2019).

Med reelle eksempler fra virkeligheten i matematikkundervisningen som overordnet tema i prosjektet, ble studiens fokus rettet mot elevenes matematiske modelleringsprosess. Den matematiske modelleringsprosessen handler om å gå fra et virkelig problem, hvor en gjennom matematikk kan komme frem til resultater som kan løse, eller belyse problemet (Blomhøj & Jensen, 2003). Dette ble valgt på bakgrunn av min personlige interesse i hvordan elever arbeider, og et ønske om økt forståelse for hvilke utfordringer elevene kan møte. Arbeidet med matematisk modellering har gjort meg oppmerksom på i hvor liten grad dette synes å bli benyttet i dagens klasserom, og at dette er en arbeidsmetode med høyt potensiale. Ved å bruke autentiske data i klasserommet peker Muilwijk (2017) på elevers økte motivasjon og forståelse av tema og hvordan en kan bruke matematikk på daglig basis. Barbosa (2007) og Blum og Leiß (2007) trekker også frem at arbeid med matematisk modellering, og å arbeide med virkelige problemstillinger og diskusjonen som oppstår rundt dette arbeidet, kan ha en positiv læringseffekt.

Jeg har basert min oppgave på et undervisningsopplegg som ble gjennomført på 10. trinn, hvor arbeid med ekte data var sentralt for å utforske en samfunnsaktuell problemstilling knyttet til matematikk og naturfag. Problemstillingen elevene har jobbet med i klassen jeg har vært i er «*bør skolen installere solceller?*» (Thorsheim, 2019). Denne problemstillingen knytter matematisk og naturfaglig innhold til en virkelig situasjon elevene kan kjenne seg igjen i. Både ved at dette er et arbeid som noen faktisk har som jobb, men også ved kjennskap til miljødebatten som er i media, kjennskap til skolens områder og dermed gjerne en anelse om hvor en kan begynne for å svare på et slikt spørsmål.

Elevene arbeidet i grupper på tre til fire elever, og sto fritt til å angripe problemstillingen på den måten de fant det mest hensiktsmessig. Som en introduksjon til temaet fikk elevene være med på besøk til en bedrift som allerede har solceller installert på deres tak. På denne utflukten kunne elevene stille spørsmål og få informasjon før de selv skulle utforske problemet. Denne opplevelsen var med på å skape et interaktivt læringsmiljø som kan ha ført til økt engasjement i gruppene. Samtidig fikk elevene brukt flere sanser for å huske og lære, noe de ikke hadde fått dersom de bare leste en oppgavetekst i en lærebok.

Gjennom egen praksiserfaring i skolen, og observasjoner jeg har gjort underveis i prosjektet, har jeg erfart at det å utvikle undervisningsopplegg som kan legge til rette for denne typen utforsking av matematiske sammenhenger fra den virkelige verden kan være utfordrende og ta mye tid og ressurser. Dette gjør at det å gjennomføre slike prosjekter kan være vanskelig å få til, men vil med stor sannsynlighet gi verdifull erfaring både for læreren og elevene.

Motivasjonen til å lære kan øke når en oppdager at det en lærer på skolebenken kan være nyttig for fremtiden. Det å gjennomføre diskusjoner, føre argumenter og følge logiske linjer for å bygge en matematisk modell av en situasjon, kan være med på denne læringen. Å legge til rette for at elevene kan arbeide med temaer de selv er opptatt av skaper undring og mestringsfølelse. Elevene vil på denne måten få et mer praktisk syn på deres egen utvikling. Det handler ikke om å pugge en formel til neste prøve, men å kunne anvende kunnskapen ved flere anledninger videre i livet.

1.1 Matematisk modellering

Arbeidet med matematisk modellering og utforskning legger seg i Skovsmose og Blomhøjs (2003) undersøkelseslandskap, hvor målet er å legge til rette for elevenes utforskning av matematiske ideer og sammenhenger. I dette undersøkelseslandskapet er det ikke nødvendig å knytte inn virkeligheten, men ved å knytte inn ekte data kan det hjelpe elevene med å se spesifikke sammenhenger og nytten av matematikk i deres liv. For at aktiviteten skal være matematisk modellering peker Barbosa (2006) på at den ikke kan være ren matematikk, og at oppgaven må være et problem, gjerne uten noen satt løsning. Den matematiske modelleringsprosessen deler Blomhøj og Jensen (2003) inn i seks deler, som alle er distinkte, men som likevel er avhengige av hverandre, og som det kan være vanskelig å arbeide med separat. Når en arbeider med matematiske modeller er det gjerne ikke noe fast skifte mellom de forskjellige delene, om man i det hele tatt tenker over at en driver med matematisk modellering. Ofte kan arbeidet virke naturlig, i at en må finne avgrensinger, arbeide med disse gjennom matematiske utregninger og verifisere at det en har gjort stemmer.

Matematisk modellering kan være en vanskelig prosess, spesielt hvis elevene er mer vant til å arbeide på «tradisjonelle» arbeidsmetoder hvor en gjerne arbeider gjennom et sett med oppgaver og har en fasit en kan sjekke til slutt. En slik fasit viser ofte bare det endelige svaret, og eleven mister da viktig informasjon om prosessen som fører til svaret. Denne typen arbeid blir beskrevet både av Mellin-Olsen (2009) og Skovsmose og Blomhøj (2003) til å passe godt inn i det de definerer som oppgaveparadigmet. I et modelleringsarbeid er ikke denne fasiten tilgjengelig, og elevene må da bruke andre metoder for å validere. Denne oppdagelsen førte til at jeg ble enda mer interessert i hvordan elevene arbeider med matematisk modellering, og utfordringene som de kan støte på underveis.

Czocher (2018) fant at elevene ofte bruker sammenligninger for å kunne validere sitt eget arbeid. Hun fant flere forskjellige instanser av sammenligning, og gjerne at elevene sammenlignet det resultatet de har fått mot tenkt eller ønsket resultat, eller mot resultat som teori eller eksperiment tilsier at resultater skal bli. I oppgaven elevene fikk i forbindelse med min studie har de ikke mulighet til å gjennomføre det faktiske spørsmålet. Dette fordi det gjerne vil ta opp mot 25 år totalt, slik at elevene her må heller sammenligne med et tenkt resultat. Elevgruppene i klassen jeg observerte var veldig aktive på tvers av gruppene og hjalp ofte hverandre med løsningsmetoder eller forslag. En utfordring jeg la merke til gjennom observasjonene er at prosessen med å lage en matematisk modell er veldig tidkrevende, og elevene brukte mye av denne tiden på validering og diskusjon av valg.

1.2 Studiens formål og fokus

Min studie skal være et bidrag rettet mot lærere og lærerstudenter ved at den skal gi innsikt i elevers ulike måter å arbeide med autentiske læringssituasjoner i matematikkundervisningen. Fokuset er derfor rettet mot samtaler mellom elever, og mellom lærer og elev, i arbeid med oppgaver med ekte data. Studien ønsker å belyse utfordringer elevene kan møte på underveis i en modelleringsprosess, hvor valideringsarbeidet og hvordan de løser de ulike situasjonene er i fokus. Dette blir studert ut fra en prosjektuke som ble gjennomført på en av samarbeidsskolene til ARGUMENT prosjektet. Denne prosjektuken hadde en problemstilling basert på ekte data med fokus på solceller og produksjon og forbruk av energi. Studiens forskningsspørsmål er derfor:

Hvilke utfordringer møter elevene i arbeid med matematisk modellering i klasserommet?

For å kunne gi innsikt i den matematiske modelleringsprosessen elevene er i blir det derfor i teorikapittelet belyst modelleringsprosessen til Blomhøj og Jensen, og hvordan arbeidet med en slik modelleringsprosess kan gjøre elevene bedre rustet til å kritisere og evaluere eget arbeid gjennom utvikling av kritisk matematisk kompetanse (Hansen, 2010). Det er flere måter å arbeide med den matematiske modelleringsprosessen, og disse kan ha flere forskjellige formål, der utviklingen av kritisk matematisk kompetanse er en av disse (Barbosa, 2006). Barbosa peker også ut to andre metoder å arbeide med modellering på, hvor målet kun er å utvikle kompetanse til å utvikle og forstå modeller, eller for å bruke modellen for å forstå matematiske konsepter. Alle disse tre gjør seg gjeldene i elevenes arbeide i dette prosjektet, men fokuset blir rettet mer mot hvor i prosessen elevene er, og utfordringene som oppstår underveis.

1.3 Studiens oppbygning

Studien består av seks kapitler. Studiens bakgrunn og fokus er beskrevet og begrunnet i det første kapitlet. Det neste kapitlet vil ta for seg det teoretiske rammeverket, tidligere forskning og teorier knyttet til den matematiske modelleringsprosessen og elevenes valideringsformer i denne prosessen. Det blir også tatt opp ekte data, hva dette er og hvordan dette kan påvirke elevene. Teorien som beskriver modelleringsprosessen, og hvordan jeg kan kjenne denne igjen i elevenes arbeid er beskrevet og blir et relevant verktøy for mitt analytiske arbeid. Teori om ekte data, sammenknytningen av matematikk og den virkelige verden, er lagt som et bakteppe hvor jeg tar opp og beskriver ARGUMENT-prosjektet, deres rolle i denne studien og hvorfor det å fremme bruk av ekte data i undervisningen kan være positivt for elevene.

I kapittel tre utreder jeg metoden som er brukt i denne studien. Denne begrunnes med bakgrunn i studiens forskningsspørsmål og teori. Dette inkluderer redegjøring av kontekst og metode for datainnsamling, hvilke informanter som er blitt valgt og hvorfor, og hvordan det analytiske arbeidet er blitt gjennomført. Videre har jeg beskrevet de etiske aspektene rundt studien. Her reflekterer jeg om hvordan behandling av informanter, data, analyse og resultater er blitt gjort på en god og konfidensiell måte, slik at studiens reliabilitet og validitet blir ivaretatt.

I kapittel fire blir det presentert deler av datamaterialet jeg har arbeidet med, og funn knyttet til analysen av dette datamaterialet. Både tidligere forskning og det teoretiske rammeverket ligger til grunn for det analytiske arbeidet, som igjen blir tatt opp i kapittel fem, hvor funn blir diskutert opp mot tidligere forskning og teori. Her blir også funnenes betydning og forslag til videre forskning lagt frem og studiens begrensinger diskutert. Studien blir avrundet i kapittel seks, hvor en kort oppsummering av de viktigste punktene blir lagt frem.

2 Teoretisk grunnlag og tidligere forskning

Denne studien har fokus på hvilke utfordringer og valideringsformer elever tar i bruk i matematisk modelleringsarbeid. For å kunne si noe om dette er det viktig å forklare hva som er matematisk modellering, hva validering er og hvorfor det er viktig for elevene. I dette kapitlet legger jeg frem hva matematisk modellering er, eksempler på hvor en kan komme til å bruke matematisk modellering, og hvordan den matematiske modelleringsprosessen er beskrevet i teori. Jeg legger også frem hvordan matematisk modellering er blitt sett på i tidligere studier, hvordan elevene har arbeidet med validering av sitt arbeid med matematisk modellering i en klasseromssituasjon og knytter disse to sammen. Det vil også bli lagt vekt på Skovsmoses undersøkelseslandskap og kritisk matematisk kompetanse for å bedre se nytten av å bruke matematisk modellering i klasserommet, og i en virkelig situasjon.

2.1 Matematisk modellering

Matematisk modellering er en prosess hvor en prøver å beskrive virkeligheten gjennom matematisk språk (Blomhøj & Jensen, 2003). Maaß (2007) forteller at når en lager en matematisk modell av virkeligheten, beveger en seg mellom virkeligheten og matematikk. Modelleringsprosessen begynner med et virkelig problem som en simplifiserer, strukturerer og avgrenser til en virkelig modell. Denne prøver en så å matematisere slik at en får en matematisk modell en kan regne på, og får matematiske svar. Disse må man videre tolke for å bruke i den virkelige modellen og deretter validere og eventuelt anvende for å svare på det virkelige problemet.

Modellering kan brukes i mange forskjellige deler av daglig- og arbeidslivet og er et viktig verktøy å bli kjent med, som kan være med å løse og forstå komplekse utfordringer og problem. Matematiske modeller spiller en betydelig rolle i samfunnsplanleggingen og kan være med på å forme kunnskapsgrunnlaget for debatter og politiske beslutninger (Hansen, 2010). Dette kan for eksempel være økonomiske modeller, som kan si noe om egne eller andres budsjetter, meteorologiske modeller som prøver å si noe om vær og klima, eller fysiske modeller som kan fortelle oss om naturfaglige fenomener som for eksempel CO₂-utslipp, havstigning eller søvnmønstre.

Modeller som gjerne ikke er like matematiske, men som kan bruke den samme fremgangsmetoden kan være reiseplanleggingen til en tur, hvor en må svare på spørsmål som «hvor vil jeg reise, hvor mye har jeg råd til, hvor lenge kan jeg reise, hvem skal være med?» som tilslutt kan gi en god modell for hvordan reisen muligens vil se ut.

Det er viktig for elevene å forstå og ha et kritisk blikk til modellene som kommer frem i nyhetsbildet. Å arbeide med matematisk modellering kan gi dem dypere innsikt i og utvikle kompetanse om hvordan slike modeller blir til og hvordan de kan utarbeides for å fremstille en ønsket vinkling eller argument (Hansen, 2010). Matematisk modellering er en prosess en gjerne tar i bruk ubevisst, fordi det handler om å knytte hverdagen, arbeid og fritid, til tall og matematikk.

2.1.1 Hva brukes matematisk modellering til?

Matematisk modellering har forskjellige bruksområder i og utenfor klasserommet avhengig av hva en ønsker å se på eller lære. For å kunne arbeide med modellering stiller Barbosa (2006) to krav til modelleringsprosessen: aktiviteten må være et problem, ikke en øvelse, og aktiviteten må være fra virkeligheten eller en vitenskap som ikke er ren matematikk. I ARGUMENT-prosjektet er dette sentralt. Av den grunn at problemstillingene som blir presentert for elevene har til hensikt å knytte matematikk og virkelighet sammen, er det et forsøk på å bruke matematikk til å legge et grunnlag for en eller flere avgjørelser som kan ha en effekt på det problemstillingen spør om. I prosjektet elevene får i denne studien har problemstillingen og svarene de får en mulig direkte innvirkning på skolens videre drift. Barbosa viser til tre måter å bruke modellering: modellering som *innhold*, modellering som *fartøy*, og modellering som *kritiker*.

Modellering som innhold handler om å arbeide med matematisk modellering for å bli bedre på modelleringsprosessen (Barbosa, 2006). Det vil si at en arbeider for å utvikle egen eller andres modelleringskompetanse, slik at du blir i stand til å utvikle eller arbeide med egne modeller. Ved å arbeide med modellering på denne måten blir en i stand til å kjenne igjen modeller, hvordan de fungerer og hva du kan bruke dem til. Ett eksempel på dette kan være å utarbeide egne grafer, tabeller eller ligninger. Eller det kan være større utfordringer hvor en må ta i bruk flere prosesser og datapunkt for å komme frem til en konklusjon.

Modellering som fartøy handler om å utvikle forståelse for matematiske konsepter gjennom modeller og modellering (Barbosa, 2006). Det vil si at en bruker modeller for å forklare, bevise eller eksemplifisere matematiske konsepter. Her er det en god del matematisk modellering som skjer i og utenfor klasserommet, men gjerne uten at en tenker på dette som modellering. Eksempler på matematiske modeller som vi gjerne kan kjenne igjen fra egen skolegang er arbeid med brøker gjennom pizza- eller kakestykker, oppdelte sjokoladebiter eller legoklosser. I denne kategorien er det nesten bare fantasi som setter grenser for hvilke modeller en kan ta i bruk for at en skal kunne arbeide med matematikk.

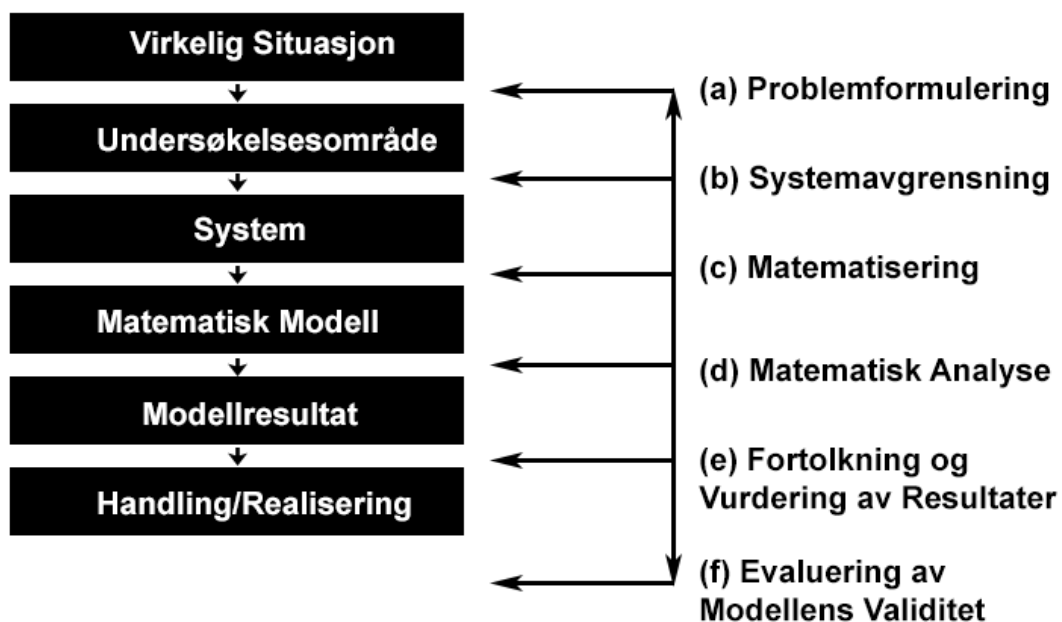
Modellering som kritiker er mer et samarbeid mellom de to foregående kategoriene, hvor arbeidet med å forstå modelleringsprosessen og arbeidet med å forstå matematikken som ligger til grunn i modelleringen begge vil gi innsikt i hva modellen forteller og hvor den kan brukes (Barbosa, 2006). Alrø & Skovsmose (2002) peker på at en viktig del av det å utvikle forståelse er gjennom kritikk av hva en har funnet ut. Prosessen en har arbeidet gjennom og modellen som helhet er en viktig del av læringsprosessen. Ved å være kritisk, og å lære å være kritisk, til modellen du arbeider med vil kunne gi god innsikt i hvordan beslutninger i samfunnet kan tas på bakgrunn av ulike matematiske modeller. Et eksempel her er hvordan grafer og annen matematikk kommer frem i media, gjerne med x- eller y-akser som er forkortet, slik at det kan se ut til at det er skjedd store endringer over tid, selv om dette ikke er tilfellet.

Ved å arbeide på denne måten er en godt på vei til å utvikle kritisk demokratisk og mer spesielt kritisk matematisk kompetanse. Hansen (2010) beskriver kritisk demokratisk kompetanse innenfor matematikk til å være evnen til å kritisere, vurdere og analysere anvendelser av matematikk i samfunnet. Dette er et noe bredere begrep enn kritisk-matematisk kompetanse som Hansen & Hana (2012) beskriver som evnen til å reflektere og tenke kritisk over egen og andres forståelse og bruk av matematikk, mens Alrø & Skovsmose (2002) mener det også handler om å se på bruken av matematikk i både skole og samfunnet. Vi kan se at disse definisjonene er noe overlappende, men at det grunnleggende sett handler om å være bevisst på og kritisk til hvordan matematikk gjøres og brukes av en selv og andre, enten for å fortelle eller påvirke.

2.1.2 Modelleringsprosessen

Modelleringsprosessen som Blomhøj & Jensen (2003) fremlegger er en modell av en ideell matematisk modelleringsprosess. Målet med modellen er å kunne se på, analysere og beskrive en modelleringsprosess som noen gjør, eller gjøre en analyse av selve modellen. Matematisk modellering er å gjennomgå hele denne prosessen, men er på ingen måte en enveisgate, men gjerne noe en går gjennom flere ganger, enten bare noen steg, eller hele prosessen. Matematisk modellering er en sirkulær prosess, som tidligere nevnt, beskrevet i Blomhøj & Jensen (2003) består av 6 steg og er også illustrert av Figur 1 under:

- a. Formuler en oppgave eller et problem som hjelper med å identifisere objekter ved den virkelige situasjonen du ønsker å modellere.
- b. Velg de relevante objektene eller relasjonene mellom dem fra den virkelige situasjonen og gjør dem til noe en kan regne på.
- c. Matematiser objektene, overfør dem til ren matematikk.
- d. Bruk matematiske metoder til å få matematiske utregninger og resultat.
- e. Tolk resultatene i forhold til den virkelige situasjonen.
- f. Evaluer validiteten av modellen ved å sammenligne med observerte resultater eller tenkt resultat, eller med teoretisk kunnskap.



Figur 1: Den matematiske modelleringsprosessen, beskrevet i Blomhøj & Jensen (2003)

Det er viktig å få frem at dette er en prosess som ikke starter eller slutter på et bestemt punkt, men er noe en gjerne går mye frem og tilbake, og gjerne arbeider helt naturlig i flere av disse stadiene samtidig. For å bedre forklare stegene i Blomhøj og Jensens modelleringsprosess vil jeg gå gjennom hvert av stegene og koble disse sammen til hvordan elevene kan ha arbeidet med disse. I elevenes problemstilling er den virkelige situasjonen begrenset av skoleområdet, deres kunnskap om temaet og hvor godt de klarer å koble problemstillingen sammen med innhentet data og matematikk.

Problemformulering

Å formulere et problem er ikke alltid enkelt, men er ment til å konsentrere virkeligheten ned til et smalere undersøkelsesområde en kan arbeide med (Blomhøj & Jensen, 2003). I oppgaven elevene har fått er problemformuleringen tilknyttet den virkelige situasjonen allerede gitt. «Bør skolen investere i solceller?» er problemet i deres oppgave. Dette knyttes til den virkelige situasjonen i at elevene vet at solceller produserer strøm, og at det er en kostnad knyttet til å kjøpe og installere disse. Ved å ha en slik problemstilling får en med en gang et fokus på hva en ønsker å se på, fordi elevene allerede har noe informasjon. Fra den virkelige situasjonen kunne vi også stilt spørsmål som «hvordan kan skolen spare penger?», «hvilke tiltak kan vi velge for å spare penger på strøm?» som er mer åpne problemstillinger, og som ville gjort at elevene gjerne hadde fokusert på veldig forskjellige tiltak.

Systemavgrensing

Avgrensingen av et system er ment til å identifisere årsakene som bestemmer eller kan ha innvirkning på et tenkt utfall av problemet (Blomhøj & Jensen, 2003). I elevenes tilfelle er det flere faktorer som kan bestemme utfallet, blant annet hvor stort areal de kan bruke til å ha solceller på, kostnader for å kjøpe, installere og eventuelt vedlikeholde solcellene, strømpris, hvor mye strøm solcellene produserer og hvor lang tid det trengs for at kostnaden veies opp av strømmen som blir produsert. Alle disse faktorene kan settes i system, og data kan samles inn for å få en bedre oversikt over dem og hvordan de påvirker hverandre. Her kan vi se elevene arbeide med innsamling av data, forsøk på å sette sammen de forskjellige datapunktene, diskusjon rundt dataene som er samlet inn og om dataene de har samlet er god.

Matematisering

Ved å matematisere, altså å gjøre om til matematikk, systemet man har laget i systemavgrensingen, får man tall man kan regne på, og gjerne en eller flere forskjellige likninger en kan løse for å få et svar (Blomhøj & Jensen, 2003). Dette kan vi se på som den matematiske modellen av systemet. Mye av arbeidet handler om å få denne til å stemme. For elevene vil matematiseringen foregå på en slik måte at de får satt sammen priser, kostnader og tid for tilbakebetaling av startkostnaden. Her kan de finne ut hvor mye penger skolen sparer hvert år på strømmen de ikke trenger betale for lenger, og sette dette opp mot hvor mye penger det koster, hvor lang tid dette tar, og solcellenes levetid. Tegn vi kan se etter i matematiseringen handler om hvordan de gjør dataene de har samlet inn til tall, setter de sammen til systemer og hvordan de regner med disse.

Matematisk Analyse

Analysen av den matematiske modellen kan gi ideer til hvordan en kan estimere de forskjellige modellparameterne, og etter hvert få ut modell resultater (Blomhøj & Jensen, 2003). For elevene kan dette gjerne se ut som grafer over strømpriser, levetid på solceller og tilbakebetaling. Her kan elevene diskutere de forskjellige matematiske prosedyrene de har gjennomført, forklare og fortelle hvordan og hvorfor de har gjort det slik, og produsere modellresultater.

Fortolkning og vurdering av resultater

Resultatet som kommer fra den matematiske analysen må videre tolkes, vurderes og valideres mot empiriske data for å kunne gi svar på problemstillingen eller bestemte handlinger som kan gjøres for å få bedre innsikt i problemet (Blomhøj & Jensen, 2003). Dette er ofte et av områdene hvor en kan oppdage at en mangler informasjon, eller at en har arbeidet i feil retning, fordi modellresultatet som kommer frem ikke gir mening i forhold til tenkt resultat, eller det stemmer ikke med virkeligheten. For elevene kan dette bety at de gjerne må se nærmere på modellen, prøve å gå gjennom hva som eventuelt kan være galt og finne mer data eller endre forholdene mellom de forskjellige systemene for å gjøre modellen bedre.

Evaluering av modellens validitet

Til slutt i modelleringsprosessen må en evaluere modellens validitet, dette inkluderer å sette spørsmål til den matematiske modellen, hvor stort bruksområde den dekker og hvor generell den er (Blomhøj & Jensen, 2003). «Er det hold i det modellen forteller?», «Hvilke svakheter kan en finne?», «Hvordan kan disse endres slik at de gir bedre, mer nøyaktige resultater?», «Kan modellen brukes på generelt grunnlag eller bare i vårt tilfelle?», er alle spørsmål som kan dukke opp. Her må en muligens hente inn mer data, forklare og forsvare dataene en bruker, gjerne se om igjen på den matematiske modellen, og generelt sette spørsmål til alt en har gjort. Ofte kan det dukke opp flere spørsmål underveis som viser svakheter eller problemer med modellen som en kan gå tilbake til og gjøre om. Hos elevene ser vi dette tydelig når de går tilbake for å endre strømpriser over tid, solcellelevetid som de har hentet fra forskjellige kilder, eller nedbetalingstiden og likningen de har brukt for å regne ut denne.

Å arbeide med validitet i modelleringsprosessen kan ligne en del på hvordan arbeidet med validitet blir gjort i andre studier og forskning generelt. Validitet definerer Kvale og Brinkmann (2017) til å være om metoden som er blitt valgt egner seg til å undersøke det en skal undersøke, altså i hvilken grad dataene som er samlet inn reflekterer de fenomenene som en ønsker å vite noe om. Hvis dataene ikke forteller noe om det en ønsket å undersøke har en mest sannsynlig valgt feil tilnærming til situasjonen og dataene som er samlet inn. Tjora (2010) benytter innenfor kvalitativ forskning begrepet *gyldighet* for validitet. Gyldigheten til studien handler om undersøkelsen faktisk undersøker det den skal undersøke, og om svarene en får svarer på spørsmålene som er blitt stilt. Vi kan se at valideringen som må gjøres innenfor den matematiske modelleringsprosessen og i en kvalitativ studie likner mye, fordi modelleringsprosessen også er en slags kvalitativ studie, hvor en ser på forskjellige datapunkter, eller kvaliteter, og bruker disse til å finne resultater som kan belyse situasjonen.

I den avsluttende delen av elevenes arbeid ser vi veldig tydelig at Barbosas (2006) modellering som kritiker, og utviklingen av kritisk matematisk kompetanse kan komme mer tydelig frem. Den kritisk-matematiske kompetansen i denne sammenheng er evnen til å reflektere over egen bruk av matematikk og forståelsen av resultatene. Samt evnen til å kunne ta avgjørelser på bakgrunn av hva de har funnet ut. Til slutt i elevprosjektet er de blitt bedt om å presentere sine funn og hva deres anbefaling er på spørsmålet om «bør skolen investere i solceller?». Her blir elevene tvunget til å ta stilling til sine resultater og gjøre et valg og begrunne dette så godt de kan.

Denne kritisk-matematiske kompetansen kommer gjerne tydelig frem i refleksjon og samtale (Alrø & Skovsmose, 2002), og kan komme spesielt frem når elevene arbeider med sammenligning enten innad i gruppen, eller ved å sammenligne metoder eller resultater med de andre gruppene. Dette vil også bli presentert nærmere i det neste kapittelet.

2.2 Ekte/Autentisk data

Når det blir snakket om ekte eller autentiske data i denne studien, handler det om data som er hentet fra virkeligheten, enten av forskere eller data som elevene samler inn selv, med eller uten hjelp. I ulike kilder brukes begrepene ekte, autentisk eller virkelig om hverandre til å peke på dette fenomenet. Beswick (2011) forteller at ekte data er problemer eller informasjon som er hentet, eller som du selv må hente, fra den virkelige verden. Ønsket om å arbeide på denne måten er for at elevene bedre skal kunne knytte matematikk og hverdag sammen, og ha en mulighet til å kunne anvende matematikk i praktiske situasjoner.

Prosjektet *Ekte Data* er overordnet ARGUMENT, som denne masteroppgaven har vært en del av. Ekte Data har sitt fokus på å utarbeide klasseromsopplegg og prosjekter som lærere eller andre kan ta i bruk i videregående skole, og etter hvert i ungdomskolen (Universitet i Bergen, 2020). ARGUMENT, eller Allmenndannende Realfag Gjennom Utforskning Med Ekte og Nære Tall, fokuserer sitt arbeid på ungdomsskoletrinnet og gjennomfører klasseromsforskning på 8.- 9.- og 10. trinn (Universitet i Bergen, 2019). Målet med prosjektet er å utvikle kompetanse for lærere og utvikle erfaring som deles med alle bergensskoler, og etter hvert hele skoleverket (Universitet i Bergen, 2019). Problemstillingen elevene får arbeide med er dagsaktuelt. Det kan føles som et «ekte» spørsmål, og kobler seg på klimadebatten og klimaendringer som de har lært om på skolen og kan følge i nyhetsbildet. Siden prosjektet Ekte Data og ARGUMENT bruker data fra virkeligheten er det autentiske data som ligger til grunn for oppgavene eller prosjektene elevene arbeider med. Oppgavene har forskjellig oppbygning i forhold til skoletrinn, men bygger alle på konseptet om å bruke matematisk og naturfaglig forståelse til å løse en reell problemstilling.

Prosjektet jeg har deltatt i har hatt problemstillingen «bør skolen investere i solceller?». Dette har foregått på 10. trinn i flere skoler i bergensområdet, hvor jeg har vært på en av disse. Gjennom å arbeide med denne problemstillingen har elevene hatt mulighet til å utfolde seg og undersøke forskjellige faktorer som de tror kan spille inn på blant annet kostnader, inntjening og levetid. Dette gjør at elevene får mulighet til å knytte matematisk og naturfaglig kunnskap til virkeligheten, slik at de gjerne opplever nytten av opplæringen de har hatt så langt. De møter gjerne også på problemer underveis, temaer de ikke har mestret eller problemløsningsteknikker de er usikre på, som de nå kan se nytten av og gjerne blir motivert av til å lære.

For å kunne arbeide og bearbeide mye av dataene som blir samlet fra den virkelige verden må vi forstå, bruke, eller lage våre egne modeller (Beswick, 2011). Ved å knytte problemstillingen til en virkelighet elevene er kjent med kan dette hjelpe elevene i gang med arbeidet og det vil muligens være enklere å oppdage fallgruver, feil eller mangler i modellene som de bruker, eller lager, underveis. Beswick (2011) forteller videre at ved å arbeide med ekte data kan en bygge motivasjon og forståelse for matematikk og hvorfor man lærer det man gjør. I problemet elevene har fått, «bør skolen investere i solceller?», har de mulighet til å utfolde seg på skolens areal, undersøke og måle størrelser for å samle inn data. De kan måle strømproduksjon av små solceller og skalere dette, eventuelt samle data om disse på nett, se på soldager, arealbruk på taket, og en mengde andre faktorer som de vil bli kjent med underveis. Dette kan være med å knytte virkeligheten elevene befinner seg i sammen med matematikk, og naturfag, slik at de kan se nytten av deler av det de lærer. På den måten kan elevene forstå at kunnskapen de sitter inne med kan bli brukt til å løse et hav av forskjellige problemstillinger.

Tidligere forskning fra blant andre Smith & Morgan (2016) og Beswick (2011) peker på at arbeid med ekte data og kobling mellom virkeligheten og matematikk i klasserommet sjeldent blir lagt til rette for i læreplaner og i undervisningsopplegg. Dette har endret seg noe over tid, og matematisk modellering og fokus på elevenes spørsmål om «hvorfor skal vi lære dette?» har kommet mer tydelig frem i det nye læreplanverket (Utdanningsdirektoratet, 2020). Her er det lagt mer vekt på hvordan en kan bruke matematikk og matematisk språk til å beskrive og få innsikt i virkeligheten, og å vurdere og argumentere kritisk om og med matematiske modeller. Mulwijk (2017) forteller at når *Ekte Data* har blitt utprøvd i klasserommet har responsen både hos lærere og elever vært positiv. Han sier videre at elevene synes det er spennende å bruke reelle data fra nærområdet og uttrykker at de får en bedre forståelse for de matematiske metodene de tar i bruk.

2.3 Oppgaveparadigme og undersøkelseslandskap

Jeg vil i denne delen presentere læringsmiljøene undersøkelseslandskap og oppgaveparadigme. Oppgaveparadigme er et læringsmiljø de fleste av oss vil kjenne igjen, gjerne fra egen praksis eller fra egen skolegang. Dette er en mer tradisjonel måte å arbeide med matematisk opplæring på. Ofte går en lærer gjennom nytt pensum i plenum for hele klassen, før elevene går i gang med ett eller flere oppgavesett, før nytt pensum blir gjennomgått og flere oppgaver regnet (Skovsmose & Blomhøj, 2003). Dette kan være demotiverende og frustrerende for mange elever fordi det gjerne er liten sammenheng temaene imellom, eller mellom temaene og virkeligheten. Det blir ofte en «regn og sjekk» metode, hvor elevene regner ut og sjekker fasit, før de går videre. Et av målene med å bruke et undersøkelseslandskap er at elevene skal utvikle kritiske problemløsningsevner, ikke bare løse problemer, men også kunne ta stilling til problemene og hva løsningene betyr (Skovsmose & Blomhøj, 2003). Dette kan være med på å beskrive en modelleringsprosess, ved at elevene selv må utforske hvilke rammer, faktorer og sammenhenger som finnes i og utenfor matematikken for å finne gode svar på en problemstilling.

2.3.1 Oppgaveparadigme

Å arbeide i et oppgaveparadigme innenfor matematikk vil ofte innebære at læreren går gjennom nytt pensum på tavlen foran hele klassen, deretter noen utvalgte eksempler, før elevene så jobber med oppgaver individuelt eller i små grupper. En matematikkundervisning som er strukturert på denne måten, føyer seg inn i oppgavediskursen til Mellin-Olsen (2009), som handler om fokuset på løsning av oppgaver i timene gjennom lærebøker, fasit og konkurransen som utvikler seg mellom elevene for å komme lengst mulig. Det trenger selvfølgelig ikke være en fasit, eller kun en løsningsmetode, men dette er ofte tilfellet (Skovsmose & Blomhøj, 2003).

Mellin-Olsen (2009) bruker ordet diskurs for å betegne måten vi snakker på innenfor et saksområde, i vårt tilfelle matematikken. I oppgavediskursen blir det raskt klart at tiden er den rammefaktoren som er mest begrensende for lærerens arbeid. Matematikklærerne oppfatter ofte undervisningen som en reise elevene må gjennom, hvor reisen består av temaene som skal dekkes, gjennom kapitler i læreboka, og oppgavene som er i den. Dette reisesynet gjør at hele undervisningen får en begrensnig i hvordan lærerne jobber. De føler at det er tre ting som får reisen videre, farten som er lærestoff som dekkes over en tidsperiode, oppgavene eller stoffmengden som hele tiden blir erstattet av nye og at oppgavene tilslutt ender i en fasit (Mellin-Olsen, 2009).

Det er relativt liten forskjell mellom Skovsmoses oppgaveparadigme og Mellin-Olsens oppgavediskurs, da de fleste eksemplene begge kommer med stort sett passer inn i begges definisjoner. ARGUMENT prøver en annen type arbeidsmetode ved å la oppgavene være mer fri, med mindre faste rammer og ved at mye av reisen elevene må gjennom er en de må oppdage selv. Vi kan likevel trekke paralleller mellom elevenes prosjektarbeid og reisen Mellin-Olsen legger frem. Prosjektet elevene arbeider med er innrammet av tid de har til å gjennomføre, her en uke. Oppgavene de arbeider med blir erstattet av nye etter hvert som de finner mer ut av hvordan de skal gå frem for å løse det «ultimate» spørsmålet. Men i stedet for å ende i en fasit, som i Mellin-Olsens reise, ender de opp med et resultat, eller anbefaling for hvordan problemet kan bli løst.

2.3.2 Undersøkelseslandskapet

I et undersøkelseslandskap er målet å legge til rette for at elevene selv skal stille spørsmål og fremstille problemene, altså at lærerens «hva hvis vi ...?» erstattes med elevens egne spørsmål. Etterfulgt av at de jobber med, og løser, disse problemene selvstendig. Elevenes engasjement er utrolig viktig og uten dette vil ikke undersøkelsene ta plass (Skovsmose & Blomhøj, 2003). I elevenes prosjekt har elevene fått en «hva hvis vi ...?» fra læreren i den overordnede problemstillingen «bør skolen investere i solceller?», men med denne får elevene fritt løp til å kunne stille oppfølgingsspørsmålene selv. «Hva hvis solcellenes levetid endres?», «hva hvis vi endrer strømprisen?» og «hvordan regner vi ut ...?» er noen av spørsmålene som elevene gjerne kan spørre underveis.

For å skape et slikt landskap må det legges til rette for et handlingsrom hvor elevene får muligheten til å utforske ting på egenhånd. Læreren må legge opp til at elevene kan utfolde seg, men det er jo på ingen måte sikkert at elevene tar imot utfordringen/invitasjonen.

«Karakteristikken «undersøgelandskap» er relativ, og ikke absolut. Der er ingen temaer, som er undersøgelandskaper *per se*. Men der er invitationer, som modtages af nogle elevgrupper, og andre invitationer, der modtages af andre. Derfor bliver det også en grundlæggende pædagogisk opgave at vurdere, hvilke landskaber der faktisk kan komme til at fungere som undersøgelandskaber i forhold til bestemte elevgrupper» (Skovsmose & Blomhøj, 2003, s. 148).

En ønsker denne situasjonen fordi det kan gi en annen undervisning i matematikken som bedre kan legge til rette for elevens forberedelse i demokratisk og kritisk tenkning. Kritisk demokratisk kompetanse er evnen til å delta og følge med i samfunnsdialoger gjennom å kunne kritisere, vurdere og analysere anvendelser av matematikk i samfunnet (Hansen, 2010). Å utvikle en slik kompetanse hos elevene kan være vanskelig, men å jobbe med argumentasjon, kritiske vurderinger og bearbeiding av data i klasserommene kan hjelpe elevene med dette. Undersøkelseslandskapet til Skovsmose og Blomhøj (2003) kan være en måte å jobbe med og utvikle en slik kompetanse.

Vi kan se at undersøkelseslandskapet legger til grunn og utvikler mange av de samme ideene som matematisk modellering prøver å fostre hos elevene, ved kritisk tenking, refleksjon og vurdering av egne og andre matematiske ideer og kunnskaper. Barbosas (2006) modellering som kritiker vil kunne være med på å gi bedre innsikt i elevenes forståelse av egen og andres anvendelser av modellene som blir utviklet og vil danne et godt grunnlag for videre diskusjon blant elevene innad i gruppene og gruppene imellom. Dette kan motivere elevene til handling fordi de ser nytten av matematikken de gjør og hvordan de kan anvende denne i deres egne liv (Muller, 2017). For å knytte undersøkelseslandskapet sammen med matematisk modellering må en legge til grunn problemstillinger, eller landskaper, som elevene kan arbeide med som ikke bare foregår innen de matematiske grenser. Barbosa (2006) argumenterer, som tidligere nevnt, for at i matematisk modellering kan ikke problemet være ren matematikk. Ved å da trekke inn problemer som foregår i den virkelige verden vil dette kravet være oppfylt, som ved problemstillingen elevene har fått arbeide med.

2.4 Tidligere forskning

Det kan være vanskelig å ha en fasit til matematikk som er knyttet til virkelige situasjoner. Derfor kan det være utfordrende å velge når en skal stoppe, eller å vite når en har gjort noe rett. Tidligere forskning fra Czocher (2018) viser at når det kommer til modelleringsprosessen siste punkt (f), som er å vurdere validiteten til modellen, kan det være vanskelig for elever å fullføre dette arbeidet. Dette kan for eksempel være fordi de gjerne ikke har noe å sammenligne med, eller hvis de arbeider med en situasjon som er utenfor deres kunnskapsområde. Det å kunne vite når en har gjort et riktig valg i modelleringsprosessen, eller fått et riktig resultat, kan være krevende. Ved å sammenligne egne modellresultat med andre grupper eller spørre lærer kan de få validert valgene de har tatt.

Fra Stillman & Galbraith (1998, referert i Czocher 2018) vet vi at elever gjerne ikke har nok tid, eller føler det ikke er nødvendig å validere modellene sine. Czocher (2018) fant likevel at når elever fikk arbeide med matematisk modellering, var det flere forskjellige punkter i modelleringsprosessen hvor elevene drev med validerende aktiviteter. Hun har delt disse valideringsområdene inn i fem hovedpunkter, men at alle disse har ett element til felles, sammenligning mellom resultatet som de får med et tenkt, teoretisk eller forventet resultat. De forskjellige valideringsformene som presentert av Czocher (2018) er

1. Validering av de matematiske resultatene ved å sjekke utregninger eller den matematiske analysen med matematikk. Det vil si at elevene gjerne gjennomgår utregninger, svar eller begge deler på nytt. Elevene sjekker opp mot hva de forventet å få, og eventuelt endrer der de finner feil eller mangler. Her arbeider elevene med den matematiske modellen og de matematiske resultatene den gir. Det som blir vurdert er hvordan de har arbeidet med matematikken, og hvilke resultatet som kommer frem.
2. Validering av den matematiske modellen ved å sammenligne modellen, eller deler av denne, med hvordan de har valgt å tolke problemstillingen og avgrensingen av denne. Her vil elevene se på den matematiske modellen de har laget og hvordan denne stemmer overens med det datagrunnlaget de samlet inn for å beskrive undersøkelsesområdet. Har de bommet på arealstørrelser, levetid, eller andre størrelser vil dette gi utslag her. Her arbeider elevene mellom den matematiske modellen og virkeligheten slik de har forstått den. Beskriver den matematiske modellen virkelig det de hadde tenkt?

3. Validering av den matematiske modellen ved å sammenligne modellen, eller deler av denne, med den reelle modellen av problemstillingen. Her sammenligner en det matematiske modellresultatet med hele modellen. En prøver å sjekke at matematiseringen, altså tallene en har samlet inn og gjort om til matematikk er gjort riktig.
4. Validering av de reelle resultatene ved å sammenligne med tenkt, forventet eller teoretisk resultat. Her ser elevene på modellresultatet de har kommet frem til og om dette stemmer overens med hva de tenkte resultatet ville blitt, eller hva det faktiske målbare resultatet er hvis modellen blir fulgt. Siden elevene ikke har mulighet til å faktisk måle solcellenes bruk, strømproduksjon og kostnader de neste 25 årene, må de nøye seg med å bruke teoretiske resultater og sammenligne med disse.
5. Validering av de reelle resultatene ved å sammenligne med de forskjellige delene i den reelle modellen. Her vil en sammenligne modellresultatene med de forskjellige delene i modellen. Hva skjer hvis en endrer de forskjellige parameterne, hvor kommer utslaget, hvilke faktorer påvirker hverandre. Her kan en altså endre levetid, strømpris, arealbruk eller andre parametere og sammenligne med det faktiske resultatet.

Disse valideringstypene viser at elevene heller velger å sammenligne to eller flere stadier i modellen opp mot hverandre, i stedet for å bare sjekke om de har gjort rett eller galt (Czocher, 2018), som en ville gjort hvis en for eksempel hadde en fasit. Denne typen validering vil vi også kunne kjenne igjen i noen av eksemplene som kommer frem i analysen. I følge Czocher vil valideringen hjelpe modelleringsprosessen på to måter: eleven får validert den ferdige modellen og modell resultater, og de kan få en oversikt over hvordan modellen deres utvikler seg. Ved å sjekke om modellen og modellresultatet en har gir et godt resultat vil en kunne være sikrere på at handlingen en vil anbefale ut ifra modellen er god. Ved å validere mens man utvikler modellen, vil en bedre kunne knytte den til den virkelige verden ved at en sjekker at resultatet gjerne har hold i den virkelige verden. Er arealet på taket virkelig bare halvparten så stort som klasserommet?

Det er viktig å påpeke at disse kategoriene kun peker på *hva* elevene arbeider med og validerer innad i modelleringsprosessen. Men vel så viktig er *hvordan* de validerer disse elementene. Her er målet å se hva eller hvem elevene støtter seg på for å sammenligne eller sjekke at de har kommet frem til et godt resultat. I en klasseromssituasjon slik som det er i denne studien vil det gjerne være naturlig at en eller flere elever i en gruppe vil diskutere og sammenligne med hverandre, med andre elevgrupper, med informasjon de finner på internett, med læreren(e) eller andre kilder og ressurser. Ved å ta i bruk Czochers valideringer sammen med Blomhøj og Jensens modell for hvordan matematisk modellering foregår kan jeg enklere lage et bilde og analysere hvordan elevene arbeider og hvor i den matematiske modelleringsprosessen de er.

Både en kasusstudie gjort av Blum & Leiß (2007) og en studie gjort av Barbosa (2007) viser til at det å gjennomføre modellering i klasserommet kan være positivt for elevene. De peker spesielt på at elevene får mulighet til å modellere, argumentere og kommunisere med hverandre, de får arbeide selvstendig og at de viser evne og vilje til å reflektere over resultatet. Dette avhenger av at lærerens rolle som støtte til elevenes individuelle arbeid er tilstede, i stedet for at læreren gir elevene hele oppskriften, eller er helt fraværende (Blum & Leiß, 2007). De peker også på viktigheten av hvordan læreren forholder seg til resultatene elevene produserer, og hvordan forskjellige antagelser elevene har av hvordan de kan løse problemet vil påvirke disse resultatene. Det er derfor nyttig å prøve å følge elevenes tanker så langt en kan, og komme med forslag til forbedringer eller sammenligninger, uten lede elevene for langt. Dette kan være en utfordring som både elevene og læreren møter når elevene gjerne ikke spør om alt de burde, eller læreren ikke klarer å fange opp problemer før elevene allerede har arbeidet langt i «feil» retning.

2.5 Oppsummering

Dette kapitlet har hatt som formål å skape en felles forståelse for begrepene validering, matematisk modellering og den matematiske modelleringsprosessen. I tillegg er det blitt lagt frem ulike rammeverk som kan fortelle noe om hvordan elevene arbeider og validerer sin egen matematiske modelleringsprosess. Den matematiske modelleringsprosessen som Blomhøj og Jensen omtaler, samt Czochers valideringsprosess, legger rammeverket til den analytiske prosessen for å bedre få forståelse for elevenes modelleringsarbeid. I tillegg vil det autentiske aspektet, at elevene arbeider med ekte data, spille en rolle siden dialogutdrag og observasjoner er gjort mens elevene arbeider med en problemstilling grunnet i virkeligheten.

3 Metode

I dette kapittelet utredes studiens forskningsdesign og metodevalg. Det er blitt tatt flere valg gjennom forskningsløpet, som vil forklares og begrunnes. Hvordan datainnsamling, analyse, og prosjektuken fungerte vil bli forklart. Det vil også bli reflektert rundt min egen rolle i prosessen og etiske forhold jeg har tatt stilling til. Til slutt i kapittelet vil jeg ta opp studiens kvalitet, svakheter og forbedringer som kan gjøres ved videre forskning.

3.1 Valg av metode

For å undersøke elevenes metoder for validering av deres arbeid, er det benyttet en kvalitativ metode. I kvalitativ metode er det fokus på et lite antall deltakere, og det er ord, språk og uttrykk som danner grunnlaget for dataen (Kvale & Brinkmann, 2017). Målet er ikke å finne kvantitativ data med å telle eller undersøke hvor mye som blir sagt. Formålet er å undersøke hva som blir sagt og hvordan dette kan tolkes. Postholm (2010) sier kvalitativ forskning er å utforske menneskelige prosesser eller problemer i en virkelig setting. Målet i denne studien er å få bedre innsikt i modelleringsprosessen gjennom samtale med elevene som har med lærer og seg imellom når de arbeider med oppgaven om solceller i ARGUMENT-prosjektet. Her kan vi se modelleringsprosessen og samtale rundt denne som menneskelige prosesser, og prosjektarbeidet, grunnet i ekte data, som den virkelige settingen. Det vil derfor være naturlig å velge en kvalitativ tilnærming av innsamling og analysing av datamaterialet, siden det er veldig begrenset i omfang, både i antall deltakere og i tid. I en kvalitativ tilnærming til studien kan datainnsamling omfatte metoder som observasjon, intervju og dokumentstudier (Kvale & Brinkmann, 2017). I denne studien har jeg ikke gjennomført intervjuer, men jeg har taleopptak av noen grupper i klasserommet, videoopptak av helklasseundervisning og tilgang til elevenes ferdige prosjekt i tekstformat som alle er med på å belyse hva de har gjort, tenker og forteller underveis. Ved å foreta en kvalitativ metode i denne studien, gir dette meg mulighet til å fokusere på elevene og lærerens ytringer og meninger gjennom samtale. En av ulempene som kan komme av å ha en kvalitativ studie som denne, spesielt når jeg fokuserer på et så begrenset område, er generaliserbarheten som jeg trekker frem mer i kapittel 3.9.

3.1.1 Kasusstudie

En kasusstudie er beskrivende forskning (Merriam, 1998). Hun beskriver at en kasusstudie, på lik linje med annen kvalitativ forskning, ikke bare orienterer arbeider mot noen få variabler, men mot mange eller alle variabler i enheten som blir studert. Postholm (2010) definerer en kasusstudie som en utforsking av et «bundet system», som er både tid og stedsbegrenset. Fokuset i en slik studie kan være et program, en hendelse, en aktivitet, et individ, en institusjon eller en sosial enhet. Postholm (2010) sier at prosjektarbeid som arbeidsmetode i skolen kan være et slik bundet system. Arbeidet i denne studien har blitt avgrenset til en klasse og noen få grupper med elever innenfor denne klassen. Dette blir igjen avgrenset av prosjektens problemstilling «bør skolen investere i solceller?», prosjektets tidsbegrensning og at jeg kun ser på opptak av noen få grupper i denne klassen. Disse opptakene er igjen begrenset til kun de timene elevene arbeidet med matematisk modellering som ledet frem til svar på deres problemstilling. Studien kan derfor sees på som en kasusstudie, hvor begrensningen i tid er prosjektet og stedet er i og rett utenfor klasserommet.

Den primære kilden til datainnsamlingen i denne studien er lydopptak på hver av elevgruppene, supplert med bilder, videoopptak av fellesundervisning, interaktiv observasjon, feltnotat og innsamlet elevarbeid. Ved å ha flere innsamlingsmetoder kan dette gi en bedre forståelse av situasjonen som har vært når lydopptakene er blitt tatt. Datamaterialet i denne studien er omfangsrikt og kan deles inn i tre. Den største, og viktigste biten med datamateriale handler om elevenes ytringer, som inneholder alt av informantenes, lærerens og masterstudentenes verbale ytringer. Dataene inneholder også ikke-verbale elementer som elevenes bevegelser, kroppsspråk og ansiktsuttrykk, da spesielt fanget opp på video. En supplerende del til de innsamlede dataene er elevenes skriftlige produksjon som vi fikk tilgang til i ettertid, for å bedre kunne gjenskape situasjonene.

3.2 Gjennomføring av elevens prosjektarbeid

Prosjektet ble gjennomført i en klasse med en lærer som hadde elevene i alle matematikk og naturfagstimene. Elevene arbeidet i grupper på 3-4 elever. De gruppene vi hadde samtykke til å ha lydopptak på var en ren guttegruppe og en jentegruppe. Undervisningsopplegget besto av et besøk hos ASKO Vest på Arna, som har installert solceller på taket, og deretter tid til å arbeide med problemstillingen, «*bør skolen investere i solceller?*». Elevene fikk tilgang til data fra Bergensverket.no, Statistisk sentralbyrå, Meteorologisk Institutt, plantegninger av skolen og de fikk bruke solceller med måleapparater for å ta egne lokale målinger. De ble også oppfordret til å ta kontakt med solcelleinstallasjonsfirmaer for å få hjelp til kostnader av installasjon og arealbruk. Elevene har i de fleste timene kunnet fordele arbeidsoppgaver og tid fritt. De fleste gruppene samlet inn data de første timene og brukte den siste halvdelen av prosjektuken til å bearbeide dataene og komme frem til en konklusjon. Arbeidet hadde som mål at elevene skulle levere ett skriftlig dokument som presenterte observasjonene, resultatene og konklusjonen de hadde kommet frem til, samt en muntlig fremstilling av det samme arbeidet.

Gjennom uken presenterte elevene hvor langt de hadde kommet til de andre gruppene og læreren gjennom små presentasjoner hvor de fortalte hva de har arbeidet med, hvilke problemer som de arbeider med og resultater så langt i prosessen. Dette gjorde at gruppene tok kontakt med hverandre hvis de hadde like problemer, eller hvis noen av gruppene hadde funnet løsninger. Det var også til hjelp for å vite hvor læreren skulle trø til for at de skulle komme videre i arbeidet.

3.3 Lyd- og Videoopptak

For å få et godt innblikk i samhandlingen mellom elevene i deres arbeid og lærerens rolle i dette arbeidet, har jeg benyttet lyd- og videoopptak. Bruk av denne typen opptak gjør at det kan registreres informasjon med mere detaljer og nøyaktighet enn hva en observatør har mulighet og kapasitet til å registrere, notere eller i det hele tatt huske (Brekke & Tiller, 2013). Som observatør får en da en stor fordel fordi en kan fokusere på å være tilstede i situasjonen, i stedet for å bruke all tid på å notere alt som blir sagt og gjort. Ved å ha lyd- og videoopptak har jeg mulighet til å undersøke i større detalj det som blir sagt, og gjort, mellom elever og lærer.

På denne måten kan jeg unngå subjektive misforståelser som jeg gjerne ville hatt gjennom kun observasjon (Alrø & Kristiansen, Mediet er ikke budskapet, 1997). En annen fordel med opptak er at man kan høre eller se gjennom situasjonen flere ganger, gjerne i små deler av gangen, for å få et bedre bilde av hva som foregår.

En utfordring som kan oppstå ved å ha opptakere i klasserommet er at elevene, og læreren, kan bli påvirket til å oppføre seg annerledes enn hva de ellers ville gjort. Dette kan føre til at en får kunstige, eller ikke helt autentiske situasjoner (Alrø & Kristiansen, Mediet er ikke budskapet, 1997). Dette merket jeg spesielt i de opptakene som jeg har fra de første dagene med observasjon, hvor elevene pekte, eller snakket om opptakeren, gjerne opptrådte annerledes når kameraet ble slått på, eller kom med utsagn som «dette er sikkert ikke nyttig for den som skal høre på», eller «ikke bråk så mye så de kan høre hva vi sier». Dette avtok i løpet av observasjonstiden jeg var der, og i slutten av prosjektet virket det som elevene stort sett ignorerte, eller var blitt vant til, at opptakeren var der.

3.4 Observasjon

Observasjon er en datainnsamlingsmetode som er godt egnet for å studere situasjoner hvor der foregår sosial interaksjon mellom forskningsdeltakere (Tjora, 2010). Han forteller videre at fordi arbeid er situert, noe som er skapt i situasjonen, har observasjon et stort potensial i studier hvor arbeidet som utføres er av interesse. Metoden gir direkte tilgang til situasjonen, slik at en kan være med å tolke det som skjer når det skjer, ikke bare i ettertid gjennom opptak eller intervju. Dette kan være en fordel for å bedre kunne beskrive den situasjonen elevene befinner seg i når jeg senere skal koble dette sammen med lyd- og videoopptak.

Jeg plasserte meg først bakerst i klasserommet sammen med videokameraet, for å ha kontroll på filmingen som ble gjort i starten av timene. Siden jeg kun hadde tillatelse til å filme i helklasseromsdiskusjon, ble det ikke alltid gjort mye filmopptak, og i noen timer ikke noe filmopptak i det hele tatt. Jeg tok derfor på meg en mer observerende deltakerrolle, hvor jeg gikk rundt til grupper som hadde eller ikke hadde opptaker, snakket med dem om hvordan arbeidet gikk, eller bare hørte på mens de arbeidet. Jeg var for det meste ikke en del av den pedagogiske situasjonen som elevene arbeidet i, og kan derfor klassifisere min observasjon til å være av første orden (Bjørndal, 2002).

I noen tilfeller kom elevene til meg med spørsmål som jeg svarte på etter beste evne, eksempelvis hvis lærer ikke var tilstede akkurat da. Jeg havnet da i en mellomposisjon mellom å observere fra første og andre orden. Det gjorde at jeg fikk god innsikt i arbeidet til de forskjellige gruppene, og eventuelle utfordringer de møtte på underveis. Dette var til god hjelp for å sette i kontekst lydopptakene jeg hadde fra gruppene, for å vite hva de snakket om og når og i hvor stor grad læreren var involvert. Ved å observere på denne måten kan det være med på å sikre god kvalitet av observasjonen, fordi jeg ikke trengte å tenke på lyd og video-opptakene som ble gjort automatisk (Bjørndal, 2002).

3.5 Datainnsamlingen

Datainnsamlingen har skjedd i samarbeid med resten av deltakerne i ARGUMENT, to andre masterstudenter, min veileder og prosjektleder. All datainnsamling har skjedd på en av skolene vi fikk tildelt av prosjektet, hvor jeg var på 10. trinn. Prosjektet skulle gjennomføres på en uke, men tok noen dager ekstra for at elevene skulle komme helt i mål. Timene prosjektet ble gjennomført på var matematikk-, naturfag- og samfunnsfagtimer, hvor alle disse er økter på 1 time. På 10. trinn, hvor jeg observerte og samlet datamaterialet mitt, var problemstillingen elevene hadde fått: *«bør skolen investere i solceller?»*. I forkant av at vi skulle observere og ta opptak introduserte jeg og min veileder oss for klassen og fortalte litt om oss selv og prosjektet, slik at de visste litt mer om hvorfor vi skulle ta lyd- og videoopptak. Vi informerte også om at vi kun var interessert i deres samtaler og arbeid i prosjektet, og ikke deres ferdigheter i matematikk og naturfag. Det var også gitt informasjon av læreren i forkant av at vi kom for å gjennomføre prosjektet, og innhentet samtykke fra elevene og foresatte til helklasse videoopptak og lydopptak på noen av elevgruppene. Elevene kan, og kunne, selvfølgelig trekke samtykket når som helst.

3.6 Utvalg av deltakere

Det var lagt opp til gruppearbeid gjennom hele prosjektet, men gruppene var delt inn av læreren allerede før vi kom for å observere. Dette gjorde at det var noen grupper hvor deler av gruppen ikke ønsket å bli tatt opp på lyd. Heldigvis var det noen grupper hvor alle elevene hadde gitt samtykke til dette, og det ble derfor disse gruppene jeg fokuserte min observasjon på.

Dette kan virke som en litt tilfeldig metode for valg av hvem som er med i studien, men er med på å gi et realistisk bilde av hvordan det kan være i et klasserom. Jeg kunne ikke velge veldig muntlig aktive, eller veldig motiverte elever til å basere studien på, men måtte heller arbeide med det jeg fikk. I alle timene jeg observerte plasserte jeg lydopptakere på disse gruppene fra første stund for å følge deres arbeid ekstra nøye.

Gruppe 1 besto av fire gutter. I denne gruppen virket det som at alle elevene var omtrent like aktive og bidro med det de kunne til gruppen. Det har tidvis vært vanskelig å følge opptakene til denne gruppen fordi de tok kontakt med andre grupper, eller snakket oppå hverandre. Gruppe 2 besto av fire jenter hvor de bidro noe ulikt til samtalene, men alle har bidratt godt til det endelige resultatet.

Det er viktig å nevne at denne skolen, og spesielt denne klassen, var med på ARGUMENT-prosjektet også året før, da de gikk på 9. trinn. De arbeidet da med en helt annen problemstilling og fulgte ikke den samme undervisningsplanen eller arbeidsmengden som de hadde denne gangen. På grunn av dette var elevene allerede kjent med en situasjon hvor de har forskere inne i klasserommet som observatører og eventuelt å bli tatt opptak av. Jeg tror likevel ikke at dette hadde en veldig stor påvirkning på hvordan elevene arbeidet eller oppførte seg mens jeg var der, eller mens prosjektet foregikk.

3.7 Etske betraktninger

I et prosjekt som dette, som gjennomføres på og med elever i skolen, er det flere etiske problemstillinger som bør tenkes gjennom på forhånd. Denne studien håndterer personopplysninger, fordi det er blitt brukt lyd- og videoopptak, noe som relativt enkelt kan avsløre deltakernes identitet. På grunn av dette er studien meldepliktig til Norsk senter for dataforskning (NSD). Dette forskningsprosjektet er en del av ARGUMENT-prosjektet, og er derfor dekket under deres søknad til NSD. Kvale & Brinkmann (2017) trekker frem tre etiske faktorer som er spesielt viktig å tenke på i kvalitativ forskning: informert samtykke, konfidensialitet og konsekvenser av å delta i forskningen. Disse tre faktorene vil jeg vurdere min studie opp mot, og forklare hva som er blitt gjort underveis.

3.7.1 Informert samtykke

Ifølge Kvale & Brinkmann (2017) handler informert samtykke om flere faktorer. Deltakerne skal være informert om studiens formål og hovedtrekk i studiens design. De skal også være informert om mulige risikoer, eller fordeler med å være med i studien. Det innebærer også at de som skal være involvert deltar frivillig, uten press fra noe hold, og at de er informert om at de kan trekke sitt samtykke når som helst. I denne studien var det to grupper som har vært involvert i studien, elevene og læreren. Samtykkeskjemaet elevene skrev under kan en se i helhet i vedlegg 1.

Det er et etisk ansvar at deltakere i undersøkelsen får så mye informasjon som mulig (Kvale & Brinkmann, 2017). Dette er informasjon om hvem som vil ha tilgang til innsamlet datamateriale, studiens formål, om intervjuer eller annet datamateriale kan publiseres, og eventuell tilgang til transkripsjoner eller analyse. Informert samtykke handler også om hvor mye informasjon som bør bli gitt (Kvale & Brinkmann, 2017). Det er ikke noen retningslinjer en kan følge når det gjelder hvor mye informasjon som er for mye, eller for lite. Dette er fordi informasjon som blir gitt kan endre deltakerens oppførsel og da gi falske resultater i forskningen. Et eksempel her er hvis elevene visste på forhånd at jeg ønsket å undersøke hvordan de validerer og hvilke utfordringer de møter, gjerne ville fokusert mer på dette enn de ellers ville gjort. Dette er en vanskelig balansegang, men jeg valgte å ikke fortelle elevene at jeg ønsket spesifikt å se på dette temaet, men heller forklarte at jeg ønsket å se på hvordan de samarbeidet, innad i gruppen, på tvers av gruppene og eventuelt med læreren. Jeg forklarte at jeg ikke var ute etter å «ta» noen elever i å gjøre feil, eller kritisere arbeidsmetodene deres, men heller var ute etter innsikt i hvordan de arbeidet. En svakhet i studien er jo selvfølgelig at siden jeg valgte å fortelle elevene dette så kan de ha brukt mer tid, og gjerne arbeidet annerledes i gruppen, enn de gjerne ellers ville gjort. Det er likevel et valg jeg gjorde for at deltakerne skulle være mer komfortable med å ha meg som observatør i klasserommet.

Elevene fikk utdelt et informasjonsskriv om ARGUMENT-prosjektet av læreren før prosjektuken begynte. Som en del av informasjonsskrivet var det også et samtykkeskjema. Fordi elevene er over 15 år, holder det at de selv signerer samtykkeskjemaet. Da prosjektuken startet hadde de fleste elevene levert inn, og skrevet under på samtykkeskjemaet. En av utfordringene her ble at de kunne velge hvor mye de ville være med på, video, lyd, video i grupper og så videre. Dette gjorde at bare noen få grupper hadde alle deltakere som hadde samtykket til å bli tatt lydopptak av. Alle elevene hadde samtykket til videoopptak i helklasse, så dette ble tatt når det foregikk diskusjoner. Ingen av gruppene hadde alle deltakere med samtykke til filming i grupper, så dette ble heller ikke gjort. Dette fungerte godt, med at vi kun filmet i helklassediskusjoner, og skrudde av kameraet etter at dette var ferdig, og hadde lydopptakere kun på de gruppene hvor alle hadde samtykket til dette. Elevene beveget seg tidvis rundt i klasserommet, og diskuterte med elever i andre grupper. Deler av disse diskusjonene er også fanget på lydopptakeren, men er enten ikke tatt med videre til transkripsjon, eller transkribert når vi også har samtykke fra eleven som kommer utenfra den gruppen lydopptakeren ligger på.

3.7.2 Konfidensialitet

Konfidensialitet i forskning handler om enighet med deltakerne om hva som kan gjøres med dataene som blir et resultat av deres deltakelse (Kaiser, referert i Kvale & Brinkmann, 2017, s. 106). Dette blir til et spørsmål om hvem som skal ha tilgang til hvilke data, og at private data ikke skal kunne spores tilbake til og identifisere deltakerne. I denne studien har dette bydd på et problem, siden det kun er tre skoler i bergensområdet som har vært med på ARGUMENT-prosjektet og gjennomført klasseromsprosjektet. Fordi klassetrinn og organiseringen av prosjektet er beskrevet i denne studien er det en mulighet for at en kan spore denne studien til den aktuelle skolen. På grunn av dette har jeg valgt å kun fortelle de viktigste trekkene til undervisningsopplegget, og lite bakgrunnsinformasjon om informantene.

Jeg har valgt å holde tilbake hvor mange parallelle klasser det er, lokasjon av skole, antall informanter, navn på skole og informanter. Dette vil gjøre det litt vanskeligere å spore tilbake dataene til den aktuelle klassen, og elevene og læreren som har deltatt i prosjektet.

Fra De nasjonale forskningsetiske komiteene (2016) sier at «forskeren skal som hovedregel behandle innsamlet informasjon om personlige forhold konfidensielt og fortrolig». Dette innebærer at personlige opplysninger blir aidentifisert, og at fortolkningsmaterialet skal være anonymisert. Det innebærer også at materialet skal oppbevares forsvarlig og tilintetgjøres i etterkant av prosjektet. I ARGUMENT-prosjektet har de fulgt NSDs retningslinjer, ved å ha all data samlet på et lukket område hvor kun personer tilknyttet prosjektet har tilgang. Dette har videre vært fulgt opp ved å avgrense de forskjellige områdene av dataene de forskjellige forskerne har tilgang til. Jeg har kun hatt tilgang til data samlet inn på 10. trinn ved en av skolene. Opptakene har blitt transkribert av meg, uten bruk av navn på noen av informantene. I stedet har jeg valgt å bruke tall eller bokstaver for å skille mellom de forskjellige utsagnene, for å holde det så anonymt som mulig.

3.7.3 Konsekvenser for deltakelse i forskningen

Kvale og Brinkmann (2017) påpeker at i all kvalitativ forskning må man forholde seg til konsekvensene det kan ha for deltakerne å være med i forskningsprosjektet. De beskriver dette prinsippet som velgjørenhet, og at risikoen for å skade en deltaker skal være minst mulig. Her ser vi ikke bare på skader som sår eller smerte, men gjerne også mental belastning for eksempel gjennom at de har delt informasjon de senere vil angre på. I denne studien mener jeg at informantene ikke er blitt utsatt for noen store negative konsekvenser, men elevene fikk noe mindre tid til å øve til prøver, og deler av arbeidet de har gjort vil gjerne ikke vise igjen på noen prøve eller karakterer. Likevel kan det å gå så nøye gjennom et datamateriale, og gjerne se ekstra nøye på utsagn slik det er gjort i denne studien, føre til at en ser sårbarheten hos informanten. Dette kan føre til at man ikke ser helheten i situasjonen fordi man gjerne bare ser på en del av det hele, og muligens kan fremstille informanten feil, ved at de gjerne oppfører seg annerledes i denne situasjonen enn de gjør ellers.

Postholm (2010) peker på at deltakere i forskningsarbeidet har rett til privatliv, og at deres identitet blir beskyttet. Hun forteller videre at hvis vi sitter på informasjon som kan skade deltakeren så bør de enten kuttes, eller presenteres på en slik måte at deltakerens identitet ikke røpes. Fordi jeg har lydopptak av alt som er blitt sagt på gruppene jeg forsket på, er det en del samtaler både elevene imellom, og mellom lærer og elev som ikke er relevant for forskningen, men som kan fortelle en del om hvordan disse deltakerne er som personer. Disse har jeg valgt å kutte vekk fra transkriberingsarbeidet og fra analysen i det hele tatt, for å ikke bli påvirket av hvem de er og hva de ellers sier i løpet av timene jeg analyserer. Læreren blir også utsatt for et forskerblick på hvordan han oppfører seg, og sier ting, i klasserommet. Det er da viktig at jeg ikke legger ord i munnen på ham, og heller ikke misforstår det som er blitt sagt eller gjort. Det at jeg er i klasserommet og observerer, kan være hemmende for lærerens arbeid, og jeg bør på ingen måte dømme læreren for den oppførselen som er blitt observert under forskningen.

3.7.4 Forskerens rolle

Forskerens person og integritet blir tatt opp av Kvale og Brinkmann (2017) som betydningsfull for den vitenskapelige studiens kvalitet. I kvalitativ forskning kan det oppstå en ubalanse i maktforholdet mellom forsker og deltaker, slik at tilstedeværelsen av en forsker kan påvirke deltakerne. Det er viktig at denne balansen mellom deltakere og forsker i prosjektet opprettholdes, slik at en kan opptre vennlig og profesjonelt i rollen, og dermed påvirke deltakerens oppførsel så lite som mulig.

For at deltakerne skulle bli litt kjent med oss forskere, møtte vi dem før prosjektet begynte, fortalte litt om hvem vi var, hvorfor vi var der og litt mer om prosjektet. Dette var et forsøk på å minimere feilkilder mens vi var i klasserommet og observerte elevene. Målet med dette var å minimere den forstyrrende effekten jeg hadde på elevene, samt hvilken effekt kameraet og lydopptakeren ville ha. Det var likevel tydelig at elevene merket at opptak av lyd og bilde ble gjort. Spesielt i starten skjedde dette når noen av elevene spesifikt snakket om lydopptakeren som lå mellom dem og gjerne brukte den som et middel til å få de andre elevene på gruppen til å begynne å arbeide. «Husk at det blir tatt opptak», «kan de høre oss nå?», er noen av ytringene som kom frem.

3.8 Metode for analyse av datamaterialet

I denne studien ønsker jeg bedre innsikt i hvilke utfordringer som oppstår i elevenes arbeid med matematisk modellering, hvordan de løser disse hvilke og valideringsmetoder de tar i. For å kunne svare på dette må jeg analysere hvordan elevene arbeider med den matematiske modellingsprosessen ut fra det datamaterialet jeg har samlet inn. Dette gjør jeg gjennom en analyse av elevenes samtaler med hverandre, læreren og tidvis forskere som er inne i klasserommet. Rådataen som ble samlet inn består av 1 time film, 9 timer lydopptak og et stort antall bilder, feltnotat, og elevgruppens skriftlige produkt. Det har vært nødvendig å bearbeide disse dataene gjennom systematisk utvelgelse og koding for å kunne utføre en analyse og tolkning for å besvare forskningsspørsmålet til studien.

Jeg har i denne prosessen arbeidet meg gjennom rådataen, observasjoner, lyd- og videoopptak, notater og elevarbeid og funnet interessante utdrag fra disse som jeg har bearbeidet videre. Dette har foregått gjennom transkripsjon av lydopptak fra situasjonen, som blir bedre belyst i kombinasjon med observasjon og elevarbeidet. Deretter har jeg analysert disse utdragene ved hjelp av teoretiske verktøy og begreper fra teorikapittelet. Til slutt har resultatet fra analysen blitt brukt for å danne et grunnlag til å diskutere funn i lys av studiens forskningsspørsmål.

Dette har vært en prosess som har foregått litt om hverandre, hvor jeg flere ganger har måtte gå tilbake til rådataen for å bedre kunne belyse de interessante utdragene. Dette ble også gjort for å kunne sjekke at jeg hadde transkribert riktig, at jeg hadde forstått situasjonen riktig og for å finne frem elevenes skriftlige arbeid for å supplere når de snakket lavt, mumlende eller pekte på ting de arbeidet med på skjermen.

3.8.1 Transkribering

I løpet av datainnsamlingsperioden, og spesielt i ettertid, ble det gjennomført transkripsjoner av lydopptakene, fra talespråk til skriftspråk. Jeg lyttet gjennom alle lydopptakene, noterte ned tider hvor jeg fanget opp noe som virket relevant for problemstillingen, og gjennomførte først en grovtranskripsjon av samtalen. Dette gjorde at jeg fikk et bedre overblikk over hvilket datamateriale jeg trengte å arbeide videre med som jeg anså som relevant for studien. Dette ble deretter fintranskribert. Informantenes utsagn har jeg prøvd å transkribere så ordrett som mulig, for å bevare betydning og innhold.

Fordi det å transkribere er å transformere fra tale til tekst, kan det være vanskelig å få med alle nyanser og vil aldri være helt objektiv, men farges av den som transkriberer (Kvale & Brinkmann, 2017), i dette tilfellet meg. Flere steder opplevde jeg at opptakskvaliteten var utilstrekkelig, ved at informantene snakket oppå hverandre, for lavt, annen støy i klasserommet som kom i veien, eller gjerne at lydopptakeren lå på feil plass. Dette førte enten til at jeg måtte gjette noen ord, eller hvis situasjonen ble vanskelig å forstå med manglende eller ufullstendig data, ble denne del valgt bort eller utelatt.

Transkripsjonene inneholder ytringer til elever, lærer og forskere. Det er tatt med få ikke-verbale faktorer, for å beskrive situasjonen eller samtalen. Jeg har tatt med pauser, gjentakelse av ord, og lydhermende interjeksjoner som «eh» og «ah» fordi det kan hjelpe med å gi kontekst og forståelse av innholdet i samtalen. Datamaterialet er blitt transkribert til bokmål, fra dialekt. Dette har jeg gjort for å kunne bedre bruke tegnsetting og rettskrive. Fordi navn på informantene ikke er relevant for studien, har disse blitt anonymisert.

3.8.2 Koding og kategorisering

For å finne ut hvilke utfordringer som oppstår, og hvordan elevene validerer sitt arbeid med matematisk modellering har jeg tatt i bruk Blomhøj og Jensens rammeverk for hvordan en matematisk modelleringsprosess kan se ut. For å bruke de forskjellige kategoriene til Blomhøj og Jensen har jeg prøvd å finne ord, uttrykk eller konsepter som kommer frem i elevenes samtaler som kan peke tilbake på kategoriene. Denne typen koding blir også omtalt i Corbin og Strauss (2015) hvor målet er å utvikle og forstå konseptene som kommer frem i analysen, for å kategorisere og for å danne et grunnlag for videre arbeid. Dette kan sees som en konstant komparativ analyse, hvor jeg har sammenlignet de forskjellige dataene i analysen opp mot hverandre (Merriam, 2019), for å finne ut hvor de passer i det teoretiske rammeverket, i stedet for å utvikle ny teori. For å hjelpe meg videre med dette har jeg også brukt Czochers rammeverk for validering i en matematisk modelleringsprosess, hvor elevene ofte bruker sammenligning for å validere. Jeg har lyttet og arbeidet meg gjennom datamaterialet på jakt etter steder hvor elevene gjerne har spørrende spørsmål. «Kan det være slik?», «kan jeg gjøre sånn?», «hva skjer hvis vi endrer?», «hva fikk dere?», er noen slike spørsmål som har dukket opp, og som kan tyde på at elevene sammenligner sine data og funn enten med de andre på gruppen, eller med andre elevgrupper. Videre har jeg brukt disse stedene til å finne mer kontekst rundt dette utsagnet for å forstå situasjonen, og hva de eventuelt finner ut eller sammenligner.

Blomhøj og Jensens rammeverk har også vært viktig for å forstå hvor elevene er i modelleringsprosessen. Hvis de diskuterer tall og regnemetoder er de gjerne i matematisering (c) eller matematisk analyse(d). Hvis de diskuterer tall og resultater opp mot andre grupper, eller hvis de endrer egne tall for å se om utfallet blir annerledes, er de gjerne mer mot tolking av resultater (e). Hvis de er helt i slutten av arbeidet og jeg finner mye sammenligning og argumentering som kan validere hva de har gjort i hele modellen, er de kanskje helt i slutten av modelleringsprosessen og evaluerer hele modellen (f).

For å få en bedre oversikt over alt datamaterialet jeg arbeidet med, valgte jeg og fargekode dialogutdragene som jeg hadde grovtranskribert. Her valgte jeg å markere steder hvor jeg fant sammenligning, valideringsforsøk eller hvor jeg så elevene tok kontakt med andre elever eller lærer. Dette gjorde jeg slik at jeg nærmere kunne fokusere mitt arbeid på de områdene hvor jeg så at mye av samtaleutdragene var farget og jeg kunne fintranskribere og arbeide videre med disse. To av disse samtaleutdragene vil bli lagt frem i analysen.

En utfordring var at ikke alle samtaler, eller deler av samtaler, lot seg kategorisere så lett. Det har ikke vært et mål å kunne kategorisere hvert av utsagnene, og diskusjonene elevene har hatt, kun i en av Czochers eller Blomhøj og Jensens kategorier. Målet er å få et bedre overblikk over hvor elevene er i arbeidet, slik at jeg kan si noe om hvordan elevene arbeider og hvilke utfordringer de gjerne møter underveis. Et eksempel på tydelig validering som dukker opp er bruk av kilder, hvor en av elevene trekker frem at de har strømpris og økning av strømpris fra energidepartementets nettsider. De sier ikke mer enn at de har funnet det der, og det kan virke som at de stoler på denne siden nok til å ikke stille spørsmål ved dette datapunktet. Dette er en form for valideringsarbeid, hvor elevene har funnet data som de bruker, men ikke setter videre spørsmål med hva de har gjort. Ofte i analysen av datamaterialet har det virket som elevene er på flere steder i modelleringsprosessen, og jeg prøver å fremstille det så godt som dette lar seg gjøre. Spesielt når elevene arbeider med refleksjon rundt sin egen oppgave er det veldig mye frem og tilbake, fordi faktorene de arbeider med gjerne har påvirkning på flere av prosessene senere i modellen.

For å analysere noen av utdragene har jeg også samarbeidet med min veileder og med medstudenter, hvor vi har diskutert funn opp mot rammeverket, hvor de best passer inn og hvordan de forteller oss noe om den matematiske modelleringsprosessen elevene er i. Ved å ha studert elevenes utsagn, samtaler, argumenter, spørsmål og sammenligninger i lys av teorien i kapittel 2, har det vært mulig å få en bedre forståelse av hvordan elevene arbeider i den matematiske modelleringsprosessen, og hvilke utfordringer som oppstår underveis, når elevene arbeider med ekte data.

3.9 Studiens pålitelighet og gyldighet

I kvalitativ forskning finnes det flere kriterier som benyttes for å få en indikasjon på forskningens kvalitet og fremstilling. Ifølge Kvale og Brinkmann (2017) er det begrepene *reliabilitet*, *validitet* og *generaliserbarhet* av data som kan ha en innvirkning. De skriver at reliabilitet har med forskningsresultatene konsistens og troverdighet å gjøre, altså om forskningen er blitt gjort på en pålitelig og troverdig måte, slik at resultatet kan bli reproduisert av andre forskere i en annen studie, ved bruk av de samme metodene. Validitet definerer de til å være om metoden som er blitt valgt egner seg til å undersøke det en skal undersøke, altså i hvilken grad dataene som er samlet inn reflekterer de fenomenene som en ønsker å vite noe om. Hvis dataene ikke forteller noe om det en ønsket å undersøke har en mest sannsynlig valgt feil tilnærming til situasjonen og dataene som er samlet inn.

Tjora (2010) benytter innenfor kvalitativ forskning begrepet *gyldighet* for validitet. Gyldigheten til studien handler om undersøkelsen faktisk undersøker det den skal undersøke, og om svarene en får svarer på spørsmålene som er blitt stilt. I denne studien kan den kommunikative gyldigheten begrunnes ved at det har vært et bevisst fokus på aktuelle teorier, perspektiver og tidligere forskning. Funnene blir stilt opp mot tidligere forskning og konklusjoner, og ligner gjerne, eller støtter opp om, funn som er blitt gjort tidligere. Dette gjør at «kunnskap utvikles i små skritt (Tjora, 2010, s. 179)», og målet er at denne studien vil øke vår kunnskap om matematisk modelleringsarbeid litt mer, og i denne spesifikke situasjonen. Som forsker må jeg også være bevisst min egen rolle i analysen av datamaterialet. Senere i kapittelet vil jeg legge frem hvordan jeg har gått frem for å analysere datamaterialet, men ved å ha et eget, teoretisk, perspektiv på matematisk modellering og valideringsarbeid i sammenheng med dette, kan dette ha påvirket tolkingen av dataene i analysen. Det er viktig å påpeke at alt analysearbeid jeg har gjort kun er på bakgrunn av dataene som er samlet inn, altså hva elevene eller læreren faktisk

har sagt eller gjort.

Analysen er som nevnt tidligere gjort i samarbeid med veileder og medstudenter, hvor vi har diskutert samtaleutdrag og funn opp mot det teoretiske rammeverk. Dette kan sees på som en triangulering hvor en må ta i bruk forskjellige kilder, her de forskjellige datainnsamlingsmetodene, og spesielt at de forskjellige personene som har sett på materialet alle har kommet frem til de samme, eller lignende konklusjoner (Postholm, 2010).

Ved at jeg har hatt flere metoder for å legge grunnlaget for situasjonene jeg beskriver kan dette være med å styrke datamaterialets gyldighet. Fordi jeg var i klasserommet da elevene arbeidet med prosjektet kan dette også påvirke dataene som er samlet inn, slik jeg har omtalt tidligere i metodekapittelet.

Hvor Kvale og Brinkmann (2017) bruker begrepet reliabilitet, bruker Tjora (2010) pålitelighet. I kvalitativ forskning er det viktig å prøve å være nøytral. Hvis en kan mye om temaet på forhånd, kan dette påvirke hva en leter etter, eller hvilke resultater en legger vekt på (Tjora, 2010). Fordi det er nærmest umulig å ikke kunne noe om feltet en forsker på er det dermed viktig å legge frem sin egen posisjon, hvordan en posisjonerer seg i forhold til tidligere forskning og hvordan en kan bruke kunnskapen en har som en ressurs. Tjora (2010) sier det derfor er viktig å ha et klart skille mellom hvilken informasjon som kommer frem fra dataene som er samlet, og hva som kommer frem gjennom analysen. I metodekapittelet er det lagt frem hvilke metoder jeg har brukt for å samle, generere og analysere dataene. Ved å ha flere innsamlingsmetoder, beskrivelse av hvordan disse er gjort og etterpå transkribert, er dette et forsøk på å øke transparens av studien. I denne studien har jeg prøvd å gjøre dette tydelig gjennom å vise transkripsjonene som er blitt brukt, og presentere situasjonen med den informasjonen som er samlet inn, før jeg går inn og analyserer de forskjellige samtalene. Ved å gjøre dette er målet å øke konsistensen ved studien, slik at hvis andre vil gjennomføre en lignende studie, vil de komme frem til lignende resultater.

Transparens er ifølge Thagaard (2013) også med på å styrke troverdigheten til en kvalitativ studie. Det betyr at metodene som er brukt er gjort synlige, slik at en enklere kan gjennomføre lignende studier ved en senere anledning. I kapittel to om teori har jeg prøvd å trekke frem den teorien og tidligere forskning som vil farge hvordan jeg analyserer og diskuterer om denne studiens problemstilling. Her har jeg trukket frem og gjort rede for de forskjellige begrep og konsepter som jeg har brukt for å prøve å plassere mine funn i mer kjent terreng. Ved å ha et rammeverk som allerede er laget som jeg kan støtte mine funn på, har dette hjulpet med å forstå og diskutere de forskjellige situasjonene og funnene jeg har.

Både Kvale og Brinkmann (2017) og Tjora (2010) trekker inn generaliserbarhet, eller generalisering, som et mål for samfunnsforskning. I kvantitative metoder kan en gjerne legge til grunn en statistisk form for generalisering, ved at en kan legge frem trekk som en finner i deler eller hele populasjonen (Tjora, 2010). Dette er vanskeligere å gjøre i kvalitative studier, fordi en gjerne bare ser på en liten del av helheten, eller ønsker å gå dypt inn i veldig spesielle tilfeller eller situasjoner. I denne studien kan vi si at målet er en mer konseptuell generalisering, hvor målet er å utvikle innsikt knyttet til et fenomen (Tjora, 2010), og at andre som leser denne studien klarer å kjenne igjen egne erfaringer i situasjonene som er beskrevet (Postholm, 2010), slik at funn rundt den matematiske modelleringsprosessen kan bli brukt til å teste eller utvikle feltet videre gjennom flere studier.

4 Resultat

I dette kapittelet vil jeg presentere to ulike situasjoner som blir analysert og diskutert opp mot begrepene knyttet til matematisk modellering, presentert i kapittel to. Dette blir gjort for å danne et grunnlag som kan svare på studiens spørsmål, hvor jeg ønsker å undersøke hvilke utfordringer elevene møter i arbeid med matematisk modellering, der et undervisningsopplegg med bruk av ekte data blir undersøkt. Situasjonene som er valgt mener jeg eksemplifiserer forskjellige deler av elevenes arbeid med matematisk modellering, og viser hvor i arbeidet de er og eventuelt hvilke utfordringer som dukker opp underveis.

Kapittelet tar for seg to ulike situasjoner. Hver av situasjonene er delt i flere deler for å enklere analysere hver del av samtalene for seg. Det undersøkes hvordan elevene arbeider med matematiske modellering, hvor i prosessen de er, og utfordringer de møter. Funn i analysen legger grunnlaget for å kunne drøfte rundt utfordringer som oppstår i elevenes modelleringsprosess og hvordan de løser disse. Funnene vil bli sett i lys av tidligere forskning og litteratur, og kan peke på noen tendenser som ligner eller skiller seg fra tidligere forskningsresultater.

Situasjonene som analyseres er valgt på grunn av rikt innhold, sett i lys av interessen for funn om og rundt elevenes modelleringsprosess. De gir innsikt i hvordan elevene arbeider med matematisk modellering, og hvordan dette kommer til uttrykk imellom elevene, eller mellom lærer og elev. Utdragene er også beskrivende for tendenser som er mer generelle for eleven i denne klassen. På grunn av studiens omfang, og hvilke elever det var mulig å ha opptak av, er disse samtalene blitt valgt som eksempler. Før hver situasjon, og utdrag av situasjon, vil det bli gitt relevant bakgrunnsinformasjon. Dette er informasjon om gruppen, hva de arbeider med, hvor i arbeidet de er, eventuelt hva de har gjort eller hvem de har snakket med. Dette blir gjort for at situasjonen skal bli mer oversiktlig, og forhåpentligvis gi bedre innsikt i hvorfor samtalen eller situasjonen utarter på denne måten.

Den første situasjonen (situasjon 1) er hentet fra en elevgruppe hvor det meste av samtalen foregår innad i gruppen og med andre medelever. I denne situasjonen har elevene så vidt begynt med prosjektet. De er i gang med å samle rådata og så vidt begynt å regne på dette. En av grunnene til at dette samtaleutdraget ble valgt er fordi det kan være med å sette kontrast mellom

den tidlige fasen av prosjektarbeidet og en mye senere fase som blir fremstilt i den neste situasjonen.

Den andre situasjonen (situasjon 2) jeg trekker frem er en gruppe hvor to av elevene sitter og arbeider sammen, men stort sett snakker med læreren om hva de arbeider med. I denne situasjonen er gruppen kommet ganske langt i arbeidet, hvor de allerede har en modell og et resultat, men som de gjerne ikke er helt fornøyd med. Dette gjør at elevene må gå gjennom den matematiske modellen på nytt, og samtalen som blir presentert gjenspeiler denne evalueringprosessen.

Jeg vil belyse de to forskjellige situasjonene ved hjelp av det analytiske rammeverket beskrevet i kapittel to som kan være med å peke på problemer eller utfordringer som elevene har møtt på i modelleringsprosessen. I denne sammenheng vil jeg spesielt trekke inn Figur 1: Den matematiske modelleringsprosessen, beskrevet i Blomhøj & Jensen, som jeg har beskrevet i kapittel 0, som vil være sentralt for å forstå og beskrive hvor elevene er i deres matematiske modelleringsarbeid.

4.1 Guttegruppens valideringer i starten av modelleringsarbeidet, Situasjon 1

Elevene i denne gruppen har fått utdelt problemstillingen «*bør skolen investere i solceller?*» en dag i forveien av denne situasjonen, så de er ikke kommet veldig langt i prosjektet enda. De har altså *Problemformuleringen* allerede gjort, og arbeider med å forstå hvordan de skal gå frem for å løse dette. I situasjonen som blir lagt frem har de nå vært ute og målt lengden på skolen med målebånd. Grunnen til at de har gjort dette er fordi de har fått utdelt en skisse over skolen, hvor målene på de forskjellige lengdene ikke står og det er blitt skrevet ut i feil format, slik at målestokken ikke stemmer. De har derfor målt opp selv, slik at de kan vite hvor lang skolen *egentlig* er for å kunne finne de reelle lengdene som skissen prøver å vise. Vi kan på bakgrunn av dette si at i situasjonen som blir presentert under er elevene i full gang med *systemavgrensing* og *matematisering*. I løpet av elevenes arbeid med systemavgrensing av problemstillingen ser vi underveis flere ganger at elevene prøver å *validere*, eller bekrefte, at målingene de har gjort er riktige og at arbeidet de skal gjøre videre blir gjort på bakgrunn av gode tall. Funnene som blir presentert vil gjenspeile noen av metodene elevene tok i bruk.

For å presentere denne situasjonen har jeg valgt å dele den opp i tre mindre deler for å lettere kunne ta opp forskjellige elementer og analysere disse hver for seg. Samtalen som følger er kun et utdrag av hva som skjedde denne timen, men er valgt fordi temaet var noe mer fokusert mot kun noen få deler av den matematiske modelleringsprosessen og kan gi kontrast til samtalen som blir presentert i kapittel 4.2. Denne situasjonen foregår som sagt tidlig i elevenes prosjektarbeid, og gjør at elevene gjerne holder på med flere ting på en gang, uten at samtalen nødvendigvis reflekterer dette arbeidet. Flere ganger i løpet av samtalen trekker elevene inn målestokk, uten at de har regnet noe, og da snakker de om målene de har funnet gjennom Google Kart sitt kart over skolen, enten på PC eller mobiltelefon.

4.1.1 Validering gjennom sammenligninger med andre grupper

Samtalen starter i det elevene kommer inn i klasserommet og har satt seg ned ved pultene, etter at de har vært ute og målt. Elevene er kommet inn mye senere enn noen av de andre gruppene som har vært ute og målt, og læreren kommer bort og avbryter elevenes diskusjon for å høre hva de har gjort.

Lærer: kan jeg bare spørre hva dere har gjort? Har dere vært ute og målt?

Elev 1: Vi har målt lengden på taket ja

Lærer: ja okay.

Elev 1: på ene siden [av skolen], vi skulle finne ut måleenheten.

Elev 1 snur seg til en annen gruppe og spør: du hva ble målestokken hos dere? Hvor mange meter fikk dere på taket?

Elev 4: jeg kan vise dere hva vi har gjort. Målestokk bruker vi for å vite hvor stort noe er på avstand og areal, så har vi tatt alle sammen, alle de forskjellige takplatene og regnet disse sammen.

Lærer: så kan dere sammenligne tallene dere har fått etter dere har regnet litt.

I starten av denne samtalen forteller eleven hva de har gjort og grunnlaget for hva de gjorde. Elev 1 forteller at de har målt lengden av skolen for å finne målestokken til skissen. For å få validert resultatet de har fått av denne datasamlingen snur de seg til gruppen ved siden av, og spør hvilket svar de fikk på deres målinger. Dette gjør de for å sammenligne, slik vi kjenner igjen fra Czocher, hvor de velger å sammenligne sitt midlertidige resultat med den andre gruppens ferdige resultat. I stedet for å svare direkte på forespørselen viser og forteller Elev 4 hvordan de har regnet og hvordan de kom frem til sitt resultat, i stedet for å bare gi dem svaret. Eleven får dermed ikke direkte den dataen de trenger for å sammenligne, men må heller regne med de dataene de har for å finne ut om de har gjort riktig. Læreren støtter også opp om dette, og foreslår at de kan sammenligne på nytt, når de begge har et resultat å sammenligne. Vi kan se at i denne startfasen har elevene kommet i gang med innsamling av deler av et datamateriale de kan bruke i sin systemavgrensing., Her arbeider de med størrelsen på arealet de kan bruke til å ha solceller på. Gruppen er også inne i et arbeide hvor de prøver å matematisere størrelsene de har funnet, slik at de kan bruke disse i deres matematiske utregninger. De er ikke sikre på om dataene gruppen har samlet er korrekt, og om de regner med disse på en riktig måte. Derfor tyr de til den andre gruppen for å få bekreftet at det de gjør er riktig.

4.1.2 Validering ved å sammenligne ulike kilder

Siden elevene ikke fikk noen gode svar fra den andre gruppen på hvilken lengde de fant på skolebygget, prøver elevene å sammenligne med andre kilder de har tilgang til. Elev 2 prøver å finne frem kartet på mobilen, men klarer ikke få frem noen målestokk på karttjenesten der. De prøver dermed heller å finne kilder på datamaskinen som kan hjelpe dem.

Elev 3: vi kan jo bare se om vi har fått likt?

Elev 1: her fikk vi 23,5 meter. Var den ute, hva var den på PC-en?

Elev 2: jeg tror ikke denne målestokken er på mobilen.

[Elev 3 sammenligner målene de har funnet med bilder av skolen de har funnet på Google Kart, som har målestokk på PC]

Elev 3: du det er helt likt

Elev 1: nei, få se da

Elev 3: 23,4 meter

Elev 1: nei 23,5 meter

Elev 2: virker jo veldig stort dette arealet da?

Elev 3: hva?

Elev 1: det er jo ikke et lite areal

Gjennom denne samtalen ser vi at elevene raskt begynner å finne andre kilder de kan sammenligne sitt måleresultat med. Det første de gjør er å gå til Google Kart og måler hvor stor skolen er der for å se om de får samme resultat. Her sammenligner de altså sitt midlertidige resultat med googles ferdige «riktige» resultat for å se om de har fått det samme. I denne settingen bruker de altså resultatet de finner på Google Kart som en fasit. Elev 3 sier at resultatet «det er helt likt», men elev 1 virker ikke overbevist. De sammenligner tallene 23,4 meter og 23,5 meter, uten å gjerne tenke at dette, med de målingene de har gjort, gjerne kan være det samme tallet, her handler det om elevens matematisering, og hvor nært de ønsker at sammenligningene skal være. Hvor stor påvirkning vil valget mellom de to verdiene ha på videre arbeid i modellen? Elev 2 spør også om at arealet virker veldig stort, noe som kan tyde på at han allerede har regnet med lengden de har funnet, for å kunne si noe om størrelsen på arealet. Han har dermed gått videre og begynt å bruke tallene til matematisk analyse og er så smått i gang med å lage en del av den matematiske modellen til gruppen.

4.1.3 Validering og konklusjon

Elevene har begynt å arbeide med tallene de har samlet inn og de prøver å bli enige om tallet de har samlet inn selv, eller det de finner på nett ved hjelp av Google Kart, er tallet de bør bruke videre i utregningene.

Elev 2: Hva vil du jeg skal skrive?

Elev 1: 23,4 og 23,5

Elev 3: 23,5 da?

Elev 2 henvender seg til lærer: Vi fikk 23,4! eller på internett da, og vi fikk 23,5 når vi målte ute.

Lærer: 23,4 ... altså lengden?

Elev 2: ja.

Lærer: ta midt imellom da, eller den dere beregnet. Det er jo ganske nær hverandre.

Elev 2: skal vi ta våre da?

Elev 1: oi, kan jo regne ut arealet jeg. På den iPad-en.

Elev 2: bare gjør det på PC-en så vi kan ta skjermbilde og lime det inn.

I avslutningen av denne samtalen ser vi at elevene støtter seg på hverandre, søker bekræftelse av valget av tall, hvor elev 2 spør hva de skal skrive, elev 1 gjentar valgene de har og elev 3 spørrende sier at de skal bruke det høyere tallet (23,5). Siden de alle virker noe usikre på hva de skal velge, søker de bekræftelse fra læreren. Læreren oppfordrer elevene til å bruke deres egne verdier når de ligner så mye på hverandre. Det virker som at dette er godt nok for elevene til å velge deres eget tall, som gjør at de nå kan begynne å arbeide med å regne ut areal, og på den måten få fastslått en av avgrensingene til problemstillingen. Gjennom denne samtalen ser vi at elevene etter hvert søker informasjon og bekræftelse fra andre kilder, i denne konteksten læreren. Gruppen som de var i kontakt med i starten av denne samtalen som de prøvde å få støtte fra, virker helt glemt.

4.1.4 Oppsummering av guttegruppens valideringsprosess

I situasjonen som er blitt presentert handler hele samtalen om en liten del av elevenes *systemavgrensning* i modelleringsprosessen, og hvordan de løser utfordringen med hvilket tall de skal velge, og hvorfor. Systemavgrensingen som foregår handler om å ta de relevante objektene for problemstillingen, her arealet av taket, og gjør det til noe eksakt de kan regne på og med, slik at de vet hvor mye plass de har til solceller. De har selv samlet inn data som de tror stemmer, men de virker usikre på egne målinger og velger å sammenligne deres data med det de tror kan være en fasit, i dette tilfellet Google Kart. Det kan være at elevene er bevisst på at dataen de har samlet inn, men også den de finner på nett, gjerne ikke er helt eksakt, og de ønsker derfor å sammenligne med andre grupper. Når dette ikke fører frem, prøver gruppen å få deres resultat bekreftet av læreren, slik at han kan bli den som tilslutt sitter med makten til å avgjøre hva som er rett og galt. Læreren velger å returnere ansvaret til å ta avgjørelsen til elevene, og de velger tilslutt å ta i bruk deres eget resultat. Det kan se ut til at gjennom hele denne systemavgrensingen er det som er mest i tankene hos elevene at de skal få validert dataene de har samlet. De ønsker ikke å gå videre før de har fått ett endelig svar, men når dette kommer er de straks i gang med nye arbeidsoppgaver.

Det kan se ut til at den største utfordringen elevene møter i arbeidet sitt med systemavgrensingen, og matematisering av denne, ikke er å gjøre selve modelleringsarbeidet, samling av data og utregninger, men heller å validere at det de gjør er riktig, og at dataene de velger å bruke er de rette. Gruppen diskuterer seg imellom, prøver å sammenligne måleresultat med andre grupper og med tall fra nett, og prøver også å få læreren til å ta beslutningen om hvilket tall de skal bruke for dem, men må gjøre det endelige valget selv. Det kan derfor se ut til at utfordringen, i hvert fall i denne situasjonen, for det meste ligger i valideringen av eget arbeide. Og selv om de egentlig får bekreftet egne svar gjennom Google Kart, så medfører forskjellen i svar på 0,1m at de er i tvil og må ha lærerens godkjenning. En annen utfordring som elevene kan ha møtt i løpet av denne situasjonen er at det virker som at elevene er noe forvirret over målestokken som er på skissen, og hvordan de skal bruke denne riktig. Det kan derfor virke som at det er noe forvirring rundt bruken av forskjellige matematiske betegnelser, som målestokk, lengder, og areal. Likevel ser det ut til at alle elevene henger med i samtalen, og klarer å gjøre seg forstått.

4.2 Jentegruppens evaluering og validering av ferdig modell, Situasjon 2

Elevene arbeider med problemstillingen «*Bør skolen investere i solcellepaneler?*». Dette er fra Blomhøj & Jensens rammeverk *problemformuleringen*. For å finne svar på dette problemet har elevene måtte arbeide med og ta valg med *systemavgrensinger* i form av blant annet arealbruk, kostnader, og inntjeningsstid. De har videre gjort disse størrelsene om til matematiske begreper de kan arbeide med, altså *matematisering* av dataene de har samlet inn. De har videre regnet og brukt disse tallene for å lage en matematisk modell de kan putte tall inn og få resultater ut av. Dette er en form for *matematisk analyse* hvor de klarer å sette sammen tallene på en slik måte at utregningene fra den matematiske modellen gir svar som kan hjelpe dem til å svare på den øverste problemstillingen.

I situasjonen jeg trekker frem er elevene kommet til de siste stegene i Blomhøj & Jensens modell for matematisk modellering, *fortolkning og vurdering av resultat* og *evaluering av modellens validitet*. En av elevene gir uttrykk for at hun er misfornøyd med eget modellresultat fordi det ikke lønner seg å installere solceller på skolen. En av elevene gir uttrykk for at hun er misfornøyd med eget modellresultat fordi det viser at det ikke lønner seg å installere solceller på skolen. Siden eleven ikke faktisk kan gjennomføre prosjektet, ved å installere solceller på taket og observere disse i 25 år, og se om det lønner seg, må eleven ty til andre grep. I stedet velger eleven å undersøke om det er noen av utregningene eller forutsetningene de har satt som ikke stemmer, eller som må justeres. Funnene presenterer hvordan denne eleven gjør dette.

For å presentere denne situasjonen har jeg valgt å dele den opp i mindre deler og analysere hver av disse for seg. Jeg har lagt med nummerering av utsagn slik at en kan lese hele samtalen fra start til slutt hvis en ønsker dette. Denne situasjonen foregår mye senere i uken enn den foregående situasjonen jeg trakk frem. Prosjektet skal ferdigstilles og leveres i løpet av de to neste skoledagene. Elevene er nesten ferdige med sin modell og undersøker resultatet de får av denne modellen. De ser at det er noen elementer som påvirker svarer de får, og prøver å se mer nøye på disse. I løpet av denne samtalen finner elevene flere forskjellige elementer de kan analysere nærmere og som kan være med å endre sluttresultatet. Samtalen foregår gjennom hele timen, men blir avbrutt underveis, enten av elevenes eget arbeid eller læreren som kontaktes av andre grupper.

4.2.1 Oppdagelsen av ett problem

Elevene har en tilnærmet ferdig matematisk modell som de vil bruke for å svare på problemstillingen «*bør skolen investere i solcellepaneler?*». Men de oppdager at med de tallene de har funnet og valgt, så vil ikke investeringen i solceller lønne seg. Tallene som eleven har under lupen er strømprisen i øre som skolen betaler per kWh, og sammenhengen til strømproduksjon fra solcellene og hvor mye de eventuelt kan spare på dette. Elevene har fordelt arbeidet på gruppen, så det er bare en av dem som holder på med denne regningen, de andre arbeider med andre ting. Eleven grubler på tallene hun bruker, og spør etter hvert læreren om hjelp, hun peker på utregningene sine på PC-en og får dette til svar:

1 Lærer (L): Hvor har du fått 90 øre fra da?

2 Elev (E): eeeh, ja det står jo her? [peker på arbeidet i regnearket]

3 L: det kan jo være at hvis du tar med nettleien i utregningen.

4 E: kan jeg gjøre det da?

5 L: ja du kan jo det.

Eleven får en forklaring på hvordan strøm og nettleie henger sammen av læreren, og fortsetter med å prøve ut forskjellige tall for å få det til å stemme.

Vi kan se i dette første avsnittet at eleven arbeider med tall og forståelse for hvorfor tallene stemmer, eventuelt ikke stemmer. Læreren spør om hvor elevene har tallet fra, og eleven prøver å forsvare valget ved å peke på regnearket, men uten å forklare hvor de opprinnelig har tallet fra. Etter hvert som denne samtalen fortsetter er dette noe de klarer å løse opp i. Det interessante i dette avsnittet er at eleven, i samarbeid med læreren, driver med vurdering av resultatene til sin egen oppgave og dette er grunnen til at det hele startet. Eleven uttrykker at hun er usikker på modellen og at det er gjerne er noe feil med den. Det kan se ut som om eleven har en underliggende tanke om at det skal gå an å tjene penger på denne investeringen, og at de på grunn av dette har valgt å gå nærmere inn på prisene gruppen har valgt for å se hvordan de kan få dette til å fungere. Dette fører til at elevene oppdager at de gjerne ikke har forstått eller grunnlagt hvorfor de har valgt de prisene de har, og dette fører til at de også ønsker å se nærmere på resten av modellen. Eleven går dermed over utregningene grundig og prøver å få hjelp til å forstå hvor det kan ha gått feil.

4.2.2 Gjennomgang av strømkostnad

I fortsettelsen av samtalen eleven og læreren har, forteller læreren ganske grundig hvordan strøm, strømpris og nettleie henger sammen. Eleven forteller at hun ikke helt forstår, men de velger likevel å fortsette arbeidet og diskusjonen. Nå arbeider de i sammen med å få validert valget av strømpris, og for å forstå konsekvensen av å velge forskjellig pris.

Samtalen fortsetter med læreren:

6 E: Hvis jeg putter inn strømkostnad, eller vet ikke hva det er, på 50 [øre] i stedet for 90 [øre] her, så går vi jo i minus her.

7 L: altså du tjener mindre enn du hadde der. Ja. Da er den beregnet sånn at hvis strømprisen er beregnet til 50 øre så sparer du mindre på å ha solceller enn hvis det hadde kostet 90 øre. Men hva mener du med at det går i minus, at utgiftene er for store?

8 E: at det ikke er lønnsomt.

Her kan vi se eleven tolke resultatet av modellen i samarbeid med læreren og forstår at ved å endre strømprisen i utregningen vil utfallet enten bli at en tjener eller taper penger på å investere i solceller. Eleven sier selv at det ikke er lønnsomt. Med andre ord at med dataene de har valgt og regner med, så vil de ikke tjene noe på å installere solceller. Dette peker på at de kan handle på, realisere, modellen de har laget ved å si at «nei, vi bør ikke investere i solceller». Når modellen bruker et høyere tall på strømpris, med nettleien inkludert, går prosjektet i pluss og det kan se ut som en god idé. Hvis de velger en lavere strømpris, uten nettleie, så lønner det seg ikke i det hele tatt. Eleven gjør en observasjon som gjør at de vil være i stand til å komme frem til en konklusjon av hele oppgaven, altså om det er lønnsomt for skolen å installere solceller, ved at det avhenger av strømpris og hvor stor den er. Dette kan vi også se på som en form for validering, fordi eleven prøver å se om resultatet av modellen er noe som kan brukes og dermed anbefale, eller ikke anbefale, skolen å installere solcellene. Fordi eleven arbeider med validering av sin egen modell, klarer de å gå tilbake igjen og ta opp problemer med modellen de ikke så før, og oppdager flere ting de kunne endret underveis.

4.2.3 Systemavgrensing: solcellenes levetid

Samtalen fortsetter ved at eleven må ta stilling til hvorfor de har valgt spesifikke systemavgrensinger i deres oppgave. Her må de ta stilling til hvorfor de mener det ikke er lønnsomt med solcellene med bakgrunn i modellen og dataene den baserer seg på. Gruppen har valgt 25 år som maksimal nedbetalingstid, og begynner å se på dette nærmere.

9 L: Aldri?

10 E: Nei fordi man må bytte solcellepanelene etter 25 år.

11 L: fordi det tar lengre enn 25 år å betale ned?

12 E: Det tar 31.

13 L: Åja, det var litt rart.

14 E: Men man kan jo ha dem lenger enn 25 år kanskje, men jeg vet ikke.

15 L: Nei men da får dere sjekke litt der. Ja det er jo dilemma da, men det er jo det prisen er i gjennomsnitt, så vi må jo forholde oss til det. Han på ASKO sa jo også det, at det ikke var så mye penger i dette, men at de gjorde det mest for miljøet.

Gjennom diskusjon arbeider elevene med systemavgrensningen de har gjort i sitt arbeid tidligere i uken, hvor de har valgt at solcellene må være tjent inn på 25 år. Dette har de valgt fordi de har fått opplyst av bedriften (ASKO) de var på besøk hos, som allerede har solceller installert, at garantien til solcellene varer så lenge. De prøver å finne ut om det de har valgt som avgrensing er det rette valget, om de kan stole på opplysningene de har fått fra eksterne kilder. Dette er et arbeid hvor de prøver å validere sitt valg av begrensing i oppgaven, nærmere bestemt solcellenes levetid og de har valgt å holde seg til garantitiden til solcellene. Ved å endre systemavgrensningen vil de kunne få helt andre svar, og konsekvensene av dette er noe som blir diskutert. Vi kan se på dette som et arbeid som går i flere deler av modelleringsprosessen. De er inne i et arbeid med å vurdere resultatet de får av modellen, men de vurderer også systemavgrensing og den matematiske modellen for å se om de kan få til et mer riktig svar for deres oppgave.

4.2.4 Validering av systemavgrensing av arealbruk og strømproduksjon

Etter hvert som vi følger samtalen kan vi se at eleven oppdager flere ulike deler av modellen som kan, eller burde, vært forandret. Ved å se nøyer på de forskjellige delene av modellen klarer de å få til en god diskusjon med læreren og arbeider med å validere de andre systemavgrensingene de har gjort som er direkte avhengige av hverandre: arealbruk og strømproduksjon.

16 E: Men da er jo alt feil

17 L: nei det er jo ikke det, snakk litt med de andre gruppene, se hva de har gjort, noen av de har jo fått det til å lønne seg. Ok, dere har fått det til å produsere 49000 kWh, som solcellene produserer. Gå å se hva de andre gruppene har fått og hva de produserer.

18 E: Men vi har bare plassert på halve taket.

19 L: hvorfor det?

20 E: fordi da får vi ikke solcellepaneler i skyggen.

21 L: gå å se på de andre sitt bilde, hvor de har plassert solcellene, så kanskje dere kan øke arealet litt.

22 E: Ja

Her ser vi igjen systemavgrensingen blir tatt opp, denne gang diskuterer de arealet på taket og hvorfor de velger å bruke så mye, eller lite, som de har gjort. Utsagnet «men vi har bare plassert på halve taket» viser at de har tenkt på arealbruk, og vet hvor stort arealet er, men at de har valgt å ikke ta i bruk halve arealet fordi de ikke vil ha solceller i skyggen. Dette kan de muligens ha valgt for at de solcellene som blir installert skal være mer kost-effektive, gjerne at det skal være plass for vedlikeholdsarbeid eller av estetiske årsaker. Fra det første utsagnet kan vi se at eleven gjerne er blitt litt usikker og prøver å få validering gjennom læreren. Etter at læreren forsikrer eleven om at de er på rett vei oppmuntrer læreren eleven til å diskutere og se hva de andre gruppene som sitter rundt i klasserommet har gjort. Dette kan være til hjelp for å evaluere modellens validitet, om de svarene de får er gode og om de valgene de har gjort underveis er gode valg. Dette gjøres ved å sammenligne egne tall og vurderinger med hvordan de andre har gjort det og hva de har kommet frem til. Dette kan selvfølgelig lede til at alle gruppene kommer

frem til det samme, eller lignende svar, selv om de gjerne har forskjellige utgangspunkt for hvordan de ønsker å gå frem, hvilke data de har funnet frem og hvordan de velger å tolke og bruke informasjonen.

4.2.5 Validering av inntjeningspotensialet og vurdering av kilder

I disse kommende samtalebitene tar elevene opp bruken av forskjellige kilder, hvordan de vurderer og bruker disse i samarbeid med dataene de har funnet for å gjøre de beste valgene de kan. De diskuterer også inntjeningspotensialet til solcellene og hvordan kildene deres påvirker valget av arealbruk og installasjon. Elevene hører lærerens forslag til at de kan øke arealbruken i utsagn 21 men er ikke enige i dette og i ordvekslingen som følger får vi vite hvorfor.

23 Elev 2 til Elev: men vi fikk en annen anbefaling fra en annen mail, så ...

24 L: Jeg synes det ble litt lang inntjeningstid allikevel. Installasjonen øker ikke så mye hvis du skal ha noen flere solceller. Kostnaden vil ikke gå så mye opp hvis du har flere solceller, men inntjeningstiden vil gå ned, kanskje.

25 E: Fordi liksom i den mailen så sa de at 250 solcellepaneler var nok liksom.

26 L: Hva skrev de i mailen om inntjeningstid?

27 E: De skrev ikke noe om det.

28 L: Det kan jo være at det ikke lønner seg da, men at dere vil anbefale det likevel, på grunn av miljø. Eller dere kan håpe på økende strømpris da, så det skal lønne seg.

Vi kan se at læreren prøver å få elevene til å tenke på avgjørelsene elevgruppen har gjort tidligere, ved å sette spørsmål ved antall solceller, strømpris og andre avgrensinger de har gjort. Læreren prøver også å gå inn i elevenes matematiske analyse ved å sette inntjening og antall solcellepaneler opp mot hverandre, men det ser ikke ut til at eleven biter på. Eleven forteller at ved å ha snakket med et innstalleringselskap så burde 250 solceller på taket være nok. Dette har innvirkning på hvorfor de har valgt å bruke bare halve taket, siden de da har plass til alle der. Samtidig ønsker de ikke å øke dette tallet da de har større tiltro til installasjonsselskapet enn til medelevene når det gjelder hvor mye de burde ha. Dette kan ha konsekvenser for hvordan de vil sammenligne sitt arbeid med de andre gruppene, fordi de gjerne sitter med annen informasjon enn de andre. Her er de inne i vurdering av den matematiske modellen de bruker, og om tallene de har brukt er riktige. Ved å stadfeste at de ønsker å bruke informasjonen de har fått, kan de si at denne delen av modellen er riktig, og heller fokusere på andre deler som også bidrar til at de ikke går med overskudd. Dette kan vi se blir tatt opp i neste ordveksling.

28 L: Det kan jo være at det ikke lønner seg da, men at dere vil anbefale det likevel, på grunn av miljø. Eller dere kan håpe på økende strømpris da, så det skal lønne seg.

29 E: Jeg har skrevet at strømprisen vil øke med 4%.

30 L: ja, for hvert år?

31 E: ifølge Statnett og olje og energidepartementet vil strømprisen øke med 4%.

32 L: da kan du jo bruke høyere pris enn 50øre, siden det øker med 4% hvert år. 50 øre er jo snitt i år. Så neste år blir det jo 4% av 50 øre. 4% av 100 øre er 4 øre.

33 E: ja så da blir det 2. Så øker det med 2 øre per år? Så 2 øre i 25 år. 52 øre neste år da

34 L: så kan du regne et snitt på det som gjør at du får en annen pris.

35 E: ja ok. Da kan det være at det er riktig allikevel. 50 til, da blir det 100. [regner] ...

Dette skjønnte jeg ikke.

Her kommer vi tilbake til strømprisen som de hadde som problem i starten av samtalen. Vi kan se her at eleven operer med et annet tall nå enn før, 90 øre før, og 50 øre nå. Vi får vite at eleven har valgt å bruke energidepartementets tall på hva strømprisen vil være og hvordan den vil øke. Dette forstår eleven etter hvert at kan være til hjelp for å få et annet utfall fra den matematiske modellen de har utarbeidet. Dette ser vi kan ligne på sammenligningene vi ser i Czochers' sammenligninger når elevene validerer. De har et utgangspunkt på hva de allerede har regnet ut, og ser at ved å endre strømprisen får de et annet resultat, som de må ta stilling til, ved å sammenligne før og etter. Vi kan se at eleven stoler på kildene den har funnet, og bruker disse til å validere valgene som er blitt tatt underveis i den matematiske modellen. Dette både i mailen fra installasjonsselskapet i avsnittet over og her med energidepartementets utregninger.

4.2.6 Resultatet av elevenes valideringsprosess

Her kommer vil til enden av elevenes valideringsprosess som de startet i begynnelsen av denne arbeidsøkten. Etter mye sammenligning av egne matematiske resultater, validering av systemavgrensingene de har satt, argumentering for hvorfor tallene de har valgt er riktige, og matematiske analyse av egne tall sammen med læreren, begynner vi å se enden av timen og prosessen. Eleven fortsetter med regningen i flere minutter, får noe mer hjelp av læreren underveis, og etterhvert løser situasjonen seg slik:

36 E: det gikk, det er riktig sånn som vi har gjort det! Men jeg bare lurer på, fordi vi kan tjene over en million.

37 L: Fant du utav det?

38 E: ja det gikk, eller det var sånn som vi hadde tenkt.

39 L: Det var iberegnet nettleien og alt, så da kan dere gå tilbake til 90 øre? Bra.

40 E: skal vi ha renter på investeringen?

41 L: nei det trenger dere ikke, det går bra, og skolen ville ikke hatt de pengene i banken likevel. Dere kan jo tenke over hvordan det skal finansieres, skal det tas fra skolens budsjett, som ellers kunne blitt brukt på noe annet, eller er det kommunen som skulle betalt? Det kan jo være interessant å se hvor pengene skulle kommet fra, men det trenger dere ikke ta noe stor stilling til.

42 E: mhm. [ja].

...

43 E: ... Vi så at vi kunne tjene over 1 million.

44 L: Da var det jo greit, da falt brikkene på plass for dere, ikke sant?

45 E1 og E2: Jo.

46 E2: da kan vi ha samme konklusjonen?

47 E1: ja.

48 E2: Har du byttet der det står 0,5?

49 E1: dette skal jeg bytte på.

Elevene arbeider med validering av tallene de har kommet frem til i den reviderte matematiske modellen de har arbeidet frem i løpet av denne timen. Vi ser at elevene går tilbake til 90 øre for strømpris, som de snakket om i starten av timen, uten at de da hadde en god grunn for denne prisen, men nå forstår at dette er strøm og nettleie i ett, og at dette skal fungere på en god måte i deres modell. I utsagn 38 sier eleven at «det gikk, eller der var sånn vi hadde tenkt.» som kan peke på at de ønsket fra de startet prosessen at prosjektet skulle tjene penger. Endringene de har diskutert og validert i denne samtalen gir dem nå et grunnlag til å si ja til at skolen burde investere i solceller. Vi kan se i denne siste delen av samtalen at eleven klarer å få orden på utregningen og er fornøyd med resultatet modellen kommer frem til. Eleven begynner også å stille nye spørsmål, beveger seg mer inn i et undersøkelseslandskap og ønsker å se på renter, men siden de er i nærheten av å avslutte prosjektet sier læreren nei til at de trenger å gjøre dette nå. Eleven er fornøyd med resultatet som kommer frem, og viser dette ved et ønske om å vise dette til læreren så raskt som mulig. I slutten av valideringsprosessen kobler også den andre eleven på gruppen seg på og ønsker å være med i utregningsarbeidet. Her er eleven i slutfasen av å evaluere modellens validitet, gjerne uten å sette dette i egne ord.

4.2.7 Oppsummering av jentegruppens valideringsprosess

For å oppsummere hva vi har sett i denne samtalen, har vi sett eleven være innoom flere deler i den matematiske modelleringsprosessen som Blomhøj & Jensen (2003) beskriver. De er ved flere anledninger innoom systemavgrensninger de har gjort eller funnet ut av og evaluerer om disse er riktige, hva som kan endres og eventuelt hvordan. Eleven vurderer også resultatet de får fra modellen ved flere anledninger, hvor mye de tjener, og prøver å utvikle modellen til å gi det svaret de ønsker seg. Det interessante her er at ved å velge de rette parameterne i modellen får de presis hva de ønsker seg, nemlig å tjene inn pengene fra investeringen. Dette uten å endre på virkeligheten, men heller tolke hvordan arealet kan utnyttes og hvordan strømprisen vil øke og bidra til økt inntjening. Elevene ønsker å forstå resultatene de har oppnådd, gjerne ved å sammenligne disse med virkeligheten, andre gruppers resultater eller ved å forklare og få forklart fra læreren hvordan disse resultatene kan ha sammenheng med problemstillingen.

Eleven viser også flere ganger til hvordan de har klart å validere valgene de har tatt, enten ved å ha hentet data fra offentlige kilder som energidepartementet, som forteller om strømpris, eller private kilder som ASKO eller innstalleringselskapet som forteller om solcellepris og arealbruk. Denne type validering er en måte å få bekreftet spesielle datapunkt, eller sammenligning av data de har funnet fra forskjellige steder for å se at de har gjort et rett valg. Flere steder i samtalen viser elevene til informasjon de har fått eller funnet, men de setter sjelden eller aldri spørsmål til denne informasjonen. Dette kan være en potensiell fallgrube, ved at de gjerne bare har en primærkilde til hvert av datapunktene som de baserer den matematiske modellen til, og som dermed kan svekke grunnlaget for anbefalingen de ønsker å komme med.

5 Diskusjon

Gjennom analyseprosessen har vi fulgt to grupper i to forskjellige situasjoner, hvor elevene arbeider med ulike deler av den matematiske modelleringsprosessen. I denne analyseprosessen har jeg lagt frem flere eksempler på utfordringer som elevene og læreren møter på. De to gruppene er på to veldig forskjellige stadier av arbeidet, og det kan se ut til at elevene arbeider mye med å validere resultatene sine både i starten og slutten av modelleringsprosessen. Utfordringene de to gruppene møter underveis ligner på hverandre, og de arbeider mye med spørsmål om de har «gjort det rette valget», eller om utregningene, eller datainnsamlingen de har gjort er riktig.

I guttegruppen (situasjon 1) er store deler av arbeidet begrenset til Blomhøj og Jensens *systemavgrensing* og *matematisering*. Innenfor begge disse kategoriene virker det som at elevene forstår hva de skal gjøre, hvorfor de trenger de dataene de samler inn, og hvordan de kan bruke disse til å regne med. Utfordringen ser ut til å komme i form av at de kan synes det er vanskelig å velge de rette tallene. De prøver derfor å sammenligne resultatene sine med andre grupper og andre kilder, og deretter prøver å bruke læreren som dommer i hva de skal velge å gjøre. I jentegruppen (situasjon 2) ser jeg at det samme skjer, spesielt tidlig i valideringsprosessen, hvor de spør spørsmål som «kan vi gjøre sånn?», «er dette riktig?», og leter etter bekreftelse ikke bare av hvilke resultater de får, men også på den matematiske analysen og sammensetningen av hele den matematiske modellen. Igjen overfører elevene mye av ansvaret til å ta beslutninger på læreren. Det kan virke fra utdragene av jentegruppens samtale at de vil at installasjonen av solceller på skolen skal lønne seg, slik at når resultatet sier det ikke lønner seg, mener de det må være noe feil med deres modell. Dette gjør at gruppen går nærmere gjennom modellen, og starter en ny valideringsprosess.

Vi kan tydelig se elevenes utfordring med validering, og utfordringen læreren møter gjennom interaksjonen med elevene. Jeg ønsker derfor videre å diskutere elevenes valideringsarbeid i modelleringsprosessen. *Hvorfor og hvordan* validerer elevene, og hvilken rolle spiller læreren, i den matematiske modelleringsprosessen?

I de to situasjonene som er analysert, har den matematiske modelleringsprosessen kommet til uttrykk på ulike måter. Flere deler av denne prosessen har blitt beskrevet eller gjenkjent, gjennom samtaler hvor elevene har arbeidet med en oppgave basert på ekte data. Fordi søkelyset var på utfordringer og valideringer i elevenes modelleringsprosess, er det denne som er blitt analysert og tolket ut ifra elevenes, og lærerens, utsagn og diskusjon. De mest sentrale funnene vil bli presentert i dette kapitlet, og bli drøftet i lys av teori og forskning presentert i kapittel to, samt studiens problemstilling, som er å finne ut hvilke utfordringer elevene har i en matematisk modelleringsprosess i arbeid med ekte data, og hvor fokuset er blitt rettet mot elevenes valideringer i denne prosessen.

5.1 Hvorfor validerer elevene?

Gjennom analysen av elevenes modelleringsprosess har jeg funnet flere tilfeller hvor elevene arbeider med validering av deres eget arbeid. Fra Blomhøj og Jensen er *validering og evaluering* noe som skjer i siste fasen av modelleringsarbeidet. Likevel ser vi fra analysen at elevene arbeider med validering gjennom hele prosessen. Hvorfor er det slik?

En grunn til at elevene validerer får vi innsikt i fra guttegruppens diskusjon. Det kan se ut til at guttegruppen er veldig opptatt av å få «det rette tallet». I deres diskusjon sammenligner de tallene 23,4 meter og 23,5 meter, uten å gjerne tenke at dette, med de målingene de har gjort, gjerne kan være det samme tallet, her handler det om elevens matematisering, og hvor nært de ønsker at sammenligningene skal være. Hvor stor påvirkning vil valget mellom de to verdiene ha på videre arbeid i modellen? Elev 2 spør også om at arealet virker veldig stort, noe som kan tyde på at han allerede har regnet med lengden de har funnet, for å kunne si noe om størrelsen på arealet. Han har dermed gått videre og begynt å bruke tallene til matematisk analyse og er så smått i gang med å lage en del av den matematiske modellen til gruppen. Det kan virke som at gruppen er vant til å arbeide med matematikk i Mellin-Olsens og Skovsmoses og Blomhøjs oppgaveparadigme, hvor de stadig har tilgang til en fasit som kan fortelle dem om de har gjort rett eller galt. Når de nå beveger seg ut i Skovsmoses undersøkelseslandskap, hvor de må utforske, ta avgjørelser selv og ikke har tilgang til en fasit, ser det ut til at de henger seg opp i at de «må» ha rett tall før de går videre i prosessen.

Det kan også være at elevenes forkunnskaper påvirker hvorfor de validerer, spesielt tidlig i prosessen. Hos guttegruppen kommer dette frem i samtalen hvor de gjerne bruker flere matematiske uttrykk uten at disse har noen sammenheng med den tidligere samtalen. Dette kan tyde på at de er usikre på hva de gjør, og dermed søker validering. Den samme typen usikkerhet kommer frem hos jentegruppen, hvor de er usikre på hvordan kostnader knyttet til strøm og nettleie påvirker deres modell. Hvis de hadde hatt mer kjennskap til de forskjellige matematiske og hverdagslige temaene de kan møte på underveis i modelleringsarbeidet kan det være at det hadde vært enklere for elevene å ta disse avgjørelsene. Utfordringen her kommer i form av å kartlegge elevenes kunnskaper og eventuelle kunnskapshull (f.eks. om strømpriser), slik at en kan ta høyde for disse enten før prosjektet starter eller hvordan en kan legge til rette for ekstra læring underveis. Ved å gjøre dette er det mulig at deler av valideringsarbeidet til elevene vil gå lettere. De kan da bruke mer tid på utviklingen av modellen, og øke forståelsen av resultatet de oppnår.

En tredje grunn for validering kan være problemstillingen elevene har fått til å arbeide med og forventningen elevene har til svaret eller resultatet de skal oppnå. I elevenes prosjektarbeid ble problemstillingen «bør skolen investere i solceller?» gitt. Problemstillingen danner et grunnlag og rammer for modelleringsprosessen som elevene må arbeide med. Dette gjør at elevene selv ikke trenger å komme opp med et problem de skal løse, men heller forholde seg til de rammene dette problemet gir. Problemstillingen slik den er presentert gir elevene en mulighet til å arbeide med et problem de er kjent med fra naturfag og hverdagen, noe som kan hjelpe i å opprettholde motivasjonen for arbeidet (Muilwijk, 2017).

Vi kan gjenkjenne dette i elevenes arbeid ved at de allerede er kjent med deler av det de må gjøre for å kunne finne svar på problemet. Det viser seg blant annet i guttegruppen som med en gang de har mulighet går ut for å måle skolens takareal, slik at de kan vite hvor mange solceller de har mulighet til å installere. I jentegruppens tilfelle er det spesielt tydelig at problemstillingen påvirker elevenes tenking. Det kan se ut til at de har en innstilling om at det skal være mulig å installere solceller og tjene penger på dette. På grunn av denne forutinntattheten, virker det som at gruppen opererer i et slags oppgaveparadigme hvor det kun er ett rett svar, eller fasit, hvor det må gå an å tjene penger på prosjektet. Når de ikke får dette resultatet går de raskt i gang med å validere deler, og deretter *hele*, den matematiske modellen for å sikre at de får det «rette» svaret.

Ved å gå gjennom modellen på ny, kan elevene gjerne sikre at de får et mer korrekt svar, men en utfordring kommer i form av tiden dette arbeidet vil ta. Tidsrammen de har til rådighet vil derfor begrense hvor grundig denne prosessen kan bli. Det er likevel viktig å være var på at jentegruppen har valgt de rette parameterne i sin modell, slik at de får det resultatet de ønsker. Men det kan jo selvfølgelig også være at disse tallene ikke er korrekt, og at de dermed får et ukorrekt bilde av virkeligheten, men siden de er kommet frem til deres «fasit» så er de fornøyd.

Det er usikkert *hvorfor* jentegruppen har denne overbevisningen for det økonomiske resultatet av problemstillingen. Men det kan tenkes at elevene er vant til å arbeide med oppgaver i oppgaveparadigmet, hvor oppgavene har en fasit. I oppgaver som omhandler penger eller pengebruk i arbeidsbøker gir kanskje disse ofte et positivt svar, siden en gjerne ikke har negativt antall penger igjen til slutt. Hvis dette er tilfellet kan det være en utfordring en må være ekstra oppmerksom på når en skal sette i gang et prosjekt som dette, slik at elevene forstår at forskjellige resultat hos gruppene ikke nødvendigvis betyr at noen har gjort noe galt.

Et interessant moment å ta med seg videre i denne diskusjonen mener jeg er at til forskjell fra Blomhøj og Jensen (2003) som setter evaluering til slutt i deres modell av den matematiske modelleringsprosessen, har vi sett at elevene arbeider med validering av tall, data og modellen gjennom hele prosessen. Dette ser ut til å stamme fra de forskjellige grunnene jeg har pekt på over, at elevene gjerne er usikre i arbeidet, usikre i valg av tall, eller gjerne ønsker et annet resultat enn det de får av sin modell. På grunn av dette kan det være at elevene velger å søke validering slik at de kan være mer sikre på at det de har gjort er riktig, eller i hvert fall ikke feil, og dermed kan med større sikkerhet bevege seg videre i prosessen.

Blomhøj og Jensen (2003) peker likevel på at den matematiske modelleringsprosessen er en sirkel, hvor start og slutt punkt ikke nødvendigvis er fast. Når en har gjennomført den matematiske modelleringsprosessen, så kan en i løpet av de forskjellige delene oppdage at en har gjort noe feil, og da er det bare å hoppe tilbake til det tidligere punktet en var på for å starte på nytt derfra. Denne prosessen kan gjennomføres så mange ganger det trengs til en kommer frem til et resultat en er fornøyd med. Når en arbeider med matematisk modellering er det ikke uvanlig at en arbeider med flere av punktene samtidig. Det er fordi de forskjellige prosessene og deres resultater er avhengig av hverandre og informasjonen en klarer å komme frem til, og hvordan en utvikler modellen vil påvirke informasjonen og resultatet en får tilslutt. Dette kan være en god erfaring for elevene å oppleve, slik at de forstår litt bedre hvordan en kan oppleve å arbeide med matematikk videre i livet.

5.2 Hvordan validerer elevene?

Vi har nå sett på flere grunner som kan peke på hvorfor elevene validerer arbeidet i den matematiske modelleringsprosessen. Det naturlige spørsmålet videre blir da *hvordan* validerer elevene deres modell? I denne studien mener jeg å ha funnet flere metoder elevene tar i bruk for å validere arbeidet de har gjort, og vil trekke disse frem her.

En metode guttegruppen tar i bruk i systemavgrensingen og matematiseringen av modellen er sammenligning, som vi finner igjen i Czochers (2018) forskning. Men til forskjell fra hva hun fant, hvor de sammenligner sine egne resultater med tenkt resultat eller teori, prøver denne elevgruppen å sammenligne med andre gruppers innsamlet data og resultat. I situasjonen jeg har lagt frem fører ikke dette frem, da den andre gruppen kun gir dem en oppskrift på hvordan de kan gå frem, i stedet for å gi dem tall å sammenligne med. De går da videre til å søke validering hos andre kilder, blant annet læreren og Google Kart, som bidrar med støtte og resultater som likner på de de har fra før. Dette kan bli sett på som en triangulering hvor de søker ulike kilder for å bekrefte de datapunktene de har.

Den samme type triangulering og argumentasjon finner vi igjen hos jentegruppen, hvor de viser til flere forskjellige kilder de har hentet deres informasjon fra. De viser blant annet til offentlige kilder som energidepartementet, eller mer private kilder som et solcelleinstallasjonsselskap og personen(e) de snakket med på besøket hos ASKO. Det virker som at elevene er rimelig sikre på informasjonen de har fått fra disse ulike kildene, og ser ikke ut til å stille seg veldig kritisk til, eller stille spørsmål ved informasjonen, selv når de bare har en kilde til hvert av de forskjellige datapunktene. Utfordringer i sammenheng med dette kan være at det kan virke forstyrrende for de andre gruppene som gjerne må avbryte sitt arbeid for å svare på spørsmål, og at det gjerne kan være veldig tidkrevende å finne gode kilder for å validere alle de forskjellige dataene og resultatene de oppnår underveis.

En annen metode elevene tar i bruk for å validere sitt arbeid ser vi igjen i jentegruppen, hvor de bruker diskusjon og spørsmål for å bedre forstå situasjonen de har arbeidet med. Her diskuterer elevene med læreren, hvor de stiller forskjellige spørsmål som «kan vi gjøre det sånn?», og «da kan vi ha samme konklusjon?». Gjennom denne diskusjonen oppdager eleven flere problemer som de må rette på hvis de skal komme frem til det resultatet de ønsker. De sammenlignet *ønsket resultat til problemstillingen* med resultatet av den modellen de hadde laget. Dette kan vi kjenne igjen fra Czochers valideringsprosess, hvor elevene driver med sammenligning av forskjellige resultat, her tenkt resultat mot modellresultat.

Disse funnene viser også at det er vanskelig å skille mellom hvordan og hvorfor elevene validerer, siden dette blir bakgrunnen både for hvordan og hvorfor de har gått tilbake i eget arbeid. Denne typen validering skiller seg fra guttenes valideringsprosess, hvor de heller sammenligner med andre grupper. En utfordring her kan være at elevene gjerne blir veldig avhengige av lærerens godkjenning eller forklaringer for å kunne komme videre i arbeidet. Hvis noen få grupper bruker læreren veldig mye, kan dette ta lærerens kapasitet vekk fra andre gruppers behov for hjelp og veiledning.

5.3 Lærerens rolle

I situasjonene jeg har lagt frem er det etter min oppfatning tydelig at læreren har en sentral rolle i gjennomføringen av prosjektarbeidet elevene arbeider med. Hvordan en velger å gå frem som lærer i denne prosessen vil dermed påvirke hvordan elevene arbeider. Fra Barbosa (2007) og Blum og Leiß (2007) vet vi at læreren bør være aktiv i elevenes prosess, men mer som en støttespiller som kan hjelpe underveis, og la elevene arbeide selvstendig. Dette kan føre til mer utforskning og diskusjon innad i gruppene. Likevel er det viktig å være oppmerksom på de forskjellige utfordringene jeg har nevnt tidligere.

Den første utfordringen det synes behov for å passe på er tidsbruken til elevene, og hvordan en kan styre elevene i rett retning, slik at de gjerne kommer i mål før tidsfristen er gått ut. Et eksempel på dette er fra jentegruppen, hvor eleven spør om de skal regne med renter. I dette tilfellet ble elevene styrt vekk fra å undersøke denne delen av problemstillingen av læreren, med sannsynlig bakgrunn i at det ikke er nok tid til å fullt ut granske dette. Vi finner også at læreren bruker mye tid på å fortelle og forklare de forskjellige gruppene begreper eller situasjoner slik at de kan komme videre i eget arbeid. Her er det også en avveining om at en må la elevene finne ut dette på egenhånd, eller forklare selv, avhengig av hva en tror elevene kan få til, og hvor lang tid dette vil ta. Det gjelder dermed å balansere hvor mye en kan la elevene utforske, diskutere og sammenligne de matematiske og naturfaglige sammenhengene, og hvor mye en må styre arbeidet «rett» vei for å passe tiden.

En annen utfordring en bør ta stilling til er hvilke forkunnskaper elevene sitter med, for å være sikker på at elevene har den kunnskapen de trenger for å løse problemet de får. Dette synes å vise seg igjen i situasjonene hvor elevene blir usikre på hva de skal gjøre, og om de har funnet rett tall eller resultat. Her må en dermed bestemme seg for i hvor stor grad en må tilrettelegge for elevenes funn av data. Hvilket utstyr er lett tilgjengelig, hvilke data må de få på forhånd, og hvilke krav kan en stille til elevenes innsamlede data? Igjen kommer vi tilbake til tiden som begrensning i hvor mye som skal legges til rette, og hvor mye utforsking en vil at elevene skal gjøre. Dette kan muligens bli begrenset avhenger av klassen det undervises i, og alderen til elevene.

Det kan også virke som at elevene prøver å gi mye ansvar til læreren. Dette ser vi igjen ved at elevene spør læreren om hvordan de skal gjøre utregninger, eller hvilke tall de skal velge å ta med videre i systemavgrensingen. Her er det igjen viktig å la elevene arbeide selvstendig, slik Blum og Leiß og Barbosa forteller. Dette gjør læreren i disse tilfellene godt ved å oppfordre elevene til å sammenligne med andre grupper, stille spørsmålet tilbake til gruppen, slik at de selv må tenke, eller stille spørsmål som kan utvide elevenes utforskingmuligheter. Her kan det være en utfordring i å gi for mye, eller for lite, støtte avhengig av gruppe og elev en snakker til. Noen vil naturlig trenge mer støtte enn andre for å fullføre arbeidet, og det gjelder da å følge dette opp, uten å være for styrende i forslag og forklaringer. Et av målene med å arbeide med matematisk modellering er å utvikle elevenes kompetanse, ikke bare til å modellere, men også til å tenke kritisk, og å være utforskende. Det gjelder da å være diplomatisk nok i måten en snakker og diskuterer med elevene til å la elevene få disse mulighetene.

5.4 Studiens svakheter og begrensinger

I denne studien er det flere svakheter og begrensinger. Disse er blant annet knyttet til metoden som er blitt brukt. En av svakhetene som dukker opp er at jeg kun har lydopptak fra to av elevgruppene, hvorav det var seks i hele klassen. Dette kommer, som tidligere nevnt i metodekapittelet, av at det mangler samtykke fra flere av elevene, slik at dette ikke var mulig. Dersom jeg hadde hatt også disse opptakene ville jeg muligens fått et mer nyansert blikk på hvordan elevene har arbeidet med modelleringsprosessen og hvilke interaksjon gruppene har hatt med hverandre og med læreren.

Den samme begrensninger gjelder for datamaterialet som jeg har arbeidet med., Spesielt jentegruppen som jeg har lagt frem i analysen er mer en samtale mellom læreren og en elev, hvor de andre på gruppen er veldig passive. Det betyr selvfølgelig ikke at de andre elevene ikke bidro til arbeidet, men at dette ikke er synlig i akkurat denne interaksjonen.

På den andre siden har det å rette blikket på bare noen få grupper gjort det mulig å få en bedre forståelse i akkurat deres arbeid med matematisk modellering. I mange kvalitative studier kan det å generalisere på bakgrunn av et lite datagrunnlag og funnene som kommer frem av analysen av disse være vanskelig. Det er likevel pekt på noen sentrale funn som jeg mener en kan kjenne igjen også i andre klasseromssituasjoner, slik at hvis en retter blikket mot matematisk modellering i klasserommet har en noen flere momenter en vet å ta stilling til.

Det er heller ikke lagt til grunn bare et elev- eller lærerperspektiv, fordi prosessen er blitt analysert gjennom begge sider av interaksjonen, selv om vi i hovedsak følger elevenes diskusjon og arbeid. Dersom fokuset hadde vært utelukkende fra elevenes, eller lærerens, side kan det være at jeg hadde gjort andre funn, som kunne speilet teori og analyse i et annet lys. Igjen er dette noe som kunne vært interessant å gjøre, men fordi studien er begrenset i omfang har jeg måtte la dette være.

5.5 Studiens betydning og videre arbeid

Studien har diskutert sammenhenger mellom noe av den matematiske modelleringsprosessen i litteraturen og hvordan denne foregår i klasserommet. Skal en ha fokus på å la elevene utforske og modellere på denne måten, bør dette gjerne være et felles mål for flere fag i sammen. Dette gjør at elevene får mer tid til arbeidet, og klarer å tydeligere koble matematikk og hverdag

sammen. Modelleringsprosessen knyttet til ekte data kan se ut til å ha vært en god motivasjon for elevenes arbeid, slik som Muilwijk trekker frem i hans artikkel. Elevene får prøve nye ting, de har gått grundig inn i materialet og har diskutert, argumentert og utforsket mye matematikk og sammenhenger mellom matematikken og virkeligheten. Det er usikkert i hvilken grad denne typen arbeid engasjerer alle elevene, men det er en arbeidsmetode som likevel kan få flere elever til å bidra med den kunnskapen de sitter inne med, på sitt nivå.

En utfordring som stadig kommer frem er bruken av tid. Det kan derfor være viktig å være klar på hvilken tid en ønsker å sette av til denne typen arbeid for at elevene skal ha mulighet til å sette seg inn i materialet, utforske og komme frem til et resultat som de helst er fornøyd med. Her er det dermed viktig at en som lærer legger en del ressurser inn i planleggingen av prosjektet. Læreren bør strategisk vurdere hvordan en velger å forholde seg til elevenes arbeid, hvor mye støtte og hjelp en skal gi, og hvilke resultater det er realistisk at elevene kommer frem til, avhengig av hvilke matematiske temaer en arbeider med. Forskjellige typer matematikk kan ha ulik vanskelighetsgrad når det gjelder å knytte de til virkeligheten. Eksempelvis kan utregning av areal og økonomi være enklere og mer nærliggende elevenes hverdag, enn f.eks. statistisk analyse, men er også her avhengig av tema og hvordan det blir lagt frem av læreren.

Valideringsarbeidet som elevene legger i et prosjekt som dette tar også mye tid, og det vil være bevisst over hvilke problemer elevene kan møte på underveis, slik at en kan være en god støtte for elevene. Her kan en gjerne ha forberedt seg ved å ha ekstra undervisning i temaene de må kunne i forkant, eller velge å gå gjennom utfordringene underveis som elevene møter dem. Det er ikke nødvendigvis noen rett eller gal måte å gjøre dette på, da elevene mest sannsynlig likevel vil klare å forstå nytten av matematikken de bruker.

Videre forskning knyttet til matematisk modellering i klasserommet kan komme i flere former. Blant annet ville det vært interessant å se på data fra flere informanter. Gjerne fra andre skoler eller klassesertrinn for å se forskjeller og likheter mellom datasettene og hvordan dette kan bli mer generalisert. Det kan også være interessant å se i hvilken grad ARGUMENT-prosjektet har lagt til rette for elevenes utforskende arbeid avhengig av de forskjellige problemstillingene elevene har fått på de ulike trinnene de har vært gjennomført på.

Det kunne også vært spennende å se mer utelukkende på lærerens rolle i klasserommet, og hvilke utfordringer som læreren møter på. Dette kunne blitt bedre utforsket ved å gjennomføre intervjuer, for å gå mer i dybden med hver enkelt lærer, og ved hjelp av film for hvordan de oppfører seg i klasserommet. Et annet blikk på situasjonen kunne oppstått ved å se nærmere på

hvor mye tid elevene bruker til å arbeide med prosjektet, i forhold til hvor mye tid de bruker samtaler og diskusjoner av andre faglige og ufaglige temaer i klasserommet. En kunne dermed fått et bedre innblikk i elevenes arbeidsprosess, og muligens tenkt på endringer i lengden på øktene elevene arbeider.

Hvis jeg hadde hatt mulighet og mer tid til å følge den matematikken elevene gjør, i matematiseringen og den matematiske analysen av modelleringsprosessen kunne dette vært veldig spennende. Her måtte jeg i så fall ha tilgang til utskrifter av elevenes arbeid underveis, eventuelt en film, enten av skjerm eller arket de regner på, som kunne fortalt mer om hvordan de regner.

6 Til slutt

Gjennom denne studien har vi fått et innblikk i noen av *utfordringene som møtes av elever i arbeidet med matematisk modellering*. Det har også blitt diskutert hvordan en som lærer må være oppmerksom på disse utfordringene og at det er noe en må ta hensyn til i planleggingen av slike prosjekter. Jeg startet denne studien med en interesse for matematisk modellering fordi jeg synes det virket som en innovativ måte å arbeide på, og øke forståelsen for, matematiske temaer. Ved å nå ha fullført denne studien kan jeg si at jeg med trygghet mener at dette kan være en god måte å arbeide med matematikk på, men at jeg nå også har en noe bedre forståelse for utfordringene knyttet til arbeidsmetoden.

Utfordringene knyttet til matematisk modellering er mange, spesielt hvordan elevene validerer og henger seg opp i mindre problemer. Jeg tror likevel at det strevet og den diskusjonen som foregår underveis bygger et godt fundament for hvordan en kan arbeide med matematikk videre i livet. Om problemstillingen elevene har arbeidet med i akkurat dette prosjektet er den mest realistiske for videre arbeid er selvfølgelig noe en kan diskutere, men prosessen for hvordan en skal gå frem er likevel nyttig for fremtiden. Målet er ikke at elevene skal komme frem til et svar lik en fasit, men å tilrettelegge for at elevene skal utvikle og stole på sine egne vurderinger og evner å se de lange linjene i samfunnet som hjelper dem bli selvstendige og reflekterte medmennesker.

7 Referanser

- Alrø, H., & Kristiansen, M. (1997). Mediet er ikke budskapet. I H. Alrø, & L. Dirckinck-Holmfeld, *Videobobservation* (ss. 73-99). Aalborg: Aalborg Universitetsforlag.
- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht: Kluwer academic publishers.
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *Zdm*, 38(3), 293-301.
- Barbosa, J. C. (2007). Teacher-student interactions in mathematical modelling. *Mathematical modelling (ICTMA12): Education, engineering and economics*, 232-240.
- Beswick, K. (2011). Putting context in context: An examination of the evidence for the benefits of 'contextualised' tasks. *International journal of science and mathematics education*, 9(2), 367-390.
- Bjørndal, C. R. (2002). *Det Vurderende Øyet*. Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2003). Developing Mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics And Its Applications*, 22(3), 123-139.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? I *Mathematical modelling* (ss. 222-231). Woodhead Publishing.
- Brekke, M., & Tiller, T. (2013). *Læreren som forsker. Innføring i forskningsarbeid i skolen*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Corbin, J., & Strauss, A. (2015). *Basics of Qualitative Research: Techniques and procedures for developing grounded theory* (4. utg.). SAGE Publications, Inc.
- Czocher, J. A. (2018). How does validating activity contribute to the modelling process? *Educational Studies in Mathematics*, 99, 137-159.
- De nasjonale forskningsetiske komiteene. (2016, April 27). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Hentet fra De nasjonale forskningsetiske komiteene: <https://www.etikkom.no/forskningsetiske-retningslinjer/Samfunnsvitenskap-jus-og-humaniora/b.-hensyn-til-personer-5---18/>
- Hansen, R. (2010). Modeller, miljø og kritisk demokratisk kompetanse. *Tangenten - Tidsskrift for matematikkundervisning*, 21(3), 29-34.
- Hansen, R., & Hana, G. M. (2012). But it is not possible to do this until.... *Proceedings of NORMA*, 11.
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2017). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.

- Maaß, K. (2007). Modelling in class: What do we want the students to learn. *Mathematical modelling (ICTMA12): Education, engineering and economics*, 63-78.
- Mellin-Olsen, S. (2009). Oppgavediskursen i matematikk. *Tangenten(2)*, ss. 2-7.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Merriam, S. B. (2019). *Qualitative research in practice: examples for discussion and analysis*. San Francisco: John Wiley & Sons, Incorporated.
- Muilwijk, M. (2017). Ekte Data. *Tangenten(2)*, 13-16.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode - En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Skovsmose, O., & Alrø, H. (2002). Dialogue and learning in Mathematic Education: Intention, Reflection. *Critique*, 29.
- Skovsmose, O., & Blomhøj, M. (2003). *Kan det virkelig passe. Om Matematikkopplæring*. København: Alinea.
- Smith, C., & Morgan, C. (2016). Curricular orientations to real-world contexts in mathematics. *The Curriculum Journal*, 27(1), 24-45.
- Thagaard, T. (2009). *Systematikk og innlevelse - En innføring i kvalitativ metode* (3. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Thorsheim, F. (2019, oktober 12). *Er solceller lurt i Bergen?* Hentet fra <https://ektedata.uib.no/oppgaver/er-solceller-lurt-i-bergen/>
- Tjora, A. (2010). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis*. Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Universitet i Bergen. (2019). *Argument*. Hentet november 25, 2019 fra <https://argument.uib.no>
- Universitet i Bergen. (2020). *Om Ekte Data*. Hentet november 19, 2019 fra <https://ektedata.uib.no/om-ekte-data/>
- Utdanningsdirektoratet. (2020). *Kjerneelementer i matematikk*. Hentet Mai 2, 2020 fra Læreplanverket: <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer>

8 Vedlegg 1: Informasjonsskriv til informanter og foresatte

Til elever, og deres foresatte, ved skole

Vil du delta i forskningsprosjektet "ARGUMENT"?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt der vi utvikler arbeidsmåter som elever opplever motiverende og knyttet til aktuelle saker i samfunnet. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse innebærer.

Formål

Hovedmålet er å øke elevers motivasjon og læring i fagene matematikk og naturfag. I forskningsprosjektet vil vi undersøke hvordan elevaktive arbeidsmåter kan øke elevenes læring og deres evne til faglig utforskning og kritisk tenkning. Gjennom samarbeid mellom forskere og lærere vil forskningsprosjektet utvikle og formidle kunnskap om slike arbeidsmåter.

Forskningsprosjektet er et samarbeid mellom Bergen Kommune, Universitetet i Bergen, Høgskulen på Vestlandet og flere av dine lærere. Forskningsprosjektet heter *Allmenndannende Realfag Gjennom Utforskning Med Ekte og Nære Tall*, eller bare ARGUMENT.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Bergen er ansvarlig for forskningsprosjektet og for behandling av data. Professor Stein Dankert Kolstø ved Institutt for fysikk og teknologi, Universitetet i Bergen er ansvarlig for daglig drift av forskningsprosjektet. Høgskulen på Vestlandet er samarbeidspartner for forskningsprosjektet. Bergen kommune, i samarbeid med elevenes lærere, er ansvarlig for utvikling av undervisningen som skal forskes på.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du blir bedt om å delta i forskningsprosjektet siden du er elev ved Mjølkeråen skole. Det er Bergen Kommune i samarbeid med rektor ved skolen din som har valgt at din skole skal delta i forskningsprosjektet.

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *ARGUMENT*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til (bruk gjerne et stort kryss som dekker alle boksene):

- å delta gjennom å gi forskerne tilgang til ting jeg er med å skrive og lage i undervisningen
- å delta i videoopptak som viser hele klassen i undervisningstimer
- å delta i videoopptak fra arbeid i grupper
- å delta i intervju i gruppe med flere elever
- å delta i kompetansetest og spørreundersøkelse i forkant og etterkant av undervisning i ett skoleår
- at videoopptak fra klasserommet hvor jeg er med, og hvor ansikter er sladdet, lagres etter prosjektslutt til bruk i undervisning av lærere og lærerstudenter

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. 30. juni 2025

(Signatur av elev)

(Dato)

Hvis du ikke er fylt 15 år må også en foresatt samtykke i deltagelse i forskningsprosjektet:

Jeg er foresatt for eleven som har skrevet under ovenfor. Jeg bekrefter at jeg har mottatt informasjon om forskningsprosjektet og at jeg samtykker i deltagelsen.

(Signatur)

(Dato)

Utdypende informasjon på neste side.

Utdypende informasjon om forskningsprosjektet ARGUMENT

Hva innebærer det for deg å delta?

Alle elever skal delta som vanlig i undervisningen som utvikles. Det å delta i forskningsprosjektet innebærer at forskerne som er med i samarbeidet får samle inn data fra ca. 20 til 40 timer av undervisningen hvert semester i dette og i neste skoleår (skoleårene 2018/2019 og 2019/2020). Det innebærer også å besvare oppgaver på en kompetansetest i tema dere har jobbet med i undervisningen. Kompetansetesten vil gjennomføres på skolen og være i starten og slutten av skoleåret 2019/2020). Dere vil da også få et spørreskjema hvor dere blir bedt om å vurdere hva dere selv har lært og hvordan dere lærte det (egenevaluering).

I undervisningen ønsker vi å samle inn data gjennom å gjøre videoopptak og gjennom å få kopi av besvarelser og annet arbeid dere skriver og jobber med i undervisningsprosjektene. Vi vil også spørre om å få intervju noen grupper av elever om hvordan de opplever arbeidsmåtene og utbyttet av undervisningen. I noen timer ønsker vi videoopptak når dere jobber i grupper. Da kan vi lettere se og høre samtaler knyttet til ulike typer oppgaver dere får i faget. Videoopptak vil bli lagret på en trygg dataservert så ikke andre enn forskerne får tilgang. Videoopptak der ansikt er sladdet vil kunne bli lagret etter prosjektslutt til bruk i undervisning av lærere og lærerstudenter, men bare hvis du sier ja til dette. Elever som ikke ønsker å bli filmet vil få delta i undervisningen i en parallellklasse i timer med videoopptak da stemmene deres ellers vil kunne fanges opp.

Foresatte som ønsker det er velkommen til å ta kontakt med undertegnede for å få se kompetansetest og spørreskjema på forhånd.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Du tar da kontakt med din lærer i naturfag eller matematikk som vil gi beskjed videre til oss som undertegner dette skrevet. Du kan også ta direkte kontakt med oss (se kontaktinformasjon lengre nede). Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrevet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det betyr at bare fagpersoner i prosjektgruppen og masterstudenter som er med i forskningsprosjektet kan se på videoopptakene og andre data som kan knyttes til deg. De som får tilgang til data som samles inn er tre fra fagavdeling skole i Bergen kommune, tre forskere ved Høgskulen på Vestlandet og seks faglig ansatte ved Universitetet i Bergen samt deres masterstudenter (du finner alle på websiden argument.uib.no). Alle data vil bli lagret nedlåst inne på låste rom og på dataservere som er spesielt godkjente og sikre. Navn på deg og skolen vil vi erstatte med en kode som lagres på en egen navneliste som vil lagre adskilt fra øvrige data. I rapporter og forskningsartikler fra prosjektet vil alle elever, lærere og skole bli anonymiserte slik at ingen kan gjenkjennes, og på bilder fra undervisningen vil ansikter sladdes. Du kan også ta kontakt med oss for å få innsyn i, endret eller slettet data fra deg som vi har samlet inn.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Forskningsprosjektet skal etter planen avsluttes 30. juni 2025. Alle videoer og personopplysninger bli anonymiserte innen 30. juni 2025.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

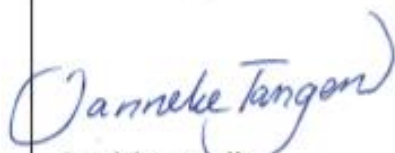
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke. På oppdrag fra Institutt for fysikk og teknologi, Universitetet i Bergen, har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Stein Dankert Kolstø ved Institutt for fysikk og teknologi, Universitetet i Bergen, telefon 55 58 48 39 eller 92 64 21 36, e-post kolsto@ift.uib.no.
- Janneke Tangen, Rådgiver i Fagavdeling skole, Bergen kommune, telefon 55562478 og e-post Janneke.Tangen@bergen.kommune.no
- Vårt personvernombud: Janecke Helene Veim, telefon 55 58 20 29, e-post Janecke.Veim@uib.no
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.
- Du kan også spørre en representant for prosjektgruppen som kommer og besøker klassen din

Med vennlig hilsen



Prosjektansvarlig
(Janneke Tangen)



Forskningsleder
(Stein Dankert Kolstø)

