



Høgskulen på Vestlandet

Pedagogikk og elevkunnskap 2b 5-10

LU2-PEL415

Predefinert informasjon

Startdato:	03-05-2019 09:00	Termin:	2019 VÅR
Sluttdato:	15-05-2019 14:00	Vurderingsform:	Norsk 6-trinns skala (A-F)
Eksamensform:	Bacheloroppgave		
SIS-kode:	203 LU2-PEL415 1 B-1 2019 VÅR stord		
Intern sensor:	Maru Alamirew Guadie		

Deltaker

Navn:	Sander Lindtner Seuland
Kandidatnr.:	128
HVL-id:	170497@hvl.no

Informasjon fra deltaker

Tittel *:	Definisjonsforståelse i matematikk	
Antall ord *:	12151	
Egenerklæring *:	Ja	Jeg bekrefter at jeg har Ja registrert oppgavetittelen på norsk og engelsk i StudentWeb og vet at denne vil stå på vitnemålet mitt *:

Gruppe

Gruppenavn:	Enmannsgruppe
Gruppenummer:	14
Andre medlemmer i gruppen:	Deltakeren har innlevert i en enkeltmannsgruppe

Jeg godkjenner avtalen om publisering av bacheloroppgaven min *

Ja

Er bacheloroppgaven skrevet som del av et større forskningsprosjekt ved HVL? *

Nei



**Høgskulen
på Vestlandet**

BACHELOROPPGAVE

Definisjonsforståelse i matematikk

Understanding definitions in mathematics

Sander Lindtner Sevland

Kandidatnr: 128

Pedagogikk og elevkunnskap 2b 5-10

Grunnskolelærerutdanning 5-10

**Veileder(e): Maru A. Guadie og Ieva Kuginyte-
Arlauskiene**

Innleveringsdato: 15.05.2019

Antall ord: 12 151

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle

kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 10.

Sammendrag

I denne oppgaven er det blitt gjort forskning for finne et svar på denne problemstillingen: «Hvilke metoder bruker lærere i matematikkfaget for å forbedre forståelse for matematiske definisjoner?». Bakgrunnen for oppgaven er hovedsakelig observasjoner gjort i faget fra praksisperioder og analyse av tidligere matematikk eksamensresultater for elever i 10. klasse på grunnskolen som har vist seg å være lave. Det blitt gjort nøye analyse av teori som har en sammenheng med temaet i oppgaven. Her er en kort presentasjon av disse.

Forståelse vil si at man har en oppfatning om noe (Store Norske Leksikon, 2017), og i matematikken vil dette sammenfatte at elevene vet hvordan de kommer fram til de rette svarene og samtidig vet hvorfor de får de svarene de får (Skemp, 1976). Det er mye elevene skal lære å forstå i matematikkfaget, men i denne oppgaven er det hovedsakelig rettet mot definisjonsforståelse.

De matematiske definisjonene som elever på skolen er beskrivelser av matematiske uttrykk (Hana, 2013). Disse er det utrolig mange av og det er ofte vanskelig å vite hvilken som er mest gunstig å bruke da det finnes flere ekvivalente definisjoner. Definisjonene har forskjellige roller ved seg skal være til hjelp for å få kontroll på matematikken (Hana, 2013). Elever må danne seg mentale strukturer, eller skjemaer, når de lærer ny kunnskap. Dette gjør at de både lærer kunnskap og forstår den. I noen tilfeller må de tilpasse seg (Jarvis, 2005). Hana i det lille han presenterer om å lære definisjoner, mener at elever bør utforske matematikken og lage sine egne definisjoner. Dette gjør at de får bestemme innhold og kan reflektere viktigheten med å kunne og hvorfor vi har definisjoner (Hana, 2013).

Elever har også holdninger eller tankesett til faget. De som ønsker å lære har utviklende tankesett, mens de mer tvilsomme elevene har låst tankesett (Dweck, 2008).

Det er blitt gjort en kvalitativ forskningsmetode for å samle inn data til oppgaven. Fire lærere ble intervjuet fra mellom- og ungdomstrinnet. Skolene ble tilsendt intervju spørsmålene på forhånd til forberedelse. Bare to av lærerne hadde derimot mottatt spørsmålene.

De viktigste metodene lærerne ga fra intervjuene var å gjøre praktiske aktiviteter, la elevene definere selv og tilpasse oppleggene etter elevenes nivå. Dette har lærerne evaluert etter mange års erfaring er de mest effektive metodene for å forbedre forståelsen for definisjoner. Jo lengre man har jobbet som lærer, desto flere metoder har en testet ut og desto sikrere er man på hva som fungerer og ikke fungerer.

Innholdsfortegnelse

<i>Sammendrag</i>	2
1. Innledning	4
1.1 Introduksjon og bakgrunn for prosjektet	4
1.2 Problemstilling og avgrensinger	5
1.3 Oppbygning og presiseringer	5
2. Teoridel	6
2.1 Introduksjon til teoridelen.....	6
2.2 Begrepsavklaringer	7
2.3 Forståelse og instrumentell- og relasjonell forståelse.....	7
2.4 Kognitivistisk teori om begrepslæring og forståelse	10
2.5 Definisjon og definisjonslære	11
2.6 Metoder for begrepslæring og forståelse	14
2.7 Utviklende- og låst tanke sett.....	16
2.8 Oppsummering av teoridel	17
3. Metode	18
3.1 Valg av metode	18
3.2 Gjennomføring av forsøk og resultat.....	18
3.3 Kritikk av metode.....	19
3.4 Etikk	20
3.5 Gyldighet og pålitelighet	20
4. Presentasjon av datamateriale.....	21
4.1 Bakgrunns erfaringer	22
4.2 Metode og definisjoner	22
4.3 Forståelse	24
4.4 Nye læreplanen	26
5. Drøfting	26
5.1 Refleksjon.....	26
5.2 Svar på problemstillingen	31
5.3 Sikkert resultat og egne synspunkter	32
6. Konklusjon	33
Kildeliste	34
Vedlegg	36
Vedlegg 1	36

1. Innledning

1.1 Introduksjon og bakgrunn for prosjektet

I de siste årene har jeg lest mye i media om hvordan elever i norske skoler sliter med matematikken sammenliknet med resten av verden. I en oversikt over eksamenskarakterene for grunnskolen i årgangen 2015–16, var gjennomsnittskaraktene i matematikk på sitt laveste (2,9) i 2015 (Utdanningsdirektoratet, 2017). Det har siden da vært en satsing fra regjeringen å heve matematikknivået på elevene. Snittresultatet i matematikk har gått opp siden da, fra 2,9 i 2015 til 3,6 i 2018 (Utdanningsdirektoratet, 2018). Dette er gode forbedringer hos elevene, men det kan bli bedre. Det skal også sies at noe enkel tallstatistikk ikke sier noe om elevenes forståelse i matematikkfaget som de holder på med på skolen og i hverdagen.

Fremdeles er det mange dårlige holdninger til matematikkfaget hos elevene. Jeg har fra praksis hørt mange forskjellige nedlatende uttalelser fra elever om hva de synes om faget, at de ikke forstår noe av det de lærer, i tillegg til spørsmål om hvorfor de må lære ting som for eksempel algebra. Mange elever stiller også spørsmål til svarene de får på oppgavene de gjør. Det som jeg ofte har sett, er når oppgavene elevene jobber med stammer fra en mattebok der fasiten er å finne på bakerste side, er det i slike tilfeller ofte fristende for elevene å slå opp bakerst i boken og se om svaret er rett. Da får de bekreftet om de har rett eller feil svar. Men de får ikke et svar på hvorfor svaret blir det det blir.

Det er ikke rart at elever har dårlige holdninger og stiller spørsmål til svaret de får etter å ha regnet, når de har liten eller ingen forståelse for det de gjør i matematikken eller bare går bak i boken etter fasiten. Dette er noe som belyser tankesettet til elevene som jeg vil komme tilbake til senere (Dweck, 2008).

Hovedtemaet til denne oppgaven er definisjonsforståelse i matematikkfaget. Bakgrunnen for dette prosjektet kommer fra mye av det som er beskrevet ovenfor. Lave nasjonale resultater de siste årene og observasjon fra praksis har vært en del av grunnlaget for hvorfor denne oppgaven omhandler definisjonsforståelse i matematikk. I tillegg innvendes egne personlige erfaringer fra grunnskole tiden som motivasjon for å skrive om dette.

Til å begynne med skulle oppgaven fokusere seg på symbolforståelse. Jeg ville skrive en oppgave som omhandlet elevers forståelse rundt matematiske symboler, da jeg mente at det lave nivået i matematikkfaget lå i dårlig symbolforståelse hos elevene. Dette har senere blitt

spisset litt mer inn til å omhandle definisjonsforståelse. Dette er blitt gjort da symbolene ofte blir representert i definisjonsforklaringene, for eksempel definisjonen til en brøk¹.

1.2 Problemstilling og avgrensinger

Matematikk inneholder mange forskjellige definisjoner som elevene skal lære og kunne. På prøver og på eksamener får elevene tekstopp-gaver eller problemløsninger som ikke direkte sier hvordan elevene skal komme fram til svaret. Det gjør det derfor vanskelig for dem å finne ut hvilken definisjon de skal bruke og hvilken definisjon som er den rette å bruke da det er flere like definisjoner. I denne oppgaven er det derimot ikke et fokus på hvordan lærerne kan hjelpe elevene under eksamen og ikke hvordan elevene skal være mest mulig klare til eksamen, men heller hvilke metoder lærerne gjør og kan gjøre for elevene for å øke forståelsen deres for matematiske definisjoner. Problemstillingen er som følger:

«Hvilke metoder bruker lærere i matematikkfaget for å forbedre forståelse for matematiske definisjoner?»

Ved denne problemstillingen ønsker jeg å finne ut om det er en sammenfattet enighet mellom lærere om hvilke metoder som skal brukes for å oppnå definisjonsforståelse.

Jeg vil beskrive noen avgrensninger som er tilknyttet problemstillingen og oppgaven. Jeg vil presisere at ved lærere menes det matematikklærere på mellom- og ungdomstrinnet. Ved metoder menes matematiske metoder. Det er da snakk om metoder man kan bruke for å forbedre forståelsen til elever for å innlære seg matematiske definisjoner.

1.3 Oppbygning og presiseringer

I starten av oppgaven, etter forsiden, vil det befinne seg et sammendrag som beskriver kort hva denne teksten handler om og resultatet av forskningen som ble gjort. Innledningen dette delkapittelet er en del av, tar for seg bakgrunnen til prosjektet og presenterer problemstillingen. Det er dette spørsmålet det skal forskes på og forhåpentligvis finne et svar på i oppgaven.

¹ Gert Monstad Hana (s.73 i Matematiske byggesteiner): Definisjon til brøk: «La m og n være heltall slik at $n \neq 0$. Brøken $\frac{m}{n}$ er tall slik at $\frac{m}{n} * n = m$.»

Til all forskning er det et krav om teori for å støtte opp resultatene, derfor begynner hoveddelen med teoridelen. Sammen med begrepsavklaringer til viktige begrep fra problemstillingen, vil det komme teori om de forskjellige begrepene, i tillegg til teori om kognitivism, tilpasset opplæring, og utviklende- og låst tankesett. Disse teoriene vil bli fordelt i hver sine delkapitler. Presiseringer og avgrensninger til de ulike teoriene vil komme i starten på hver teori. Dette gjelder også de andre delene i denne oppgaven.

Teoridelen vil bli etterfulgt av metodedelen. Til denne oppgaven har det blitt brukt en kvalitativ forskningsmetode. Jeg vil i metodedelen gå mer inn på hva kvalitativ metode er for noe, og begrunne valget av akkurat denne metoden. Fordeler og ulemper ved metoden vil også bli berørt, samt gjennomføringen av forsøket sammen med en vurdering av resultat, eventuelle feilkilder og etiske hensyn, og gyldigheten og påliteligheten til resultatet.

Deretter kommer en presentasjon av funnene. Alt datamateriale vil bli lagt frem her. De nødvendige svarene som skal bli brukt til drøftingen vil her bli tatt ut fra de gjennomførte intervjuene.

Når alle resultatene er blitt presentert skal de drøftes i den neste delen. I drøftingsdelen skal resultatene bli analysert. Der vil jeg se etter sammenheng med gitt teori og intervjuene som har blitt gjort, og besvare problemstillingen. Svarene vil bli vurdert, om det er sikre og nyttige svar, eller det motsatte. Egne kommentarer og synspunkter kommer også med her. Til slutt samles trådene i konklusjonen.

2. Teoridel

2.1 Introduksjon til teoridelen

Som nevnt ovenfor er det noe teori som kommer av viktige begrep fra problemstillingen. Ut fra problemstillingen er det tre begrep som kommer frem som trenger avklaring. Disse begrepene er: *metode*, *forståelse* og *(matematisk) definisjon*. Jeg starter med å definere disse kort. Deretter begynner teoridelen med forståelse. En av de mange teoretikerne som belyser kunnskap om forståelse er Skemp, som deler forståelse i instrumentell og relasjonell forståelse (Skemp, 1976). Andre teoretikere som tar opp forståelse vil også være med her. Etter teori om forståelse følger teori om kognitivism av Piaget, som er relevant ovenfor hovedtemaet i oppgaven (Jarvis, 2005).

Videre kommer teori om definisjoner som Hana understreker godt i «*Matematiske byggesteiner*» (2013). Jeg vil også se i kompetansemålene hvor det blir gitt at elevene skal

lære seg definisjoner (Utdanningsdirektoratet, 2006).

Deretter blir teori om metode introdusert. Først tar jeg for meg teori om metode i matematikkfaget med fokus på definisjonslære, altså hvordan man lærer definisjoner i matematikkfaget. Videre går jeg innom metode i undervisning, som her kan anses som undervisningsmetoder.

Det siste av teori vil være Dwecks teori av om fenomenet utviklende- og låst tankesett, som er en ganske ny oppdagelse innen didaktikken. All teori vil oppsummert på slutten av teoridelen.

2.2 Begrepsavklaringer

Selv om begrepene fra problemstillingen forklarer seg selv, velger jeg å forklare dem da jeg videre etter avklaringene vil gå innom teori rundt disse begrepene og ønsker å unngå misoppfatninger siden noen av begrepene kan ha flere betydninger.

Forståelse beskriver egentlig seg selv, men for å presisere så betyr det å ha en oppfatning om noe (Store Norske Leksikon, 2017). La oss si en elev har fått en oppfatning om at multiplikasjon er en forenklet måte å addere et tall med selv gjentatte ganger, da har eleven oppnådd en forståelse for multiplikasjon.

Metode i denne sammenhengen vil si hvilken arbeidsmåte som lærere bruker for å få elevene til å oppnå forskjellige mål (Bø & Helle, 2013).

Definisjon er en forklaring eller en beskrivelse av et uttrykk (Hana, 2013, s. 56). En *matematisk definisjon* er en beskrivelse av et matematisk uttrykk, for eksempel en brøk som nevnt tidligere.

Disse begrepene vil i denne oppgaven ha en sammenheng med matematikkfaget. Når jeg bruker begrepene vil jeg derfor ofte referere til matematikkfaget.

2.3 Forståelse og instrumentell- og relasjonell forståelse

Skott fokuserer mye på hvordan man kan drive god matematikk undervisning og lære elever matematikk (2016, s. 15). Han tar ikke for seg direkte emner i matematikken, men heller alt man skal lære vekk i matematikkfaget og hvordan man driver god matematikdidaktikk. Jeg vil hovedsakelig se på hvordan Skott belyser gjennomførelsen av læring med forståelse (2016, ss. 64-65). Han dokumenterer hva som menes med å lære matematikk med forståelse, ved å

bruke Carpenter og Lehrer sine fem kjennetegn for læring med forståelse (Carpenter & Lehrer, 1999, ss. 20-23):

1. *Bygge relasjoner med det man kan fra før av, med det nye en skal lære.* Som barn lærer de matematikk før de begynner på skolen via lek der de legger til, trekker fra og sammenligner mengder. På skolen blir de introdusert for symbolene og tegnene som de trekker sammenheng med leken.
2. *Utvide og ta i bruk matematisk kunnskap.* Kunnskapen elevene har konstruert og lært skal de videre utvikle slik at de begynner å bruke matematiske begreper og definisjoner.
3. *Reflekterer de faglige erfaringer man gjør.* Nye metoder og definisjoner blir analysert og veid opp mot det elevene allerede kan. Elevene kan da være i stand til å endre og omorganisere de allerede etablerte metoder og definisjoner, slik at man har flere måter en kan løse oppgaver på, eller kan relatere en løsning med en annen.
4. *Kunne artikulere om det en kan.* Elevene kan uttrykke sine matematiske kunnskaper med andre via samtaler, skriving, diagrammer, bilder, symboler, eller noe annet. Dette gir god trening i åpen refleksjon hos elevene. Om en matematisk kunnskap er vanskelig for elevene å forstå, kan kommunikasjon med andre gi dem en innsikt ved at de gjør en åpen refleksjon om det.
5. *Den matematiske kunnskapen blir ens eget.* I stedet for at elevene skal tenke at den matematiske kunnskapen er slik fordi læreren sa det, må elevene kunne ta til seg det læreren sier i undervisningen og forme det til noe de selv forstår og har eierskap til.

Jeg berørte definisjonen til forståelse tidligere i begrepsavklaringen for å poengtere hva som menes med forståelse. Carpenter og Lehrers teori om læring med forståelse beskriver forståelse som å kunne se sammenhenger mellom gammel og ny kunnskap, og ha en oppfatning av likheter mellom teori og det man gjør praktisk. Det handler ikke om å huske kunnskap, men å kunne lage en egen mening om kunnskapen og hvordan den fungerer.

Lenge har forståelse blitt definert slik det står ovenfor. I senere tid har det blitt ansett to perspektiver ved forståelse av matematikeren Richard R. Skemp. Disse perspektivene er *instrumentell forståelse og relasjonell forståelse* (Skemp, 1976). I en artikkel publisert i et tidsskrift om matematikk, «*Mathematic Teaching*», belyser Skemp hva disse innebærer og hans meninger om dem.

Instrumentell forståelse går ut på at elever memorerer definisjoner og formler de lærer i matematikkfaget. Dette kan enten foregå ved at læreren forteller til elevene for eksempel at arealet av rektangel er $A = \text{Lengde} * \text{Bredde}$. Eller at elevene jobber selvstendig og pugger formlene og definisjonene (Skemp, 1976, s. 20). Realistisk virker dette som en grei fremgangsmåte for at elevene skal lære matematikk. Elevene lærer hvordan de skal løse oppgaver i timen. Definisjonene og formlene er ofte enkle å huske og bruke. Elevene kommer ofte rett til svaret med en gang (Skemp, 1976, s. 23). Likevel med argumenter som disse ovenfor, anser ikke Skemp instrumentell forståelse som forståelse. Hvis en elev vet at man finner arealet til et rektangel med formelen $A = \text{Lengde} * \text{Bredde}$, betyr det ikke nødvendigvis at eleven har forstått hva et areal er (Skemp, 1976, s. 20).

Relasjonell forståelse derimot handler om at elever kan se sammenhenger mellom definisjoner og regler, og som det ligger i ordet, kunne relatere matematikken til forskjellige ting. Mot de med instrumentell forståelse som vet hvordan man kan komme fram til svaret, vil de med relasjonell forståelse kunne ikke bare vite hvordan man kommer fram til svaret, men også hvorfor de får det svaret de får (Skemp, 1976, s. 20). Skemp beskriver relasjonell forståelse med et godt eksempel han selv erfarte med en elev. Eleven hadde nettopp lært at når man multipliserer tall som inneholdt desimaler, kunne man fjerne kommaene fra stykket for at det skulle bli lettere å regne, og deretter legge de inn i svaret etterpå. Denne fremgangsmåten videreførte eleven til divisjon med desimaltall når de lærte om dette (Skemp, 1976, s. 23). Relasjonell forståelse innvender ikke bare at elever kan adaptere det de allerede har lært til andre emner i matematikken. Den gjør at det elevene lærer blir enklere å huske da de kan relatere det til blant annet andre emner i faget, men også hverdagslige ting (Skemp, 1976, s. 23). Samtidig når elevene har fått en relasjonell forståelse for noe i matematikken, blir det ofte en belønning i seg selv å løse oppgaver for å forstå. Det gjør også at elevene får lyst til å utforske på egenhånd, for å skape seg mer forståelse (Skemp, 1976, s. 24). De med instrumentell forståelse får ikke denne lysten til å finne ut. De er bare ute etter å få en formel eller definisjon som gir de rett svar på oppgavene. Dette gjør at matematikken for mange blir raskt kjedelig (Skemp, 1976, s. 21).

2.4 Kognitivistisk teori om begrepslæring og forståelse

Kognitivismen er en læringsteori som tar for seg hvordan man lærer kunnskap. Denne læringsteorien går ut på, som Imsen påpeker i en av sine lærebøker for lærerstudenter (2014, s. 105): «Vekt på det som «skjer i hodet».» Kognitivismen handler om de mentale prosessene som foregår i hodet, som skal føre til læring og forståelse (Jarvis, 2005, s. 3). Grunnen for at jeg har tatt med teori om kognitivismen er fordi teorien anser ikke bare læring som tilegning av kunnskap for å kunne, men tilegning av forståelse til forskjellig kunnskap. Kognitivismen dreier seg altså om forståelse.

Piaget har laget en rekke teorier som retter seg mot kognitiv læring. Han så på alle barn som individuelle læringsagenter. Barna er aktive i prosessen med å tilegne seg ny kunnskap, ved å utforske verden rundt seg og danne idéer for hvordan ting rundt seg fungerer (Jarvis, 2005, s. 19). Dette behovet til å utforske omverden kommer av en indre motivasjon, noe som står sterkt i kognitivistisk læringsteori. Jeg vil også kort legge til at Piaget hadde også laget en teori som er nokså lik den kognitivistiske teorien. Denne beskrev han som kognitiv konstruktivismen. Som det lyder i ordet, handler det om at barn konstruerer sin egen kunnskap og forståelse ut fra hva de gjør og opplever rundt seg (Imsen, 2014, s. 146). Det vil ikke være noe fokus rundt denne læringsteorien i denne oppgaven, men den blir nevnt da den har mye relevant ovenfor temaet i oppgaven.

For å beskrive læring, løftet Piaget fram *skjema*. Dette er mentale strukturer som kommer av erfaringer man gjør seg av å handle og utforske omverdenen rundt seg. Det kan også bli ansett som mentale oppfatninger av omverdenen. Fra man er nyfødt til tidlig i ungdoms årene, går en gjennom noen stadier der skjemaene er i større utvikling etter hvilken alder man er i og hva man erfarer (Jarvis, 2005, s. 21). Disse fasene kan deles inn i to typer skjemaer som barn lager og utvikler, *sensomotoriske*– og *kognitive skjema*. Først nevnte er det alle barn starter med når de blir født. Ved hjelp av sansene danner de seg nye skjemaer. De handler som oftest uten å tenke over konsekvensene. I den andre typen er derimot barna blitt litt eldre. I motsetning til de med sensomotoriske skjema, tenker de med kognitive skjemaer før de handler (Bø & Helle, 2013). De er mer bevisste på konsekvensene som kommer av handlingene de gjør.

Piaget hevdet at man ikke bare lærte ny kunnskap ved å handle og utforske verden rundt seg, men at man også lærte ny kunnskap ved å adaptere seg til omverdenen. Å adaptere vil si at barn må tilpasse seg ny kunnskap de ikke er kjent med eller ikke har lært. I barnas tilfelle må de kunne forstå og gjenfortelle denne kunnskapen med egne ord (Jarvis, 2005, s. 20). Barn kan adaptere på to måter. Den første måten er ved assimilasjon. Ut fra de skjemaene,

oppfatningene eller kunnskapen barna har fra før av, kan de lære seg ny kunnskap og kunne forklare den ved å tilpasse det de allerede kan med det nye. Da har de assimilert ny kunnskap (Jarvis, 2005, s. 20). Den andre måten å adaptere kunnskap er ved akkomodasjon. Her er ikke de skjemaene, oppfatningene eller den kunnskapen barn allerede kan god nok til å tilpasse seg ny kunnskap. De er nødt til å omforme skjemaene og oppfatningene sine, eller endre kunnskapen sin, for å ta inn den nye kunnskapen. Med andre ord, de er nødt til å lære det nye fra bunnen av, danne seg nye skjemaer slik at de til slutt får en forståelse og kan forklare det. Da kan man si de har akkomodert ny kunnskap (Jarvis, 2005, s. 20).

Piaget poengterte adaptasjon med *likevektprinsippet*. Han påpekte at barn ønsker at det skal være en sammenheng mellom skjemaene de allerede har og det som er rundt dem. Når det er en sammenheng, er barna i stand til å forklare kunnskapen med sine skjemaer. Dette anså Piaget som *likevekt* (Jarvis, 2005, s. 20). Når barna derimot ikke klarte å forklare kunnskapen med sine egne skjemaer, at det ikke er sammenheng mellom deres kunnskap og det rundt dem, ville dette bli sett som en *ubalanse* (Jarvis, 2005, s. 20). Denne ubalansen er uønsket hos barna, og de prøver derfor å tilegne seg ny kunnskap for å oppnå likevekt. (Jarvis, 2005, s. 20).

2.5 Definisjon og definisjonslære

Jeg definerte tidligere at definisjon en beskrivelse eller en forklaring av et uttrykk (Hana, 2013). Det virker lett å konkludere definisjon med kun dette, men når sant skal sies berører definisjon mye mer enn bare denne enkle forklaringen.

Hana slår fast på at en definisjon har forskjellige *roller* som beskriver mer direkte hva definisjonen brukes til, enn å bare forklare ett uttrykk. Det er tre roller ved en definisjon, som hver har flere småroller ved seg (Hana, 2013, s. 56). De ulike rollene med sine småroller er:

- *Den logiske rollen* – En definisjon bør være logisk for de som skal bruke den. Den skal sørge for en felles forståelse et gitt matematisk begrep. Det vil for eksempel si at andre skal vite hva en brøk er når man definerer en brøk (Hana, 2013, s. 59). Den logiske rollen skal også sørge for å avgrense definisjonens betydning. For eksempel når en definerer et kvadrat, skal definisjonen kunne si oss hva som er og ikke er et kvadrat (Hana, 2013, ss. 59-60). Videre skal den logiske delen av definisjonen fjerne flertydigheten i det matematiske begrepet. Noen definisjoner definerer det samme, som for eksempel en polygon. En polygon er definert som en mangekant, som kan

være trekkanter, firkanter, osv. Velger jeg trekkanter har jeg flere typer trekkanter å velge mellom, hver med sin egen definisjon. Jo mer direkte man er på hvilken definisjon man bruker, desto mindre blir flertydigheten (Hana, 2013, s. 60). Det siste logiske delen er at definisjonen er denominativ, som vil si den forteller oss hva man skal kalle det man definerer. For eksempel ved definere en figur som et kvadrat, er det et kvadrat det er. Da kan man ikke kalle det for noe annet (Hana, 2013, s. 60).

- *Den økonomiske rollen* – En definisjon skal være til nytte for de som skal bruke den. Derfor må den sørge for at man sparer tid og plass når man bruker den. Den økonomiske delen til definisjonen sørger for å komprimere beskrivelsen, altså at en bruker færre begreper når en definerer (Hana, 2013, s. 58). Dette kan en gjøre ved å bytte ut ord og setninger med andre begreper som allerede er definert. Dette kalles for den stedfortredende rollen innenfor den økonomiske (Hana, 2013, s. 59). Når setninger er blitt komprimert og begreper i definisjonen er erstattet understreker Hana at definisjonen er blitt kondensert, som betyr at definisjonen er blitt lettere å forstå og mer presis i forklaringen sin (Hana, 2013, s. 58).
- *Den strukturelle rollen* – En definisjon skal skape struktur i matematikken for de som bruker den. Når elever blir introdusert for firkanter i geometri skal definisjonene for de forskjellige typene firkantene hjelpe dem å gruppere og organisere dem. Da får man muligheten til å se etter likheter og ulikheter mellom firkantene. Dette kan beskrives som den strukturgivende delen i den strukturelle rollen (Hana, 2013, s. 61). Jamføre når definisjonen er blitt gitt til for eksempel en brøk, da er det bestemt at dette er definisjonen til en brøk. Den andre delen innenfor den strukturelle rollen til definisjonen kalles derfor den strukturbestemte rollen. Definisjonen bestemmer hvilke begreper som skal brukes (Hana, 2013, s. 63)

Jeg har nå sett på hva definisjoner gjør og skal videre se på hvor representative de er i læreplanen. I skrivende stund er fremdeles den gamle læreplanen i bruk. Jeg har derfor analysert denne og ikke den nye for å se etter representasjoner av definisjoner. Jeg har valgt å se på kompetansemålene for 10. klasse (Utdanningsdirektoratet, 2006), da det er det avsluttende året i tiårig grunnskole, og kan bli ansett som endelige mål for elevene. Ingen av kompetansemålene viser direkte til hvilke definisjoner elevene skal lære seg. På den

andre siden er det indirekte lagt inn i de aller fleste kompetansemål at elevene skal kunne forskjellige definisjoner. For eksempel innenfor «Tall og algebra», står det i det første kompetansemålet (Utdanningsdirektoratet, 2006):

«(...) samanlikne og rekne om mellom heile tal, desimaltal, brøkar, prosent, promille og tal på standardform (...).»

Her forventes det at elevene skal kunne regne med alle de forskjellige måtene tall blir representert på. For at elevene skal kunne gjøre dette må de vite hva alle disse er og hvordan de brukes. For eksempel viss de skal regne med hele tall, må de først vite definisjonen til hele tall, at det er alle naturlige tall som kan være både positive eller negative og 0 (Matematikk.org, 2018). Deretter må de vite hvordan disse fungerer med hverandre når de regner med dem i de forskjellige regneartene.

For å spare plass, har jeg i tabellen nedenfor (se Tabell 1) telt opp hvor mange kompetansemål det er i hvert emne i matematikkfaget, og hvor mange av disse som indirekte sier at elevene skal kunne definisjoner. Tabellen har jeg selv laget.

Tabell 1. Oversikt over kompetansemål rettet mot å kunne definisjoner. Tabellen er laget selv.

<i>Emner i matematikkfaget</i>	<i>Antall kompetansemål</i>	<i>Antall kompetansemål med vekt på å kunne definisjoner</i>
<i>Tall og algebra</i>	9	6
<i>Geometri</i>	6	4
<i>Måling</i>	3	2
<i>Statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk</i>	5	4
<i>Funksjoner</i>	2	2
<i>Totalt</i>	25	18

Jeg observerer her at en stor andel av læreplanen sier indirekte at definisjoner er noe elever skal lære i matematikk faget. At de er representert indirekte er nok fordi det sier selv at elevene må kunne forskjellige definisjoner i matematikken.

2.6 Metoder for begrepslæring og forståelse

Når det kommer til metode må det i denne sammenhengen ikke bli forvekslet med metodedelene i denne oppgaven. Under leting etter teori om metode påpeker de fleste artikler og nettsider metode i en sammenfatning med oppgaveskriving. Som med mange andre begreper, kan metode ha forskjellig betydning. Tidligere derimot definerte jeg metode som arbeidsmåten lærerne brukte for at elevene skulle oppnå læringsmålene i faget sitt (Bø & Helle, 2013). Det er denne betydningen av begrepet jeg tar i bruk i dette delkapittelet.

Jeg skal her se på hvilken metode vi lærere kan bruke for å lære elever om definisjoner og begreper for forståelse i matematikkfaget. Å lære definisjoner kan trekkes litt opp mot kognitivismen som jeg gikk gjennom tidligere, at elever bør lære definisjoner ved å utforske de litt selv. Jeg tar fremdeles i bruk teori fra Hana (2013). Hana går ikke så grundig innom hvordan man lærer definisjoner, men det han tar opp går igjen i kognitivistisk teori om forståelse. For å lære definisjoner foreslår Hana at elever bør få muligheten til å lage sine egne definisjoner (Hana, 2013, s. 71). Dette kan gjøres ved å ha diskusjoner med elevene i full klasse, eller ved oppgaver, som for eksempel en klassifiseringsoppgave innenfor geometri (Hana, 2013, s. 72). Når elevene får lage sine egne definisjoner i matematikk, får de reflektere over hvordan definisjoner fungerer, hva de bør inneholde og ikke inneholde. Dette kan føre til at de får bedre forståelse for allerede etablerte definisjoner (Hana, 2013, s. 71).

Som lærer blir man gitt en rekke kompetansemål som fastslår hvilke mål elevene skal oppnå, eller med andre ord, hva de skal lære i et gitt fag (Udir, 2016). De oppgir derimot ikke fremgangsmåten for å nå disse målene. Som lærer må en finne på disse selv. En må finne en metode for å nå målet, for at elevene skal lære noe. Jeg vil derfor foreslå å gi metode et annet navn, som for eksempel undervisningsmetode. Jeg har nå skapt et skille med det andre metodekapittelet.

For å gi en definisjon på undervisningsmetode kan jeg ut fra det jeg presentert om metode så langt, bruke Gagnés undervisningsdesign som er å finne i en av Imsens lærebøker, til å se på hvordan en lærer kan planlegge, utføre og vurdere undervisningen (2014, ss. 101-102).

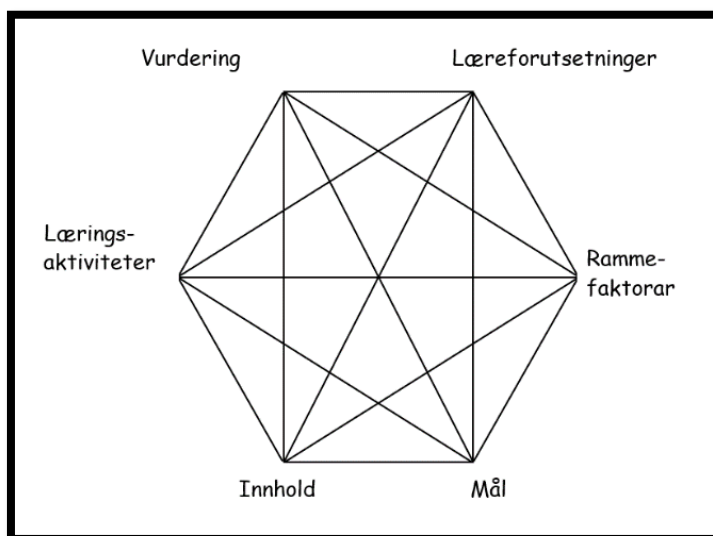
Undervisningsdesignet er en modell som består av fem deler. Robert Gagné kalte modellen for «ADDIE», som er et akronym der hver bokstav i ordet er et eget begrep som refererer til de fem forskjellige delene (Gagné, Briggs, & Wager, 2005):

- *Analyze (Analyse)* – Denne delen handler om at læreren må analysere meningen med undervisningsopplegget, altså hvorfor elevene skal lære det de skal lære. Læreren må analysere hvilke mål elevene bør oppnå, hvilke forutsetninger elevene vil ha for

undervisningen (hva de kan fra før av) og hva som kan motivere dem. Samtidig må også læreren analysere rammene for undervisningen, tid til gjennomføring og ressurser som kan brukes.

- *Design* – Her kommer selve konstruksjonen og planleggingen av timen, sett ut ifra analysen som ble gjort i forrige steg. Læreren må her:
 - Formulere de forskjellige målene elevene skal gjennomføre.
 - Planlegge alt som skal skje i løpet av timene.
 - Tenke ut hvordan vurderingen skal være.
- *Develop (Utvikling)* – Her skal man forberede seg og lete etter lærestoff og andre ressurser som kan være nyttige til timen. Det er spesielt viktig å finne og prøve ut nye ting, da gamle ressurser og lærebøker kan være utdaterte og passer ikke lengre de nye målene for timen.
- *Implement (Implementere)* – Denne delen går ut på selve gjennomføringen av opplegget en har planlagt. For noen er det også viktig å prøve ut opplegget for noen andre og deretter utføre det med elevene.
- *Evaluate (Evaluere)* – I denne siste delen skal alt som ble gjort, både planleggingen, utviklingen, analysene og implementering bli vurdert. Det skal være fokus på hvilke opplevelser elevene hadde i timen, hva de presterte og hva de lærte fra timen.

Mye av det som bli nevnt ovenfor kan bli sammenliknet med planleggingsverktøyet vi studenter blir introdusert til før vi skal ut i praksis, nemlig planleggingsdiamanten eller den didaktiske relasjonsmodellen (se Figur 1).



Figur 1. Planleggingsdiamant fra HVL, Stord 11. mai 2019

Modellen har nok tatt stor inspirasjon fra Gagnés undervisningsdesign-modell. Når det er sagt, er Gagnés undervisningsdesign som vist en mal på hvordan man lager undervisningen. Mye av det arbeidet som skal gjøres står læreren helt fritt til å velge selv. Man må som lærer kunne evaluere de avgjørelser man tar og tenke hvor nyttig det var for elevene det som ble gjort i timene. Jeg understreker da definisjonen til undervisningsmetode som en ide eller et ønske for hvordan man vil undervise, som læreren kan helt fritt velge selv.

Her vil jeg løfte fram tilpasset opplæring som høyst relevant. For at timene skal bli nyttige for elevene må lærerne planlegge for tilpasset opplæring. Nyttige timer for elevene vil være de der læreren ivaretar elevenes utviklingsmuligheter og opplæringsbehov (Buli-Holmberg & Ekeberg, 2016, s. 24). I planleggingen må læreren da være kjent med hvilke læreforutsetninger elevene har og hva de kan slik at de kanskje kan bli brukt som en ressurs. Desto bedre kjent læreren er med hva som sørger for læring hos elevene, desto mer tilpasset opplæring kan læreren planlegge til (2016, ss. 24-25). Det kan også gjøre det lettere for læreren å planlegge undervisningen, spesielt om man innvender det til «ADDIE»-modellen.

2.7 Utviklende- og låst tankesett

Nyere forskning har dokumentert at det er en sammenheng mellom elevenes motivasjon og arbeid i skolen. Psykologen Carol Dweck har laget en teori som handler om tankesettet til elever i skolen. Hun påstår at elever kan ha to typer tankesett. Disse kan være utviklende- eller låst tankesett (Dweck, 2008).

De med utviklende tankesett ser på problemer som muligheter for å lære noe nytt. De tar ofte utfordringer og er ikke redde for å gjøre feil. Når man gjør feil er det noe man må øve mer på for å til slutt få det til (Dweck, 2008). Talent blir ansett som noe en må jobbe med for å oppnå, derfor har de med utviklende tankesett et ønske om å lære nye kunnskaper. Konstruktiv kritikk er noe en tar til seg for å gjøre det bedre senere (Dweck, 2008).

De som har låst tankesett derimot prøver å unngå problemer da de er redde for å gjøre feil. Ved en utfordring gir de ofte opp og prøver ikke å få det til senere. De anser derfor talent som en medfødt egenskap, og for å lykkes må en ha en av disse (Dweck, 2008). Konstruktiv kritikk blir ofte tatt personlig og blir unngått da de mener de selv blir kritisert og ikke er gode nok (Dweck, 2008).

2.8 Oppsummering av teoridel

Oppsummert har vi nå sett at forståelse i en helhet kan betraktes som elevenes egne konstruerte oppfatninger og meninger av kunnskap (Carpenter & Lehrer, 1999). Forståelse kan videre kategoriseres i instrumentell forståelse, som sammenfatter pugging og memorering av kunnskap, og relasjonell forståelse, som innebærer å se sammenhenger mellom definisjoner og kunne relatere matematikken med noe fra hverdagen. Ønske er å ha flest mulig elever med relasjonell forståelse (Skemp, 1976).

Kognitivistisk teori om begrepslæring og forståelse innebærer at elever har forskjellige skjema som er deres mentale oppfatninger av kunnskap de kommer over. Elever lærer ofte ved å utforske selv og danne skjemaer for det de opplever rundt seg. De kan også adaptere seg til ny kunnskap for å oppnå likevekt mellom skjemaene og kunnskapen (Jarvis, 2005).

Definisjoner elever møter i matematikkfaget har forskjellige roller ved seg som skal gjøre faget enklere å jobbe med (Hana, 2013). Definisjonene er også sterkt representative i læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2006).

Til metode for å lære definisjoner er det mye man kan gjøre, men for å lære definisjoner og forstå dem bør man la elevene definere selv. (Hana, 2013). Som lærer planlegger man undervisningen fritt selv, som «ADDIE»-modellen illustrerer godt (Gagné, Briggs, & Wager, 2005). Det også viktig å planlegge slik at timene er nyttige for elevene. Dette gjøres ved å planlegge til tilpasset opplæring (Buli-Holmberg & Ekeberg, 2016).

Elever med utviklende tankesett har et ønske om å få ting til, lære ny kunnskap og er ikke redde for å gjøre feil. De har en positiv holdning til å lære. Elever med låst tankesett vil ha enkle oppgaver som de får til, gir opp om noe blir for vanskelig og er redde for å gjøre feil. De har en negativ holdning til å lære (Dweck, 2008).

3. Metode

3.1 Valg av metode

Til denne oppgaven er det blitt gjennomført en kvalitativ forskningsmetode. Bakgrunnen for dette valget kommer fra problemstillingen. For å finne ut av dette kreves det svar fra lærere som er i yrket, og den mest innbringende metoden for dette vil være å intervju lærere. Denne kvalitative metoden er mer fleksibel, da det kan forekomme større og uante endringer og resultat som forskeren ikke alltid kan forutse. Kvalitative undersøkelser inneholder åpne spørsmål, som gjør at de som blir spurt kan svare fritt med egne ord (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 17). Man vil da få mer varierte svar og svar man kanskje ikke forventer man skulle få. Det kan gi nye resultater til det som forskes på. Ved kvantitative metoder prøver man som oftest å bekrefte noe som en vet eller er testet fra før av, mens kvalitative metoder gir nye funn og resultater (2012, s. 17).

Til å begynne med hadde jeg planlagt å ha både intervju med lærere og undersøkesskjema for elever. I tillegg til å vite hva lærerne gjør, ville jeg se hvordan elevenes definisjonsforståelse var ved at de fikk forskjellige regneoppgaver. Noen regneoppgaver der elevene skulle regne seg fram til et rett svar. Noen oppgaver hvor elevene selv lager regnestykke, for at et gitt svar skal stemme. Andre oppgaver hvor elevene viser flere måter å komme frem til svaret på, for å se om de kan slå sammen like definisjoner. Dette ble nedprioritert da det er begrenset hvor mye det er mulig å ta med i en slik oppgave som denne.

3.2 Gjennomføring av forsøk og resultat

Til gjennomføringen av forsøket ble jeg informert av kurs- og veileder, at ved intervju bør det minst bli gjort to intervju, maks fire for best mulig resultat. Dette er for å kunne sammenlikne informantene som blir intervjuet, som kan gi forskjellig resultat. Jeg bestemte meg derfor for å gjennomføre fire individuelle intervjuer, med fire forskjellige lærere. To fra barneskolen på mellomtrinnet, og to fra ungdomsskolen.

Det ble laget en intervjuguide med ti åpne spørsmål som jeg skulle bruke til intervjuene, som er å finne som vedlegg i slutten av oppgaven. Skolenes rektorer ble tidlig kontaktet om tillatelse til å gjennomføre forsøkene. Lærerne fikk også spørsmålene tilsendt noen dager på forhånd, slik at de kunne forberede seg. Intervjuene ble gjort tidlig i skriveprosessen, og alle intervjuene ble gjort på samme dag. Hvert intervju varte i cirka 30–60 minutter, ut ifra hvor engasjerte diskusjonene ble. Første inntrykk etter at intervjuene var gjennomførte, var at det

var veldig varierte svar som kom fram fra informantene. Etter videre vurdering har jeg sett at de forskjellige svarene til lærerne poengterer mye av det samme.

3.3 Kritikk av metode

Selv om metoden er mer rettet mot kvalitative svar, må det påpekes noen ulemper ved kvalitativ metode. Det første problemet er det som oftest er poenget med et intervju, nemlig subjektive svar. Mange av de svarene som kommer frem kan ofte være av informantens egne meninger og synspunkter. Om man kun intervjuer en person vil resultatene man ender opp med være rettet mot en persons meninger, noe som gjør at resultatet blir mindre pålitelig. Derfor kreves det at man intervjuer flere enn en person for å få flere varierte svar som kan sammenliknes, som videre ikke gir et ensidig resultat.

Et annet problem med kvalitativ metode er arbeidet som kommer etter gjennomført forskning. Når forskningen er gjennomført må datamaterialet analyseres. I en spørreundersøkelse er svarsalternativer ofte lagt opp slik at de kan bekrefte eller avkrefte en påstand man har satt. I et intervju vil svarene være varierte for hver informant. Dette gjør at forskeren må tolke hvert intervju og lete etter resultatene som man er ute etter. Det kan være både vanskelig og tidkrevende.

Et problem som jeg støttet på var å få tak i nok lærere til undersøkelsen. Metoden krever at man som forsker er tidlig ute med å finne etter informanter. I midt tilfelle ønsket jeg å intervju fire lærere, to fra ungdomstrinnet og to på mellomtrinnet, alle med langtidserfaring i yrket på minst 10 år. Om jeg skulle få tak i lærere til intervju, måtte jeg kontakte skolens rektorer. Selv om jeg var tidlig ute med å kontakte skolens rektorer, erfarte jeg raskt at man som forsker må ha en fot inne på skolen for å få kontakt med rektorene, da email ikke alltid blir lest av rektorene. Heldigvis hadde jeg i løpet av utdanningen fått kontakt med to skoler gjennom praksis og bekjentskap med noen lærere, og fikk ut ifra dette ordnet med lærere til intervju.

Jeg vil trekke inn det første spørsmålet som jeg stilte informantene som var mer et kontrollspørsmål av lærernes bakgrunns erfaringer. Dette er altså en liten del av resultatene. I kategorien «Bakgrunns erfaring» (se Vedlegg 1) ble lærerne stilt et spørsmål om deres erfaringer som matematikklærer. Her kom det tydelig fram at Lærer 1 og 2 var de som ikke hadde fått spørsmålene på forhånd. De svarte derfor direkte på det de blir spurt om, mens Lærer 3 og 4 som hadde fått spørsmålene på forhånd, svarte ut ifra temaet til intervjuet. Dette viser hvor mye svarene i et intervju kan endre seg om ikke alle informantene har fått

spørsmålene på forhånd. Det er derfor viktig når man skal drive intervju å forsikre seg at alle informantene faktisk har fått spørsmålene på forhånd slik at svarene ikke tar en annen retning. Svarene som man får fra informantene må lede til et svar på problemstillingen.

3.4 Etikk

Skolenes rektorer ble som sagt tilsendt spørsmålene på forhånd slik at de kunne gi de videre til lærerne for å forberede seg til intervjuet. Derimot var det bare to av de fire lærerne som hadde fått spørsmålene. De to lærerne som ikke hadde fått spørsmålene på forhånd var derfor litt annerledes forberedt til intervjuene enn de to andre som visste hva de skulle bli spurt om. Deres intervjuer hadde derfor mer preg av improvisatoriske svar, mens de to andre hadde mer planlagte svar. Likevel skal det sies at svarene deres ikke var mindre gode bare fordi de ikke hadde fått spørsmålene til forberedelse. Det som kunne blitt gjort annerledes for å unngå dette, ville være å ha bedre kontakt med rektorene i tillegg til lærerne som skal intervjues, slik at en er sikker på når en kommer til intervju at alle lærerne har fått forberedt seg.

Samtidig like før intervjuene skulle gjennomføres, ble jeg informert om endringene i lovene om hvordan man kan samle inn data. Nå er det ikke lengre lov til å gjøre lydopptak til intervju med mindre man melder ifra til NSD (Datatilsynet, 2018). Derfor ble intervjuene i denne anledningen skrevet ned digitalt mens samtalen pågikk, uten bruk av lydopptak. Det har derfor gjort det vanskelig å fange opp alt informanten har å si, som gjør at intervjuene ikke er helt fullstendige. Likevel skal det sies at dette har påvirket intervjuene i svært liten grad.

3.5 Gyldighet og pålitelighet

Før jeg går videre i denne delen vil jeg definere gyldighet og pålitelighet. Når man snakker om gyldighet er det snakk om hvor relevante dataene man har funnet er ovenfor det man undersøker (2012, s. 24). I forhold til denne oppgaven skal det bli undersøkt hvilke metoder lærere må bruke for å øke definisjonsforståelsen hos elever. Da må man intervju lærere etter hvilke metoder som skal brukes, ikke andre ting. For å sikre gyldighet må man altså undersøke det som skal undersøkes.

For å sikre pålitelighet må undersøkelsen man gjør, arbeide og resultatet man får være til å stole på (2012, s. 23). Dette kan gjøres ved å gjøre gjentatte undersøkelser og se om man får samme resultat eller som i denne oppgaven, intervju flere enn en lærer og se etter om svarene deres leder mot det samme. Da kan man si at resultatet er pålitelig.

Resultatet til denne oppgaven kan bli sett på som pålitelig da det som sagt er intervjuet fire lærere, hver med forskjellige antall år som lærer, inkludert forskjellige erfaringer og meninger som peker mot det samme. Det gjør at de kan bli sammenliknet i større grad enn ved intervju av kun to lærere, noe som gir et mer fleksibelt svar. Resultatet kan bli sett på som gyldig, da det er høyst aktuelt som vist i innledningen at lærere må jobbe mer med forståelse. Alle lærerne som ble intervjuet viste stor enighet i metoder for å oppnå definisjonsforståelse hvor elevenes forståelse lå.

4. Presentasjon av datamateriale

Jeg skal nå presentere svarene jeg fikk fra intervjuene. Totalt er det som nevnt tidligere fire intervju som er blitt gjort til denne oppgaven. Jeg vil under presentasjonen av datamaterialene som er blitt hentet inn, gjengi og bruke sitat fra informantene, og referere til dem som Lærer 1, 2, 3 og 4. Dette er for å anonymisere dem. Selve intervjuene vil ikke være med i oppgaven, men spørsmålene som informantene ble stilt, eller rettere sagt intervjuguiden, vil være å finne som vedlegg i slutten av oppgaven etter kildene (se Vedlegg 1).

Jeg vil presisere at spørsmålene til informantene kan sees på som subkategorier innenfor fem hovedkategorier. De fleste av hovedkategoriene ble utviklet ut fra de viktige begrepene fra problemstillingen og skal brukes til å kunne svare på problemstillingen. Hovedkategoriene er:

- Bakgrunns erfaring
- Metode og definisjoner
- Forståelse
- Nye læreplanen
- Annet

Jeg kommer til å bruke disse kategoriene som hvert sitt delkapittel når jeg presenterer dataene. Jeg vil gå gjennom hvert spørsmål i rekkefølgen de er satt i intervjuguiden (se Vedlegg 1).

Kategorien «Annet» er blitt tatt ut da svarene var mer rettet mot skolene lærerne jobbet på. En forklaring til hva jeg er ute etter å finne ut i hvert spørsmål vil bli presisert i begynnelsen av avsnittene hver gang jeg går over til et nytt spørsmål. Derimot må det konstateres at spørsmålene er nøye gjennomtenkte og laget slik at de beskriver seg selv nokså tydelig. Likevel vil disse forklaringene på hva jeg ønsker å få ut av spørsmålene innenfor hver hovedkategori, være å finne sammen med resten av intervjuguiden (se Vedlegg 1). Det må også poengteres at forklaringene ble lagt til intervjuguiden etter at intervjuene var

gjennomførte. Lærerne fikk ikke tilsendt intervjuguiden med forklaringene.

4.1 Bakgrunns erfaringer

Tidligere i «Kritikk av metode» presenterte jeg oppdagelsen av at ikke alle lærerne hadde fått spørsmålene på forhånd til forberedelse. Her kommer svarene jeg fikk på det første spørsmålet jeg stilte lærerne (se Vedlegg 1). Til dette spørsmålet ville jeg finne ut hvilke erfaringer lærerne hadde som matematikklærer, da med tanke på hvor mange år de har jobbet som lærere i faget, utdanning, og om de har forandret seg som matematikklærere. Som jeg nevnte tidligere var dette også et kontrollspørsmål der svarene jeg får kan forhåpentligvis knyttes opp mot de svarene jeg får på de neste spørsmålene.

Alle lærerne bortsett fra Lærer 3, hadde alle jobbet på barneskolen i en periode. Bortsett fra Lærer 1, hadde alle lærerne en utdanning innen matematikk, og alle har stort sett jobbet med faget siden de begynte i yrket og trivdes med det. Når det kommer til hvor mange år de har jobbet som lærere, så hadde Lærer 1 og 3 lengst erfaring av alle lærerne med rundt 40 år i yrket. Lærer 2 og 4 hadde vært lærere i nesten 20 år.

Lærer 3 og 4 reflekterte over endringer de selv hadde gjort seg og opplevd som matematikklærere. Hvordan de har fått nye idéer om hvordan de gjennomfører undervisningen eller blitt mer fokusert på å bruke begrep som multiplikasjon og divisjon, istedenfor «gange» og «deling».

4.2 Metode og definisjoner

Til denne delen ble informantene spurt fem spørsmål om hvordan de introduserer nye emner og definisjoner, og utfordringer som følger med. Jeg vil som nevnt tidligere gå gjennom hvert spørsmål og hva lærerne svarte på dem.

Til det andre spørsmålet om hvordan lærerne motiverer elevene ved ny emner svarte alle lærerne at de ofte ville introdusere nye emner med å gjøre noe praktisk. Lærer 2 beskrev godt hvorfor en bør gjøre det praktisk: «*Invitere dem til å utforske litt selv ...*». Selv brukte læreren en app når de skulle lære om vinkler, der elevene fikk prøve seg ut på en digital gradskive til å finne forskjellige vinkler. Lærer 2 la også til: «*Må finne argumenter for hvorfor elevene må lære det de skal lære, da de [ofte] argumenterer imot.*» Lærer 3 hadde et eksempel med kombinatorikk: «*I kombinatorikk deler jeg elevene i grupper og lar dem finne ut hvor mange ganger de kan plassere seg [i rekker].*» Ut ifra det lærerne gjorde praktisk i timen kunne de

skape en diskusjon rundt det de gjorde, som ved gradskriveappen kunne lærer 2 spørre elevene: «*Hvor viktig er det å være nøyaktig?*».

Bruk av video som introduksjon til nye emner ble også tatt opp, mye brukt av Lærer 1 og 2. De viste da videoer til elevene som har med emnet å gjøre. Enten en ren regnevideo fra NRK-Skole, eller en video som fortalte en historie fra virkeligheten. Også Lærer 3 argumenterte for bruken av video fra virkeligheten med: «*[...] elevene diskuterer det som skjedde i videoen med tanke på matematikk*».

Lærer 4 var veldig på å: «*[...] sette [det nye] emne inn i det [elevene] opplever i hverdagen*». Dette var for å understreke for elevene at matematikk ikke bare er et fag på skolen, men også noe som: «*[...] finnes rundt oss til enhver tid*.» Dette mente Lærer 4 kunne bli illustrert ved å gjøre noe praktisk, eller ved gi elevene en problemløsningsoppgave eller en utfordring. Noe som også Lærer 3 nevnte.

På det tredje spørsmålet om hvordan de introduserer nye definisjoner for elevene, var alle lærerne enige om at man bør la elevene få lage definisjonene selv. Lærer 1 argumenterte for dette var med: «*Definisjoner [...] i lærebøkene er ikke så gunstige*.»

Til hvordan man kan la elevene lage definisjoner selv, svarte Lærer 2 at man burde: «*Spørre de utforskende spørsmål*.» Dette blir også poengtert av Lærer 3, som fastslo at elevene må: «*[...] jobbe med [emnet] og lage definisjonene etterpå*.» Mye av det samme ble nevnt av Lærer 4, som i tillegg mente at man ikke burde introdusere elevene for definisjonene i det hele tatt, men la de heller «*[...] jobbe med det [og lar de] være med i prosessen selv slik at de kan definere noe selv*.»

Det fjerde spørsmålet om hvordan lærerne jobber med like definisjoner som elevene skal lære, er mange av svarene de samme som ved forrige spørsmål. Derimot vil jeg trekke frem svaret til Lærer 2 som var: «*[...] å ikke si for mye. Si akkurat nok. Mye kan du putte inn i det samme. Men hold det enkelt!*». Dette løfter også Lærer 4 fram med: «*La elevene få erfaringer, gjennom fagstoff og praktiske oppgaver. La de jobbe og skape seg metoder [selv]. De lærer ingenting av å bli «matet» med info av læreren. De [må] danne sin egen kunnskapskultur. Skape undring*.» Dette kan sammenfattes med Lærer 1 sitt svar: «*Tenke [på] hva som funker best for elevene, for det er de som skal lære, arkivere og lage egne definisjoner om det de lærer*.» Lærer 3 poengterte: «*Jeg tror ofte [på] «learning by doing». At en får prøve ut ting, at elevene får prøve ut selv og finne ut av det [på egenhånd]*.»

Femte spørsmål, utfordringer lærerne opplever ved introduksjon av nye definisjoner og emner, uttrykte Lærer 3 at en av utfordringene er når grunnbegrepene i faget ikke er på plass

hos elevene: «Hvis disse ikke er på plass hos elevene, så vil de slite.» Dette berører også svaret til Lærer 2, som understreker at den største utfordringen er: «[...] dårlig bakgrunnskunnskap [hos elevene].» Som lærer må man finne ut av dette tidlig. Lærer 1 opplever utfordringer ved at elevene lærer i forskjellige hastigheter: «Noen tar det veldig fort og noen trenger mer repetisjon. Skal vi ta det i full klasse, eller [dele opp klassen]? Alltid et dilemma om hvor mye jeg skal kjøre felles og i mindre grupper.» De som lærer raskt pleide å få lærebøker fra 8. klasse: «[...] slik at de kan se om de kan tilegne seg litt mer kunnskap som [de] ikke kan fra før av og forberede seg litt til ungdomsskolen.» Utfordringene som Lærer 4 opplever er når elevene har forskjellig fokus og ulik motivasjon til det nye de skal lære: «Det å få alle til å ha samme fokus, er veldig vanskelig fordi de [er] utviklet forskjellig kognitivt. [...] Vi må kunne differensiere [undervisningen], slik at alle får utfordringer som er passe nok store.»

For å løse disse utfordringene som er det sjette spørsmålet, svarte hovedsakelig alle lærerne at man burde, som Lærer 1 uttrykker godt: «Angripe det så praktisk som en kan [...]». Lærer 3 fortsatte med sine grunnleggende begreper: «[Jeg] går inn og sjekker om de grunnleggende begrepene er på plass [hos elevene]. Hvis de ikke er det, må de jobbes med og øves på.» Å gi elevene utfordringer ut fra hvor de er og hvor raskt de jobber var løsningene til Lærer 4 og 2. Relasjonsbygging med elevene ble også løftet fram av Lærer 4. Det samme er også Lærer 2 inne på: «Viktig å være tydelig og ta ting sakte. Når man spør spørsmål, [så] vent i 10 sek før de får svare. [...] ha en god dialog og la de svare det de tror er svare. La det være lov å svare feil.»

4.3 Forståelse

Ved det syvende spørsmålet ville jeg se etter hvor lærerne mente forståelsen lå hos elevene og om de var enige om det samme. Her understrekte alle at forståelsen til elevene hovedsakelig er instrumentell. Lærer 1 beskrev hvordan lærere gir elevene metoder ut fra nivået deres: «De som sliter med regning får færre metoder slik at de kan jobbe [på sitt nivå], mens de som er flinke får flere.» Noen av lærerne kom med eksempler som forebygger instrumentell forståelse, som å snakke matematikk med elevene, eller å begynne tidlig med å skape relasjonell forståelse. Lærer 4 svarte: «Noen ser på matten som et fag som kun hører [til] i skolen. [Vi] må jobbe mer med å knytte det opp mot hverdagen [...]».

På spørsmål åtte, om hva som påvirker elevenes forståelse svarte lærerne litt forskjellig. Lærer 3 hevdet at å jobbe med problemløsningsoppgaver ville påvirke forståelsen til elevene: «*Der kan det være flere måter å løse [oppgavene] på, der en kan samarbeide og jobbe sammen, prøve seg frem og komme frem til svaret.*» Videre kan man stille dem undrende spørsmål. De kunne også samarbeide med hverandre noe som Lærer 1 løftet fram: «*Vise hverandre at sånn gjør du det og sånn gjør jeg det. Det å snakke, det å være påkoblet, være til stedet, at [elevene] skjønner at en må være til stedet for å forstå.*» Lærer 4 uttrykte:

«*Det som påvirker elevenes forståelse er elevenes egne erfaringer med matematikken. Klarer de å knytte matematikken med [det daglige] livet, ser de hvordan ting henger i sammen. Da blir det kjekkere å jobbe med [matte]. [...] Vi må ha mer formativ undervisning, slik at elevene ikke spør etter svaret eller definisjonen, men må jobbe seg for det.*»

Mye av dette understrekte også Lærer 2, som poengterte at det må være mer fokus på praktiske aktiviteter elevene kan oppleve utenom skolen: «*[...] handle, sløye fisk, bygge, bake, [osv.]. [...] Bygge opp under ungenes nysgjerrighet.*» Spille brettspill ville også være bra.

Jeg spurte lærerne i spørsmål ni etter aktiviteter de hadde gjort med elever som hadde hjulpet på forståelsen deres. Lærer 1 hadde ikke noen aktiviteter, men brukte heller tilbakemelding som et eksempel: «*Alltid noe positivt å finne [hos hver elev] uansett. [Si til dem:] «Her har du jobbet godt». Altså vise at eget arbeid gir godt resultat. At et dårlig resultat kan brukes til at elevene kan komme seg videre. Det å gjøre feil kan være bra.*» Lærer 2 påpekte forskjellige praktiske aktiviteter som å bygge en vegg når elevene skulle lære areal: «*Bruke og måle hvor lang vegg er. Hvor tjukk er den? Praktiske øvelser i sløyd eller bygging er nyttig for å hjelpe forståelsen.*» Lærer 3 hadde et eksempel fra en time hvor elevene trilte terninger med tall større enn seks, og deretter regnet seg til et desimaltall: «*Hvis de trilte og fikk sju, ville de ikke bruke det for det førte til [et] periodisk desimaltall. [Da begynte de å] diskutere og kom fram til at printall førte oftest til periodiske desimaler.*» Lærer 4 beskrev en aktivitet for å finne tallet PI: «*[...] ta utgangspunkt i ulike runde former, [som en] frisbee [eller en] fotball, alt som er rundt. Å [deretter] måle og komme fram til at pi [...].*» Læreren hadde også en fremgangsmåte for å lære algebra: «*[Jeg] bruker tall, men sier ikke at det er algebra. Bruker ting [fra] elevenes situasjon hjemme, at algebra er forkortelser til ting i hverdagen. Å bruke ting fra det daglige hjelper ofte med [forståelse].*»

4.4 Nye læreplanen

Det siste spørsmålet lærerne ble stilt var hvilke tanker de hadde rundt den kommende læreplanen og hvordan den vil påvirke elevenes kompetanse med tanke på definisjonsforståelse. Ingen av lærerne kunne bekrefte at de hadde satt seg inn i den nye læreplanen. Lærer 3 og 4 hadde derimot hørt at den skal fokusere mer på dybdelæring som de var positive til. Lærer 2 håpte at den skal være mer praktisk rettet og kommenterte fokuset på definisjonsforståelse: «*[Jeg mener] det er nødvendigvis ikke [viktig] å kunne definisjonen, men at de kan bruke definisjonen rett.*»

5. Drøfting

Jeg skal i denne delen begynne å drøfte resultatene opp mot teorien. Ut ifra dette vil jeg komme frem til et svar på problemstillingen. Jeg vil vurdere om dette svaret er sikkert med mine egne synspunkter og hva som kan gjøres videre med denne forskningen.

Når alt er blitt drøftet, vurdert og problemstilling besvart, vil jeg konkludere denne oppgaven med en kort konklusjon etter drøftingen.

5.1 Refleksjon

Problemstillingen til denne oppgaven var som følger: «*Hvilke metoder bruker lærere i matematikkfaget for å forbedre forståelse for matematiske definisjoner?*» Jeg tok utgangspunkt i disse viktige begrepene fra problemstillingen til å danne teoridelen: «*Metode, forståelse og (matematisk) definisjon*». Disse begrepene er selvforklarende, men av teori rundt disse begrepene er det som presentert mer som kan sies.

Først teori om metode. Som lærer er man fri til å planlegge og gjennomføre hvilken som helst metode til undervisning en selv ønsker. Dette virker nok veldig opplagt, men det jeg også fant ut er at læreren er nødt til å lage en metode som er nyttig for elevene (Buli-Holmberg & Ekeberg, 2016). Fra første kategori «*Metode og definisjoner*» var jeg på utkikk etter hvordan lærerne introduserer og motiverer elevene til nye emner og definisjoner, og hvilke utfordringer de møter og hvordan disse løses. Praktisk aktivitet ble belyst av alle lærerne som en effektiv måte å introdusere elever for nye emner og definisjoner. Hvorfor har lærerne denne fellesoppfatningen? Sett opp imot undervisningsdesign-modellen «ADDIE» til Gagné, kan dette trekkes inn mot den siste delen, «*Evaluate*» (Gagné, Briggs, & Wager, 2005). Jeg

nevnte tidligere at jeg ville intervju lærere med noen års erfaring. Ved at lærerne har hatt noen års erfaring, har de nok testes ut flere forskjellige undervisnings aktiviteter og evaluert alle etter hva som fungerte og hva som ikke gjorde det. På den måten har de funnet ut at praktiske aktiviteter er, med stor sikkerhet, noe som alltid har fungert bra til å introdusere nye emner og definisjoner og til å motivere elevene til nye ting.

Jeg vil løfte fram det som Lærer 3 svarte på spørsmål tre, om hvordan introdusere nye definisjoner til elevene: «[...] jobbe med [emnet] og lage definisjonene etterpå.» Lærer 4 uttrykte mye av det samme: «[...] jobbe med det [og lar de] være med i prosessen selv slik at de kan definere noe selv.» Dette var også det Hana foreslo fra teoridelen om metode for å lære definisjoner. Hana understrekte at når elevene kan lage sine egne definisjoner, skaper det refleksjon om hvordan definisjonen fungerer og hvilket innhold som skal og skal ikke være med (Hana, 2013). Elevene blir med andre ord intuitivt kjent med de forskjellige rollene som hører til definisjonene, uten at de nødvendigvis kjenner til rollene, som videre kan bekrefte for dem hvor viktig det er å kunne definisjoner og hvorfor vi har definisjoner (Hana, 2013). Dette kan bekrefte hvorfor Lærer 4 også valgte å ikke gi elevene definisjoner, og som videre kan grunnlegges i Lærer 1 sitt utsagn: «Definisjoner [...] i lærebøkene er ikke så gunstige.» Det å lage definisjoner selv kan også åpne opp for andre kognitive oppnåelser for elevene som mange av lærerne er inne på, nemlig at matematikken er en del av hverdagen til elevene og ikke bare et fag i skolen. Jeg kommer tilbake til akkurat dette.

Lærerne gir et godt nok grunnlag i svarene sine fra spørsmål fire, fem og seks om at det er viktig å planlegge til tilpasset opplæring. Dette kan vi se tydelig i svare fra Lærer 1: «Tenke [på] hva som fungerer best for elevene, for det er de som skal lære, arkivere og lage egne definisjoner om det de lærer.» Til teorien som er blitt gitt om tilpasset opplæring kom det fram at for å drive tilpasset opplæringen, må man ivareta opplæringsbehovene og utviklingsmulighetene til elevene (Buli-Holmberg & Ekeberg, 2016), som er det Lærer 1 er inne på. For å ha tilpasset opplæring må altså læreren, som Buli-Holmberg er inne på, være kjent med hva som sørger for læring hos elevene (2016). Dette kan vi se lærerne gir gode eksempler på. Jeg vil da fremheve sitatet fra Lærer 2 i det fjerde spørsmålet: «[...] å ikke si for mye. Si akkurat nok. Mye kan du putte inn i det samme. Men hold det enkelt!», og det Lærer 4 fremhever i det femte spørsmålet: «[...] Vi må kunne differensiere [undervisningen], slik at alle får utfordringer som er passe nok store.» Det er altså viktig være kjent med nivået til elevene og planlegge forskjellige metoder som er tilpasset alle elevers nivå.

Til den kognitivistiske teorien rundt begrepslæring og forståelse, ble det løftet frem at læring var mentale prosesser i hodet som førte til forståelse av ny kunnskap (Jarvis, 2005). Det ble også lagt fram at Piaget så på barn som individuelle læringsagenter, at de selv er aktive i prosessen for å skaffe seg forståelse til ny kunnskap (Jarvis, 2005). Jeg kom fram til at barn danner seg forskjellige skjemaer som er mentale strukturer eller oppfatninger av verden rundt seg (Jarvis, 2005). Mye av denne teorien på å tilegne seg kunnskap og forståelse kommer også fram i svarene til lærerne, blant annet fra Lærer 4: *«La elevene få erfaringer, gjennom fagstoff og praktiske oppgaver. La de jobbe og skape seg metoder [selv]. De lærer ingenting av å bli «matet» med info av læreren. De [må] danne sin egen kunnskapskultur. Skape undring.»*

Lærer 4 legger vekt på at elevene ikke lærer ved å bli «matet» med info. Dette kan relateres til Piagets syn om at barn er individuelle læringsagenter (Jarvis, 2005). Den informasjonen man gir elevene kan bli sett på som sin egen tolkning eller forståelse av kunnskapen. Selv om man er veldig sikker på sin egen forståelse av kunnskapen, så vil det nødvendigvis ikke si at elevene vil forstå det samme. Man kan gi elever massevis med informasjon hvis en ønsker det, men det er først og fremst elevene som skal tolke og forstå denne informasjonen. Et godt utgangspunkt til det som ble lagt frem er det Lærer 3 påpeker i det tredje spørsmålet: *«Jeg tror ofte [på] «learning by doing». At en får prøve ut ting, at elevene får prøve ut selv og finne ut av det [på egenhånd].»* Da sørger en for at elevene lærer selv og danner sine egne personlige skjemaer.

Som nevnt i teoridelen, beskrev Piaget læring som danning av skjemaer. Altså mentale strukturer som blir laget i hodet ut fra erfaringer man gjør seg ved å utforske verden rundt seg (Jarvis, 2005). Videre kan elevene adaptere eller tilpasse seg ny kunnskap, altså at de danner seg en egen forståelse for kunnskapen som de selv kan gjenfortelle (Jarvis, 2005). De praktiske aktivitetene som lærerne fremhever vil jeg poengtere er mulig å relatere til denne teorien. Ta for eksempel Lærer 2 sitt forslag om å bygge en vegg: *«Bruke og måle hvor lang veggen er. Hvor tjukk er den?»* Når elevene har gjort dette videreutvikler de skjemaene sine om areal rundt det å bygge en vegg. Når de kommer til en situasjon hvor de må forklare og beskrive et areal, kan de bruke det de erfarte ved å bygge og måle veggen til å forklare areal. Da har man assimilert ny kunnskap om areal (Jarvis, 2005). Derfor er det lurt som Lærer 2 poengterer å ta i bruk praktiske aktiviteter eller utfordringer for å bygge på skjemaene sine. Som Lærer 2 innvender: *«Praktiske øvelser i sløyd eller bygging er nyttig for å hjelpe forståelsen.»* Det skal nevnes at praktiske aktiviteter ikke alltid trenger å foregå i sløyden, det kan også foregå i klasserommet. I noen tilfeller er det heller ikke like lett å tilpasse seg den ny kunnskap slik som i Lærer 2 sitt eksempel. I Lærer 3 sitt eksempel, hvor elevene skulle trille

med terninger som hadde tall større enn seks for å lage desimaltall, skjedde dette: *«Hvis de trilte og fikk sju, ville de ikke bruke det for det førte til [et] periodisk desimaltall. [Da begynte de å] diskutere og kom fram til at primtall førte oftest til periodiske desimaler.»* I dette tilfelle måtte elevene akkomodere seg til den nye kunnskapen (Jarvis, 2005).

Forståelse, som jeg har dokumentert fra Carpenter og Lehrer sine fem kjennetegn, er å ha en egen mening og oppfatning av kunnskap, eller definisjoner i dette tilfelle, samtidig som en skal kunne se sammenhenger mellom det gamle og det nye, mellom teori og det rent praktiske (1999). Forståelse kan i tillegg kategoriseres i instrumentell og relasjonell forståelse, hvor instrumentell forståelse er pugging og memorering av kunnskap, kort sagt ikke forståelse i det hele tatt, mens relasjonell forståelse er det som er nevnt ovenfor (Skemp, 1976). I resultatene kom det fram fra alle lærerne at de fleste elever har den instrumentelle forståelsen i matematikk. Som vist tidligere, ble lærerne stilt spørsmål om hva som kan påvirke elevenes forståelse. Likevel gjennom hele intervjuet kom de ofte med mange forslag om hvordan man kan påvirke elevene til å skaffe seg en relasjonell forståelse. Lærer 2 understrekte det å snakke matematikk med elevene. Dette er litt det som Carpenter og Lehrer er inne på i det fjerde kjennetegnet for å lære med forståelse. At man kan uttrykke de matematiske kunnskapene sine gjennom dialog og andre midler. Som nevnt sørger dette for refleksjon hos elevene. Om de har vansker med å forstå noe kan de kommunisere med andre som kan hjelpe dem (1999). Det er også dette Lærer 1 beskriver i sitt svar: *«Vise hverandre at sånn gjør du det og sånn gjør jeg det.»* Jeg vil også løfte frem Lærer 3 sitt svar fra spørsmål fire: *«Jeg tror ofte [på] «learning by doing». At en får prøve ut ting, at elevene får prøve ut selv og finne ut av det [på egenhånd].»* Dette kan relateres til det femte kjennetegnet til Carpenter og Lehrer. Som jeg nevnte tidligere med at det er elevene som skal forstå kunnskapen til slutt, uttrykker det femte kjennetegnet for å lære med forståelse at elevene selv må danne seg egen forståelse for det de lærer, og samtidig kunne ha et eierskap til det.

Som sagt var det stort fokus blant lærerne å skape relasjonell forståelse hos elevene. Det viser bare hvor viktig det er å ha relasjonell forståelse i matematikkfaget. Jeg gjentar det Lærer 4 uttrykte: *«Det som påvirker elevenes forståelse er elevenes egne erfaringer med matematikken. Klarer de å knytte matematikken med [det daglige] livet, ser de hvordan ting henger i sammen. Da blir det kjekkere å jobbe med [matte].»* Det er nettopp dette Skemp er inne på når han beskriver forskjellen mellom instrumentell- og relasjonell forståelse. De elevene med instrumentell forståelse vet hvordan de kommer frem til svaret men ikke hvorfor. Derimot vet de med relasjonell forståelse hvordan de kommer frem til svaret og hvorfor de får

det svaret de får. De får lyst til å finne ut mer for å oppnå mer forståelse (Skemp, 1976). Da mener jeg det er viktig at matematikklærere jobber, ikke bare for å lære å regne, men for å skape relasjonell forståelse blant elevene. Gi elevene problemløsningsoppgaver som Lærer 3 påpeker: *«Der kan det være flere måter å løse [oppgavene] på, der en kan samarbeide og jobbe sammen, prøve seg frem og komme frem til svaret.»* Da får elevene prøve seg på flere løsninger slik at de kan prøve å finne den enkleste og raskeste veien til svaret, eller som Lærer 2 beskriver godt: *«Bygge opp under ungenes nysgjerrighet.»* Praktiske aktiviteter som mange av lærerne løftet fram er også effektivt for å skape relasjonell forståelse, da det gir elevene mulighet til å trekke og se sammenhengen mellom matematikken de lærer på skolen og den de opplever utenfor skolen i hverdagen (Skemp, 1976).

I starten av denne oppgaven tok jeg opp holdninger elever har til matematikkfaget. Lærer 2 uttrykte ved det andre spørsmålet: *«Må finne argumenter for hvorfor elevene må lære det de skal lære, da de [ofte] argumenterer imot.»* Dette sier meg at det er mange elever som har et låst tankesett som Dweck har laget teori om. Dette er altså elever som gir raskt opp ved store utfordringer og er ofte redde for å lære nye ting da de er redde for å gjøre feil (Dweck, 2008). For disse elevene er det lurt bygge opp relasjoner med dem som Lærer 4 poengterte. Dweck poengterte i tillegg at elever med låst tankesett tar ofte konstruktiv kritikk fra læreren personlig på ting de har gjort, fordi de tror det er et personangrep mer enn en vurdering (Dweck, 2008). Da er det viktig når man skal gi tilbakemeldinger som Lærer 1 påpeker: *«[...] vise at eget arbeid gir godt resultat. At et dårlig resultat kan brukes til at elevene kan komme seg videre. Det å gjøre feil kan være bra.»* Jeg tenker da at som lærer må man sørge for trygghet i klasserommet, overbevise elevene om at vurderinger og tilbakemeldinger ikke er personangrep, men er til for å hjelpe elevene til å gjøre det bedre til neste gang. Man må som lærer i tillegg til å danne relasjonell forståelse som nevnt tidligere, også tenke på holdningene til elevene når man skal lære elever nye ting, og forebygge dårlige holdninger. Danne utviklende tankesett hos elevene. At elever ikke er redde for å gjøre feil, at de liker å få utfordringer for å lære mer, og at konstruktiv kritikk er tilbakemeldinger for å gjøre det bedre til en annen gang (Dweck, 2008).

Under teori om definisjon og definisjonslære fant jeg ut at det var indirekte stor representasjon av definisjoner som elever skal lære i læreplanen og illustrerte dette i en tabell (Utdanningsdirektoratet, 2006). Jeg var også tydelig på at jeg ikke hadde tatt utgangspunkt i den kommende læreplanen. Det siste spørsmålene lærerne ble stilt derimot var rettet mot den nye læreplanen og dette var for å finne ut om lærerne var oppdatert i læreplanene som er og

har vært, og den som kommer. Uheldigvis var det ingen av lærerne som hadde satt seg inn i den nye læreplanen. Lærer 3 og 4 hadde bare hørt at den skulle fokusere på dybdelæring. Det at lærerne ikke har satt seg inn i den nye læreplanen kan dette tolkes ved første øyekast ganske negativt i forhold til læreryrket. Likevel tror jeg ikke det er så illevarslende som det ser ut til. Jeg mener og tror at lærerne er fullt klar over hva som står i læreplanen, men at det ikke er den viktigste resursen for lærerne å bruke. Læreplanen sier ikke hvilke metoder lærere skal bruke og hvordan kompetansemålene skal læres. Den forteller bare lærere hva elevene skal ha lært og oppnådd ved gitte perioder (Utdanningsdirektoratet, 2006). To av lærerne hadde jobbet i yrket i rundt 40 år, det vil si at de har nok opplevd et par læreplaner og at de er fullt klar over hva som står i læreplanen. Når det har ankommet en ny læreplan så har de nok sett at det ikke har vært store endringer som er blitt gjort. Om det skulle vise seg at lærerne ikke brydde seg om læreplanen, tror jeg svarene jeg hadde fått på intervjuene hadde vært helt annerledes enn de jeg har fått, da det hadde blitt reflektert i resten av intervjuet også.

5.2 Svar på problemstillingen

«Hvilke metoder bruker lærere i matematikkfaget for å forbedre forståelse for matematiske definisjoner?»

For å lære elever om definisjoner lot lærerne elevene lage og definere de matematiske definisjonene selv. De matematiske definisjonene som elevene kommer over skal være et hjelpemiddel for elevene for å ha kontroll på matematikken. Det er likevel viktig å huske på at elevene i 5-10.klasse er barn i alderen 11-15 år. De har et helt annet syn på matematikken enn det de voksne lærerne deres har. Å lære rene definisjoner, slik som den i innledningen, vil for elevene bli veldig fjernt og vanskelig. Når elevene selv får utforske og lage definisjonene selv vil de øke sin relasjonelle forståelse og gjøre seg en refleksjon om hvordan definisjonen fungerer og kan selv bestemme hva som skal være med i den, som nevnt i drøftingen. De vil i tillegg se hvorfor vi har definisjonene og at de er viktige å kunne.

Lærerne tok også i bruk praktiske aktiviteter som kan relatere matematikken og definisjonene til hverdagen. Matematikk har nok lenge vært et regnefag der elevene blir gitt oppgaver uten kontekst som de skal løse. Det gjør at faget blir veldig ensformig og lite engasjerende for elevene. Derimot er matematikk et bredere fag enn som så. Som lærerne legger fram er matematikk noe elevene omgås hver dag, enten at de handler, bygger, lager mat, spiller spill med andre, eller sykler til skolen, og mye mer. Ved å invitere elevene til å gjøre praktiske

regneaktiviteter vil det åpne opp for elevene til å kunne se betydningen av matematikken de lærer i skolen i sammenheng med det de gjør utenfor skolen. De får altså en større relasjonell forståelse for det de gjør i faget, som gjør det mer interessant og kjekkere for elevene. Definisjonene de selv har laget kan elevene sette opp mot matematikken fra hverdagen.

I tillegg til det som er nevnt ovenfor, drev også lærerne og tilpasset undervisningen og aktivitetene etter elevenes nivåer. Elever har forskjellig fokus og lærer i forskjellige hastigheter. Lærerne må sørge for at alle elever er med, får det til og overbevise elevene om at det er lov å gjøre feil. Det vil sikre trygghet hos elevene til å ville utforske og prøve ut nye ting, uten å være redd for å gjøre feil. Lærerne må altså ikke bare sørge for at elever lærer definisjoner i matematikkfaget, men at elever ønsker å lære nye definisjoner. At de får utviklende tankesett.

5.3 Sikkert resultat og egne synspunkter

Om dette resultatet kan bli sett på som sikkert kan tas til debatt. Mye av det som er kommet fram i denne oppgaven er nok veldig åpenbart for mange. Men likevel så vil jeg betrakte dette som et sikkert svar. Svare er ganske sikkert da det har vist seg å være stor enighet blant lærerne jeg intervjuet. Å gjøre praktiske aktiviteter, relatere matematikken til hverdagen til elevene, tilpasse undervisningen etter elevenes nivåer var mange av svarene som gikk igjen. Hvis lærerne hadde vist stor uenighet ville dette gjort resultatet mindre sikkert, da det er ville vært vanskelig å vite hvem som har mest rett av lærerne.

På en annen side vil jeg legge til at om denne problemstillingen skulle bli tatt opp igjen for ny forskning, bør det først og fremst bli gjort i en større og mer åpen oppgave enn denne her. Det er ganske begrenset hvor mye som en kan skrive i en bacheloroppgave. Om en gjør en ny undersøkelse med denne problemstillingen, kan en intervju flere lærere enn fire som ble gjort her. Viss det viser seg å være stor enighet blant flere lærere vil dette gjøre resultatet mitt enda sikrere. I tillegg mener jeg at man burde gjøre en kvantitativ undersøkelse, som jeg nevnte i innledningen, sammen med den kvalitative undersøkelsen som er blitt gjort. Først intervju lærere med like spørsmål som ble brukt her, eller noen helt nye. Deretter gjennomføre den kvantitative undersøkelsen med elevene til de intervjuede lærerne, for så å sammenlikne undersøkelsene. Da kan man se om metodene lærerne kom med faktisk fungerer i praksis. En kan også i stedet for å gjøre en kvantitativ undersøkelse, gjøre enda en kvalitativ undersøkelse ved å drive med aksjonslæring. Teste ut metodene som lærerne kommer med.

6. Konklusjon

Jeg har sett at for å øke forståelse for definisjoner i matematikkfaget må lærere til med å gjøre mer praktiske aktiviteter sammen med elevene sine, slik at elevene kan få en relasjonell forståelse og se nytten av matematikk de lærer på skolen i sin hverdag. Lærere må også få elevene til å utforske selv og konstruere sine egne definisjoner slik at de kan danne en egen forståelse for bruken og hensynet med å ha definisjoner, da definisjonene i lærebøkene kan være vanskelig for elevene å forstå. Samtidig må metodene lærerne bruker være tilpasset elevene sine ferdigheter og nivåer til å lære, da alle elever er forskjellig og tar til seg ny kunnskap i forskjellige hastigheter. Alle elever må få en følelse av å få ting til. Det er først da de forhåpentligvis får lyst til å lære mer.

Det finnes utrolig mange metoder som lærere kan bruke for å forbedre forståelsen til elevene for matematiske definisjoner. Det viktigste er å høre med andre lærere etter metoder og teste de ut for å se hva som funker best på elevene, og for deg som lærer. Undersøkelsen har vist at jo lenger erfaring man har som lærer, desto mer sikker vil man bli på hvilke metoder som fungerer og ikke fungerer.

Kildeliste

- Buli-Holmberg, J., & Ekeberg, T. R. (2016). *Likeverdig og tilpasset opplæring i en skole for alle* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Bø, I., & Helle, L. (2013). *Pedagogisk ordbok* (3. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Carpenter, T. P., & Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. I E. Fennema, & T. A. Romberg, *Mathematics classrooms that promote understanding* (ss. 19-32). London and New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Datatilsynet. (2018, Juni 18). *Lydopptak av samtaler*. Hentet fra datatilsynet.no: <https://www.datatilsynet.no/regelverk-og-verktoy/veiledere/lydopptak/?id=2343>
- Dweck, C. S. (2008). *Mindset: The new psychology of success*. New York: Ballantine Books.
- Gagné, R. M., Briggs, L. J., & Wager, W. W. (2005). *Principles of instructional design* (5. utg.). Belmont: Wadsworth, Thomas learning.
- Hana, G. M. (2013). *Matematiske byggesteiner Metamatematikk for lærerutdanningen*. Bergen: Caspar Forlag AS.
- Imsen, G. (2014). *Elevens verden Innføring i pedagogisk psykologi* (5. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Jarvis, M. (2005). *The psychology of effective learning and teaching*. Cheltenham: Nelson Thornes.
- Matematikk.org. (2018, Oktober 22). *Naturlige, hele, rasjonale og irrasjonale eller reelle tall*. Hentet fra matematikk.org: https://www.matematikk.org/artikkel.html?tid=68092&within_tid=68108
- Skemp, R. (1976, Desember 12). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, ss. 20-26. doi:077
- Skott, J., Jess, K., & Hansen, H. C. (2016). *Matematikk for lærerstudende - Delta - Fagdidaktik*. Frederiksberg C: Samfundslitteratur.
- Store Norske Leksikon. (2017, Oktober 23). *Forståelse*. Hentet Mai 8, 2019 fra snl.no: <https://snl.no/forst%C3%A5else>
- Udir. (2016, April 1). *Matematikk: kjenneteikn på måloppnåing*. Hentet Mars 13, 2019 fra Utdanningsdirektoratet: <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/vurdering/sluttvurdering/matematikk-rettlediande-nasjonale-kjenneteikn-pa-maloppnaing-for-standpunktvurdering-etter-10.-trinn/>
- Utdanningsdirektoratet. (2006). *Kompetansemål etter 10. årssteget*. Hentet April 21, 2019 fra www.udir.no: <https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemal/kompetansemal-etter-10.-arssteget>
- Utdanningsdirektoratet. (2017, August 24). *Karakterstatistikk i grunnskolen 2015-26*. Hentet fra Udir.no: <https://www.udir.no/globalassets/filer/tall-og-forskning/statistikk/eksamen/vedlegg-karakterstatistikk.pdf>

Utdanningsdirektoratet. (2018, Juni 27). *Eksamenskarakterer våren 2018 (foreløpige tall)*. Hentet Februar 27, 2019 fra udir.no: <https://www.udir.no/tall-og-forskning/finnforskning/tema/karakterer/eksamen2018/>

Vedlegg

Vedlegg 1

Tabell 2. Intervjuguiden. Tabellen er laget selv

Lærer	Erfaring:	Trinn:	Denne raden var ikke originalt en del av intervjuguide!
-------	-----------	--------	---

Kategori	Spørsmål	Svar fra lærer	Hva jeg ønsker å finne ut
Bakgrunns erfaring	1. Hvilke erfaringer har du fra å jobbe med matematikkfaget i din karriere som lærer?		Hvilke erfaringer lærerne hadde som matematikklærer, hvor mange år de har jobbet som matematikklærere, utdanning, og endringer som matematikklærere.
Metode og definisjoner	2. Hvordan motiverer du elevene når du begynner med nye emner i matematikkfaget?		Hva lærerne gjør for å motivere elevene til nye emner i faget. Har mange av lærerne de samme måtene å motivere elevene på.
	3. Hvordan introduserer du elevene for nye definisjoner i matematikkfaget?		Hvordan lærerne går frem for å introdusere nye definisjoner som elevene ikke har vært borti før. Har mange av lærerne de samme måtene å motivere elevene på?
	4. Matematikk inneholder mange definisjoner som elever skal lære og forstå, hvilken metode fungerer best i denne sammenhengen?		Hvordan lærerne håndterer ekvivalente definisjoner. Om lærerne gir elevene en eller to definisjoner eller om de gir mange. Eller om lærerne har andre metoder for å lære vekk definisjoner. Likheter hos lærerne.

	5. Hvilke utfordringer opplever du når du jobber med nye definisjoner og emner i matematikkfaget?		Utfordringer lærerne kommer borti når de introduserer nye definisjoner/emner for elevene.
	6. Hvordan løser du disse utfordringene? Hvilken metode bruker du da?		Hvordan de håndterer disse utfordringene. Om de har flere måter å løse utfordringene på.
Forståelse	7. Forståelse i matematikk kan kategoriseres som instrumentell og relasjonell forståelse. Hvor mener du forståelsen i faget ligger hos de fleste elever?		Om det er felles enighet hos lærerne hvor forståelsen til elever ligger.
	8. Hva tenker du kan påvirke elevenes forståelse i matematikkfaget generelt?		Hva lærerne mener kan være årsaken til forståelsen til elevene.
	9. Har du noen eksempler på aktiviteter som du har gjort sammen med elevene dine som har hjulpet på elevenes forståelse?		Aktiviteter/opplegg som har fungert bra for lærerne for å få flest mulig elever til å forstå.

<p>Nye læreplanen</p>	<p>10. Hvordan tenker du den nye læreplanen påvirker elevenes kompetanse i matematikkfaget med fokus på definisjonslæring?</p>		<p>Om lærerne har satt seg inn i den nye læreplanen og tanker rundt den. Om lærere er oppdatert på endringer som kommer.</p>
<p>Annet</p>	<p><i>Tilleggsspørsmål:</i> Er det noe, knyttet opp mot det jeg har spurt deg om til nå, som du vil legge til?</p>		<p>Her kunne lærerne komme med kommentarer rundt det som de ikke ble spurt om, men som de kanskje ønsket å bli spurt om tilknyttet temaet i intervjuet.</p>