Høgskulen på Vestlandet

MASTEROPPGAVE

Argumentasjon og tallforståelse

Argumentation and number sense

HELENE GARFJELD MAGNUSSEN

Master i undervisningsvitenskap med fordypning i matematikk.

Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett (FLKI)

Sikunder Ali og Elena Severina

15.Mai.2019

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, *jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 10.*

Forord

Denne masteroppgaven markerer enden på studiet master i undervisningsvitenskap, med fordypning i matematikk og en femårig lærerutdanning ved Høgskolen på Vestlandet. Arbeidet med oppgaven har vært krevende og bydd på ulike forskjellige utfordringer. Samtidig har prosessen vært en interessant og lærerik erfaring som jeg vil ta med meg videre i livet.

Gjennom arbeidet med masteroppgaven har jeg fått mye god hjelp og støtte fra flere hold. Jeg vil gjerne takke flere. Først og fremst vil jeg takke min flinke hovedveileder Sikunder Ali, som har kommet med flere konstruktive og støttende tilbakemeldinger. Tusen takk for alt du har delt av kunnskap, stilt konstruktive spørsmål og motivert meg gjennom arbeidet med oppgaven. Videre vil jeg gjerne takke min veileder Elena Sererina for gode tilbakemeldinger og oppmuntrende ord. Tusen takk til dere begge for et godt samarbeid og all hjelp.

I tillegg ønsker jeg å takke Trude Fosse og LATACME for muligheten dere har gitt meg gjennom prosjektet deres. Det har vært en lærerik opplevelse med mange positive opplevelser. Takk til lærerne og elevene som lot meg ta del i deres skolehverdag og gjorde gjennomføringen av dette prosjektet mulig.

Jeg ønsker å takke min familie som gjennom oppturer og nedturer har støttet meg. Takk til mamma og pappa for at de alltid har troen på det jeg gjør. Takk for at dere motiverer meg gjennom prosessen. Takk til Henrik og Lisa, mine fantastiske søsken som alltid stiller opp med oppmuntrende ord.

Tilslutt vil jeg takke gjengen på lesesalen og ikke minst studentgruppen under LATACME regnefortelling: Eline, Silje og Birgitte. Jeg ønsker å takke for et varmt, engasjerende, godt og positivt læringsmiljø hvor vi har diskutert faglig og ikke faglige temaer. En ekstra takk til June – som gjennom fem år har vært ved min side gjennom studie. Takk for alle de kjekke studie stundene og lunsjpausene sammen med deg.

Jeg kommer til å se tilbake på arbeidet med masteroppgaven som en veldig fin periode.

Helene Garfjeld Magnussen
Bergen, 14. mai. 2019

Sammendrag

I denne studien har hensikten vært å søke innsikt i samspillet mellom argumentasjon og tallforståelse. For å søke innsikt er det foretatt en kvalitativ studie hvor fire elever fra 3.klasse har deltatt. Elevene har arbeidet i par og forsøkt å lage en regnefortelling sammen basert på deres interesser. Tilsammen ble to elevpar filmet og tatt lydopptak av. I følge læreplanverket skal elever blant annet kunne diskutere og argumentere i matematikk. Videre i læreplanverket trekkes tallforståelse frem som en sentral del i matematikkundervisningen. Denne studien bidrar til innsikt i aksepter vedrørende elevenes argumentasjon og tallforståelse.

Studien har ikke en hensikt å skape en integrert teori mellom argumentasjon og tallforståelse, men å få et nærmere innblikk i samspillet mellom de to elementene. Til denne studien er det derfor knyttet teori til argumentasjon og tallforståelse samt regnefortelling. Elevenes argumentasjon er analysert med utgangspunkt i Toulmin (2003) og kvalitetene i tallforståelse er analysert med utgangspunkt i McIntosh, Reys og Reys (1992) sine beskrivelser av komponenter som er sentral innen tallforståelse.

Fra analysen framstod det som at elevenes samhandling påvirket elevenes argumentasjon. Blant annet kan en se hvordan tallforståelsen påvirket argumentasjonen hoe elevene. Ved flere anledninger kommer tallforståelsen til syne som et grunnelement. En av tendensene viser at elever gjennom argumentasjon får mulighet til å tenke på tall og deres bruksområder på flere forskjellige måter. Argumentasjonen påvirker tallforståelsen ved at elevene får muligheten til å utforske, visualisere og relatere til ulike måter å tenke på.

Regnefortellinger gir elevene flere ulike fremgangsmåter og løsninger. I tillegg viser analysen hvordan regnefortellinger utfordrer elevene til å argumentere for de valgene som er tatt. Gjennom analysen kommer det frem hvordan elevene forstår, beregner, anvender, resonnerer og engasjerer seg. På den måten får elevene muligheten til å vurdere strategi og svar i lys av det aktuelle problemet. Dette er med på å danne grunnlaget for tallforståelsen og den matematiske tekning. Resultatene i studien indikerer at argumentasjonen påvirkes av deres matematiske tallforståelse.

Abstract

In this study, the purpose has been to seek insight into the interaction between argumentation and numerical understanding. In order to strive for insight, a qualified study has been conducted which four students from the 3rd grade has participated in. The young students have worked together in pairs, and tried to make a counting story together based on their interests. The two pairs were separately filmed and recorded under the process. According to the curriculum, students should be able to discuss and argue in mathematics. Furthermore, numerical understanding is drawn as a central part of mathematics teaching. This study contributes to insight into acceptances regarding the students' argumentation and numerical understanding.

The study does not intend to create an integrated theory between argumentation and numerical understanding, but to get a closer look at the interaction between the two elements. For this study, theory is therefore attached to argumentation and numerical understanding as well number story. The students' argumentation is analysed based on Toulmin (2003) model of work and the qualities of numerical understanding are analysed based on McIntosh, Reys and Reys (1992) descriptions of components that are central to numerical understanding.

From the analysis, it appeared that the students 'interaction affected the students' argumentation. Among other things, one could see how the numerical understanding influenced the young student's argumentation. On several occasions, the numerical understanding appears as a basic element. Students argue in this study with their numerical understanding. One of the tendencies shows that students through argumentation have the opportunity to think about numbers and their applications in several ways. The argumentation influences the understanding of numbers by allowing students to explore, visualize and relate to different ways of thinking.

Number story gives students several different approaches and solutions. In addition, the analysis shows how number story's challenge students to argue for the choices made. It has been concluded that the students use their numerical understanding in the argumentation and vice versa. The results show how the students use the numerical understanding to argue for use and choice of calculation operation. Through the analysis, it emerges how the students understand, calculate, apply, discuss and engage. In this way, students get the opportunity to assess strategy and answers in light of the problem in question. This helps form the basis for the understanding of numbers and the mathematical text. The results of the study indicate that the use of argumentation affected on their mathematical understanding of numbers.

Innholdsfortegnelse

Figuroversikt

1. Innledning

Å dele matematiske ideer gjennom argumentasjon kan være med på å gjøre matematikken mer personlig. I følge Botten (1999) kan elever som selv utformer egne tekster eller fortellinger oppleve et nært eierforhold til sine produkter. Det å kunne regne i matematikk innebærer mer enn å kunne følge et oppsett, selv om man husker det riktig og kommer fram til et riktig svar (Enge & Valenta, 2011, s.27). Elever på barneskolen bør utvikle og bruke varierte strategier i regning, både i hoderegning og skriftlig regning (Kunnskapsdepartementet, 2006). Dermed kan elevens tallforståelse bli utfordret ved at eleven selv skal kunne argumentere for ulike beregninger og framgangsmåter. Som Enge og Valenta (2011) sier ligger argumentasjonens stilling i matematikkfaget i matematikkens natur ved at en skal kunne argumentere for en fremgangsmåte eller strategi. Når en elev skal regne ut et regnestykke, setter han eller hun i gang en prosess hvor en går gjennom et oppsett de tidligere har lært.

Utviklingen av tallforståelse fremheves i LK06 som en sentral del i matematikk-undervisningen i grunnskolen og som svært viktig for elevens læring av matematikk (Valenta, 2015, s.1). Det handler som Boaler (2008, ref. i Enge & Valenta, 2011) trekker frem at elevene starter med å se på tallene og videre hvordan de ser etter muligheter som kan vært fornuftig med de gitte tallene og den gitte operasjonen. En person med god tallforståelse tenker og reflekterer over tallene, operasjonene og over resultatet som blir produsert (McIntosh, Reys & Reys, 1992, s.5). En forståelse for tall og tallsystemet blir dermed en nødvendig faktor i utviklingen av tallforståelse hos den enkelte.

1.1. LATACME

Denne studien er en del av et større prosjekt arrangert av Learning about teaching argumentation for critical mathematics education in multilingual classrooms, herved kalt LATACME. Studien er tilknyttet delprosjektet - Argumentasjon i det flerspråklige læringsrom. Forskningsfokuset i prosjektet omhandler det å se matematikk i begynneropplæringen, med særlig fokus på elevenes egne produksjon av regnefortellinger kan brukes for å fremme matematisk forståelse. Prosjektet gir elevene muligheten til å sette ord på forståelsen av ulike matematiske uttrykk.

LATACME underprosjektet ledes ved høgskolelektor Trude Fosse og førsteamanuensis Gert Monstad Hana. Studien er knyttet til forskningsgruppen «Begynneropplæring» og eies av

Høgskolen på Vestlandet, AL-seksjonen for matematikk fagdidaktikk – Bergen. Prosjektperioden er fra April 2017 – Juli 2022.

1.2. Bakgrunn for valg av tema

Med utgangspunkt i tallforståelsens sentrale del i matematikkundervisningen i grunnskolen (Valenta, 2015) og argumentasjonens stilling i matematikkfaget (Enge & Valenta, 2011), ser jeg det som interessant å se nærmere på hvordan samspillet mellom argumentasjon og tallforståelse kommer til syne i grunnskolen. I følge Hovik og Solem (2013, s.120) argumenterer flere forskere for at resoneringen og grunngivingen hos elever bør starte i en langt tidligere alder enn hva den gjør i dag. Grunngiving og argumentasjon er et sentralt tema i matematikkfaget ved at det kan bidra til å kontrollere og prøve ut om svaret er korrekt (Enge & Valenta, 2011, s.27).

I følge Enge og Valenta (2011) fremhever matematikere fagets resonnerende natur, problemsstilling og kreativitet mens folk flest beskriver matematisk arbeid som noe som dreier seg om å huske regler, og huske hvordan de skal brukes riktig. Bevis internasjonalt viser at dybden av et barns tallforståelse forutsier senere matematisk suksess (Andrews, Sayers & Marschall, 2015, s.1681). Videre sier Andrews et.al. (2015) at underutviklet tallforståelse kan senere føre til matematisk svikt.

Tall og tallforståelse er et av de mest sentrale faktorene innen skolematematikken, og kan bli sett på som et grunnelement i det elevene skal mestre i løpet av grunnskolen. Elevene skal kunne forstå generelle matematiske problemsstillinger gjennom deres kunnskaper og ferdigheter. Blant annet vil elever møter tall representert i ulike sammenhenger og fremgangsmåter. Det å ha en generell forståelse av tall og operasjoner, bruk av denne forståelsen i matematisk resonnering og utvikling av hensiktsmessige strategier i arbeid med tall og regneoperasjoner trekker McIntosh et.al. (1992) frem som kjerneelementer i tallforståelsen. Å kunne uttrykke seg ved hjelp av tall når en skal håndtere og tolke tallmateriell er en del av tallforståelsen.

Denne studien vil rette seg inn mot to sentrale elementer i skolematematikken. Argumentasjon kan bidra til å kontrollere gyldigheten og utprøvinger av et svar, mens tallforståelsen baserer seg på kunnskapene og ferdighetene elevene har for å løse matematiske utfordringer. Elever skal kunne forklare beregninger og fremgangsmåter og deretter kunne argumentere for valgene som er tatt. Studien bidrar til å få et innsikt i samspillet mellom de to sentrale elementene i matematikken.

1.3. Problemsstilling og avgrensning av tema

Med bakgrunn i tallforståelse sentrale rolle og argumentasjonen sin fraværende rolle i matematikkundervisningen, særlig på lavere klassetrinn (Hovik & Solem, 2013), ønsker jeg å søke innsikt i hvordan samspillet mellom tallforståelse og argumentasjon kommer til syne på barnetrinnet. Grunnet omfanget av oppgaven har jeg valgt å avgrense meg til å studere elever på 3.trinn. Problemsstillingen som danner grunnlaget for denne oppgaven er derfor,

Hvordan kommer samspillet mellom tallforståelse og argumentasjon til uttrykk hos elever i 3.klasse?

For å kunne svare på problemsstillingen vil jeg svare på to følgende forskningsspørsmål,

- Hva kjennetegner elever sin argumentasjon på 3.trinn?
- Hva kjennetegner elever sin tallforståelse på 3.trinn?

For å undersøke samspillet mellom tallforståelse og argumentasjon er det blitt gjennomført flere semistrukturert intervju hvor elevpar fikk muligheten til å produsere en regnefortelling sammen. Det er totalt fire elever, hvor det er tilsammen to elevpar, som deltar i studien. Elevparene som ble studert er tatt lyd- og videopptak av. På den måten ble verbal og non-verbal kommunikasjon dokumentert for å få en «bredere» tilnærming til elevens tallforståelse og argumentasjon. Toulmin (2003) sin argumentasjonsmodell er benyttet for å analysere elevenes argumentasjon, og McIntosh et.al. (1992) komponenter er brukt i analysen av tallforståelsen.

Denne studien kan bringe en innsikt i elevens tallforståelse og argumentasjon, og hvordan samspillet mellom disse to kommer til uttrykk. Målet med denne studien er å ikke generalisere, men forsøke å forstå og finne meninger i elevers tallforståelse og argumentasjon. For å tydeliggjøre problemsstillingen ønsker jeg å gjøre rede for to sentrale begreper i studien, *tallforståelse* og *argumentasjon.* Disse to begrepene vil i de neste avsnittene bli forklart.

Tallforståelse

Tallforståelse er en forståelse for hva tall er og hvordan de endres gjennom matematiske operasjoner. Det å ha en tallforståelse innebærer en fleksibilitet i arbeidet med tall og regneoperasjoner, bruk av varierte representasjoner, utvikling av hensiktsmessige strategier, overslagsregning, identifisering og bruk av ulike mønster og resonnering om egenskaper av tall og operasjoner (Case, 1998 ref. Valenta, 2015, s.1). Det kan forståes som at tallforståelse først og fremst handler om forståelse av tallens verdi og hvordan tallets verdi endrer seg gjennom en matematisk prosess.

Argumentasjon

Argumentasjon foreligger dersom et resonnement blir uttrykt med hensikt å gi uttrykk for det, og videre skildret som et sosialt fenomen der den enkelte prøver å justere sin intensjon og tolkning ved å gi muntlige forklaringer for synspunktene deres (Krummheuer, 1995, s.231). I følge Krummheuer (1995) kan argumentasjon bli sett på som et sosialt fenomen. En muntlig argumentasjon oppstår spontant og vil i denne oppgaven bli forstått som det elevene ligger til grunn for sin forklaring av en matematisk påstand. Oppgaven baserer seg på den muntlige argumentasjonen, men vil også ta hensyn til i en skriftlig argumentasjon ved regnefortelling.

1.4. Oppgaven sin struktur

Kapittel 2 presenterer tidligere forskning og teoretisk rammeverk. Tidligere forskning er knyttet opp mot kunnskapen om og å beherske tall og tallforståelse, matematisk argumentasjon og sosiomatematiske normer. Det teoretiske rammeverket består av McIntosh et.al. (1992) hovedkomponenter innen tallforståelse og Toulmin (2003) sin modell for å studere argumentasjonen. Både tidligere forskning og teoretisk rammeverk vil i dette kapittelet bli diskutert med utgangspunkt i oppgavens problemsstilling.

Kapittel 3 tar for seg oppgavens forskningsmetodiske tilnærming. Kapittelet gjør rede for metodiske valg knyttet til oppgave elevene svarer på, innsamling og utvalg av elever og gjennomføring av belegginnsamling. Analyseverktøyet vil i dette kapittelet bli presentert ved å skildre hva som kjennetegner de ulike nivåene til McIntosh et.al. (1992) og hva som kjennetegner de ulike elementene innen Toulmin (2003) sin modell.

Kapittel 4 fremstiller analyse av tallforståelse og argumentasjonen hos fire elever gruppert i to elevgrupper på 3.trinn. Intervjuene blir analysert gjennom McIntosh et.al. (1992) nivå i tillegg til en næranalyse av argumentasjon ved hjelp av Toulmin (2003).

Kapittel 5 vil ta for seg diskusjonen hvor jeg vil besvare forskningsspørsmålene knyttet opp mot problemsstillingen. Her vil analysen bli drøftet opp mot tidligere forskning innen argumentasjon og tallforståelse. Her vil problemstillingen og funnene knyttet opp mot forskningsspørsmålet bli summert opp.

Avslutningsvis vil det i kapittel 6 bli presentert en oppsummering og presentasjon av resultat basert på analysen. I tillegg vil veien videre og betraktninger i forhold til studien bli diskutert.

2. Tidligere forskning og teoretisk rammeverk

I dette kapittelet blir tidligere forskning og teoretisk rammeverk knyttet til tallforståelse og argumentasjon presentert. Tidligere forskning blir sett i sammenheng med studiens forskningsspørsmål: *hvordan samspillet mellom argumentasjon og tallforståelse kommer til uttrykk hos elever på 3.trinn*. Å søke en innsikt i tallforståelse og matematisk argumentasjon er relevant for å si noe om hva en kan forvente, men også for å synliggjøre utfordringer i arbeid med tallforståelsen og argumentasjon. I tillegg vil det bli lagt vekt på sosiokulturelt læringsperspektiv. Sosiokulturelt perspektiv kan være en sentral del i samspillet mellom argumentasjon og tallforståelse hos elever. Perspektivet blir aktuelt ved den matematiske samtalen som vil foregå i elevpar. McIntosh et.al. (1992) sin nivådeling av tallforståelse og Toulmin (2003) sin modell for analysere argumentasjon er rammeverkene denne studien tar utgangspunkt i. Rammeverkene er brukt for å få øye på og for å identifisere kvaliteter ved elevenes tallforståelse og argumentasjon.

2.1. Tallforståelse

Valenta (2015) fremhever, med bakgrunn i LK06, utviklingen av tallforståelse som en sentral del av matematikkundervisningen i grunnskolen. Tallforståelse tar utgangspunkt i forståelsen av tallets verdi og kan beskrives på flere ulike måter. Fennell og Landis (1994 ref. i Sood & Jitendra, 2007, s.146) sier at tallforståelse er en bevissthet og forståelse av hva tall er, deres relasjoner, deres omgang, effekten av regneoperasjonen på tall, inkludert bruk av hoderegning og utregning. Det kan oppfattes som en måte å tenke på tall når det gjelder deres ulike bruksområder og tolkninger som kan anses som kritiske for alle aksepter av matematikk. Tallforståelse er også grunnlaget for utviklingen av elevers læring og forståelse av komplekse problem (Sood & Jitendra, 2007, s. 146).

> *«Number sense refers to a person´s general understanding of number and operations along with the ability and inclination to use this understanding in flexible ways to make mathematical judgements and to develop useful strategies for handling numbers and operations»* (McIntosh et.al., 1992, s.3)

Tallforståelsen utvikler seg gradvis over tid som et resultat av å utforske tall, visualisere dem i en rekke sammenhenger, og relatere dem på måter som ikke er begrenset av tradisjonelle algoritmer (Thornton & Tucker, 1989; Van de Walle, 2007 ref. i Sood & Jitendra, 2007 s. 146). I følge Valenta (2015) utvikles tallforståelsen gjennom skolegangen og i arbeid med matematiske spørsmål som en kan møte i hverdags – og yrkeslivet. En tidlig utvikling av tallforståelse er nært knyttet til et annet matematisk innhold (Sood & Jitendra, 2007, s.146). Blant annet kan dette inkludere måling, grunnleggende fakta, plassverdi, beregninger også videre.

Almeida og Bruno (2017, s.56) definerer tallforståelse som en ferdighet i matematikk som inkluderer blant annet en forståelse av tall og operasjonen, evnen til å bruke tallkunnskap på en fleksibel måte og bruke ulike strategier for håndtering av tall og operasjonen. I tillegg handler det om å ha evnen til å vurdere resultatets gyldighet (Almeida & Bruno, 2017, s.56). Sowder (1992, ref. i Almeida & Bruno, 2017) omtaler tallforståelse som et godt organisert konseptnettverk som tillater relaterte tall og operasjoner, deres egenskaper og det å kunne løse utfordringer på en kreativ og fleksibel måte. Videre henviser Almeida og Bruno (2017) til en rekke studier som har vist at elever foretrekker å følge algoritmer og regelbaserte metoder for å komme frem til det nøyaktige svaret til tross for at elevene har selv fått muligheten til å velge fremgangsmåte basert på tallforståelsen.

Som nevnt trekker Andrews et.al. (2015) henvisninger til internasjonal forskning hvor barns tallforståelse forutsier om det oppstår senere matematisk suksess og hvordan underutviklet tallforståelse kan senere føre til matematisk svikt. Det å ha en tallforståelse innebærer i følge Andrews et.al. (2015, s.1682) at en skal kunne gjenkjenne tall, telle systematisk, ha en bevissthet rundt forholdet mellom tall og antall, ha en forståelse for størrelse, forståelse av ulike antall representasjoner, estimering, forstå plassverdi, kunne forstå enkle aritmetiske operasjoner og bevisstheten om tallmønstre.

Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) tar utgangspunkt i fem komponenter når de beskriver matematisk kompetanse; forståelse, beregning, anvendelse, resonnering og engasjement. Den viktigste observasjonen Kilpatrick et.al (2001) gjorde om disse fem komponentene, var at de er sammenflettet og gjensidig avhengig av hverandre. Komponentene støtter hverandre, og Valenta (2015) trekker blant annet frem viktigheten med at elevene får muligheten til å utvikle alle fem komponentene samtidig. Utvikling av regnestrategier henger tett sammen med forståelse av relasjoner mellom tall og operasjoner, ulike representasjoner, begrunnelser for regnestrategier og verdsetting av ulike måter å tenke på (Valenta, 2015, s.14). I tillegg vil en kunne se disse fem komponentene igjen i blant annet McIntosh et.al. (1992) sin definisjon av tallforståelse.

2.2. Kunnskap om og å beherske tall

McIntosh et.al. (1992) har utarbeidet en oversikt over ulike komponenter de mener i stor grad er nødvendige innen tallforståelse. Figur 1 har strukturert, organisert og samlet noen av de generelle komponentene knyttet til grunnleggende tallforståelse. Komponentene er ordnet under tre hovedkategorier,

1) Knowledge of and facility with numbers
2) Knowledge of and facility with operations
3) Applying knowledge of and facility with numbers and operations to computational settings (McIntosh et.al., 1992, s.4).

I denne studien har jeg oversatt de tre komponentene fra engelsk til norsk og de vil herved bli omtalt som,

1) Kunnskap om tall
2) Kunnskap om regneoperasjoner
3) Å bruke kunnskap om og anlegg med tall og operasjoner til beregningssituasjoner.

Kunnskap om tall	1.1 Plassverdi
	1.2 Flere representasjoner av tall
	1.3 Forståelse av relative og absolutt størrelse på tall
	1.4 System av referanse
Kunnskap om regneoperasjoner	2.1 Forståelse av virkningen av operasjoner
	2.2 Forståelse for matematiske egenskaper
	2.3 Forståelse for forholdet mellom regneoperasjoner
Å bruke kunnskap om og anlegg med tall og operasjoner til beregningssituasjoner.	3.1 Forståelse for forholdet mellom problem og nødvendig regneoperasjon
	3.2 Bevissthet om at flere strategier eksisterer
	3.3 Hensyn til å utnytte en effektiv operasjon
	3.4 Gjennomgå resultat

Figur 1: McIntosh et.al. (1992, s.6) - oversatt fra engelsk til norsk

De tre komponentene tar utgangspunkt i hva kunnskap om tall innebærer. Blant annet kommer det frem hvilke forståelser en kan forvente at en elev skal kunne. Greeno (1991, ref. i McIntosh et.al., 1992, s.5) antyder at tallforståelse er et begrep som krever teoretisk analyse, snarere enn en definisjon. Figur 1 tar utgangspunkt i modellen til McIntosh et.al., (1992, s.6), men har blitt oversatt i likhet med komponentene.

En person med god tallforståelse tenker og reflekterer over tallene, operasjonene og over resultatet som blir produsert (McIntosh et.al., 1992). Den reflekterende tenkemåten vil på en eller annen måte, i følge McIntosh et.al. (1992), inneholde noen av komponentene vist i figur 1. Innenfor rammeverket til McIntosh et.al. (1992) kan en forstå regneoperasjoner på en slik måte at det for grunnskolen vil dreie seg om addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon. De tre komponentene tar for seg viktige elementer i tallforståelsen og vil i de neste avsnittene bli beskrevet.

2.2.1. Kunnskap om tall

McIntosh et.al. (1992) trekker forståelsen for plassverdi, flere representasjoner av tall og det å kunne ordne tall innenfor og mellom talltyper som en sentral del i oppfattelsen av tallets orden. Dette inkluderer det å ha en meningsfylt forståelse av tallsystemet og dens struktur.

Det første punktet i kunnskap om tall tar for seg plassverdi, inkludert hele og desimaltall. I følge McIntosh et.al. (1992) inkluderer dette å ha en forståelse som kan hjelpe til å gjennomgå og vurdere tall i et plassverdi system. Dette innebærer å ha en forståelse for rasjonelle tall og hvordan disse er representert. En forståelse av tallsystemet hjelper eleven med å organisere, sammenligne og «bestille» et nummer mentalt (McIntosh et.al., 1992, s.5). Videre trekker McIntosh et.al. (1992) frem et eksempel hvordan et barn som lærer å telle opp til 20, bruker et mønster som er identifisert både muntlig og skriftlig i tallsystemet. På den måten kan eleven benytte disse mønstrene som en støtte for å forlenge tellefølgen. Dermed har eleven muligheten til å gjenkjenne, identifisere og gjenta mønsteret som dukker opp. Med en forståelse for plassverdi, vil eleven kunne bruke sin kunnskap til å oppdage tall eller utvikle sin tallkunnskap.

Forståelsen for flere representasjoner av tall inkluderer flere ulike representasjoner hvor tall kan vises i flere ulike sammenhenger (McIntosh et.al., 1992, s.6). Videre trekker McIntosh et.al. (1992) frem at tall kan utrykkes gjennom en rekke symbolske og grafiske representasjoner. Det å kunne se hvordan tall kan manipuleres og ha flere ulike former er sentralt i kunnskapen om tall. For eksempel kan en si at 3 + 3 + 3 + 3 er det samme som 3 x 4 eller 4 x 3, bare den ene formen representerer addisjon mens den andre formen representerer multiplikasjon. Det å ha en forståelse som innebærer å se forbindelsen mellom representasjonene, for eksempel addisjon og multiplikasjon, er noe McIntosh et.al. (1992) påpeker som nyttig. Det å forstå at 30 minutter tilsier ½ time eller at tallet 27 kan representeres gjennom å «bryte» ned tallet til 25 + 2 er også eksempler på hvordan tall kan ha ulike representasjoner.

Forståelse av relative og absolutt størrelse på tall innebærer å ha evnen til å gjenkjenne den relative verdien av et tall eller en mengde i forhold til et annet tall (McIntosh et.al., 1992, s.6). Verdien av et tall, eller en mengde, angis ved at det settes sammen flere sifre. Sifferet er dermed en verdi ut i fra hvilken plass de har. McIntosh et.al. (1992) trekker i tillegg frem evnen til å anse den generelle størrelsen av et gitt tall eller mengde som en sentral del i forståelsen av størrelse på tall. Videre trekker de frem tallet 1000 hvor det nevnes at elevene kan bli utfordret til å forklare hvor lang tid det tar for å telle til 1000. På den måten kan elevene få mulighet til å se på tallet 1000 i en personlig sammenheng og dermed hjelpe dem til å forstå bedre størrelsen på 1000 i en rekke sammenhenger (McIntosh et.al., 1992, s.6)

Den siste delen under kunnskap om tall inkluderer system av referanse. McIntosh et.al. (1992) definerer dette som forståelse for de numeriske referansene. De numeriske referansene er en viktig del av den mentale referansen til å tenke på tall. I følge McIntosh et.al. (1992) er dette en nødvendig egenskap for å kunne bedømme størrelser i for eksempel et svar. Blant annet trekker McIntosh et.al. (1992, s.6) frem et eksempel hvor det handler om å forstå at 20 er det dobbelte av 10 eller at 10 er halvparten av 20. Å kunne ta beslutninger og se sammenhenger mellom tall kan være en verdifull egenskap og indikator for tallforståelse. Det å ha en numerisk referanse kan utvikle seg fra personlige egenskaper eller møter (McIntosh et.al., 1992, s.6). Om en elev går i klasse med 25 elever, kan denne eleven bruke dette som en referanse for å bedømme størrelsen på andre klasser eller folkemengder.

2.2.2. Kunnskap om regneoperasjoner

Gjennom skolegangen utvikler elevene en forståelse for hva og hvordan en bruker regneoperasjoner. Utviklingen går fra å kunne regne med hele tall til å blant annet kunne regne med brøker og desimaltall. En nøkkel til å forstå og bruke operasjonene er å forstå operasjonens virkning, ha en bevissthet om operasjonens matematiske egenskaper og en bevissthet om forholdet mellom operasjonene. (McIntosh et.al., 1992, s.6).

McIntosh et.al. (1992) trekker frem forståelsen av operasjonens virkning som en sentral del innen tallforståelse. Dette innebærer å ha en forståelse for effekten av operasjonene med ulike tall, inkludert hele og rasjonelle tall (McIntosh et.al., 1992, s.7). Dette inkluderer å kunne forstå operasjonens handling. Videre trekker McIntosh et.al. (1992) frem en modell hvor en ser på multiplikasjon som gjentatt addisjon. Dette kan gi elevene en kontret måte å tenke på multiplikasjon, så vell som å gjennomføre det. Det er viktig at eleven selv får utforske flere modeller for multiplikasjon slik at eleven ser modellens kraft og grenser. Refleksjon over samspillet mellom operasjonene og tallene stimulerer høytankning og ytterligere forbedret tallforståelse (McIntosh et.al., 1992, s.7)

Det å forstå matematiske egenskaper inkluderer å ha forståelse for formelle matematiske regler som kommutative lov, assosiative lov og distributive lov. Når man multipliserer 36 x 4 mentalt, kan eleven tenke på flere ulike måter som for eksempel 4 x 35 og 4 x 1 =140 + 4 eller 144 (McIntosh et.al., 1992, s.6). Videre har McIntosh et.al. (1992) brukt dette eksempelet hvor de trekker blant annet den kommutative lov i løsningen hvor en har endret rekkefølgen av faktorene 4 x 36. Det å finne måter å gjenkjenne og bruke formler på når en skal regne ut, kan være med på å utvikle forståelsen for grunnleggende matematiske egenskaper. For eksempel kan elever på småtrinnet runde ned eller opp for å møte tall de gjenkjenner for å finne ut svaret. Det å anvende disse reglene samt å ha forståelse for de matematiske grunnleggende egenskapene tilsier god tallforståelse (McIntosh et.al.,1992, s.7).

Den siste delen under kunnskap om operasjoner tar for seg forståelsen for forholdet mellom operasjonene. McIntosh et.al. (1992) definerer forbindelser mellom operasjoner som flere ulike måter å tenke på og løse problemet. Et eksempel kan være de ulike måtene elevene tenker på når de skal løse et gitt regnestykke eller oppgave. Hver fremgangsmåte eller strategi viser en litt annen måte å tenke på. På den måten kan elevene bli utfordret til å se på effektiviteten til hver av regnestrategiene. Det å forstå forholdet mellom regneoperasjoner kan dermed gi eleven muligheten til å se på problemet fra ulike synsvinkler. For å forstå forholdet mellom operasjonene, er det viktig å først forstå hver operasjon (McIntosh et.al., 1992, s.7). Dette kan være med på å utvide rekkevidden i elevens forståelse ved at han eller hun oppdager en ny operasjon når det benyttes en operasjon de kjenner til fra før.

2.2.3. Å bruke kunnskap om og anlegg med tall og operasjoner til beregningssituasjoner

Å kunne løse matematiske utfordringer krever som oftest en begrunnelse med tall og/eller å bruk av regneoperasjoner (McIntosh et.al., 1992, s.7). Det involverer en rekke beslutninger hvor en må se på type svar som passer og hvilken regneoperasjon som er mest effektiv i forhold til problemet. Det å ta for seg en regneoperasjon, gå igjennom de dataopplysningene en har og deretter gjennomgå resultatet utfordrer elevens tallforståelse og deres forståelse for regneoperasjonen. Hvis eleven oppdager et feilskjær eller at noe er feil, kan han eller hun gjenta prosessen ved hjelp av en annen regnestrategi eller regneoperasjon. På den måten kan elevene arbeide seg frem til en fremgangsmåte som er tilpasset den matematiske utfordringen eleven står ovenfor. I følge McIntosh et.al.(1992) innebærer regneprosessen flere type avgjørelser hvor elevene må forstå forholdet mellom problemkontekst og den nødvendige beregningen.

Det å forstå forholdet mellom problem og nødvendig regneoperasjonen omtaler McIntosh et.al. (1992, s.8) som en forståelse hvor en ser på problemet som en ledetråd, ikke bare for passende operasjoner, men også for tallene som skal brukes. Dette inkluderer å kunne ha en forståelse for det gitte problemet og den beregningen som er nødvendig for å løse problemet. Dette innebærer å finne en løsning som kan lede frem til et rett svar. McIntosh et.al. (1992) trekker frem tallene blir behandlet i forhold til problemet eller spørsmålet. På den måten vil det være nødvendig å tilpasse seg til den matematiske utfordringen eller oppgaven en står ovenfor.

Bevissthet om at flere strategier eksisterer innebærer å erkjenne at ulike løsningsstrategier ofte eksisterer ut fra et gitt problem. Om en elev arbeider med et matematisk problem hvor den valgte regneoperasjonen gir feil eller viser seg å være uproduktiv, er det hensiktsmessig å endre ved å anvende en annen alternativ operasjon (McIntosh et.al., 1992, s.8). Videre trekker de frem hvordan en kan utforske et problem på forskjellige måter ved å sammenligne ulike operasjoner før en tar et endelig valg. Når elevene argumenterer for deres valg, kan det være med på å bevisst gjøre elevens metakogitive refleksjon og dermed se hvordan valgt operasjon forholder seg til det matematiske problemet. Denne metakogitive refleksjonen hvor elevene selv bli bevisst på egen tanke, kan være vanskelig å identifisere fordi den skjer raskt og noen ganger uten bevisst tanke (McIntosh et.al., 1992, s.8). Videre legger McIntosh et.al. (1992) vekt på den generelle bevisstheten om at ulike strategier eksisterer istedenfor den metakogitive prosessen hvor en velger en operasjon, gjennomføre og gjennomgå de ulike utfallene.

Bevisstheten om at noen strategier og/eller verktøy er mer effektive til tider enn andre, er også en indikator på tallforståelse (McIntosh et.al., 1992, s.8). Det å ta hensyn til å utnytte en effektiv operasjon legger dermed vekt på valgene av regneoperasjonene ved å se på effekten hos hver enkelt operasjon. På denne måten kan elevene finne ulike veier til svaret, for eksempel 8 + 7 = 15. Her kan eleven ta for seg flere ulike fremgangsmåter som 7 + 7 + 1 = 15, 7 x 2 + 1 = 15, 8 + 2 + 5 = 15 eller 8 + 2 = 10 og 10 + 5 = 15. Elever kan også enkelte ganger velge regneoperasjoner som er vanskeligere enn hva hun eller han har benyttet før. Dette kan i følge McIntosh et.al. (1992) være elever eller voksne med lav tallforståelse. Dermed kan elevene komme frem til galt svar eller forvirre seg vekk fra prosessen. Årsaken til dette varierer, men skyldes ofte vaner som en etablerer fra lang praksis av en bestemt strategi, mangel på tillit til alternative strategier og/eller mangel på kunnskap om strategier (McIntosh et.al., 1992, s.8).

Den siste delen innen kunnskap om og anlegg med tall og operasjoner til beregningssituasjoner inkluderer gjennomgang av resultat. Når en løsning blir produsert, undersøker personer med tallforståelse sitt svar sett i lys av det opprinnelige problem for å avgjøre om deres svar «gir mening» (McIntosh et.al., 1992, s.8). Dette er i følge McIntosh et.al. (1992) en rask refleksjon som er naturlig og integrert i problemløsningsprosessen. Denne metakogitive gjennomgangen av problemkontekst kan blant annet innebære refleksjon av operasjonene som kunne vært brukt og en evaluering av den valgte operasjonen (McIntosh et.al., 1992, s.8). Det en ser på er om svarer som er produsert er fornuftig i forhold til det gitte problemet. I følge McIntosh et.al. (1992) utelater ofte elever denne sjekken nettopp fordi resultatet ikke er viktig for dem.

2.3. Argumentasjon

Argumentasjon er et begrep som kan forståes på flere ulike måter. Toulmin (2003) trekker emne og kontekst frem som to viktige elementer i et gyldig argument. I følge Krummheuer (1995) blir argumentasjon sett som et sosialt fenomen hvor to personer prøver å justere sine intensjoner og tolkninger ved muntlige begrunnelser for deres handlinger. Krummheuer (1995, ref. i Schwarz, Hershkowitz & Prusak, 2010, s.121) er interessert i «kollektiv argumentasjon» hvor argumentasjonsprosessen er konstruert av to eller flere personer i klasserommet. Krummheuer (1995) sier at en sosial interaksjon medfører at det er flere deltakere hvor argumentasjonen blir fremsatt ved flere.

Toulmin (2003) skiller mellom analytisk og substansiell argumentasjon, hvor analytisk argumentasjon skildrer en logisk korrekt bevisføring mens substansiell argumentasjon vanligvis ikke er strengt oppbygget. I følge Krummheuer (1995) er den substansielle argumentasjonen mest anvendbar når en skal studere argumentasjonen hos elever. Et barn argumenterer ikke på et aksiomatisk nivå og argumentasjonen hos barn er ikke bare logisk deduktiv. Dette innebærer at argumentasjonen ikke er bygget opp av logiske konklusjoner om enkelttilfeller ut fra allmenn observasjoner.

2.3.1. Matematisk argumentasjon

For flere forskere i matematikkutdanningen er argumentasjon sett på som en måte hvor meningsdannelse og forståelse utvikler seg i diskusjoner (Schwarz, Hershkowitz & Prusak, 2010, s.121). Kommunikasjon har de siste årene fått en stadig mer sentral rolle i lærerplanene i matematikk (Skott, Jess & Hansen, 2010, Schwarz & Prusak, 2010 ref. i Hovik & Solem, 2013, s.121). I følge Enge og Valenta (2011, s.27) ligger det i matematikkens natur at en alltid skal kunne argumentere for en fremgangsmåte eller en strategi. På den måten vil en kunne si at argumentasjonen ligger bak, for eksempel, en matematisk utregning og er grunnlaget for valg av fremgangsmåte (Enge & Valenta, 2011, s.29). Videre trekker Enge og Valenta (2011) frem viktigheten av å skille mellom *hva* som er blitt gjort og argumentasjonen *hvorfor* man kan gjøre det/*hvordan* vet man at det regnes slik. Basert på Enge og Valenta (2011) kan en si at argumentasjon handler om å forklare *hvorfor* man har kommet frem til noe, og *hvordan* en får det svaret man får.

Begrunnelser og argumentasjon er en sentral del av matematikken, og vil danne et viktig grunnlag for hvordan meningsdanning og forståelse utvikles i et klasserom (Balacheff 1991, Schwarz & Prusak 2010 ref. i Hovik & Solem, 2013, s.121). Det å arbeide med argumentasjon på barnetrinnet er med på å påvirke elevens forhold til å argumentere for valgt fremgangsmåte. Schwarz og Prusak (2010 ref. i Hovik & Solem, 2013) skiller mellom forklarende og argumenterende aktiviteter. Forklarende aktiviteter er ideer som blir oppklart og forklart hvor en ikke stiller spørsmål, mens argumenterende aktiviteter innebærer antagelser og formodninger hvor en stiller spørsmål ved påstander. At elever lærer matematisk argumentasjon gjør at en kan blant annet verifisere, forklare, systematisere og oppdage ulike antagelser og definisjoner i matematikken.

2.3.2. Argumentasjon i grunnskolen

Når en ser på ulike studier som presiserer viktigheten av at elever får ta del i resonnering og argumentering i matematikk, kan det se ut som det kan være et gap fra hva som blir fremstilt som et ideal til hva de funnene og resultatene som blir presentert i ulike studier. Som nevnt trekker Hovik og Solem (2013) frem at flere forskere argumenterer for at resoneringen og grunngivingen hos elever bør starte i en langt tidligere alder enn hva den gjør i dag. Dermed kan en se at argumentasjon og bevis i matematikk ofte blir knytte til de høyere klassetrinnene. Stylianides (2009 ref. i Hovik & Solem, 2013) legger vekt på at det er viktig å arbeide med bevis tilpasset den aldersgruppen man arbeider med. Dette inkluderer at representasjoner, oppgaver og bevismuligheter blir tilpasset alder og nivå.

Russell, Schifter og Bastabel referert i Hovik og Solem (2016) tar for seg fire typiske nivå som beskriver elever sin argumentasjon og grunngiving i arbeid med bevis. Disse fire nivåene kan gi et innblikk hva elever legger til grunn i argumentene sine. I tillegg kan det si noe om hva som blir sett på som gyldig grunngiving i matematikk,

- Grunngiving ved å referere til autoriteter, som eksempel lærer, lærebok og foreldre
- Grunngiving gjennom konkrete eksempler.
- Matematisk resonnering basert på visuelle representasjoner, som konkreter eller tegning eller tekst/regnefortelling
- Bevis ved bruk av algebraisk notasjon og bruk av regnelovene. (Russell, Schifter & Bastabel ref. i Hovik & Solem, 2016, s.47)

2.4. Regnefortelling

I nyere matematikkdidaktikk vektlegges matematikkundervisningen med fokus på å gi elevene utforskende oppgaver (Hovik & Solem, 2013, s.120). Det å arbeide med åpne oppgaver og oppgaver med flere mulig løsninger, er i følge Hovik og Solem (2013) et eksempel på dette. Det å arbeide med en oppgave som har flere ulike løsninger åpner opp for spørsmål hvor en kan bli utfordret.

Regnefortellinger er en kortere eller lengre historie som inneholder matematiske opplysninger (Botten, 1999, s.182). En regnefortelling kan ta utgangspunkt i et område eller en situasjon, i bestemte opplysninger eller belegg fra et område eller felt, eller de kan ta utgangspunkt i et regnestykke (Botten, 1999, s.182). Selve definisjonen kan sees som et vidt område, da det ikke er spesifisert hva eller hvor lang regnefortellingen skal være eller hvilke matematiske opplysninger som kreves. På bakgrunn av Botten (1999) sin definisjon kan regnefortellinger bli tolket som en åpen oppgave hvor elever selv kan velge fremgangsmåte. Sett ut i fra Hovik og Solem (2013) kan regnefortellinger utfordre eleven slik at han eller hun må argumentere for valgene som er tatt. Regnefortellinger kan være med på å utfordre elevene som går på barneskolen til å argumentere. Hovik og Solem (2013) sier at argumentasjon ofte kommer opp på ungdomstrinnet som noe uventet og ukjent for elevene.

Stylianides referert i Hovik og Solem (2013) trekker frem at flere forskere har understreket viktigheten av at bevis og bevisføring må være en del av hele skoleløpet. Videre legger Stylianides (ref. i Hovik & Solem, 2013) vekt på at det er viktig at arbeid med argumentasjon er tilpasset klassetrinnet. Det å arbeide med regnefortellinger på den måten at elevene selv får muligheten til å utforme egne tekster eller fortellinger kan gi elevene et nærmere eierforhold til sine produkter (Botten, 1999, s.183). Dette kan en allerede arbeide med i grunnskolen og dermed kan elevene utvikle en forståelse for det å argumentere for en valgt fremgangsmåte.

Enge og Iversen (2010) trekker frem hvordan formålet med matematiske tekster, i særlig grad regnefortellinger er. Blant annet påpeker de videre hvordan matematiske tekster skal være med på å kartlegge og utdype forståelsen for matematiske begreper ved å invitere dem til å buke sine egne verbale evner i tillegg til deres egne kreativitet når elevene skriver. Ved å kartlegge og utdype den matematiske forståelsen vil også gi lærerne muligheten til å få innsikt i elevens matematiske tenkning (Enge & Iversen, 2010, s.143).

I 2000 gjennomførte Carroll, Fuson og Diamond (2000) en studie på 1.trinn hvor de så på hvordan elever produserte og løste regnefortellinger. Studien viste at tall og utregninger ble utviklet og etablert på en meningsfylt måte når elevene arbeidet med regnefortellinger. Elevene fikk ta del i en arbeidsprosess hvor den matematiske utviklingen ble gjort i en kontekst hvor elevene selv hadde forståelse for. En god regnefortelling skal gi muligheten til å (1) utforske egenskaper ved en matematisk operasjon, (2) til å utvikle varierte regnestrategier og (3) utvikle et «bilde» av operasjonen (Fosnot & Dolk, 2001, ref. i Enge & Valenta, 2012, s.9). Ved å utvikle et «bilde» gjennom en matematisk operasjon, gjør at elevene i senere tid vil kunne komme tilbake og støtte seg på arbeidet. Enge og Valenta (2012) trekker frem hvordan «modellen for tanken» kan være med på å frigjøre eleven fra å være avhengig av å huske den prosedyren som er blitt utført. På den måten kan arbeid med regnefortelling sees på som en prosess hvor elevene kan lære seg å bevege seg fra en forståelse for prosessene som utføres til å få en forståelse for selve regnestykket.

2.5. Sosiokulturelt læringsperspektiv

I følge Dysthe (1999) er det sosiokulturelle perspektivet i en tidlig utviklingsfase innen psykologisk forskning og i undervisning. Teoretikere som John Dewey, George Herbert Mead, Lev. S. Vygotsky og Mikhail Bakhtin var alle opptatt av interaksjon og samhandling (Dysthe, 1999). Kunnskapen rundt er avhengig av den kulturen den er en del av. Sosiokulturelle perspektivet bygger videre på et konstruktivistisk syn på læring men legger i følge Dysthe (1999) vekt på at kunnskap bli konstruert gjennom samhandling og ikke bare gjennom individuelle prosesser. Interaksjon og samarbeid blir dermed sett på som helt grunnleggende for læring, og ikke bare et positivt element i læringsmiljøet (Dysthe, 1999). Kunnskapen blir konstruert mellom mennesker i et felleskap. For eksempel kan elever ha ulik kunnskapsferdigheter og oppfattelse som kan være med på å påvirke en helhetlig forståelse for et matematisk problem.

I et sosiokulturelt perspektiv foregår læring og utviklingen i samspillet mellom eleven og den kulturen eleven vokser opp i. Vygotsky (1978) mener at barn bruker språket sitt til å kommunisere og tenke kognitivt – først i samspillet sammen med andre og deretter i samtale med seg selv. I den forbindelse vil eleven oppleve mestring i omgivelsene sine (Vygotsky, 1978, s.25). Barnets utvikling kommer til syne gjennom det sosiale planet og senere gjennom det individuelle planet. Læring kan sees på noe mer enn bare undervisning og det som foregår i klasserommet (Vygotsky, 1978). En situasjon hvor det er fordelt mellom mennesker i felleskap, der hver og en kan bidra med ulike ferdigheter eller kunnskap kan bidra til et felleskap hvor læring oppstår. I et fellesskap der det sosiale er grunnleggende for læring, vil læring og kunnskap være distribuert mellom personer (Dysthe, 2001, s.45).

Vygotsky (1978) beskriver den nærmeste utviklingssonen som et nivå hvor en kan yte mer og på et høyere nivå med hjelp og støtte fra en likemann. Her kan eleven i samarbeid med andre strekke seg mot vitenskapelig kunnskap. Modellen tar for seg tre områder. Det området som inkluderer den innerste ringen representerer det barnet kan få til på egenhånd uten påvirkning utenifra. Området utenfor den ytre ringen representerer det barnet ikke mestrer. Det området som er mellom den innerste ringen og den ytterste ringen representerer det barnet kan få til med hjelp, veiledning og støtte fra enten lærer eller en medelev. Den nærmeste utviklingssonen representerer området mellom den innerste og ytterste ringen, altså det barnet kan mestre med litt hjelp. Det kan være avgjørende for motivasjonen å ha gode læringsmiljø og situasjoner (Dysthe, 1999). Videre trekker hun frem Vygotsky når han skriv om samarbeidende deltakelse. Det handler om å ha et felles ansvar for læring, både når det gjelder mellom elev og lærer men også mellom elever (Dysthe, 1999).

2.5.1. Pararbeid

Yackel (1995) tar for seg utvikling av mening i gruppearbeid. Hun viser blant annet til Blumer (1969) og forstår mening som at mening er om en «ting» vokser videre ut av ulike interaksjoner sammen med andre personer som er relatert til den gitte tingen. Blant annet ser Yackel (1995) på hvordan elever står på sine løsninger og forsøker å overbevise andre elever om sin løsning. Dette kan en trekke tilbake til Krummheuer (1995) hvor han beskriver at argumentasjon oppstår ved at to personer prøver å justere sine intensjoner og tolkninger. Videre resultater i Yackel (1995) kan en se at en burde være forsiktig med å «rope ut» en elev som «sjef» for gruppen. Et av funnene til Yackel (1995) viser at den eleven som ble utropt som «sjef» for gruppen, kan overstyre andre på gruppen og dermed kan kun en elevs perspektiv bli presentert i pararbeidet. Med dette mener Yackel (1995) at kun et elevs perspektiv ble undersøkt til tross for at andre elever på gruppen presenterte sine løsninger.

Kieran (2001) søkte etter innsikt i elevers kommunikasjon i et problemløsnings-samarbeid. Hennes studie viste at fire av de seks elevparene ikke førte til læring for begge partnerne. Hun trekker blant annet frem vanskeligheten bak skapelsen av matematisk mening. Det kan være vanskelig når det er en elev som står for de fleste ytringene (Kieran, 2001, s.214). Linn og Barbules (1993, ref. i Kieran. 2001) trekker frem hvordan pararbeid fungerer når elevene kommuniserer ideene sine og er villig til å hjelpe hverandre. Sfard og Kieran (2001) undersøker hvordan elever lærer gjennom samtale med andre. De trekker blant annet frem hvordan effektiviteten av kommunikasjonen avhenger av trygghet og inkludering. Blant annet trekker de frem hvordan kommunikasjon ikke kan betraktes som effektiv hvis ikke deltakerne føler seg trygg eller om deltakerne ikke syntes å vite hvilke objekter de snakker om. Sfard og Kieran (2001) konkluderte med at det ikke kun er fordeler ved samhandling sammen med andre. Blant annet viste deres eksperiment et mindre effektivt samspill mellom to elever.

2.6. Toulmin sin modell

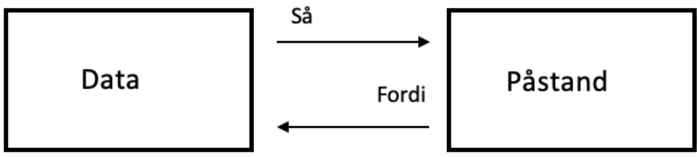
Toulmin har utviklet en generell modell for å kunne analysere hvordan argumenter er bygget opp. Modellen er, i følge Toulmin (1964, ref. i Lavy, 2006), en skjematisk modell som trekker forskjeller mellom de ulike delene av et argument. For å bruke Toulmin (2003) sin modell som et rammeverk for analyse, bør modellen tilpasses beleggmaterialet og formålet slik at rammeverket blir funksjonell for studien. Schwarz m.fl. (2010) trekker frem at Toulmin selv ser på modellen som ikke anvendelig i matematikk, og at ren matematikk skal kun vurderes i henhold til logikkloven. Likevel er det flere didaktikere i matematikk som har valgt å tilpasse og bruke Toulmins modell som rammeverk for matematiske argument (Krummheuer, 1999; Meaney, 2007; Lavy, 2006).

Avledet fra Aristoteles uttalelse: «mindre premiss; stort premiss så konklusjon», i følge Toulmin består et argument av belegg som tilslutt fører til et krav (Lavy, 2006, s.157). Modellen skildrer ulike elementer som setter sammen et argument: belegg, conclusion, warrant og backing. Disse fire elementene er videre i oppgaven oversatt til: *belegg, påstand, hjemmel og ryggdekning* (Grepstad, 1977, s.171). I tillegg til de fire elementene kan et argument inneholde *qualifies* (styrkemarkør) og *rebuttal* (innvending) i følge Toulmin (2003). I presentasjon av Toulmin (2003) sin modell videre i denne oppgaven, vil det legges vekt på elementene *belegg, påstand, hjemmel* og *ryggdekning.*

På grunnlag av at modellen er en generell modell for argumentasjon, vil modellen bli presentert i de kommende avsnittene og tilpasset denne studien. Dette er nødvendig med tanke på at modellen kan bli tolket og forstått på flere ulike måter innen ulike fagfelt og bruksområde. Presentasjonen vil danne grunnlaget for hvordan modellen har blitt forstått og brukt som analyserammeverk i denne studien. For å kunne undersøke hvilke kvaliteter en kan identifisere i elevene sine argument opp mot Toulmin (2003) sin modell er det nødvendig å se på hvilke kvaliteter en kan se i de ulike elementene i modellen.

2.6.1. Belegg og påstand

«A bare conclusion, without any belegg produced in its support, is no argument» (Toulmin, 2003, s.98). I følge Toulmin (2003) danner belegg og påstand grunnlaget for å kunne kalle noe for et argument. Argumentasjonen kan ikke kun bestå av en påstand uten en form for belegg. Krummheuer (1995) trekker i likhet med Toulmin (2003) at en ren konklusjon uten belegg produsert i sin støtte, ikke kan kalles et argument. Når en påstand er gitt, er det nødvendig å gi en begrunnelse eller støttende belegg som styrker den gitte påstanden. Siden disse to elementene er knyttet tett sammen og gjensidig avhengig av hverandre, er det naturlig å presentere belegg og påstand sammen under presentasjon av elementene i Toulmin (2003) sin modell.



Figur 2: Toulmin (2003) modell - forholdet mellom påstand og belegg

En påstand et synspunkt man fremstiller (Meaney, 2007, s.684). Toulmin (2003) forklarer påstand som et hovedsynspunkt som blir fremstilt. Et synspunkt eller en påstand kan bli sett på som foreslåtte løsninger.

Belegg blir i følge Toulmin (2003) beskrevet som de faktaene som ligger til grunn for påstanden. Belegg støtter opp mot påstanden og gir en begrunnelse for den (Krummheuer, 1995, s.241). Belegg kan også vise til elevens matematiske tenkning ved å se på hvordan elevene fremstiller beleggene som begrunnelse for påstanden (Meaney, 2007, s.685). Figur 2 viser den gjensidige avhengigheten mellom belegg og påstand. Som en kan se er det to piler som går mellom de to elementene. Pilene peker begge veier. Påstanden blir presentert med bakgrunn i belegget, og belegget fører til at påstanden blir presentert. Dette kan sees på følgende måte: påstand fordi belegg og belegg så påstand.

2.6.2. Hjemmel

Hvis en er usikker på belegget eller påstanden blir utfordret, kan det være nødvendig med en hjemmel (Toulmin, 2003, s.91). Et argument som baserer seg kun på et belegg kan bli utfordret ved å tekke tvil om både påstand og belegg. Toulmin (2003) beskriver hjemmelen som en bro mellom belegg og påstand. Hjemmelen viser hvordan belegget fører til påstanden, og Krummheuer (1995) beskriver hjemmelen som en bro mellom påstand og belegg der hjemmelen bidrar til å se belegget sin relevant i forhold til påstanden. På den måten kan hjemmelen være med på å styrke gyldigheten ved å støtte belegget i argumentasjonen. I utgangspunktet kan en se på hjemmelen som en utdypning av belegget hvor hjemmelen har som formål å styrke påstanden sin troverdighet. Hjemmelen kan enten eksplisitt eller implisitt bli utrykket. I studiens analyse av elevene sin hjemmel, er det tatt hensyn til eksplisitt og implisitt hjemmel.

2.6.3. Ryggdekning

Det kan skje at hjemmelen ikke blir akseptert og dermed kan en trenge en ryggdekning for å styrke argumentet. En ryggdekning er en ytterligere hjemmel av det konkrete grunnlaget eller en grunnleggende regel hjemmelen bygger på. En ryggdekning kan variere ut fra konteksten. Krummheuer (1995) argumenterer i hans artikkel for at fingertelling kan fungere som en ryggdekning for addisjon i skolen. Addisjon kan blir forstått som en telleprosedyre (Krummheuer, 1995, s.224). Ryggdekning kan bli opplevd som noe universelt og dermed kan inkludere generelle regler som styrker hjemmelen.

2.6.4. Kritikk av modellen

Som nevnt tidligere ser Toulmin selv på modellen som lite anvendelig i matematikk (Schwarz m.fl., 2010). Toulmin referert i Schwarz m.fl., (2010) mente at ren matematikk skulle vurderes i henhold til logikkens lover. I følge Ellis (2015) er ikke Toulmin modellen en modell hvor en oppnår best kunnskap. Med dette mener Ellis (2015) at modellen ikke beskriver eller bistår i prosessen med å utvikle krav ved å tenke kritisk. Toulmin sier dette eksplisitt og brukte modellen til å beskrive allerede holdte meninger og hvordan de kunne være logisk begrunnet (Ellis, 2015).

Simosi (2003) trekker inn noen utfordringer knyttet til Toulmin sin modell som rammeverk i analyse. Kritikken retter seg mot modellens tydelighet og elementer. Blant annet nevner Simosi (2003) utfordringer knyttet til skillet mellom de ulike elementene i modellen. Den hyppigste kritikken gjelder vanskeligheten ved å differensiere i praksis mellom (a) belegg og hjemmel og (b) hjemmel og ryggdekning (Simosi, 2003, s.186). Toulmin sin modell kan være nyttig i enkelte situasjoner hvor en analyserer enkelt argument (Ball 1994 ref. i Simosi, 2003, s.186), men at modellen kan være utfordrerne i analyse av et mer kompleks argument.

Toulmin (2003) mener at belegg og påstand er grunnlaget i et argument. Uten belegg og påstand vil en kunne ikke kalle noe for et argument. Simosi (2003) trekker frem at det i enkelte tilfeller, ved for eksempel analyse av uformelle argument, kan enkelte elementer mangle. Blant annet kan påstand og belegg mangle i et uformelt argument. Disse elementene kan bli savnet fordi personen som argumenterer anser dem for å være velkjente – eller antatt- av hans eller hennes samtalepartner, og derfor anser man at det ikke er nødvendig å henvise til dem eksplisitt i sitt forsøk på å overtale den andre (Simosi, 2003, s.188). Dermed kan argumentasjonen i møte med Toulmin sin modell ikke oppfylle de kravene som trengs for å bli kalt argument. I argumentasjonen kan derfor mye ligge implisitt som kan bidra til å oppfylle kravet. Denne situasjonen kan være vanskelig å forstå om en ikke har den kunnskapen eller kjennskapen til situasjonen argumentasjonen oppstår i.

På bakgrunn av kritikken knyttet til Toulmin sin modell er det tydeliggjort hvordan modellen er forstått i denne oppgaven. Dette med hensikt til å redusere mulige misforståelser og for at studien skal ha mulighet til å kunne gjentas.

3. Metode

I dette kapittelet redegjøres oppgaven sine metodiske valg og utfordringer. Formålet med oppgaven er å se hvordan samspillet mellom argumentasjon og tallforståelse kommer til uttrykk hos elever i 3.klasse. For å komme frem til en metodedel som er relevant for denne studien, er det blitt diskutert fordeler og ulemper knyttet til hver enkelt valg. Jeg fant det hensiktsmessig å gjennomføre semistrukturert intervju for å få innsikt i elevens tallforståelse og argumentasjon. Dette kapittelet tar blant annet for seg hvordan undersøkelsen var gjennomført, hvordan deltakerne ble valgt ut, utforming av oppgavetekst, intervju og rammeverk for analyse. I den forbindelse vil dette kapittelet skildre og kommentere oppgaven sin metodiske valg og utfordringer, både knyttet til innsamling av data og analyse av elevsamtalene. I tillegg drøftes de etiske hensynene som er tatt, både før, under og etter datainnsamlingen.

I forbindelse med LATACME prosjektet har vi vært tilsammen fire studenter som har deltatt i dette delprosjektet som inkluderer argumentasjon og regnefortellinger. Vi fire studenter har gjennomført datainnsamlingen i samme periode. Til tross for dette har vi hatt egne personlige vri, fokus og formål gjennom datainnsamlingsperioden.

3.1. Valg av metode

For å kunne besvare problemsstillingen ble det undersøkt hvilken forskningstilnærming som ville gi en best forståelse sett fra elevens perspektiv. En kvalitativ forskningstilnærming gir i følge Christoffersen og Johannessen (2012) det mulig å få en fyldigere og flere detaljerte beskrivelser som kan gi et innblikk i personens livsverden. Fokuset i studiet er å utforske deltakerens forståelse og dermed har studien basert seg på spørreordene *hvordan* og *hvorfor*. Som nevnt tidligere trekker Enge og Valenta (2011) frem disse ordene når snakker om argumentasjon. Ordene *hvorfor* og *hvordan* kan gi elevene mulighet til å argumentere ved å forklare *hvorfor* man har kommet frem til akkurat dette og *hvordan* en kan vite at svaret er rett. Jeg ønsker ikke å få svar på *hvor mange* og dermed falt valget på en kvalitativ forskningstilnærming i denne studien.

Kvalitativ forskning studerer først og fremst den autentiske konteksten og/eller hvordan informanter ser på denne (Krumsvik, 2014, s.21). I følge Krumsvik (2014) er målet med kvalitativ forskning å gå bak tallene, utforske sosiale mønster og hvordan individet oppfatter og fortolker verden og virkeligheten. Den kvalitative tilnærmingen kan bidra til at jeg får et større innsikt i hvordan fire elever oppfatter og fortolker sin egen forståelse gjennom å bruke sin tallforståelse og argumentere for sine egne valg.

3.2. Datainnsamling

For å se på samspillet mellom tallforståelse og argumentasjon, valgte jeg å ha gruppeintervju hvor det var to og to elever som deltok. Det ble gjennomført gruppeintervju på bakgrunn av sosiokulturelt læringsperspektiv hvor læring blir konstruert gjennom samhandling og ikke gjennom individuelle prosesser (Dysthe, 1999). I tillegg ønsker jeg gjennom studiet å se hvordan elevene bruker tallforståelsen gjennom argumentasjon. Dermed ble det relevant å se hvordan elevene enten individuelt eller sosialt presenterer som en begrunnelse for påstanden (Meaney, 2007). En av fordelene knyttet til gruppeintervju er at elevene selv kan påvirke hverandre, og dermed kan Vygotsky (1978) og hans begrep «den nærmeste utviklingssone» være sentral når en skal se på samspillet mellom tallforståelse og argumentasjon. I de påfølgende avsnittene er valg og utfordringer knyttet opp til utvalg av informanter og hvordan studien er gjennomført. I tillegg er det ble redegjort for utforming av oppgavetekst som elevene arbeidet med i datainnsamlingen.

3.2.1. Utvalg av informanter

Til tross for gruppeintervjuer ønsket jeg at hver enkel elev skulle få muligheten til å argumentere og begrunne for sine påstander. Datainnsamlingen ble gjennomført i en 3.klasse i Hordaland. Det var 47 elever av 80 elever totalt som godkjente sin deltakelse i studiet. For å velge ut et utvalg av informanter ble det gjennomført observasjoner knyttet til undervisningstimer. I tillegg ble det valgt ut elever basert på produsert regnefortelling. Utvalg av informanter ble gjennomført i uke 45.

For å danne seg et inntrykk og et utgangspunkt for utvalg av elever, ble det gjennomført en introduksjonsøkt hvor en tok utgangspunkt i begrepene regnefortelling og argumentasjon. I introduksjonsøkten var formålet å repetere kunnskapen om regnefortellinger i tillegg til å introdusere begrepet argumentasjon. Elevene har tidligere arbeidet litt med regnefortellinger, og det var dermed nødvendig med en time hvor elevene fikk muligheten til å forfriske kunnskapen. I introduksjonsøkten var formålet å se etter elever som var muntlige aktive. Dette innebar muntlige ytringer som ikke nødvendigvis alltid baserte seg på det faglige. Det ble gjennomført en loggføring hvor hver enkel elev som var muntlig aktiv fikk en strek bak navnet.

Dagen etter fikk elevene mulighet til å lage egne regnefortellinger. I tillegg til å se etter muntlig aktivitet i introduksjonsøkten dagen før, ble det i tillegg gjennomført en stasjon basert på muntlig aktivitet da elevene hadde stasjonsarbeid. Stasjonen tok utgangspunkt i regnefortellingene elevene lagde før stasjonstimen. Elevene ble her utfordret til å forklare og fortelle hvorfor hun eller han har valgt å gjøre det på akkurat den måten de har gjort det på. Dermed fikk jeg muligheten til å observere hvordan elevene sammen med andre snakket om sin regnefortelling og hvordan de selv var aktive når de lyttet til hverandres regnefortellinger. Selv om utvalget av elever i hovedsak baserer seg på observasjoner av muntlige ytringer i ulike kontekster, så vil ikke dette garantere muntlig aktivitet når det kommer til selve situasjonen hvor elevene blir intervjuet. Dette gjorde at jeg i tillegg til muntlige ytringer valgte å ta utgangspunkt i regnefortellingene elevene produserte i uke 45. I etterkant ble alle observasjoner gjennomgått samtidig som det ble sett på regnefortellingene elevene produserte. Dette dannet grunnlaget for utvalg av elever.

3.2.2. Valg av oppgave

For å kunne analysere og diskutere studiens problemsstilling, ble det utformet en oppgave som omhandler argumentasjon gjennom produksjon av regnefortelling. I utformingen av oppgaveteksten var det ønskelig å utforme en tekst som appellerte til flest mulig elever, uavhengig av matematiske ferdigheter, se figur 3.

Skriv en regnefortelling til oss studenter som handler om en interesse du har. I regnefortellingen skal du vise oss hvordan du tenker for å komme frem til svaret.

Hvorfor får du akkurat dette svaret?

Husk at du må ha disse kravene:

- ❑ Det må være en fortelling
- ❑ Ha med et spørsmål
- ❑ Ha med et svar på spørsmålet
- ❑ Vise oss studenter hvordan du tenker
  for å komme frem til svaret
- ❑ Vise oss studenter hvorfor du får det svaret du får

Figur 3: Oppgavetekst

For at elevene skal kunne argumentere i matematikk kan det være avgjørende at elevene har en matematisk ferdighet som kan løse problemet. Som Botten (1999) trekker frem kan arbeid med mulighet til å utforme egne tekster eller fortellinger gi eleven et nærmere eierforhold til sine produkter. I den forbindelse ble det lagt vekt på at oppgaveteksten ikke skulle inneholde bestemte matematiske opplysninger som elevene tok utgangspunkt i. Istedenfor fikk eleven muligheten til å skrive om en interesse de selv har. Hensikten ved å trekke inn interesser var at elevene selv skulle få velge tall og fremgangsmåter. I tillegg så jeg det som en mulighet at elevene selv kunne bli motivert når de fikk velge konteksten basert på noe de likte å gjøre.

Oppgaven er relativ åpen hvor elevene selv står fritt for å velge fremgangsmåte. I introduksjonsøkten ble Botten (1999) sin definisjon lagt vekt på når vi snakket om regnefortellinger. Regnefortellingen skulle være en kort eller en lang historie med matematiske opplysninger. I tillegg til oppgavetekst, ble det utformet fem krav. De tre første kravene var elevene delvis kjent med fra tidligere, mens de to siste kravene var relativ ukjent for elevene. De to siste kravene hadde som formål å utfordre elevene til å vise *hvorfor* og *hvordan* de tenker, og er utformet basert på Enge og Valenta (2011). Spørsmål som «hvorfor fikk du akkurat dette svaret» kan bidra med å få innsikt og begrunnelse hos eleven. På denne måten gir det en mulighet til å se på elevens tankegang gjennom å stille et spørsmål hvor eleven blir oppfordret til å argumentere for hvorfor hun eller han fikk det svaret.

I oppgaveteksten brukes også ordet «du» for å sette fokus på elevens tankegang. Elevene skal ta egne valg som skal komme til syne i regnefortellingen. Siden den enkelte elevens tanker er i fokus, er det ønskelig å utforme en tekst hvor en ikke legger fokus på rett og galt. Alle tanker, meninger og interesser er interessante for studiet. Dette var i tillegg et stort fokus i introduksjonsøkt. I og med at vi kommer fire studenter inn i et klasserom for å forske på en gjeng 3.klassinger, var det viktig å få frem at elevene selv kunne velge fremgangsmåte uavhengig om det var rett eller galt. På den måten ble ordet «du» valgt som et direkte talende ord som understreker at vi var opptatt av hva elevene tenkte individuelt.

3.2.3. Intervjuguide

Ved valg av kvalitativ metode og bruk av intervju, ønsket jeg å få frem og sikre den informasjonen som kunne være relevant i forhold til studien. I følge Kvale og Brinkmann, 2009) inneholder en intervjuguide i semistrukturert intervju planlagte temaer med forslag til eventuelle spørsmål eller tilleggsspørsmål. Intervjuguiden (vedlegg 1) ble strukturert i fem hoveddeler som tilsammen skal kunne dekke områdene som skulle legge til grunn for å svare på problemsstillingen. Delene er delt inn i regnefortelling, tallforståelse, argumentasjon, regnefortellingen på andre måter og avslutning. Spørsmålene dannet grunnlaget for intervjuet, samtidig som det var åpent for å kunne stille spørsmål med utgangspunkt i elevenes beskrivelser og utsagn. Dermed fungerte spørsmålsguiden som en fleksibel huskeliste.

Det var et viktig poeng for meg at spørsmålene i intervjuguiden skulle oppmuntre elevene til å reflektere over spørsmålene og valgene de tok i regnefortellingen. Spørsmålene baserte seg i hovedsak på ordene *hvorfor* og *hvordan* hvor hensikten var å få frem elevens argumentasjon. Samtidig baserte intervjuguiden seg på hva eleven hadde gjort. Som Schwarz og Prusak (2010, ref. i. Hovik & Solem, 2013) trekker frem, gir forklarende aktiviteter elevene muligheten til å oppklare ideer mens argumenterende aktiviteter innebærer formodninger knyttet til en påstand. I den forbindelse fikk elevene muligheten til å forklare og argumentere i samtalen.

I pilotundersøkelsen ble intervjuguiden testet ut for å få et innblikk i hvordan de ulike spørsmålene ville fungere. Basert på pilotundersøkelsen fikk jeg en forståelse for spørsmålenes virkning, og det ble gjort få korrigeringer til de neste intervjuene. De få korrigeringene gikk på plassering av de ulike spørsmålene. Istedenfor å ta regnefortelling og regnefortelling på andre måter etter hverandre, ble de flyttet fra hverandre i den hensikt at elevene skulle få reflektere rundt metoden de valgte basert på hva de svare i tallforståelse- og argumentasjonsdelen.

3.3. Gjennomføring av datainnsamling

Datainnsamlingen foregikk over en periode på tilsammen fire uker hvor det ble gjennomført observasjoner, innsamling av skriftlige produkt i form av regnefortellinger og intervjuer. I løpet av fire uker var vi ute i feltet totalt seks dager.

UKE	HVA BLE GJORT?
45	Introduksjonsøkt, stasjon og pilotundersøkelse
Dag 1	Introduksjonsøkt med begge klassene (både A + B klasse) * 60 minutter i hver klasse Introduksjonsøkt; - Introduksjon av studenter og forskningsprosjektet - Hva er en regnefortelling? - Hva skal en regnefortelling inneholde? - Hva er argumentasjon? - Hva vil det si å argumentere?
Dag 2	Skriving av regnefortellinger (både A + B klasse) - Stasjonsarbeid; - Elevene snakker om regnefortellingen - Hvorfor har du gjort det slik? - Hvordan tenkte du? Pilotundersøkelsen ble gjennomført på bakgrunn av dag 1
46	- Oppsummering av uke 45 - Kartlegging av elever som er aktuell - Forberedelse til videre datainnsamling

47	60 minutter x2 - Semistrukturert intervju hvor elever produserer regnefortelling sammen - Totalt 3 grupper – seks elever
48	60 minutter - Semistrukturert intervju hvor elever produserer regnefortelling sammen - Totalt 1 gruppe – to elever

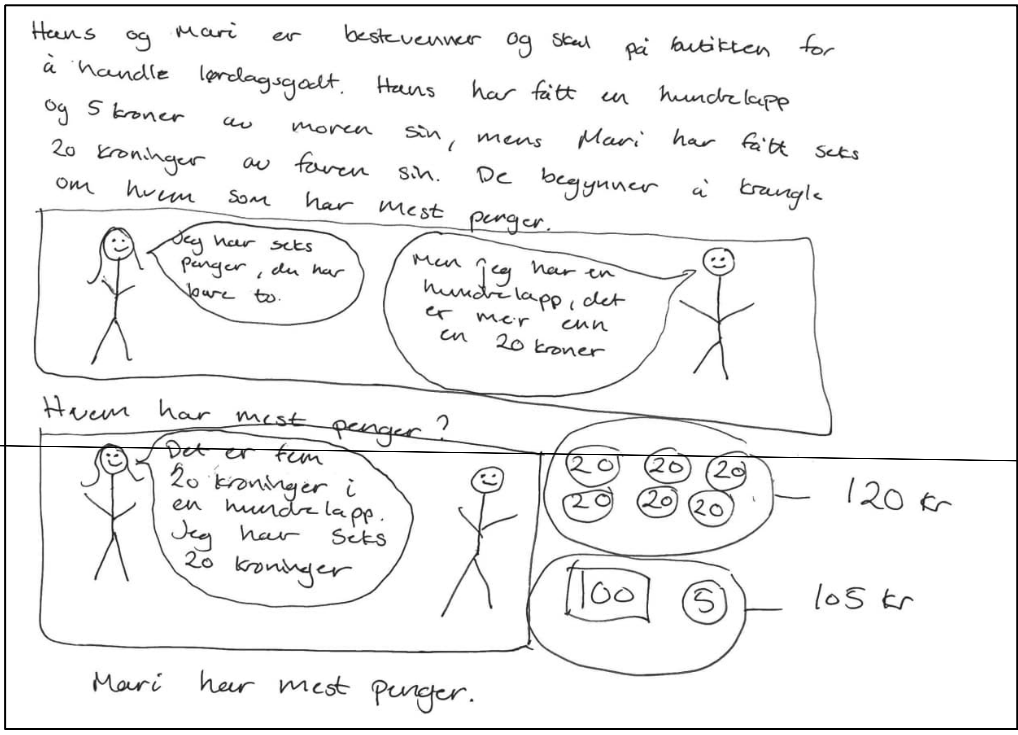
Figur 4: Oversikt over datainnsamling

For å få en forståelse for oppgavens fokus, er det viktig å få en helhetlig forståelse av datainnsamlingen. Gjennom datainnsamlingen har det blitt tatt valg med utgangspunkt i problemsstillingen. Det ble valgt å dele opp gjennomføringen i to deler, hvor det i første del inkluderer introduksjonsøkt, pilot og samtale med elever i stasjoner og andre del hvor det ble gjennomført intervju. Gjennom første del av datainnsamlingen valgte vi å inkludere oss ved å ta hovedansvaret for elevgruppen. Formålet med dette var at elevene skulle bli kjent med oss forskere gjennom å skape trygghet i klasserommet. Andre del av datainnsamlingen ble fordelt på to uker hvor en gjennomførte intervju med elever basert på første del.

3.4.1. Introduksjonsøkt

I uke 45 gjennomførte alle klassene en introduksjonsøkt med oss fire forskere. Formålet med introduksjonsøkten var å danne et overblikk og et grunnleggende utgangspunkt for resten av datainnsamlingsperioden. Introduksjonsøkten innebar blant annet repetisjon av hva er en regnefortelling i tillegg til introduksjon av begrepet argumentasjon. I forkant av datainnsamlingen fikk vi vite at elevene tidligere i skoleforløpet har arbeidet med regnefortellinger. Introduksjonsøkten startet med en presentasjon av oss forskere og om formålet til forskningsprosjektet. Dette ble gjort for at elevene skulle bli trygg på situasjonen og for å gi informasjon om hva som skal foregå de neste ukene.

Under introduksjonsøkten ble det lagt vekt på at vi alle er forskjellige og at alle kan tenke helt ulikt. Det ble presentert eksempler hvor vi forskere forklarte at ikke alle velger samme fremgangsmåter når de skal for eksempel regne i matematikk. Det var viktig at elevene ikke så på oss forskere som en fasit som sjekker om de tenker rett eller galt. Formålet var å kunne se hva elevene tenkte og prøve å forstå hvorfor de tenkte slik. Det ble derfor utformet et tankekart hvor vi felles gikk igjennom ulike modaliteter som tegning, addisjon, substruksjon, skriving også videre. Dermed fikk elevene også en mulighet til å se at det finnes flere modaliteter eller muligheter for å utrykke deres tenkemåter. I tillegg til regnefortelling ble det lagt vekt på argumentasjonsbegrepet. Betydningen av argumentasjon ble diskutert i klassen. Noen enkelt elever hadde litt kjennskap til begrepet fra før, men begrepet var ukjent for de fleste elevene. Det ble presentert en regnefortelling vi forskere hadde utarbeidet på forhånd.



Figur 5: Eksempeloppgave - introduksjonsøkt

Regnefortellingen viste hvordan en kan lage en regnefortelling med flere modaliteter. I tillegg var det ønskelig å gi elevene en forståelse for hvordan argumentasjon kan komme til syne i regnefortellingen. I forbindelse med introduksjonen av begrepet argumentasjon, ble elevene oppfordret til å synliggjøre deres tankegangen og argumentasjon. Kun halve regnefortellingen ble vist, og elevene fikk spørsmålet «hvem har mest penger?». Elevene satt sammen med læringspartneren og prøvde å finne ut av hvem som hadde flest penger. På den måten fikk elevene selv oppleve å bli utfordret ved å argumentere for sin påstand om hvem som hadde flest penger. Mens undervisningen pågikk ble det notert ned observasjoner.

3.4.2. Pilotundersøkelse

Alle elever skrev i uke 45 en regnefortelling. I den forbindelse fikk vi derfor en mulighet til å kombinere dette med gjennomføring av pilotundersøkelse. Under pilotundersøkelsen ønsket jeg å få et inntrykk av elevene i tillegg til å teste utstyr og metode. Pilotundersøkelsen ville gi en pekepinn på hvordan jeg ønsket å samle inn data. Det ga også et inntrykk med tanke på utforming av oppgave, plassering og egen tilnærmelse.

I pilotundersøkelsen ble to elever tatt med inn på et grupperom hvor det sto to stoler og to pulter. Disse to elevene ble observert under introduksjonsøkten og ble kategorisert som muntlige aktive når de skulle diskutere argumentasjonen i regnefortellingen. Elevene sitter i tillegg ved siden av hverandre i klasserommet og er læringspartnere. Kameraet ble holdt av en annen forsker mens jeg snakket med elevene. Elevene fikk utdelt oppgaveteksten og et felles ark hvor de skulle lage regnefortellingen. Før pilotundersøkelsen ble gjennomført, ble det laget et intervjuguide som tok utgangspunkt i oppgavetekstens krav og noen tilleggsspørsmål. Dette var for å se om spørsmålene fungerte og ga oss svar på det vi ville finne ut av. På den måten ga det oss en mulighet til å se hvordan jeg burde forholde meg til intervjuene senere i datainnsamlingen.

3.4.3. Stasjoner

I første del av datainnsamlingen ble det gjennomført en stasjon hvor elevene hadde en samtale om regnefortellingene de hadde skrevet. Elevene ble satt sammen i grupper på fire – fem. Formålet med samtalen var å se hvordan elevene var muntlige aktive i samhandling med andre. I tillegg ønsket vi å se hvordan elevene snakket om regnefortellingen sin og hvordan de presenterte den. Elevene ble oppfordret til å spørre spørsmål om «hvorfor har du tenkt slik?» eller «hvordan vet du at svaret er riktig?». Hver gruppe hadde en forsker tilstede som inkluderende og hjelpende i prosessen.

3.4.4 Intervju

Intervjuene ble gjennomført på ledige grupperom ved elevenes skole. Alle intervjuene startet med en kort forklaring på hva elevene kunne forvente av intervjuet og hva intervjuet gikk ut på. Her ble det blant annet beskrevet hva elevene skulle gjøre og hva vi skulle gjøre sammen. I tillegg ble begrepene argumentasjon og regnefortelling repetert i og med at elevene selv uttrykte at de ikke husket hva det var. Elevene ble presentert for lyd- og videoopptak utstyret, og ble samtidig informert om at de når som helst kunne trekke seg fra intervjuet og prosjektet. Det var i tillegg nødvendig å presisere at video – og lydopptaket skulle brukes i en studie hvor de ikke ville bli kjent igjen. Som beskrevet i introduksjonsøkten, se kapittel 3.4.1., ble det lagt vekt på at ingenting er rett eller galt. Deretter fikk elevene utdelt et felles ark og to blyanter. Det ble opplyst at elevene skulle produsere en regnefortelling baser på deres interesse sammen på arket.

Formålet med intervjuet var å skape en stemning hvor elevene følte seg komfortabel. Intervjuene varte mellom 25 min til ca. 35 min. Jeg startet intervjuet med å stille noen spørsmål knyttet til regnefortellingen. Disse spørsmålene ble sett på som relativ enkle å svare på, og var en form for oppvarming. Deretter fortsatte jeg med spørsmål som i større grad utfordret elevene til refleksjon og mer fyldighet i svarene. Det var viktig for meg å ikke forstyrre eller «legge ord i munnen» på elevene for å få disse type svar. Om en elev svarte «det samme som han/hun» valgte jeg å spørre spørsmål direkte til denne eleven slik at han eller hun fikk muligheten til å utdype og forklare hva han eller hun mente med «det samme». En av strategiene for å få elevene til å komme med fyldigere svar og mer refleksjoner var å sitte stille og lytte til tross for stillhet. I og med at elevene ble intervjuet i elevpar, gjorde dette at elevene ved flere anledninger utfylte hverandres utsagn.

Jeg var nøye med å vise interesse for det som ble sagt, og gi oppmuntrende kommentarer slik at elevene skulle føle at jeg var genuint interessert i hva de sa. Oppmuntrende kommentarer var blant annet *ja, hm, nettopp, aha, mhm* eller annen respons som et nikk. Hvilke spørsmål elevene ble stilt varierte mellom de ulike intervjuene. I det ene intervjuene ble det stilt flere spørsmål enn i det andre. Spørsmålene var utformet fra intervjuguide og situasjonen ved at en i enkelte situasjoner ønsket en dypere beskrivelse.

3.4.5. Transkripsjon

Det å transkribere er ikke en enkel prosess. I følge Kvale (1997) kan transkripsjon bli sett på som en egen tolkningsprosess hvor en har en kunstig konstruksjon av kommunikasjon fra muntlig til skriftlig form. Dette inkluderer blant annet en rekke valg som påvirker transkripsjonsprosessen. Det kan være krevende å transkribere, men kvaliteten på transkripsjonene kan forberedes ved en klar prosedyreintroduksjon og beskjeder med formålet (Kvale, 1997, s.103).

I denne studien er video- og lydopptak transkribert. Transkripsjonene er utført i en modell basert på Kieran (2001) hvor ytringer og hendelser blir nøye beskrevet i hver sin kolonne. Modellen tar for seg hvordan deltakerne i en samtale beveger seg mellom ulike kommunikasjonskanaler og ulike nivåer av samtalen (Kieran, 2001, s.194). Elevparene i studien har fått fiktive navn og reflekterer ikke nødvendigvis deltakernes kjønn. Valget for fiktive navn ble tatt på bakgrunn av at kjønn ikke har noen betydning for studiens formål eller hva studien søker innsikt i. Ordene elevene ytrer er nedskrevet i den rekkefølgen det er sagt, og transkripsjonen er skrevet på standardisert bokmål for å bevare elevens anonymitet. Til tross for video- og lydopptak var det flere tilfeller hvor ikke all lyd var mulig å oppfatte. Blant annet opplevde jeg flere situasjoner hvor det var vanskelig å oppfatte hva eleven sa. Dette er indikert som lav *hvisking*.

3.4. Rammeverk for analyse av tallforståelse og argumentasjon

Hvilket analyseverktøy en velger å ta i bruk, påvirker kvalitetene en ser etter i elevene sin tallforståelse og argumentasjon. Toulmin (2003) og McIntosh et.al. (1992) er tatt i bruk som analyseverktøy for å legge tydelige og like rammer for analysen. Resultatet påvirkes av analyseverktøy og det er derfor valgt et verktøy som på best mulig måte kan kaste lys over problemstillingen.

3.4.1. McIntosh et.al. (1992) som rammeverk

Intervjuene som er transkribert er kategorisert for å få oversikt over innholdet. Dette er gjort siden kategorisering kan gjøre det lettere å sammenligne og teste hypoteser (Kvale & Brinkmann, 2012, s.210). Kategoriene som inkluderer tallforståelsen er sortert i samtalene med utgangspunkt i McIntosh et.al. (1992) sine komponenter i tallforståelse. Formålet med å kategorisere elevsamtalene på denne måten var å strukturere innholdet i samtalen slik at de kan presenteres og vist i analysen.

Tallforståelsen hos elevene er gjennom McIntosh et.al. (1992) analysert gjennom deres tre komponenter innen tallforståelse: (1) Kunnskap om tall, (2) Kunnskap om regneoperasjoner, (3) Å bruke kunnskap om og anlegg med tall og operasjoner til beregningssituasjoner. I denne oppgaven kan komponentene gi en oversikt over tallforståelsen hos elevene og si noe om tallforståelsen hos en 3.klassing. Dette studie tar utgangspunkt i kvalitativ tilnærming og det er derfor aktuelt å se på tallforståelsen på et dypere plan. McIntosh et.al. (1992) gir mulighet til å gå dypere inn i elevens tallforståelse ved å se på ulike komponenter. Dette kan hjelpe oss til å se tendenser i datamaterialet og en kan få et grovt innblikk i hvordan tallforståelsen er hos enkelte elever på 3.trinn.

McIntosh et.al. (1992) legger vekt på tre ulike komponenter de mener i stor grad kan påvirke tallforståelsen. De tre komponentene tar utgangspunkt i tall og hva kunnskapen om tall innebærer. En person med god tallforståelse vil, i følge McIntosh et.al. (1992) tenke og reflektere over tallene, operasjonene og resultatet som blir produsert. I denne analysen vil jeg se etter elevens kunnskap om tall, elevens kunnskap om regneoperasjoner og kunnskapen eleven har til å anvende kunnskap man har i ulike beregningssituasjoner.

3.4.1.1. Kunnskap om tall

For å kunne si noe om elevens kunnskap om tall, ønsket jeg å se etter ulike kvaliteter i elevens ytringer. Blant annet ville jeg se om eleven klarer å organisere tall og dens plassverdi. Jeg ønsket også blant annet å se etter hvordan eleven bruker ulike representasjoner i møte med tallene og hvordan eleven gjenkjenner verdien av tallene de møter. I tillegg ville elevens oppfatning av mengde og størrelse kunne fortelle meg noe om hvilken kunnskap de har til tallene i tallsystemet.

3.4.1.2. Kunnskap om regneoperasjoner

Det å forstå effekten av ulike regneoperasjoner og forstå forbindelsen mellom operasjonene er to av de kvalitetene jeg så etter under kunnskap om regneoperasjoner. Å forstå de formelle reglene som for eksempel den kommutative lov var en kvalitet som jeg så etter. Jeg ønsket også å se på hvordan elevene i hver løsning viser en annen måte å tenke på problemet. På den måten kunne eleven vise et bredt spekter av forståelse for regneoperasjonen og hvordan eleven forstår hver enkel del.

3.4.1.3. Å bruke kunnskap om og anlegg med tall og operasjoner til beregningssituasjoner

Her så jeg se etter hvordan elevene forstår hvordan tall og hvilke tall som brukes regneoperasjonen opererer. Brukte eleven lette tall, kunne dette si noe om elevens forhold til tall derav deres tallforståelse. En annen kvalitet jeg så etter var hvordan elevene anvender andre strategier om den strategien de valgte på forhånd ikke fungerte. Dermed kunne jeg få et inntrykk om eleven har bevissthet rundt strategien.

3.4.2. Toulmin (2003) som rammeverk

For å kunne se på argumentasjonen hos elevene ønsker jeg å ta i bruk Toulmin (2003) og hans fire elementer: belegg, påstand, hjemmel og ryggdekning. Analyseverktøyet er til hjelp for å finne og tydeliggjøre kvaliteter som kjennetegner de ulike nivåene. I tillegg kunne analyseverktøyet være med på å gi en innsikt i fellestrekk og ulikheter mellom elever. I kapittel 2.6 er hver av de fire elementene skildret, og analysen er gjennomført med en forståelse av begrepene slik de er representert der.

Toulmin (2003) vektlegger emne og konteksten for at et argument skal sees som et gyldig argument. Et argument kan bygges opp på flere ulike måter hvor enkelte argument kan ha en tydeligere formidling enn andre. Formålet med argumentasjonen er blant annet å kunne argumentere for valg av fremgangsmåter. Modellen er inspirert av Krummheuer (1995) hvor han har satt to elever inn i samme modell. Å sette sammen to elever inn i samme modell vil kunne vise de viktige bidragene ved elevens uttalelser til utviklingen av argumentasjonen. Jeg ønsket å se hvordan elevene bruker sin tallforståelse og argumentasjon, og det var dermed nyttig å se utsagnene i samspill med hverandre. I og med at elevene også argumenterer ut fra et elevpar, vil det også være interessant å se hvordan elevene sammen eller ikke sammen argumenterer. I kommende avsnitt ønsker jeg å gjøre en kort utdypning på hvordan modellen er tatt i bruk.

3.4.2.1. Påstand

En påstand er i denne studien sett på elevene konklusjon og bakgrunnen for argumentasjonen. Påstanden er sett på som en uttalelse elevene argumenterer for, og er i denne studien sett på som en mulig løsning på regnefortellingen, eller noe elevene hevder. For eksempel vil svaret på regnefortellingen danne grunnlaget for eleven sin utforming av en påstand.

3.4.2.2. Belegg

Belegget er blitt sett på som en begrunnelse eller støtte som er med på å styrke gyldigheten i den gitte påstanden. Alle opplysningene og faktorene som er blitt presentert av elevene vil bli presentert under denne kategorien. For eksempel er faktaopplysninger eller løsningsmetoder valgt som belegg. Det elevene har lagt som grunnlag for påstanden blir presentert som belegg. Toulmin (2003) forklarer at belegg og påstand er bundet sammen som leddsetninger. Når elevene blir spurt «hvordan tenker du» eller «hvorfor har du kommet frem til det» kan dette oppfordre elevene til å presentere hva de selv legger til grunn for den gitte påstanden.

3.4.2.3. Hjemmel

Hjemmel er blitt sett på som en bro mellom påstanden og belegget. Dette blir sett på som en nødvendig ytterligere støtte. For eksempel om belegget blir utfordret, må elevene produsere en støtte eller forsøke å rettferdiggjøre belegget og dens relevans mot påstanden. Dette har blitt sett på som tilleggsinformasjon som blant annet er blitt representert gjennom regnemetoder eller andre faktorer som kan styrke belegget.

3.4.2.4. Ryggdekning
Under elementet ryggdekning har jeg sett på elementer som er spesifikasjoner som kan styrke påstand, belegg og hjemmel. Disse spesifikasjonene har tatt utgangspunkt i blant annet grunnleggende ferdigheter som er blitt sett på som en matematisk forklaring. Det er for eksempel tilfeller hvor elever bruker fingertelling eller annet. Dette er blitt sett på en ekstra støtte og dermed en ryggdekning. Når elevene blir spurt «hvorfor har du kommet frem til det svaret» eller «hvordan vet du at det er rett» kan eleven bli oppfordret til å formulere en ryggdekning som støtter opp under hjemmelen.

3.5. Etiske hensyn
I studien er det tatt etiske hensyn for å ivareta oppgaven sin reliabilitet og for å ivareta informantene sin anonymitet både før, under og etter datainnsamlingen. Prosjektet ble godkjent av Norsk Senter for Forskningsdata (NSD), en prosess prosjektlederen fra LATACME hadde ansvar for. Det var nødvendig å få det godkjent prosjektet i og med at vi skulle filme elevene for å samle inn data. Videopptak ble valg for å få en dypere og mer detaljert innsikt i elevens kroppsspråk som ikke ville blitt synlig om det kun ble brukt et lydopptak. Før datainnsamlingen ble det levert ut et samtykkeskjema (vedlegg 2) til elevene og foresatte. Kun de elevene som leverte tilbake samtykkeskjema har blitt aktuell for masteroppgaven. Elevene hadde når som helst muligheten til å trekke seg fra forskningsprosjektet. Materialet har blitt håndtert konfidensielt i etterkant av datainnsamlingen.

3.5.1. Forskning på barn
Det å forske på barn og unge har en del fellestrekk, men samtidig kan man se at det finnes et kjennetegn ved barn som kun er særegent for barn. Barnas behovs for beskyttelse kan stille forskere ovenfor etiske utfordringer som er annerledes enn ved å forske på voksne mennesker (Tangen, 2010 s.318). Dette ble dermed tatt hensyn til i utformingen og gjennomføringen av datainnsamlingen. Valg av metode og informasjon må tilpasset barnet sin alder. Det var derfor viktig at utforming og gjennomføring av oppgaven som elevene arbeidet med ble tilpasset til barna som skulle delta. Blant annet ble oppgaveteksten ble tilpasset elevene i forhold til elevenes forutsetninger. Som nevnt, kapittel 3.3.2., var det ønskelig å utforme en oppgave som appellerte til flest mulig elever, uavhengig av matematiske ferdigheter. På den måten fikk elevene muligheten til å oppnå mestring på sitt nivå.

3.5.2. Samtykke

Innen forskning er en pliktig å gi informasjon om studiet og studiets formål. Som forsker har jeg informasjonsplikt ovenfor deltakerne hvor en skal innhente personopplysninger (Norsk Senter for Forskningsdata, 2018). I denne studien var det nødvendig å innhente samtykke fra deltakerne i og med at videopptak blir benyttet som en metode. For at samtykket skal være gyldig, må det være frivillig, spesifikt, informert og utvetydig (Norsk Senter for Forskningsdata, 2018). Av totalt 80 elever fikk skolen tilbake tilsammen 47 samtykkeskjemaer. De 47 elevene som kom tilbake med samtykkeskjema, ble også informert om at de selv kunne velge om de ville delta eller ikke. Før intervjuene ble elevene spurt om dette var noe de selv ønsket å være en del av. På den måten fikk elevene muligheten til å svare ja eller nei. Selv om de 47 elevene hadde svart på samtykkeskjemaet, opplevde jeg at enkelte ikke ønsket å delta i studien. Det var derfor viktig å gi eleven en ekstra mulighet til å trekke seg fra prosjektet. Ingen av elevene som ikke leverte inn samtykkeskjema ble filmet eller gjort lydopptak av.

3.5.3. Undersøkelsens reliabilitet og validitet

«Sampling, reliability and validity are key matters in research; without due attention to these the research could turn out to be worthless» (Cohen, Manion & Morrison, 2007, s.109)

Målet med denne studien er å ikke generalisere, men forsøke å forstå samspillet mellom tallforståelse og argumentasjon. Datamaterialet som er samlet inn gjennom video- og lydopptak lar seg ikke generalisere for flere elever. Funnene som er gjort i analysen vil si noe om hvordan de fire elevene argumenterer og bruker sin tallforståelse.

Reliabilitet har med forskningsresultatenes konsistens og troverdighet å gjøre (Kvale & Brinkmann, 2015, s.276). Studien er nøye planlagt sammen med fire andre studenter, både når det gjelder valg av oppgave, krav og gjennomføring osv. Reliabilitet behandles ofte i sammenheng med spørsmålet om hvorvidt et resultat kan reproduseres på andre tidspunkter av andre forskere (Kvale & Brinkmann, 2015, s.276).

Da jeg intervjuet elevene hadde jeg et mål om å få en innsikt i hvordan elevene argumenterte for bruken av regnestrategi. Som Kvale og Brinkmann (2015) påpeker hvorvidt resultat kan reproduseres på andre tidspunkt, vil intervjuene i denne studien bære preg av mitt fokus gjennom utforming av spørsmål. Dette gjør at det trolig vil forekomme ande resultater dersom en annen hadde benyttet seg av samme intervjuguiden. Om datainnsamlingen utføres enda en gang, kan elevens forståelse være påvirket av de erfaringene de har fått. Samtidig kan metoden brukes av andre på elever som ikke har deltatt i prosjektet. På den måten vil en kunne få muligheten til å få en ny innsikt i hvordan elever argumenterer for regnestrategier, for eksempel.

Validiteten i studien baserer seg på valget om å studere både det skriftlige, filming av elever mens de produserer regnefortelling og intervjuet. Ved å analysere intervju i kombinasjon med tekstanalyse av regnefortellingen vil kunne gi et bredere innsikt i elevens forståelse og argumentasjon. Dette kan også være med på å styrke min analyse av seks tredjeklassingers tankegang gjennom å se på elevenes argumentasjon. Dermed styrker dette oppgavens validitet. Samtidig kan det være andre faktorer som påvirker resultatene. En viktig del er å se på hvordan regnefortelling blir brukt som arbeidsmetode i studien. Elevene har til en viss grad arbeidet med regnefortelling tidligere, og det er derfor viktig å reflektere over hvordan denne arbeidsmetoden kan påvirke elevens forståelse. I og med at ordet argumentasjon ble introdusert i kombinasjon med regnefortellinger, må man ta høyde for at det kan oppstå forvirring for elevene. Man kan spekulere om resultatet hadde vært annerledes hvis argumentasjon hadde blitt introdusert alene hvor elevene arbeidet med å finne argumentasjon i regnefortellinger eller hvis elevene selv måtte argumentere for en gitt påstand. I tillegg kan hele settingen rundt datainnsamlingen være en faktor som kan påvirke eleven. Vi var fire forskere som kom inn i et klasserom hvor vi ikke kjente til elevene i forkant. I forbindelse med datainnsamlingen ble det også brukt video- og lydopptak som elevene ikke hadde bekjentskap til. Dette er faktorer som kan spille inn på resultatet.

4. Resultat og analyse

Datamaterialet som er samlet inn gir et innblikk i hvordan elever på 3.trinn argumenterer for en matematisk påstand og hvordan eleven bruker sin tallforståelse. McIntosh et.al. (1992) sine komponenter for tallforståelse og Toulmin (2003) sin argumentasjonsstruktur blir i dette kapittelet tatt i bruk for analysere datamaterialet. Denne studien tar utgangspunkt i fire elever som alle går i 3.klasse. Formålet med studien er å søke innsikt i samspillet mellom tallforståelse og argumentasjon. I analysen vil det bli lagt vekt på hvilke kvaliteter som kjennetegner argumentasjonen og hvilken tallforståelse som kommer tilsynet hos elevene.

Strukturen i analysen tar utgangspunkt i de to forskningsspørsmålene som legger føringen på hvordan problemsstillingen vil bli besvart.

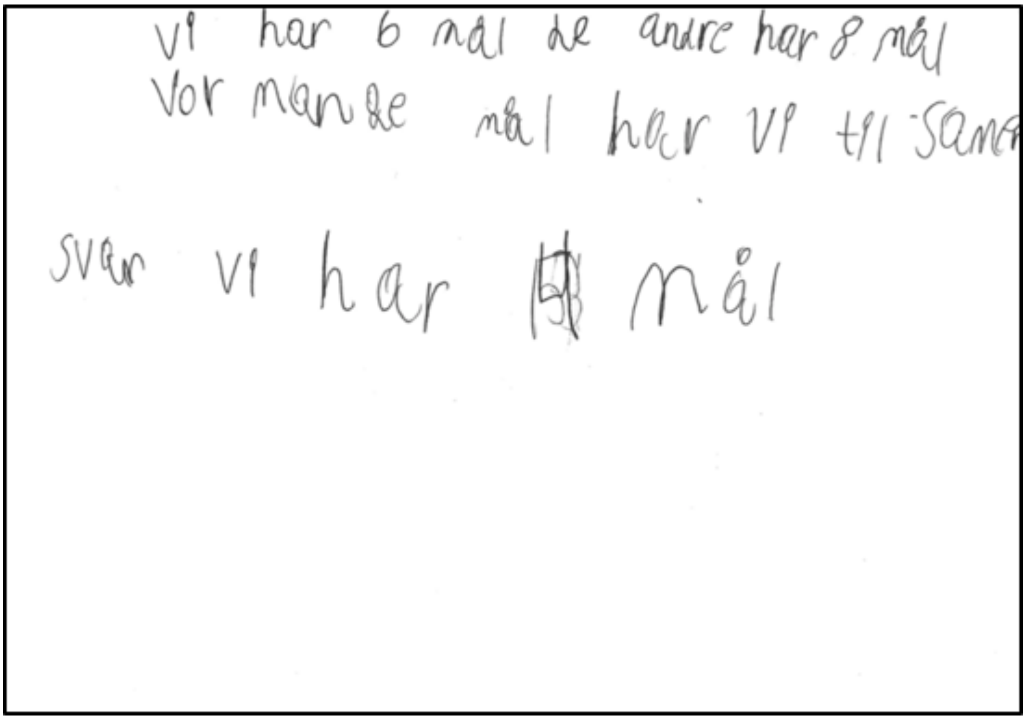
- Hva kjennetegner elever sin argumentasjon på 3.trinn?
- Hva kjennetegner elever sin tallforståelse på 3.trinn?

Analysen er delt opp i to deler. Første del vil ta for seg elevgruppe 1 hvor argumentasjon og tallforståelse blir analysert. Deretter vil jeg ta for meg analyse av argumentasjon og tallforståelse i elevgruppe 2. Ved argumentasjonsanalysen vil hver av elevgruppene bli sett i lyset av Toulmin (2003) sin modell, mens jeg vil bruke McIntosh et.al. (1992) komponenter til å identifisere tallforståelsen. Elevene blir presentert i ulike farger og vil ha fiktive navn som er blitt diktet opp.

4.1. Elevgruppe 1

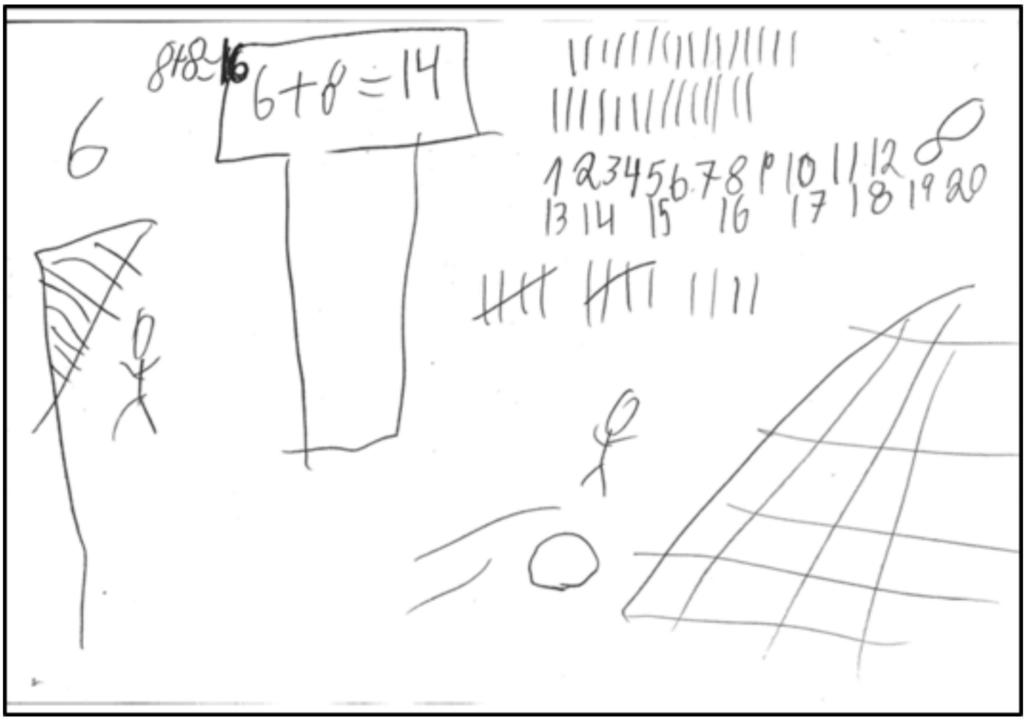
Den første elevgruppen er satt sammen av elevene «Mattias» og «Anders». «Mattias» og «Anders» sitter ved siden av hverandre i klasserommet og basert på observasjon kan en tenke seg frem til at de har en god relasjon til hverandre. «Mattias» og «Anders» var begge delaktige i pilotundersøkelsen, og har gjennom observasjon og interessante regnefortellinger blitt tatt med i studien. Begge elevene ble valgt ut basert på observasjoner gjort i klasserommet, se kapittel 3.3.2.

«Mattias» og «Anders» får utdelt oppgaveteksten og et blankt ark hvor de skal lage en regnefortelling basert på deres fellesinteresse. De starter arbeidet med å finne ut hvordan de kan løse oppgaven. «Mattias» tar inaktiv og spør om de skal skrive om fotball. «Anders» svarer med å si at det kan de gjøre. Deretter starter «Mattias» med å skrive mens «Anders» snakker. «Anders» foreslår at de bruker tallene seks og fire når de snakker om antall mål. «Mattias» skriver ned tallet seks, men velger istedenfor fire å bruke tallet åtte. «Mattias» teller på fingrene etter å ha skrevet ned tallene. «Anders» gjentar «Mattias» sin telling, og begge ender på tallet 14. Dermed har de laget en regnefortelling sammen basert på deres fellesinteresse, se figur 6 og 7.


vi har 6 mål de andre har 8 mål
vor mange mål har vi til sam
svar vi har 14 mål

Figur 6: "Mattias" og "Anders" regnefortelling -1

Tekst: «vi har 6 mål de andre har 8 mål
vor mange mål har vi til samen
svar vi har 14 mål»



Figur 7: "Mattias" og "Anders" regnefortelling-2

Basert på deres fellesinteresse valgte de å skrive en kamp hvor «vi» har seks mål mens de andre har åtte mål. Tilsammen har de 14 mål. Regnefortellingen til «Mattias» og «Anders» danner utgangspunktet for samtalen, og er i tillegg grunnlaget for analyse av tallforståelse og argumentasjonen. I første del av analysen ser jeg på argumentasjonen som finner sted under samtalen med «Mattias» og «Anders». Deretter ser jeg på «Mattias» og «Anders» sin tallforståelse før jeg tilslutt vil se på gruppesamarbeidet.

4.1.1. Argumentasjon – «Mattias» og «Anders»

Begynnelsen på denne samtalen virker å være preg av flere momenter. «Mattias» og «Anders» skal forholde seg til hva de skal gjøre i tillegg til at de nå er i en situasjon som kan virke «unaturlig» med tanke på video- og lydopptak. Ved flere anledninger sitter «Mattias» og «Anders» og ser mot videokameraet mens de snakker og diskuterer. Flere ganger kikker de bort på meg og deretter mot kameraet. Det kan virke som om «Mattias» og «Anders» opplever dette som en ubehagelig og utrygg situasjon basert på deres oppførsel. I tillegg er «Mattias» og «Anders» blant de første elevene som blir tatt ut til video- og lydopptak. Dette kan i tillegg være en påvirkning i og med at ingen har vært inne før de.

Som nevnt velger «Mattias» og «Anders» å bruke tallene åtte og seks når de snakker om antall mål som blir scoret i deres regnefortelling. Det kan se ut som de velger å benytte seg av addisjon som regneoperasjon da «Anders» forklarer at seks pluss åtte er lik 14. Elevene blir oppfordret til å lese opp regnefortellingen når de er ferdig med å skrive. «Mattias» leser opp mens «Anders» sitter og lytter. Jeg spør «Anders» og «Mattias» om hvordan de kom frem til at det totalt var 14 mål tilsammen. I tillegg spør jeg de hvordan de kan vite at tallet 14 er et korrekt svar i forhold til opplysningene i regnefortellingen. «Mattias» forklarer at de har telt inni seg mens «Anders» svarer at de har telt på fingrene hvor mye det var. Det kan virke som «Mattias» baserer seg på en tidligere situasjon når han svarer. Tidligere i samtalen velger «Mattias» å telle på fingrene mens han ikke sier tallene. Dette kan være bakgrunnen for at «Mattias» svarer at han har telt inni seg, i og med at han ikke sa tallene høyt da han telte. Samtidig kan det se ut som at «Anders» også tar utgangspunkt i denne situasjonen når han trekker inn fingertelling. Deretter blir «Mattias» og «Anders» spurt om hvordan de telte, se figur 8.

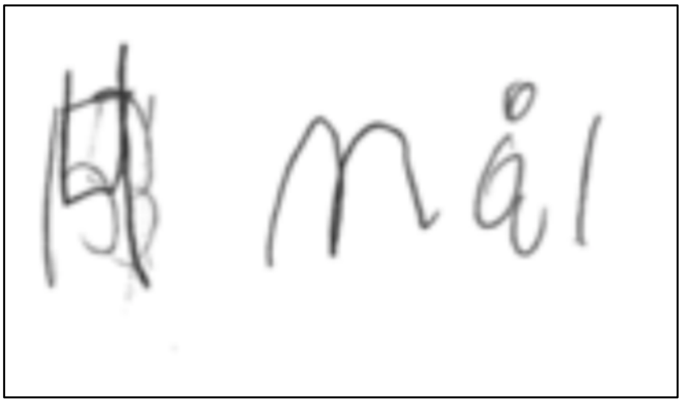
«Mattias» er representert med fargen grønn

«Anders» er representert med fargen gul.

HVA BLIR SAGT	HVA BLIR GJORT
[48] Forsker; Hvordan telte dere da? Telte dere.. [49] Mattias; åtte.. ni.. ti.. elve.. tolv.. tretten.. [50] Anders; Vi begynte med åtte fordi det er det høyeste. Vi begynte med åtte fordi det er det høyeste tallet [51] Forsker; Det er det høyeste tallet [52] Anders; også tok vi seks til. [53] Forsker; Også [54] Mattias; seks til. (Mattias teller på fingrene mens han hvisker tallene opp til tretten) [55] Forsker; Så da telte dere, [56] Anders; åtte med seks i tillegg [58] Forsker; I tillegg. Mhm, men hvordan kan dere vite at akkurat fjorten er riktig svar da? [59] Anders; Fordi vi brukte fingrene for å sjekke [60] Forsker; tretten? Hvordan har dere fått tretten? Hvorfor endret dere svar nå da? [61] Mattias; Det er rett [62] Forsker; Det er rett? [63] Mattias; Vi har seks mål og de andre har 8. Hvor mange har vi tilsammen. Da har vi åtte også plusser vi på seks. [64] Forsker; Så plusser på seks? [65] Anders; Okei, jeg har åtte. En.. to.. tre.. fire.. fem.. seks.. fjorten. [66] Mattias; Nei. [67] Anders; Jo se da. Her har vi åtte... en.. to.. tre.. fire.. fem.. seks.. Også har vi fjorten. [68] Forsker; Hva var det du tenkte da? [69] Mattias; Jeg tenkte ikke [70] Forsker; Du tenkte ikke, du bare fikk tretten. Men telte du noe for å få tretten? [71] Mattias; Jeg begynte på åtte	49 – M: teller på fingrene, ser ned på arket igjen 54 – M: ser seg rundt i rommet. Teller på fingrene 59 – M: henter frem viskelær, visker ut tallet 14 og erstatter det med 13. 61 – A: reiser seg opp fra stolen 63 – A: teller på fingrene. Teller opp til åtte og deretter videre til 14. 65 – A: tar opp åtte fingre. Henviser seg til M. Teller oppover til 14. 66 – M: rister på hodet. 67 – A: tar opp igjen åtte fingre. Viser tydelig til M. Teller oppover igjen.

Figur 8: Utdrag fra samtale - "Mattias" og "Anders"

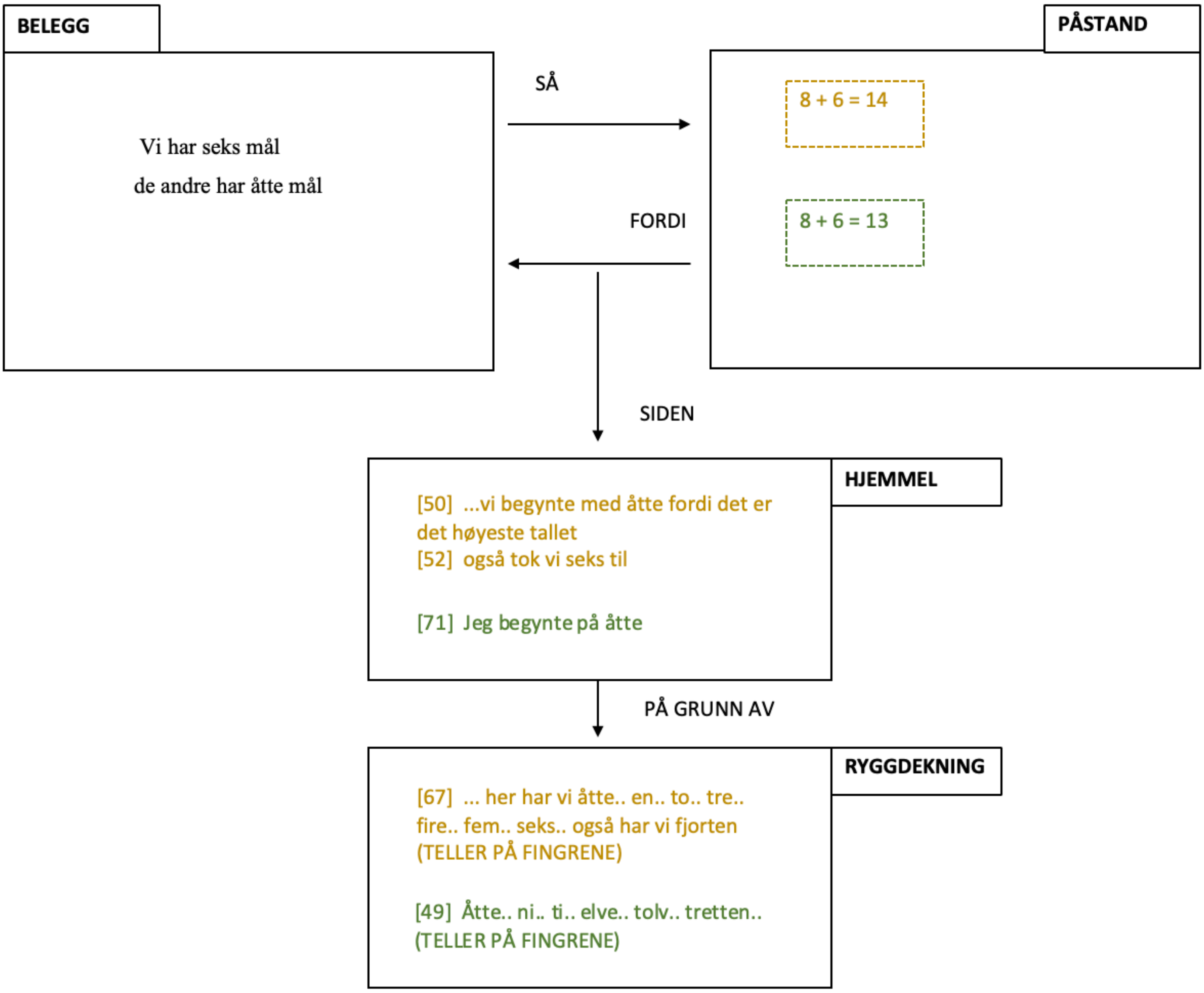
Under samtalen vist i figur 8 kan en se at det oppstår uenigheter mellom «Mattias» og «Anders». «Mattias» teller på fingrene sine og endrer svaret fra 14 til 13. Dette skjer mens «Anders» forklarer at han startet med åtte og tok seks til når han telte. «Mattias» visker vekk tallet 14 i regnefortellingen og erstatter dette med tallet 13, se figur 9. Videre ut i samtalen velger «Mattias» å viske ut tallet 13 og erstattet det med tallet 15. Dette vil senere bli analysert i kapittel 4.1.2.



Figur 9: Utdrag fra regnefortelling (svar) - "Mattias" og "Anders"

For å se på argumentasjonen i oppgaven har jeg valgt å ta utgangpunkt i situasjonen hvor «Mattias» endrer til svar fra tallet 14 til tallet 13. I dette tilfellet oppstår det en diskusjon hvor «Mattias» og «Anders» blir utfordret av hverandre til å overbevise den andre om at deres oppfatning og påstand er korrekt. For å analysere enkel argumentasjon har jeg valgt å ta utgangspunkt i Toulmin (2003) sin modell. Modellen er satt sammen av påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning. I tillegg har jeg valgt å sette utsagnene fra «Mattias» og «Anders» inn i en samme modell med den hensikt å se hvordan argumentasjonsprosessen fungerer gjennom samhandling med hverandre. Argumentasjonen består av implisitte og eksplisitte utsagn. De implisitte utsagnene er markert med en opphakket strek, mens de eksplisitte utsagnene vil stå som normalt.

I likhet med utdraget vil «Mattias» bli presentert i fargen grønn mens «Anders» blir presentert i fargen gul. De eksplisitte utsagnene er i tillegg markert med utsagn nummer slik at en kan gå tilbake i utdraget om nødvendig.



Figur 10: Toulmins modell - "Mattias" og "Anders"

Modellen baserer seg på Toulmin (2003) hvor en kan skjematisk trekke forskjeller mellom de ulike delene av et argument (Lavy, 2006, s.157). I modellen har jeg satt inn påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning fra samtalen med «Mattias» og «Anders». Jeg har valgt å sette inn en implisitt påstand både hos «Mattias» og «Anders». Ingen av elevene sier spesifikt at det er «8 + 6 = 13» eller «8 + 6 = 14», men ut i fra samtalen og hendelsene som oppstår vil en kunne implisitt si at «Mattias» og «Anders» argumenterer for hver av disse påstandene. «Anders» sin implisitte påstand, «8 + 6 = 14», baserer seg på den opprinnelige påstanden hvor «Mattias» og «Anders» ble enige om at svaret tilsammen var 14. Dermed kan «Anders» sin påstand også bli sett på som en eksplisitt påstand, i og med at dette var det svaret de skrev på regnefortellingen. Den implisitte påstanden til «Mattias», «8 + 6 = 13», baserer seg på situasjonen hvor «Mattias» visker ut tallet 14 i regnefortellingen og erstatter den med tallet

13. Meaney (2007) og Toulmin (2003) trekker begge frem at en påstand er basert på et synspunkt man fremstiller eller som blir fremstilt. I dette tilfellet kan en se på den implisitte påstanden som et synspunkt «Mattias» og «Anders» fremstiller gjennom samtalen, siden svaret eller påstanden er en foreslått løsning på regnefortellingen.

Samtidig kan man se på «Mattias» sin påstand som en innvending på den allerede gitte påstanden «Anders» argumenterer for. En innvendig kan utfordre slik at en blir nødt til å forsvare påstanden. Når «Mattias» endrer svaret fra tallet 14 til tallet 13, kan dette bli sett på som en utførelse som motstrider tidligere hendelser. «Mattias» og «Anders» lagde tidligere en regnefortelling hvor svaret ble 14, og under samtalen endrer «Mattias» svaret. Dette motstrider i tillegg hva «Mattias» tidligere mente. Tidligere i samtalen brukte «Mattias» fingrene til å telle til tallet 14. Når «Mattias» teller i senere tid på fingrene, kommer han til tallet 13. På grunn av at «Mattias» nå kommer til 13, kan det virke som «Mattias» ikke er enig med «Anders» og hans argumenter. Dermed kan den implisitte påstanden til «Mattias» også bli sett på som en innvending mot «Anders» sin påstand. Dette utfordrer «Anders» til å overbevise «Mattias» om at hans påstand er korrekt og motsatt.

For å kunne danne et argument må en ha belegg og påstand som grunnlag (Toulmin, 2003). Regnefortellingen til «Mattias» og «Anders» har blitt satt som belegget i argumentasjonen. En ren konklusjon uten belegg produsert i sin støtte, kan ikke kalles et argument (Krummheuer, 1995: Toulmin, 2003). Toulmin (2003) sier at belegget tar for seg de faktaene som ligger til grunn for påstanden. I dette tilfellet vil faktaopplysningene fra regnefortellingen danne grunnlaget for påstandene. «Anders» og «Mattias» tar utgangspunkt i opplysningene fra regnefortellingen når de argumenterer. «Anders» har fått svaret 14 på bakgrunn av at de har seks mål mens de andre har åtte, og «Mattias» har fått svaret 13 på bakgrunn av det samme. Dermed kan det tolkes som om «Anders» og «Mattias» bruker belegget til å begrunne påstandene sine. Dette er noe Meaney (2007) mener kan føre til at en får se på hvordan eleven tenker matematisk opp mot påstanden.

Både «Mattias» og «Anders» har ulike påstander, men tilsynelatende likt belegg. Som Toulmin (2003) sier kan det være nødvendig med en hjemmel om en er usikker på belegget eller om påstanden blir utfordret. I dette tilfellet blir påstanden til «Mattias» og «Anders» utfordret av at de begge ikke er enige med hverandre. En hjemmel kan bidra med å danne en bro mellom belegget og påstanden (Toulmin, 2003), og kan dermed hjelpe med å styrke argumentasjonen. «Anders» og «Mattias» argumenterer ut fra samme belegg, og trenger derfor en hjemmel som kan være med på å styrke gyldigheten ved å se på belegget sin relevans i forhold til påstanden (Krummheuer, 1995). Hjemmelen til «Anders» og «Mattias» er satt som hjemmel på bakgrunn av at de begge kan bidra med å utdype belegget og påstanden. I tillegg er hjemmelen med på å styrke gyldigheten i argumentasjonen ved dette tilfellet. Det er allikevel viktig å nevne at hjemmelen og belegget kan være vanskelig å skille i enkelte tilfeller. Simosi (2003) sier at dette er en av de hyppigste kritikkene til Toulmin sin modell.

[50] ...vi begynte med åtte fordi det er det høyeste tallet
[52] også tok vi seks til

Hos «Anders» har jeg tatt utgangspunkt i to utsagn som tilsynelatende hører sammen. Dermed har «Anders» en eksplisitt hjemmel. Utsagn[50] og [52] tar for seg «Anders» sin forklaring på hvorfor han kom frem til påstanden basert på belegget. Hjemmelen til «Anders» kan derfor være med på å utdype og forklare hans tanker bak den gitte påstanden. Han forklarer at han startet med åtte fordi det var det høyeste tallet og tok deretter seks til. På bakgrunn av dette fikk han tallet 14 som svar på regnefortellingen. Samtidig kan en se på «Anders» sin hjemmel som et ekstra forsvar på «Mattias» sin påstand eller innvending. Når påstanden blir utfordret ved spørsmål, kan hjemmelen til «Anders» bidra til å styrke gyldigheten i hans argumentasjon. Hjemmelen bidrar til en økt innsikt i den matematiske tenkningen hos «Anders». «Anders» sin hjemmel kommer til syne tidlig i samtalen nå han argumenterer for den allerede gitte påstanden som «Mattias» og han ble enige om da de produserte regnefortellingen. Dermed kan en se på «Anders» sin argumentasjon slik: Vi har seks mål, de andre har åtte → så 8 + 6 = 14 → siden vi begynte på åtte fordi det er det høyeste tallet også tok vi seks til. På bakgrunn av de faktaopplysningene hjemmelen gir, kan hjemmelen til «Anders» også bli brukt som et belegg i argumentasjonen.

[71] Jeg begynte på åtte.

«Mattias» sin hjemmel tar utgangspunkt i utsagn[71] hvor han forklarer at han startet på tallet åtte. På bakgrunn av at «Mattias» startet på tallet åtte, fikk han 13 som svar da han regnet. I likhet med «Anders» har «Mattias» en eksplisitt hjemmel. Hjemmelen vil her også i samsvar med «Anders» fungere som en forklaring som kan styrke gyldigheten i hans argumentasjon. Før utsagnet svarer «Mattias» at han ikke vet hva han tenkte. Dette fører til at jeg utfordrer «Mattias» til å forklare hvordan han telte for å få 13, og svarer med at han begynte på tallet åtte. Dermed kommer hjemmelen til «Mattias» kommer tilsynet sent i samtalen. «Mattias» sin argumentasjon kan bli sett på slik: Vi har seks mål, de andre har åtte → så 8 + 6 = 13 → siden jeg begynte på åtte.

Både «Mattias» og «Anders» benytter seg av fingertelling når de teller oppover. Hver enkel finger representerer ett tall. Krummheuer (1995) trekker frem i sin artikkel at fingertelling kan bli sett på som en telleprosedyre for addisjon. Dermed kan fingertelling også bli sett på som en universell begrunnelse og dermed en ryggdekning. I og med at begge elevene bruker fingertelling, har jeg derfor valgt å sette fingertelling inn som en ryggdekning hos begge. Ryggdekningen kan bli sett på som en ytterlig hjemmel og kan dermed være med på å støtte opp under hjemmelen. Hos «Anders» og «Mattias» vil ryggdekning være med på å styrke deres hjemmel. Når «Anders» forklarer at han begynte med åtte og deretter tok seks, viser ryggdekningen hans hvordan han utførte dette og kan dermed styrke hans hjemmel. Det samme gjelder «Mattias». «Mattias» forklarer at han begynte på åtte, og ryggdekningen viser hvordan han foretok tellingen. Dermed kan ryggdekningen til «Mattias» styrke hans hjemmel.

«Anders» og «Mattias» har to ulike oppfatninger og påstander. «Anders» starter med å vise åtte fingre før han teller videre med seks fingre. Han ender opp med tallet 14. «Mattias» starter på åtte og teller dermed en finger med åtte før han teller opp med seks. I motsetning til «Anders» ender «Mattias» på tallet 13. Begge elevene teller korrekt, men det er en forskjell mellom «Anders» og «Mattias». Gjennom Toulmin (2003) sin modell kan en se hvordan elevene bruker argumentasjonen for å argumentere for den gitte påstand. Dette gir oss et innblikk i hvordan elevene tenker og hvordan de prøver å overbevise om at deres påstand er korrekt. I hjemmelen til «Mattias» og «Anders» kan en allerede se en vesentlig forskjell. Når «Anders» forklarer hvorfor belegget hans og påstanden henger sammen, forklarer han at han begynte med tallet åtte. «Mattias» forklarer derimot at han startet på tallet åtte. Ordene «med» og «på» beskriver hvordan «Anders» og «Mattias» tenker og teller for å komme frem til påstanden. Når «Anders» begynner «med» tallet åtte, fortsetter han videre og unngår å telle tallet åtte to ganger. «Mattias» begynner «på» tallet åtte, og teller dermed tallet åtte to ganger. Dette gjør at «Mattias» teller slik: åtte.. åtte.. ni.. ti.. elve.. tolv.. tretten.. «Mattias» har nå telt seks tall opp og ender med 13. «Mattias» teller tallet åtte to ganger, i motsetning til «Anders» som kun teller tallet åtte en gang. Dette kan muligens si noe elevenes tallforståelse.

4.1.2. Tallforståelse – «Mattias» og «Anders»

En forståelse for tall og det tallsystemet vi bruker kan ansees å være en sentral faktor i utviklingen av tallforståelsen. Det å ha en forståelse for tall og regneoperasjoner, sammen med muligheten til å bruke den kunnskapen for å gjøre vurderinger og utvikle brukbare regnestrategier kan være med på å utvide tallforståelsen. «Mattias» og «Anders» har flere tilfeller hvor deres tallforståelse kommer til syne. På grunn av studiens fokus, har jeg sett meg nødt til å fokusere på utvalgte situasjoner. I likhet med argumentasjonskapittelet, vil «Mattias» bli representert i grønn og «Anders» representert i gul.

I argumentasjonskapittelet kommer det frem at «Mattias» teller dobbelt når han skal telle videre fra åtte. Han sier i utsagn[63], se figur 8, at han har seks mål og de andre har åtte. «Mattias» fortsetter med å forklare at vi da har åtte også plusser vi på seks. Når «Mattias» foretar dette ender det med at han teller tallet åtte to ganger og får dermed tallet 13 som svar. Ca. 1 og et halvt minutter etter «Mattias» endrer svaret fra tallet 14 til tallet 13, endrer han igjen. Denne gangen endrer «Mattias» fra tallet 13 til tallet 15. I figur 8 vil en også kunne antydninger på at det har stått tallet 15 på arket.

[74]: (hvisker); ni.. ti.. elve.. tolv.. tretten.. fjorten...... femten. *[teller på fingrene]*

[75]: Det blir femten.

[76]: Det blir femten? Og hvordan fant du ut at det ble femten da?

[77]: Vi har jo ...

[78]: Hvorfor har dere kommet fremt til femten da?

[79]: hm, vi telte på fingrene. Åtte.. ni.. ti.. elve.. tolv.. tretten. [starter med åtte fingre - teller på fingrene]

Dialogen over viser hvordan «Mattias» teller oppover og hvordan han får forskjellig svar for hver gang. I utsagn[74] ser vi at «Mattias» ender opp med 15 som svar og forsvarer dette med å si at «det blir femten». I likhet med tidligere bruker «Mattias» fingrene når han teller. Som vi kan se teller «Mattias» på to forskjellige måter. I det første utsagnet teller han fra åtte uten at han teller dobbelt, men ender på tallet 15. Her kan en også se at «Mattias» teller opp med syv tall istedenfor seks. Utsagn[79] viser at han teller tallet åtte dobbelt ved at han starter med åtte fingre og teller neste finger som tallet åtte. I forhold til kunnskap om tall, trekker McIntosh et.al. (1992) inn forståelsen for plassverdi, flere representasjoner av tall og det å kunne ordne tall innenfor og mellom andre talltyper som en sentral del av tallets orden. «Mattias» viser gjennom fingertelling og tellingen at han har en viss forståelse for tallets plassverdi. Han starter på et tall med et siffer og ender opp med et tall som inneholder to siffer.

«Mattias» benytter seg som nevnt av fingertelling og telling som regneoperasjon når han skal løse den matematiske utfordringen, som i dette tilfellet er regnefortellingen. Fingertelling og telling kan sees som to meget like regnestrategier, men samtidig er det to strategier som kan utfylle hverandre. I og med at «Mattias» velger å bruke strategiene samtidig, kan dette fortelle oss at han har en forståelse for forholdet mellom de to ulike strategiene. Dette er noe McIntosh et.al., (1992) ser på som flere måter å tenke på og løse problemet. Når «Mattias» viser fingrene mens han teller, kan dette vise at han løser problemet på to forskjellige måter. Dermed kan dette være med på å styrke hans forståelse. En også viktig del innen tallforståelse er å forstå regnestrategiens og operasjonens virkning (McIntosh et.al., 1992). Det kan virke som «Mattias» forstår at fingertelling og telling fører begge frem til et svar når en benytter addisjon, i og med at han velger å benytte denne strategien i de to tilfellene. Samtidig kan en stille seg undrende til hvorfor «Mattias» får to ulike svar. Det hjelper ikke å kun ha kjennskap til tall og regnestrategier, men en skal også kunne ha den kunnskapen til å bruke disse tallene og strategiene i beregningssituasjoner (McIntosh et.al., 1992).

«Mattias» benytter seg av lik regnestrategi flere ganger, og ender som nevnt opp med ulike tall. Først ser «Mattias» at han får tallet 14 (dette gjelder helt i starten når «Mattias» og «Anders» uformer regnefortellingen), deretter teller han opp til tallet 13, han teller igjen og får tallet 15 og tilslutt ender han opp med tallet 13 igjen. I og med at «Mattias» endrer svar en rekke ganger, kan det tyde på at han ikke har en bevissthet rundt sin valgte løsningsstrategi. Som McIntosh et.al., (1992) legger vekt på, innebærer tallforståelsen at en også skal kunne se om den valgte regnestrategien gir feil svar eller viser seg å være uproduktiv. Regnestrategien «Mattias» velger gir han totalt tre ulike svar, men til tross for det velger han den samme strategien videre. En mulighet for at han velger samme strategi, er at han ikke føler seg trygg nok på andre regnestrategier. Det kan dermed virke som «Mattias» velger en strategi og gjennomfører den uten å vurdere gyldigheten i svaret. Det kan være en mulighet at «Mattias» ikke har den generelle bevisstheten om at ulike strategier eksisterer, noe McIntosh et.al., (1992) trekker frem under tallforståelse.

Når «Mattias» argumenter for at svaret er 13, kan det se ut til at han går igjennom løsningen som blir produsert opp mot det opprinnelige problemet. Samtidig kan en se at «Mattias» ikke gjør dette når han endrer fra tallet 13 til tallet 15. Som McIntosh et.al., (1992) nevner, er det flere elever som utelater denne sjekken fordi resultatet ikke er viktig for dem. Dette kan en se igjen ved at «Mattias» ikke sjekker opp i svaret når han får svaret 15 og 13.

Samtidig trekker McIntosh et.al. (1992) frem kunnskapen som system av referanse som en del av kunnskapen om tall. I dette tilfellet kan en som sagt se at «Mattias» endrer svaret to ganger, tallet 13 til tallet 15 og omvendt. Ut i fra dette, ser man at «Mattias» muligens ikke klarer å bruke den numeriske referansen til å tenke på tall. McIntosh et.al. (1992) trekker dette inn som en nødvendig egenskap for å kunne bedømme størrelser i for eksempel et svar. Samtidig er tallene 13 og 15 nabotallene til 14, som vil være det korrekte svaret på regnefortellingen. Dette viser at «Mattias» kan ha tendenser til en numerisk referanse, i og med at han ikke kommer frem til et svar som er langt unna det korrekte svaret. Senere i samtalen viser «Mattias» tendenser igjen på numerisk referanse.

[131]:	Ja, eller åtte pluss åtte
[132]:	Da hadde det blitt seksten.
[133]:	Hvorfor hadde det blitt seksten da?
[134]:	Fordi at hvis vi dobler det liksom. Hvis vi tar begge to også tar vi liksom åtte pluss åtte. Det er jo lik seksten.

I utdraget kan vi se at «Mattias» blant annet dobler tallet åtte. «Mattias» i dette tilfellet fått en utfordring på å regne ut åtte pluss åtte. Han svarer at det blir 16 og forklarer at han dobler det. Den numeriske referansen kommer her tilsynet gjennom at «Mattias» forklarer at 16 er det dobbelte av åtte og at åtte er halvparten av 16. Dermed kan en si at «Mattias» har tendenser til numerisk referanse. I tillegg gjenkjenner han også den relative verdien av et tall eller mengde (McIntosh et.al.,1992). Han anser en generell størrelse av tallet 8 og 16, og forholder mellom disse tallene.

«Mattias» og «Anders» blir spurt om det finnes flere ulike måter de kan uttrykke regnefortellingen på. «Mattias» trekker frem pluss, mens «Anders» forteller at han kanskje kunne tegnet. «Anders» starter å tegne mens han forklarer at han ønsker å vise det litt «nøyere». «Anders» blir spurt om hva han mener med ordnet «nøyere», og han forklarer at de kan bruke bilde for å finne ut hvor mye det blir eller at man kan finne svaret.

[112]:	Men hvordan kan dere bruke det bildet for å vise... viser det noe?

[113]: eh.. nei, men det er liksom et bilde for å hjelpe oss litt for her er det seks og her er det åtte og da må vi bare ta det inn .. sånn liksom. Da bretter vi liksom arket liksom inn sånn
[tar arket opp og bretter det inn]

[114]: Okei?

[115]: Men da blir det sekstiåtte, men det er jo egentlig ikke viktig. Men liksom brette de, også bytter de liksom litt. *[bretter ut arket]*

«Anders» forklarer hvordan bildet hans kan være til hjelp, og forteller videre hvordan han kan brette sammen tallene seks og åtte. Brettingen av arket fører til utsagn[115] hvor han legger merke til at tallet ikke blir 14, men 68 hvis han bretter sammen arket. Han uttrykker «det er jo ikke viktig» mens han bretter ut igjen. Dette kan forstås som at «Anders» mener at det ikke er viktig og dermed ikke riktig når han bretter sammen arket. Det kan virke som om «Anders» vurderer hans svar i lys av det opprinnelige problemet. Den numeriske referansen kommer her til syne ved at «Anders» bedømmer størrelsen på tallet i forhold til det opprinnelige svaret. Det kan tenkes at «Anders» bedømmer tallet 68 som et høyt tall og dermed ikke viktig i forhold til regnefortellingen deres. Samtidig kan en forstå det slik at «Anders» implisitt adderer sammen tallene ved å brette arket sammen. Addisjon er en regneoperasjon, og det kan tenkes at «Anders» tester det ut ved å brette sammen arkene. En annen mulighet er at «Anders» ikke klarer å forklare hva han ser og gjør gjennom språket. Det å brette arket kan illustrere at han «legger til», men at han ikke ser at det ikke blir slik han trodde og at han dermed får vanskeligheter med å forklare seg.

Som McIntosh et.al. (1992) trekker frem er dette en metakogitive gjennomgang hvor en reflekterer over operasjonen og en evaluering av den valgte operasjonen. På bakgrunn av den metakogitive gjennomgangen kan en også si at «Anders» viser her tendens til å se effekten av den valgte strategien. Denne strategien kan bli sett på som lite effektiv i og med at den viser et tall som er høyere enn det korrekte svar. I tillegg kan en se at «Anders» har en relativ god forståelse for tall. Det kan tyde på at han forstår tallsystemet ved at han gjennomgår og vurderer tallet 68. At han bretter ut arket kan forståes slik at han forstår den relative og absolutte størrelsen på tallet. Det kan virke som om han gjenkjenner den relative verdien av tallet 68 i forhold til tallet 14..

I siste del av samtalen trekker «Mattias» og «Anders» inn tellestreker som en metode en kan bruke for å overbevise. De starter med enkle streker hvor hver strek representerer ett tall.

«Mattias» og «Anders» starter med å tegne ned seks streker og deretter åtte streker. På den måten har de seks streker hvor de legger til åtte streker. Dette kan være en effektiv strategi eller et verktøy som kan lede frem til et rett svar. I tillegg kan tellestreker bli sett på som et verktøy hvor det støtter en telleprosedyre. «Anders» og «Mattias» utvikler tellestrekene senere ved å gruppere tellestrekene i fem, se figur 11.

Figur 11: Utdrag fra regnefortelling (tellestreker) - "Mattias" og "Anders"

[159]: For da teller vi sånn fem også tar vi seks. Tar vi en.. to.. tre.. fire.. fem.. seks.. *[bruker fingeren til å peke på strekene]*

[160]: Nei, se da *[peker på første femmergruppe]*

[161]: Nei men der er det fem *[peker på første femmergruppe]*

[162]: Den der er en ti. Ja fem.. ti.. tolv

[163]: Men hva er det dere gjør der da?

[164]: Fordi der får vi ti og der får vi fjorten. Også teller vi bare sånn opp til sekseren, som er den. Også teller vi en.. to.. tre.. fire.. fem.. seks.. syv.. åtte..

«Anders» forklarer hvordan han tenker når tellestrekene blir gruppert. Han starter med fem tellestreker, finner deretter strek nummer seks og teller oppover. «Mattias» avbryter «Anders» med å peke på strekene. «Anders» fortsetter deretter å forklare at han har 10 og 14 tellestreker. Dette begrunner han med å telle opp til sekseren og deretter telle videre med åtte tall. På den måten får han tallet 14 som svar. Når «Anders» forklarer at han har ti, peker han i tillegg på de to grupperingene som inneholder tilsammen ti streker, fem streker + fem streker. Han peker deretter på de fire strekene som står alene.

Om vi ser på «Anders» sin tallforståelse kan vi si noe om hans forståelse for blant annet representasjoner. McIntosh et.al. (1992) nevner forståelsen for ulike representasjoner som en del av tallforståelsen. Her kan blant annet tall vises i flere ulike sammenhenger og uttrykkes gjennom grafiske representasjoner (McIntosh et.al., 1992). «Anders» viser her tallet 14 utrykket gjennom tallstreker, som kan sees som en grafisk representasjon. I tillegg ser vi at tellestrekene er gruppert i fem grupper. Dermed vises tallet 14 i flere ulike sammenheng. Tallet 14 er nå delt opp i to femmergrupper og en firer gruppe. Dermed kan dette også gi et inntrykk i «Anders» forståelse for formelle matematiske regler. McIntosh et.al. (1992) forklarer at eleven kan tenke på flere ulike måter ved å bruke de formelle matematiske reglene. En mulighet er at «Anders» tenker 5 + 5 + 4 = 10 + 4. Denne måten tillater «Anders» at tallene eller rekkefølgen på tallene endres uten å endre resultatet. Det spiller ingen rolle hvilken rekkefølge man legger sammen tall med hverandre.

Basert på tidligere situasjoner kan en også se at «Anders» bruker flere ulike regnestrategier når han skal regne. Det å gruppere tellestrekene i grupper på fem er i dette tilfellet en effektiv strategi som gir svaret. Dermed kan en se at «Anders» har en forståelse for forholdet mellom regnestrategiene (McIntosh et.al.,1992). Tidligere har «Anders» brukt fingertelling, telling, brettet ark og addisjon som strategi. En kan si at «Anders» dermed har en forståelse for regnestrategiene i og med at alle strategiene, unntatt brettet ark, har gitt likt resultat. På den måten vil en kunne også si at «Anders» har en viss forståelse av regnestrategienes virkning. Han ser strategiens virkningen, og dette trekker McIntosh et.al. (1992) frem som en sentral del innen tallforståelse. Det kan virke som om «Anders» forstår hver strategi han har gjennomført. Den ene strategien hvor han bretter arket ser «Anders» at det er feil i forhold til svaret og dermed ikke viktig. De resterende strategiene fører til korrekt svar og dermed viser «Anders» at han har en viss bevissthet om at flere strategier eksisterer og at de eksisterer ut fra et gitt problem (McIntosh et.al., 1992).

Det at «Anders» grupperer inn i femmergrupper kan være en vei inn til multiplikasjon hvor han ser at han har to grupper på fem og en på fire. Dermed kan han senere se at 5 x 2 tilsvarer 10. Dette kan være med på utvide rekkevidden i elevens forståelse ved at «Anders bruker en operasjon han kjenner til før. Regnestrategien kan utvikles og «Anders» kan da oppdage multiplikasjon som en ny regneoperasjon.

4.1.3. Gruppesammensetning

I følge Dysthe (1999) blir kunnskap konstruert gjennom samhandling. Mellom «Anders» og «Mattias» kan en se tilfeller hvor kunnskapen deres blir utfordret. Både «Anders» og «Mattias» har ulike kunnskapsferdigheter og oppfattelse av det matematiske problemet. Dette kan være med å påvirke en helhetlig forståelse for regnefortellingen. I samtalen mellom

«Anders» og «Mattias» oppstår det uenigheter hvor den ene mener at svaret er tallet 14 mens den andre mener svaret er tallet 13. Svaret deres baseres på kunnskapsferdighetene de har ved at «Anders» og «Mattias» har ulik tallforståelse og ulik måte å argumentere på.

I dette tilfellet kan en se at «Anders» og «Mattias står for sine løsninger og forsøker å overbevise den andre eleven om at deres løsning er korrekt. Dette er noe Yackel (1995) trekker frem når hun snakker om gruppearbeid. Dette gjør at «Mattias» og «Anders» blir nødt til å overbevise hverandre, og dermed utfordret til å argumentere. Gruppen har ingen tydelig «sjef» og det er ingen tydelig tegn på at den ene eleven blir overstyrt av den andre. «Mattias» som sitter med en helt annen oppfatning enn «Anders» angående det matematiske problemet, får lov til å uttrykke sin mening.

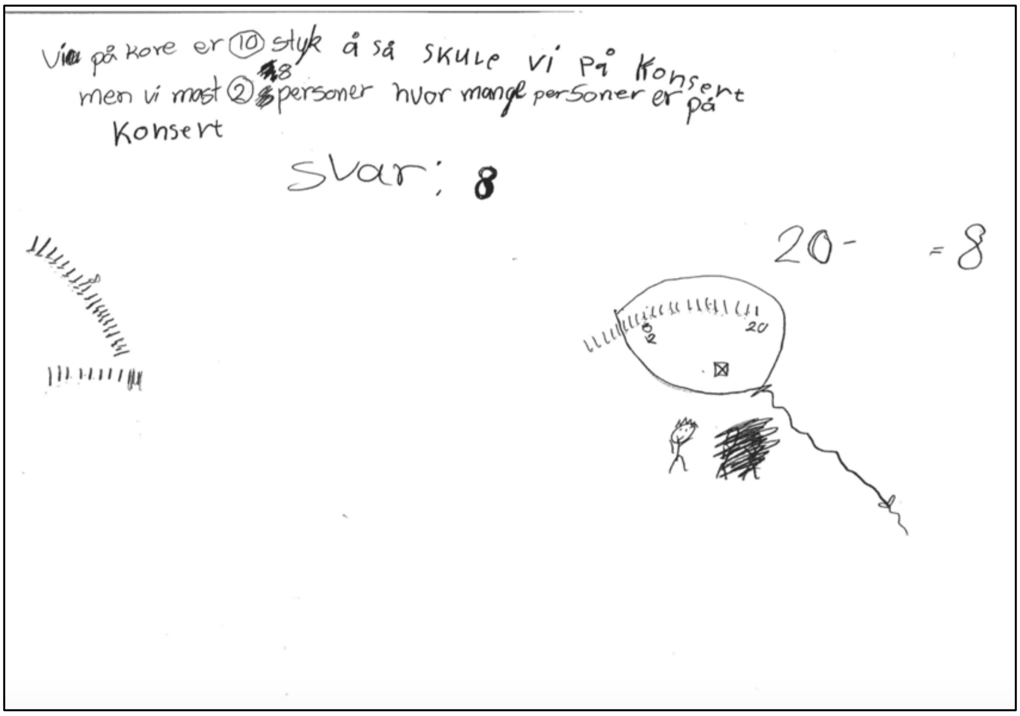
Når «Mattias» endrer svaret fra tallet 14 til tallet 13, prøver «Anders» flere ganger å hjelpe «Mattias» med å telle. «Anders» viser fingrene sine tydelig til «Mattias», og henvender seg til «Mattias» istedenfor å henvise seg til forsker. På den måten kan det se ut som «Anders» ved flere anledninger ønsker å vise det til «Mattias» enn å vise til forsker at han har rett. Linn og Barbules (1993, ref. i Kieran, 2001) trekker frem at pararbeid fungerer når elevene kommuniserer ideene sine og er villig til å hjelpe. I denne gruppen kan en da si at pararbeidet fungerte godt til tross for ulike meninger. Samtalen startet med enighet rundt svaret på regnefortellingen og endte med enighet rundt svaret. I midten av samtalen var det uenigheter og begge elevene fikk muligheten til å forklare hvorfor de mente deres oppfatning var korrekt. Når «Anders» og «Mattias» får muligheten til å vise flere måter de kan vise svaret på, kan en se ved flere anledninger at de diskuterer frem og tilbake.

Det vil være vanskelig å si noe om læring for begge partnerne, som Kieran (2001) trekker frem i hennes studie. Likevel kan en sitte igjen med et inntrykk av at elevene fikk utbytte av samtalen i og med at de begge ble utfordret på deres påstand. Vygotsky (1978) nevner blant annet «den nærmeste utviklingssonen» som en effekt av dialog. Dialogen mellom «Anders» og «Mattias» kan ved flere tilfelles trekkes sammenhenger med «den nærmeste utviklingssonen». Blant annet blir «Anders» og «Mattias» utfordret av hverandre og dermed kan de bevege seg utenfor den innerste ringen, hvor de kan mestre med litt hjelp. Ved hjelp av hverandre finner de ut at svaret er 14, og de finner i tillegg flere ulike strategier som kan gjennomføres for å få det korrekte svaret. Dermed har de begge fått muligheten til å hjelpe hverandre.

4.2. Elevgruppe 2

Den andre elevgruppen er satt sammen av elevene «Julie» og «Pia». De to elevene går i forskjellige klasser og er tatt med i studien basert på ulike observasjoner. «Julie» var i sin klasse en elev som utmerket seg med sine muntlige ytringer. Hun var en av elevene som hadde flest muntlige ytringer under introduksjonsøkten, og var i tillegg aktiv i stasjonene. «Pia» derimot hadde få muntlige ytringer, men hadde en regnefortelling som fanget min interesse. Hun bruke flere regneoperasjoner og strategier som jeg ønsket å stilte spørsmål til. Dette resulterte til at «Julie» og «Pia» ble satt sammen som en gruppe.

Samtalen med «Julie» og «Pia» foregår inne på et auditorium hvor de sitter ved hver sin pult. Pultene er satt sammen, og de får utdelt oppgaveteksten og et blankt ark. Jeg spør «Julie» og «Pia» om de husker hva regnefortellinger er og hvordan en kan lage en regnefortelling. «Julie» svarer at det er et regnestykke, men bare litt mer enn et regnestykke. «Pia» er enig. Deretter starter «Julie» og «Pia» på regnefortellingen. «Julie» spør «Pia» hva hun liker, og «Pia» svarer at hun ikke vet. Videre spør «Pia» om «Julie» går på noe idrett og «Julie» svarer at de kan skrive om kor, siden de begge to går på kor sammen. «Pia» tar opp blyanten, mens «Julie» foreslår at de skriver at de var ti jenter på koret og at de mistet to. «Pia» følger opp med å forklare at de skal på konsert. Begge jentene følger nøye med mens den andre skriver. Etter hver setning velger de å bytte, og dermed skriver de en setning hver.



Figur 12: Regnefortelling - "Pia" og "Julie"

Tekst. «Vi på kore er 10 stykk å så skule vi på konsert

Men vi mast 2 personer hvor mange personer er vi på konsert

Svar: 8»

I figur 12 kan vi se regnefortellingen til «Pia» og «Julie». De har valgt å skrive om koret hvor de er ti stykker og skulle på konsert. Deretter mister de to personer og er tilslutt åtte personer igjen. Regnefortellingen danner grunnlaget for samtalen videre. I likhet med «Anders» og «Mattias», vil «Pia» og «Julie» blir analysert. I første del av analysen vil jeg se på argumentasjonen som oppstår i samtalen, og deretter ønsker jeg å se på tallforståelsen til «Pia» og «Julie». Tilslutt ønsker jeg å kommentere gruppesamarbeidet.

4.2.1. Argumentasjon – «Pia» og «Julie»

Både «Julie» og «Pia» har tidligere vært ute sammen med en annen forsker, men har kun vært ute i individuell samtale. Dette bekrefter både «Pia» og «Julie» i starten av samtalen. Det kan dermed virke som om de er delvis trygg på sitasjonen med video- og lydopptak. De ser lite inn i kameraet og viser ingen oppmerksomhet til lydopptakeren som ligger på pulten. Samtidig er det noen tilfeller hvor «Pia» og «Julie» hvisker til hverandre. Dette kan være et tegn på at de ikke er helt trygg i intervjusituasjonen.

I regnefortellingen bruker «Pia» og «Julie» tallene ti, to og åtte når de snakker om antall personer. Begge elevene er delaktige i prosessen, og de blir begge oppfordret til å lese regnefortellingen når de er ferdig. I likhet med «Anders» og «Mattias», vil «Pia» og «Julie» bli presentert i en gitt farge.

«Pia» er representert med fargen grønn.
«Julie» er representert med fargen oransje.

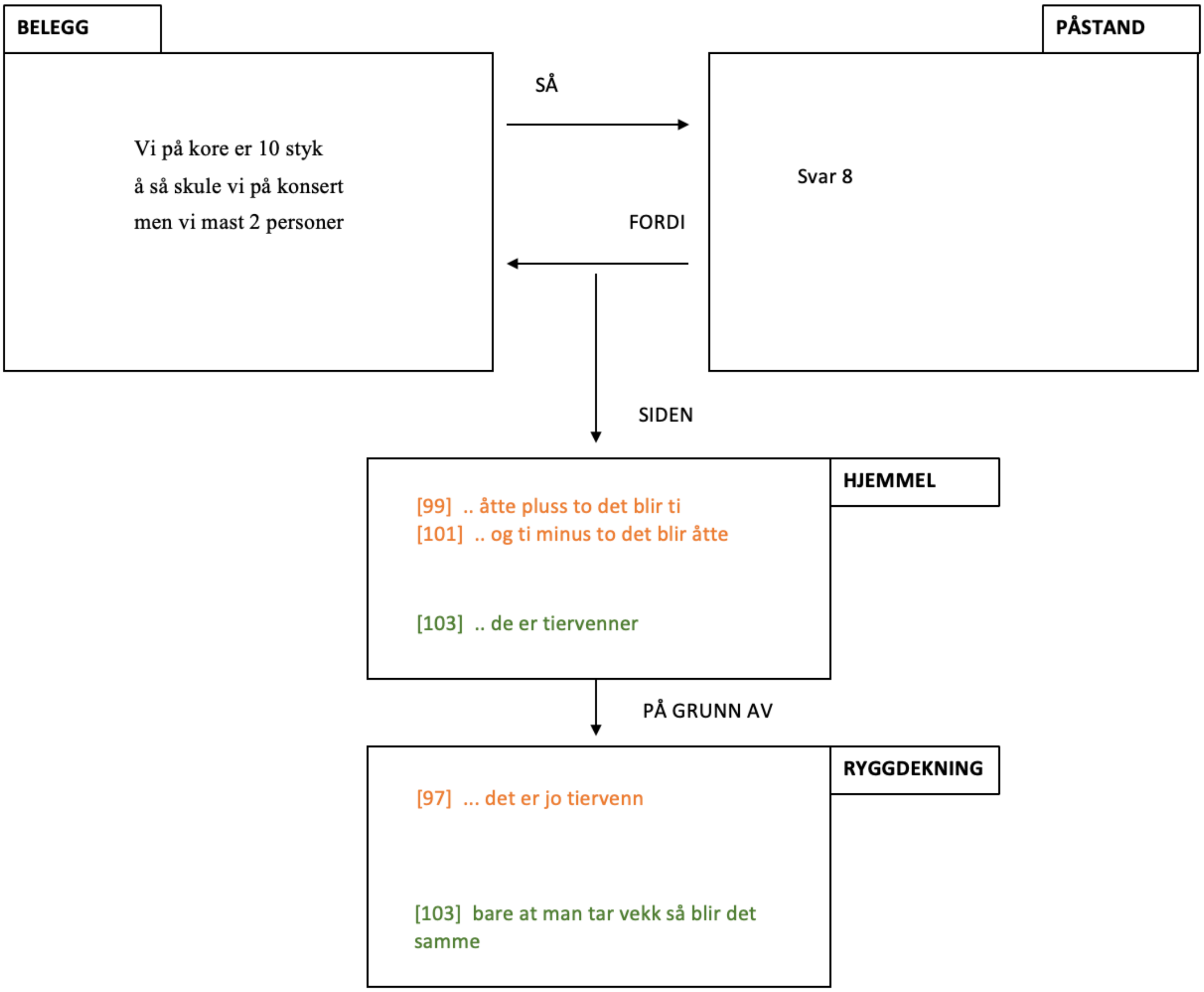
HVA BLIR SAGT	HVA BLIR GJORT
[88] Julie; Vi var på koret. Vi er ti stykk også skulle vi på konsert [89] Pia; men vi mi.. mast to personer. Hvor mange personer er på konsert? [90] Julie; Svar åtte [91] Forsker; Hvordan kom dere frem.. hva tenkte dere når dere kom frem til svaret åtte da? [92] Julie; Jeg... jeg bare visste at.. eee.. åtte pluss to det er ti og da er jo det samme tallet tilbake [93] Forsker; Mhm	

[94] Julie; Da blir jo ti.. eee... minus to. Det er jo åtte uansett [95] Forsker; Men hvordan kan du vite at.. eee.. svaret ikke blir syv da? [96] Pia; For at det er to... [97] Julie; For at vi.. Fordi at først det er jo tiervenn [98] Forsker; mhm [99] Julie; Fordi at åtte pluss to det blir ti [100] Forsker; Mhm [101] Julie; Og ti minus to det blir åtte. Så vi vet at da er det åtte [102] Forsker; Ja, hva tenker du da? [103] Pia; Mm... ehm.. hvis akkurat som Julie sa at de er tiervenner så bare det blir åtte..ått.. mmm.. ja liksom bare at man tar vekk så blir det det samme.	96/97 – Julie og Pia snakker i kor 102 – Forsker henviser seg til P.

Figur 13: Utdrag fra samtale - "Pia" og "Julie"

«Pia» og «Julie» leser opp regnefortellingen og blir deretter utfordret på å fortelle hva de tenkte for å komme frem til svaret. De kom til enighet i at svaret på regnefortellingen er åtte. Under samtalen vist i figur 13, kan en se hvordan «Pia» og «Julie» argumenterer for regnefortellingen.

Jeg har valgt å ta utgangspunkt i situasjonen hvor «Pia» og «Julie» leser opp regnefortellingen og må deretter argumentere for hvorfor de har valgt å skrive regnefortellingen slik. I dette tilfellet kommer det frem flere eksempler på hvordan de har tenkt og hvordan de kan styrke deres gyldighet inn mot påstanden. I likhet med «Anders» og «Mattias» har jeg valgt å ta utgangspunkt i Toulmin (2003) sin modell. Jeg ønsker å se etter påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning, og har satt utsagnene fra «Pia» og «Julie» inn i samme modell. I argumentasjonen har jeg i dette tilfellet valgt å ta utgangspunkt i eksplisitte utsagn. De eksplisitte utsagnene er markert med utsagn nummer slik at en skal kunne gå tilbake til utdraget om det er nødvendig. I likhet med utdraget vil «Pia» bli presenter i fargen grønn mens «Julie» blir presentert i fargen oransje.



Figur 14: Toulmins modell - "Pia" og "Julie"

I modellen har jeg satt inn samtalen i elementene fra Toulmin (2003). Jeg har valgt å sette inn en eksplisitt påstand som inkluderer både «Pia» og «Julie». Påstanden tar utgangspunkt i regnefortellingen, se figur 12. Under samtalen utfordrer jeg påstanden ved å stille spørsmål og det oppstår en situasjon hvor det er nødvendig for «Pia» og «Julie» å overbevise meg ved å argumentere for deres påstand. Jeg har satt «svar 8» som påstand, og dette kan sees som en konklusjon på regnefortellingen. Dette er en påstand som baserer seg på et synspunkt «Pia» og «Julie» fremstiller. Dette er også det Toulmin (2003) beskriver når han definerer begrepet påstand. Når en påstanden til «Julie» og «Pia» er gitt, er de nødt til å grunngi sin påstand på en god måte.

I dette tilfellet har jeg satt inn regnefortellingen som belegget for påstanden. Belegget er i følge Toulmin (2003) er de faktaopplysningene som ligger til grunn for påstanden. Regnefortellingen kan i denne anledningen bli sett på som belegget for påstanden. I belegget blir antallet mennesker presentert. På koret er de ti stykker, deretter mister de to og har slutt åtte personer. Dette kan sees som begrunnelsen for påstanden (Meaney, 2007). Hvis «Pia» og «Julie» hadde uttrykt at «svaret er 8» uten et belegg, vil det ikke kunne kalles et argument. Belegget viser hvordan «Pia» og «Julie har tenkt matematisk for å sitte igjen med konklusjonen om at svaret er 8.

«Pia» og «Julie» tar utgangspunkt i samme påstand og belegg. Dersom påstanden eller belegget blir utfordret, trenger «Pia» og «Julie» en hjemmel for å komme styrke belegget og påstanden (Toulmin, 2003). Hjemmelen til «Pia» og «Julie» kan være med på å styrke gyldigheten ved å se hvordan belegget har sin relevant i forhold til påstanden (Krummheuer, 1995).

[99] .. åtte pluss to det blir ti
[101] .. og ti minus to det blir åtte

Hjemmelen til «Julie» tar utgangspunkt i utsagn[99] og [101] hvor hun forklarer at «åtte pluss to blir ti,» «og ti minus to det blir åtte». Utsagnene utdyper belegget og dermed dens relevans i forhold til påstanden. I dette tilfellet fungerer hjemmelen til «Julie» som en bro. Om belegget blir utfordret, vil hjemmelen være med på å styrke belegget. Som en kan se, bruker «Julie» opplysningene basert på belegget. Utsagnene forklarer implisitt at det er ti personer også mister man to. Det å skille mellom hjemmel og belegg, sier Simosi (2003) er en av de hyppigste vanskelighetene ved Toulmin sin modell. Belegget og hjemmelen har flere likheter. I og med at hjemmelen kan støtte belegget og dens forklaring opp mot påstanden, vil hjemmelen til «Julie» bidra til å fremheve beleggets relevans mot påstanden. Dermed kan en se på argumentasjonen til «Julie» slik: Vi på kore er 10 styk å så skule vi på konsert men vi mast 2 personer → så svar 8 → siden åtte pluss to det blir ti og ti minus to det blir åtte.

[103] .. de er tiervenner

«Pia» sin hjemmel er tatt ut fra en lengre ytring. I utsagn[103] kan en se at «Pia» starter med å si «mm... ehm.. hvis akkurat som Julie sa at..». Dermed var jeg litt usikker på om hjemmelen til «Pia» er en hjemmel basert på hva hun tenker eller om det er en hjemmel som kommer i konsekvens av «Julie» sine ytringer. Allerede i utsagn[97] forklarer «Julie» at det er tiervenner. En mulighet kan derfor være at «Pia» sier dette grunnet «Julie» sitt utsagn. Samtidig kan en se at hjemmelen kan utfylle belegget og dens relevans. «De er tiervenner» kan fungere som en bro mellom belegg og data i dette tilfellet. Dermed kan en se på argumentasjonen til «Pia» slik: Vi på kore er 10 styk å så skule vi på konsert men vi mast 2 personer → så svar 8 → siden de er tiervenner.

Simosi (2003) trekker også frem at det er en utfordring å differensiere i praksis mellom blant annet hjemmel og ryggdekning. I dette tilfellet opplevde jeg at det var krevende å skille mellom hjemmel og ryggdekning. Ryggdekningen kan i denne anledningen også bli brukt som hjemmel, men har blitt satt som ryggdekning fordi den kan styrke argumentet.

[97]	.. det er jo tiervenn
[103]	bare at man tar vekk så blir det samme

Utsagn[97] og [103] er blitt satt som hjemmel hos «Julie» og «Pia». Som en kan legge merke til, har jeg valgt å sette utsagnet «det er jo tiervenn» på ryggdekningen hos «Julie», mens jeg har satt «de er tiervenner» som hjemmelen til «Pia». Utsagnene kan både brukes som hjemmel og som ryggdekning. En av årsakene for at jeg har satt utsagn[97] som hjemmel hos «Julie» er basert på at dette kan oppfattes som en universell regel som inkluderer en generell regel. Tiervenner er et navn på generelle sentrale tallpar, og kan i dette tilfellet bli sett på som en universell regel i klasserommet. Samtidig kan det brukes som en hjemmel i og med at den kan være med på å begrunne og utdype belegget. I dette tilfellet har jeg satt det som hjemmel hos «Julie», og kan dermed fungere slik: Vi på kore er 10 styk å så skule vi på konsert men vi mast 2 personer → så svar 8 → siden åtte pluss to det blir ti og ti minus to det blir åtte → på grunn av det er jo tiervenn. Dermed utdyper og støtter ryggdekningen hjemmelen.

Hos «Julie» har jeg satt inn utsagn[103]. Denne kan også assosieres med «Julie» sin hjemmel. Ryggdekningen er hentet fra samme ytring som hjemmelen til «Pia». I hjemmelen kan vi se at «Pia» sier «som Julie sa». En kan da her også stille seg spørsmål om ryggdekningen kommer basert på «Pia» sin opprinnelige mening. Samtidig kan ryggdekningen utdype hjemmelen til «Pia»: Vi på kore er 10 styk å så skule vi på konsert men vi mast 2 personer → så svar 8 → siden de er tiervenner → på grunn av at man tar vekk så blir det samme. Dermed kan ryggdekningen utdype hjemmelen om den blir utfordret. Samtidig kan ryggdekningen vise tendenser til substruksjon og addisjon regel. «Bare at man tar vekk så blir det samme» sier

«Pia». Dette kan vises til at hvis man plusser sammen tallene, så kan man ta vekk tallet som ble plusset, og dermed blir det samme svar. Det kan derfor bli sett på som en universell regel, og dermed kan det bli brukt som ryggdekning fordi det er sosialt akseptert og baserer seg på addisjon og subtraksjon.

Som vi har sett nå, har «Pia» og «Julie» argumentert for regnefortellingen og dens svar. «Pia» og «Julie» tar utgangspunkt i lik belegg og påstand. Det er ingen uenigheter mellom elevene, og de argumenterer delvis for seg selv. Som en kan se kan «Pia» sin hjemmel og ryggdekning kommer av hva «Julie» tidligere har sagt. En mulighet for at «Pia» gjentar «Julie» er at «Pia» blir avbrutt i utsagn[96]. Det kan se ut som «Pia» starter på en forklaring, men «Julie» avbryter. En annen mulighet er at «Pia» allerede har tenkt over hvordan hun kom frem til svaret åtte, men «Julie» har sagt alt «Pia» tenkte. Dette vil jeg komme tilbake til i kapittel 4.2.3.

4.2.2. Tallforståelse «Pia» og «Julie»

Forståelsen for tall og regneoperasjoner gir muligheten til å utvikle tallforståelsen. «Pia» og «Julie» har i likhet med «Mattias» og «Anders» flere tilfeller hvor tallforståelsen kommer til syne. I de neste avsnittene vil jeg presentere noen utvalgte situasjoner som kan gi et inntrykk av tallforståelsen hos «Pia» og «Julie».

I starten av samtalen ytrer «Julie» at hun syntes det er vanskelig med høye tall. Blant annet syntes «Julie» at tallet 20 eller 20 + 11 er vanskelig. Dette kommer uprovosert frem ved at «Julie» forteller at de valgte å skrive om kor og dermed valgte de lave tall.

[68]	Også tar vi litt sånn lite tall på grunn av... det er ikke så enkelt med sånn høye tall
[69]	Nei
[70]	Det.. det er for eksempel.. og vi er ikke så mange på kor heller så
[71]	Nei hva tall er det du syntes er vanskelig da?
[72]	Det er sånn.. det er sånn tjueeee.. eeh.. tjue pluss elve og sånt.
[73]	Hvorfor syntes du det er vanskelig?
[74]	Fordi at da er der me.. da er det en tier også er det flere.. det er lett hvis det bare er en tier eller en nier eller noe under ti og sånt. Det er mye lettere

Det kan være flere årsaker til at «Julie» syntes høye tall er vanskelig. Det kan virke som «Julie» syntes det er vanskelig med flere tiere. Hun uttrykker at hun syntes det er lettere hvis det bare er en tier eller en nier. Hva hun definerer med «lettere» er delvis uvisst, men en kan tenke seg til at «Julie» syntes det er enklere å håndtere tall med et siffer. En annen mulighet er at «Julie» kun har kjennskap til regneoperasjoner og regnestrategier hvor tall under 10 blir håndtert. I argumentasjonen bruker «Julie» blant annet tiervenner som en forklaring. Tiervenner er som nevn sentrale tallpar som tilsammen blir tallet 10. En annen mulighet er at «Julie» syntes tall under 10 har flere effektive regnestrategier, og dermed ønsker hun ikke å utfordres med høyere tall.

Forståelsen av relative og absolutt størrelse på tall er en faktor innen tallforståelse. McIntosh et.al. (1992) definerer dette som evnen til å gjenkjenne den relative verdien av et tall eller en mengde i forhold til et annet tall. «Julie» forklarer at de ikke er så mange på koret og derfor har de brukt et lite tall. McIntosh et.al. (1992) trekker også frem hvordan elever kan bruke personlig sammenhenger for å forstå størrelsen. I dette tilfellet kan det se ut som «Julie» bruker sin personlige sammenligning for å forklare og argumentere for valg av tallene i regnefortellingen. Dermed kan «Julie» bedømme mengden eller verdien av tall i forhold til høyere tall, og kan dermed se at tallet 10 er mindre enn for eksempel 20.

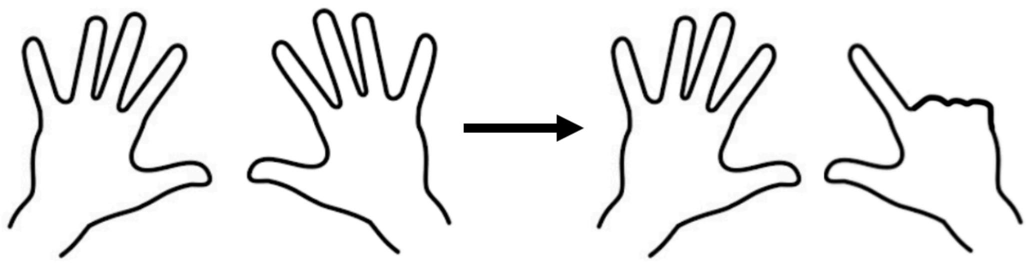
«Julie» viser også tendenser til kunnskap om plassverdi i og med at hun nevner at det er vanskelig med en tier også flere. Dette kan tyde på at hun har en viss kunnskap om at tall over ti inneholder flere tiere. Desto høyere en kommer, desto flere tiere. Dette kan en også se når hun bruker eksempelet 20 + 11. Tallet 20 inneholder to tiere mens tallet 11 inneholder en tier. Blant annet trekker McIntosh et.al. (1992) plassverdi og evnen til å kunne gjennomgå og vurdere tallets plassverdi. En mulighet er at «Julie» ikke har den forståelsen for plassverdi i forhold til høyere tall. Et annet tilfellet kan være at «Julie» ikke har evnen til å se om svaret hennes gir «mening» i lys av det opprinnelige problem (McIntosh et.al.1992). Som McIntosh et.al. (1992) trekker frem handler tallforståelse om å kunne forstå operasjonens virkninger i tillegg til å kunne erkjenne at det ofte eksisterer flere løsningsoperasjoner ut fra et gitt problem. Ved høye tall kan «Julie» sin forståelse for operasjons virkninger og regnestrategier være lavere eller fraværende enn hva den er i forhold til tall under 10.

Samtidig kan en se at «Julie» teller med tall som er høyere enn ti. I dette tilfellet har «Julie» blitt utfordret på å forklare hvilket tall en må trekke fra hvis man har 20 og skal ha tallet 8 som svar. «Julie» begynte å telle nedover fra 20 og ender med å svare at hun måtte trekke fra tallet 17 for å få tallet 8 som svar om en har 20, altså 20 – 17 = 8.

[199] Hvordan telte du da?

[200] Jeg telte sånn.. eehm.. tjue.. nitten.. atten.. sytten.. seksten.. femten.. fjorten.. tretten.. tolv.. elve.. ti.. ni.. åtte.. Og da fikk jeg sytten. Fordi ti pluss syv det er sytten. [teller på fingrene mens hun snakker].

Utsagnet til «Julie» viser hvordan hun teller ned fra tallet 20 til 8. Mens «Julie» teller nedover, bruker hun fingrene. Hun teller først ned til ti ved å telle ti fingre. Deretter starter hun på en ny hånd hvor hun teller ni og åtte. Mens hun teller ni og åtte, lar hun den andre hånden være uendret. Det gjør at hun sitter igjen med fem og to fingre når hun stopper på tallet åtte. Når «Julie» ser på fingrene sine, har hun oppe totalt syv fingre. Dermed har «Julie» telt totalt 12 fingre, se figur 15.



Figur 15: Illustrasjon - fingertelling "Julie"

«Julie» sitter igjen med den ene hånden som viser fem og den andre hånden som viser to. Hun stopper opp før hun fortsetter med å forklare at hun fikk tallet 17 som svar. Mens hun forklarer at hun har ti og plusser på syv, viser hun ti fingre og syv fingre. Det kan se ut som «Julie» innbilder seg at hun har telt en hånd mer enn hva hun egentlig har telt. Dermed kan det virke som «Julie» tror hun har telt tre hender med fem fingre og en med to.

Tidligere i samtalen uttrykker «Julie» at hun syntes det er vanskelig å telle på fingrene. Hun mener at det blant annet er sjanse for at man hopper ut av fingertellingen og må starte helt på nytt. Det kan virke som dette er tilfelle når «Julie» teller. I utgangspunktet teller hun korrekt ved at hun teller 12 fingre, men svarer 17 fordi hun tror hun har telt en hånd mer enn hva hun opprinnelig har telt. Dermed blir svaret hennes feil i forhold til den matematiske utfordringen. Det å ha en numerisk referanse er i følge McIntosh et.al. (1992) en nødvendig egenskap for å kunne bedømme størrelser i et svar. Når «Julie» får et spørsmål hvor hun har 20 og skal finne ut hva hun må trekke i fra for å sitte igjen med tallet åtte, svarer hun det er 17. Tallet 17 er et mindre tall enn 18, men vil i dette tilfellet være et for høyt tall i forhold til hva det rette svaret er. Til tross for at «Julie» har tidligere uttrykket at fingertelling er vanskelig, velger «Julie» å bruke fingertelling når hun skal regne ut hva svaret blir. Dermed kan en se at hun velger en strategi som hun i utgangspunktet har forklart er en vanskelig regnestrategi. Dette kan gi en indikasjon på at «Julie» ikke ser på effekten av strategien før hun bruker den. McIntosh et.al. (1992) legger vekt på at dette er en nødvendig faktor for å ha en god tallforståelse. Det å kunne forstå og ha en forståelse for effekten av regneoperasjonene og regnestrategiene spiller inn på tallforståelsen. En mulighet er at «Julie» ikke forstår forholdet mellom problemkonteksten og den nødvendige beregningen. Dette er en av faktorene i regneprosessen hvor elevene må ta flere ulike type avgjørelser (McIntosh et.al., 1992). Dette bygger videre på «Julie» sin forståelse for tall over 10. Hun har uttrykket at hun syntes tall over 10 kan være vanskelig, og dette tilfellet her kan styrke hennes moment.

I likhet med «Julie» syntes «Pia» det er vanskelig med tall over ti. «Pia» forklarer at man ikke har nok fingre til å telle på. I forhold til tallforståelsen, kan en se at «Pia» har en viss forståelse for effekten av operasjonen. Som McIntosh et.al. (1992) trekker frem, handler det å kunne forstå effekten av operasjonen med ulike tall. I dette tilfellet kan det se ut som «Pia» forstår at fingertelling ikke vil være like effektiv strategi om en regner med tall høyere enn ti. Utover i samtalen viser «Pia» flere tilfeller hvor hun velger ulike strategier når hun skal regne på den matematiske utfordringen hvor de skal finne ut av hvilket tall man må trekke fra 20 for å få 8.

[206]:	Mmm.. for å gjøre det.. mm.. enklere så hadde jeg tegnet sånne streker så hvis jeg tegnet tjue streker
[207]:	Mhm
[208]	Også telte jeg.. så telte jeg kunne jeg for eksempel skrevet åtte der den streken var også hadde jeg telt videre

En av tilfellene er tellestreker. «Pia» blir spurt om hva hun tenker i forhold til den matematiske utfordringen. Dette oppstår rett etter «Julie» har telt på fingrene og sitter igjen med tallet 17 som svar. «Pia» svarer at hun tenker det samme som «Julie». Deretter blir hun utfordret til å forklare hvordan hun tenkte. Hun forklarer at det er enklere å tegne streker også telt fra tallet åtte. «Pia» tegner opp 20 streker, se figur 16,

Figur 16: Utdrag fra regnefortelling (tellestreker) - "Pia"

Som vist i figur 16 kan en se hvordan «Pia» har satt et åtte tall ved tellestrek nummer åtte. Hun startet å telle fra venstre. Deretter teller hun opp fra tellestrek åtte. Hun ender opp med tolv og forklarer at hun kom frem til tolv.

[216] Jeg kom frem til tolv

Som McIntosh et.al. (1992) trekker frem er representasjoner en del av tallforståelsen. Det å kunne se tall representert gjennom andre symboler eller grafikk, er i følge Mcintosh et.al (1992) en nødvendig del for å utvikle og å ha god tallforståelse. «Julie» brukte fingertelling for å finne svaret på den matematiske utfordringen, mens «Pia» valgte å bruke tellestreker. Med fingertelling kom «Julie» frem til tallet 17, mens «Pia» kom frem til tallet 12 ved å benytte seg av tellestreker. Tidligere ga «Pia» uttrykk for at fingertelling var vanskelig med tall over 10. Det at hun i dette tilfellet velger en annen strategi, kan vise at hun har en viss forståelse for regnestrategiens virkning. McIntosh et.al. (1992) trekker effekten av operasjonene frem som en sentral del innen tallforståelse. «Pia» viser her at hun velger en annen strategi som muligens kan være mer effektiv enn fingertelling. I tillegg kan det se ut som at «Pia» har en forståelse for at det finnes ulike løsningsstrategier fra et gitt problem. Dette viser hun videre ved å forklare at hun kan bruke konkreter til å forklare den matematiske utfordringen. Blant annet forklarer hun at hun kan ha et antall blyanter og ta vekk det en skal ta vekk. Dermed kan det virke som om hun har en god forståelse ved at hun bruker sin kunnskap om tall og operasjoner i beregningssituasjonen. I tillegg velger hun en annen operasjon enn hva «Julie» velger, og dermed får hun et annet tall. «Julie» telte korrekt, men trodde at hun telte en hånd mer enn hva hun gjorde.

«Julie» og «Pia» blir spurt om de ser noen forskjeller på regnefortellingen fra de startet til nå. De begge svarer ja og jeg spør derfor hva de eventuelt kunne gjort annerledes.

[238]:	Kanskje vi skulle begynt med litt høyere tall
[239]:	Litt høyere tall hva mener du med det?
[240]:	Fordi nå vet vi at.. nå vi har brukt litt tiere så nå kan vi prøve å gå noen trinn opp på hver regnestykke vi.. eller regnefortelling vi gjør.
[241]:	Mhm
[242]:	Sånn at det blir.. sånn at det bli litt enklere for oss å... ha høyere tall nå.
[243]:	mhm tenker du det samme?
[244]:	mhm

«Julie» svarer at de kanskje skulle startet med tall som var høyere enn hva de valgte i regnefortellingen. Dette kan blant annet tyde på at samtalen har gjort «Pia» og «Julie» mer bevisst på regneoperasjoner, strategier og deres tallforståelse. Når de begge har snakket om ulike løsningsalternativer, har de muligens utfordret deres tallforståelse og dermed sett at de har hatt mulighet til å foreta regnestykker eller regnefortellinger med høyere tall. I neste kapittel vil jeg få igjennom hvordan gruppesamarbeidet har fungert mellom «Pia» og «Julie».

4.2.3. Gruppesamarbeid

Gjennom samtalen kan en se tilfeller hvor kunnskapen til «Pia» og «Julie» utfordret. Tidligere har begge elevene uttrykket at de syntes det var vanskelig med tall over 10. På slutten av samtalen kommer det frem at de til neste gang kanskje bør velge høyere tall. Dette kan tyde på at kunnskapen om høyere tall er blitt utviklet eller konstruert gjennom samhandlingen mellom «Pia» og «Julie». Samtidig vil det være vanskelig å si noe om læringen for begge partnerne på grunn av kort tid sammen med elevene. På forhånd hadde jeg ikke fullstendig kunnskap i deres førkunnskaper, og jeg kan dermed kun basere meg på samtalen sammen med

«Pia» og «Julie» Samtalen tyder på at noe kunnskap er konstruert i og med at de selv forklarer at de ville valgt høyere tall ved neste anledning.

Det at «Pia» og «Julie» forklarer at de skulle brukt høyere tall i regnefortellingen, kan også tyde på at elevene har vært innom «den nærmeste utviklingssonen» (Vygotsky, 1978). Gjennom samtalen har elevene ved flere anledninger fått hjelp av hverandre. For eksempel endret «Julie» svaret fra 17 til 12 da «Pia» tegnet opp tellestreker. Det gjorde at «Julie» valgte å skrive ned tellestreker istedenfor å bruke fingrene til å telle. På den måten fikk «Julie» tilslutt svaret 12. Dermed kan det tyde på at «Julie» fikk hjelp av «Pia» til å mestre den matematiske utfordringen.

Yackel (1995) trekker inn ordet «sjef» hvor «sjefen» for gruppen kan overstyre den andre på gruppen. Mellom «Pia» og «Julie» kan en se tendenser hvor «Julie» overstyrer «Pia». Blant annet kan en se eksempel på dette i starten av samtalen. Her blir «Pia» avbrutt i det hun skal forklare hva hun tenker. Dette kan være en årsak til at «Pia» er mer stille enn «Julie». «Julie» står får de fleste ytringene og tar flere ganger styringen når jeg spør et generelt spørsmål. Det gjør at jeg må tilpasse spørsmålene mine etter situasjonen. Ved flere anledninger må jeg stille et spørsmål rettet til «Pia». Dette kan ha gjort det vanskelig for «Pia» å få en matematisk mening frem. Kieran (2004) forklarer at dette er vanskelig om en elev står for de fleste ytringer. Dermed var det i tillegg flere anledninger hvor jeg ikke fikk et innblikk i hva «Pia» tenkte. Yackel (1995) forklarer at i flere tilfeller er kun en elevs perspektiv blir som oftest undersøkt om det er en elev som tar på seg sjefsrollen. Ved flere anledninger sier «Pia» «som Julie sa» eller «det Julie sa». Samtidig viser «Pia» selvstendighet når hun velger andre regneoperasjoner enn hva «Julie» velger, og får dermed muligheten til å ytre sine meninger.

5. Diskusjon

Formålet med denne studien er å søke innsikt i samspillet mellom argumentasjon og tallforståelse. Gjennom elevsamtalene som er gjennomført har jeg fått mye informasjon om elevenes argumentasjon og tallforståelse. Ulike kvaliteter har blitt identifisert av Toulmin (2003) og McIntosh et.al. (1992) som analyseverktøy. I dette kapittelet vil diskusjon og drøfting av analysen bli tatt i bruk for å diskutere oppgaven sin problemsstilling:

Hvordan kommer samspillet mellom tallforståelse og argumentasjon til uttrykk hos elever i 3.klasse?

I kapittelet diskuteres studiens funn i lys av tidligere forskning og teori. Kapittelet tar utgangspunkt i forskningsspørsmålene og er strukturert etter disse; (1) hva kjennetegner elever sin argumentasjon på 3.trinn og (2) hva kjennetegner elever sin tallforståelse på 3.trinn. Ut fra intervjuene av elevgruppe 1 og 2 har jeg forsøkt å danne et bilde av hvordan samspillet mellom tallforståelse og argumentasjon kommer til uttrykk.

5.1. Hva kjennetegner elever sin argumentasjon på 3.trinn?

Studien legger vekt på begrepet argumentasjon og baserer seg på ordene *hvordan* og *hvorfor*. Formålet med ordene er å forklare *hvorfor* man kan gjøre det eller *hvordan* man vet at det kan regnes slik (Enge & Valenta, 2011). I studien produserer elevpar regnefortellinger basert på deres felles interesse hvor de i tillegg skal kunne argumentere for *hvorfor* og *hvordan* de har løst regnefortellingen. Tidligere forskning viser at matematisk argumentasjon ofte blir knyttet til høyere klassetrinn (Hovik & Solem, 2013). Dette kan en se igjen i denne studien hvor elevene uttrykker at begrepet argumentasjon er et ukjent begrep. Tidligere har ikke elevene arbeidet med argumentasjon i matematikk, og dette kan ha påvirket elevene i prosessen ved at elevene selv var usikre på hva som var forventet i forhold til begrepet. Elevene forklarte at de syntes det var enklere å forklare hva de gjorde enn å argumentere for hvorfor de gjorde det. Dette kan tyde på at elevene tidligere har arbeidet med forklarende aktiviteter hvor en ikke stiller spørsmål, mens elevene i denne studien blir utfordret med flere ulike spørsmål knyttet til aktiviteten. Dette er to typer for aktiviteter Schwarz og Prusak (2010, ref. i. Hovik & Solem, 2013) trekker frem.

Resultatene viser hvordan elevene verifiserer, forklarer og systematiserer ulike antagelser i forhold til regnefortellingen. Det ligger alltid i matematikkens natur at en alltid skal kunne argumentere for en fremgangsmåte eller en strategi (Enge & Valenta, 2011). Gjennom argumentasjonen i denne studien kan en se at elever argumenterer for fremgangsmåten eller for den valgte strategi mot den gitte påstanden. Russell, Schifter og Bastabel referert i Hovik og Solem (2016) tar for seg fire nivåer som beskriver elever sin argumentasjon. Her blir grunngiving ved referering til autoriteter, grunngiving gjennom konkrete eksempler, matematisk resonnering basert på visuelle representasjoner og bevis ved bruk av algebraisk notasjon nevnt. Elevene i studien viser blant annet til konkrete eksempler gjennom visuelle representasjoner som fingertelling, konkreter og tegning i tillegg til tekst. Dette kan være med på å vise hva elevene legger til grunn i sine argumenter og hva som kan bli sett på som et gyldig argument. Tendenser i studien viser at elever bruker ulike representasjoner som et bilde av forståelse for hva regneoperasjonene og regnestrategiene utgjør. Representasjonene inviterer til en vurdering av ulike strategier basert på tallene og de valgene en tar i forhold til regneoperasjonen.

For å kunne imøtegå argumenter må en kunne kjenne til motpartenes posisjon og argumentasjon. Når elevene konstruerer et matematisk problem, i dette tilfellet en regnefortelling, må en gjøre valg som kan påvirke resultatet. Å forklare valg kan i enkelte tilfeller være vanskelig og skremmende. Ved flere anledninger i analysen ser en tendenser til dette ved at elevene blant annet gjentar seg selv eller hverandre. «Det hun sa..» eller «jeg tenkte det samme» er eksempler på dette. Argumentasjonen i studien bærer preg av det sosiale grunnlaget og kommer frem gjennom samhandling. Dette kan forårsake at elevene ikke får frem sin egen matematiske argumentasjon ved at elevene får muligheten til å baserer seg på hverandre. Samtidig ser en tendenser hvor elevene utvikler meningsdannelsen og forståelsen gjennom diskusjoner. For eksempel ser en at elevgruppene gjennom diskusjon argumenterer ved å bruke sine oppfattelser og kunnskaper for å danne en mening rundt regnefortellingen. Dette bekrefter Schwarz, Hershkowitz og Prusak (2010) i deres studie.

Vygotsky (1978) bruker «den nærmeste utviklingssone» som et begrep i en dialog. Den nærmeste utviklingssone blir definert som sonen hvor eleven opplever mestring med hjelp, veiledning eller støtte. Denne sonen ligger mellom det en kan få til på egenhånd uten påvirkning og det å ikke mestre. Basert på samtalen og observasjonen kan det til tider se ut som elevene i studien beveger seg ut i «den nærmeste utviklingssone». Blant annet blir elevene utfordret av meg som forsker og medelever til å argumentere for det som i Toulmin (2003) blir omtalt som påstand. Ved hjelp av hverandre kan eleven få muligheten til argumentere for påstanden, enten om det er med en hensikt om å overbevise for hverandre eller til forsker.

«Det er vanskelig å fortelle hva jeg tenker» var det en elev som sa. Dette kan indikere at elevene ikke er vant med å forklare og fortelle den matematiske prosessen de gjennomfører. Ved flere anledninger bar argumentasjonen preg av et sosialt grunnlag hvor elevene arbeidet i par. Etter å ha sett på elevenes argumentasjon, kan det nå knyttes sammen med individet, samspillet og det reflekterende forholdet mellom de to aktuelle elevene. Studien baserer seg på et sosialt grunnlag hvor elever argumenterer i elevpar. Dysthe (1999) legger vekt på samhandling når han trekker frem kunnskap. Han skriver blant annet at kunnskap blir konstruert gjennom samhandling og ikke bare gjennom individuelle prosesser. Kunnskapen som skal til for å løse regnefortellingen blir i dette tilfeller konstruert gjennom dialog og samhandling. Elevene argumentere for deres påstander, og blir dermed utfordret til å bruke sin egen mening til å konstruere kunnskap sammen med andre. Det kan være vanskelig å kommentere elevenes læring i elevgruppene ved denne studien. Kieran (2001) trekker i hennes studie frem at fire av seks elevpar ikke hadde utbytte for læring for begge partnerne. Samtidig kan en eksempler på hvordan elevene utvikler strategier når de argumenterer. Tilfeller som kan indikere læring forekommer i studien. For eksempel skriver elevgruppe 1 ned enkle tellestreker og ender opp med å gruppere tellestrekene i fem, mens elevgruppe 2 starter med lave tall men ender opp med å forklare at de neste gang vil velge høyere tall.

Effektiviteten i argumentasjonen påvirker hvordan elevene samhandler med hverandre. For eksempel baserer «Pia» ser flere ganger på «Julie» sine utsagn, mens «Mattias» og «Anders» kommer i en situasjon hvor de er uenige med hverandre. I analysen kan en se hvordan «Mattias» og «Anders» argumenterer for sine påstander, til tross for at de begge snakker ut i fra samme belegg. Dette samstemmer med Sfard og Kieran (2001) som trekker blant annet frem samhandling som vanskelig. De skriver blant annet at det kan være vanskelig å opprettholde en fokusert samtale når en også prøver å løse problemer og være kreativ. Samtidig viser «Mattias» og «Anders» i dette tilfellet at de er motiverte for å klare det i og med at de sammen argumenterer mot hverandre for å overbevise. Ved «Pia» og «Julie» kan en se hvordan de samhandler i argumentasjonen. I argumentasjonen er det lite uenighet og de er begge samstemte. Dette fører til at «Pia» blant annet gjentar «Julie». Yackel (1995) trekker i hennes studie frem hvordan kun et elevperspektiv blir undersøkt hvis en elev tar «sjefsrollen». Hos «Pia» og «Julie» er det tendenser til dette hvor «Julie» avbryter «Pia» eller svarer på spørsmålene før «Pia» får snakket. Samtidig viser ikke «Pia» noe form for tydelig misnøye ovenfor «Julie». Hos «Anders» og «Mattias» er det mindre tendenser til dette.

Yackel (1995) refererer til Blumer (1969) hvor det trekkes frem at meninger vokser videre ut av ulike interaksjoner sammen med andre personer. Gjennom dialogen argumenterer elevene for sine løsninger gjennom flere forsøk på å overbevise enten meg eller hverandre. Yackel (1995) og Krummheuer (1995) trekker blant annet dette frem når de snakker om argumentasjon. Gjennom analysen ser jeg tendenser hvor elevene bruker argumentasjon for å overbevise. Flere av argumentasjonene påvirkes av situasjonen hvor elevene sammen skal lage en regnefortelling. Interaksjonene blir dermed stimulert av samhandlingen sammen med andre, og en kan se hvordan elevene bruker argumentasjonen for å overbevise med en påstand. Dette kan trekkes tilbake til Vygotsky (1978) og «den nærmeste utviklingssone».

Elevene kan bli utfordret og styrt inn mot «den nærmeste utviklingssonen» hvor de må overbevise hverandre ved hjelp av for eksempel språk og tallforståelsen.

5.2. Hva kjennetegner elever sin tallforståelse på 3.trinn?

Utviklingen av tallforståelsen er en sentral del av matematikkundervisningen i skolen (Valenta, 2015). Tidligere forskning sier at tallforståelse er en bevissthet og forståelse av hva tall er, deres relasjoner, deres omgang, effekten av regneoperasjonen på tall, bruk av hoderegning og utregning (Fennell & Landis, 1994, ref. i. Sood & Jitendra, 2007). Tallforståelsen forutsier om det oppstår senere en matematisk suksess eller svikt (Andrews et.al. 2015)

Analysen viser hvordan tallforståelsen henger tett sammen med forståelsen for relasjoner mellom tall og regneoperasjoner, ulike representasjoner, begrunnelser og verdsetting av flere ulike måter man kan tenke på. De ulike akseptene utvikles og forsterkes i samsvar med hverandre. Bevisstheten rundt tall og dens egenskaper er sentrale aksepter ved tallforståelsen. Almeida og Bruno (2017) definerer tallforståelse som en ferdighet i matematikk som inkluderer blant annet forståelsen av tall og operasjoner, evnen til å bruke tallkunnskap på en fleksibel måte og bruke ulike strategier for håndtering av tall og operasjonen. Resultatene i studien indikerer at bruken av ulike strategier avhenger av deres matematiske kunnskaper. Når elevene produserer regnefortellingen baserer de seg på bruk av regler og algoritmer. Regnefortellingene tar utgangpunkt i addisjon hvor elevene plusser sammen to tall for å komme frem til det riktige svaret. Gjennom samtalen ser vi at elevene tar i bruk fleksible strategier knyttet til deres tallforståelse.

Elevene i studien går igjennom flere regnestrategier ved hjelp av ulike representasjoner. I enkelte tilfeller kan en strategi gi galt svar og dermed ikke virke. Ved bruk og gjennomgang av flere ulike representasjoner, kan elevene danne seg et bilde på hvorfor den aktuelle regnestrategien ikke virker. På den måten får elevene muligheten til å vurdere strategi og svar i lys av det aktuelle problemet. Disse bildene danner grunnlaget for tallforståelsen og den matematiske tekning.

Gjennom analysen kommer det frem hvordan elevene forstår, beregner, anvender, resonnerer og engasjerer seg. Disse fem komponentene er sentral i Kilpatrick et.al. (2001) og beskriver det de kaller matematisk kompetanse. Som vi kan se bruker elevene i studien ulike måter å representere tall og overganger mellom representasjonene på. Det brukes blant annet konkreter, tellestreker, positive tall, fingertelling og tegning. Dette viser at elevene i denne studien har en forståelse for de ulike representasjonene og forholdet mellom disse ved at elevene selv veksler mellom representasjonene. I tillegg viser analysen hvordan elevene identifiserer egenskapene, beskriver og representerer tallene på ulike måter samt. relasjonen mellom tallene.

Elevene benytter forskjellige egenskaper ved tall og regnestrategier i regneoperasjonen. Tilfeller i analysen viser at elevene behersker bruken av varierte strategier. Elevene søker blant annet etter konkrete telleprosedyrer, som for eksempel tellestreker og fingertelling. I enkelte tilfeller kan en se hvordan eleven regulerer strategien ut i fra det matematiske problemet. Det å vurdere hvilken strategi som kan være hensiktsmessig for det matematiske problemet er en sentral del av tallforståelsen. Av de analyserte elevene var det blant annet to elever som valgte regnestrategier som førte til feilaktige svar, til tross for at de selv uttrykte at strategien var vanskelig. Dette kan indikere vanskeligheten ved å bruke konseptnettverket som omhandler forståelsen av regneoperasjonen og strategien. Et godt konseptnettverk tillater en forståelsen for tall og operasjoner på en kreativ og fleksibel måte. Konseptnettverket baserer seg på den generelle forståelsen av tall og operasjoner, bruk av denne forståelsen og resonnering og utviklinger av hensiktsmessige strategier i arbeidet (McIntosh et.al. 1992).

Det å kunne gjenkjenne og formulere matematiske problemer handler om å anvende tallene på en fleksibel og hensiktsmessig måte. McIntosh et.al. (1992) og Almeida og Bruno (2017) trekker begge frem at dette inkluderer å kunne vurdere og gå igjennom resultat. Tilfeller i analysen viser eksempler hvor elever vurderer og ikke vurderer resultatets gyldighet. Almeida og Bruno (2017) trekker frem en rekke studier som sier at elever foretrekker å følge regelbaserte metoder fremfor å velge strategier basert på deres tallforståelse. Funn i denne studien kan delvis bekrefte dette. Elevene i studien bruker regelbaserte regnestrategier som foretrukket metode fremfor strategier basert på deres egne kunnskap. Det må en del spørsmål knyttet til det matematiske problemer før de velger å gå over på strategier basert på deres tallforståelse.

5.3. Oppsummering av forskningsspørsmål

For å kunne si noe om elevenes kunnskap om tall har jeg sett etter ulike kvaliteter ved elevenes tallforståelse. Elevene i studien viser at de blant annet hvordan de organiserer tall og dens plassverdi gjennom argumentasjon for regnefortellingen. I tillegg bruker elevene i studien ulike representasjoner i møte med tallene. Argumentasjon inkluderer å argumentere for valg av fremgangsmåter. I studien produserer elevene regnefortellinger basert på deres felles interesse hvor en rekke valg blir tatt. Valg som regnestrategi, tall, operasjon, representasjoner og resultat er eksempler på valg som blir tatt av elevene. Et argument bygges opp på flere ulike måter hvor enkelte argument kan ha en tydeligere formidling enn andre. I argumentasjonen kan vi se hvordan tallforståelsen kommer til syne som et grunnelement. I hvert av elementene i Toulmins modell kan en se tegn til tallforståelsen. For eksempel tar belegget for seg matematiske opplysninger som elevene bruker som et utgangspunkt for påstanden. I hjemmelen bruker elevene ulike representasjoner eller matematiske regler for å styrke beleggets relevans i forhold til påstanden. Det samme kan en se igjen i ryggdekningen hos elevene. Dette gir elevene muligheten til å bruke fleksible strategier og vurdere gyldigheten i deres svar og påstand. Elevene benytter seg av tallforståelsen under argumentasjonen, og dermed kommer tallforståelsen frem når elevene blir utfordret til å begrunne og argumentere. Om tallforståelsen er lavere eller mindre ved enkelte deler, kan dette sees igjen i argumentasjonen.

Tilfeller i analysen viser hvordan argumentasjonen blir påvirket av elevens tallforståelse. For eksempel argumenterer «Mattias» og «Anders» for ulike påstander. Tallforståelsen til disse elevene er ulike og begge argumenterer ved å bruke kunnskapen de har. «Pia» og «Julie» argumenterer også ulikt. Her ser man blant annet hvordan de bruker ulike strategier og representasjoner for å argumentere for påstanden. Elevene bruker deres tallforståelse og argumentasjon for å kunne se det matematiske problemet på flere ulike måter. Tallforståelsen og argumentasjonen kan bli sett på som et grunnlag for utvikling av elevers læring og forståelse av kompleksiteten i matematiske utfordringer. Begge begrepene er sentral i skolematematikken og ser ut til å påvirke hverandre. Elevene i studien uttrykker tallforståelsen gjennom argumentasjon ved hjelp av å håndtere tall og tolke tallmateriell. Når elevene argumenterer kommer deres generelle forståelse for tall, regnestrategier og operasjoner til syne. I tillegg får man en forståelse for hvordan elevene bruker sin forståelse for tall og operasjoner. En vil også gjennom argumentasjon se hvordan elevene utvikler hensiktsmessige strategier i arbeid med tall og regneoperasjoner.

6. Avslutning

I denne studien har det vært undersøkt hvordan samspillet mellom argumentasjon og tallforståelse kommer til uttrykk hos elever i 3.klasse. Elevene fikk i oppgave å produsere en regnefortelling i par basert på en felles interesse. Regnefortellingen ga elevene mulighet til å forme en matematisk historie basert på deres tallforståelse. Videre ble elevene utfordret til å argumentere for hvorfor svaret på regnefortellingen stemmer. Elevsamtalene har vært brukt som utgangspunkt for å analysere og diskutere problemsstillingen.

For å identifisere samspillet har Toulmin (2003) sin modell vært tatt i bruk som analyseverktøy for argumentasjon. I tillegg har McIntosh et.al. (1992) vært tatt i bruk for å identifisere kvaliteter ved elevenes tallforståelse. Dette har gitt innsikt i argumentasjon og tallforståelsen på 3.trinn. Ved bruk av McIntosh et.al. (1992) har en kunne sett på enkelte deler av tallforståelsen til elevene, og dette har gjort slik at en kan danne seg et bilde over kvaliteter som kjennetegner tallforståelsen. Toulmin (2003) har vært tatt i bruk for å analysere enkelt argumentasjon. Modellen har bidratt til å tydeliggjøre struktur og innholdet i argumentasjonen.

Gjennom studien har jeg sett på hvordan elever i 3.klasse argumenterer og bruker sin tallforståelse. Basert på observasjonene gjort i analysen kan jeg se at elevene gjennomgående bruker sin tallforståelse i argumentasjonen. Det å ha en god og bred tallforståelse kan være med på å påvirke argumentasjonen ved at eleven har et bredere utgangspunkt når han eller hun skal argumentere. Som Enge og Valenta (2011) trekker frem i deres artikkel at argumentasjon kommer til syne når en skal forklare for en matematisk handling. Når en argumenterer i matematikk bruker man sin individuelle matematiske kunnskap for å overbevise. Argumentasjon er et sosialt fenomen (Krummheuer, 1995) og dermed kan en oppnå å konstruere kunnskap i samhandling med andre (Dysthe, 1999). Med utgangspunkt i studien kan en se hvordan tallforståelsen og argumentasjon henger sammen. Når en argumenterer kan man bruke tallforståelsen for å styrke argumentasjonen og omvendt. Tallforståelsen danner grunnlaget for argumentasjonen og argumentasjonen kan være med på å utvikle tallforståelsen.

6.1. Veien videre

Resultatet i studien kan gi en pekepinn på hvordan argumentasjon og tallforståelse opererer sammen. Det er viktig å legge merke til at elevsamtalene som er samlet inn i denne studien, ikke er representativ for alle 3. klasser. Grunnet omfanget av denne studien har det bare vært samlet inn datamateriale fra få samtaler. Siden utvalget ikke er representativ og det bare er gjennomført datainnsamling fra en liten gruppe, kan det være relevant og interessant å gjennomføre flere lignende studier på de samme klassetrinnene, men og på andre høyere klassetrinn på barneskolen.

Resultatet fra denne oppgaven kan blant annet være påvirket av at dette var en ukjent og uvanlig måte for elevene å arbeide på. De har ikke tidligere blitt filmet eller tatt lydopptak av, og det er flere begrep som de har arbeidet mindre med. Til tross for dette kunne det ha vært interessant å gjennomføre en studie som gikk over en lengre periode. Da kunne en fått mulighet til å se hvordan elevene argumenterer og bruker sin tallforståelse dersom de fikk trening og erfaring med denne type arbeidsform. Dermed kunne det vært interessant å se hvordan elevene over en periode utviklet seg, og en kunne da gjennomført en studie basert på aksjonsforskning. Dermed kunne en sett hvordan elevene argumenterer og bruker tallforståelsen om de fikk arbeidet med det over en lengre periode.

6.2. Kritiske betraktninger

I dette forskningsprosjektet har jeg søkt innsikt i samspillet mellom tallforståelse og argumentasjon ved å delta i deltakernes aktiviteter. Min rolle blir dermed en sentral del gjennom prosessen. Jeg opplevde at elevene var aktive og engasjerte. En annen indikasjon på engasjement var at elevene uttrykte at de selv syntes det var kjekt å delta i studien.

Studiens fokus og problemsstilling er valgt ut i fra min interesse for tallforståelse og argumentasjon. I en kvalitativ studie er forskeren en sentral faktor og et viktig forskningsinstrument. Mine tolkninger kan dermed være med på å påvirke datamaterialet til en viss grad. Intervjusituasjonen kan bli sett på en sosial interaksjon mellom meg som forsker og elevene. Det kan dermed stilles spørsmål med hvorvidt elevene svarer det de tror jeg vil høre. I og med at det oppstår en personlig kontakt og forventninger gjennom intervjuet, kan dette være en faktor som kan påvirke utfallet. Jeg som forsker har dermed en maktposisjon i følge Kvale og Brinkmann (2012), ved at jeg selv er delaktig og kan styre intervjuet.

Valideten og relabiliteten til studien ble presentert i metodekapittelet. Resultatene er basert på kvalitativ data. Dette gjør generaliseringen av resultatene vanskelig, og det er heller ingen kontrollgruppe som kan kontrollere resultatene i studien. Dette gjør det vanskeligere å si noe om tallforståelsen og argumentasjonen til elever i 3.klasse. Masteroppgaven kan si noe om hvordan samspillet mellom tallforståelsen og argumentasjonen kommer til syne for de fire elevene som ble intervjuet. Samtidig er en annen begrensning ved denne studien omfanget. Dette er en liten studie basert på andre forskningsstudie. Validiteten ville også blitt bedre med flere forskere som deltok. Samtidig har denne studien vært en del av et større prosjekt. Det gjør at validiteten styrkes med flere enn kun en forsker. Det er dog viktig å understreke at jeg er en uerfaren forsker som kan ha gå glipp av viktig informasjon under transkriberingen og kodingen av resultatene.

7.0 Litteraturliste

Almeida, R. & Bruno, A. (2017). Establishing Profiles on the Use of Number Sense. Spain: Universidad de La Laguna.. http://dx.doi.org/10.17583/redimat.2017.1910

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education : intention, reflection, critique* (Vol. v. 29). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Andrews, P., Sayers, J. & Marchall, G. (2015). Developing foundational number sense: Number line examples from Poland and Russia. In Proceedings Ninth Congress of European Research in Mathematics Education (CREME 9), Prague.

Botten, G. (1999). *Meningsfylt matematikk – nærhet og engasjement i læringen*. Bergen: Caspar forlag

Carroll, W. M., Fuson, K. C. & Diamond, A. (2000). Use of student-constructed number stories in a reform-based curriculum. *Journal of Mathematical Behavior*, 19 (2000). 49-62.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6.utg.). London: Routledge

Dysthe, O. (1999). Ulike teoriperspektiv på kunnskap og læring. *Bedre skole – tidsskrift for faglig pedagogikk.* Oslo: Utdanningsforbundet. Hentet fra: http://www.stiftelsen-hvasser.no/documents/Teoriperspektivpaakunnskapoglering.pdf

Dysthe, O. (2001). *Dialog og samspill i læring*. Oslo: Abstrakt forlag.

Ellis, L., M. (2015). A Critique of the Ubiquity of the Toulmin Model in Argumentative Writing Instruction in the U.S.A. In F. H. van Eemeren & B. Garssen (Eds.), *Scrutinizing Argumentation in Practice* (UK ed. edition, pp. 201–214). Amsterdam ; Philadelphia: John Benjamins Publishing Company.

Enge, O. & Iversen, H. M. (2010). Et norsk- og matematikkfaglig blikk på matematiske tekster i en femteklasse. Hvilke skrive- og tegnestrategier benytter elever på mellomtrinnet når de laget tekster i matematikk? I J. Smith (Red.), *Skriving i alle fag – innsyn og utspill* (s. 143-162). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.

Enge, O. & Valenta, A. (2011). Argumentasjon og regnestrategier. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning* 22(4). 27-32.

Enge, O. & Valenta, A. (2012). Varierte tenkemåter og regnestrategier. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning* (1). 8-13

Grepstad, O. (1997). *Det litterære skattkammer: sakprosaens teori og retorikk*. Oslo: Samlaget i samarbeid med Norsk faglitterær forfatter- og oversetterforening

Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder.* Bergen: Fagbokforlaget.

Hana, G. M. (2014). *Matematiske tenkemåter.* Caspar Forlag: Bergen

Hana, G. M. (2012b). Undersøkende virksomhet, koordinering og spørsmålets forrang. I H. Alrø (Red.), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis - Bok 1* (s. 65-88). Bergen: Caspar Forlag.

Hinna, K., Rinvold, R. A. & Gustavsen, T. S. (2012). *QED 1-7 : Matematikk for grunnskolelærerutdanningen : B. 1* (Vol. B. 1). Kristiansand: Høyskoleforlag

Hovik, E. K & Solem, I. H. (2013). Argumentasjon, begrunnelse og bevis på barnetrinnet. I I. Pareliussen (Red.), *Proceedings of FoU i praksis 2012.* Trondheim: Akademika.

Hovik, E. K. & Solem, I. H. (2016). Bevis og generalisering i skolen – utfordringer og ̈ muligheter. I E. K. Hovik & B. Kleive (Red.), *Undervisningskunnskap i matematikk* (s. 46-60). Oslo: Cappelen Damm akademisk.

Høines, M. J. (2006). *Begynneropplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning* (2. utg.). Bergen: Caspar forlag.

Johnsen-Høines, M., & Alrø, H. (2012). Trenger en å spørre for å være spørrende? I H. Alrø (Red.), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis - Bok 1*. Bergen: Caspar Forlag.

Kieran, C. (2001). The mathematical discourse of 13-year-old partnered problem solving and its relation to the mathematics that emerges. *Educational Studies in Mathematics, 46*(1), 187-228.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (red.)(2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. J. Washington, National Research Council. DC: National Academy Press.

Kjørup, S. (2008). *Menneskevidenskaberne 2: Humanistiske forskningstradisjoner* (2. utg.), Frederiksberg: Roskilde Univeritetsforlag.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. I P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (s. 229-269). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom: Two episodes and related theoretical abductions. *The Journal of Mathematical Behavior, 26*(1), 60-82. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.02.001

Krumsvik, R. J. (2014). *Forskningsdesign og kvalitativ metode. Ei innføring.* Bergen: Fagbokforlaget

Kunnskapsdepartementet (2006). *Læreplanverket for kunnskapsløftet*. Oslo: Utdanningsdirektoratet.

Kunnskapsdepartementet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag - kompetansemål*. Hentet 14. april 2016, fra http://www.udir.no/kl06/MAT1-04

Kjørup, S. (2008). *Menneskevidenskaberne 2: Humanistiske forskningstradisjoner* (2. utg.), Frederiksberg: Roskilde Univeritetsforlag.

Kvale, S. (1997). *Det kvalitative forskningsintervju.* Oslo: Ad Notam Gyldendal

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2012). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Lavy, I. (2006). A case study of different types of arguments emerging from explorations in an interactive computerized environment. *Journal of Mathematical Behavior, 25*(2), 153-169. doi: 10.1016/j.jmathb.2006.02.006

Lekaus, S. & Askevold, G. A. (2014). Matematisk argumentasjon gjennom ”imaginære dialoger”. *Tangenten – Tidsskrift for matematikkundervisning*, 25(4.), 12-17.

McIntosh, A. (2007). *Alle Teller! Håndbok for lærere som underviser i matematikk i grunnskolen*. Trondheim: Matematikksenteret.

Mcintosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, *12*(3), 2–8.

Meaney, T. (2007). Weighing up the influence of context on judgements of mathematical literacy. *International Journal of Science and Mathematics Education, 5*(4), 681-704. doi: 10.1007/s10763-007-9093-8

Norsk Senter for Forskningsdata (2018). Samtykke. Hentet fra: https://nsd.no/personvernombud/hjelp/samtykke.html

Rangnes, T. E. (2012). Hva regnes som matematisk aktivitet? Koordinering av sosiomatematiske normer. I Alrø Helle (Red.), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis bok 1* (s. 51-64). Bergen: Caspar Forlag.

Rangnes, T. E. (2012). *Elevers matematikksamtaler. Læring i og mellom praksiser* (Doktoravhandling). Universitetet i Agder, Kristiansand.

Schwarz, B. B., Hershkowitz, R., & Prusak, N. (2010). Argumentation and mathematics. In C. Howe & K. Littleton (Eds.), Educational dialogues: understanding and promoting productive interaction (pp. 115–141). London: Routledge.

Sfard, A., & Kieran, C. (2001). Cognition as communication: Rethinking learning-by-talking through multi-faceted analysis of students' mathematical interactions. *Mind, Culture, and Activity, 8*(1), 42-76. doi: 10.1207/S15327884MCA0801_04

Simosi, M. (2003). Using Toulmin's Framework for the Analysis of Everyday Argumentation: Some Methodological Considerations. *Argumentation, 17*(2), 185-202. doi:10.1023/a:1024059024337

Sood, S., & Jitendra, A. K. (2007) A comparative analysis of numer sense instruction in reform-based and traditional mathematics textbooks. *Journal of Special Education,* 41 (3), 145 – 157.

Solem, I. H., & Reikerås, E. K. L. (2001). *Det matematiske barnet.* Bergen: Caspar forlag.

Stylianides. A. J. (2009). Breaking the Equation 'Empirical Argument = Proof '. *Mathematics Teaching*, 213, 9-14.

Tangen, R. (2010). «Beretninger om beskyttelse» etiske dilemmaer i forskning med sårbare grupper – barn og ungdom. *Norsk pedagogisk tidsskrift*. ISSN 0029 – 2053. 94 (4), s. 318-332

Toulmin, S. (2003). *The uses of argument* (Oppdatert utg.). Cambridge: Cambridge University Press.

Valenta, A. (2015). Aspekter ved tallforståelse. *Matematikksenteret – nasjonalt senter for matematikk i opplæring.* Trondheim: NTNU

Vygotskij, L. S. (2001). *Tenkning og tale.* Oslo: Gyldendal Akademisk.

Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society.* Cambridge: Harvard University Press.

Yackel, E. (1995). Children’s talk in inquiry mathematics classrooms. I Paul Cobb & Heinrich Bauersfeld (Red.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (s. 131-162). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Yackel, E. (2001). Explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms (s. 9-23).

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 458-477. doi: 10.2307/749877

Vedlegg 1: Intervjuguide

Spørsmål til intervju
Bruk ordene «hvorfor» og «hvordan» i spørsmålene, hvis det er naturlig.

REGNEFORTELLING

1. Kan dere fortelle hva regnefortellingen din handler om?
2. Hvorfor har dere valgt å skrive om dette?
3. Hvis vi ser på oppgaveteksten – hadde du med alle kravene? (Nevne de fem punktene)

TALLFORSTÅELSE

4. Hvorfor får du det svaret du har fått?
   (Hvorfor har du valgt disse tallene/dette regnestykket)
5. Hvordan tenker du for å komme frem til svaret?
   Husk å spørre hvorfor!
6. Hvordan vet du at dette er riktig?
7. Hvordan har dere regnet for å komme frem til svaret?

ARGUMENTASJON

8. Vi har jo snakket om argumentasjon, og at det handler om at i regnefortellingen skal du overbevise oss studenter om at det svaret du har er riktig, og begrunne for oss hvorfor det er riktig. **Hva er det i regnefortellingen din som overbeviser oss studenter om at svaret er riktig?**
9. Hvor i regnefortellingen er det du overbeviser?
10. Hva ville du eventuelt gjort annerledes for å overbevise mer eller på en annen måte?

REGNEFORTELLINGEN PÅ ANDRE MÅTER

11. Du valgte jo å bruke disse tallene/skrive dette regnestykket. Er det andre måter du kunne kommet frem til svaret på?
12. Eks. Tegning. - Hvordan kunne du brukt tegning for å vise hvordan du har kommet frem til svaret? Hvorfor ville du valgt tegning?
13. Hva kan tegningen ha hjelpe deg med?
14. Hvis eleven teller på fingrene, eller sier at han/hun gjør det: kan du vise meg hvordan du teller på fingrene?
15. evt. Hvorfor teller du på fingrene?
16. Kunne du brukt noen andre tall for å komme frem til det svaret du har fått?
17. Hvordan hadde regnefortellingen blitt med andre tall?
18. Hva hvis du hadde hatt (kom med eksempel på tall - høyere tall/tier overganger/tall de selv sier er vanskelige) hvordan hadde du tenkt da?

AVSLUTNING

19. Ser du noe forskjell på hvordan du tenkte når du skrev og nå etter vi har snakket sammen?
20. Hadde du gjort noe annerledes? Hvorfor/Hvordan hadde dere gjort det da?
21. Når dere skrev regnefortellingen din, lagde dere først historien og så fant ut hva svaret ble eller visste dere hva svaret skulle bli før dere lagde regnefortellingen?

Hvis en elev sier "sånn er det bare", "jeg bare tenkte det" – Forklar for noen som ikke kan det
Hvordan kan du vise regnestykket til noen som ikke kan det?

Vedlegg 2: Informasjonsskriv foresatte

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

«Produksjon av regnefortellinger for å fremme matematisk forståelse»

Bakgrunn og formål

Formålet med studien er å erverve ny kunnskap om enspråklige og flerspråklige barns tilegnelse av matematikk i begynneropplæringen. Det vil være særlig fokus på hvordan barns egen produksjon av regnefortellinger kan brukes for å fremme og kommunisere matematisk forståelse. Regnefortellinger blir en måte å la barn få uttrykke sin egen matematiske forståelse. Dette kan være særlig viktig for fremmedspråklige og de som strever med matematikkmestring, men også for elever som slik får utfordret og vist bredden i sin matematiske kompetanse. Det vil undersøkes hvordan regnefortellinger kan være et pedagogisk verktøy for å arbeide med skriving som grunnleggende ferdighet i matematikk i begynneropplæringen.

Studien gjennomføres i regi av Høgskolen på Vestlandet ved høgskolelektor Trude Fosse og førsteamanuensis Gert Monstad Hana. Studien er knyttet til forskningsgruppen «Begynneropplæring» og forskningsprosjektet LATACME .
Elever i utvalgte klasser på 2.-3. trinn blir spurt om å delta i prosjektet.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Studien undersøker hvordan barn produserer regnefortellinger og hvordan barn utvikler og uttrykker kunnskap gjennom regnefortellinger. Dette innebærer at det samles inn skriftlig elevarbeider fra elever som deltar i forskningsprosjektet. I tillegg vil det bli gjort lyd/filmopptak av grupper av elever for å undersøke hvordan elever produserer og kommuniserer om regnefortellinger.
Datamateriale som innsamles vil bestå av notater, lyd/filmopptak og skriftlige elevarbeid. I mai /juni 2018 vil det bli samlet inn to skriftlige elevarbeider. Ytterligere elevarbeid vil bli samlet inn neste skoleår. I løpet av høsten 2018 vil det bli tatt lyd/filmopptak av gruppesamtaler omkring et skriftlig arbeid. Forskerne vil kunne være tilstede i klasserommet, men datamaterialet som innsamles vil kun være knyttet til elever hvor det er gitt samtykke til deltakelse i studien.

Innsamling av data vil bli gjort i tidsrommet mai 2018 - 2019.

Hva skjer med informasjonen om barnet?
Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Personopplysninger vil kun være tilgjengelig for Trude Fosse, Gert Monstad Hana og eventuelle masterstudenter tilknyttet prosjektet. Datamaterialet vil lagres uten personopplysninger på egen forskningsserver ved Høgskolen på Vestlandet. Kun forskere i forskningsprosjektet LATACME og eventuell transkribert har tilgang til dette datamaterialet.

Datamaterialet skal kun benyttes i forskningssammenheng. I forskningspublikasjoner vil det kunne opplyses om deltakende elevers klassetrinn (men ikke skole), kjønn og språklig bakgrunn. Det vil også inkluderes kopier av skriftlig elev materiell. For slike kopier vil alle personopplysninger (som navn og klasse) anonymiseres. Datainnsamlingen vil skje i den ordinære undervisningen, slik at elever med og utenfor studien vil få samme undervisning. Prosjektet, inkludert arbeid med publikasjoner, skal etter planen avsluttes 1. august 2020. Eventuelt datamateriale som lagres etter dette tidspunkt vil være anonymisert og ikke inneholde personopplysninger.

Frivillig deltakelse
Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil det ikke bli samlet inn mer datamateriale tilknyttet ditt barn og alle allerede innsamlede opplysninger om barnet bli anonymisert og utelatt fra det analyserte datamaterialet. Dersom ditt barn uttrykker ønske om å ikke delta i studien regnes det som om samtykke er trukket tilbake for deltakelse i studien. Om elever ikke deltar i studien eller som trekker seg fra den vil det ikke få innvirkning på deres forhold til lærer, skole eller den undervisning som gis.
Dersom du har spørsmål til studien, ta kontakt med Trude Fosse (trude.fosse@hvl.no, 55 58 58 34).

Studien er avklart med skoleledelsen ved skolen og klasselærer er informert og samtykker i forskningsprosjektets gjennomføring.

Studien er meldt til og godkjent av Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og samtykker i at mitt barn kan delta i studien.

(Signert av foresatt/forelder, dato)

(Navn på barn)

Det er mulighet til å delta i studien, men reservere seg mot deler av datainnsamlingen:

Jeg samtykker i at mitt barn inngår på lyd/filmopptak.

□ Ja □ Nei

Jeg samtykker i at opplysninger om barnet innhentes fra klasselærer om barnets språklige bakgrunn, kommunikasjon og deltakelse i matematikk. Dette innebærer at lærer oppheves fra taushetsplikt ovenfor forskerne på disse områdene.

□ Ja □ Nei