Høgskulen på Vestlandet

MASTEROPPGAVE

Argumentasjon og regnefortellinger

- En analyse av elevers argumentasjon i og om deres egne regnefortellinger

Argumentation and number stories

- An analysis of pupil's argumentation in and about their own number stories

Birgitte Åsheim

Master i undervisningsvitenskap med fordypning i matematikk
Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett
Veiledere: Ragnhild Hansen og Yasmine Abtahi

15. mai 2019

Forord

Denne oppgaven markerer slutten på min studietid. Prosessen har vært krevende, men det har samtidig vært veldig lærerikt. Først vil jeg takke LATACME og regnefortellingsgruppa for at jeg har fått bli med i et spennende prosjekt. Takk til veilederne mine for samarbeidet og takk til mamma som har lest gjennom oppgaven min.

Jeg vil også takke lærerne og elevene på skolen hvor datamaterialet er samlet inn. Lærerne har vært veldig inspirerende med hvordan de selv har jobbet med prosjektet. Takk for at dere åpnet klasserommet deres og ga oss frie tøyler til å forske. Takk til alle elevene som ville være med å skrive regnefortellinger og bli intervjuet.

Tusen takk til mine medstudenter som jeg har forsket sammen med. Dere har vært en god støtte i denne prosessen, både faglig og sosialt. Til slutt vil jeg takke medstudentene mine fra lesesalen, dere har motivert meg til å sitte på skolen fordi det har vært så kjekt å sees i pausene. Mye latter og kortspill har roet ned nervene som har vært litt frynsete i denne perioden. Jeg hadde aldri klart å levere oppgaven uten støtte fra dere.

Birgitte Åsheim

Bergen, 15 mai 2019

Sammendrag

I dette prosjektet har jeg deltatt i forskningsgruppen LATACME, i underprosjektet *Produksjon av regnefortellinger for å fremme matematisk forståelse*. Forskningsgruppen undersøker argumentasjon i regnefortellinger. Mitt datamateriale er derfor innhentet med dette som bakgrunn. Formålet med denne studien er å undersøke elevers argumentasjon i egenproduserte regnefortellinger. Dette kan knyttes sammen med to av de nye kjerneelementene i den nye læreplanen som skal tre i kraft 2020. Disse kjerneelementene er resonnering og argumentasjon, og representasjon og kommunikasjon (Utdanningsdirektoratet, 2018a).

Når det gjelder tidligere forskning på elevers argumentasjon i deres egenproduserte regnefortellinger, er det et lite forskningsfelt. Denne studien kan derfor være med på å tilføre mer forskning og være utgangspunkt for mer forskning.

Denne oppgaven er skrevet ut fra et elevperspektiv, men kan brukes av lærere for å få innsikt i elevers argumentasjon. Problemstillingen i denne oppgaven er: *Hvordan argumenterer elever i arbeid med egne regnefortellinger i matematikk?* For å svare på dette, deles problemstillingen inn i to underspørsmål: (1) Hvordan argumenterer elever i sin skriftlige regnefortelling? (2) Hvordan argumenterer elever muntlig for svaret i den skriftlige regnefortellingen? Argumentasjonen til 20 elever på 3. trinn blir analysert ved å bruke Toulmins modell for å vise hvor mye elevene argumenterer i regnefortellingene og hvor mye de argumenterer i intervjuet. Dette fremstilles i stolpediagram.

Stolpediagrammene viser to funn som blir trukket frem i denne oppgaven. Det ene funnet er at noen elever argumenterer lite i intervjuet, mens andre argumenterer mye. For å vise kontraster i datamaterialet, skal jeg trekke frem to elever som argumenterer lite og to elever som argumenterer mye i intervjuet. Det andre funnet som stolpediagrammene viser, er at mange elever argumenterer mer i intervjuene enn de gjør i regnefortellingene. Disse to funnene blir diskutert for å finne mulige årsaker til at det er slik.

Abstract

I have participated in a research group called LATACME, were I have been a part of the smaller research group called *Produksjon av regnefortellinger for å fremme matematisk forståelse* (Production of number stories to promote mathematical understanding). The research group examines argumentation in number stories. Based on this, I have collected data. The purpose of this study is to examine pupils' argumentation in self-made number stories. This can be linked to two of the new core elements in the new curriculum, starting in 2020. These core elements are reasoning and argumentation, and representation and communication (Utdanningsdirektoratet, 2018a).

Previous research on pupils' argumentation in their self-made number stories, is a small field of research. This study can therefore contribute to more research on the field.

This thesis is written from a pupils perspective, but can be used by teachers to gain insight into pupils' argumentation. The research questions in this thesis is: How do pupils argue in their own number stories in mathematics? To answer this, the issue is divided into two more questions: (1) How do pupils argue in their written number story? (2) How do pupils verbally argue for the answer in the written number story? The argumentation of 20 pupils in third grade, is analyzed using the Toulmin model to show how much the pupils argue in the number stories and how much they argue in the interview. This is presented in a bar graph.

The bar graphs show two findings that are highlighted in this thesis. One of the findings is that some pupils argue little in the interview, while others argue a lot. In order to show contrasts in the data, the analysis is based on two pupils who argue little and two pupils who argue a lot in the interview. The other finding that the bar graphs show, is that most pupil argue more in the interview than they do in the number stories. These two findings are discussed to find possible reasons for this.

Innholdsfortegnelse

Forord II

Sammendrag III

Abstract IV

Figuroversikt VIII

Tabelloversikt IX

1. Innledning 1

1.1. Bakgrunn for valg av tema 2

1.2. Problemstilling og avgrensing av tema 4

1.2.1.Begrepsavklaring 5

1.3. Oppgavens struktur 6

2. Teoretisk rammeverk og tidligere forskning 7

2.1. Teoretisk rammeverk 7

2.1.1. Toulmins modell 7

2.2. Matematisk argumentasjon 12

2.2.1. Matematisk argumentasjon på barneskolen 15

2.2.2. Argumentasjon og representasjoner 17

2.2.3. Spørsmål som kan få frem elevers argumentasjon 18

2.3. Regnefortelling 19

2.3.1. Regnefortellinger på barneskolen 20

2.4. Argumentasjon i regnefortellinger 22

3. Metode 25

3.1. Valg av metode 26

3.1.1. Kvalitativt intervju 26

3.1.2. Metodetriangulering 27

3.1.3. Induktiv tilnærming 27

3.2. Datainnsamling 28

3.2.1. Utforming av oppgave 28

3.2.2. Utforming av intervjuguide 33

3.2.3. Gjennomføringen av datainnsamlingen i klassene 34

3.2.4. Valg av informanter 37

3.3. Rammeverk for analysen 38

3.3.1. Toulmins modell som analyseverktøy 38

3.4. Etiske hensyn 41

3.4.1. Behandling av personopplysninger 41

3.4.2. Forskning på barn 41

3.4.3. Etiske betraktinger og utfordringer ved videoobservasjon 42

3.5. Transparens, pålitelighet og gyldighet 43

4. Resultat og analyse 46

4.1. Stian 48

4.1.1. Argumentasjon i regnefortellingen 48

4.1.2. Muntlig argumentasjon for svaret i den skriftlige regnefortellingen 51

4.2. Pål 53

4.2.1. Argumentasjon i regnefortellingen 54

4.2.2. Muntlig argumentasjon for svaret i den skriftlige regnefortellingen 56

4.3. Hans 59

4.3.1 Regnefortellingen 60

4.3.2. Muntlig argumentasjon for svaret i den skriftlige regnefortellingen 61

4.4. Emma 67

4.4.1. Argumentasjon i regnefortellingen 67

4.4.2. Muntlig argumentasjon for svaret i den skriftlige regnefortellingen 69

4.5. Ikke-matematisk argumentasjon 77

4.5.1. Ikke-matematisk argumentasjon fra regnefortelling 77

5. Diskusjon 79

5.1. Hvorfor argumenterer noen elever lite og noen mye? 79

5.1.1. Kompleksiteten av det eleven skal argumentere for 79

5.1.2. Spørsmålene som elevene fikk i intervjuet 81

5.2. Hvorfor er det stort sett mer argumentasjon i intervjuene enn det er i regnefortellingene? 83

5.2.1. Uvant for elevene å argumentere skriftlig 83

5.2.2. Oppgaveteksten versus intervjuet 84

5.3. Analyseverktøyet i møte med elevenes argumentasjon 85

5.3.1. Skriftlige regnefortellinger 85

5.3.2. Intervju..86

5.3.3. Plassering av representasjoner i Toulmins modell 86

5.3.4. Hvordan det var å identifisere taken-as-shared og implisitt argumentasjon 87

6. Avslutning.. 88

6.1. Implikasjoner for undervisning 90

6.2. Veien videere 91

7. Litteraturliste: 93

8. Vedlegg .... a

8.1. Vedlegg 1: Samtykkeskjema (1 av 3) .... a

8.2. Vedlegg 2 .... a

8.3. Vedlegg 3 .... a

Figuroversikt

Figur 1: Toulmins modell. (Min oversettelse). Fra «The ethnography of argumentation,» av G. Krummheuer, i P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), The Emergence of Mathematical Meaning Making: Ineraction in Classroom Cultures (s. 245), 1995, Hillsdale, N.J: L. Erlbaum. 8

Figur 2: Kollektiv argumentasjon. (Min oversettelse). Fra "Focusing on argumentation" av L. M. Singletary og A. Conner, 2015, Mathematics Teacher, 109, s. 145...13

Figur 3: Eksempel på argumentasjon. (Min oversettelse). Fra " Categorizing pupils' written answers to a mathematics test question: 'I know but I can't explain'" av H. Evens og J. Houssart, 2004, Educational Research, 46, s. 280 15

Figur 4: IC-modellen. (Min oversettelse). Fra Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique (s. 63), av H. Alrø & O. Skovsmose, 2002, Dordrecht: Kluwer Academic..18

Figur 5: Regnefortelling. Fra «Et norsk- og matematikkfaglig blikk på matematiske tekster i en femteklasse,» av O. Enge & H.M. Iversen, i J. Smidt (Red.), Skriving i alle fag: innsyn og utspill (s. 157 og 158), 2010, Trondheim: Tapir Akademisk Forlag. Gjengitt med tillatelse. 23

Figur 6: Oppgaven vi ga elevene. 29

Figur 7: Diagram over forekomst av elementene i Toulmins modell hos 20 elever. 47

Figur 8: Diagram over forekomsten av hjemler og ryggdekninger i 20 elevers argumentasjon. 48

Figur 9: Stians regnefortelling. 49

Figur 10: Stians argumentasjon fra regnefortellingen i Toulmins modell...50

Figur 11: Stians argumentasjon fra intervjuet i Toulmins modell 52

Figur 12: Påls regnefortelling. 54

Figur 13: Påls argumentasjon fra regnefortellingen i Toulmins modell..55

Figur 14: Påls argumentasjon fra intervjuet i Toulmins modell. 58

Figur 15: Hans`s regnefortelling...60

Figur 16: Hans`s argumentasjon i regnefortellingen i Toulmins modell. 61

Figur 17: Regnestykke fra intervju. 62

Figur 18: Tegning fra intervju. 63

Figur 19: Hans`s argumentasjon fra intervjuet i Toulmins modell. 65

Figur 20: Emmas regnefortelling. 68

Figur 21: Emmas argumentasjon fra regnefortellingen i Toulmins modell. 68

Figur 22: Tegning fra intervju. 70
Figur 23: Tegning fra intervju. 71
Figur 24: Emmas argumentasjon fra intervjuet i Toulmins modell. 73
Figur 25: Lisas regnefortelling. 77
Figur 26: Lisas argumentasjon fra regnefortellingen i Toulmins modell. 78

Tabelloversikt

Tabell 1: Oversikt over gjennomføringen av datainnsamlingen..34

1. Innledning

I 2020 tas en ny læreplan i bruk. Den fornyes fordi den skal være mer relevant til endringer i samfunnet, legge mer til rette for dybdelæring og at det skal bli mer sammenheng mellom fagene. En av endringene fra den gamle til den nye læreplanen er kjerneelementer (Utdanningsdirektoratet, 2018b). Utdanningsdirektoratet (2017) sier at kjerneelementene er det viktigste i faget og inneholder det elevene må kunne for å mestre og bruke. Kjerneelementene vil bestå av kunnskapsområder, metoder, begreper, tenkemåter og uttrykksformer. Formålet med kjerneelementene er at de skal prege innholdet og progresjonene i læreplanene og at elevene utvikler forståelse av innhold og sammenhenger i faget over tid. Endringen består av at elevene skal jobbe mer med metoder og tenkemåter slik at de får større forståelse for faget (Kunnskapsdepartementet, 2018). I forbindelse med denne oppgaven vil jeg trekke frem to av kjerneelementene i matematikk. Det ene er resonnering og argumentasjon. Dette kjerneelementet innebærer at elever skal forstå at i fag som matematikk, at reglene og resultatene ikke er tilfeldige, men at de kan begrunnes. Elevene må også kunne utforme egne resonnementer når de løser problemer. I tillegg må de også argumentere for fremgangsmåten og løsningen deres. Elevene må altså kunne forstå, vurdere og diskutere sine egne og andres argumenter. Det andre kjerneelementene jeg vil trekke frem, er representasjon og kommunikasjon. Dette elementet peker på at det matematiske språket skiller seg fra dagligspråket. Elevene må derfor kunne utvikle et matematisk språk, samtidig som de også må kunne oversette mellom det matematiske språket og dagligspråket. Elevene må også kunne veksle mellom forskjellige representasjoner, for eksempel symboler, tegninger og verbale uttrykk, og forstå sammenhengen mellom dem (Utdanningsdirektoratet, 2018a).

Denne masteroppgaven er utviklet i sammenheng med i forskningsprosjektet LATACME. Det står for Learning About Teaching Argumentation for Critical Mathematics Education. Dette prosjektet er rettet mot grunnskolelærerutdanningen for 1.-7. trinn og det overordnede fokuset i prosjektet er argumentasjon og kritisk matematikkdidaktikk i flerspråklige klasserom. Jeg er med i underprosjektet som handler om regnefortellinger. Her er målet å studere hvordan elevers egen produksjon av regnefortellinger kan brukes til å fremme matematematisk forståelse (Fosse, 2017). Våren 2018 ble det samlet inn regnefortellinger fra elever på 2. trinn. Regnefortellingene som ble samlet inn var laget av elevene selv og var kun skriftlige. Målet for den innsamlingen jeg var en del av høsten 2018, var at vi i tillegg til å samle inn skriftlige regnefortellinger også skulle intervjue elevene som da gikk på 3.trinn.

I tillegg til at jeg har vært med i underprosjektet regnefortellinger, har også tre andre medstudenter vært med. Disse er Eline Anderson, Silje Havdal og Helene Magnussen. Vi har alle startet fra samme utgangspunkt, altså argumentasjon og regnefortellinger, men oppgavene våre har etter hvert tatt ulike retninger. Jeg skal videre nå gjøre rede for fokuset i min oppgave.

1.1. Bakgrunn for valg av tema

I dette kapittelet skal jeg trekke frem hva som ligger til grunn for valget av tema. Her skal jeg kort trekke frem hvordan forskningsfeltet er når det gjelder argumentasjon og regnefortellinger. Jeg skal også knytte dem til kjerneelementene som er nevnt i avsnittet over.

Forskningsfeltet på matematisk argumentasjon i skolen er stort. Det er mange som forsker på argumentasjon både nasjonalt og internasjonalt. I denne oppgaven vil hovedsakelig Krummheuers (1995) forskning på elevers argumentasjon i matematikk trekkes frem. Forskningen hans blir trukket frem direkte og indirekte fordi mange av tankene hans ligger til grunn for mye av forskningen som trekkes frem i denne oppgaven.

Hovik og Solem (2013, s. 121) har sett på argumentasjon, begrunnelse og bevis på barnetrinnet. De trekker frem at det å jobbe med bevis og bevislignende aktiviteter på barnetrinnet er viktig. Dette fordi elevene lærer både hvordan de skal argumentere i matematikk samtidig som de lærer matematikk ved å argumentere. Det å jobbe med argumentasjon kan altså føre til at man både lærer hvordan man skal argumentere og det å kunne tilegne seg kunnskaper i matematikk ved å argumentere. Dette henger sammen med kjerneelementet *resonnering og argumentasjon*. Grunnen til dette er fordi elevene må kunne forstå egne og andres argumenter for å kunne lære hvordan de argumenterer i matematikk. For å lære matematikk ved å argumentere, må en forstå at matematikk ikke består av tilfeldigheter, men at det kan begrunnes. Dette er altså noe av det som inngår i kjerneelementet *resonnering og argumentasjon*.

Det å jobbe med argumentasjon i barneskolen er også viktig fordi læreren kan få innblikk i hvordan elevene tenker. Enge og Valenta (2011, s. 30) sier at: «en lærer i barneskolen må kjenne til ulike måter elever argumenterer på, og kunne vurdere om argumentasjonen er gyldig». Altså er det viktig at lærere har god kunnskap om hvordan elever argumenterer for å kunne vurdere om resonnementene kan sees på som gyldige.

I tillegg til å få slik innsikt i elevens tankemåter ved å se på elevenes argumentasjon, kan en som lærer også få dette ved å se på elevers matematiske tekster. «Formålet med matematiske tekster, især regnefortellinger, er å kartlegge og utdype forståelsen for matematiske begreper hos elever og invitere dem til å bruke sine verbale evner og kreativitet i sin skriving om matematiske problemstillinger – og ikke minst å gi lærere innsikt i elevenes matematiske tenkning» (Enge og Iversen, 2010, s. 143). Dette kan knyttes sammen med kjerneelementet *representasjon og kommunikasjon* fordi de i matematiske tekster må kunne bruke og oversette til det matematiske språket.

I denne oppgaven er fokuset på regnefortellinger som matematiske tekster. Det har blitt gjort en del forskning på bruk av regnefortellinger i matematikk. Mye av forskningen er internasjonal, mens en liten del er nasjonal. Det meste av forskningen på regnefortellinger går ut på å undersøke hvordan lærere kan bruke regnefortellinger i undervisning. Det som det derimot er lite forskning på er hvordan elever argumenterer i regnefortellinger. Senere i oppgaven trekker jeg frem forskningen til Enge og Iversen (2010) som har sett litt på dette, men jeg vil først se litt dypere på hvordan argumentasjonen er bygd opp og hva den består av i skriftlige regnefortellinger, samt hvordan argumentasjonen er når elever argumenterer muntlig for svaret i regnefortellingen. Hva jeg legger i begrepene argumentasjon og regnefortelling skal jeg gjøre rede for i begrepsavklaringen etter problemstillingen.

1.2. Problemstilling og avgrensing av tema

I denne masteroppgaven vil jeg seg på elevers argumentasjon fordi det kan gi mulighet for å få innblikk i hvordan elever tenker i matematikk. Det å få innblikk i hvordan elever tenker er viktig for lærere. Grunnen til dette er fordi de kan bruke den innsikten til å finne ut hva elevene kan og hva som skal til for at de lærer mer. For å få innblikk i elevers argumentasjon vil jeg studere hvordan elever argumenterer skriftlig i egenproduserte regnefortellinger og hvordan de argumenterer muntlig for svaret i regnefortellingene etterpå. Min problemstilling er:

Hvordan argumenterer elever i arbeid med egne regnefortellinger i matematikk?

For å finne ut av dette deler jeg opp i to underspørsmål:

1. Hvordan argumenterer elever i sin skriftlige regnefortelling?
2. Hvordan argumenterer elever muntlig for svaret i den skriftlige regnefortellingen?

De to underspørsmålene utdyper problemstillingen og kan fortelle noe om hva slags argumentasjon som ligger i det å arbeide med regnefortellinger. Dette gjelder hvordan elevene argumenterer skriftlig og muntlig. De skriftlige regnefortellingene er laget før elevene blir intervjuet og fungerer som utgangspunktet for senere samtale og intervju. Det at de skriftlige regnefortellingene er grunnlaget for et intervju gjør at det første forskningsspørsmålet henger tett sammen med neste underspørsmål: hvordan elevene argumenterer muntlig om hvordan de fikk svaret i den skriftlige regnefortellingen. Hensikten med å stille dette underspørsmålet er å få dypere innsikt i elevenes tenkning enn det vi finner i regnefortellingene.

En fellesnevner for de to underspørsmålene er at jeg studerer elevers argumentasjon. For å analysere argumentasjonen skal jeg bruke Toulmins modell. Det at jeg bruker Toulmins modell for å undersøke de to underspørsmålene, gjør at jeg kan sammenligne argumentasjonen som fremkommer i ulike deler av den skriftlige regnefortellingen og intervjuet. Toulmins modell kan være med på å gi meg innsikt i hvilke kvaliteter argumentasjonen består av og hva selve innholdet i de ulike delene er.

1.2.1.Begrepsavklaring

For å vise tydelig hva som ligger til grunn for hovedbegrepene argumentasjon og regnefortelling i denne oppgaven, skal jeg nå gi en kort begrepsavklaring av disse.

1.2.1.1. Argumentasjon

Krummheuers artikkel *The Ethnography of Argmentation* (1995) legger han vekt på at argumentasjon er en sosial interaksjon mellom to eller flere deltakere og at målet med argumentasjon er å overbevise seg selv og andre om sine egne resonnement (Krummheuer, 1995, s. 247). I denne oppgaven vil en sosial interaksjon inkludere både muntlig samtale og skriftlige regnefortellinger. Grunnen til dette er at begge skal kommunisere med en mottaker. Argumentasjon bli i denne oppgaven forstått som å bruke sine egne resonnementer til å overbevise seg selv eller andre. Det er to aspekter ved argument; argument som et resultat av en argumentasjon og argument som en del av en argumentasjon (Krummheuer, 1995, s. 235). Med andre ord er det å argumentere eller argumentasjon prosessen, mens et argument er resultatet eller en del av prosessen. Begge disse aspektene blir inkludert i denne oppgaven.

1.2.1.2. Regnefortellinger

Å fortelle er en av de tidligste formene for kommunikasjon som mennesker har brukt (Walters, Green, Goldsby og Parker, 2018, s. 2). Altså er dette ikke en ny læringsmetode. Regnefortellinger blir av Botten (2011, s. 183) definert som korte eller lengre historier som inneholder matematiske opplysninger. Dette er en vid definisjon og inkluderer ikke hvilke og hvor mange matematiske opplysninger som må være med for at det skal kalles en regnefortelling. Jerome Bruner (1991) knytter fortellinger til personlige erfaringer (Walters, Green, Goldsby og Parker, 2018, s. 1). Grunnen til dette er fordi en ofte tar utgangspunkt i noe en selv har opplevd eller hørt om når en skal fortelle noe. I likhet med en fortelling vil også en regnefortelling fortelle noe. Dette betyr at regnefortellinger også kan ta utgangspunkt i personlige erfaringer, dersom det er knyttet til noen en selv har opplevd eller hørt om.

1.3. Oppgavens struktur

For å gjøre oppgavens struktur synlig for leseren skal jeg nå gi en oversikt over hva de ulike kapitlene inneholder. Frem til nå har bakgrunnen for oppgaven og problemstillingen blitt presentert. I kapittel 2 blir først det teoretiske rammeverket, som er Toulmins modell (2003), gjort rede for ved at de ulike elementene i modellen blir diskutert ved å trekke frem ulike forskere som selv har brukt modellen i sin forskning. Videre i kapittel 2 blir tidligere forskning trukket frem, først forskning på argumentasjon og så forskning på regnefortellinger. I kapittel 3 blir de metodiske valgene lagt frem. Dette inkluderer blant annet hvilke valg som ble gjort for å samle inn regnefortellinger og intervjue elever, samt hvordan analyseverktøyet, Toulmins modell (2003), ble brukt for å studere elevenes argumentasjon. Resultatene og analysen av dem blir presentert i kapittel 4. I kapittel 5 blir resultatene fra kapittel 4 diskutert for å belyse problemstillingen. Kapittel 6 fungerer som en oppsummering for oppgaven. Her vil også en mulig vei videre også bli skissert.

2. Teoretisk rammeverk og tidligere forskning

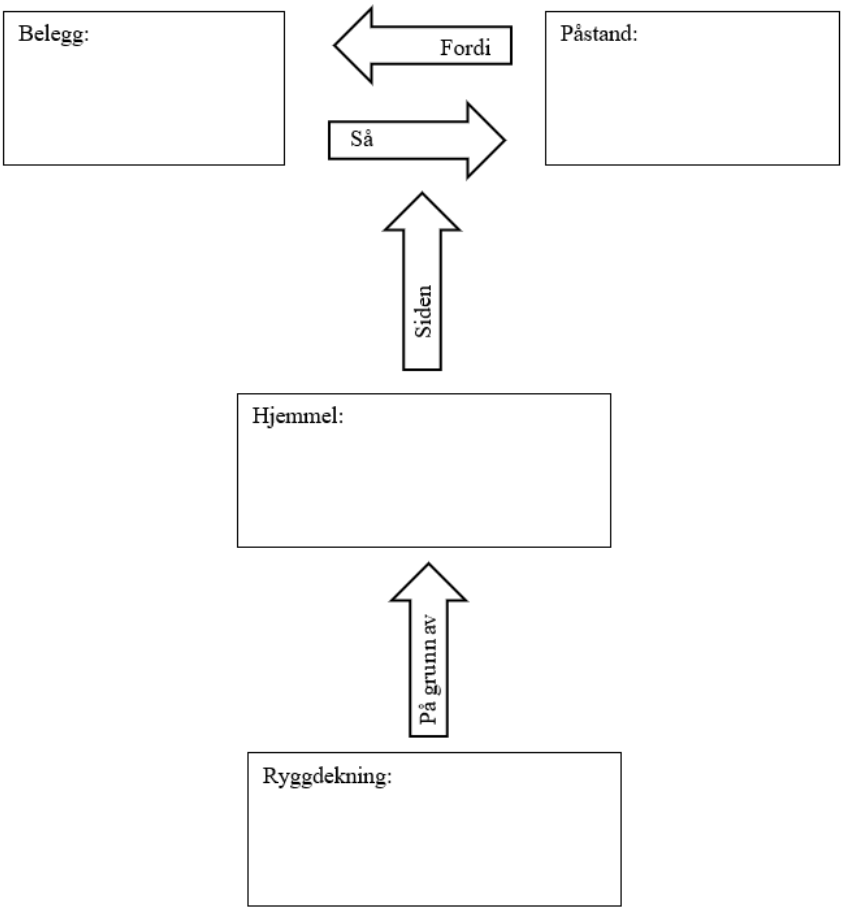
I dette kapittelet skal jeg ta for meg det teoretiske rammeverket som blir brukt senere i analysen. Etter det trekker jeg frem tidligere forskning på argumentasjon og regnefortellinger.

2.1. Teoretisk rammeverk

Nå skal jeg presentere det teoretiske rammeverket jeg har benyttet i oppgaven, Toulmins argumentasjonsmodell. Jeg presenterer først modellen og hvordan den kan brukes til å studere argumentasjon, før jeg går dypere inn på de ulike delene modellen består av. Når jeg gjør dette skal trekke inn flere forskere som har brukt Toulmins modell for å studere elevers argumentasjon. Toulmins modell er i utgangspunktet ikke laget for matematisk argumentasjon (Simosi, 2003, s.186), men den blir derimot brukt av flere matematikkdidaktikere. Noen av disse er Krummheuer (1995), Meaney (2007) og Lavy (2006). Jeg skal sammenligne deres definisjoner av modellen i tillegg til Toulmins (2003) definisjoner for å gjøre rede for argumentasjonsmodellen som jeg heretter vil kalle for Toulmins modell.

2.1.1. Toulmins modell

I teksten *The uses of argument* stiller Toulmin (2003, s. 89) spørsmålet: «What, then, is involved in establishing conclusions by the production of arguments?». Altså spør Toulmin hva som er involvert i oppbygningen av en påstand i argumentasjon. Med dette som bakgrunn lagde Toulmin en modell for å kunne analysere hvilke deler et argument består av. Han kaller de ulike momentene i modellen for: claim, data, warrent og backing. Videre i denne oppgaven vil Grepstads (1997, s. 171) norske oversettelse av begrepne i modellen bli brukt. Disse er henholdsvis påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning. Oppsettet til Toulmins modell er i denne oppgaven inspirert av hvordan Krummheuer (1995) har skissert modellen:



Figur 1: Toulmins modell. (Min oversettelse). Fra «The ethnography of argumentation,» av G. Krummheuer, i P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), *The Emergence of Mathematical Meaning Making: Ineraction in Classroom Cultures* (s. 245), 1995, Hillsdale, N.J: L. Erlbaum.

Toulmin (2003, s. 87) skiller mellom argumentasjonens grove struktur og finere struktur. Ved å se på det som blir sagt eller skrevet sier Toulmin at en kan skille mellom ulike faser i det å produsere et argument, fra de første tankene til den endelige presentasjonen av påstanden. Disse fasene utgjør argumentets grove struktur. Dersom en ser på hva de ulike fasene i den grove strukturen består av, finner en den finere strukturen. For å finne den grove strukturen i argumentasjon identifiserer en hvilke deler av modellen: påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning, som blir brukt for å argumentere. Den finere strukturen er å se detaljert på hva som blir sagt i de ulike delene: påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning. Dette vil også gjelde for denne oppgaven. Det er i den finere strukturen en finner det logiske i et argument, samt om argumentet er gyldig eller ikke. Toulmin argumenterer derimot for at en ikke kun kan se på argumentenes finere struktur, grunnen til dette er fordi han sier at argumentasjonen blir forståelig når en ser den opp imot argumentenes grovere struktur. Altså om det som blir sagt er påstand, belegg, hjemmel eller ryggdekning. En kan da se hvilken funksjon utsagnene har og hvordan det påvirker argumentasjonen. Med andre ord kan en si at en kan se på argumentasjon ut fra både et makro- (den grove strukturen) og et mikronivå (den finere strukturen), men at det er mest hensiktsmessig å se dem i sammenheng med hverandre.

2.1.1.1. Påstand

Krummheuer (1995, s. 240) sier at påstanden i et argument er hovedpåstanden. Altså kan det her åpne opp for flere påstander i et argument, men at den påstanden som en i hovedsak argumenterer ut fra blir da satt som påstand i modellen. Meaney (2007, s. 684) trekker frem at påstanden går ut fra et synspunkt, og ofte er et forslag på en løsning. Det som ligger i dette med at påstanden går ut fra et synspunkt gjør at det på forhånd er etablert en antagelse i det en skal argumentere for. Det at Meaney også trekker frem en påstand kan være forslag på en løsning, støtter Krummheuers utsagn om at det kan være flere påstander i et argument. Dette fordi det ofte kan være mange forslag på en løsning og at en av disse da kan settes som påstand. Lavy (2006, s. 156) sier hun ser påstand som en konklusjon eller generalisering som skal etableres eller støttes. I likhet med Meaney ligger det i dette at det på forhånd er etablert en konklusjon eller generalisering som gjennom argumentasjon skal etableres eller støttes.

2.1.1.2. Belegg

For at et utsagn skal kunne regnes som et argument, må det være belegg som ligger til grunn for påstanden som blir lagt frem (Toulmin, 2003, s. 97). Dette er også noe Krummheuer (1995, s. 241) er enig i, han sier at all argumentasjon trenger en form for fakta som påstanden kan bygge på. Meaney (2007, s. 684) sier også at belegg er fakta som påstanden blir trukket ut fra, men hun sier i tillegg at belegget ikke kan stille spørsmål ved eller utfordre. Dette skiller da henne bruk av modellen fra Toulmin og Krummheuers modeller. I denne oppgaven blir det tatt utgangspunkt i Toulmins og Krummheuers syn på belegg. Dette fordi elevene i dette prosjektet argumenterer i og rundt egenproduserte regnefortellinger noe som fører til at elevene selv lager faktaene som ligger til grunn for påstanden, i motsetning til dersom elevene skulle løst en oppgave. Altså kan det her trekkes tvil om belegget i elevenes argumentasjon.

2.1.1.3. Hjemmel

Dersom det blir slått tvil om påstanden, er det behov for noe som kan fungere som brobygger for å gjøre koblingen mellom belegg og påstanden tydeligere (Toulmin, 2003, s. 91). Denne koblingen er en generell, hypotetisk uttalelse og kalles hjemmel. Dette kan knyttes til Lavy sitt (2006, s. 156) utsagn om at en hjemmel er en generell uttalelse som begrunner det logiske spranget fra belegg til påstand og Meaney sine (2007, s 684) uttalelser om at hjemler er informasjon som knytter belegget til påstanden. Meaneys syn på hjemmel skiller seg derfor fra de andres syn fordi informasjon som knytter belegget til påstanden er større avgrensing enn å kun inkludere generelle uttalelser. I denne oppgaven blir Meaneys syn på hjemmel vektlagt fordi elevene skal argumentere i og ut fra spesifikke situasjoner i en regnefortelling, og da vil det kanskje ikke alltid være naturlig å argumentere med en generell begrunnelse.

Toulmin trekker frem at det kan være vanskelig å skille mellom belegg og hjemmel, dette fordi de noen ganger kan ha lignende funksjon. Han trekker frem en forskjell som kan skille disse, og det er at belegg ofte er uttrykt eksplisitt, mens hjemmel gjerne ligger implisitt i det som blir sagt (Toulmin, 2003, s. 92). Når Krummheuer (1995, s. 242) derimot konkretiserer hjemmel i sin artikkel, trekker han frem eksplisitte utsagn fra en elev som han setter sammen til en hjemmel. Dette viser at en kan ha både implisitte og eksplisitte hjemler i argumentasjon, noe som vil bli vist senere i oppgaven. Krummheuer sier også at det ut fra det språklige ofte er umulig å skille mellom belegg og hjemmel, dette fordi de er relatert til hverandre.

De tre delene av et argument: påstand, belegg og hjemmel, kaller Toulmin for skjelettet til et argument (Toulmin, 2003, s. 92). Krummheuer kaller påstand, belegg og hjemmel for kjernen av et argument og oppbygningen av dette er: belegg siden hjemmel så påstand. Han trekker frem Toulmin som sier at dette er den knappeste formen for formell argumentasjon (Krummheuer, 1995, s. 243). Lavy (2006) trekker frem i sin artikkel det at Toulmin sier at kjernen til et argument bør utvikles verbalt for å kunne overbevise. Dette kan sees i sammenheng med at Singletary og Conner (2015) trekker frem hjemmel som en av de viktigste komponentene i argumentasjon blant elever fordi det er der resoneringen kan deles med andre. I begrepsavklaringen av argumentasjon (se kapittel 1.2.1.1.) kan det Krummheuer (1995) sier om at argumentasjon handler om å overbevise knyttes til Meaney. Dette er fordi Meaney (2007,

s. 683) også trekker frem det å overbevise når hun snakker om argumentasjon. Hun sier at et overbevisende argument gir en tydelig kobling, ved å resonnere, mellom hva som er problemet og hva som er løsningen på det. Altså en hjemmel som kobler belegg og påstand sammen. Meaney kobler her sammen det å overbevise med hjemmel, noe Singletary og Conner (2015) også trekker frem.

2.1.1.4. Ryggdekning

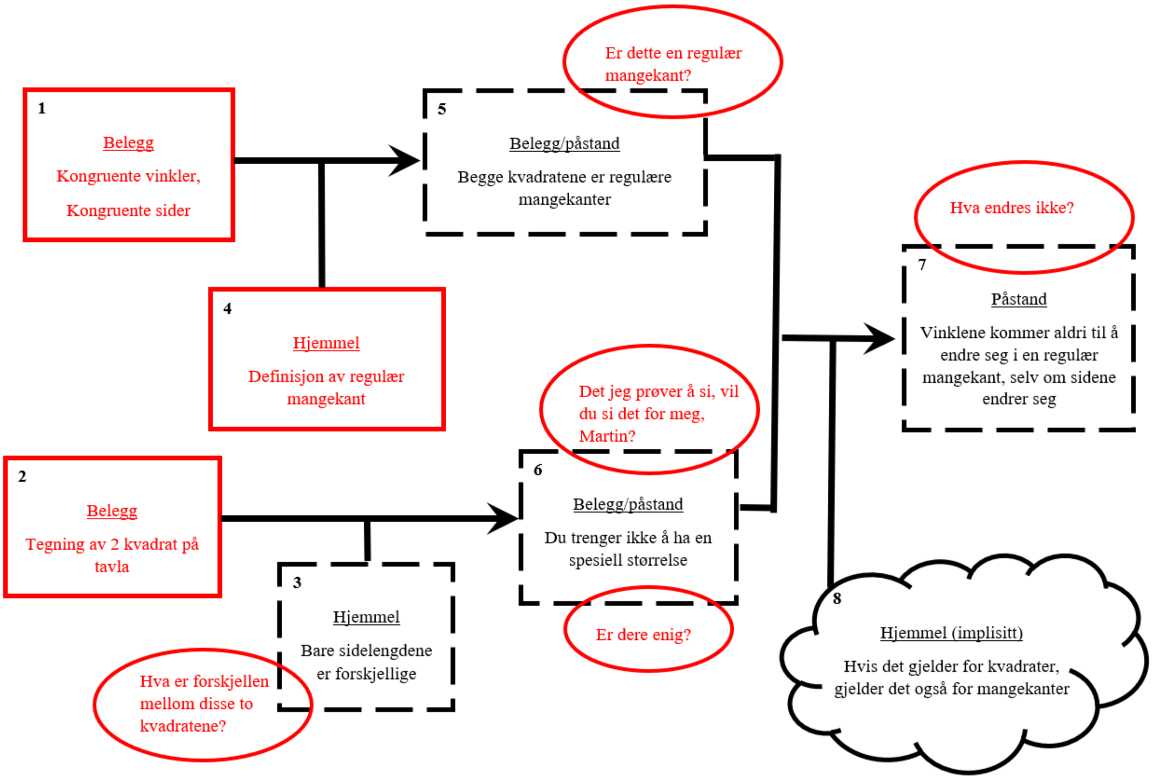
Selv om et argument har en hjemmel, vil hjemlene variere i graden av å kunne rettferdiggjøre koblingen mellom belegget og påstanden. Dersom ikke hjemmelen gjør dette trengs det noe som kan styrke argumentasjonen. I Toulmins modell kalles dette ryggdekning. Dette samsvarer med det Lavy (2006, s. 156) sier om at ryggdekning er informasjon som støtter eller gir et fundament for hjemmelen. Krummheuer (1995, s. 244) trekker frem at ryggdekning er universelle oppfatninger og grunnleggende strategier. Krummheuer sier også at ryggdekningen er kontekstavhengig. Grunnen til dette er at det er konteksten som bestemmer hva som er en universell oppfatning og dermed er så grunnleggende at det er akseptabelt blant de som befinner seg i den aktuelle konteksten. Her trekker Krummheuer inn at for elever på barnetrinnet, kan fingertelling, symbolisering av tall og dekomponering av regneoperasjoner og tall fungere som ryggdekning. Dette fordi det blir sett på som grunnleggende i aritmetikken blant elevene som er i den konteksten. Det er derfor viktig å se på konteksten til de som argumenterer fordi hva som regnes som grunnleggende akseptert matematikk for elever på barnetrinnet kan være annerledes enn for matematikere. Altså kan en se på ryggdekning som noe som knytter kjernens argument til noe som er akseptert i det lokale fellesskapet. I denne oppgaven holder jeg meg både til det Krummheuer sier om at det er universelle oppfatninger og grunnleggende strategier, og Toulmin og Lavy sier om at ryggdekning er det som fungerer som støtte for hjemmelen.

For å oppsummere vil jeg trekke frem at Toulmins modell som blir brukt i denne oppgaven, består av påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning. Et argument behøver ikke å brygges opp av alle disse elementene for å være gyldig. Meaney (2007, s. 684) trekker allikevel frem at et fullstendig argument inneholder alle de fire komponentene: påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning.

2.2. Matematisk argumentasjon

I dette kapittelet skal jeg ta for meg matematisk argumentasjon. For å avgrense kapittelet trekker jeg først frem tidligere forskning som handler om argumentasjon i skolen. Det jeg skal gjøre er å knytte argumentasjon sammen med et sosialt læringssyn som ligger til grunn i studien. Videre skiller jeg mellom analytisk og substansiell argumentasjon. Senere i kapittelet snevrer jeg inn kapittelet om matematisk argumentasjon ved å se på tidligere forskning om matematisk argumentasjon som har blitt gjort på barnetrinnet. I dette kapittelet vil jeg hovedsakelig basere meg på Toulmin og Krummheuers syn på argumentasjon samt forskning som også tar utgangspunkt i det.

Bakgrunnen for Krummheuers artikkel *The Ethnography of Argmentation* (1995) er analyse av elevers argumentasjon i matematikk. Da Krummheuer observerte argumentasjon i klasserommet så han at denne ikke kun gjaldt å argumentere for riktig svar eller definisjoner, men at det å diskutere, forklare, begrunne og illustrere også var noe som preget klasserommet da elevene argumenterte. Videre sier Krummheuer at han ser på argumentasjon som skjer i klasserom som et sosialt fenomen fordi det foregår i en sosial interaksjon. Han sier også at denne interaksjonen gjør at det kan oppstå uenigheter som igjen kan føre til korrigeringer, modifikasjoner, tilbaketrekking og erstatning. Krummheuer kaller dette kollektiv argumentasjon (Krummheuer, 1995, s. 232) og han har med dette et sosialt læringssyn. Kollektiv argumentasjon kan oppstå mellom lærere og elever eller kun blant elever. Singletary og Conner (2015) ser på kollektiv argumentasjon som oppstår i klasseromsdiskusjoner som er ledet av en lærer. De bruker Krummheuers (1995) tilpasning av Toulmins modell, men inkluderer elevenes implisitte utsagn og det læreren sier for å få frem argumentasjon hos elevene. I figur 2 vises dette ved implisitt argumentasjon er i en sky, mens de røde sirklene er lærernes spørsmål.



Figur 2: Kollektiv argumentasjon. (Min oversettelse). Fra "Focusing on argumentation" av L. M. Singletary og A. Conner, 2015, *Mathematics Teacher, 109,* s. 145

Singletary og Conner trekker frem at det er mer sannsynlig at elevene argumenterer med eksplisitt hjemmel når læreren stiller relevante spørsmål. Dette er noe som er viktig i kollektiv argumentasjon fordi det er når resonneringen er eksplisitt elevene kan dele og få tilgang til andres argumentasjon. Lærerens rolle vil da være å få elevene til å gi eksplisitte hjemler som passer og gjør argumentasjonen forståelig for andre. Det å ta med lærerens utsagn i Toulmins modell synliggjør lærerens rolle. En kan da se hvilke deler av argumentasjonen læreren og elevene bidrar med, samt hvilke spørsmål læreren stiller som får elevene til å argumentere.

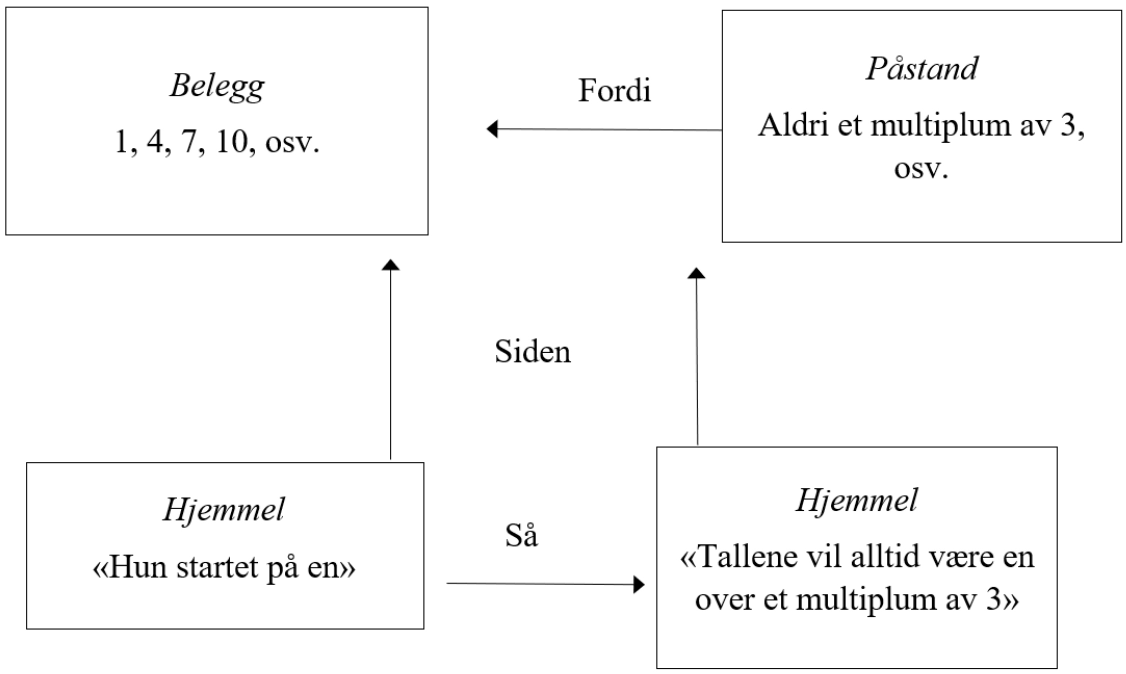
I sin artikkel *argumentation and learning* trekker Schwarz (2009) frem ulike perspektiver på relasjonen mellom argumentasjon og læring. Han sier at læringssyn påvirker hvordan en ser på argumentasjon. Ulike måter å se på argumentasjon kan være å se på det som et verktøy for å oppnå en fellesforståelse, som ferdigheter knyttet til kritisk argumentasjon eller som et verktøy for å plassere seg i en sosial verden. Synet på argumentasjon kan variere ut fra om en velger å fokusere på det individuelle eller det som skjer mellom mennesker. Det Schwarz trekker frem om at argumentasjon handler om å oppnå fellesforståelse kan knyttes til det Krummheuer sier med at målet med argumentasjon er å overbevise. Dette fordi for å oppnå en fellesforståelse må alle deltakerne være enige om premissene i argumentasjon, noe deltakerne også er dersom de har overbevis hverandre. Det at Schwarz trekker frem at argumentasjon plasserer mennesker i en sosial verden, knyttes til Krummheuers syn på argumentasjon som sosial interaksjon. Dette fordi dersom mennesker skal samhandle i en sosial verden vil det være en sosial interaksjon. I likhet med dette og avsnittet over om kollektiv argumentasjon, vil læringssynet som ligger til grunn i denne studien som sagt være sosialt.

Toulmin (2003, s. 116) skiller mellom to typer argumentasjon, analytisk og substansiell argumentasjon. I den analytiske argumentasjonen vil informasjonen gitt i oppbygningen av et argument, belegg og hjemmel, være den samme som blir presentert i påstanden. I tillegg er oppbygningen en logisk korrekt bevisføring hvor oppsettet er i denne bestemte rekkefølgen: belegg → hjemmel → påstand. Den substansielle argumentasjonen derimot, har ikke en like streng oppbygning som den analytiske argumentasjonen. I følge Toulmin (2003, s. 115) er den ofte bygget på tidlige erfaringer. Dette kan trekkes til det Krummheuer (1995, s. 236) sier at den substansielle argumentasjonen er bygget opp av en overbevisende presentasjon av blant annet bakgrunn, relasjoner, forklaringer og begrunnelser. Både Toulmin og Krummheuer trekker altså frem at substansiell argumentasjon er bygget på noe som allerede er kjent for den eller de som argumenterer. I tillegg sier Krummheuer (1995, s. 236) at det at substansiell argumentasjon ikke har like strenge regler for logisk oppbygging som formell argumentasjon, ikke betyr at substansiell argumentasjon er dårligere enn formell argumentasjon. Det viser heller at det er kontekster hvor den logiske formelle oppbygningen av et argument ikke er nødvendig. Krummheuer trekker frem at barns argumentasjon ofte er substansiell. Han sier at en av grunnene til det er at barn vanligvis ikke tenker på et aksiomnivå, men at barn på barnetrinnet heller opererer empirisk og at den matematiske argumentasjonen da er knyttet til erfaringer som handler om virkelige matematiske objekter. Dette kan for eksempel være å telle på fingrene, konkludere ut fra konkreter eller stole ubegrunnet på en autoritet (Krummheuer, 1995, s. 236). Telling og tallord er noe Johnsen-Høines (1998, s. 40-41) trekker frem som en naturlig del av barns språk. Dette fordi det er noe som naturlig omgir oss mennesker i dagliglivet. Det som skiller tallord fra andre ord er at de uttrykker en mengde. Altså noe vi kan telle. En måte er å vise antall kan være fingertelling. Det å bruke fingrene når en teller kan fungere som en hjelp og støtte, samt være en måte formidle antall til andre. På bakgrunn av at barn ofte argumenterer med erfaringer knyttet til virkelige matematiske objekter og ikke aksiomer, vil fokuset i denne oppgaven være substansiell argumentasjon.

2.2.1. Matematisk argumentasjon på barneskolen

I dette kapittelet knyttes argumentasjon opp mot forskning som har blitt gjort på barneskolen. Først skal jeg se på forskning som ser på hvordan elever på barneskolen argumenterer og noen grunner som kanskje kan forklare det. Her trekkes også lærerens rolle inn. Til slutt knyttes bruk av representasjoner sammen med argumentasjon hos elever.

Evens og Houssart (2004) ser på elever som går på 5. og 6. trinn sine skrevne svar på en matematikkprøve hvor de skal gi en skriftlig forklaring på en matematisk påstand. For å se på elevens svar brukte de Toulmins modell. Her fant de ut at hjemlene elevene hadde i sin argumentasjon ofte var eksempler eller manglet detaljer og presisjon. Det elevsvaret som var mest utfyllende innehold to hjemler som knyttes belegget sammen med påstanden.



Figur 3: Eksempel på argumentasjon. (Min oversettelse). Fra " Categorizing pupils' written answers to a mathematics test question: 'I know but I can't explain'" av H. Evens og J. Houssart, 2004, *Educational Research, 46*, s. 280

Altså var det ingen av elevene i studiet som hadde ryggdekning i sin skrevne argumentasjon. Evens og Houssart trekker også frem at det er mye forskning som sier at elever på barneskolen synes det er vanskelig å gi matematiske forklaringer og at barn ofte generaliserer ut fra etter eller at mange eksempler uten en forklaring på hvorfor kan være en god argumentasjon. Dette kan knyttes til Balacheffs (1988, s. 218) første nivå for bevis og begrunnelser, naiv empirisme. På dette nivået trekker elever slutninger på bakgrunn av et eller flere tilfeldige eller passende eksempler. I sin studie fant Hovik og Solem (2016, s. 58) at elevene ofte bruke naiv empirisme og at de kan føres over i retning av å generalisere ved oppfordres til å utvide tallbruken, ved for eksempel å bruke flere, større eller mindre tall. Carpenter & Levi (2000, referert i Evens & Houssart, 2004, s. 271) så at noen av elevenes argumentasjon, som først baserte seg på bruk av eksempler, ble mer begrunnende og generell. Evens og Houssart (2004) sier at det å bruke eksempler som argumentasjon kan være et viktig førstesteg i å finne ut om noe er rett eller galt. De ser at mange elever er på vei til å gi fullverdige svar, men at de mangler detaljer og presisjon. De kobler sine funn til didaktiske utfordringer. En av utfordringene for læreren blir da å veilede elevene ved å ta utgangspunkt i svarene deres og få dem til å bruke mer detaljer og presisjon når de argumenterer, fremfor å modellere et svar for elevene. Noe annet læreren kan gjøre når elevene har mangelfull argumentasjon, er å stille spørsmål som oppfordrer dem til å gi mer utfyllende svar.

Yackel (1997) har forsket på andretrinnselevers forklaringer i matematikk. Denne forskningen er utgangspunktet for artikkelen hennes: *Explanation, Justification and Argumetnation in Mathematics Classrooms* (2001). Her fant hun at over tid vil det å jobbe med argumentasjon i et klasserom føre til at det dannes en forståelse som er godtatt blant elevene. Dette kaller hun «taken-as-shared». Som en konsekvens av dette, vil da også det som er nødvending av belegg, hjemmel og ryggdekning i et argument endre seg. Yackel (2001) trekker frem et eksempel fra elever på andre trinn hvor forklaringene deres ble mindre eksplisitte over tid. Først kunne argumentasjonen for 5+6 =11 være «fordi 5 og 5 er 10 og 6 er en mer enn 5, så svaret er 11, en mer enn 10», mens etter at elevene hadde jobbet mer med argumentasjon kunne elevene si: «5 og 5 er 10, så svaret er 11». I det siste argumentet sier Yackel at for elevene ble 5+6 så grunnleggende og godtatt forståelse av elevene, at de ikke trengte eksplisitt forklaring slik de hadde produsert før (Yackel, 2001 s. 8). En grunn til at elever ikke alltid argumenterer eksplisitt i matematikk kan altså være at forståelsen er så grunnleggende og godtatt at de anser det for unødvendig å argumentere. Yackel (2001) har i sin forskning på elevers argumentasjon på andre trinn brukt Toulmins modell og Krummheuers forskning med å knytte matematikk til Toulmins modell. Hun trekker frem ulike fordeler med å bruke denne inngangen til å se på barns argumentasjon. En av fordelene med å bruke modellen kan være hjelpe å skille ut hva som er en godtatt, felles forståelse i klassen, taken-as-shared. Det kan også være nyttig for å analysere en klasseromsdialog for å finne ut hva de ulike deltakerne bidrar med. I sistnevnte fant Yackel ut at det ofte var læreren som hadde rollen som den som gjorde belegg, hjemmel og ryggdekningen eksplisitt hvor elevene ofte kun hadde implisitte forklaringer og begrunnelser (Yackel, 2001, s. 9). Dette samsvarer med Krummheuer (2007, s. 75) som i sin studie også fant ut at uten innblanding av lærer argumenterte elever ofte ikke med flere elementer enn belegg og påstand.

2.2.2. Argumentasjon og representasjoner

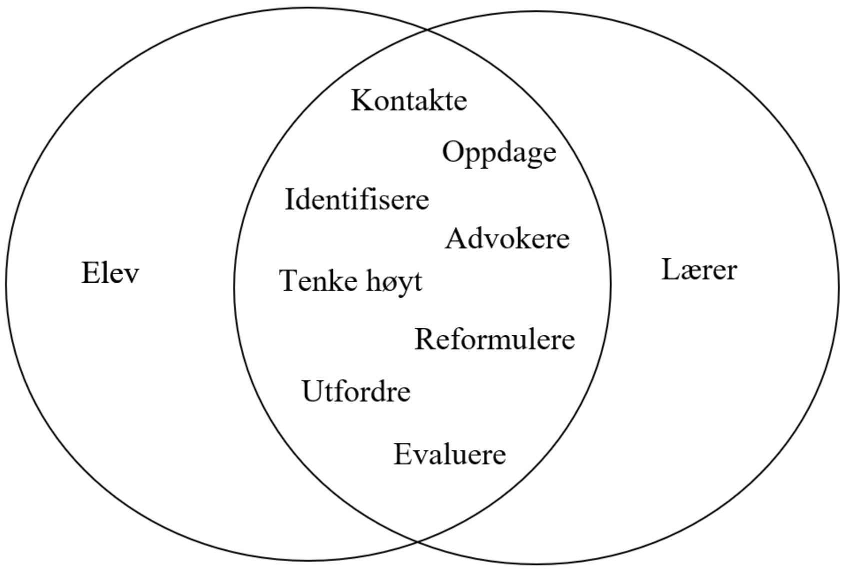
«Representasjoner er ulike uttrykk for den samme matematiske sammenhengen.» (Ulland, Røskeland & Herheim, 2018, s. 125) Eksempler på representasjoner kan være bilder, tekst og figurer. Altså er et bilde og en skreven tekst representasjoner dersom de uttrykker den samme matematiske sammenhengen. Ulland, Røskeland og Herheim (2018, s. 125) trekker frem forskerne Enge og Iversen (2010), Johnsen-Høines (2006), Enge og Valenta (2011) og Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) for å tydeliggjøre at det er bred enighet om at det å kunne uttrykke forståelse gjennom ulike representasjoner og å kunne veksle mellom dem, er et tegn på god matematikkompetanse.

Hovik og Solem (2013) skriver i artikkelen sin *Argumentasjon, begrunnelse og bevis på barnetrinnet* at elever velger mange ulike representasjoner når de argumenterer. Representasjonene som elevene brukte i denne forskningen var tall, figurer, skriftlige og muntlige forklaringer. «Gjennom bruk av konkreter, tekster og tegninger kan enkelteksempler løftes fra å representere det spesielle til det generelle og dermed være like holdbart bevis som ved bruk av formell matematikk» (Hovik og Solem, 2016 s. 47). Dette viser til det Hovik og Solem sier om at det ligger et stort potensial i elevenes visuelle representasjoner, men at utfordringen for læreren er å legge til rette for at elevene kan bruke visuelle representasjoner på en hensiktsmessig måte. Hovik og Solem (2013, s. 124-125) trekker frem Mingus og Grassl (1999) som sier at når en arbeider med bevis i skolen, er det viktig å blant annet være åpen for ulike representasjoner og fremgangsmåter. Senere i oppgaven skal jeg komme tilbake til bruk av representasjoner, da i forbindelse med regnefortelling.

2.2.3. Spørsmål som kan få frem elevers argumentasjon

Singletary og Conner (2015, s. 144) stiller spørsmålet: «What kinds of questions from the teacher prompted students to contribute parts of argumentation?» når de ser på kollektiv argumentasjon som oppstår mellom lærer og elever. Altså hvilke spørsmål fra læreren som ber elevene å argumentere. Singletary og Conner kategoriserte så spørsmålene som lærere stilte inn i fem kategorier. Disse kategoriene er spørsmål som spør etter: svar, metode, ide, utdypning og evaluering. Det å samtale om argumentasjon kan altså bestå av ulike type spørsmål. Jeg skal nå presentere Alrø og Skovsmoses (2002) modell om samtalekvaliteter, IC-modellen. Etter det skal jeg peke på noen likheter og likheter ved lærernes spørsmål fra Singletar og Conners studie og IC-modellen.

Alrø og Skovsmose (2002) introduserte IC-modellen, Inquiry co-operation, for å se på hvilke samtalekvaliteter som kan ligge i en undersøkende samtale mellom lærere og elever. Modellen består av kvalitetene: kontakte, oppdage, identifisere, advokere, tenke høyt, reformulere, utfordre og evaluere.



Figur 4: IC-modellen. (Min oversettelse). Fra *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique* (s. 63), av H. Alrø & O. Skovsmose, 2002, Dordrecht: Kluwer Academic.

Å kontakte er en samtalekvalitet som er nødvendig for å kunne ha en samtale. Kontakten må bære preg av at deltakerne er innstilt på å forstå hverandre. En annen kvalitet er å oppdage hverandres perspektiv. Dette kan for eksempel være hvordan en tenker når en løser en oppgave. Når de andre deltakernes perspektiver er oppdaget, kan perspektivene identifiseres ved at de knyttes til matematikk. Samtalekvaliteten som handler om å advokere tas i bruk når en legger frem ideer eller perspektiver på en måte som gjør at de kan undersøkes av andre. Å tenke høyt er en samtalekvalitet som åpner opp muligheten for å kunne undersøke andres ideer og perspektiver fordi de blir tilgjengelige for flere enn den som tenker de. For å sjekke om en selv eller andre har forstått hva som blir snakket om i samtalen kan en reformulere ideer og perspektiver. Dersom en stiller spørsmål kan dette være en måte å utfordre deltakerne i en samtale. Den siste kvaliteten, evaluering, går ut på å vurdere hvordan samarbeidet i samtalen gikk. Dette kan for eksempel være å evaluere om det som har blitt sagt er forstått av alle deltakerne eller om det er noe som tilføres for at det skal skje (Alrø og Skovsmose, 2002, s. 62-64). Disse kvalitetene kan være med på å skape en samtale hvor deltakerne kan undersøke et problem eller en oppgave sammen.

Det som skiller lærernes spørsmål i Singletary og Conners (2015) studie fra IC-modellen, er at Singletary og Conner ser på hvilke spørsmål som stilt for at elevene skal argumentere. IC-modellen er derimot kvaliteter som kan oppstå i en samtale. Dette gjør at noen av spørsmålene fra lærerne kan ha flere samtalekvaliteter. For eksempel kan spørsmål som er ute etter et svar være for å oppnå kontakt og å evaluere om eleven har forstått. Det å spørre etter en ide kan for eksempel inneholde samtalekvalitetene å oppdage for å finne ut hva elevene tenker, tenke høyt for å kunne dele ideen og utfordre ved å spørre etter en ide. Det som er likheter mellom lærernes spørsmål og IC-modellen er at begge har med spørsmål og samtalekvaliteter som handler om å utfordre og evaluere.

2.3. Regnefortelling

I sin artikkel *Weighing up the influence of context on judgements of mathematical literacy* utforsker Meaney (2007, s. 681) hvilken effekt konteksten til en matematisk oppgave har på elevers argumentasjon. I denne oppgaven er det elevenes regnefortellinger som er konteksten for deres argumentasjon. Derfor skal jeg nå se nærmere på tidligere forskning på bruk av regnefortellinger på barnetrinnet. Forskningen jeg skal trekke frem handler hovedsakelig om hvordan lærere har brukt regnefortellinger i undervisningen sin.

2.3.1. Regnefortellinger på barneskolen

Carroll, Fuson og Diamond (2000) observerte hvordan lærere jobbet med regnefortellinger på første trinn. Elevene lagde regnefortellinger selv som enten handlet om addisjon eller subtraksjon. Lærerne i prosjektet koblet elevenes regnefortellinger til representasjoner. Noen av representasjonene lærerne brukte var tegning, telling, regnestykker og konkreter. Den mest brukte representasjonen av lærerne var tegning. Johnsen -Høines (1998, s. 42) trekker frem tegning som en naturlig språkform for mange barn fordi det for mange er den første skriftlige aktiviteten de gjør. Altså kan vi se på tegning som et språk. Videre sier Johnsen-Høiens at barn bruker tegning for å formidle noe til seg eller andre. Dette fører til at tegning kan brukes som hjelp for egen tenkning, altså at det kan være et tenkeredskap, i tillegg til at det kan brukes for å kommunisere med andre.

I prosjektet til Carroll, Fuson og Diamond (2000) skulle lærerne i tillegg til å knytte regnefortellingene til representasjoner også diskutere elevens løsninger høyt i klassen. Dette for å vise hvordan ulike representasjoner kan vise elevenes ulike løsningsmetoder og tankegang. De kunne da diskutere hvilke metoder som passet best i ulike situasjoner samt hva som passet best til hvordan elevene tenkte. Det Carroll, Fuson og Diamond derimot fant ut, var at det ikke var så mange av lærerne som gjorde dette. De trekker likevel frem en av lærerne som diskuterte elevenes løsningsmetoder. Måten den læreren gjorde dette på var å få en av elevene til å reformulere løsningen sin på regnefortellingen. Deretter diskuterte hele klassen løsningen til regnefortelling mens læreren skrev det elevene sa på tavlen. Representasjonene som de fleste lærerne brukte til å koble sammen med skriftlige regnefortellinger var tegning. Noen brukte også konkrete objekter, mens noen modellerte fingertelling.

Carroll, Fuson og Diamond (2000, s. 50) trekker frem ulike fordeler med å bruke regnefortellinger i matematikk. En av disse er at ulike regnefortellinger kan illustrere forskjellige situasjoner i matematikk. For eksempel kan noen regnefortellinger med subtraksjon handle om å ta vekk noe, mens andre kan handle om sammenligning og likevekt. I tillegg trekkes det frem at regnefortellinger kan gi elever mulighet til å diskutere ulike løsningsmetoder. Den siste fordelen som blir trukket frem er at dersom elever lager regnefortellinger selv, kan de lage egne koblinger mellom sitt liv og matematikk. Siden de selv lager regnefortellingen er koblingene de lager til virkeligheten basert på deres egen forståelse. Noe som igjen kan føre til at matematikken blir mer meningsfull for elevene.

Walters, Green, Goldsby og Parker (2018) skriver i sin artikkel om læreres arbeid med digitale regnefortellinger. I dette prosjektet var målet å øke lærernes forståelse av det å løse et problem og forholdet mellom visuell, auditiv og verbale representasjoner i arbeid med problemløsing. Noe som var vellykket. I tillegg ble også lærerne ble mer bevisste rundt fordelene ved å inkludere representasjoner i undervisningen. En av arbeidsmåtene lærerne trekker frem er gruppearbeid. Her bruke elevene matematikkemner eller sine matematiske kunnskaper i den virkelige verden for å skrive en digital regnefortelling. I tillegg presenterer elevene regnefortellingen og løsningsmetoden for medelevene sine. To av lærere sier at de finner matematiske temaer som elevene ikke behersker så godt og får dem til å lage en regnefortelling om det. Dette kan hjelpe elevene med matematikk som de ikke behersker så godt fordi da kan elevene bruke egne erfaringer til å løse det de synes er vanskelig. Det at elevene lager egne regnefortellinger, gjør at lærerne kan se hva som interesserer dem og hva som kan hjelpe elevene å lære. Til slutt sier den ene læreren at han noen ganger lager egne problemer for elevene dersom de sliter med noe i matematikk og fordi det kan gi elevene andre måter å løse problemet på slik at de finner svaret på en annen måte (Walters, Green, Goldsby og Parker, 2018, s. 8).

Hanssen (2003) er en matematikklærer på barneskolen som stilte seg selv spørsmålet: hvordan fremme barns matematikkforståelse? Det hun endte opp med å gjøre var å legge vekk læreboka i matematikk. En av arbeidsmetodene hun brukte i undervisningen sin var bruk av elevers regnefortellinger/ tekstoppgaver. Dette definerte hun som et regnestykke som inneholder tekst, tall og en matematisk problemstilling. Tidligere hadde Hanssen opplevd at når elever på mellomtrinnet arbeid med regnefortellinger og tekstoppgaver stilte de spørsmål som: «Lærer, er dette pluss eller minus, gange eller dele?». Etter at hun hadde lagt vekk læreboken og elevene jobbet med egenproduserte regnefortellinger, klarte elever helt ned på første trinn å lage regnefortellinger for hverandre. Elevene kunne få i oppgave å skrive en tekstoppgave som gir svaret 8. Et eksempel som vises i teksten er: «Jeg hadde 9 kroner i lomma, så mistet jeg en. Hvor mange hadde jeg igjen?». På første trinn lagde elevene disse tekstoppgavene muntlig, mens de i slutten av andre trinn lagede dem skriftlig. Hanssen skriver at hun også kopierte opp tekstoppgavene slik at de andre elevene kunne se dem og løse dem. Hun sier også at når elevene lager tekstoppgavene selv, blir de bedre på å tolke slike oppgaver når de selv skal løse dem. Dette fant også Carroll, Fuson og Diamond (2000, s. 59) ut ved at der lærerne jobbet med regnefortellinger i undervisningen ble elevene bedre til å løse tekstoppgaver enn andre sammenlignbare elever som stort sett jobbet med tradisjonelle oppgaver.

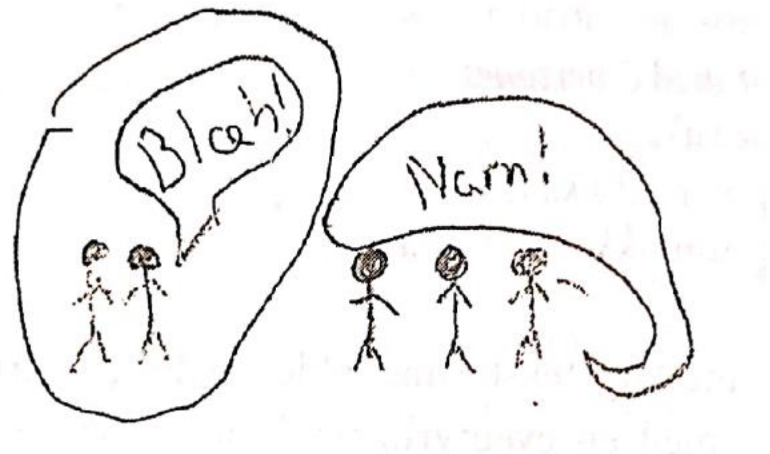
2.4. Argumentasjon i regnefortellinger

Dette kapittelet har til hensikt å se argumentasjon og regnefortelling i sammenheng med hverandre. For å gjøre dette skal jeg først trekke frem Enge og Iversen (2010) som har sett på argumentasjon i regnefortellinger. Deretter skal jeg trekke linjer mellom noe av forskningen på argumentasjon og noe av forskningen på regnefortellinger, dette for å se om det finnes noen likhetstrekk eller koblinger mellom de to. Grunnen for dette er for å få et innblikk i hvordan en kan studere argumentasjon i regnefortellinger.

Enge og Iversen (2010, s. 156) har studert argumentasjon i femtetrinnselevers egenproduserte regnefortellinger. Før elevene fikk oppgave om å skrive en regnefortelling, jobbet de med argumenterende tekster. Da elevene fikk i oppgave å skrive regnefortelling, skrev mange av elevene heller tekster som bar mer preg av å være argumenterende fremfor å være regnefortellinger. De elevene som prøvde å lage narrative tekster, syntes å ha et behov for å forklare og argumentere. Det ble derfor laget mange tekster som var en blanding av regnefortelling og argumenterende tekst. Enge og Iversen kobler dette sammen med det at matematiske tekster ofte blir argumenterende fordi det å forklare årsak er en stor del av matematikkfaget.

Regnefortellingene som Enge og Iversen samlet inn var korte tekster med fortellende elementer, eller beskrivende episoder og situasjoner som eksemplifiserer og forklarer. Selv om tekstene i hovedsak var fortellende, inneholdt de også med elementer av argumentasjon. Oppgaven elevene fikk var at de skulle skrive en regnefortelling til brøken ⅖. En av elevene lagde denne regnefortellingen:

> Det var en fest med 5 personer.
>
> De skulle spise kake.
>
> To av de fem likte ikke kaken.
>
> Det var da ⅖ som ikke likte kaken.



Figur 5: Regnefortelling. Fra «Et norsk- og matematikkfaglig blikk på matematiske tekster i en femteklasse,» av O. Enge & H.M. Iversen, i J. Smidt (Red.), *Skriving i alle fag: innsyn og utspill* (s. 157 og 158), 2010, Trondheim: Tapir Akademisk Forlag. Gjengitt med tillatelse.

Enge og Iversen trekker frem at denne regneforellingen er en multimodal tekst som inneholder fortellende elementer. Disse fortellende elementene er åpningen «det var en gang ...» som ofte blir brukt i eventyr. Regnefortellingen har også en handling som fungerer som et fortellende element, altså at det var fem personer som skulle spise en kake. Ved at eleven skriver «to av de fem likte ikke kaken», blir det et brudd på harmonien. Altså oppstår det en komplikasjon, noe som er et klassisk fortellergrep. Til slutt avslutter eleven med å si «det var da ⅖ som ikke likte kaken» som da blir løsningen på regnefortellingen. Gjennom regnefortellingen gir eleven en kontekst til regnestykket, samt at han konkretiserer og eksemplifiserer en representasjon av brøken ⅖ ved at han sier at «to av de fem likte ikke kaken».

Tegningen som eleven laget til regnefortellingen er en utvidelse av regnefortellingen fordi den presenterer noe nytt og annet enn teksten han skrev. Altså gir tegningen en visuell fremstilling av brøken ⅖.

Eksempelet over viser at en regnefortelling kan bestå av ulike representasjoner. Bruk av ulike representasjoner er som sagt sentralt når elever skal argumentere. Dette fordi å argumentere innebærer at en synliggjør sin tankegang, grunnen til dette er for at en skal kunne overbevise noen må en også vise hvordan en tenker. En av måtene lærerne skulle jobbe med regnefortellinger i Carroll, Fuson og Diamond (2000) sitt prosjekt, kan minne om hvordan en skal synliggjøre tankegangen i argumentasjon. Dette var fordi lærerne som sagt skulle bruke ulike representasjoner for å vise elevenes ulike løsningsmetoder og tankegang. Altså handler det å argumentere i skolen og det å bruke regnefortellinger i undervisning mye om å vise hvordan en tenker. Felles for begge er også at representasjoner kan være med på å vise tankegangen.

3. Metode

I denne delen av oppgaven skal jeg gjøre rede for de metodiske valgene i prosjektet. Metode er en planlagt fremgangsmåte for å nå et mål (Grønmo, 2004, s. 27). Dette vil si at det er forskningens mål som bestemmer metoden som blir brukt. Siden dette prosjektet er en del av forskningsprosjektet LATACME, ligger det allerede føringer for denne oppgavens metodiske valg. I tillegg hadde underprosjektet *regnefortellinger* som jeg var med i, som sagt hatt en datainnsamling hvor de samlet inn skriftlige regnefortellinger. Det som var tanken bak datainnsamlingen som ligger til grunn for denne oppgaven, var at elevene skulle skrive nye regnefortellinger hvor de etterpå skal intervjues om den regnefortellingen. Med bakgrunn i dette, lagde jeg mitt eget mål som munnet ut i problemstillingen: *hvordan argumentere elever i arbeid med egne regnefortellinger i matematikk*? For å kunne svare på dette studerte jeg skriftlige regnefortellinger som var laget av elever på 3.trinn og intervjuet dem om regnefortellingene deres etterpå. Altså består datainnsamlingen av skriftlige regnefortellinger og intervju av elever. Mange av de metodiske valgene som blir gjort rede for i metodekapitlet, er valg som har blitt gjort i sammen med Anderson, Havdal og Magnussen. For å skille mellom valgene som har blitt tatt med dem og de jeg har gjort selv, omtaler jeg Anderson, Havdal, Magnussen og meg som *vi* når det gjelder valg som er tatt sammen.

I neste avsnitt skal jeg diskutere hvordan valg av metode kan hjelpe meg å finne svar på problemstillingen. Videre skal jeg gjøre rede for hva som har blitt gjort i datainnsamlingen ved å gå nærmere inn på valgene som ble tatt i forbindelse med gjennomføringen av datainnsamlingen, utforming av oppgaveteksten og intervjuguiden. Etter det skal jeg gjøre rede for rammeverket for analysen. Deretter skal jeg drøfte ulike etiske hensyn som har blitt gjort i prosjektet. Til slutt skal jeg trekke frem noen av de metodiske valgene og konsekvensene av dem som påvirker transparenten, påliteligheten og gyldigheten i denne studien.

3.1. Valg av metode

For å samle inn datamateriale til denne studien, samlet vi inn regnefortellinger fra og intervjuet tjue elever. Jeg valgte å analysere disse elevenes argumentasjon fra regnefortellingene de skrev og argumentasjonen deres fra intervjuet. Grunnen til dette var for å gi en oversikt over hvordan elevene argumenterer, noe som kan være hensikten med kvantitative studier (Tjora, 2017, s. 28). Tjue elever er derimot et lite utvalg sett i sammenheng med andre kvantitative studier. For å svare på problemstillingen min som handlet om hvordan elever argumenterer syntes jeg det var hensiktsmessig å gi et overblikk på hvordan alle elevene i denne studien argumenterte, dette blir presentert som søylediagram i resultat- og analysekapittelet. I tillegg til dette hadde jeg også et behov for å gi en grundigere analyse for å kunne studere hvordan elevenes argumentasjon var bygget opp og hva den inneholdt. Jeg valgte da å også ha en kvalitativ tilnærming til datamaterialet mitt. Ifølge Krumsvik (2014, s. 27) er kvalitativ forskning hensiktsmessig når en skal finne ut hvorfor noe skjer, ofte i mindre utvalg. Tjora (2017, s. 28) trekker i likhet med Krumsvik frem at kvalitative tilnærminger legger vekt på innsikt. Dette passer til min problemstilling fordi jeg skal finne ut hvordan elever argumenter når de skriver og samtaler om egne regnefortellinger. Til dette formålet har jeg valgt å trekke frem analysen av fire elevers argumentasjonen, som er et lite utvalg. Hva som ligger til grunn for utvalget av elevene i denne oppgaven blir gjort rede for i kapittel 3.2.4. Siden oppgavens fokus er å få innsikt i elevers argumentasjon, er det ikke plass til å gjøre en grundig analyse av mer enn fire elever. Det er derfor et hensiktsmessig antall informanter til å kunne svare på denne oppgaven. Videre vil jeg nå gå inn på hvordan kvalitativt intervju kan bidra til å besvare problemstillingen.

3.1.1. Kvalitativt intervju

Grunnen til at intervju ble brukt som innsamlingsmetode i tillegg til de skriftlige regnefortellingene, var fordi jeg ønsket å få et større innblikk i hvordan elevene tenker når de argumenterer i egenproduserte regnefortellinger. Altså krevde dette en tilnærming som gjorde at jeg hadde mulighet til å høre hvordan elevene tenkte. For å prøve og få innblikk i dette, valgte jeg derfor å gjennomføre kvalitative intervjuer. Dette er fordi målet med kvalitative intervjuer er å skape mening og forståelse om et bestemt emne sett fra intervjupersonenes side (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 20). Til intervjuet ble det laget en intervjuguide. Altså gjennomførte vi semistrukturerte intervjuer. Grunnen til dette er fordi semistrukturerte intervju styres av en guide om inneholder en oversikt over emner som skal dekkes, og forslag til spørsmål. Det varierer hvor tett guiden skal følges (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 162). Siden alle elever tenker forskjellige og skriver forskjellige regnefortellinger, synes vi det var hensiktsmessig å ha semistrukturerte intervju slik at vi kunne tilpasse oss under intervjuet. Her fungerte altså intervjuguiden som en oversikt over emner og spørsmål, men hva som ble snakket om i intervjuet varierte noe fra elev til elev. Utformingen av intervjuguiden (vedlegg nr. 3) blir beskrevet i 3.2.2.

3.1.2. Metodetriangulering

Metodetriangulering er en undersøkelse som er basert på en kombinasjon av ulike data og metoder som belyser samme problemstilling (Grønmo, 2004, s. 55). Altså har denne studien en metodetriangulering fordi den både har en kvalitativ tilnærming med intervjuene og en kvantitativ tilnærming med søylediagrammene. Når en forsker på mennesker, er dette komplekse fenomener. Det kan derfor ofte være hensiktsmessig å kombinere ulike metoder for å se datamaterialet i flere lys (Grønmo, 2004, s. 56). Fordelen med å bruke metodetriangulering i denne studien er at jeg kan få innsikt i noen av elevenes argumentasjon ved å analysere dem grundigere og samtidig se det i sammenheng med de resterende seksten elevene.

3.1.3. Induktiv tilnærming

En utfordring med kvalitativ forskning er at en må være innstilt på å endre deler av prosjektet etter å ha vært ute i feltet for første gang. Dette for en kan oppdage uforventede funn og endringer kan oppstå. På grunn av dette kan det være lurt å gjennomføre datainnsamling relativt tidlig i prosjektet slik at en har mulighet til å gjøre endringer, som blant annet fokus på prosjektet og bruk av teori (Tjora, 2017, s. 15). Dette gjorde vi ved at vi først hadde noen ideer om hva vi ville få gjennom datainnsamlingen, leste oss opp på teori som støttet dette og designet datainnsamlingen. Etter at vi hadde gjennomført datainnsamlingen fant jeg ut hva jeg ville fokusere på og brukte det som utgangspunkt for det videre arbeidet. Dette gjorde at prosjektet mitt hadde en induktiv prosess, hvor jeg jobbet meg fra data til resultater (Tjora, 2017, s. 16). En svakhet med å ikke ha et tydelig fokus og problemstilling før en samler inn data, kan være at spørsmålene som ble stilt i intervjuet ikke er tilpasset det endelige fokuset i prosjektet. Dersom prosessen hadde vært omvendt kunne jeg for eksempel stilt andre spørsmål i intervjuet.

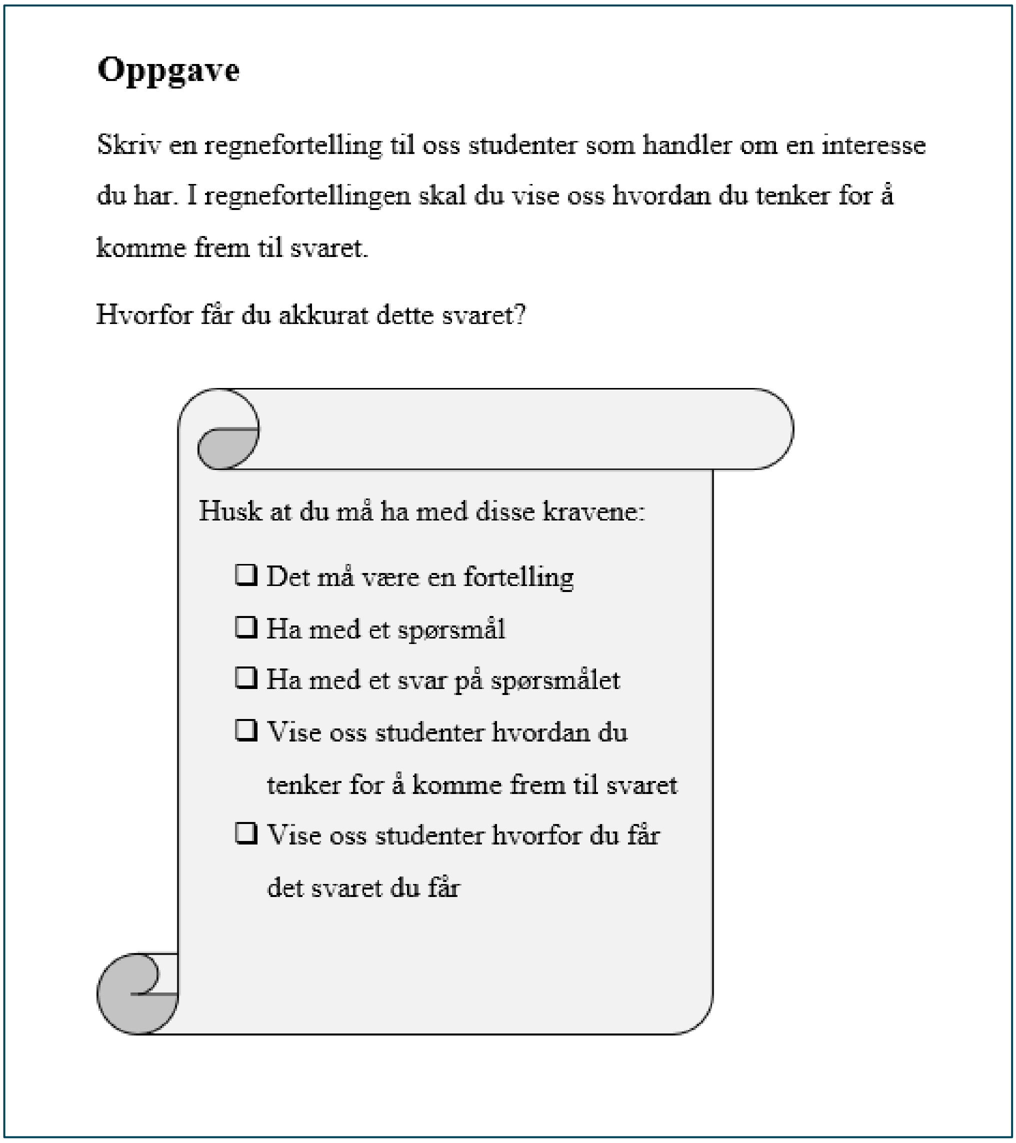
Siden det at elevers produksjon av regnefortellinger er forsket relativt lite på, gjorde at jeg ikke helt visste hva jeg skulle forvente og ikke hadde så mye teori og forskning å støtte meg på. Derfor valgte jeg et induktivt opplegg fordi induktive opplegg ofte er hensiktsmessige når en skal undersøke fenomener som ikke er forsket så mye på før. Grunnen til dette er at induktive opplegg legger særlig vekt på fortolkning og teorigenerering (Grønmo, 2004, s. 38). Selv om jeg ikke genererte teori selv, brukte jeg datamaterialet mitt til å finne ut teori og tidligere forskning som jeg kunne bruke for å svare på problemstillingen.

3.2. Datainnsamling

Når en studerer mennesker, studerer en også settinger, handlinger og prosesser som er rundt og i menneskene en studerer (Krumsvik, 2014, s. 120). Derfor skal jeg i denne delen se på utformingen av oppgaven og intervjuguiden, gjennomføringen av datainnsamlingen og valg av informanter.

3.2.1. Utforming av oppgave

Når det gjelder valg av skriftlig oppgave til elevene hadde vi to ønsker vi ville at oppgaven skulle oppfylle. Det ene var at vi ville ha en oppgave som la opp til at elevene skulle skrive en regnefortelling. Det andre ønsket var at oppgaven skulle medføre at elevene skulle argumentere da de skrev regnefortelling. Ures (2018, s. 23-26) oppgavetekst som handlet om argumentasjon, har blitt brukt som inspirasjon for utforming av vår egen oppgave. For at oppgaven elevene fikk i denne studien i størst mulig grad skulle oppfylle disse ønskene våre som var å skrive regnefortelling med argumentasjon, formulerte vi oppgaven slik:



Oppgave

Skriv en regnefortelling til oss studenter som handler om en interesse du har. I regnefortellingen skal du vise oss hvordan du tenker for å komme frem til svaret.

Hvorfor får du akkurat dette svaret?

Husk at du må ha med disse kravene:

- ❑ Det må være en fortelling
- ❑ Ha med et spørsmål
- ❑ Ha med et svar på spørsmålet
- ❑ Vise oss studenter hvordan du tenker for å komme frem til svaret
- ❑ Vise oss studenter hvorfor du får det svaret du får

Figur 6: Oppgaven vi ga elevene.

Jeg vil nå diskutere oppgaven og de fem kravene i figur 6. Jeg vil da først se på hvordan vi formulerte oss for å få elevene til å skrive regnefortellinger, her vil jeg blant annet se på at vi valgte å ta med interesser i oppgaven. Deretter skal jeg se på hvordan vi formulerte oss for å få elevene til å argumentere i regneforellingene sine, her skal jeg blant annet knytte kravene i oppgaven til Toulmins modell. Mottakerbevissthet er noe jeg tenker kan påvirke både om elevene skriver en regnefortelling og om de argumenterer i den. Jeg har derfor valgt å trekke frem mottakerbevissthet i både kapittel 3.2.3.1 hvor det er snakk om å få elevene til å skrive regnefortelling og 3.2.3.2 hvor det er snakk om å få elevene til å argumentere.

3.2.1.1. Formuleringer som oppfordret elevene til å skrive regnefortellinger

For at elevene skulle skrive en regnefortelling, valgte vi at oppgaven skulle være så åpen som mulig, se figur 6, slik at elevene kunne skrive om det de ville og at det kanskje kunne føre til at elevene blir motiverte. «For små barn er det viktig at åpne oppgaver knyttes til noe kjent og aktuelt» (Håøy, 2010, s. 29). Oppgaveteksten begynner med: «skriv en regnefortelling til oss studenter som handler om en interesse du har». Denne formuleringen gir elevene mulighet til å skrive om noe som er relatert til dem selv. Grunnen til at vi valgte at elevene skulle skrive om en interesse de hadde, var fordi vi tenkte at det kunne være en åpen oppgave hvor de selv kunne velge slik at de både fikk knyttet sin virkelighet og fikk et eierforhold til regneforellingen sin. Det at vi valgte interesse som utgangspunkt i oppgaveteksten, kan hos noen elever derimot være en begrensing. Dersom de ikke er vant til å knytte sin virkelighet til matematikk, kan dette kanskje være en vanskelig kobling å gjøre. I tillegg kan det for noen elever kanskje være utfordrende å få en åpen oppgave der de selv må velge for eksempel hva regnefortellingen skal handle om og hvilke tall de skal ha med. Det vi derimot så på som positivt med å ha denne typen åpenhet i oppgaven, var at elevene selv kunne velge hvilket spørsmål de ville formulere og hvordan de ville løse dette (Olafsen og Maugesten, 2015, s. 215). Dette gjør at elevene også velger vanskelighetsgraden selv. I tillegg gjorde det at elevene kanskje følte seg tryggere i intervjusituasjonen siden de selv bestemte hva som skulle være grunnlaget for samtalen.

De tre første kravene elevene fikk var også relatert til at vi ville at elevene skulle skrive en regnefortelling: «det må være en fortelling», «ha et spørsmål» og «ha med svar på spørsmålet». Disse kravene sa lærerne at elevene var vant til å ha med når de skriver regnefortellinger, noe vi så på som positivt og styrket muligheten til at elevene skrev regnefortellinger.

I oppgaveteksten presiserte vi også at elevene skulle skrive en regnefortelling til oss studenter og at de skulle forklare oss hvordan de tenkte. Dette kan ha påvirket mottakerbevisstheten til elevene, noe som er nødvendig når elevene skal skrive en fortelling som skal forstås av oss. I tillegg til å påvirke elevenes mottakerbevissthet, ga det et mål med å skrive regnefortellingene. Noe som også kan ha vært med på å oppfordre elevene til å skrive en regnefortelling.

3.2.1.2. Formuleringer som oppfordret elevene til å argumentere i regnefortellingene

Krummheuer (1995, s. 231 og 232) trekker frem at argumentasjon ofte blir sett på som en isolert aktivitet som skjer dersom en skal sjekke gyldigheten i aktiviteten. Altså at en i etterkant av å ha jobbet med en oppgave sjekker om den er løst riktig eller ikke. Han mener dette er for snevert, og at en heller bør se på argumentasjon i gjennomføringen av aktiviteten og ikke som en isolert del som skjer i etterkant. Dette at elevene skulle argumentere mens de skrev regnefortellingen var noe vi ønsket. Derfor inkluderte vi noen momenter i oppgaveteksten som skulle få dem til å argumentere mer underveis og ikke bare i etterkant når vi intervjuet elevene. Nå skal jeg trekke frem de momentene vi inkluderte i oppgaveteksten som oppfordret elevene til å argumentere i regnefortellingene sine.

I setning nummer to i oppgaveteksten: «I regnefortellingen skal du vise oss hvordan du tenke for å komme frem til svaret», ber vi elevene å vise oss hvordan de har tenkt for å komme frem til svaret. Vi sier også at vi elevene skal forklare «hvorfor du får akkurat dette svaret». Denne delen oppfordrer elevene til å argumentere fordi de må vise hvordan de tenker og forklare hvorfor de har fått det de har fått, de må altså argumentere for svaret sitt. Disse aspektene ved argumentasjon var noe vi snakket med elevene om i informasjonstimen vi hadde i introduksjonsøkten. I tillegg til å oppfordre til argumentasjon i oppgaveteksten, oppfordret også kravene til det. Jeg skal nå knytte kravene til Toulmins modell. Det første kravet: «Det må være en fortelling» er noe som oppfordrer elevene til å skrive noe som kan være grunnlag for et mulig svar på regnefortellingen. Altså noe som kunne fungere som belegg i elevenes argumentasjon når de skal plasseres i at Toulmins modell. De to neste kravene: «ha med et spørsmål» og «ha med et svar på spørsmålet» er krav som oppfordrer elevene til å lage et spørsmål og i tillegg svare på det spørsmålet. Dette kan da fungere som påstand i Toulmins modell fordi det er svaret i regnefortellingen som elevene mest sannsynlig skal argumenterer for. De to siste kravene på oppgavearket: «vise oss studenter hvordan du kommer frem til svaret» og «vise oss studenter hvorfor du får det svaret du får» er laget for å oppfordre elever til å argumentere med hjemmel og ryggdekning i regnefortellingen sin. Dette fordi disse to kravene oppfordrer elevene til å utdype hvorfor svaret de skriver i regnefortellingen er rett. Noe som kan føre til at elevene kanskje argumenterer med hjemmel og ryggdekning. De to kravene er formulert ganske likt, dette fordi også innholdet i belegg og hjemmel er ganske like (Toulmin, 2003, s. 92). For å øke muligheten for at elevene skulle ha med hjemmel i tillegg til belegg, stilte vi to like nokså like krav til elevene. I tillegg sier som sagt Krummheuer (2007, s. 75) og Yackel (2001, s. 9) at elever ofte ikke argumenterer med mer enn belegg og påstand uten innblanding fra for eksempel en lærer. Derfor hadde vi dette eksplisitt med i oppgaveformulingen for å få elevene til å argumentere mer enn de kanskje naturlig ville ha gjort.

Ett ord vi brukte i oppgaveformuleringen når vi oppfordrer elevene til å argumentere er ordet *vise*. Grunnen til at vi valgte å bruke dette ordet i oppgaveformuleringen var at det var ordet vi brukte med elevene når vi introduserte argumentasjon for dem. I tillegg passer dette med det Krummheuer (1995) observerte i matematikklasserommet når elevene argumenterte. Nemlig at det var preget av diskusjon, forklare, begrunne og illustrere. Ordet å vise kan muligens være et enklere ord for elevene enn ord som å forklare, begrunne og illustrere. Dette som kunne være en ulempe med å bruke dette ordet var at det er et ord som elevene kunne forbinde med testing. Vi valgte å på tross av dette å bruke ordet fordi vi mente det åpner opp for at elevene kunne vise hva de tenkte med ulike uttrykksformer. En ting som kan bidra til at testfokuset ble mindre, var at vi i presiserte muntlig for elevene at vi ikke var opptatt av rette og gale svar, men heller hvordan de tenkte når de skrev regnefortellingene sine.

Mottakerbevissthet ble nevnt over i kapittel 3.2.1.1. som noe som kunne få elevene til å skrive en regnefortelling til oss studentene. Dette kan også være noe som påvirker elevenes argumentasjon. Grunnen til dette er fordi elevene da må overbevise oss om hva de skriver i regnefortellingen. De må derfor forklare eller vise oss studenter hvordan de tenkte, dette kan også være med på at elevene må forklare litt mer og grundigere enn for eksempel om de bare skrev en regnefortelling uten en tenkt mottaker.

3.2.2. Utforming av intervjuguide

Intervjuguiden var delt opp i tre emner: regnefortellingen, argumentasjon og regnefortellingen på andre måter. De to førstnevnte er også å finne i utformingen av oppgaveteksten. I delen som handlet om regnefortellingen var spørsmålene for at elevene skulle få mulighet til å forklare regnefortellingen sin og hvordan de tenkte da de skrevet og løste sin egen regnefortelling. Spørsmålene som hørte til under emnet argumentasjon handlet om at elevene skulle få snakke eksplisitt om argumentasjon i regnefortellingen sin. Siste del av intervjuguiden som var regnefortellingen på andre måter, skiller seg fra de andre ved at den ikke gjenspeiles i oppgaveteksten som elevene fikk utdelt. Her dreier spørsmålene seg om dersom hvordan regnefortellingen og argumentasjonen blir dersom en for eksempel har med tegning eller regner med andre tall. Intervjuguiden hadde til sammen fjorten spørsmål som kunne stilles i intervjuet der forskeren fant det hensiktsmessig. Kvale og Brinkmann (2015, s. 164-165) trekker frem at hovedspørsmålene i et intervju bør være deskriptive, altså beskrivende, for å få spontane beskrivelse av intervjupersonene. Dette kan for eksempel være: «hva handler regnefortellingen din om?» og «hvordan tenker du for å komme frem til svaret?». I intervjuguiden var det også lagt opp til at en skulle spørre elevene hvorfor-spørsmål for å få elevene til å utdype svarene sine mer. Kvale og Brinkmann problematiserer bruken av mange hvorfor-spørsmål og at det kan føre til overreflektering, overbruk av teori og bortforklaringer, samt at det kan minne om en muntlig prøve for elevene. De trekker derimot frem at hvorfor-spørsmål kan være viktige dersom hensikten er å finne ut hvorfor intervjupersonene opplever og handler slik de gjør, men sett fra et bredt fenomenologisk perspektiv, er det forskerens oppgave å vurdere hvorfor intervjupersonen opplever og handler som de gjør. Hovik og Solem (2016, s. 46) sier at elever ikke bare må vite hvorfor en påstand er sann, men også hvorfor den er det når de arbeider med bevis og generalisering. Vi valgte å ha med hvorfor-spørsmål nettopp fordi vi ville ha innsikt i og lage oss et grunnlag for å kunne finne ut hvordan elevene tenkte og hvorfor de argumenterte slik de gjorde. For å prøve og dempe at elevene følte seg testet, sa vi til elevene i begynnelsen av intervjuet at det ikke var rette og gale svar, men at vi heller var interessert i å høre hvordan de tenkte.

3.2.3. Gjennomføringen av datainnsamlingen i klassene

Gjennomføringen av datainnsamlingen består av en introduksjonstime, innsamling av skriftlige regnefortellinger fra alle elevene og en pilotundersøkelse hvor noen av elevene skrev regnefortelling og ble intervjuet etterpå. Opplegget vi hadde foregikk over en tidsperiode på fire uker, men selve innsamlingen var seks dager.

Tabell 1: Oversikt over gjennomføringen av datainnsamlingen

Uke	Hva ble gjort
Uke 1	Introduksjonstime Alle elevene skrev regnefortelling Pilotundersøkelse
Uke 2	Evaluering og ending av prosjektet
Uke 3	Hver student intervjuet i to timer og filmet i to timer
Uke 4	Hver student intervjuet i en time og filmet i en time

3.2.3.1. Uke 1

Målet med den første uka i datainnsamlingen var å legge et grunnlag for den videre innsamlingen. Dette som sagt ved å danne en fellesforståelse om hva en regnefortelling og argumentasjon er, gå gjennom oppgaveteksten med elevene og at vi fikk testet opplegget og filmutstyret. Vi startet datainnsamlingen med å ha en introduksjonstime for elevene. Introduksjonstimen startet vi med å forklare hva som skulle skje. Deretter spurte vi elevene om hva de tenkte en regneforelling var og hva vi ville at de skulle ha med når de skrev regnefortelling til oss. Dette var for å finne ut hva elevene visste om regnefortellinger slik at vi studenter og elever skulle ha samme forståelse. I tillegg dersom en ser på regnefortelling som sjanger sier Meaney, Trinnick og Fairhall (2012, s. 104): For at elever skal kunne få mest ut av å skrive i matematikk, må de kunne forstå sjangeren de skal skrive i. Å forstå en sjanger innebærer å vite hvilken funksjon sjangeren har, når det er hensiktsmessig å bruke den og hvilke krav sjangeren har. Altså må elevene forstå hvordan de skriver regnefortellinger for å kunne få størst mulig faglig utbytte av å skrive dem.

I tillegg til å snakke med elevene om hva en regnefortelling er, snakket vi også med dem om argumentasjon. Elevene ga uttrykk for at det var et begrep de ikke hadde hørt før. Vi forklarte at argumentasjon handlet om at en viser eller overbeviser om at det en selv tror er rett. Grunnen til at vi ville bruke begrepet argumentasjon med elevene var fordi dersom noen av elevene hadde kjennskap til begrepet så kunne vi bygget videre på det. En annen grunn til at vi ville bruke det begrepet var fordi det er et faglig begrep som de skal møte senere i sin skolegang. Ulland, Røskeland og Herheim (2018, s. 122) trekker frem at bruk av faglige begreper ofte blir brukt av lærere som en indikasjon på matematikkompetanse. Siden elevene sa at de ikke hadde hørt om ordet *argumentasjon* før, valgte vi å bruke andre ord som kanskje var forståelig for elevene som kunne forklare hva argumentasjon er. Her tok vi utgangspunkt i det Krummheuer sier om at målet med argumentasjon er å overbevise (Krummheuer, 1995, s. 247). Vi snakket også med elevene om at en kunne vise på forskjellige måter hvordan de tenkte og laget et tankekart felles på tavla. Ord som ble skrevet opp var for eksempel regnestykker, tegning og ord. Grunnen til at vi var opptatt av at elevene skulle vise hvordan de tenkte var at vi var interessert i hvordan de argumenterte i sin regnefortelling. For å kunne se på dette måtte vi også kunne få et innblikk i hvordan de tenkte. Det at vi snakket med elevene om ulike måter de kunne vise oss hvordan de tenkte, var for å åpne opp for ulike måter slik at de selv kunne velge den måten som passet best for dem.

I tillegg til å snakke med elevene om regnefortellinger og argumentasjon viste vi en regnefortelling som vi hadde laget. Elevene fikk da i oppgave å finne ut hva i regnefortellingen som overbeviste dem om hva som var rett svar. Grunnen til at vi gjorde dette var fordi vi ville knytte sammen begrepet argumentasjon og regnefortellinger for elevene. Regnefortellingen som ble brukt til dette handlet om to barn som skulle på butikken for å kjøpe noe og hvem av dem som hadde mest penger. Denne regnefortellingen handlet ikke om interesser slik oppgaveteksten som elevene fikk spurte om. Den kan allikevel lagt føringer for at butikk og penger var noe som kunne skrives om i regnefortellingen, og kan dermed ha påvirket elever til å skrive om dette. I tillegg brukte vi forskjellige representasjoner i regnefortellingen som ble vist for elevene. Den inneholdt tekst, illustrasjon av de to barna, tegning av penger og regnestykker. Dette kan også ha påvirket elever til å bruke disse representasjonene når de selv skrev regnefortellinger.

Neste dag fikk elevene i oppgave å skrive en regnefortelling til oss studenter. Før elevene begynte å skrive hadde vi en fellesgjennomgang av oppgavearket som elevene fikk. Elevene satt i klasserommet og skrev regnefortellinger. Noen av elevene ble tatt ut på grupperom slik at vi kunne filme dem mens de skrev individuelle regnefortellinger. Vi gjennomførte også intervju med noen av disse elevene en og en om regnefortellingen deres. Denne delen med å ta ut noen av elevene og filme dem mens de skrev egne regnefortellinger og intervjue dem en og en etterpå, fungerte som en pilotundersøkelse for oss. Dette fordi vi fikk både sjekket hvordan opplegget fungerte med tanke på oppgaveformulering og intervjuguide. Vi fikk i tillegg testet hvor cirka hvor lang tid elevene brukte på å skrive regnefortellinger og hvor lang tid det tok å intervjue elevene, slik at vi senere hadde kunne planlegge cirka hvor mange elever vi hadde tid til å intervjue. En annen ting vi brukte pilotundersøkelsen til var å øve oss på å bruke filmutstyret og det å intervjue elever.

3.2.3.2. Uke 2

Denne uken evaluerte vi pilotundersøkelsen og forberedte oss på selve datainnsamlingen. Vi brukte regnefortellingene og hvor aktive elevene var i introduksjonstimen til å velge ut elever som vi senere skulle filme. I tillegg brukte vi piloten til å justere og lage en endelig intervjuguide. Vi endret også på formuleringer og utforming av oppgaveteksten. Når det gjelder formuleringen av oppgaveteksten byttet vi plasseringen på to setninger slik at fokuset på interesser skulle komme tydeligere frem. Vi så også at blant regnefortellingen vi allerede hadde samlet inn, var det få elever som hadde med kravene. Derfor endret vi kravene fra punkter til bokser som elevene kunne krysse av. Dette for at elevene kanskje lettere skulle huske å ta dem med. Vi ser i etterkant at det det å ha kravene som avkrysningsbokser, kan assosieres med testing. Ved å gå gjennom pilotundersøkelsen før vi gjennomførte selve datainnsamlingen gjorde oss mer oppmerksomme på hva vi ville undersøke.

3.2.3.3. Uke 3 og 4

I disse to ukene var vi ute på skolen i fire dager for å intervjue elever. Vi studenter delte oss opp to og to slik at vi byttet på å intervjue og filme. Når vi intervjuet elevene, lot vi dem først skrive regnefortelling en og en. Deretter intervjuet vi dem hver for seg om regnefortellingen de hadde skrevet. Dette ble gjort på samme dag slik at elevene lettere skulle huske hva de hadde tenkte når de skrev regnefortellingen.

3.2.4. Valg av informanter

Datainnsamlingen foregikk på tredjetrinn. Siden jeg som sagt er med i et prosjekt, var informantene allerede med som deltakere. Elevene hadde vært med på en datainnsamling tidligere hvor det ble samlet inn skriftlige regnefortellinger. I tillegg til den datainnsamlingen sa lærerne at de selv hadde brukt mye tid på å skrive regnefortellinger i matematikken i ettertid av den tidligere datainnsamlingen. Dette gjorde at det var en kjent arbeidsform for elevene, noe som jeg ser på som positivt for min forskning. Grunnen til det er fordi vi ikke trengte å bruke tid på å lære elevene hvordan de skulle skrive regnefortellinger.

I denne oppgaven har det blitt gjort to utvalg av informanter. Den første gikk ut på hvilke elever som skulle intervjues. Her ble elevene som tidligere nevnt valgt ut på bakgrunn av regnefortellingen de hadde skrevet og hvor aktive de var i introduksjonsøkten. Det som ble sett på som interessante regnefortellinger var regnefortellinger som skilte seg ut med for eksempel bruk av forskjellige representasjoner og regnestrategier. Grunnen til at disse var interessante var fordi de indikerte ulike tenkemåter og dermed ulik argumentasjon. I tillegg ble utvalget basert på hvor muntlig aktive elevene var i introduksjonsøkten, dette fordi vi tenkte at dette var en indikasjon på at elevene kunne være mer komfortable i en intervjusituasjon enn de som ikke ville si noe høyt i klassen. Dette utvalget samsvarer med det Tjora (2017, s. 130) trekker frem som hovedregelen for kvalitative intervjustudier er at man velger informanter som av ulike grunner vil kunne uttale seg på en reflektert måte om det aktuelle temaet. I den skriftlige delen av datainnsamlingen ble det samlet inn regnefortellinger fra alle elevene som hadde levert inn samtykkeskjema og var til stede. Dette var 47 av 80 elever. Ut fra de 47 elevene, valgte vi studenter til sammen tjue elever som vi intervjuet, jeg intervjuet fem elever selv. Det neste utvalget av informanter gjorde jeg for å velge ut hvilke av de tjue elevintervjuene og regnefortellingene jeg videre ville analysere og drøfte. Jeg tok da utgangspunkt i søylediagrammene (se kapittel 4.) for å velge ut kvalitative eksempler. Bakgrunnen for dette utvalget var at jeg ville studere elever som fungerte som kontraster. Jeg valgte derfor å trekke frem analysen av to av elevene som hadde færrest argumenter i intervjuet og to av elevene som hadde flest argumenter.

3.3. Rammeverk for analysen

Nå skal jeg gjøre rede for hvilke analytiske rammeverk som ligger til grunn videre i oppgaven. Bakgrunnen for valg av analyseverktøy er at jeg ville se nærmere på elevers argumentasjon både når de skriver og snakker om sine egne regnefortellinger. For å gjøre dette skal jeg som sagt bruke Toulmins modell for å gå dypere inn i elevene argumentasjon og se hva den består av. Nå skal jeg ta for meg de ulike delene i Toulmins modell og hva jeg legger i disse.

3.3.1. Toulmins modell som analyseverktøy

Toulmin (2003, s. 88) presiserer i teksten sin, hvor han presenterer oppbygningen av argument, at det samme argumentet kan settes opp på mange ulike måter. Noen oppsett kan være mer hensiktsmessige enn andre, for eksempel at noen viser tydelig om argumentet er gyldig eller ikke, mens andre oppsett kanskje tydeligere viser hva som ligger til grunn for påstanden. I mitt oppsett vil jeg fokusere mer på hva som ligger til grunn for elevens påstand. Grunnen til det er fordi det samsvarer med problemstillingen: *hvordan argumenter elever i arbeid med egne regnefortellinger i matematikk*. Dette var derfor noe vi ønsket å få frem gjennom oppgaveteksten og spørsmålene i intervjuet, mer enn å fokusere på om elevene svarte riktig eller galt.

I oppgaven min vil jeg bruke Toulmins modell (2003), men med Krummheuers (1995) oppsett. Jeg vil i modellen, i likhet med blant annet Krummheuer (1995) og Singletary og Conner (2015), inkludere implisitte utsagn som kan ligge mellom linjene til det elevene sier. For å tydelig skille det som blir sagt eksplisitt og det som kan bli sagt implisitt, er eksplisitt heltrukket firkanter, mens implisitte er stiplede firkanter. I tillegg vil det stå skrevet om noe er implisitt. I utsagnene som blir plassert i Toulmins modell, er kun det elevene skriver og sier, både eksplisitt og implisitt, som blir plassert i firkantene. 8Oppsettet mitt er inspirert av Singletray og Conner når det gjelder å inkludere lærernes spørsmål i Toulmins modell. Disse er markert med en rød sirkel. Videre skal jeg nå presentere hvordan jeg setter opp elevenes argumentasjon i analysen. Her skal jeg gå inn på hva jeg legger i de ulike delene. Da vil jeg inkludere elevenes argumentasjon i regnefortellingene og elevenes argumentasjon i intervjuene. Argumentasjonen i regnefortellingene og i intervjuet vil bli analysert hver for seg, men de vil bli skrevet sammen om i avsnittene nedenfor.

3.3.1.1. Påstand

Det som settes opp som påstanden i analysen av elevenes argumentasjon er det *elevene* setter som hovedpåstanden, altså det *de* argumenterer for som riktig. Dette samsvarer med det Krummheuer (1995) sier om at påstand er noe en argumenterer for. Dette tolker jeg som svaret på den skriftlige regnefortellingen eller svaret de argumenterer for i intervjuet. Altså vil de fleste påstandene være svar på et spørsmål. I noen av intervjuene vil påstanden være den samme påstanden som de har i regnefortellingen. Dette er naturlig siden regnefortellingen er bakgrunnen for intervjuet.

3.3.1.2. Belegg

Belegg for elevenes argumentasjon er her de opplysningene som elevene gir for å kunne svare på spørsmålet i regnefortellingen. I intervjuet vil også belegget være de opplysningene som elevene gir for det de argumentere for i intervjuet. Altså vil belegget være det som ligger til grunn for å kunne si påstanden både i regneforellingen og i intervjuet. Dette stemmer med det Toulmin (2003) og Krummheuer (1995) sier om at belegg er fakta som ligger til grunn for påstanden. I likhet med at påstanden ofte vil være den samme i regnefortellingen og i intervjuet, vil også belegget noen ganger være det samme i begge. Grunnen til dette er også at regnefortellingen er bakgrunnen for intervjuet. Tegninger kan bli plassert som belegg, dersom det viser faktaene som ligger til grunn for at elevene kan trekke påstanden de har i argumentasjonen sin.

3.3.1.3.Hjemmel

Hjemler i elevenes argumentasjon er det som gjør at de kan påstå det de gjør på bakgrunn av belegget. Dette kan trekkes til det at Toulmin (2003) kaller hjemmel for en brobygger mellom påstand og belegg. I denne studien blir elevens implisitte og eksplisitte hjemler tatt med i modellen, men det markers hvilke som er implisitte og hvilke som er eksplisitte. Dette fordi jeg tenker at det kan være en forskjell på det å si noe implisitt og eksplisitt. Tegninger kan også plasseres som hjemler dersom de illustrerer koblingen mellom belegg og påstand i argumentasjonen. Eksempel på tegning som kan plasseres som hjemmel er tegning av penger. Dette er dersom pengene er knyttet til det spesifikke regnestykket eller svaret det argumenteres for.

3.3.1.4. Ryggdekning

Dersom elevene sier noe eller viser noe som er universelt godtatt i matematikken, vil det plasseres som ryggdekning. Dersom elevene argumenterer med noe som er så grunnleggende at det enten blant medelever eller andre er godtatt som en generell matematisk forklaring, vil dette også være en ryggdekning. Dette samsvarer med det at Krummheuer (1995) sier at ryggdekning er universelle oppfatninger og grunnleggende strategier. Jeg vil i denne oppgaven altså plassere både noe som er universell godtatt matematikk og noe som er grunnleggende matematikk som ryggdekning. I likhet med hjemlene vil det også skilles mellom eksplisitte og implisitte ryggdekninger. Tegninger kan også fungere som ryggdekning. Det som gjør at en tegning kan plasseres som en ryggdekning og ikke en av de andre elementene i Toulmins modell er dersom den illustrerer noe generelt. Dette kan for eksempel være tellestreker dersom de representerer en telleprosedyre, fordi det å telle som sagt er grunnleggende i matematikken. Det å telle på fingrene vil da også kunne plasseres som ryggdekning fordi det kan fungere på samme måte som tellestreker bare at en bruker fingrene å telle med istedenfor streker. Dette er også noe Krummheuer (1995) trekker frem som en grunnleggende strategi som ofte brukes av barn.

3.4. Etiske hensyn

Når en forsker på mennesker er en avhengig av å få opplysninger. For å få denne kunnskapen, må en skape tillit. Dette betyr at de som er involvert i forskningen må ivaretas på en etisk forsvarlig måte. (Dalland, 2012, s. 95). Nå skal jeg trekke frem hvilke etiske hensyn som ble tatt i forbindelse med dette prosjektet: behandling av personopplysninger, forskning på barn og videoobservasjon.

3.4.1. Behandling av personopplysninger

For å ivareta intervjupersoner i et forskningsprosjekt må en følge regler, for eksempel behandling av personopplysninger (Dalland, 2012, s. 95). Siden vi ble med i prosjektet LATACME som allerede var startet, var NSD-søknaden godkjent på forhånd. Foresatte hadde dermed levert inn samtykkeskjema (se vedlegg nr. 1) og alt var klart da vi begynte datainnsamlingen. Selv om alt var ordnet med NSD-søknaden, tok vi etiske hensyn gjennom hele prosjektet. Ikke alle elevene hadde levert samtykkeskjema og skulle dermed ikke bli med i datainnsamlingen. De var allikevel med på introduksjonsøkten og skrev regnefortellinger. Dette var for å skape tilhørighet slik at de fikk være med i felleskapet. I tillegg til at de elevene vi intervjuet hadde levert et signert samtykkeskjema, spurte vi også elevene om de ville bli intervjuet og filmet. Dersom elevene sa at de ikke ville, gjorde vi ikke det. Dette fordi elevene alltid skulle ha mulighet til å trekke seg i løpet av prosjektet, selv om de i utgangspunktet hadde sagt ja til å være med. I tillegg var det foreldrene som hadde skrevet under samtykkeskjemaet, derfor ble elevene spurt for å sjekke om de selv ville være med i forskningen. I etterkant av datainnsamlingen har alle navn, både elevenes og skolens blitt anonymisert slik at det ikke er mulig å finne ut hvem som har deltatt.

3.4.2. Forskning på barn

Barn og unge som deltar i forskning, har særlige krav på beskyttelse (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2016). Derfor ble det gjort etiske hensyn med tanke på at de som skrev regnefortellinger og ble intervjuet var barn. Disse hensynene handlet om maktforhold mellom forsker og elevene og alderstilpasning av spørsmål. Videre skal jeg nå gjøre rede for hvilke etiske hensyn vi gjorde med tanke på dem.

Eder og Fingerson (2002, referert i Kvale og Brinkmann, 2015, s. 175) har pekt på det skjeve maktforholdet mellom barn og den voksne i intervjusituasjoner. De sier at det er viktig at intervjueren ikke blir assosiert med en lærer og får barnet til å tro at det bare finnes ett riktig svar på et spørsmålene. For å prøve å redusere dette maktforholdet presenterte vi oss som studenter som skulle forske på regnefortellingene deres. Siden elevene hadde arbeidet mye med regnefortellinger, ble det lagt frem slik at vi ville lære av elevene hvordan de skrev regnefortellinger. I tillegg ble elevene fortalt at det ikke var rett og feil svar, i hverken regnefortellingen eller intervjuet, vi har mer opptatt av hvordan de tenkte.

Kvale og Brinkmann (2015, s. 175) trekker frem viktigheten av å bruke alderstilpassede spørsmål når en intervjuer barn. Dette gjelder da også formuleringen på oppgavearket som elevene fikk da de skrev regnefortelling. Vi tilpasset dette ved at vi leste opp oppgaveteksten for elevene og forklarte begreper før de skrev. I intervjuet forklarte vi også begreper i tillegg til å omformulere spørsmål. En annen måte dette kan gjøre være med på å tilpasse intervjuet til barn, er å intervjue dem i kjente omgivelser. I dette prosjektet er intervjuet lagt til grupperom som elevene ofte brukte i undervisningen. I tillegg var det elevenes egne regnefortellinger som var utgangspunktet for intervjuet. Elevene ble da intervjuet om noe de var kjent med og hadde et forhold til. Dette kan kanskje være med på å gjøre det lettere for elevene å forstå spørsmålene i intervjuet for regnefortellingen kunne brukes som en referanse.

3.4.3. Etiske betraktinger og utfordringer ved videoobservasjon

Vi brukte video som observasjon i intervjuene. Gester som elevene gjorde under intervjuet, for eksempel fingertelling, ble derfor inkludert i analysen av elevenes argumentasjon. Siden video ble brukt i intervjuene, ble det også gjort etiske hensyn rundt dette. Dette fordi deltakerne kan preges av dette og da det ikke skaper en naturlig situasjon. Ved å bruke film som observasjon kan altså den som blir filmet, endre oppførsel (Tjora, 2017, s. 103). For at elevene skulle bli minst mulig preget av at vi filmet dem da de skrev regnefortelling og ble intervjuet, sa vi til dem at det kun var vi som forsket som skulle se på filmene. Vi sa også at grunnen til at vi filmet dem var fordi vi selv skulle bedre skulle få med oss og huske hva som ble sagt og gjort.

Fordelene med observasjon gjennom video er at det kan gjøre det mulig å forske på detaljer i sosial interaksjon. Samt at en kan få en detaljert gjengivelse av hva som skjer, uten at det har blitt tolket. En kan da se på opptaket i etterkant for enten å kontrollere hva som skjedde, gjenoppleve og oppdage nye fenomener (Tjora, 2017, s. 103). Tjora (2017, s. 107) peker videre på at bruk av video da gir mulighet for å kunne samarbeide med å analysere datamaterialet. Siden vi studenter var med i et forskningsprosjekt som skulle bruke dataen vår og at vi i tillegg var interessert i å kunne samarbeide var det hensiktsmessig for oss å bruke video.

3.5. Transparens, pålitelighet og gyldighet

For å gjøre denne oppgaven transparens har valg som har blitt gjort i forbindelse med metoden og innsamlingen av data blitt diskutert i dette metodekapittelet. Transparens handler om formidling av forskning (Tjora, 2017, s. 232). Bakgrunnen for valgene har også blitt presentert for å gjøre forskningen mest mulig gjennomsiktig slik at andre kan får et innblikk i hvilke valg og bakgrunnen for dem. For eksempel hva som har blitt gjort og hvorfor i forbindelse med formulering av oppgavetekst og intervjuguide, gjennomføring av datainnsamlingen, utvalg av informanter og analyseprosessen. Videre nå skal jeg fortsette med å gjøre oppgaven transparens ved å trekke frem hva som kan gjøre denne studien mer eller mindre pålitelig og gyldig.

Pålitelighet sees ofte på i sammenheng med kvantitativ forskning, når det gjelder å reprodusere resultatet. «Pålitelighet har med forskningsresultatenes konsistens og troverdighet å gjøre. Pålitelighet behandles ofte i sammenheng med spørsmålet om hvorvidt et resultat kan reproduseres på andre tidspunkter av andre forskere» (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 276). Kvalitativ forskning har ofte lavere pålitelighet enn kvantitativ forskning, dette fordi kvalitativ forskning har færre informanter. Dette gjelder også denne studien siden datamaterialet er basert på 20 elever hvor fire av dem blir analysert i Toulmins modell. Selv om denne studien har en del som har en kvantitativ tilnærming, er dette hovedsakelig en kvalitativ studie. Tjora (2017, s. 232) sier at i tillegg til at transparens handler om å formidle forskning, kan det også være et middel til pålitelighet. Det å være transparens kan altså bidra til at en kvalitativ studie blir pålitelig. Grunnen til dette er fordi dersom alle valg vises og begrunnes er det større sannsynlighet at resultatet kan reproduseres av andre forskere på et annet tidspunkt. For eksempel ble bruken av Toulmins modell beskrevet i kapittel 3.3. slik at andre kan se hvilke valg som har blitt gjort i forbindelse med analysen av elevenes argumentasjon.

Gyldighet i samfunnsvitenskapene dreier seg om hvorvidt en metode er egnet til å undersøke det den skal undersøke (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 276). Det at vi introduserte prosjektet for elevene og tok en felles gjennomgang av hva de tenkte en regnefortelling er, hvordan en kan vise hvordan en tenker og hva er argumentasjon er, kan være med på å gjøre at vi har fått undersøke det vi ville. Dette fordi elevene fikk vite hva vi skulle gjøre og at vi forskerne og elevene også hadde en felles forståelse. Altså kan dette øke studiens gyldighet. Det at vi modellerte en regnefortelling og fokuserte på argumentasjonen i den, kan også være med på å øke studiens gyldighet fordi det kanskje var med på å gjøre det tydelig for elevene hva vi ønsket fra dem. Det som derimot er en svakhet med denne er at den ikke var knyttet til interesser, slik oppgaveteksten elevene fikk utdelt. Regnefortellingen som ble modellert for elevene handlet om butikk og penger, og kan derfor ha påvirket elever til å skrive om dette istedenfor å knytte det til dagliglivet gjennom interesser, noe som kan gjøre at gyldigheten til studien minker.

«Spørsmålet om intervjukvalitet går utover den enkelte intervjuers håndverksmessige dyktighet og reiser epistemologiske og etiske spørsmål om innhenting av intervjukunnskap» (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 197). Siden kvaliteten på intervjuet er avhengig av den som intervjuer, vil dette påvirke om studien undersøker det den skal. Altså vil det påvirke studiens gyldighet. Det blir derfor i analysen og diskusjonen fokusert på hvilke muligheter elevene fikk av forskerne i forbindelse med intervjuet. For å se på dette ser jeg blant annet på hvor mange spørsmål og hvilke type spørsmål eleven får. Oppgaveteksten som elevene fikk kan også påvirke elevenes mulighet til å argumentere i regnefortellingen. Det at oppgaveformuleringen var lang siden den hadde litt tekst og fem krav i tillegg gjorde kanskje at det var mye for elevene å få med seg. To av kravene var også litt like som kanskje kan gjøre det vanskelig for elevene å vite hva vi vil frem til med de to kravene. Altså kan gyldigheten minke fordi oppgaveteksten og intervjuet var vanskelig formulert, slik at det kanskje sto i veien for det vi ville studere.

Det at vi har brukt video som observasjonsverktøy kan ha styrket både studiens gyldighet og pålitelighet. Grunnen til at det kan øke gyldigheten er fordi vi kunne se på videoene av intervjuene for å sjekke hva som faktisk skjedde under intervjuet. I tillegg kunne vi diskutere det som skjedde på intervjuet med de andre studentene på prosjektet. Dette gjør at vi kunne sjekke og diskutere om funnene var relevante og om de gjenspeilet datamaterialet. Grunn til at bruken av video kan øke studiens pålitelighet er fordi det gjør det mulig for andre forskere å se hva som faktisk skjedde, som kan gjøre det lettere å gjøre lignende studier.

«Hvis resultatene av en intervjuundersøkelse vurderes som rimelig pålitelige og gyldige, gjenstår spørsmålet om resultatene primært er av lokal interesse eller om de kan overføres til andre intervjupersoner, kontekster og situasjoner» (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 289). Er funnene generaliserbare? I denne studien er funnene mest sannsynlig i mindre grad generaliserbare. En av grunnene til dette kan være fordi elevene hadde arbeidet med å skrive regnefortellinger i forkant av studiet. Dersom en skulle gjort denne studien på andre elever ville de mest sannsynlig vært vanskelig å finne elever som hadde jobbet like mye og på samme måte som disse elevene. Noe som igjen kan gjøre det vanskelig å generalisere slik at resultatene kan overføres til andre intervjupersoner, kontekster og situasjoner (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 289). På en annen side er det ikke alltid nødvendig å generalisere forskningen, i dette tilfellet vil heller ikke det være målet. Målet vil derimot være å få innsikt i forskjellige elever som da kan illustrere ulike måter å jobbe med argumentasjon i regnefortellinger.

4. Resultat og analyse

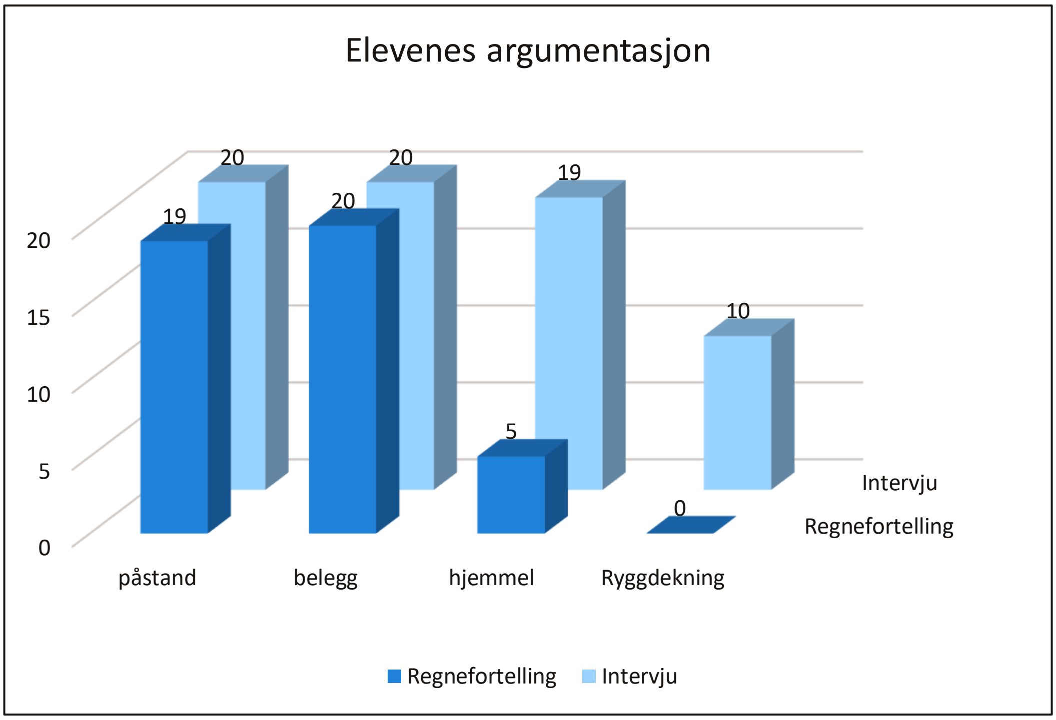
For å svare på problemstillingen: *Hvordan argumenterer elever i arbeid med egne regnefortellinger i matematikk?* skal jeg analysere fire elevers argumentasjon i Toulmins modell. De fire elevene blir analysert hver for seg og strukturen i analysen av deres argumentasjon tar utgangspunkt i de to underspørsmålene til problemstillingen:

1. Hvordan argumenterer elever i sin skriftlige regnefortelling?
2. Hvordan argumenterer elever muntlig for svaret i den skriftlige regnefortellingen?

Elevenes regnefortellinger og hva som blir sagt i intervjuet blir først presentert deretter blir disse analysert hver for seg ved hjelp av Toulmins modell. Her trekker jeg frem både argumentasjonens grove struktur, altså om elevene har belegg, påstand, hjemmel og ryggdekning i argumentasjonen sin, og argumentasjonens finere struktur, altså hva elevene sier i beleggene, påstandene, hjemlene og ryggdekningene. Regnefortellingen og intervjuet blir da presentasjon av resultat, mens argumentasjonen i Toulmins modell vil være analyse av resultatene. Utvalget av elevene er som sagt to av elevene som argumenterer minst i intervjuet og to av elevene som argumenterer mest i intervjuet. Resultatet og analysen av de to elevene med minst argumentasjon blir først presentert deretter blir det som har kommet frem i analysen av dem diskutert. Her trekker jeg inn tidligere forskning for å se etter sammenhenger med min studie. Det samme gjør jeg også etter resultat og analyse av de to elevene som argumenterer mest. Til slutt blir ett eksempel på ikke-matematisk argumentasjon en regnefortelling presentert for å vise variasjon i datamaterialet.

De skriftlige regnefortellingene som har blitt samlet inn i dette prosjektet minner i stor grad om regnefortellingene som har blitt presentert i tidligere forskning av Hanssen (2003) og Enge og Iversen (2010): regnefortellingene har en kontekst og noen matematiske opplysninger som blir brukt til å stille et spørsmål. Regnefortellingen som Hanssen trekker frem har ikke svar på spørsmålet, det har derimot regnefortellingen som Enge og Iversen trekker frem. Alle de 20 regnefortellingene som ble samlet inn til denne oppgaven, hadde i likhet med Enge og Iversen, et svar på spørsmålet som blir presentert i regnefortellingen.

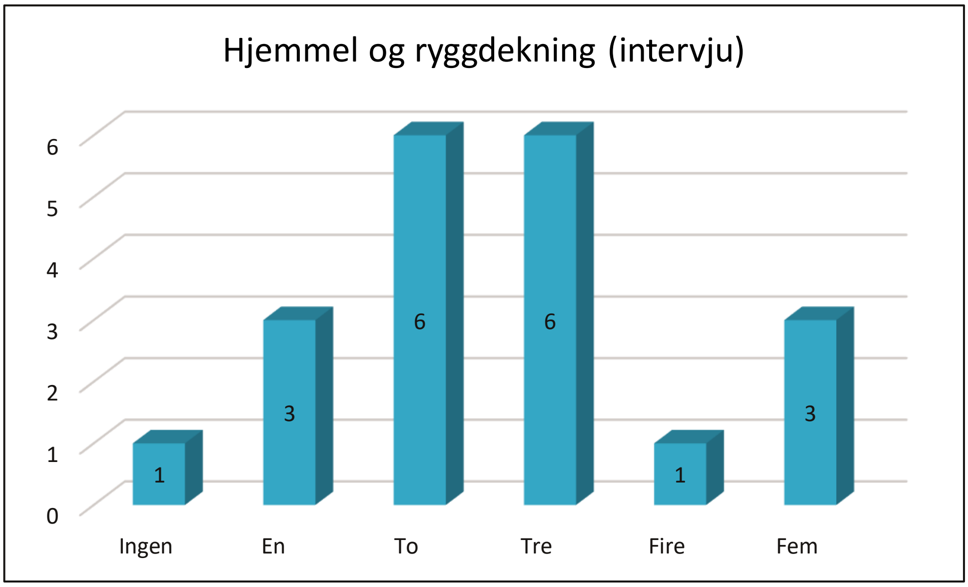
Diagrammet under blir brukt for å gi en oversikt over elevenes argumentasjon. Elevenes argumentasjon er analysert ved å bruke Toulmins modell. Diagrammene viser hvor mange av elementene: påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning, fra Toulmins modell som blir brukt i elevenes argumentasjon. I diagrammet skilles det også mellom argumentasjonen som elevene produserer i regnefortellingen og argumentasjonen som fremkommer i intervjuet. Argumentasjonene i regnefortellingene er representert med mørkeblå farge, mens argumentasjonene i intervjuet er representert med lyseblå farge. Noen av elevene har også argumentasjon som ikke er matematisk. Denne er ikke inkludert i diagrammene, men det vil bli vist eksempler på ikke-matematisk argumentasjon som elevene gir i regnefortellingene i kapittel 4.5.



Figur 7: Diagram over forekomst av elementene i Toulmins modell hos 20 elever.

I dette diagrammet er det totalt 20 elever. Da elevene skrev regnefortelling var det til sammen 19 elever som hadde med påstand, 20 elever som hadde med belegg, fem elever som hadde hjemmel og ingen elever som hadde ryggdekning i argumentasjonen sin. Da elevene ble intervjuet, skjedde det en økning i hvor mye argumentasjon elevene hadde. Alle elevene hadde påstand og belegg, 19 elever hadde hjemmel og 10 elever hadde med ryggdekning.

Det diagrammet over ikke viser, er at noen av elevene hadde flere elementer med i regnefortellingen, for eksempel hadde noen flere hjemler og noen hadde både hjemler og ryggdekninger i argumentasjonen sin. Når det gjelder diagrammet over så er det størst forandring blant bruk av hjemler og ryggdekninger fra regnefortellinger til intervju. Derfor er utgangspunktet i diagrammet nedenfor hvor mange hjemler og ryggdekninger elevene hadde i intervjuet. Diagrammet viser også at noen av elevene har ingen eller flere hjemler og ryggdekninger i argumentasjonen sin.



Figur 8: Diagram over forekomsten av hjemler og ryggdekninger i 20 elevers argumentasjon.

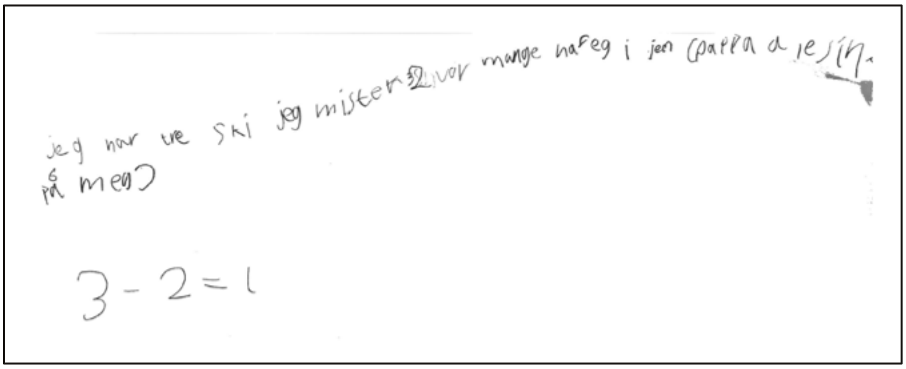
Dette diagrammet viser at det er en elev som verken har hjemmel eller ryggdekning. Tre elever har en hjemmel eller ryggdekning, det er seks elever som har to hjemler eller ryggdekninger, det er også seks elever som har tre hjemler eller ryggdekninger, en elev har fire hjemler eller ryggdekninger og tre elever har fem hjemler eller ryggdekninger.

4.1. Stian

Den første eleven som er plukket ut er en elev som ikke har hjemler eller ryggdekning i sin argumentasjon når han blir intervjuet om svaret i regnefortellingen (søyle nr.1 i figur 8).

4.1.1. Argumentasjon i regnefortellingen

Stian skriver en regnefortelling om at han har tre ski og mister to.

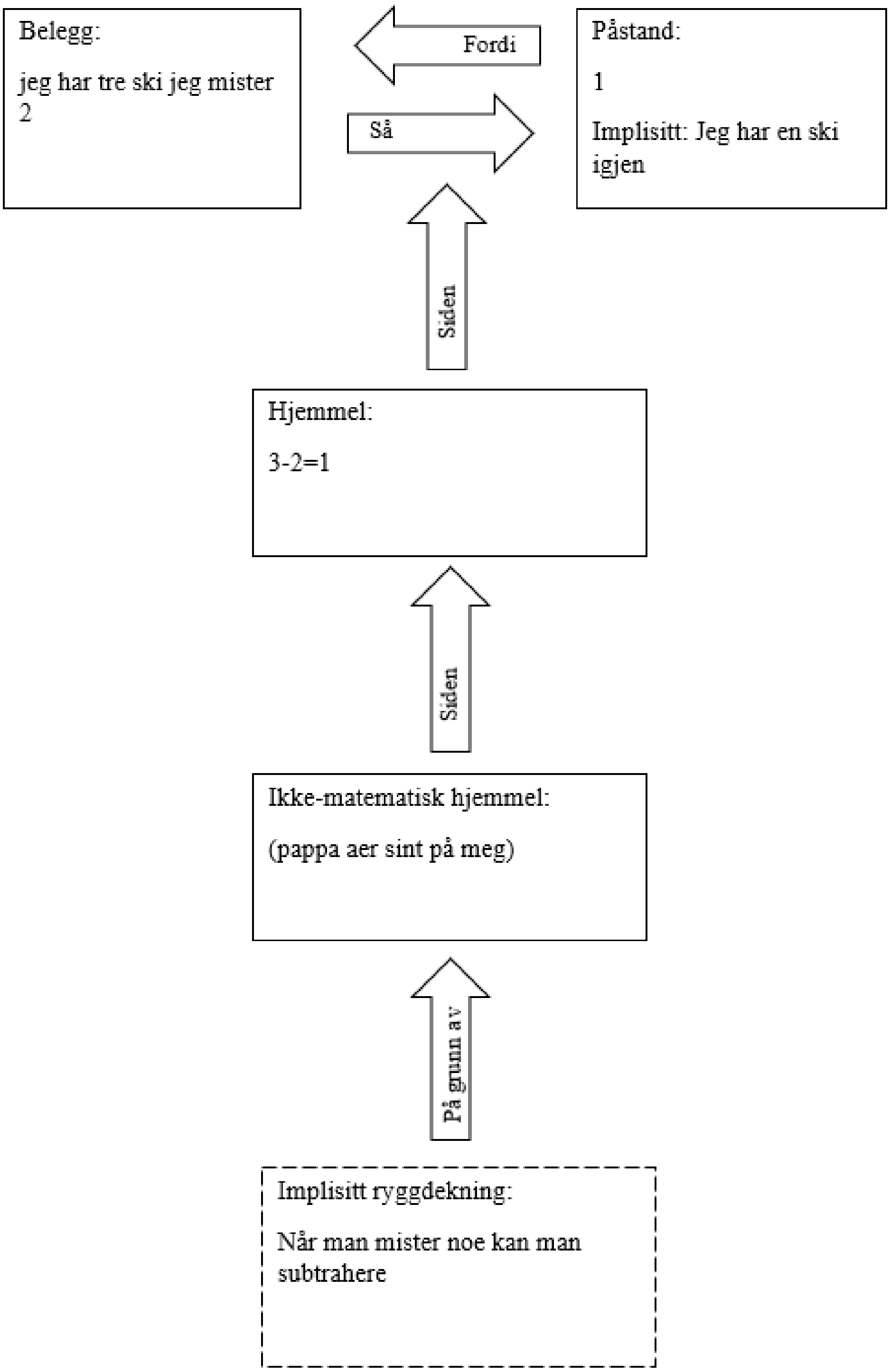


Jeg har tre ski jeg mister 2 vor mange har eg i jen (pappa are sint på meg)

3-2=1

Figur 9: Stians regnefortelling.

I teksten forteller Stian hva som skjer, nemlig at han har tre ski og mister to. Til dette har han et spørsmål: «vor mange har eg i jen». I tillegg til teksten skriver Stian hvor han har mistet to ski, har han også skrevet regnestykket 3-2=1. Dette er plassert under regnefortellingen. Stian har også lagt til en tilleggsopplysning i teksten sin. Dette er skrevet i parentes: «(pappa are sint på meg)». I Toulmins modell kan argumentasjonen i regnefortellingen se slik ut:



Figur 10: Stians argumentasjon fra regnefortellingen i Toulmins modell

Stians argumentasjon består av et belegg, en påstand og en hjemmel. Belegget er det som skjer i regnefortellingen, altså at han har tre ski og mister to av dem. Stian har ikke et eksplisitt svar i regnefortellingen sin. Det han derimot har, er svar på regnestykket som hører til regnefortellingen. Dette hører til regnefortellingen fordi det at han har tre ski og mister to av dem, illustrerer regnestykket: 3-2=1. Svaret på dette regnestykket kan da være svaret på regnefortellingen og settes i Toulmins modell som en påstand for Stians argumentasjon i regnefortellingen. En annen mulighet er en tenkt påstand som Stian kunne ha skrevet i regnefortellingen sin. Denne påstanden kunne vært: jeg har en ski igjen. Det at Stian skriver regnestykket 3-2=1 og at det er svaret på regnefortellingen, kan det støtte opp at dette er en påstand som han kanskje har implisitt i sin argumentasjon i regnefortellingen. Hjemmelen i denne regnefortellingen kan være regnestykket: 3-2=1. Dette fordi det viser hvorfor Stian kan si at han har en ski igjen når belegget er at han hadde tre ski og mistet to. Hjemmelen bygger da en bro mellom belegg og påstand.

Setningen: «(pappa are sint på meg)» er en tilleggsopplysning som kommer etter at Stian har skrevet at han har mistet to ski. Dette har blitt plassert som en ikke-matematisk hjemmel. Dette fordi det kan være en hjemmel er fordi det forklarer at faren er sint siden han mistet to ski og bare har en igjen. Altså lages det en kobling mellom påstand og belegg. Grunnen til at det er en ikke-matematisk hjemmel er fordi den ikke bruker matematikk for å synliggjøre koblingen mellom påstanden og belegget i argumentasjonen.

En implisitt ryggdekning til elevens argumentasjon, kan være: når man mister noe kan man subtrahere. Dette skriver ikke Stian eksplisitt, men på bakgrunn av at han skriver at han mister noe i regnefortellingen og så viser det ved å skrive et regnestykke med subtraksjon, kan det tenkes at dette kan være noe Stian tenker.

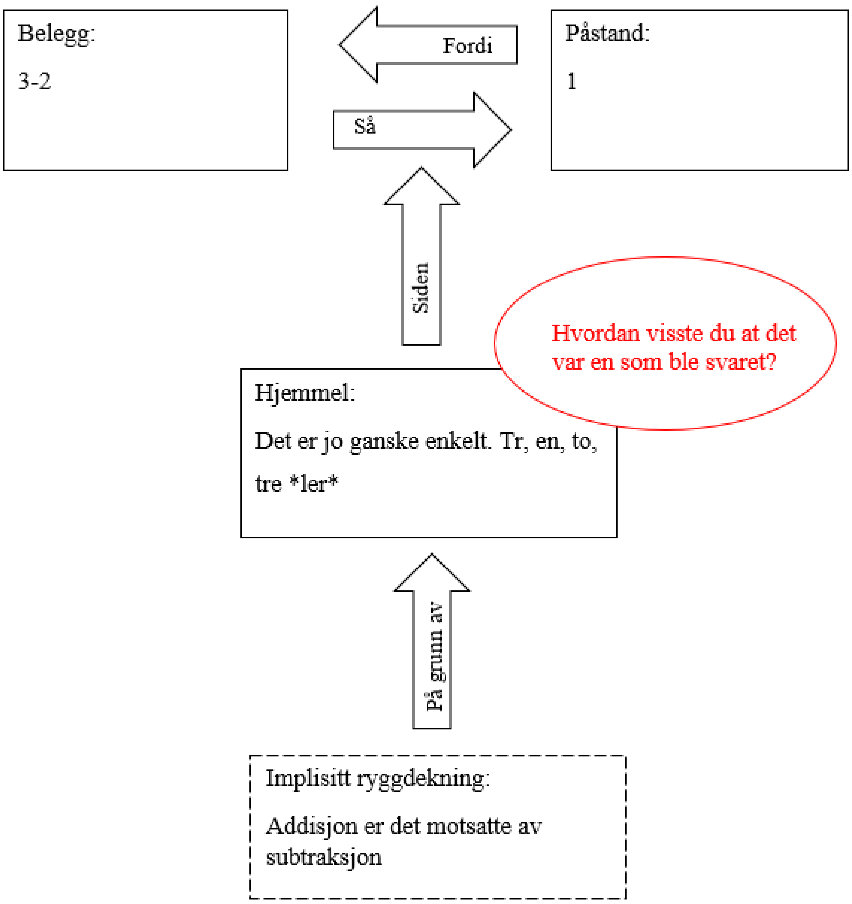
4.1.2. Muntlig argumentasjon for svaret i den skriftlige regnefortellingen

I regnefortellingen til eleven er som sagt svaret 1. Når Stian blir spurt om kravet i oppgaveteksten: vise oss studenter hvordan du tenker for å komme frem til svaret, svarer han: «Det vet j-, jeg vet det men det er vanskelig å forklare det og sånn». Her sier Stian at det er vanskelig å forklare.

Senere i intervjuet blir spørsmålet omformulert:

Forsker	Hvordan visste du at det var en som ble svaret?
Stian	Det er jo ganske enkelt. Tr, En, to, tre *ler*

Her sier Stian at det er enkelt å vite at tre minus to er en. Selv om eleven klarer å regne ut 3-2=1 og teller oppover fra en til tre, forklarer han ikke hva han gjør og hvorfor. Det at han teller fra en til tre kan være en strategi, men det er ikke en forklaring på hvorfor regnestykket blir en. Grunnen til dette er fordi det å telle fra en til tre ikke illustrer hvorfor tre minus to er en. Dersom Stian for eksempel hadde sagt at addisjon er det motsatte av subtraksjon, kunne det forklart hvorfor det å telle fra en til tre kan vise at 3-2=1. I Toulmins modell kan elevens argumentasjon se slik ut:



Figur 11: Stians argumentasjon fra intervjuet i Toulmins modell

Når Stian argumenterer muntlig for svaret i regnefortellingen har han påstand og belegg. I modellen er det satt opp en hjemmel, men siden den ikke gir en kobling mellom påstand og belegg er det ikke en hjemmel som gir et gyldig argument. Påstanden i dette oppsettet er tallet 1. Grunnen til dette er fordi det var svaret på regnestykket og det blir dermed regnet som Stians hovedpåstand. Det som ligger til grunn for påstanden er 3-2 som er plassert som belegg. Det Stian sier når han blir spurt om hvordan han vet at en er svaret: «Det er jo ganske enkelt. Tr, En, to, tre *ler*», er satt som hjemmel. Siden denne hjemmelen ikke gir et gyldig argument, består Stians argumentasjon kun av belegg og påstand.

Når eleven skal forklare hvorfor 3-2 er 1 i intervjuet, har han som sagt en hjemmel som kanskje ikke setter påstanden og belegget i sammenheng. Noe av grunnen til dette kan være fordi han tenker at regnestykket er så enkelt at det forklarer seg selv eller at regnefortellingen han har skrevet gir nok informasjon til hvorfor svaret er en. Dette kan kyttes til det Yackel (2001) og Krummheuer (2007) skriver om at elever ikke alltid ser behovet for å argumentere grundigere dersom det de holder på med er innforstått og godtatt av andre som noe grunnleggende. Siden eleven i intervjuet gir uttrykk for at han synes det er et lett regnestykke, ved at han sier at det er lett å si hvorfor svaret er en når regnestykket er 3-2, vil kanskje dette også være noe som er grunnleggende for de andre elevene på 3. trinn.

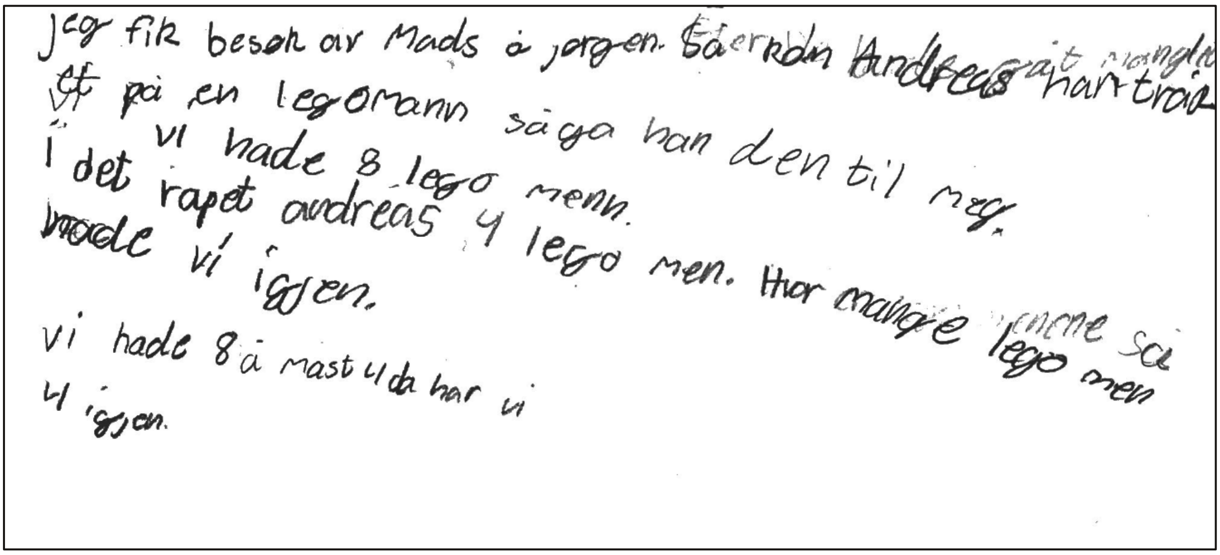
Dersom en derimot tar hensyn til den implisitte ryggdekningen som kanskje ligger mellom linjene til det eleven sier, kan den være at addisjon er det motsatte av subtraksjon. Dette fordi han har et regnestykke med subtraksjon i regnefortellingen som han i intervjuet forklarer med addisjon.

4.2. Pål

Denne eleven er med i analysen fordi han har en hjemmel når han argumenterer muntlig for svaret i regneforellingen sin. Dette er da en av elevene som argumenterte minst i intervjuet (søyle nr. 2 i figur 8).

4.2.1. Argumentasjon i regnefortellingen

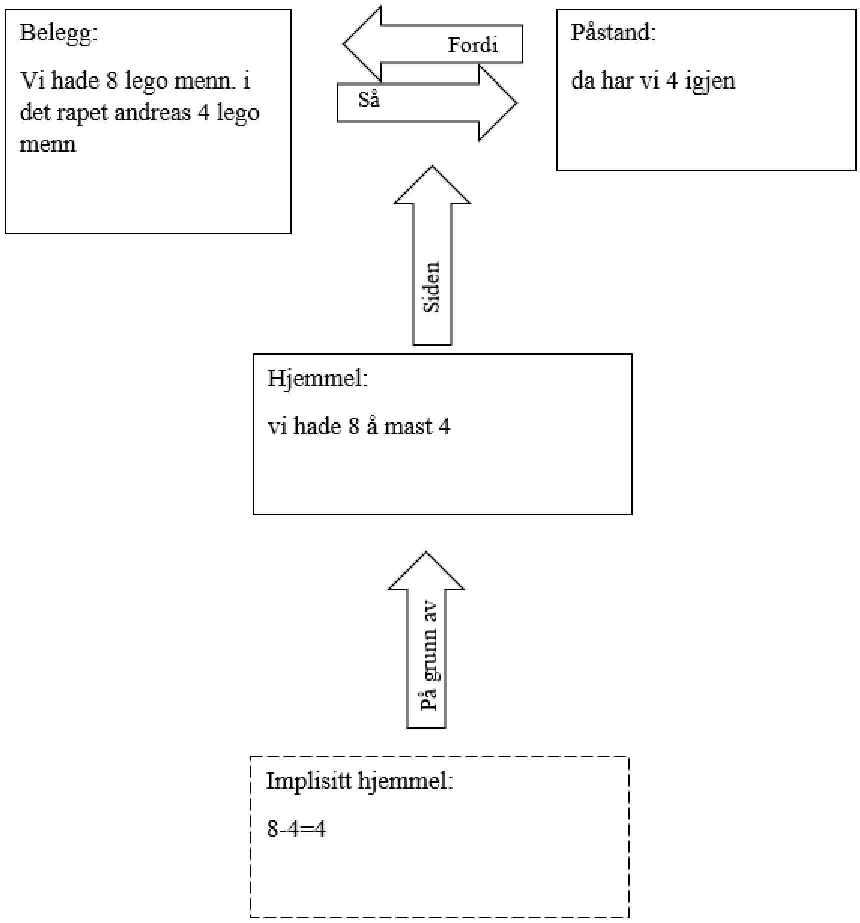
Pål har laget en regnefortelling som handler om at han leker med LEGO sammen med noen venner. I regnefortellingen har de først åtte legomenn, men så tar Andreas fire legomenn og de sitter da igjen med fire legomenn.



Figur 12: Påls regnefortelling.

> Jeg fik besøk av Mads å jørgen. Så kom Andreas han trår et på en legomann så ga han den til meg. Vi hade 8 lego menn. I det rapet andreas 4 lego men. Hvor mange lego men hade vi igjen.
>
> Vi hade 8 å mast 4 da har vi 4 igjen.

Denne regnefortellingen har en handling nemlig at de var fire stykker som leker med LEGO. Videre skriver Pål at Andreas «rapet» fire legomenn. Ordet rapet forstås her som rappet, som igjen betyr å ta eller stjele. Det at Andreas tar fire legomenn gir et brudd i fortellingen noe som er et fortellergrep (Enge og Iversen, 2010, s. 157). Eleven presenterer så spørsmålet «Hvor mange lego men hade vi igjen» og avslutter regnefortellingen dette: «Vi hade 8 å mast 4 da har vi 4 igjen». Ordet «mast» er et dialektord for ordet «mistet». I den avsluttende setningen gir Pål en oppsummering av hva som har skjedd i regnefortellingen og svarer på spørsmålet i regnefortellingen. I Toulmins modell kan argumentasjonen settes opp slik:



Figur 13: Påls argumentasjon fra regnefortellingen i Toulmins modell.

Argumentasjonen i denne regnefortellingen består av ett belegg, en påstand og en eksplisitt hjemmel. I modellen er det også plassert en implisitt hjemmel som kan ligge mellom linjene på det eleven sier. Nå skal jeg ta for meg hva som har blitt plassert i de ulike delene i modellen. «Da har vi 4 igjen» er plassert som påstand fordi dette er svaret på spørsmålet i regnefortellingen om hvor mange legomenn er det igjen. Det som gjør at eleven kan svare dette, er fordi han i regnefortellingen sier at de hadde fire legmenn og Andreas tok fire av dem. Derfor blir dette plassert som belegg. Når Pål oppsummerer i slutten av regnefortellingen ved å si: «vi hade 8 å mast 4», styrer dette hvorfor eleven kan si at svaret er at de har fire legomenn igjen. Altså fungerer dette som en hjemmel. De delene som har blitt plassert som belegg og hjemmel i denne regneforellingen, er ganske like siden begge sier at de hadde åtte legomenn og mister fire legomenn. Dette er et noe Toulmin (2003) og Krummheuer (1995) peker på ved at de også sier at belegg og hjemmel kan være vanskelig å skille.

På bakgrunn av det eleven skriver i regnefortellingen sin, er det som sagt blitt plassert en implisitt hjemmel i modellen. Regnefortellingens siste setning: «Vi hade 8 å mast 4 da har vi 4 igjen», kan gjøres om til regnestykket 8-4=4. Dette ligger da implisitt i elevens argumentasjon. Selv om det ligger implisitt i det eleven skriver, er det ikke sikkert at det er slik han tenker når han har regnet ut svaret i regnefortellingen. Derfor er dette plassert som implisitt hjemmel for å vise at det kan være en sannsynlig tolkning.

4.2.2. Muntlig argumentasjon for svaret i den skriftlige regnefortellingen

Forskeren begynner intervjuet med å be Pål lese opp regnefortellingen sin. De snakker så litt om hva en regnefortelling er, hva spørsmålet og svaret i regnefortellingen er. Pål sier at svaret på regnefortellingen er fire. Da trekker forskeren inn kvavet «vise oss studenter hvordan du tenker for å komme frem til svaret». Forskeren omformulerer det:

Forsker	Hvordan tenkte du kom frem … skulle finne frem til svaret?
Pål	Ja, jeg hadde bare lyst til å ta åtte. Fire pluss fire.. ja det.. akkurat det regnestykket liker jeg veldig godt så det blir jo åtte. Så jeg valgte akkurat det regnestykket. Siden vanligvis så pleier vi egentlig å lage.. dette er faktisk litt sannhet fordi.. når vi.. når vi leker så pleier vi for eksempel å ha fir.. åtte legoriddere eller noe sånt ... hvis vi skal lage så lager vi egentlig nesten åtte for eks.. åtte folk.. det pleier vi å gjøre.

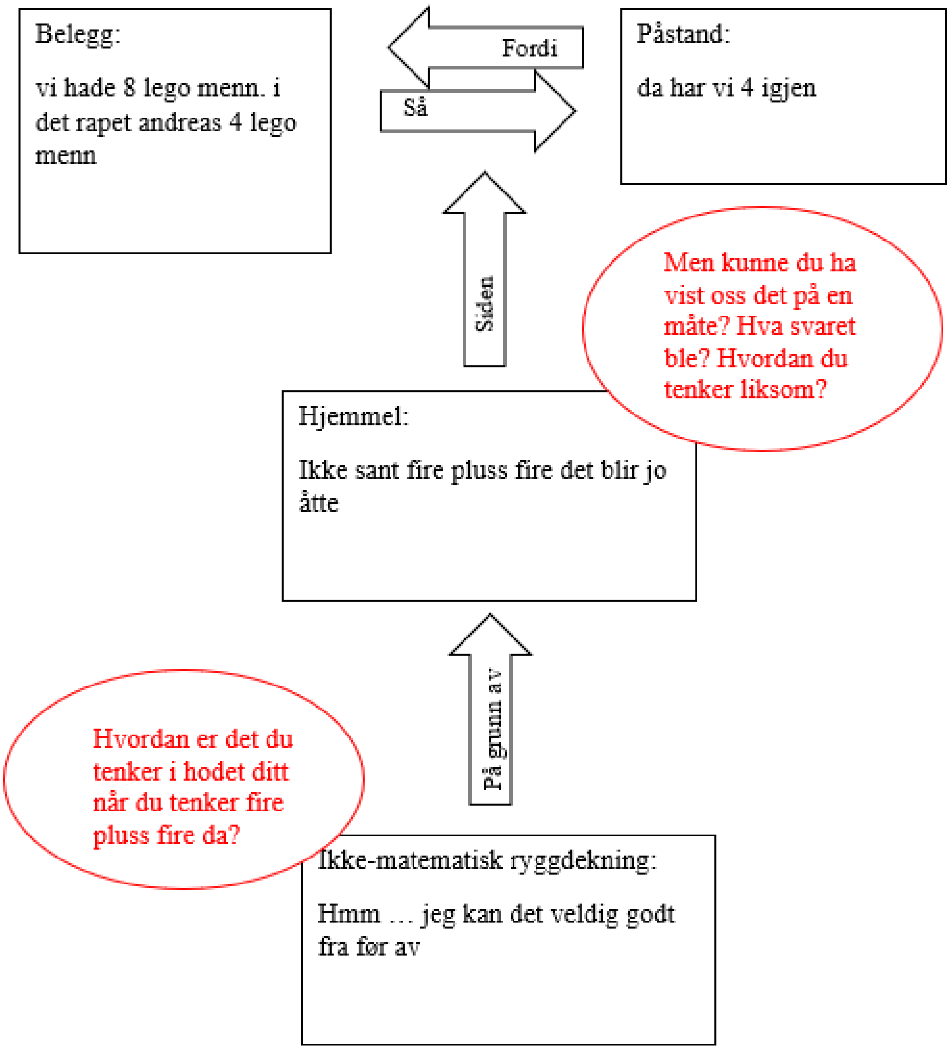
Her sier Pål at han valgte å skrive regnefortelling om regnestykket 4+4=8 fordi det er et regnestykke han liker godt. I dette utdraget får han spørsmål om hvordan han kom frem til at svaret var fire når han hadde åtte legomenn og mistet fire. Da svarer han at han valgte det siden fire pluss fire er åtte. Her forklarer han altså åtte minus fire, som er det regnefortellingen legger opp til fordi de hadde åtte legomenn og mistet fire, med addisjon som er den omvendte regneoperasjon av subtraksjon. Eleven sier også at det som skjer i regnefortellingen er noe han pleier å leke.

Eleven blir igjen spurt om hvordan han tenkte da han regnet ut det som skjedde i regnefortellingen:

Forsker	Så spennende … Men kunne du ha vist oss det på en måte? Hva svaret ble? Hvordan du tenker liksom?
Pål	Ja
Forsker	Hvordan da?
Pål	Ikke sant fire pluss fire det blir jo åtte
Forsker	Mhm
Pål	og … da nei jeg kommer ikke på noe annet
Forsker	Hvordan er det du tenker i hodet ditt når du tenker fire pluss fire da?
Pål	Når jeg tenker fire pluss fire
Forsker	Mhm
Pål	Hmm … jeg kan det veldig godt fra før av

Eleven blir i dette samtaleutdraget spurt om han kan bruke andre måter til å vise hvorfor svaret ble fire i regnefortellingen. Han svarer først ja, men så sier han: «Ikke sant fire pluss fire det blir jo åtte», som er det samme han sa i det første samtaleutdraget. Nemlig at han bruker addisjon for å forklare hvorfor svaret er fire. Pål blir så spurt hvordan han tenker når han adderer fire og fire. Da sier han: «Hmm … jeg kan det veldig godt fra før av».

Dersom elevens argumentasjon for svaret i regnefortellingen settes inn i Toulmins modell, kan det se slik ut:



Figur 14: Påls argumentasjon fra intervjuet i Toulmins modell.

I denne fremstillingen av Påls argumentasjon er det satt opp ett belegg, en påstand og en hjemmel. I tillegg er det også satt inn en ikke-matematisk ryggdekning. Det som er plassert som belegg og påstand er det samme som i regnefortellingen fordi det er dette eleven argumenterer for. Nemlig at svaret i regnefortellingen er at han har fire legmenn igjen etter Andreas tok fire av åtte legomenn. Når eleven blir spurt om hvordan han har tenkt for å få svaret i regnefortellingen svarer han: «Ikke sant fire pluss fire blir jo åtte». Dette kan sees på som en hjemmel fordi han forklarer at grunnen til at svaret er fire når han først hadde åtte legomenn og mistet fire, er fordi fire pluss fire er åtte. Han forklarer her omvendt, altså regnefortellingen legger opp til subtraksjon, men han forklarer det istedenfor som addisjon. Dette kan da tenkes at eleven vet at subtraksjon og addisjon er motsatte regneoperasjoner og bruker dette til å argumentere. Dersom eleven hadde uttrykt dette kunne det bli plassert som en ryggdekning. Eleven får istedenfor et spørsmål om hvordan han tenker når han regner ut fire pluss fire. Da sier han at det er et regnestykke som han kan godt. Når Pål får spørsmål om hvordan han tenker når han regner ut fire pluss fire, svarer han at det er fordi det er et regnestykke han kan godt. Altså kan dette være noe som kan regnes som taken-as-shared (Yackel, 2001) for han og at han dermed ikke ser behovet for å argumentere mer. Dette er blitt plassert som en ikke-matematisk ryggdekning fordi den ikke bruker matematikk for å støtte hjemmelen. En mulig årsak Pål argumenterer lite i intervjuet kan altså være fordi han argumenterer for noe som er så grunnleggende at han kanskje ikke ser behovet for å argumentere mer. Dette var også noe som ble trukket frem i analysen av Stians argumentasjon.

4.3. Hans

Den tredje eleven som er plukket ut er Hans. Han har tre hjemler og 2 ryggdekninger når han argumenterer muntlig for svaret i regnefortellingen og er derfor en av elevene som argumenterte mest (søyle nr. fem figur 8).

4.3.1 Regnefortellingen

Hans lagde en regnefortelling hvor han hadde 900 kr og skulle kjøpe en sjokolade som kostet 900 kr.

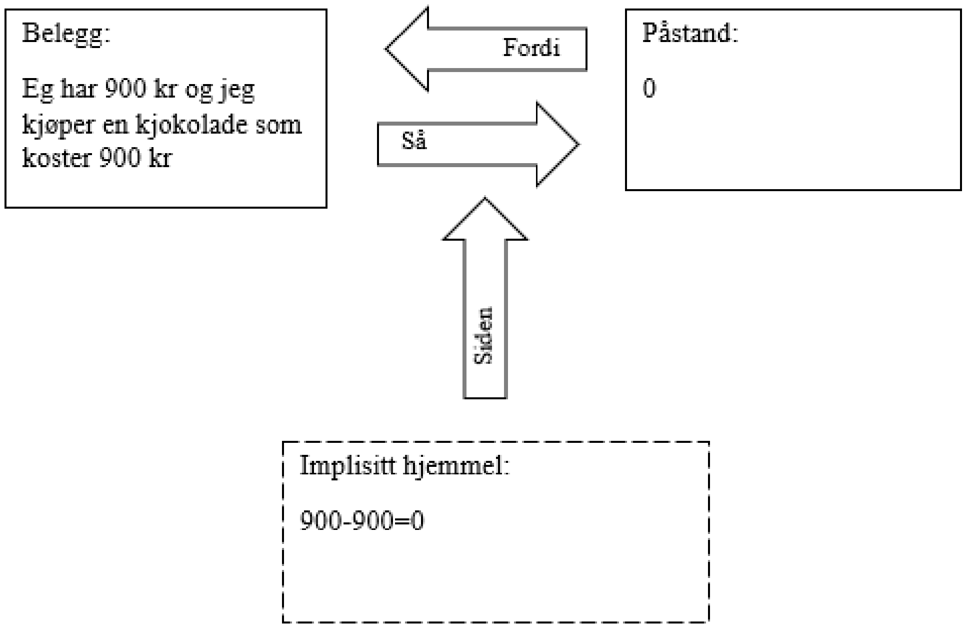
Eg har 900 kr og jeg kjøper en kjokolade som koster 900 kr vor mase har jeg ijen

Svar

0

Figur 15: Hans`s regnefortelling.

I regnefortellingen har Hans regnestykket 900-900=0 som ligger implisitt i det han skriver. Grunnen til dette er fordi han skiver at han hadde 900 kroner som han bruker til å betale en sjokolade som koster 900 kr og da har han null kroner igjen. For å vise svaret på regnefortellingen skriver han: «svar 0» med stor skrift på arket. I Toulmins modell kan argumentasjonen i regnefortellingen settes opp slik:



Figur 16: Hans`s argumentasjon i regnefortellingen i Toulmins modell.

Regnefortellingen består av en påstand og et belegg for påstanden. Det som er satt som påstand er 0 fordi det er svaret på regnefortellingen. Det er grunnlaget for at eleven har skrevet påstanden 0 er: «Eg har 900 kr og jeg kjøper en kjokolade som koster 900 kr». Dette fungerer derfor som belegg for påstanden. Implisitt i dette ligger regnestykket 900-900=0, men det blir ikke skrevet i regnefortellingen og blir derfor plassert som en implisitt hjemmel. Grunnen til dette er fordi det er en mulig kobling Hans gjør for å kunne si at påstanden er 0 når belegget er: «Eg har 900 kr og jeg kjøper en kjokolade som koster 900 kr».

4.3.2. Muntlig argumentasjon for svaret i den skriftlige regnefortellingen

I intervjuet ble Hans spurt om han kan fortelle hva regnefortellingen handlet om. Han forklarer den slik: «Det var nihundre kroner og så bruker jeg alle pengene på en sjokolade også skulle vi se hvor mange kroner jeg har igjen». Videre blir Hans spurt hvordan han kom frem til null:

Forsker	Hvordan har du tenkt for å komme frem til null?
Hans	F- jeg … Jeg tenker fordi atte mm … jeg liksom jeg … har uansett har jeg nihundre kroner og hvis jeg tar vekk alle nihundre kronene da bruker jeg nihundre kroner på noe da har jeg jo ingen penger igjen

Forsker Nei. Så du har nihundre også tar du vekk alle og da har du ingen penger igjen

Hans *Nikker* Ja

Forsker Mm. Kunne du vist det, for her har du skrevet det med tekst også har du skrevet tallet null. Kunne du vist det på noen annen måte?

Hans Hva mener du?

Forsker Kunne man forklart eller brukt noe annet enn tekst for å forklare det?

Hans Ja, men … Vi kan liksom, liksom ta … nihundre minus nihundre. Så skal jeg liksom prøve å finne ut hvor masse det blir (Forsker: «Jaa») til sammen. Og da blir det null *eleven skriver opp regnestykket 900-900=0 mens han snakker*

Figur 17: Regnestykke fra intervju.

Hans forklarer hvordan han kom frem til 0 ved å si at han «tar vekk» 900 fra 900. Han blir deretter spurt om han kan vise og bruke noe annet enn tekst for å forklare det han har skrevet i regnefortellingen. Hans skriver da opp regnestykket 900-900=0 mens han forklarer at han prøver å finne ut hvor mye det blir til sammen og at det er null.

Hans blir også spurt om han kan bruke tegning for å vise regnestykket og det han sa da han skrev det. Han tegner mens han forklarer:

Hans Liksom går … Jeg, her finner jeg en penge der har jeg en … nihundrelapp

Forsker Mm

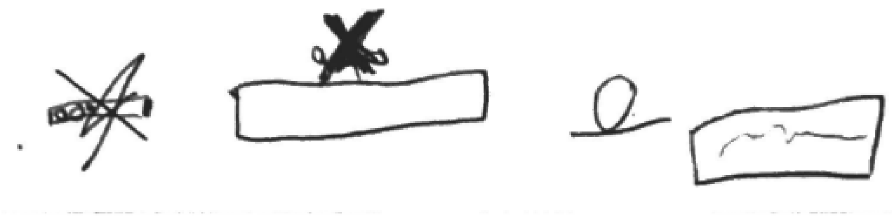
Hans Også her har jeg en sjokolade. Så … koster … nihundre

Forsker Mm

Hans Så tar jeg … bruker jeg de pengene, så tar jeg liksom de vekk

Forsker Mm

Hans	Også bruker jeg de på disse, sånn at de forsvinner. Fordi vi har brukte pengene de på de.
Forsker	Jaa
Hans	Og da får jeg … Null og en sjokolade fordi jeg kjøpte den



Figur 18: Tegning fra intervju.

Hans har altså først tegnet en 900-lapp og en sjokolade hvor det står 900 skrevet over. Så krysser han ut 900-lappen og prisen på sjokoladen. Han bruker ord som «ta de vekk», «bruker de» og «de forsvinner» for å forklare hva han gjør. Så har han tegnet 0 med en strek under og en sjokolade fordi det er det han sitter igjen med etter han har brukt pengene til å kjøpe sjokoladen, altså null kroner og en sjokolade.

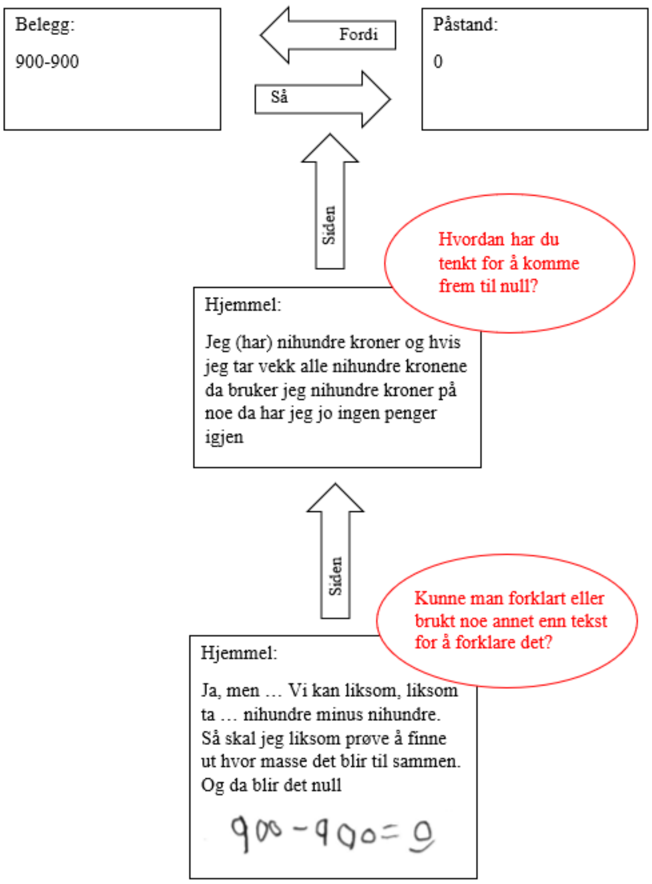
Videre får Hans spørsmål om det er noe mer han vil si om hvorfor null er svaret i regnefortellingen. Han sier da: «For det at nihundre … nihundre det er jo akkurat det samme som nihundre så hvis vi tar vekk nihundre og nihundre så blir det null». Her forklarer Hans at det blir 0 fordi 900 og 900 er det samme.

Hans får så spørsmål om hvor i regnefortellingen han overbeviser andre om at svaret skal være null. Han gjentar da at han hadde 900 kr som han bruker på butikken og da har han ingen penger:

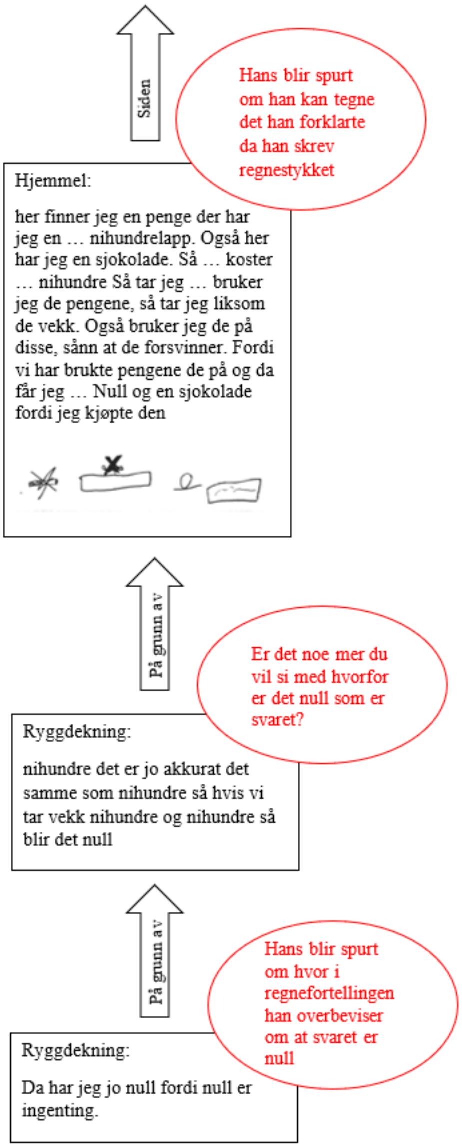
Hans	Jeg … Se jeg har … nihundre så går jeg, liksom til butikken også bruker jeg nihundre og sånt også får jo jeg ingen penger og sånt
Forsker	Nei
Hans	Da har jo jeg null fordi null er ingenting

Her utdyper han hva null er og hvorfor han ikke har noen penger igjen. Nettopp fordi null er ingenting.

Dersom en skal sette elevens argumentasjon om 900-900=0 inn i Toulmins modell kan det se slik ut:



Figuren fortsetter på neste side.



Figur 19: Hans`s argumentasjon fra intervjuet i Toulmins modell.

Argumentasjonen til Hans består av en påstand, et belegg, tre hjemler og to ryggdekninger. Påstanden i Hans sin argumentasjon er her satt som 0, fordi det er svaret på regnestykket i regnefortellingen. Det som ligger til grunn for dette, altså belegg, er 900-900. Eleven får spørsmålet: «Hvordan har du tenkt for å komme frem til null?» og forklarer dette med at han har 900 kroner og han bruker dem på noe som koster 900, da har han ingenting igjen. Her bygger han altså en kobling for å hvorfor han kan si at 900-900 er 0, nemlig at han bruker opp pengene. Deretter får Hans spørsmål om han kan forklare eller bruke noe annet enn tekst for å forklare det han har sagt. Da sier han at han tar 900 minus 900. I tillegg til det han sier skriver han også regnestykket 900-900=0. Dette fungerer altså da som en hjemmel for hvorfor regnestykket er riktig. Både det han sier og regnestykket blir plassert i samme hjemmel fordi han skriver regnestykket mens han forklarer det. I tillegg til dette blir eleven spurt om han kan tegne det han har sagt. Han tegner at han kjøper sjokoladen som koster 900 kr med en 900-lapp. Dette blir også plassert som hjemmel fordi det er en visuell fremstilling av det han sa muntlig i forrige hjemmel.

Tegningen til Hans kan fungere som tankeredskaper når han skal argumenterer. Grunnen til dette fordi han forklarer tankene sine mens han tegner. Altså kobler han tankene sine til tegningen. Dette kan trekkes til det Johnsen-Høines (1998) ser om at tegning ofte kan fungere som tankeredskap og at det er en naturlig representasjon for elever å bruke. Hovik og Solem (2016) sier at representasjoner kan løfte noe fra det spesielle til det generelle. Tegningen til Hans om 900-lappen og sjokoladen, beveger seg som sagt til å forklare noe spesifikt til å gjelde lignede problemer. Dette fordi den viser en visuell likning av det som skjer i regnefortellingen. Tegningen har allikevel ikke blitt plassert som ryggdekning fordi den ikke kan brukes som en generell forklaring. I regnefortellingen og den visuelle fremstillingen av det som skjer i regnefortellingen, har Hans skrevet om og tegnet en 900-lapp. Det at en sjokolade koster 900 kr, er urealistisk i vanlige norske matvarebutikker. Det finnes heller ikke 900-lapper blant de norske kronene. Dette kan kanskje tyde på at Hans ikke har forståelse for hvilke kroner og sedler som er gyldig i Norge. Det å vise rett sedler er kanskje ikke Hans sin hensikt i denne regnefortellingen, men hensikten er kanskje heller å knytte regnefortellingen til virkelige objekter, for eksempel penger, for å gi en kontekst til regnestykket. Dette er noe Krummheuer (1995) sier at barn ofte kan gjøre når de argumenterer.

Videre får Hans spørsmål om det er noe mer han vil si om hvorfor svaret er null. Da sier Hans at 900 er det samme som 900, hvis han tar vekk 900 fra 900 vil det derfor bli null. Dette er en universell oppfatning, altså dersom en trekker fra like mye som en har, vil det ikke være noe igjen. Derfor kan dette plasseres som en ryggdekning som støtter hjemmelen til eleven. Når eleven senere får spørsmål om hvor i regnefortellingen han overbeviser at svaret er null, sier han blant annet at han har null fordi null er ingenting. Dette kan også være en ryggdekning fordi det at null ikke er noe, er grunnleggende i matematikken. Dette er også en ryggdekning som utfyller den forrige ryggdekningen til Hans ved at den utdyper hva null er. Begge ryggdekningene til Hans stemmer med det Krummheuer (1995) sier om at barn ikke tenker på et aksiomnivå, men heller argumenterer ut fra hva som kan være grunnleggende for dem.

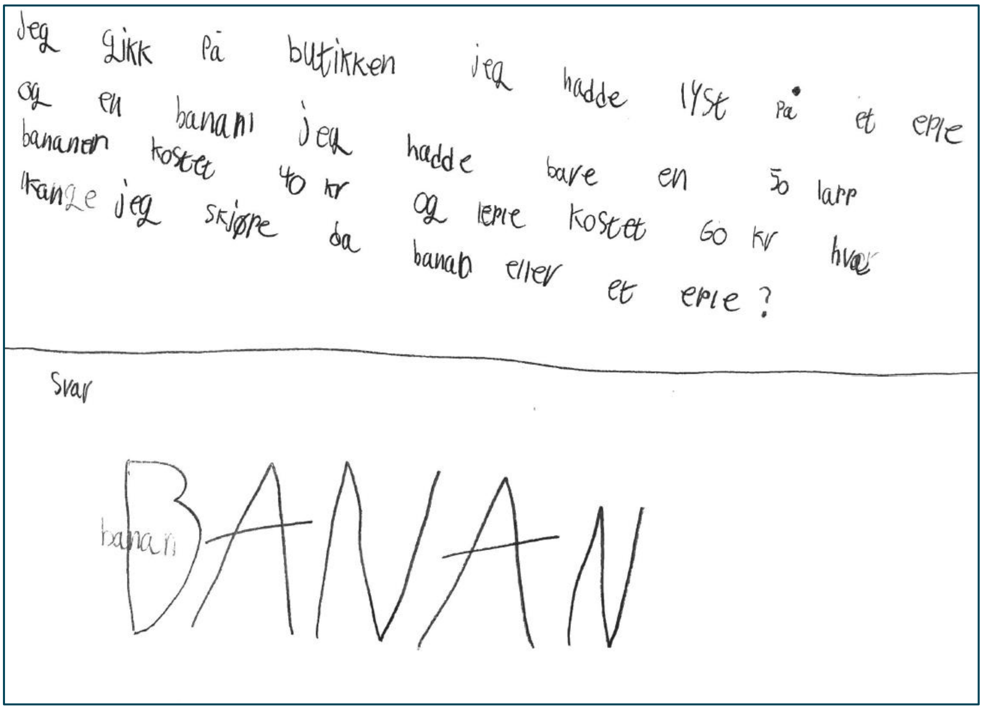
Hjemlene og ryggdekningene som Hans bruker i sin argumentasjon gir forskjellige fremstillinger for hvorfor svaret kan være rett på bakgrunn av belegget han har. Fremstillingen hans er både verbale og visuelle, for eksempel bruker han regnestykke og tegning mens han forklarer muntlig. Dette viser at Hans bruker ulike eksempler for å argumentere. Dette er ifølge Balacheff (1988) og Evens og Houssart (2004) noe elever på barneskolen ofte gjør når de argumenterer. Det som derimot skiller Hans sin argumentasjon fra Evens og Houssart forskning hvor argumentene ikke var så presise og manglet detaljer, blir hjemlene som Hans gir mer og mer presise og detaljerte etterhvert som de argumenterer.

4.4. Emma

Emma er valgt ut fordi hun har fire hjemler og en ryggdekning i argumentasjonen sin når hun argumenterer muntlig for svaret i regnefortellingen sin. Hun er også en av elevene som argumenterer mest (søyle nr. 5 figur nr. 8).

4.4.1. Argumentasjon i regnefortellingen

Emma har laget en regnefortelling om at hun gikk på butikken for å kjøpe et eple og en banan. Hun hadde ikke nok penger til begge og må derfor finne ut om hun kan kjøpe et eple eller en banan.



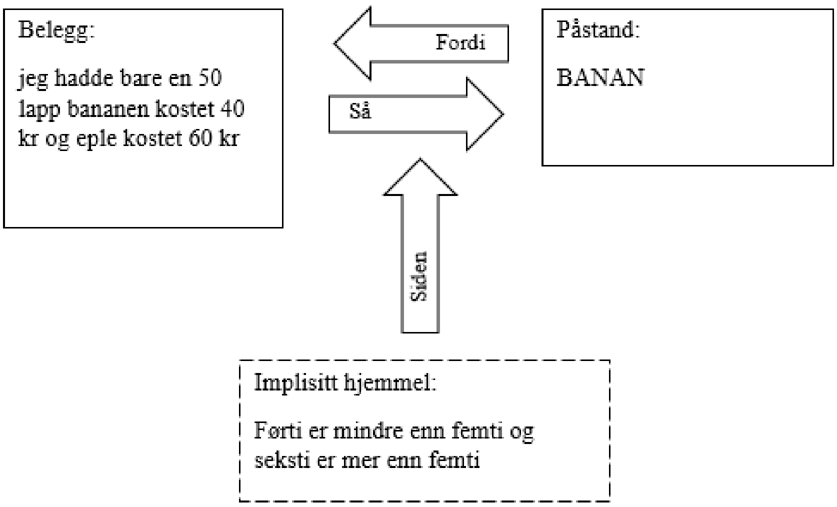
Jeg gikk på butikken jeg hadde lyst på et eple og en banan jeg hadde bare en 50 lapp bananen kostet 40 kr og eple kostet 60 kr hva kan jeg skjøpe da banan eller et eple?

Svar

BANAN

Figur 20: Emmas regnefortelling.

I regnefortellingen blir handlingen presentert i første setning: «Jeg gikk på butikken jeg hadde lyst på et eple og en banan». Etter den setningen oppstår det et problem, nemlig at hun bare har med en 50-lapp og banen koster 40 kroner mens eplet koster 60 kr. I regnefortellingen stiller hun da spørsmålet: «Hva kan jeg skjøpe da banan eller et eple?». Videre har hun satt en strek og skrevet svar banan. Ordet banan er skrevet med store bokstaver. Dersom argumentasjonen i regnefortellingen skal settes i Toulmins modell kan det se slik ut:



Figur 21: Emmas argumentasjon fra regnefortellingen i Toulmins modell.

Argumentasjonen i regnefortellingen består av en påstand og et belegg. Påstanden er «BANAN» fordi det er det som svaret på regnefortellingen. Det som ligger til grunn for at Emma kan si at det er svaret på regnefortellingen er fordi hun har en 50-lapp, bananen koster 40 kr og eplet koster 60 kr. Dette er faktaene som gjør at Emma kan trekke konklusjonen at hun kan kjøpe bananen. Dette blir derfor plassert som belegg. Emma har ikke hjemmel i regnefortellingen. Det som kanskje kan ligge mellom linjene på det Emma skriver, er at hun tenker hun kan kjøpe bananen siden 40 er mindre enn 50 og ikke eplet siden 60 er mer enn 50. Dette kunne da vært en hjemmel fordi det kobler sammen belegget og påstanden. Siden Emma ikke skriver denne hjemmelen eksplisitt i regnefortellingen sin, er dette plassert som en implisitt hjemmel.

4.4.2. Muntlig argumentasjon for svaret i den skriftlige regnefortellingen

Intervjuet med Emma starter med at hun leser opp regnefortellingen. Forskeren bruker så kravene i oppgaveteksten som utgangspunkt for å spørre Emma om regnefortellingen. Når de kommer til krav nummer fire: «Vise oss studenter hvordan du tenker for å komme frem til svaret», begynner Emma å argumentere muntlig for svaret hun fikk i regnefortellingen sin.

Forsker	Også hva med neste da med vise oss studenter hvordan du tenker for å komme frem til svaret?
Emma	Mm … Hvis jeg har en femtilapp
Forsker	Mm
Emma	Også, ehm … Er førti mindre enn femti, så da har jeg nok til bananen. (Forsker: «Jaa»). Så koster eplet seksti kroner, og det har jeg ikke nok til for det er mer enn femti kroner.
Forsker	Okei, hvordan vet du at det er mer?
Emma	Fordi hvis du tenker femti. Femtien, femtito, femtitre, femtifire, femtifem, femtiseks, femtisyv, femtiåtte, femtini, seksti *eleven teller på fingrene*. Da er det jo ti mer.
Forsker	Okei, da er det ti mer ja. Men når du skrev regnefortellingen og når du tenkte at eplet kostet seksti, ee hvordan tenkte du for å vite at du ikke hadde råd til det? Visste du det med en gang?
Emma	Ee, ja. Fordi at førti da er det jo det samme som å ta ti liksom, hvis du har femti minus ti så blir jo det førti.

I dette samtaleutdraget forklarer Emma muntlig hvorfor hun kan kjøpe bananen og ikke eplet. Hun begynner med å forklare at 40 er mindre enn 50 og at hun derfor kan kjøpe bananen, mens 60 er mer enn 50 og at derfor ikke kan kjøpe eplet. Hun får spørsmål om hvordan hun vet at det er mer. Emma svarer med å telle høyt fra 50 til 60 mens hun viser på fingrene. Videre når Emma får spørsmål om hvordan hun vet at hun ikke hadde råd til eplet, sier hun: «Ee, ja. Fordi at førti da er det jo det samme som å ta ti liksom, hvis du har femti minus ti så blir jo det førti». Her trekker altså Emma frem «ta» og «minus» som en forklaring på hvorfor hun kan kjøpe bananen. I utdraget over argumenterer altså Emma muntlig for hvordan hun fikk svaret i regnefortellingen med å snakke om hva som er mer og mindre enn 50, fingertelling og knytte regnefortellingen til subtraksjon.

Intervjuet fortsetter videre med at forskeren spør Emma om hun kan bruke en annen måte for å vise hvordan hun tenker:

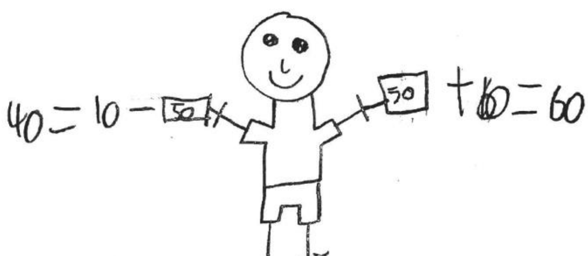
Forsker	Kunne du vist på en annen måte hvordan du tenker?
Emma	Mm … Hvis du har fire kroner … Nei hvis du har en femkroning
Forsker	Mm
Emma	Også har du en sekskroning i en annen haug også har du en firekroning i en annen haug. Sånn at femkroningen ligger der, sekskroningen der og f-firekroningen der. Så tar du nuller bak alle sammen.

Figur 22: Tegning fra intervju.

Forsker	Mm
Emma	Og så tar du liksom … Og så tar du femti også minus ti. Da blir det førtini, førtiåtte, førtisyv, førtiseks, førtifem, førtifire, førtitre, førtito, førtien, førti. *Emma teller på fingrene*
Forsker	mm
Emma	Også her er det bare det samme bare med pluss *peker der det står 50 og 60*

Når Emma blir spurt om hun kan vise på andre måter hvordan hun tenker, trekker hun inn penger i forklaringen sin. Hun starter med å tegne en 4-kroning, en 5-kroning og en 6-kroning som hun etterpå setter null bak slik at det står 40, 50 og 60. Hun viser at 50 minus 10 er 40 ved å telle ned med fingrene fra 50 til 40. Hun sier at det vil være det samme når det gjelder 50 og 60, bare at det da er pluss. Emmas forklaring endrer seg da til å bli mer visuell ved at hun skriver tallene på arket og bruker det til å peke mens hun forklarer muntlig. Når Emma argumenterer ved å bruke tallene hun har skrevet, knytter hun også inn addisjon i tillegg til subtraksjon i argumentasjonen sin.

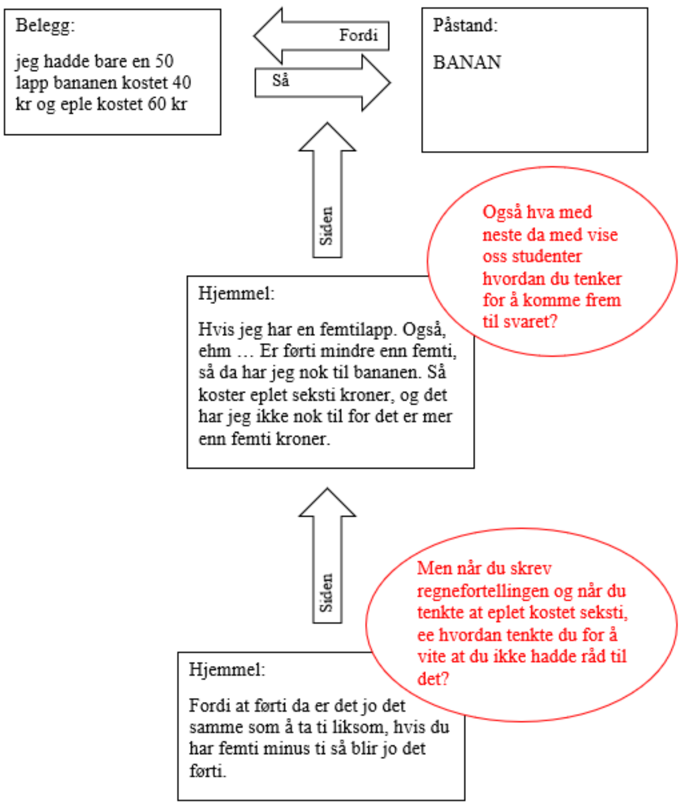
Videre blir Emma spurt om hun kan tegne hvordan hun tenker: «Men for eksempel hvis vi tenker at du skulle brukt tegning da. Kunne du brukt tegning i regnefortellingen din? For å vise oss hva du tenkte?» Emma tegner da denne tegningen:



Figur 23: Tegning fra intervju.

Emma tegner en gutt som holder en femtilapp i hver hånd. Når Emma blir spurt om hva som står på venstre side, hvor det står 40=10-50, sier hun: «Det er liksom sånn hvis du har femti minus ti så er det lik førti.» For å forklare høyre side, hvor det står 50+10=60, sier hun: «Også femti pluss ti det er lik seksti». Venstre side representerer da bananen, mens høyre side representerer eplet.

I løpet av intervjuet argumenterer Emma for svaret sitt i regnefortellingen. Dersom det settes inn i Toulmins modell kan de se slik ut:



Figuren fortsetter på neste side.

Siden

Kunne du vist på en annen måte hvordan du tenker?

Hjemmel:

Hvis du har en femkroning. Også har du en sekskroning i en annen haug også har du en firekroning i en annen haug. Sånn at femkroningen ligger der, sekskroningen der og f- firekroningen der. Så tar du nuller bak alle sammen. Og så tar du liksom … Og så tar du femti også minus ti. Da blir det førtini, førtiåtte, førtisyv, førtiseks, førtifem, førtifire, førtitre, førtito, førtien, førti. Også her er det bare det samme med pluss.

50

40 60

Siden

Men for eksempel hvis vi tenker at du skulle brukt tegning da. Kunne du brukt tegning i regnefortellingen din? For å vise oss hva du tenkte?

Hjemmel:

Det er liksom sånn hvis du har femti minus ti så er det lik førti

Også femti pluss ti det er lik seksti

På grunn av

Hvordan vet du at det er mer?

Ryggdekning:

Fordi hvis du tenker femti. Femtien, femtito, femtitre, femtifire, femtifem, femtiseks, femtisyv, femtiåtte, femtini, seksti. Da er det jo ti mer.

Figur 24: Emmas argumentasjon fra intervjuet i Toulmins modell.

Emmas argumentasjon består av et belegg, en påstand, fire hjemler og en ryggdekning. Påstanden og belegget er det samme som i regnefortellingen, altså at hun kan kjøpe en banan fordi bananen koster 40 kr, eplet koster 60 kr og hun har en femtilapp. I intervjuet får Emma spørsmål om hun kan vise hvordan hun kom frem til svaret. Da svarer hun at 40 er mindre enn 50, derfor har hun nok penger til bananen og at hun ikke har nok penger til å kjøpe eplet fordi det koster 60 kr som er mer enn 50. Dette fungerer da som en kobling som gjør det tydelig hvorfor hun kan kjøpe bananen og ikke eplet. Det er derfor plassert som en hjemmel. Emma blir også spurt hvorfor hun ikke har råd til eplet. Da sier hun: «fordi at førti da er det jo det samme som å ta ti liksom, hvis du har femti minus ti så blir det jo førti». Når Emma sier dette svarer ikke på spørsmålet om hvorfor hun ikke har råd til eplet, men forklarer heller hvorfor hun kan kjøpe bananen. Det fungerer derfor allikevel som hjemmel fordi hun fremdeles lager en kobling mellom belegget og påstanden ved å utdype den forrige hjemmelen. Hun utdyper den forrige hjemmelen ved å knytte inn subtraksjon i forklaringen sin.

Videre blir Emma spurt om hun kan bruke en annen måte å vise hvordan hun tenker. Hun begynner da å forklare at hun har en femkroning, en firekroing og en femkroning i en haug og setter null bak tallene. Så kan en ta 50 minus 10 mellom 50 og 40, og 50 pluss 10 mellom 50 og 60. Hun skriver også tallene fire, fem og seks mens hun forklarer og så setter hun null bak tallene slik at det blir 40, 50 og 60. Dette fungerer også som en hjemmel fordi det utdyper den forrige hjemmelen, forskjellen er at eleven skriver tall ned på arket og bruker dette til å forklare, altså blir denne hjemmelen mer visuell enn den forrige. I denne hjemmelen legger hun også til addisjon til forklaringen sin om hvorfor hun ikke kan kjøpe eplet. Det at eleven teller ned fra 50 til 40 for å vise at 50 minus 10 er 40 kan plasseres som ryggdekning, men blir her satt som hjemmel fordi den fungerer som en forklaring til den visuelle fremstillingen av regnefortellingen og ikke en generell forklaring på hvorfor 40 er 10 mindre enn 50.

Etter at Emma har vist og forklart med pengene hun har tegnet, får hun spørsmål om hun kan bruke tegning for å vise hva hun har tenkt. Tegningen og forklaringen til tegningen bygger på det hun har sagt i de tre forrige hjemlene. Altså har hun med tallene hun skrev i forrige hjemmel, men legger også til en visuell fremstilling av subtraksjonen og addisjonen som lå i de muntlige forklaringene hennes. Tegningen hennes blir også plassert som hjemmel. Grunnen til dette er fordi den fremdeles viser koblingen mellom belegg og påstand, ved at forklaringen og fremstillingen viser til det spesifikke regnestykket i regnefortellingen og ikke en universell forklaring på hvorfor 40 er mindre enn 50 og 60 er mer enn 50. En annen grunn er fordi subtraksjonstykket: 40=10-50, er snudd noe som gjør at det ikke gir en korrekt matematisk fremstilling av regnestykket 50 minus 10 er 40, men det gir derimot en visuell fremstilling av regnefortellingen.

Når det gjelder tegningene til Emma kan de fungere som tankeredskap. Dette fordi hun forklarer tankene sine mens og etter hun har tegnet. Altså kobler hun tankene sine til tegningene. Dette kan trekkes til det Johnsen-Høines (1998) ser om at tegning ofte kan fungere som tankeredskap og at det er en naturlig representasjon for elever å bruke. Hovik og Solem (2016) sier at representasjoner kan løfte noe fra det spesielle til det generelle. Emmas tegning om gutten som holder to 50-lapper, beveger seg som sagt til å forklare noe spesifikt til å gjelde lignede problemer. Tegningen har allikevel ikke blitt plassert som ryggdekning fordi den ikke kan brukes som en generell forklaring.

Emma skriver i regnefortellingen sin at hun har en 50-lapp. Dette stemmer med de norske kronene. På butikken koster bananen 40 kr og eplet 60 kr, dette er derimot noe urealistisk i norske matvarebutikker. For å forklare svaret i regnefortellingen snakker hun om og tegner en 4-kroning, 5-kroning og en 6-kroning som hun gjør om til 40, 50 og 60 ved å legge til nuller. I likhet med 900-lappen som Hans bruker i sin regnefortelling, er ikke 4-kroninger og 6-kroninger en del av de norske kronene. Dette kan kanskje tyde på at Emma heller ikke har helt forståelse for hvilke kroner og sedler som er gyldig i Norge. Det som kanskje er Emmas hensikt med å bruke pengene, er kanskje å knytte prisene på frukten til virkelige objekter, som penger. Dette er noe Krummheuer (1995) sier at barn ofte kan gjøre når de argumenterer. Det at Emma tilpasser pengene til hennes regnefortelling og forklaringer, er kanskje fordi det hjelper hun å tenke og uttrykke seg (Johnsen-Høines, 1998). Altså at det kan dette også tyde på at tegningene er et tankeredskap for Emma.

Emma bruker hjemlene til å gi forskjellig fremstilling for hvorfor svaret kan være rett på bakgrunn av belegget hun har. Fremstillingen er både verbal og visuell, for eksempel bruker hun to ulike tegninger som hun også forklarer muntlig. Dette viser at Emma bruker ulike eksempler for å argumentere. Dette er ifølge Balacheff (1988) og Evens og Houssart (2004) noe elever på barneskolen ofte gjør når de argumenterer. Det som derimot skiller det litt fra Evens og Houssart forskning hvor argumentene ikke var så presise og manglet detaljer, er at Emmas hjemler blir mer og mer presise og detaljerte etterhvert som hun argumenterer.

Dersom Emma derimot hadde vist med tallinje kunne det ha blitt plassert som ryggdekning. Grunne til det er at en tallinje kan fungere som en visuell fremstilling av det å telle som ifølge Krummheuer (1995) er grunnleggende godtatt matematikk blant elever. I løpet av samtalen blir eleven spurt om hvordan hun vet at seksti er ti mer enn femti. Da teller hun: «Femtien, femtito, femtitre, femtifire, femtifem, femtiseks, femtisyv, femtiåtte, femtini, seksti. Da er det jo ti mer». Dette blir derfor plassert som en ryggdekning fordi Emma bruker fingertelling for å vise at 60 er mer enn 50 og at hun derfor ikke kan kjøpe eplet. Emmas ryggdekning stemmer med det Krummheuer (1995) sier om at barn ikke tenker på et aksiomnivå, men heller argumenterer ut fra hva som er grunnleggende for dem.

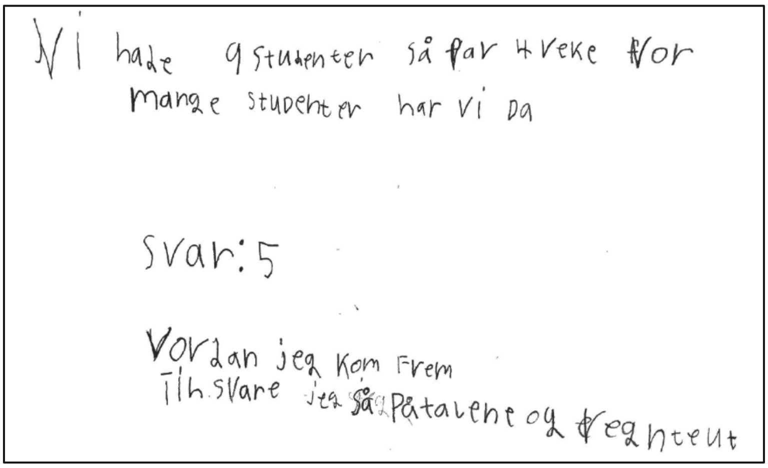
Walters, Green, Goldsby og Parker (2018) og Carroll, Fuson og Diamond (2000) trekker frem er at ulike regnefortellinger kan diskuteres høyt i klassen for vise elever ulike løsningsmetoder. Det å trekke frem ulike regnefortellinger kan blant annet illustrere forskjellige situasjoner i matematikk. Emma har i likhet med Stian, Pål og Hans skrevet regnefortellingen som handler om subtraksjon, men regnefortellingene skiller seg litt fra hverandre. Stian skriver at han har tre ski og mister to. I regnefortellingen til Pål skriver han om at Andres tok fire legomenn, senere i regnefortellingen skriver han at de mistet fire legomenn. Disse regnefortellingene handler om å subtrahere et tall fra et annet. Hans skriver om å kjøpe en sjokolade for 900 kr med en 900-lapp. Denne regnefortellingen handler om å subtrahere med lik mengde. Emmas regnefortelling skiller seg fra disse regnefortellingen ved at hun skriver om at hun må finne ut hva hun kan kjøpe på butikken når hun har en 50-lapp, en banan som koster 40 kr og et eple som koster 60 kr. Dette kobler hun videre til likevekt og sammenligning, noe som er en annen måte å se på subtraksjon enn å «å miste», «ta vekk» og «å kjøpe».

4.5. Ikke-matematisk argumentasjon

I dette kapittelet skal jeg vise ikke-matematisk argumentasjon som en elev ga i regnefortellingen sin. Dette var den eneste eleven som ga ikke-matematisk argumentasjon i regnefortellingen. Ikke-matematiske argumenter blir her regnet som argumenter som ikke bruker matematikk for å forklare.

4.5.1. Ikke-matematisk argumentasjon fra regnefortelling

Lisa skrev en regnefortelling om hvor mange studenter de hadde i klassen:


Vi hade 9 studenter så var 4 veke vor mange studenter har vi da

svar: 5

Vordan jeg kom frem til svare jeg så på talene og regneut

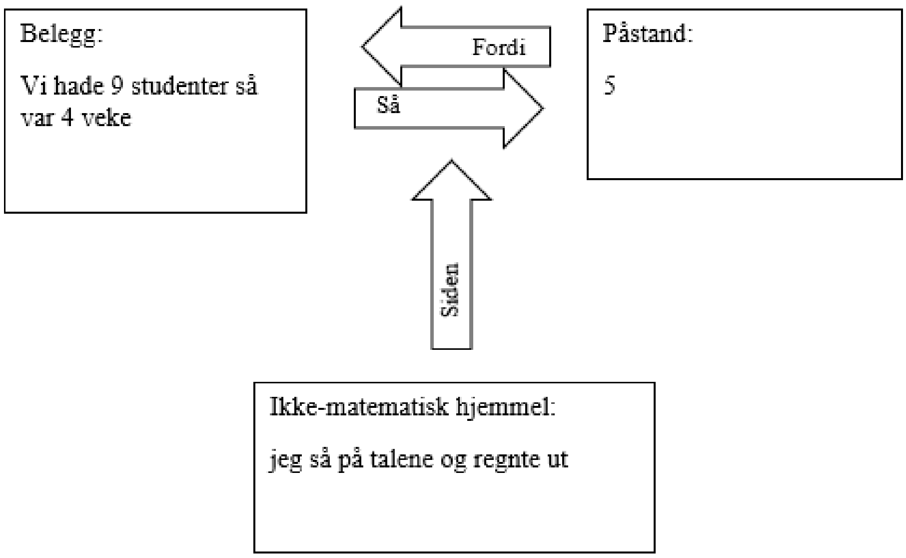
Vi hade 9 studenter så var 4 veke vor mange studenter har vi da

svar: 5

Vordan jeg kom frem til svare jeg så på

Figur 25: Lisas regnefortelling.

Hun skriver at de hadde ni studenter og at fire var vekke. Lisa spør så hvor mange studenter de hadde da og svarer fem. I tillegg har hun skrevet en forklaring på hvordan hun kom frem til svaret: «jeg så på talene og regnet ut». Dersom en plasserer Lisas argumentasjon i Toulmins modell kan det se slik ut:



Figur 26: Lisas argumentasjon fra regnefortellingen i Toulmins modell.

Lisas argumentasjon består av en påstand og et belegg, samt en ikke-matematisk hjemmel. Påstanden er 5 fordi det er svaret på regnefortellingen. Belegget er det som ligger til grunn for at hun kan si at svaret er 5. Nemlig at de hadde ni studenter og så var fire vekke. Hjemmelen i regnefortellingen er hvordan hun kom frem til svaret fordi det kobler sammen påstand og belegg. Hjemmelen som Lisa skriver i regnefortellingen sin er: «jeg så på talene og regnet ut». Denne hjemmelen er satt som en ikke-matematisk hjemmel fordi den ikke bruker matematikk for å koble sammen påstand og belegg.

5. Diskusjon

Formålet med denne oppgaven var å få innsikt i elevers skriftlige og muntlige argumentasjon. For å gjøre dette har tjue elevers argumentasjon blitt analysert i Toulmins modell for å gi et overblikk over kvalitetene i deres argumentasjon. Nærmere analyse av fire av disse elevene har blitt presentert i denne oppgaven. I dette kapittelet vil oversikten over de tjue elevene og analysen av de fire elevene bli brukt til å diskutere oppgavens problemstilling:

Hvordan argumenterer elever i arbeid med egne regnefortellinger i matematikk?

Resultatene av analysen i kapittel 4. vil bli sett i lys av tidligere forskning på argumentasjon og regnefortellinger. Det som blir diskutert i dette kapittelet er hvorfor noen av elevene argumenterer mer og mindre enn andre, hvorfor er det mer argumentasjon i intervjuet enn i regnefortellingen og Toulmins modell som analyseverktøy.

5.1. Hvorfor argumenterer noen elever lite og noen mye?

Ut fra oversikten over elevenes argumentasjon, viste det seg at det var noen elever som argumenterte lite og andre som argumenterte mye. De fire elevene som har blitt analysert ble valg ut fra kriteriene om enten mye eller lite argumentasjon. Nå vil jeg diskutere mulige årsaker til at noen elever argumenterer lite og andre argumenterer mye. For å gjøre dette ser jeg på to hovedkategorier: Kompleksiteten av det elevene skal argumentere for og spørsmålene elevene får i intervjuet.

5.1.1. Kompleksiteten av det eleven skal argumentere for

Når det gjelder kompleksiteten av det eleven skal argumentere for, handler dette om vanskelighetsgraden av det matematiske i regnestykket i regnefortellingen. Er matematikken i elevens argumentasjon for grunnleggende og automatisert slik at det blir vanskelig å argumentere? Yackel (2001) trekker frem at når elevene argumenterer for noe de kan godt, er det mindre sannsynlig at de argumenterer med hjemmel og ryggdekning. Dette fordi matematikken blir så grunnleggende for dem at de selv ikke ser behov for å argumentere mer. Dette kaller Yackel for taken-as-shared og dette tenker jeg kan være en faktor som har påvirket hvor mye elever argumenterte i regnefortellingen og intervjuet. Stian og Pål var noen de elevene som argumenterte minst i intervjuet, regnestykket i deres regnefortellinger var henholdsvis 3-2=1 og 8-4=4. Jeg regner disse regnestykkene for relativt enkle for elever på tredjetrinn, siden elevene ifølge kompetansemålene etter 2. trinn skal kunne addere og subtrahere med tosifrede tall (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 5). Dette kan derfor være noe som er taken-as-shared for elevene. Altså at det er så grunnleggende for dem at de ikke ser behovet for å argumentere mer for det i intervjuet. Hans og Emma derimot, var to av elevene som argumenterte mest da de ble intervjuet. Regnestykket og matematikken i deres regnefortellinger var henholdsvis 900-900=0 og 40<50<60. Ifølge kompetansemålene etter 4. trinn skal elevene kunne beskrive og bruke plassverdisystemet hele tall og uttrykke tallmengder på varierte måter tall (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 6). Kunnskapen som ligger i denne matematikken er kanskje ikke like grunnleggende som subtraksjon av tall under ti, dette kan kanskje derfor være en av grunnene til at Hans og Emma argumenterte mer enn Stian og Pål.

Kompleksiteten av det elevene argumenterer for kan også sees i sammenheng med bruk av representasjoner. Dette fordi Ulland, Røskeland og Herheim (2018) sier at det å kunne uttrykke forståelse gjennom ulike representasjoner og å kunne veksle mellom dem, er et tegn på god matematikkompetanse. Dette gjør Hans og Emma når de argumenterer i intervjuet. Gjennom denne studien har ikke fokuset vært på elevene elevenes matematikkompetanse. Det det derimot heller viser er at Hans og Emma som har brukt representasjoner i intervjuet når de argumenterer, har argumentert mer enn Stian og Pål som ikke har gjort det.

Da elevene ble intervjuet argumenterte de videre på det de allerede hadde skrevet i regnefortellingen. Altså kan argumentasjonen i regnefortellingen ha påvirket hvordan elevene argumenterte i intervjuet. Her tenker jeg det kan spille en rolle om elevene hadde implisitt eller eksplisitt argumentasjon i regnefortellingen sin. Singletary og Conner (2015) sier at hjemmel er en av de viktigste komponentene i argumentasjon fordi det er der resonneringen kan deles med andre. Altså må elevene ha en eksplisitt hjemmel for dele resonneringen sin. Det at elever har eksplisitt hjemmel gjør kanskje at resonneringen tydeligere for dem selv, og kan dermed påvirke om elever er i stand til å bygge videre på argumentasjonen i regnefortellingen? Altså kan kompleksitet, i tillegg til vanskelighetsgraden i matematikken, også handle om hvor mye av argumentasjonen som er eksplisitt i regnefortellingen og intervjuet.

Stian og Pål hadde begge eksplisitt hjemmel i den skriftlige regnefortellingen sin, mens Hans og Emma hadde det ikke. I intervjuet ble alle elevene spurt om hvordan de tenker når de regner ut svaret i regnefortellingen. Stian og Pål brukte da motsatte regneoperasjoner for å forklare svaret, altså brukte de addisjon for å forklare subtraksjon. Stian og Pål ble derimot ikke spurt hvorfor de kunne bruke motsatte regneoperasjoner for å forklare svaret. Altså bygget ikke forskeren videre på noen av hjemlene til Stian eller Pål, hverken den i regnefortellingen eller den i intervjuet. Hvis vi leser mellom linjene på regnefortellingene til Hans og Emma, ser vi at Hans og Emma hadde implisitte hjemler. I intervjuene ble de implisitte hjemmelen bekreftet ved at elevene ga en muntlig hjemmel med samme innhold som de implisitte skriftlige hjemlene hadde. Det at Hans og Emma fikk mulighet til å gjøre den implisitte argumentasjonen deres eksplisitt, altså at de fikk bygget videre på de implisitte hjemlene de hadde i regnefortellingene, kan kanskje være en av grunnene til at disse Hans og Emma argumenterte mer enn Stian og Pål.

5.1.2. Spørsmålene som elevene fikk i intervjuet

Den andre faktoren som jeg tenker kan spille inn på hvor mye elevene argumenterer er spørsmålene som ble stilt av forskerne i intervjuet. Dette henger tett sammen med eksplisitt og implisitt argumentasjon som ble trukket frem som en faktor i avsnittet over. Grunnen til at jeg valgte å diskutere implisitt og eksplisitt argumentasjon i avsnittet over i tillegg til dette avsnittet, er fordi jeg tenker at det kan spille inn på begge faktorene som gjør at elevene argumenterer lite eller mye. Når dette skal diskuteres her fokuserer jeg på om spørsmålstillingen kan påvirke om argumentasjonen går fra å være implisitt til å være eksplisitt. Ifølge Yackel (2001), Krummheuer (2007) og Singletary og Conner (2015) kan dette gjøres ved at stille relevante spørsmål. Altså hvilke spørsmål som får frem argumentasjonen til elevene. For å finne ut av dette kan spørsmålene som blir stilt i intervjuet sees i lys av IC-modellen. Det å oppdage, identifisere, reformulere, utfordre og evaluere er samtalekvalitetene som ble i intervjuet. Til slutt vil også antall spørsmål elevene fikk i intervjuet også være noe jeg tenker kan påvirke hvor mye elevene argumenterer.

Her vil jeg knytte spørsmålene som elevene fikk i intervjuet til IC-modellen (Alrø & Skovsmose, 2002), for å se om disse kan ha påvirket noen elever til å argumentere lite eller mye. Alle spørsmålene fra forskerne som blir trukket frem fra intervjuet i denne oppgaven bærer preg av å være oppdagende. Dette fordi alle spørsmålene oppfordrer elevene til å si hva de tenker. Det at spørsmålene som blir trukket frem i denne oppgaven handler om dette, er ikke overraskende. Grunnen til dette er fordi formålet med oppgaven er å finne ut hvordan elever argumenterer og en av metodene for å gjøre dette er å spørre hvordan elevene tenker.

To av spørsmålene er i tillegg til å være oppdagende, også identifiserende. Et av disse er det ene spørsmålet som Pål fikk: «hvordan er det du tenker i hodet ditt når du tenker fire pluss fire da?». Det andre er et av spørsmålene som Hans fikk: «Hvordan har du tenkt for å komme frem til null». Disse spørsmålene er identifiserende, fordi de knytter inn matematikk. Pål er en av elevene som argumenterer lite, mens Hans er en av elevene som argumenterer mye. Altså gir ikke identifiserende spørsmål en forklaring på hvorfor det er mye og lite argumentasjon blant disse elevene.

Det som derimot skiller elevene som argumenterer lite og de som argumenterer mye, var at de elevene som argumenterte mye har fått spørsmål som bærer preg av at de skulle reformulere, bli utfordret og evaluere, mens de elevene som argumenterer lite ikke fikk slike spørsmål. Da Hans og Emma fikk spørsmål som var reformulerende, utfordrerne eller evaluerende, argumenterte de ved å enten gi flere hjemler eller ryggdekninger. Et av spørsmålene som er reformulerende var det ene som Hans fikk: «Kunne man forklart eller brukt noe annet enn tekst for å forklare det?». Spørsmålet som oppfordrer eleven til å reformulere det han har gjort til noe annet enn tekst, ser ut til å medføre at Hans lagde et regnestykke som ble plassert som en hjemmel. Dette spørsmålet som Emma fikk: «Kunne du brukt tegning i regnefortellingen din? For å vise oss hva du tenkte?», minner veldig om spørsmålet Hans fikk fordi begge spørsmålene ber elevene om de kan vise på en annen måte. Dette siste spørsmålet bærer derimot også preg av å være utfordrerne. Grunnen til dette er fordi Emma fikk en spesifikk utfordring, altså å bruke tegning for å vise hvordan hun tenker. Emma tegnet så en tegning som hun også forklarte muntlig, dette ble plassert som en hjemmel i Toulmins modell. Hans var den eneste som fikk et spørsmål som kan regnes som å være evaluerende: «Er det noe mer du vil si med hvorfor er det null som er svaret?». Grunnen for at dette kan være evaluerende, er fordi forskeren spurte om det var noe mer Hans vil legge til i sin argumentasjon. Hans måtte da evaluere det han hadde sagt for å finne ut om det er noe mer han kunne legge til. Hans sa da at 900 er det samme som 900 og at det derfor blir null. Dette ble plassert som en ryggdekning i Toulmins modell.

Noe annet som kunne påvirket hvor mye elevene argumenterte, var hvor mange spørsmål elevene fikk i intervjuet. For eksempel fikk Stian, som hadde den minste argumentasjonsrekken, bare ett spørsmål om svaret i intervjuet. Hans og Emma, som var noen av elevene som hadde den største argumentasjonsrekken, fikk fem spørsmål om svaret i regnefortellingen. Dette kan da tyde på at jo mer en elev blir spurt om svaret sitt, jo mer argumenterer elevene. Dette er logisk fordi en ofte svarer når en blir spurt om noe. Dersom en blir spurt om svaret vil det ofte bli produsert en hjemmel som synliggjør koblingen mellom belegg og påstand. Dersom en stiller spørsmål ved hjemmelen vil kanskje elevene produsere en ryggdekning eller en ny hjemmel for å vise at hjemmelen som ble stilt spørsmål ved stemmer. Dette viser hvor viktig lærerens rolle er når elevene skal argumentere. I tillegg til det som har blitt diskutert over kan det også være andre grunner for at spørsmålene gjør at noen elever argumenterer lite. Noen ganger stopper spørsmålene ved at elever ikke vet svaret eller at elever ikke får uttrykt det de kan. I tillegg kan det være andre ytre faktorer som at elever kan være trøtte eller ikke motiverte til å svare.

5.2. Hvorfor er det stort sett mer argumentasjon i intervjuene enn det er i regnefortellingene?

Et tydelig trekk som viser seg i analysen er at mange av elevene argumenterer mer i intervjuet enn de gjør i den skriftlige regnefortellingen. Jeg skal nå diskutere mulige årsaker som kanskje kan forklare dette. Det jeg trekker frem som mulige årsaker er at det kan være uvant for elevene å argumentere skriftlig og oppgaveteksten versus intervjuet.

5.2.1. Uvant for elevene å argumentere skriftlig

En av grunnene til at mange av elevene argumenterte mer i intervjuet enn de gjorde i regnefortellingene, kan være at elevene ikke var vant til å argumentere i skriftlige regnefortellinger. Før denne studien ble gjort hadde elevene allerede jobbet mye med å skrive regnefortellinger, men de hadde ikke jobbet med å argumentere skriftlig. Enge og Iversen

(2010) har også sett på argumentasjon i regnefortellinger, forskjellen er at de først jobbet med argumenterende tekster før de ga elevene oppgave om å skrive regnefortellinger. De så da at mange av tekstene de fikk inn bar mer preg av å være argumenterende enn å være fortellende. Elevene som var med i denne studien hadde kanskje argumentert mer i regnefortellingene sine dersom vi på forhånd hadde jobbet med argumenterende tekster slik at elevene fikk øvd seg på å argumentere skriftlig.

5.2.2. Oppgaveteksten versus intervjuet

Vi ba elevene å argumentere i oppgaveteksten og i intervjuet. Allikevel var det mer argumentasjon i intervjuet enn det var i regnefortellingene til elevene. En grunn til dette kan kanskje være at oppgaveteksten var lang og vanskelig formulert? Da elevene ble spurt om de to siste kravene i intervjuet: «vise oss studenter hvordan du kommer frem til svaret» og «vise oss studenter hvorfor du får det svaret du får», ga flere uttrykk for at de synes det er vanskelig å svare på. For eksempel hadde ikke Stian med dette kravet i regnefortellingen sin: «vise oss studenter hvordan du kommer frem til svaret». I intervjuet ble han også spurt om dette kravet. Først sa han at han ikke klarte å svare på hvordan han tenkte, men senere da spørsmålet ble omformulert sa han at det var enkelt. Dette kan kanskje være et tegn på at kravene i oppgaveteksten var vanskelig formulert. I tillegg kan det også være vanskelig for elevene å forklare hvordan de tenker.

Intervjuguiden ble laget for å utfylle oppgaveteksten og noen av spørsmålene ble derfor formulert lignede som i oppgaveteksten. Noen av spørsmålene var kanskje lange og kompliserte for elevene slik de var i oppgaveteksten. I intervjuet ble spørsmålene derimot ofte omformulert dersom elevene ga uttrykk for at de ikke forsto spørsmålet. For eksempel fikk som sagt Stian omformulert et spørsmål. Det at en i intervjuet kan omformulere spørsmålene og i tillegg komme med oppfølgingsspørsmål har kanskje en stor innvirkning av hvorfor det er mer argumentasjon i intervjuene enn det er i de skriftlige regnefortellingene.

5.3. Analyseverktøyet i møte med elevenes argumentasjon

Nå skal jeg se nærmere på hvordan det var å analysere elevenes argumentasjon i Toulmins modell. Her skal jeg diskutere på hvordan det var sette argumentasjonen fra regnefortellingene og argumentasjonen fra intervjuene inn i modellen. Jeg skal også diskutere hvordan representasjonene elevene brukte ble plassert i Toulmins modell. Til slutt skal jeg trekke fem hvordan det var å identifisere implisitt argumentasjon og argumentasjon som var taken-as-shared. Når jeg diskuterer skal jeg blant annet trekke frem hva som var utfordrerne med å plassere argumentasjon i Toulmins modell og hva modellen gjorde med elevenes argumentasjon.

5.3.1. Skriftlige regnefortellinger

Å sette elevenes skriftlige argumentasjon fra regnefortellingene inn i Toulmins modell var relativt uproblematisk. Grunnen til dette var fordi regnefortellingene som regel var bygget opp likt. Stian hadde en regnefortelling som skilte seg ut ved at han ikke hadde skrevet hva svaret på spørsmålet hans var, men heller skrev et regnestykke. Dette førte til at en måtte tolke hva Stian hadde som påstand ved å se regnestykket han skrev.

Det som derimot var utfordrerne med å bruke Toulmins modell på de skriftlige regnefortellingene var at det ikke var så mye argumentasjon å plassere i modellen. Det var kun fem elever som hadde hjemmel og ingen som hadde ryggdekning med i den skriftlige regnefortellingen sin. Dette gjorde at det var hensiktsmessig å inkludere hva som lå implisitt i elevenes argumentasjon. En av grunnene til at den implisitte argumentasjonen ble inkludert var at elevene argumenterer når de skriver regnefortellingen sin og svarer på den, selv om de ikke viser dette eksplisitt i regnefortellingen.

Et annet analyseverktøy kunne kanskje belyst andre sider ved elevenes argumentasjon i regnefortellingene, siden det å bruke Toulmins modell ikke viser store variasjoner mellom argumentasjonen i regnefortellingene. På en annen side var det lite eksplisitt argumentasjon i regnefortellingene og de var relativt likt bygd opp. Dette er noe Toulmins modell viste og ga dermed et vesentlig funn ved elevenes argumentasjon i regnefortellingene, nemlig at det var lite argumentasjon blant elevenes skriftlige regnefortellinger.

5.3.2. Intervju

Å sette inn elevenes argumentasjon fra intervjuene i Toulmins modell vise større variasjon enn argumentasjonen som var satt inn fra regnefortellingene. Det som derimot var utfordringen her var å skille mellom hva som er belegg og hjemmel og hva som er hjemmel og ryggdekning. Grunnen til dette var fordi mange av utsagnene hadde mye av det samme innholdet og var derfor vanskelig å skille. Dette er også noe Toulmin (2003) og Krummheuer (1995) trekker frem som et en utforing. Det å bruke Toulmins modell på elevintervjuene gjorde det tydelig at det var stor variasjon blant lengden og innholdet i elevenes argumentasjon. Noe som gjorde det hensiktsmessig å plassere elevenes argumentasjon fra intervjuet i Toulmins modell.

5.3.3. Plassering av representasjoner i Toulmins modell

En ting som også kan være interessant å diskutere i forbindelse med Toulmins modell, kan være plassering av representasjoner. Her regnes representasjoner som regnestykker, tegning og det å telle på fingrene. Stian brukte et regnestykke i regnefortellingen sin som ble plassert som hjemmel i Toulmins modell. Pål brukte ikke representasjoner. Hans brukte to representasjoner, regnestykke og tegning. Begge representasjonene ble plassert som hjemler. Emma brukte også tegning som representasjon. Hun tegnet to ulike tegninger, begge ble plassert som hjemler. Dette viser at alle representasjonene som ble brukt av disse fire elevene ble plassert som hjemler. Grunnen til dette var fordi representasjonene ble brukt til å forklare hvorfor svaret var rett, og ga da en kobling mellom belegget og påstanden. Hans sin tegning hvor han kjøpte sjokolade og Emmas tegning om gutten som holdt 50-lapper i hendene, var tegninger som kanskje kunne bli plassert som ryggdekninger. Dette fordi de bevegde seg mot å gi en generell forklaring, men siden de var så koblet til den spesifikke handlingen i regnefortellingene ble de heller plassert som hjemler. Plasseringen av representasjonene i Toulmins modell skilte derfor ikke hvordan disse representasjonene virket inn på argumentasjonen. Det hadde kanskje heller vært mer hensiktsmessig å bruke et annet analyseverktøy for plasseringen av representasjonene for å kunne se på hvordan de påvirket argumentasjonen. Siden dette ikke var fokuset i denne studien har kun Toulmins modell blitt brukt. Dette fordi modellen får frem hvordan elevene argumenterer, selv om den ikke viser mer enn plasseringen til representasjonene.

5.3.4. Hvordan det var å identifisere taken-as-shared og implisitt argumentasjon

Nå skal jeg se nærmere på argumentasjon som er taken-as-shared for elevene og argumentasjon som ligger implisitt i det elevene skriver og sier. Dette fordi det er noe som har dukket opp i analysen av elevenes argumentasjon. Tidligere har jeg diskutert om dette kan ha påvirket om elevene har argumentert lite eller mye i og om regnefortellingene sine. Nå skal jeg diskutere hvordan det er å identifisere dem og plassere dem i Toulmins modell. I tillegg skal jeg se på hvordan det kan påvirke hvordan argumentasjonen blir fremstilt.

Yackel (2001) bruker Toulmins modell for å se på taken-as-shared. Dette har jeg også gjort. Det som kan være utfordringen å gjøre dette er at jeg ikke kjenner elevene og dermed ikke vet hva de kan fra før av og hva som er grunnleggende matematikk for dem. Derfor har jeg kun identifisert taken-as-shared når elevene har uttrykket det muntlig. For eksempel Stian som sier: «det er lett» og Pål som sier at han kan regnestykket godt. Det jeg har sett i min analyse av disse to elevene er at argumentasjonen stopper etter det. Ved å sette det inn i Toulmins modell vises dette tydelig fordi det ikke settes inn noe mer argumentasjon i modellen etter de elevutsagnene.

Det å inkludere elevenes mulige implisitte argumentasjon kan være problematisk. Grunnen til dette er fordi en ikke kan vite hva elevene faktisk tenker. Det som derimot kan være fordelen å tolke hva elever kanskje mener er at det kan være utgangspunkt for å spørre elevene ut. En kan da hjelpe elever med å gjøre argumentasjonen sin eksplisitt (Yackel, 2001; Krummheuer, 2007; Singletary & Conner, 2015). Det å sette implisitt argumentasjon inn i Toulmins modell, gjør det da tydelig hvor og hvordan elevenes argumentasjon kan se ut. En kan dermed spørre eller gi oppgaver ut fra elevenes implisitte argumentasjon.

6. Avslutning

For å avslutte denne oppgaven skal jeg oppsummere den ved å trekke frem oppgavens fokus og hva som gjort ble for å svare på problemstillingen. I tillegg skal jeg oppsummere noen av funne fra analysen og diskusjonen. Til slutt skal jeg trekke frem noen mulige måter å jobbe videre med denne studien.

I denne studien har fokuset vært argumentasjon og regnefortellinger. For å svare på problemstillingen: *hvordan argumenterer elever i arbeid med egne regnefortellinger i matematikk?* skrev tjue elever regnefortellinger som de ble intervjuet om. I regnefortellingene ble elevene oppfordret til å argumentere. De delene av intervjuet som har blitt trukket frem i denne oppgaven er fra når elevene argumenterer for det svaret de fikk i intervjuet. Altså fungerer intervjuet her som en utdypning av regnefortellingene.

For å se hvordan elevene argumenterte i og om regnefortellingene sine, ble Toulmins modell brukt. Dette ga innsikt i hvilke elementer elevenes argumentasjon besto av, for eksempel om det var påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning i argumentasjonen. I tillegg ga modellen innsikt i hva de ulike delene av argumentasjonen inneholdt, for eksempel hva som ble sagt eller tegnet i påstandene, beleggene, hjemlene og ryggdekningene. For å gi et overblikk over alle elevene som var med i denne studien, tjue elever, ble alle regnefortellingene og elevintervjuene analysert i Toulmins modell. Ut fra den fremstillingen, ble analysen av fire elever presentert for å kunne se hva elevenes argumentasjon inneholdt. En av de største funnene fra analysen av elevene var at noen av elevene argumenterte lite i intervjuet, mens andre argumenterte mye i intervjuet. Det var ikke like stor variasjon blant argumentasjonen i regnefortellingene. Analysene av elevene som ble trukket frem i denne oppgaven er derfor to av elevene som argumenterte minst og to av elevene som argumenterte mest. Et annet funn fra analysen er at mange av elevene argumenterte mer i intervjuene enn de gjorde i regnefortellingene sine. Altså viste denne studien at det er variasjon blant elevenes argumentasjon når det gjelder innhold og lengde, men at det også er variasjon i elevenes argumentasjon i de skriftlige regnefortellingene og når de argumenterer i intervjuet.

Utgangspunktet for diskusjonen var som sagt noen av funnene fra analysen som er nevnt over. Når det gjelder at noen av elevene argumenterte lite og noen av elevene argumenterte mye i intervjuet, ble det trukket frem mulige årsaker. Det første som ble diskutert var hvor komplekst det elevene skal diskutere, for eksempel er det noe som er taken-as-shared for elevene. Videre diskuteres det også om spørsmålene som elevene får også påvirker om de argumenterer lite eller mye. Her ble blant annet IC-modellen trukket frem og spørsmålene som fikk frem mest argumentasjon bar preg av å være reformulerende, utfordrerne eller evaluerende, i tillegg til å være oppdagende. I tillegg kan også hvor mange spørsmål elevene fikk også være en faktor som påvirker lengden på elevenes argumentasjon.

Når det gjelder funnet: mange av elevene argumenterte mer i intervjuet enn i regnefortellinger, ble dette diskutert ved å trekke frem at elevene ikke var vant til å skrive regnefortellinger med eksplisitt argumentasjon. I tillegg ble oppgaveteksten som elevene fikk da de skrev regnefortellingen og intervjuguiden diskutert opp mot hverandre for å se om dette kunne være en mulig årsak. For eksempel at intervjuguiden ble tilpasset i underveis i intervjuet, mens oppgaveteksten ikke ble det.

Til slutt ble også bruken av Toulmins modell diskutert. Det som ble trukket frem var hvordan det var å analysere de skriftlige regneforellingene og elevintervjuene i modellen, samt hvordan det var å plassere representasjoner og argumentasjon som var taken-as-shared eller argumentasjon som var implisitt. Det som kom frem ved å diskutere dette i møte med Toulmins modell, løftet frem muligheter og begrensninger som har oppstått ved å analysere elevenes argumentasjon. Mulighetene den har gitt er å kunne vise hvilke og hvor mange deler elevenes argumentasjon består av, for eksempel påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning. I tillegg har den vist hva de ulike delene har inneholdt, for eksempel hva som har blitt skrevet, sagt eller tegnet som påstand, belegg, hjemmel og ryggdekning. Dette samsvarer med problemstillingen fordi den viser hvordan og hvor mye elevene argumenterer når de skriver regnefortellinger og hvordan og hvor mye elevene argumenterer når de blir intervjuet om regnefortellingen. Det som derimot ble trukket frem som noen av begrensningene ved å bruke Toulmins modell i denne studien, er at det kan være vanskelig å skille hva som for eksempel er hjemmel og ryggdekning. I tillegg har ikke elevenes representasjoner kommet så tydelig frem, dette fordi det kun viser hvor i modellen de blir plassert. Siden elevens representasjoner ikke er hovedfokuset i denne oppgaven har allikevel Toulmins modell vært hensiktsmessig å bruke.

6.1. Implikasjoner for undervisning

I kapittel 1.2. bygges problemstillingen opp til at denne studien kan gi lærere et innblikk i elevers argumentasjon for å vite hvordan elever tenker i matematikk. I dette avsnittet plukkes denne tråden opp igjen ved å trekke frem ulike aspekter og funn fra denne studien som kan gi implikasjoner for undervisning.

Når det gjelder å få elever til å argumentere mer, har analysen og diskusjonen av argumentasjonen til Stian og Pål, som var noen av elevene som argumenterte minst i intervjuet, vist at det er viktig å utfordre elever til å skrive og snakke om matematikk som ikke er taken-as-shared for dem. Altså at elever ikke bare bruker matematikk som er for grunnleggende for dem, slik at de ikke ser behovet for å argumentere mer. Dersom en ser på analysen og diskusjonen av argumentasjonen til Hans og Emma, som var noen av elevene som argumenterte mest i intervjuet, viser det at det er viktig at læreren fokuserer på å få elevene til å gjøre implisitt argumentasjon til eksplisitt argumentasjon. En måte lærere kan gjøre dette på, er å stille elever spørsmål som bærer preg av å være reformulerende, utfordrerne eller evaluerende, i tillegg til å være oppdagende.

Mye av forskningen på regnefortellinger som har blitt trukket frem i denne oppgaven, er forskning som går på hvordan lærere kan bruke regnefortellinger i undervisningen. Selv om ikke dette har vært fokuset i denne oppgaven, viser den at elevene skriver regnefortellinger med ulikt matematisk innhold. Elevene varierer regnefortellingene med ulike kontekster, tall og regnearter. For eksempel skiller Emmas regnefortelling seg fra de andre ved at den legger opp til addisjon, subtraksjon, likevekt og sammenligning. Dette viser at lærere kan få et stort spekter av elevproduserte regnefortellinger som de kan bruke i undervisning. En kan da trekke frem noen regnefortellinger som alle elevene kan få løse, deretter kan ulike løsningsmetoder diskuteres høyt i klassen. Dette kan påvirke matematikkundervisningen til å bli utforskende og at elever kan få tilgang på andres tanker og løsningsmetoder som gjør at de selv får et større repertoar.

For å avslutte dette avsnittet kapittelet vil jeg trekke frem det Enge og Valenta sier om hvorfor det er viktig for lærere å ha kjennskap til elevers argumentasjon: «en lærer i barneskolen må kjenne til ulike måter elever argumenterer på, og kunne vurdere om argumentasjonen er gyldig» (Enge & Valenta, 2011, s. 30). Altså må lærer ha må lærere vite hvordan elever argumenterer for å vurdere om argumentene deres er gyldige. Ved at lærere jobber med argumentasjon i barneskolen kan de også få innblikk i hvordan elevene tenker. En måte å gjøre det på kan være å la elevene skrive regnefortellinger.

6.2. Veien videre

For å plassere denne studien i et forskningsfelt skal jeg nå trekke frem noen muligheter for videre forskning. Jeg vil skissere to ulike retninger å forske videre med denne studien som bakgrunn. Den første er basert på et av funnene i analysen og diskusjonen, og hva som kan bli gjort for å få et annet utfall. Den andre et av funnene som har fått en begrenset plass i denne studien, men som også kunne vært interessant å forske mer på.

Siden ett av funnene i denne studien var at det var mindre argumentasjon i de skriftlige regnefortellingene enn det var i intervjuene, kan en mulighet være å forske mer på skriftlig argumentasjon i regnefortellinger. Det å jobbe med argumentasjon i skriftlige tekster over tid og/eller gi elevene en mer lukket oppgave, Enge og Iversen (2010) gjorde begge deler, kan være en måte å gjøre det på. En omformulering av oppgaveteksten kunne kanskje også vært noe som kunne ført til at elevene argumenterte mer i regnefortellingen. Da kunne en sett på hvordan spørsmålene i skriftlige tekstoppgaver kan påvirke elevenes argumentasjon og eventuelt sammenlignet det med muntlige spørsmål som elever får i intervju.

Det som fikk en begrenset plass i denne studien var elevens bruk av representasjoner. En annen mulighet kunne vært å sett nærmere på dette og hvordan representasjonene påvirker argumentasjonen deres. Da kunne det kanskje vært hensiktsmessig å bringe inn et annet analyseverktøy enn Toulmins modell. Dette kan for eksempel være Bruners (1964) inndeling av enaktive, visuelle og symbolske representasjoner eller inndelingen av konkrete, halvkonkrete, halvabstrakt eller abstrakte representasjoner.

7. Litteraturliste:

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique (Vol. V. 29, Mathematics education library). Dordrecht: Kluwer Academic.

Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils´ practice of school mathematics. I D. Pimm (Red.), Mathematics, Teachers and Children (s. 216-230). London: Hodder and Stoughton.

Botten, G. (2011). *Meningsfylt matematikk – nærhet og engasjement i læringen* (4. utg.). Bergen: Caspar Forlag.

Bruner, J., & Brayfield, Arthur H. (1964). The course of cognitive growth. *American Psychologist, 19*(1), 1-15. DOI: 10.1037/h0044160

Carroll, W. M., Fuson, K. C. & Diamond, A. (2000). Use of student-constructed number stories in a reform-based curriculum. *Journal of Mathematical Behavior 19*(1) 49-62. DOI: 10.1016/S0732-3123(00)00038-9

Dalland, O. (2012). *Metode og oppgaveskriving* (5. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.

De nasjonale forskningsetiske komiteene (2016, 27. april). B. Hensyn til personer (5-18). Hentet fra https://www.etikkom.no/forskningsetiske-retningslinjer/Samfunnsvitenskap-jus-og-humaniora/b.-hensyn-til-personer-5---18/

Enge, O. & Iversen, H.M. (2010). Et norsk- og matematikkfaglig blikk på matematiske tekster i en femteklasse. I J. Smidt (Red.), *Skriving i alle fag: innsyn og utspill* (s. 143–162). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.

Enge, O., & Valenta, A. (2011). Argumentasjon og regnestrategier. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning*, *22*(4), 27-32. Hentet fra http://www.caspar.no/tangenten/2011/t-2011-4.pdf

Evens, H. & Houssart, J. (2004). Categorizing pupils' written answers to a mathematics test question: 'I know but I can't explain', *Educational Research*, *46*(3), 269-282. DOI: 10.1080/0013188042000277331

Fosse, T. (2017, 07.12). Produksjon av regnefortellinger for å fremme matematisk forståelse. Hentet fra https://app.cristin.no/projects/show.jsf?id=537363.

Grepstad, O. (1997). Det litterære skattkammer: sakprosaens teori og retorikk. Oslo: Det Norske Samlaget.

Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder.* Bergen: Fagbokforlaget.

Hanssen, A. B. (2003). Hvordan fremme barns matematikkforståelse? *Tangenten*, *13*(2), s. 9-14. Hentet fra http://www.caspar.no/tangenten/2003/t2003-2.pdf

Hovik, E. K. & Solem, I. H. (2013). Argumentasjon, begrunnelse og bevis på barnetrinnet. I I. Pareliussen, B. B, Moen, A., Reinertsen & T., Solhaug *FoU i praksis 2012 conference proceedings* (s. 120-126). Trondheim: Akademika Forlag.

Hovik, E. K. & Solem, I. H. (2016). Bevis og generalisering i skolen – utfordringer og muligheter. I E. K. Hovik & B. Kleve (Red.), *Undervisningskunnskap i matematikk* (s. 46–60). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Håøy, A. (2010). Desembertall. *Tangenten-tidsskrift for matematikkundervisning*, *21*(4),26-29 og 47. Hentet fra http://www.caspar.no/tangenten/2010/t-2010-4.pdf

Johnsen-Høines, M. (1998). Begynneropplæringen: fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning (2. utgave). Bergen: Caspar forlag.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. I P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), *The Emergence of Mathematical Meaning Making: Interaction in Classroom Cultures* (s. 229–270). Hillsdale, N.J: L. Erlbaum.

Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom: Two episodes and related theoretical abductions. *The Journal of Mathematical Behavior*, *26*(1), 60-82. http://dx.doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.02.001

Krumsvik, R. J. (2014). Forskningsdesign og kvalitativ metode – ei innføring. Bergen: Fagbokforlaget.

Kunnskapsdepartementet. (2018, 26.06). *Fornyer innholdet i skolen*. Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/fornyer-innholdet-i-skolen/id2606028/?expand=factbox2606064.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Lavy, I. (2006). A case study of different types of arguments emerging from explorations in an interactive computerized environment. *Journal of Mathematical Behavior, 25*(2), 153-169. DOI: 10.1016/j.jmathb.2006.02.006

Meaney, T. (2007). Weighing up the influence of context on judgements of mathematical literacy. *International Journal of Science and Mathematical Education, 5*(4), 681-704. DOI: 10.1007/s10763-007-9093-8

Meaney, T., Trinick, T. & Fairhall, U. (2012). *Collaboration to Meet Language Challenges in Indigenous Mathematics Classrooms* (Vol. 52, Mathematics Education Library). Dordrecht: Springer Netherlands. Hentet fra https://link-springer-com.galanga.hvl.no/content/pdf/10.1007%2F978-94-007-1994-1.pdf

Olafsen, A. R. & Maugesten, M. (2015). *Matematikkdidaktikk* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Simosi, M. (2003). Using Toulmin's framework for the analysis of everyday argumentation: Some methodological considerations. *Argumentation*, *17*(2), 185-202. DOI: 10.1023/A:1024059024337

Singletary, L. M., & Conner, A. (2015). Focusing on mathematical arguments. *Mathematics Teacher*, *109*(2), 143-147. DOI: 10.5951/mathteacher.109.2.0143

Schwarz, B.B. (2009). Argumentation and learning. I K. Littleton, C. Wood and J. Kleine Staarman (Red.), *Argumentation and Education: theoretical foundations and practices* (s. 91-126). New York: Springer Verlag.

Tjora, A. (2017). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (3. utg). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Toulmin, S. (2003) *The uses of argument* (oppdatert utgave). Cambridge: Cambridge University Press. Hentet fra http://johnnywalters.weebly.com/uploads/1/3/3/5/13358288/toulmin-the-uses-of-argument_1.pdf

Ulland, G., Røskeland, M. & Herheim, R. (2018). Språk teller! Om hvordan elever løser, tenker rundt og skriver om et regnestykke. *Nordic Journal of Literacy Research, 4*(1), 121 -141.http://dx.doi.org/10.23865/njlr.v4.1256

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag* (MAT1-04). Hentet fra http://data.udir.no/kl06/MAT1-04.pdf

Utdanningsdirektoratet. (2017, 15.09). *Kjerneelementene – fag i grunnskolen og gjennomgående fag i vgo*. Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/kjerneelementer/

Utdanningsdirektoratet. (2018a, 05.03). *Matematikk*. Hentet fra https://hoering.udir.no/Hoering/v2/197?notatId=358

Utdanningsdirektoratet. (2018b, 26.11). *Hva er fagfornyelsen*. Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/nye-lareplaner-i-skolen/

Ure, F. K. (2018). *Argumenterande skriving på barneskulen – Ein analyse av elevar sine argumenterande matematikktekstar på 4. og 7. trinn* (Masteroppgave, Høgskulen på Vestlandet). Hentet fra https://hvlopen.brage.unit.no/hvlopen-xmlui/bitstream/handle/11250/2571339/Masterthesis_Ure.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Walters, L.M., Green, M.R., Goldsby, D., & Parker, D. (2018). Digital storytelling as a problem-solving strategy in mathematics teacher education: How making a math-eo engages and excites 21st century student. *International Journal of Technology in Education and Science, 2*(1), 1-16.

Yackel, E. (1997). Explanation as an interactive Accomplishment: A Case Study of One Second-Grade Mathematics Classroom. Hentet fra https://eric.ed.gov/?id=ED409198

Yackel, E. (2001). Explanation, Justification and Argumentation in Mathematics Classrooms. Hentet fra https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED466631.pdf

8. Vedlegg

8.1. Vedlegg 1: Samtykkeskjema (1 av 3)

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

«Produksjon av regnefortellinger for å fremme matematisk forståelse»

Bakgrunn og formål

Formålet med studien er å erverve ny kunnskap om enspråklige og flerspråklige barns tilegnelse av matematikk i begynneropplæringen. Det vil være særlig fokus på hvordan barns egen produksjon av regnefortellinger kan brukes for å fremme og kommunisere matematisk forståelse. Regnefortellinger blir en måte å la barn få uttrykke sin egen matematiske forståelse. Dette kan være særlig viktig for fremmedspråklige og de som strever med matematikkmestring, men også for elever som slik får utfordret og vist bredden i sin matematiske kompetanse. Det vil undersøkes hvordan regnefortellinger kan være et pedagogisk verktøy for å arbeide med skriving som grunnleggende ferdighet i matematikk i begynneropplæringen.

Studien gjennomføres i regi av Høgskolen på Vestlandet ved høgskolelektor Trude Fosse og førsteamanuensis Gert Monstad Hana. Studien er knyttet til forskningsgruppen «Begynneropplæring» og forskningsprosjektet LATACME.

Elever i utvalgte klasser på 2.-3. trinn blir spurt om å delta i prosjektet.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Studien undersøker hvordan barn produserer regnefortellinger og hvordan barn utvikler og uttrykker kunnskap gjennom regnefortellinger. Dette innebærer at det samles inn skriftlig elevarbeider fra elever som deltar i forskningsprosjektet. I tillegg vil det bli gjort lyd/filmopptak av grupper av elever for å undersøke hvordan elever produserer og kommuniserer om regnefortellinger.

Datamateriale som innsamles vil bestå av notater, lyd/filmopptak og skriftlige elevarbeid. I mai /juni 2018 vil det bli samlet inn to skriftlige elevarbeider. Ytterligere elevarbeid vil bli samlet inn neste skoleår. I løpet av høsten 2018 vil det bli tatt lyd/filmopptak av gruppesamtaler omkring et skriftlig arbeid. Forskerne vil kunne være tilstede i klasserommet, men datamaterialet som innsamles vil kun være knyttet til elever hvor det er gitt samtykke til deltakelse i studien.

Innsamling av data vil bli gjort i tidsrommet mai 2018 - 2019.

Hva skjer med informasjonen om barnet?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Personopplysninger vil kun være tilgjengelig for Trude Fosse, Gert Monstad Hana og eventuelle masterstudenter tilknyttet prosjektet. Datamaterialet vil lagres uten personopplysninger på egen forskningsserver ved Høgskolen på Vestlandet. Kun forskere i forskningsprosjektet LATACME og eventuell transkribent har tilgang til dette datamaterialet.

Datamaterialet skal kun benyttes i forskningssammenheng. I forskningspublikasjoner vil det kunne opplyses om deltakende elevers klassetrinn (men ikke skole), kjønn og språklig bakgrunn. Det vil også inkluderes kopier av skriftlig elevmateriell. For slike kopier vil alle personopplysninger (som navn og klasse) anonymiseres. Datainnsamlingen vil skje i den ordinære undervisningen, slik at elever med og utenfor studien vil få samme undervisning.

Prosjektet, inkludert arbeid med publikasjoner, skal etter planen avsluttes 1. august 2020. Eventuelt datamateriale som lagres etter dette tidspunkt vil være anonymisert og ikke inneholde personopplysninger.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil det ikke bli samlet inn mer datamateriale tilknyttet ditt barn og alle allerede innsamlede opplysninger om barnet bli anonymisert og utelatt fra det analyserte datamaterialet. Dersom ditt barn uttrykker ønske om å ikke delta i studien regnes det som om samtykke er trukket tilbake for deltakelse i studien. Om elever ikke deltar i studien eller som trekker seg fra den vil det ikke få innvirkning på deres forhold til lærer, skole eller den undervisning som gis.

Dersom du har spørsmål til studien, ta kontakt med Trude Fosse (trude.fosse@hvl.no, 55 58 58 34).

Studien er avklart med skoleledelsen ved skolen og klasselærer er informert og samtykker i forskningsprosjektets gjennomføring.

Studien er meldt til og godkjent av Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og samtykker i at mitt barn kan delta i studien.

(Signert av foresatt/forelder, dato)

(Navn på barn)

Det er mulighet til å delta i studien, men reservere seg mot deler av datainnsamlingen:

Jeg samtykker i at mitt barn inngår på lyd/filmopptak.

☐ Ja ☐ Nei

Jeg samtykker i at opplysninger om barnet innhentes fra klasselærer om barnets språklige bakgrunn, kommunikasjon og deltakelse i matematikk. Dette innebærer at lærer oppheves fra taushetsplikt ovenfor forskerne på disse områdene.

☐ Ja ☐ Nei

Oppgave

Skriv en regnefortelling til oss studenter som handler om en interesse du har. I regnefortellingen skal du vise oss hvordan du tenker for å komme frem til svaret.

Hvorfor får du akkurat dette svaret?

Husk at du må ha med disse kravene:

- ❑ Det må være en fortelling
- ❑ Ha med et spørsmål
- ❑ Ha med et svar på spørsmålet
- ❑ Vise oss studenter hvordan du tenker for å komme frem til svaret
- ❑ Vise oss studenter hvorfor du får det svaret du får

8.3. Vedlegg 3 (1 av 1)

Spørsmål til intervju

Still "hvorfor" så ofte du kan, hvis det er naturlig

REGNEFORTELLINGEN

1. Kan du fortelle hva regnefortellingen din handler om?
2. Hvis vi ser på oppgaveteksten – hadde du med alle kravene? (Nevne de fem punktene)
3. Hvorfor får du det svaret du har fått?
    a. (Hvorfor har du valgt disse tallene/dette regnestykket)
4. Hvordan tenker du for å komme frem til svaret?
    a. Husk å spørre hvorfor!
5. Hvordan vet du at dette er riktig?
6. Jeg ser du har tegnet, hva har du tegnet? Hvorfor har du tegnet dette?

ARGUMENTASJON

7. Vi har jo snakket om argumentasjon, og at det handler om at i regnefortellingen skal du overbevise oss studenter om at det svaret du har er riktig, og begrunne for oss hvorfor det er riktig. **Hva er det i regnefortellingen din som overbeviser oss studenter om at svaret er riktig?**
    a. Hvor i regnefortellingen er det du overbeviser?
8. Hva ville du eventuelt gjort annerledes for å overbevise mer eller på en annen måte?

REGNEFORTELLINGEN PÅ ANDRE MÅTER

9. Du valgte jo å bruke disse tallene/skrive dette regnestykket. Er det andre måter du kunne kommet frem til svaret på?
    a. Eks. Tegning. - Hvordan kunne du brukt tegning for å vise hvordan du har kommet frem til svaret? Hvorfor ville du valgt tegning?
    b. Hva kan tegningen ha hjelpe deg med?
    c. Hvis eleven teller på fingrene, eller sier at han/hun gjør det: kan du vise meg hvordan du teller på fingrene?
10. Kunne du brukt noen andre tall for å komme frem til det svaret du har fått?
11. Hvordan hadde regnefortellingen blitt med andre tall?
12. Hva hvis du hadde hatt (kom med eksempel på tall - høyere tall/tierovergang/tall de selv sier er vanskelige) hvordan hadde du tenkt da?

AVSLUTNING

13. Ser du noe forskjell på hvordan du tenkte når du skrev og nå etter vi har snakket sammen?
14. Når du skrev regnefortellingen din, lagde du først historien og så fant ut hva svaret ble eller visste du hva svaret skulle bli før du lagde regnefortellingen?

Hvis en elev sier "sånn er det bare", "jeg bare tenkte det"

- Forklar for noen som ikke kan det
- Hvordan kan du vise regnestykket til noen som ikke kan det?