



**Høgskulen
på Vestlandet**

BACHELOROPPGAVE

Algebra: en studie av algebraisk tenkning i to
lærebøker på barnetrinnet

Algebra: a study of algebraic thinking in two
textbooks in Elementary school

Bacheloroppgave, vitenskapsteori og forskningsmetode

GBPEL412

Avdeling for lærerutdanning, Høgskulen på Vestlandet – Bergen, GLU 1-7

Innleveringsdato: 31.05.2017

Antall tegn: 57 694

Kandidatnummer: 92

Veileder: Johan Lie

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, jfr. *Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet*, § 10

Abstract

Since before the pupils start Elementary school, they have acquired the ability to generalize and abstract special cases (Mason et al., 2011). Still, algebra is a subject that many children find challenging and incomprehensible (Jakobsen, 2012). In Elementary school, “numbers and algebra” is one of the main subjects within mathematics, and should be taught to, and understood by the pupils before finishing year 7 (Kunnskapsdepartementet, 2013). It is therefore expected that the pupils will work with the subject to improve their understanding of algebraic thinking, according to the given benchmarks in mathematical subjects.

Textbooks play an important part of the education in Norwegian schools (Hogdson et al., 2012). As a professional teacher, you are responsible of providing the necessary education for the pupils to acquire sufficient knowledge. It is therefore crucial that you, as a teacher, are critical to the content of the textbooks, before making use of them in class.

In this study, algebraic thinking and understanding in two Elementary school textbooks have been studied. A content analysis was made where the contents of the books were analysed and discussed. The results showed a big variety in how the two books present algebra, and the way in which they provide a better algebraic understanding for the pupils.

Innholdsfortegnelse

Abstract	II
1. Innledning.....	1
1.1. Bakgrunn	1
1.2. Avgrensning og problemstilling	2
1.3. Oppbygging av teksten	3
2. Teorikapittel	5
2.1. Hva er algebra?.....	5
2.1.1. Å tenke algebraisk	6
2.1.2. Algebra i skolen	8
2.1.3. Emneområder i algebra fra TIMSS' rammeverk.....	9
2.1.4. Kompetansemål til etter 7. årstrinn som er knyttet til algebra	10
2.2. Lærebokens rolle i matematikkundervisningen.....	10
3. Metodekapittel.....	12
3.1. Forskning og forskningsmetode	12
3.1.1 Kvalitativ og kvantitativ metode	12
3.2. Innholdsanalyse	13
3.2.1. Koding.....	13
3.3. Valg av lærebøker.....	14
3.4. Definisjon av analyseenheten	14
3.4.1. Hva som er regnet som «oppgave» og «side».....	15
3.5. Reliabilitet og validitet	16
4. Analyse og resultater	17
4.1. Prioritering av algebra i lærebøkene.....	17
4.2. Variasjon og innhold	19
5. Drøfting	28

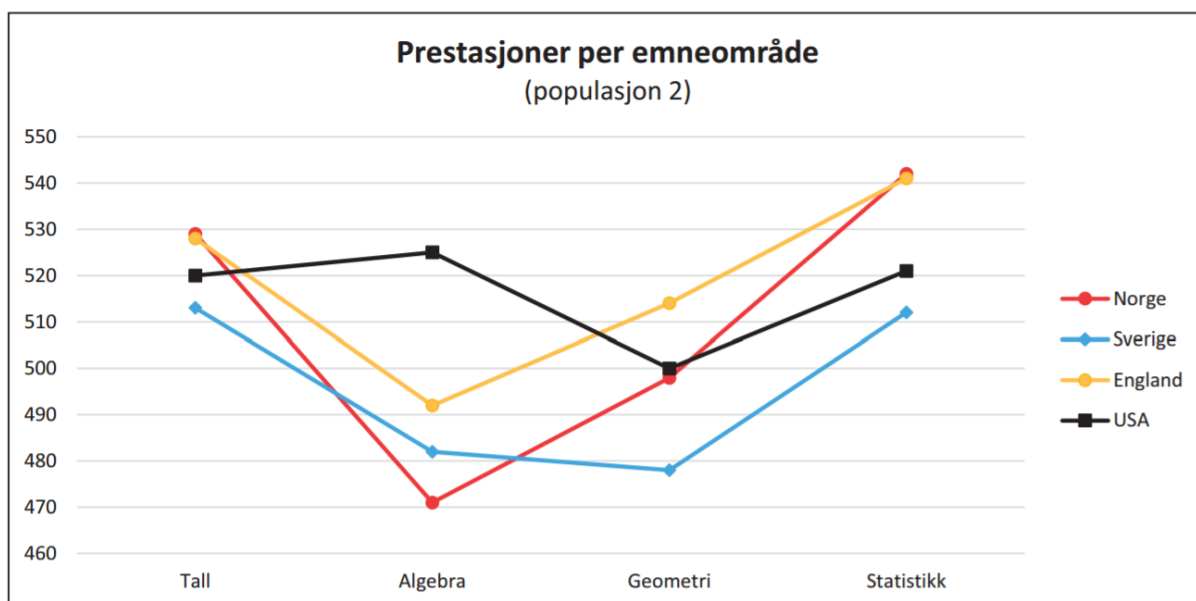
5.1. Læreboken som verktøy for en dypere algebraisk forståelse	28
5.1.1. Er lærebøkene gode nok?	29
6. Avslutning	31
6.1. Mine funn	31
6.2. Kritisk blikk	31
Referanser.....	32

1. Innledning

De fleste av oss har et forhold til lærebøker, og er nok noe vi forbinder sterkt med skolegangen. Lærebøker har en lang historie i Norge, og har i dag en sterk stilling i undervisning i Norske skoler (Hodgson, Rønning, & Tomlinson, 2012). Godkjenningsordning for lærebøker har vært en gammel tradisjon og administrativ ordning i Norge helt siden 1889, da den ble innført hovedsakelig for kristendomsbøker. Senere ble denne ordningen utviklet til å bli en ordning for kvalitetssikring av alle lærebøker i Norge (Bratholm, 2001). Fra år 1993 til 2000 ble denne ordningen gjennomført av Nasjonalt Læremiddelsenter (Forvaltningsdatabasen, 2017), og hadde til hensikt å blant annet sikre felles lærestoff for alle elever i Norge der sentrale myndigheter kunne få oversikt over utformingen, og styre innholdet og den pedagogiske utformingen av lærebøkene (NOU 1995:18, 1995, s. 218). Godkjenningsordningen ble blant annet kritisert og foreslått avskaffet av Smith-utvalget, fordi de mente den førte til større grad av standardisering og ensretting av lærebøkens profil, og at godkjenningsordningen lettere kunne begrense den frihet og det ansvar som læreplanen la for den enkelte skole og lærer (NOU 1995:18, 1995, s. 219). I juni 2000 ble ordningen opphevet av regjeringen Stoltenberg (A) (Bratholm, 2001), og i dag er det forfatterne og forlagene som selv står for innholdet i bøkene. Dette har ført til enda større valgfrihet og ansvar til skolen og lærerne, der de selv må vurdere lærebøkens innhold opp mot kompetansemålene i Læreplanverket for Kunnskapsløftet (Kunnskapsdepartementet, 2016). Dette er noe som har vært med på å øke nysgjerrigheten min til å se nærmere på noe av innholdet til noen av lærebøkene som finnes i dag, som er ment for bruk i undervisning i norske skoler.

1.1. Bakgrunn

I rapporten «*vi kan lykkes i realfag*» (Bergem, Kaarstein, & Nilsen (red.), 2016) kan vi lese at elever på 8. og 9.trinn, her betegnet som populasjon 2, sine matematikkferdigheter kan karakteriseres som middels gode i et europeisk perspektiv, men at det er særlig prestasjonene i emneområdet algebra som trekker snittet ned (Bergem et al., 2016, s. 22). Vi kan se dette i en modell fra samme rapport, hvor prestasjonsnivå på de ulike emneområdene er sammenlignet med hverandre. I tillegg vises det her hvordan Norge presterer i de ulike emneområdene sammenlignet med Sverige, England og USA, som er de landene vi har valgt å sammenligne oss med, fordi de ligger nær vår kultur (Bergem et al., 2016, s. 36).



Figur 1: Prestasjoner på emneområder i matematikk for Norge og referanselandene, populasjon 2 (8. og 9. trinn), modell hentet fra rapporten «Vi kan lykkes i realfag» (Bergem et al., 2016, s. 36).

Ut fra Figur 1 over, på emneområdene tall, statistikk og geometri, kan vi se at Norge (i rødt) presterer godt eller middels godt sammenlignet med referanselandene. I algebra derimot, ligger Norge lavest i forhold til de andre tre referanselandene, og de andre emneområdene. Hva som kan være grunnen til Norges mindre gode resultater innenfor algebra er ikke entydig. For at Norge skal forbedre resultatene, bør en rette fokuset mot flere ledd hvor det kan gjøres endringer og forbedringer. Ett av leddene her kan tenkes å være opplæringen på barnetrinnet. På barnetrinnet legges grunnlaget for videre læring, og det blir derfor naturlig å også rette et søkelys mot hvordan det arbeides med algebra her.

1.2. Avgrensning og problemstilling

Etter å ha blitt mer nysgjerrig på kvaliteten til innholdet i lærebøker som brukes i undervisningen i norske skoler, har jeg på bakgrunn av de mindre gode resultatene fra TIMSS (Bergem et al., 2016), innenfor emneområdet algebra, valgt følgende problemstilling:

På hvilken måte blir algebra blir fremstilt i to ulike matematikkbøker på 7.trinn, og hvordan kan dette påvirke elevenes algebraiske forståelse?

Resultatene det er referert til over, fra TIMSS-rapporten, er fra prestasjonene til populasjon 2 (8. og 9. trinn), men det er som nevnt på barnetrinnet at grunnlaget til disse elevenes forståelse for algebra blir lagt. Det blir derfor relevant å ta til seg disse resultatene som kritikk til den norske opplæringen innenfor emneområdet algebra også på barnetrinnet. Ettersom at lærebøker ser ut til å ha en viktig rolle som ressurs for undervisning i norske skoler (Hodgson et al., 2012), kan det derfor være interessant å se nærmere på hvordan noen matematikkbøker fra barnetrinnet er på området algebra. Jeg har valgt å begrense problemstillingen til å se på to ulike matematikkbøker på 7. trinn, fordi det er først i kompetansemålene som er satt til at elevene skal ha nådd etter 7. årstrinn, at algebra kommer som et eget kompetanseområde i læreplanen for matematikk fellesfag (Kunnskapsdepartementet, 2013).

1.3. Oppbygging av teksten

Teksten er bygget opp av flere deler, og jeg vil her gi en kort presentasjon av noe av innholdet i de påfølgende kapitlene.

Etter innledningen vil vi komme til del 2 av teksten, som er et teorigapittel hvor jeg vil se på teori knyttet til hvordan algebra og algebraisk tenkning kan beskrives, hvordan det er i skolen, og hvilken rolle lærebøkene har i skolen. Dette er for å styrke og underbygge resultater, analyse og drøfting til min problemstilling. For å kunne analysere og drøfte hvordan algebra blir fremstilt i to matematikkbøker, er det nødvendig å først forstå bedre hva algebra er. Det finnes flere oppfatninger av hva som inngår under dette begrepet, så dette er noe jeg vil se nærmere på.

TIMSS-resultatene fra 2015 (Bergem et al., 2016) er noe av bakgrunnen for at jeg har valgt å undersøke akkurat algebra i matematikkbøkene. Jeg vil derfor se nærmere på hvordan TIMSS har beskrevet algebra, og hvordan de har valgt å dele den inn. Senere jeg vil jeg også ta utgangspunkt i disse resultatene når jeg skal analyserer og drøfte de to valgte matematikkbøkene.

Læreplanen i matematikk fellesfag (Kunnskapsdepartementet, 2013) består av de målene elevene skal arbeide mot og oppnå etter de ulike årstrinnene. Det blir derfor naturlig å også se nærmere på noen aktuelle kompetansemål, og hva disse innebærer. Ut fra dette vil jeg i analysen og drøftingen se på hvordan lærebøkene forholder seg til disse målene under området algebra. Hvilken rolle lærebøkene har i skolen, har ikke en direkte sammenheng med

hvordan algebra blir fremstilt i matematikkbøkene, men det vil gi oss et innblikk i hvor viktig innholdet i bøkene er, og hvordan bøkene blir brukt i undervisningen.

Videre i del 3 av teksten vil jeg beskrive metoden jeg har brukt for datainnsamling, som er innholdsanalyse, samt kort om reliabilitet og validitet knyttet til denne analysen. I denne delen vil jeg komme inn på valg av lærebøker, etterfulgt av definisjon av analyseenheten, som er nødvendig for den videre delen av teksten. I del 4 vil jeg foretatt en analyse av resultatene som er kommet frem i innholdsanalysen, som i del 5 vil bli drøftet. Til slutt følger det en avslutning av oppgaven hvor det vil bli gitt en kort oppsamling av det som er kommet frem i teksten.

2. Teorikapittel

Før jeg begynner på teorien, vil jeg først gi en kort redegjørelse av hva som her menes med begrepet *lærebok*. Språkrådet beskriver det sin ordbok (Språkrådet & Universitetet i Bergen, 2017) som «bok som gir opplæring i et emne». I videre betydning vil det her være en bok som blir brukt til å gi opplæring og ny kunnskap i et emne, hvor det spesifikt er lag til rette for bruk i undervisningsammenheng i skolen.

2.1. Hva er algebra?

For å få en liten innføring i hva algebra er, vil jeg starte med et kort historisk tilbakeblikk. Ordet *algebra* kommer fra det arabiske ordet «*al-jabr*», som betyr *sammensetning* eller *gjenoppretting* (Selvik, Ringvold, & Johnsen Høines, 2007, s. 7). Det er den persiske matematikeren Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī, fra 700-tallet, som ofte regnes som grunnleggeren av algebra. Han skrev en lærebok med tittelen *al-jabr* som handlet om løsning av ligninger, og ordet algebra ble da brukt om kunsten å løse ligninger (Selvik et al., 2007, s. 7). Han drev imidlertid ikke på med regning med bokstaver og symboler som «+», «-», og «=». Bruk av slike symboler og bokstav for den ukjente kom for alvor inn med Francois Viète på slutten av 1500-tallet (Hinna et al., 2012, s. 191). Måten han brukte bokstaver og symboler på er revolusjonerende fordi vi på den måten kan gjennomføre løsninger av ligninger generelt, og skrive det ned som en formel. Formler blir gjerne brukt til å enkelt beskrive en utregningsmetode ved bruk av bokstaver og andre matematiske symbol, som for eksempel utregning av areal ved formelen $A=l*b$ (Hinna et al., 2012).

Fra algebraens begynnelse og frem til i dag har begrepet fått en bredere betydning, og blir nå betegnet som de områder av matematikk som omhandler studering av generalisering av regneoperasjoner og relasjoner i aritmetikken (Selvik et al., 2007, s. 7). Algebra blir ofte omtalt som et språk som brukes i matematikken for å uttrykke generelle sammenhenger som ofte har med tall å gjøre (Mason, Graham, & Johnston-Wilder, 2011, s. 38). Mason et al. omtaler videre at elevene først vil forstå algebra som et språk til å uttrykke seg med om de oppfatter generelle ting for seg selv. Etter en tid vil elevene på denne måten bli mer effektive brukere av algebra.

Aritmetikk er kort sagt et begrep som dekker den delen av matematikken som omhandler tallregning med de fire regneartene, som er addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon

(Hansen, 2010, s. 4). Aritmetikk henger tett sammen med algebra, da *algebra* er et begrep som ofte blir brukt om generalisering av tallregning, ved at det brukes bokstavsymboler eller andre symbol for å representere tall generelt (Hansen, 2010, s. 3). Aritmetikken blir gjerne karakterisert som *tallregning*, mens algebra i motsetning blir karakterisert som *bokstavregning* (Hansen, 2010, s. 4), men det er ikke godt nok å kun bruke disse begrepene som eneste forklaring og skille mellom de to emnene.

Algebra er for mange i dag synonymt med å regne med bokstaver, noe som gjerne er naturlig da bruken av bokstavsymboler også blir sett på som et av de synlige bevisene på at det handler om algebra (Bergsten, Häggström, & Lindberg, 2009, s. 13). Det er likevel ikke presist nok med denne forklaringen. Både i aritmetikk og algebra regnes det med *symboler* som representerer en mengde tall eller størrelser (Selvik et al., 2007, s. 16). Forskjellen er derimot at i aritmetikk bruker man kun symboler som representerer én mengde tall, og vi kaller dem for *siffersymbol* eller *tall*. Det karakteristiske med regning i algebra er at man i tillegg til siffer eller tall, også bruker mer generelle symbol i matematikken, som vanligvis er *bokstavsymbol*. Man kan også bruke andre symbol som «det generelle», som for eksempel \square eller \diamond , da disse symbolene ikke uttrykker en spesiell verdi i utgangspunktet. Det vanligste er likevel å bruke bokstaver. Det unike med å bruke generelle symbol, som for eksempel bokstavsymbolene, er at de har den egenskapen at de nettopp er generelle, og kan representere flere enn én mengde tall. På denne måten gir det for muligheten til å regne med vilkårlige tall. Dette fører til at det videre åpnes muligheter for å kunne både beskrive løsningsmetoder på en tydeligere og mer generell måte, og vise at metoden fungerer for alle tall det handler om (Bergsten et al., 2009, s. 10).

2.1.1. Å tenke algebraisk

«Alle elever som begynner på skolen har allerede vist at de har evnen til å generalisere og abstrahere fra spesialtilfeller. Dette er algebraens kjerne.»
(Mason et al., 2011, s. 13)

Som vi leser i sitatet over er ikke tankegangen som benyttes i algebraisk tenkning helt fremmed for elevene. Det å kunne uttrykke ting generelt er en helt naturlig del av hverdagen. Likevel er det mange som synes at algebra oppleves som vanskelig (Jakobsen, 2012), noe vi også kan se fra TIMSS-resultatene fra testen i 2015 (Bergem et al., 2016). I algebra benytter

vi et utvalg symboler som vi kan håndtere, og vi får et språk for å uttrykke og behandle det generelle (Mason et al., 2011). Vi kan si at det å kunne tenke algebraisk, enkelt sagt går ut på å kunne tenke abstrakt og generelt, som å kunne se «det generelle i det spesielle» (Mason et al., 2011, s. 38). Å spesialisere er det motsatte av å generalisere, og vil si å prøve ut spesialtilfeller med objekter man er vant med for å «se hva som skjer». Senere kan man gjennom algebra «prøve ut» uendelig antall muligheter symbolsk i stedet, og kan da se det generelle i det spesielle (Mason et al., 2011, s. 28). Når man tenker algebraisk ser man altså hensikten med å uttrykke noe generelt, og forstår å anvende de generelle uttrykkene. Tenker man derimot ikke algebraisk, blir det å uttrykke noe generelt, vanskelig og uforståelig, og man kan ende opp med en oppfatning av at algebra er meningsløs manipulasjon av symboler (Jakobsen, 2012).

Jean Piaget (1896-1980) er en av flere sentrale personer innen forskning på barns kognitive utvikling. Hans ideer går ut på at barns tenkning går gjennom modningsprosesser som kan deles inn forskjellige nivå eller stadier (Hinna et al., 2012). Algebra er et matematisk krevende emne, og flere tenker at barn må oppnå et visst nivå av modenhet før de begynner med et emne som dette. I Norge og mange andre land møter elever vanligvis ikke algebra før de nærmer seg ungdomsskolen. Andre land, som Italia, har prøvd å i tidligere alder bruke algebraiske symboler og uttrykk i matematikkundervisningen, såkalt *tidlig algebra*. I tidlig algebra arbeider elevene fortsatt med de fire regneartene, og det grunnleggende med tallsystemet, men de gjør det på en ny måte, der de legger større vekt på mønster, systemer og variable størrelser. *Prealgebra* er et annet begrep som også omhandler forberedende arbeid mot den algebraen som kommer senere, og står for «det som kommer før», jf. forstavelsen «pre», som betyr «før» (Hinna et al., s. 199). Tanken bak prealgebra er å bruke ideer fra tallregning i aritmetikk som grunnlag, og dermed bygge videre mot algebra ved hjelp av tallregning. Hovedhensikten med tidlig algebra og prealgebra, er å gjøre overgangen til algebra lettere. Hvor grensen for hva som omhandler aritmetikk og algebra blir mer uklar, da elevene gradvis vil gå over til å forstå hensikten med å generalisere, og bruke algebra som et språk til å uttrykke matematikken generelt. Både i prealgebra, tidlig algebra, og algebra er bruken av visuelle innfallsvinkler fremtredende. Det viser seg imidlertid at bruk av dette ikke bør være enerådende, da det kan virke hemmende for den algebraiske forståelsen om ikke elevene frigjør seg fra dette. Det å bruke varierte arbeidsformer i arbeid med algebra, blir sett på som er en nødvendighet for at de skal kunne få en god algebraisk forståelse (Hinna et al., 2012, s. 195).

2.1.2. Algebra i skolen

Når det skal arbeides med algebra i skolen, er det vanlig å dele den inn i ulike deler eller emneområder. Det finnes flere måter å gjøre dette på, noe vi også kan se i hvordan Kunnskapsløftet (2013) og TIMSS (2015) velger å dele dette emnet opp. Dette kommer jeg tilbake til senere. Det finnes ingen felles definisjon på hva algebra er, på grunn av ulike tolkinger og vektlegginger i algebraens historie. Likevel kan man ved å se tilbake på algebraen i historisk perspektiv, få et inntrykk av hva som er kjernen i algebra (Kongelf, 2015, s.85).

I den svenske boken *Algebra för alla* (Bergsten et al., 2009, s. 13) har de delt inn algebra som *problemløsning, generalisert aritmetikk, studie av relasjoner og studie av strukturer*. Innenfor de forskjellige kategoriene, får bokstavsymbolene, som ofte brukes som symboler for det generelle, ulik rolle og funksjon, som blant annet ukjent og konstant, mønsterbeskrivende, variabel og parameter, og vilkårlige symboler. I praksis blir dette til ulike aktiviteter, som å løse og forenkle ligninger, ulikheter og uttrykk, oversette og generalisere, relatere og lage grafer, og gjøre omskrivninger (Bergsten et al., 2009, s. 13). I algebra skiller den algebraiske tenkemåten seg fra den mere kjente aritmetiske tenkemåten, hvor særlig generalisering blir sett på som en av de viktigste sidene ved algebraisk tenking. *Generalisering* er blant annet å kunne oppdage likheter, å repetere, å klassifisere og å kategorisere (Kongelf, 2015, s.85). En annen forskjell mellom aritmetisk og algebraisk tenking er at den aritmetiske tenkingen fokuserer på tallene og å gjennomføre operasjonen, mens i algebraisk tenking er det den matematiske operasjonen som får fokuset. For eksempel vil en som tenker aritmetisk se på $4+6$ som er regnestykke der svaret blir 10, mens en som tenker algebraisk vil kunne se det som et spesifikt eksempel på operasjonen $a+b$, som har visse egenskaper, som $a+b = b+a$ (Bergsten et al., 2009, s. 19).

2.1.3. Emneområder i algebra fra TIMSS' rammeverk

I TIMSS' rammeverk er algebra regnet som en av fire hovedområder i testen i matematikk for 8. og 9. trinn, og dekker 30% av hele testen. Emnet algebra er videre delt inn i tre emneområder, som er:

- *Uttrykk og operasjoner*
- *Ligninger og ulikheter*
- *Forhold og funksjoner*

(Oversatt fra TIMSS 2015 Mathematics Framework, 2015)

Videre under disse emneområdene er det gitt noen punkter som beskriver hva som inngår i disse:

- *Uttrykk og operasjoner*
 1. Finne verdien av et uttrykk med gitte verdier for variablene.
 2. Forkorte et algebraisk uttrykk som involverer sum, produkt og potens, og sammenligne for å finne ut om de er likeverdige.
 3. Bruke uttrykk til å representere problemsituasjoner.
- *Ligninger og ulikheter*
 1. Skrive ligninger eller ulikheter til å representere situasjoner.
 2. Løse lineære ligninger, lineære ulikheter, og ligninger med to ukjente.
- *Forhold og funksjoner*
 1. Generalisere sammenhenger i mønster i en sekvens, eller mellom tilsvarende uttrykk, eller mellom sekvenstallet til uttrykket og uttrykket, ved bruk av tall, ord eller algebraiske uttrykk.
 2. Tolke, sammenligne, og lage uttrykk til funksjoner i tabeller, grafer eller ord.
 3. Gjenkjenne funksjoner som lineære eller ikke-lineære; kontrastegenskaper til funksjoner fra tabeller, grafer eller ligninger; og tolke betydningen av helling og Y-skjæringspunktet i lineære funksjoner.

(Oversatt fra TIMSS 2015 Mathematics Framework, 2015)

Det er disse punktene jeg har valgt som grunnlag for min vurdering av hvilke emneområder jeg har kodet oppgaver i de to matematikkbøkene inn under senere i analysen.

2.1.4. Kompetansemål til etter 7. årstrinn som er knyttet til algebra

Tall og algebra er ett av hovedområdene i Kunnskapsløftet, under læreplanen i matematikk etter 5. – 7. årstrinn (Kunnskapsdepartementet, 2013). Her står det om algebra at:

«[...] Algebra i skolen generaliserer tallregning ved at bokstaver eller andre symboler representerer tall. Det gir anledning til å beskrive og analysere mønster og sammenhenger. Algebra benyttes også i forbindelse med hovedområdene geometri og funksjoner.»

(Kunnskapsdepartementet, 2013)

Ut fra blant annet dette, er det satt kompetansemål som det er gitt at elevene skal kunne etter 7. årstrinn. Kompetansemålene jeg har valgt å ta utgangspunkt i under min analyse, er fire kompetansemål fra Læreplanen i fellesfag matematikk til etter 7. årstrinn (Kunnskapsdepartementet, 2013) som jeg mener er de som best passer inn under emneområdet algebra. De ser som følger:

- *beskrive referansesystemet og notasjonen som blir nytta for formlar i eit rekneark, og bruke rekneark til å utføre og presentere berekningar*
- *finne informasjon i tekstar eller praktiske samanhengar, stille opp og forklare berekningar og framgangsmåtar, vurdere resultatet og presentere og diskutere løysinga*
- *utforske og beskrive strukturar og forandringar i geometriske mønster og talmønster med figurar, ord og formlar*
- *stille opp og løyse enkle likningar og løyse opp og rekne med parentesar i addisjon, subtraksjon og multiplikasjon av tal*

(Kunnskapsdepartementet, 2013)

Det står ikke eksplisitt i læreplanen at det er akkurat disse kompetansemålene som skal være utgangspunktet for arbeid med algebra. Likevel vil man i arbeid med å oppnå disse kompetansemålene med fordel, spesielt på 7. trinn, kunne arbeide med algebraiske oppgaver.

2.2. Lærebokens rolle i matematikkundervisningen

Det er umulig å si akkurat hvor stor rolle læreboken har i norsk matematikkundervisning, da dette også vil variere fra skole til skole, og lærer til lærer. Det kommer likevel frem ved flere studier at læreboken har en sterk stilling i undervisningen. I en casestudie av Gunnhild

Skåsheim (2011, s. 85) ble det undersøkt blant annet hvilken rolle læreboken hadde i matematikkundervisningen. Resultatene som kom frem av dette studiet var at læreboken ble mye brukt av både lærer og elever i matematikkundervisningen innenfor området det ble undervist i. I dette tilfelle var faktisk læreboken eneste kilde som ble brukt i emnet, der læreboken var grunnlag for det som skjedde på tavlen, oppgavene elevene jobbet med, veiledning til læreren, leksene hjemme og prøven på slutten av emnet (Skåsheim, 2011, s. 85). At læreboken blir mye brukt i undervisning i skolen kom også frem i en tysk studie av Rezat (2010) som det blir referert til i Skåsheim. Her var riktig nok ikke læreboken eneste kilde, men den hadde likevel en betydelig innvirkning på undervisningen.

I en rapport fra Nordlands forskning (Hodgson et al., 2012) kom det også frem at læreboken har en sterk stilling i undervisningen, og flere lærere stiller seg her enige eller likegyldig til at lærebøkene reflekterer de kompetansemålene som er gitt i Kunnskapsløftet (2013).

3. Metodekapittel

Jeg vil i denne delen av teksten først gi en kort og generell beskrivelse av forskning og forskningsmetode, deretter om kvantitativ og kvalitativ metode. Videre vil jeg gå inn på mitt valg av metode, som er innholdsanalyse, og en forklaring av denne, før jeg vil komme med en redegjørelse for valg av analyseenhet og definisjon av denne. Avslutningsvis vil jeg komme inn på validitet og reliabilitet, for å på best mulig måte sikre det jeg har gjort i denne oppgaven.

3.1. Forskning og forskningsmetode

Forskning er en prosess der man arbeider systematisk for å frembringe ny kunnskap og økt viten innenfor ulike områder. Vitenskap er også et begrep som brukes særlig om den akademiske forskningen (Skoie, 2015). Skolen er et område hvor det forskes mye på. Den består av et stort antall områder hvor det kan gjøres forskning, og det blir dermed også tatt i bruk flere ulike forskningsmetoder alt etter som hva man ønsker økt kunnskap og viten om. Metode, som kommer av det greske ordet *methodos*, betyr å følge en bestemt vei mot et mål (Christoffersen & Johnnessen, 2012, s. 16). Ved forskning bruker man altså en bestemt metode for å finne ut av bestemte spørsmål og/ eller utfordringer. Kvalitativ og kvantitativ metode er to hovedkategorier som forskningsmetoder vanligvis blir delt inn i.

3.1.1 Kvalitativ og kvantitativ metode

Kvalitativ og kvantitativ metode er to kategorier for metode vi ofte skiller forskningen inn i. Hovedforskjellen ved disse to metodene er graden av fleksibilitet (Christoffersen & Johnnessen, 2012, s. 17). Generelt er en kvalitativ metode mer fleksibel enn en kvantitativ. Ved det menes det at en kvalitativ metode tillater i større grad spontanitet og interaksjon mellom forsker og deltaker, ved for eksempel et intervju. En fordel ved at kvantitative metoder ofte er lite fleksible, er at det kan være meningsfullt å sammenligne data på tvers av deltakere og settinger. Selv om forskningsmetoder ofte blir delt inn i de to kategoriene kvalitativ og kvantitativ metode, betyr ikke dette at en forskning må være innenfor kun én av disse. Man kan fint kombinere de to kategoriene ved en forskning, og graden av de ulike metodene (Christoffersen & Johnnessen, 2012, s. 17).

3.2. Innholdsanalyse

Metoden jeg har valgt for min forskning, er innholdsanalyse. Begrepet *innholdsanalyse* blir enkelt definert som en prosess som oppsummerer og rapporterer nedskreven data (Cohen, Manion, & Morrison, 2011, s. 563). Innholdsanalyse kan vi si generelt er analyse av alt som inneholder noe form for tekst eller symboler (Fischer, 1997). Det kan være alt fra bøker, intervjutranskripsjoner, media-materiale og andre former for nedskrevet materiale. En fordel ved innholdsanalyse som forskningsmetode er at data som blir brukt er i permanent form, som i dette tilfellet er trykte bøker. Dette gjør det enklere for andre å gjenta undersøkelsen senere og eventuelt sammenligne resultatene (Cohen et al., 2011, s. 563).

En innholdsanalyse vil vanligvis både kunne være kvalitativ og kvantitativ (Cohen et al., 2011, s. 564). Det vil si at analysen kan være gjort gjennom en kombinasjon av det kvalitativt fortolkende, ved her å tolke de ulike oppgavene inn i kategorier, og det kvantitative optellende, gjennom koding i tabeller. Målet med innholdsanalyse er å kunne forenkle og redusere materialet på ulike måter, eller å kunne klassifisere teksten inn i mye færre kategorier (Cohen et al., 2011, s. 559). Her har koding av materialet en viktig rolle.

3.2.1. Koding

Et typisk trekk ved kvantitativ dataanalyse er koding. Det finnes flere måter å kode en tekst på. Tekst kan kodes enkelt og overfladisk, eller detaljert og tett. Dette varierer alt etter hvilken tekst som analyseres, og hva den som forsker er ute etter. En *kode* er ofte et enkelt ord eller et merke, som forskeren gir til en del av en tekst, som inneholder en idé eller noe informasjon. Noen koder kan være veldig generelle, mens andre er mer spesifikke (Cohen et al., 2011, s. 559). En kode kan også beskrives som en «knagg» som beskriver den delen av teksten. I min analyse er disse «knaggene» eller merkene de fire ulike valgte kompetansemålene fra Læreplanen (2013) og de tre emneområdene fra TIMSS' rammeverk (2015), som er nevnt over i teorikapitlet. Ved koding blir delene i teksten gått gjennom systematisk, her oppgave for oppgave i matematikkbøkene, og den som forsker skriver ned koder for hver av delene av teksten. Gjennom koding av datamaterialet kan den som forsker lettere se sammenhenger og mønster, og få en enklere oversikt over materialet.

Når jeg har gjennomført min analyse av datamaterialet, har jeg valgt å bruke *åpen koding* (Cohen et al., 2011, s. 561). Dette er en metode hvor den som gjør analysen kategoriserer den valgte delen av tekst, ved å gå gjennom teksten og markere den med ulike koder som

beskriver teksten. Ved åpen koding velger den som undersøker noen kategorier som kodingen av materialet blir delt inn i, basert på kriterier som forskeren velger (Cohen et al., 2011, s. 561). Når all valgt tekst er kodet og kategorisert, samles dette slik at man får en oversikt over kodingen som er blitt gjennomført, og videre kan analysere materialet.

3.3. Valg av lærebøker

Når jeg har valgt materiale for analysen, har jeg valgt to læreverk i matematikk som jeg allerede er litt kjent med fra før, og som aktivt blir brukt i undervisning i norsk skole i dag på 7. trinn. Jeg har derfor endt opp med Multi (Alseth et al., 2008) og Tusen millioner (Rasch-Halvorsen & Aasen, 2009). De er begge to av norske forfattere, og har blitt produsert etter Kunnskapsløftet tredje i kraft i 2006. I begge læreverk kan vi se innledningsvis at det står de skal følge læreplanmålene fra LK06 (Kunnskapsdepartementet, 2013). Både læreverket Multi (2008) og Tusen millioner (2009) er delt inn etter trinn, med A og B Grunnbok for hvert trinn, inkludert oppgavebok og lærerveiledning. Jeg har i min analyse valgt å kun ta med Grunnbok B for 7. trinn fra hvert av læreverkene. Valget jeg har gjort grunner i at det er først i grunnbok B at algebra er satt som et eget emne, under overskriftene «*Mønster og algebra*» (Alseth et al., 2008, s. 100) og «*Tall og algebra*» (Rasch-Halvorsen & Aasen, 2009, s. 7). Jeg har derfor valgt å fokusere på grunnbøkene hvor forfatterne av læreverkene har lagt opp til at elevene skal arbeide med algebra. Jeg har derfor ikke tatt med Grunnbok A fra noen av læreverkene i innholdsanalysen. For å ytterligere begrense analyseområdet mitt, har jeg ikke tatt med oppgavebøkene eller lærerveiledning som er en del av læreverkene, da jeg heller har valgt å rette et større fokus på grunnbøkene i denne oppgaven.

3.4. Definisjon av analyseenheten

Før jeg går videre inn på hvordan jeg har valgt å gjennomføre analysen, vil jeg først definere analyseenheten, som her er oppgaver i matematikkbøkene. Når jeg har kodet de to lærebøkene har jeg sett på oppgavene, og vurdert om jeg mener de kan kategoriseres som algebraiske oppgaver eller ikke. Jeg har ut fra min forståelse av hva algebra er, gjort mine vurderinger på om jeg har kategorisert dem som algebraiske oppgaver eller ikke. Bruk av generelle symbol, som for eksempel bokstavsymbol eller lignende, er blitt nevnt som et av de synlige tegnene på at det handler om algebra (Bergsten et al., 2009). De generelle symbolene har, som nevnt i

teorikapitlet, den egenskapen at de kan representere flere enn kun én mengde tall, og er ikke gitt en fast verdi i utgangspunktet. Jeg har derfor i min analyse merket oppgaver som oppfordrer eller krever bruk av symbol med en slik egenskap, som algebraiske oppgaver. Ut fra dette kriteriet har jeg kodet oppgaver i lærebøkene som algebraisk eller ikke. Deretter har jeg kategorisert oppgavene jeg ser på som algebraiske, inn under det kompetansemålet og emneområdet fra TIMSS' rammeverk jeg mener passer dem best. Jeg har også telt antall sider som inneholder én eller flere oppgaver som jeg har merket som algebraiske.

3.4.1. Hva som er regnet som «oppgave» og «side»

Hver av læreverkene har delt inn grunnbøkene ulikt. Jeg vil derfor definere hva jeg ser på som en *oppgave* og en *side* i hver av de to lærebøkene, så det er klart hva som menes med disse begrepene når vi videre skal se på resultatene fra analysen.

3.4.1.1. *Multi*

I *Multi* (2008) regner jeg et hvert nummer i marginen som en *oppgave*, som f.eks. 7.34, 7.35 etc., inkludert «spill» som en oppgave. Jeg inkluderer ikke forklaringer og eksempler der svaret allerede er gitt, eller oppgaver på sider som er merket med «prøve». Oppgavene fra «prøve»-sidene er også merket annerledes fra resten av oppgavene i boken, noe som gjør at jeg velger å skille dem fra det jeg definerer som oppgaver i min analyse og koding. Når jeg i analysen har telt *sider med algebraiske oppgave*, har jeg telt sider med én eller flere algebraiske oppgaver, inkludert øveside 1 og 2 og «klarar du disse?», men ikke «oppsummering» og «prøver».

3.4.1.2. *Tusen millioner*

I analysen og koding av *Tusen millioner* (2009) regner jeg det som en *oppgave* for et hvert nummer som er ringet rundt og uthevet i marginen, eller er markert med oppgavenummer, som f.eks. «oppgave 14», der svaret ikke er gitt. Dette inkluderer altså ikke eksempeloppgaver, forklaringer der svarene allerede er gitt, og sider merket med «oppsummering». *Sider med algebraiske oppgaver*, er telt med i analysen om siden har én eller flere oppgaver som er algebraiske ut fra mine krav i analysen. Dette inkluderer sider merket med «Kan jeg?» og «Jeg regner mer», men ikke «oppsummering» og sider med kun forklaringer.

3.5. Reliabilitet og validitet

Spørsmålet om reliabilitet er en kjent utfordring både ved kvalitativ og kvantitativ forskning. Hovedsakelig går reliabilitet ut på hvor vidt min undersøkelse er holdbar eller tillitsvekkende, i forhold til om andre skulle gjort en tilsvarende undersøkelse (Nyeng, 2012, s. 105). Siden jeg har valgt en metode som både er kvantitativ, ved ren opptelling, og kvalitativ med å gå mer i dybden av datamaterialet, er dette særlig relevant for meg. Ved bruk av innholdsanalyse gjennom koding er det gjort rene opptellinger og analyser basert på mine tolkninger ut fra mine valgte kriterier og definisjoner. Dette gjør da at en annen kanskje ville kunne komme frem til ulike resultater enn det jeg har. Likevel er mitt datamateriale utgitte og trykte lærebøker som hvem som helst kan gå tilbake til og selv gjøre egne vurderinger og undersøkelser, og eventuelt sammenligne med mine resultater.

Validitet handler om gyldighet i data, eller nærmere sagt, om min undersøkelse måler det den skal måle, og ikke noe annet (Nyeng, 2012, s. 109). Hvordan jeg har tolket hver enkelt oppgave og kategorisert dem, vil dermed påvirke min validitet i undersøkelsen. Slik jeg har valgt å plassere oppgavene inn i de ulike kategoriene i mine tabeller er ikke entydig, da mine personlige tolkninger vil prege analysen. Det at jeg har definert analyseenheten, som hva jeg ser på som sider og oppgaver i de to lærebøkene, er med på å styrke validiteten, da det tydeliggjør hva jeg har telt med og ikke i mine tabeller. På samme måte vil det at jeg har kodet oppgavene i flere ulike tabeller være med på å styre at jeg har undersøkt det jeg skal undersøke.

4. Analyse og resultater

I denne delen av oppgaven vil jeg presentere, sammenligne og analysere de resultatene jeg har kommet frem til i min innholdsanalyse av de to valgte lærebøkene fra Multi (2008) og Tusen millioner (2009) for 7. trinn. Resultatene fra innholdsanalysen av bøkene vil bli presentert i tre ulike tabeller, der kodingen fra de to bøkene er telt opp og satt inn i tabellene. Jeg vil foreta en analyse av resultatene som er kommet frem fra innholdsanalysen som er gjennomført, hvor jeg også vil trekke frem noen av oppgavene som er kodet og analysert i tabellene. Tabellene vil vise den kvantitative delen av innholdsanalysen, ved det rent opptellende, mens det sammen med eksemplene også vil bli gjort en mer kvalitativ innholdsanalyse av noen utvalgte oppgaver. Ved å foreta en innholdsanalyse der jeg benytter meg av både kvalitativ og kvantitativ data i analysen, vil jeg få et større grunnlag for å belyse min problemstilling.

4.1. Prioritering av algebra i lærebøkene

I første tabell (tabell 1) fra innholdsanalysen jeg har gjennomført, har jeg presentert resultatene både som prosent og det faktiske antall sider og oppgaver som jeg har regnet som algebraiske i min analyse. Dette er fordi det er ulikt totalantall med sider og oppgaver i de to bøkene, og på denne måten blir det dermed enklere å gjøre sammenligninger. Vi ser under at Multi 7b (2008) har et høyere totalantall oppgaver som jeg har regnet som algebraiske, og emnet ser ut til å utgjøre en større del av læreboken sammenlignet med Tusen millioner 7B (2009).

Tabell 1

Sider og oppgaver til algebra

Læreverk	Antall sider	Antall sider i prosent	Antall oppgaver	Antall oppg. i prosent
Multi 7b (2008)	21 av 119	17,6%	70 av 515	13,6%
Tusen millioner 7B (2009)	9 av 132	6,8%	28 av 573	4,9%

Resultatene fra tabell 1 viser at det er en betydelig forskjell i hvor stor del av lærebøkene som er satt av til det jeg i analysen har valgt å beskrive som algebraiske oppgaver, hvor elevene

skal benytte generelle symbol for å uttrykke og utføre matematikken. Selv om man må ta hensyn til at de to lærebøkene har ulik oppbygging, kan det likevel gi oss et inntrykk av hvor mye plass algebraen har fått i de to bøkene når vi ser på tabell 1.

Siden mitt kriterium for å regne en oppgave som algebraisk var at den måtte oppfordre eller kreve bruk av generelle symbol, kan vi ikke se ut fra denne tabellen hvordan bøkene har valgt å eventuelt fokusere på prealgebra, tidlig algebra, annen form for generalisering eller å uttrykke det generelle uten bruk av generelle symbol. Hva som regnes som algebra her, kan derfor av noen sies å være en smal tilnærming til begrepet, og vi må derfor ta høyde for at andre muligens vil kunne få andre resultater i en lignende analyse.

Som nevnt tidligere, tok jeg ikke grunnbok 7a fra de to læreverkene med i analysen, da det så ut til at de bevisst hadde samlet de algebraiske oppgavene i grunnbok 7b under et eget kapittel i de to bøkene. Det vil da si at om man hadde sett på prosentandelen av algebraiske oppgaver i hele grunnbokmaterialet for trinnet, hadde resultatene vist at algebra utgjorde en betydelig mindre andel i prosent, sett i helheten av det som bøkene har lagt opp til at elevene skal lære på trinnet.

Emneområdet *tall og algebra* er som nevnt ett av hovedområdene i matematikk for mellomtrinnet (Kunnskapsdepartementet, 2013). Algebra kan dermed forventes å dukke opp som et emne på både 5., 6. og 7. trinn. Om det legges opp til dette i læreverkene Multi (2008) og Tusen millioner (2009), har jeg ikke tatt for meg i min analyse.

Som tabellen over viser, utgjør også de algebraiske oppgavene kun ca. 4,9% i Tusen millioner 7B (2009) og ca. 13,6% i Multi 7b (2008). Spørsmålet vi da kan stille oss blir om dette er godt nok for å skape det gode grunnlaget som kreves for å få en god grunnforståelse for algebra. Det må dog sies at det her kun er telt med oppgaver som oppfordrer eller krever bruk av generelle symbol, da dette blir av flere sett på som et kjennetegn på at oppgavene er algebraiske. Andre typer oppgaver, som kan av noen bli omtalt som generalisert aritmetikk, prealgebra, eller tidlig algebra o.l., er ikke telt med i mengden av algebraiske oppgaver i tabell 1. Dette finnes det trolig ulike oppfatninger om, så hadde jeg telt med oppgaver som er av denne arten, hadde trolig prosentandelene i resultatene også blitt noe annerledes.

4.2. Variasjon og innhold

Å lære elevene å gå fra det spesielle til det generelle, som å generalisere fra bruk av tall til generelle symbol, er en prosess som tar tid og krever mye arbeid. Varierte arbeidsmetoder er blitt nevnt som nærmest en nødvendighet for å gi elevene en god forståelse for algebra (Hinna et al., 2012, s. 195). Kompetansemålene under emneområdet *tall og algebra* i læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2013) gir rom for å skape variasjon og faglig bredde innenfor emnet. Siden det i begge lærebøkene står de skal følge Læreplanen for Kunnskapsløftet (2013), ser det ut til at de har valgt å oppfylle disse på ulike måter. Dette kan vi se ut fra resultatene jeg har fått ut fra min innholdsanalyse i tabell 2 under:

Tabell 2

Kompetansemål

	K.M. 1	K.M. 2	K.M. 3	K.M. 4
Multi 7b	4	15	33	18
Tusen millioner 7B	x	x	21	7

For å få presisere hva de ulike kolonnene over representerer, har jeg under gjentatt de fire kompetansemålene jeg har valgt ut fra Læreplanen for Kunnskapsløftet (2006) i matematikk fellesfag etter 7. årstrinn, under *tall og algebra*. Kolonnene i tabell 2 over står for følgende kompetansemål:

KM.1 → *beskrive referansesystemet og notasjonen som blir nytta for formlar i eit rekneark, og bruke rekneark til å utføre og presentere berekningar*

KM. 2 → *finne informasjon i tekstar eller praktiske samanhengar, stille opp og forklare berekningar og framgangsmåtar, vurdere resultatet og presentere og diskutere løysinga*

KM. 3 → *utforske og beskrive strukturar og forandringar i geometriske mønster og talmønster med figurar, ord og formlar*

KM. 4 → *stille opp og løyse enkle likningar og løyse opp og rekne med parentesar i addisjon, subtraksjon og multiplikasjon av tal*

Ut fra resultatene som er vist i tabell 2, kan det se ut til at Tusen millioner har valgt å dekke de fire overnevnte kompetansemålene på en annen måte enn Multi (2008). Siden det fra Multi (2008) er flere oppgaver som her er kategorisert som algebraiske, er det kanskje å forvente at

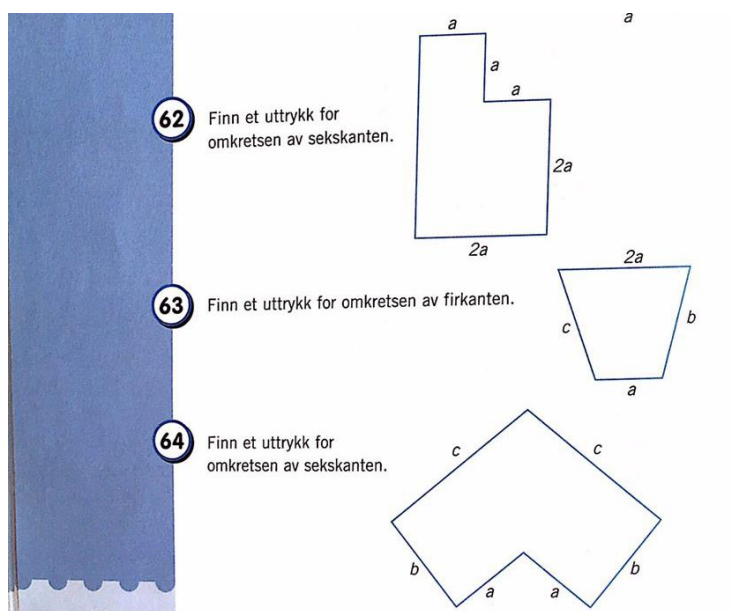
de også har et bredere mangfold av oppgaver. Dette kommer også frem i tabell 3, som omhandler de tre emneområdene for algebra fra TIMSS'rammeverk (2015). Disse emneområdene har mange likheter med de fire valgte kompetansemålene, og variasjonen av oppgavene i de to lærebøkene kommer derfor også tydelig frem her. TIMSS' emneområder er først og fremst rettet mot ungdomsskoleelever, og det er derfor ikke noen forventninger fra denne testen som er rettet spesielt mot 7. trinn. Det blir likevel relevant å se på hvordan lærebøkene forholder seg til emneområdene i denne testen, da grunnlaget for den algebraiske forståelsen i disse områdene med fordel bør legges før elevene starter på ungdomstrinnet, om man skal kunne se forbedringer innenfor algebra.

Tabell 3

TIMSS emneområder

	Uttrykk og operasjoner	Ligninger og ulikheter	Forhold og funksjoner
Multi 7 (b)	27	22	21
Tusen millioner (b)	21	7	x

Vi kan se i tabell 3 at Multi (2008) har oppgaver som jeg mener kan passe inn under alle de fire valgte kompetansemålene og de tre emneområdene til TIMSS (2015). Kompetansemålene og emneområdene over krever at elevene skal tilegne seg ulike matematiske egenskaper, og man kan derfor også si at oppgavene er varierte til en viss grad. I motsetning til Multi (2008), har Tusen millioner (2009) færre og mindre ulike typer oppgaver jeg har kategorisert som algebraiske her. De fleste oppgavene i Tusen millioner (2009) faller inn under *KM. 3* (tabell 2) og emneområdet *uttrykk og operasjoner* (tabell 3), og noen under *KM. 4* (tabell 2) og emneområdet *ligninger og ulikheter* (tabell 3). Vi skal nå se på noen eksempler på oppgaver fra de to lærebøkene.



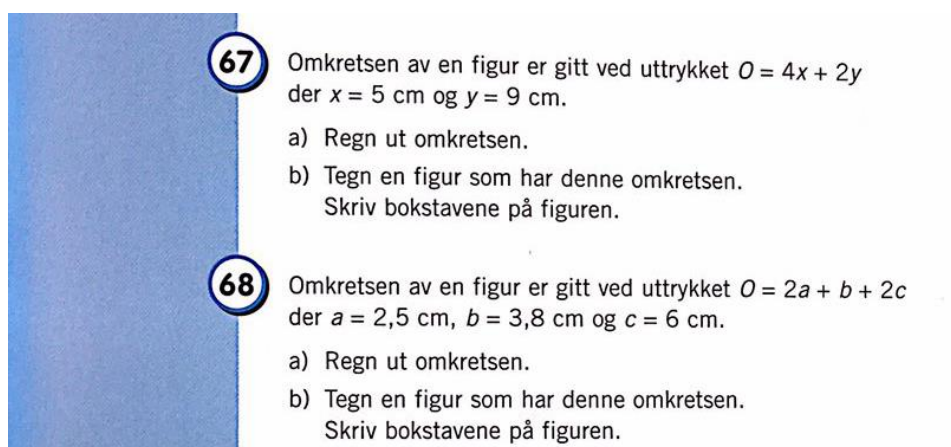
62 Finn et uttrykk for omkretsen av sekskanten.

63 Finn et uttrykk for omkretsen av firkanten.

64 Finn et uttrykk for omkretsen av sekskanten.

Figur 2: Oppgave 62, 63 og 64 i *Tusen millioner 7B grunnbok* (Rasch-Halvorsen & Aasen, 2009, s. 24), kodet inn under KM. 3 i tabell 2 og emneområdet «Uttrykk og operasjoner» i tabell 3.

Som vi ser i fra oppgavene over i figur 2 fra Tusen millioner, går disse oppgavene ut på å lage et uttrykk for omkretsen til den geometriske figuren som er i oppgaven. De geometriske figurene har sider med lengde gitt ved bokstavsymbol. Dette gjør at elevene må generalisere fra en aritmetisk tenkemåte for utregning av omkrets, til her å skrive et generelt uttrykk for figuren. For å løse oppgavene må elevene bruke abstrakt tenkning, da de ikke kan finne konkrete tall som gir dem svaret på hva omkretsen er. Svaret blir da gitt ved et algebraisk uttrykk som sier hva omkretsen til den geometriske figuren er.



67 Omkretsen av en figur er gitt ved uttrykket $O = 4x + 2y$ der $x = 5$ cm og $y = 9$ cm.

- Regn ut omkretsen.
- Tegn en figur som har denne omkretsen. Skriv bokstavene på figuren.

68 Omkretsen av en figur er gitt ved uttrykket $O = 2a + b + 2c$ der $a = 2,5$ cm, $b = 3,8$ cm og $c = 6$ cm.

- Regn ut omkretsen.
- Tegn en figur som har denne omkretsen. Skriv bokstavene på figuren.

Figur 3: Oppgave 67 og 68 i *Tusen millioner 7B grunnbok* (Rasch-Halvorsen & Aasen, 2009, s. 25), kodet inn under KM. 3 i tabell 2 og emneområdet «Uttrykk og operasjoner» i tabell 3.

Oppgavene i figur 3 kan minne mye om oppgavene i figur 2, men her er allerede uttrykket gitt, og bokstavene er blitt gitt tall i centimeter slik at de kan svare på oppgavene som kommer under. De skal altså ikke lage selve uttrykket, men heller ta det i bruk til å regne ut omkretsen av figuren og deretter tegne den og merke sidene mer rette symbol. De egenskapene elevene tilegner seg ved å regne oppgaver som i figur 3, er mye likt de egenskapene de må ta i bruk for å gjøre oppgaver som i figur 2. Ved at oppgavene over kan minne om hverandre, men ikke er helt like, gjør det at elevene kan generalisere fra oppgaver som i figur 2 til oppgaver som i figur 3. Generalisering blir en av egenskapene elevene vil kunne få øvelse i her.

I figur 4 kan vi se eksempler på noen oppgaver fra Tusen millioner (2009) som benytter generelle symbol som ikke er bokstaver. De grå «boksene» representerer her en ukjent verdi, hvor elevene må ta seg bruk av alle ledd i stykket, og vi kan kalle det en ligning. Jeg har derfor valgt å plassere oppgaver av denne arten under *KM. 4* (tabell 2) som er at eleven skal kunne «*stille opp og løyse enkle likninger og løyse opp og rekne med parenteser i addisjon, subtraksjon og multiplikasjon av tal*», og emneområdet «*likninger og ulikheter*» (i tabell 3). Noe man bør være bevisst over med disse oppgavene, er at de grå «boksene» ikke kan byttes ut med en bestemt verdi i de ulike regnestykkene. For eksempel vil boksene i oppgave 27 c) i figur 4 ha ulike verdier, og man kan derfor ikke gi «boksen» en bestemt verdi, men den kan ha flere i én og samme ligning.

Regn ut. Skriv hele stykket.

27

a) $8 \cdot 14 = 8 \cdot (10 + 4) = 80 + \square =$
 b) $6 \cdot 16 = 6 \cdot (10 + 6) = \square + 36 =$
 c) $6 \cdot 13 = 6 \cdot (10 + \square) = \square + \square =$
 d) $8 \cdot 12 = 8 \cdot (\square + 2) = \square + \square =$

28

a) $24 \cdot 6 = (20 + 4) \cdot 6 = 120 + \square =$
 b) $38 \cdot 3 = (30 + \square) \cdot 3 = \square + \square =$
 c) $45 \cdot 5 = (\square + 5) \cdot 5 = \square + \square =$
 d) $52 \cdot 7 = (50 + \square) \cdot 7 = \square + \square =$

Figur 4: Oppgave 27 og 28 i *Tusen millioner 7B grunnbok* (Rasch-Halvorsen & Aasen, 2009, s. 15), kodet inn under *KM. 4* i tabell 2 og emneområdet «*Ligninger og ulikheter*» i tabell 3.

Lignende oppgaver som i figur 4, kan vi også finne i Multi (2008). Oppgavene under i figur 5 inneholder også «bokser» som ikke i utgangspunktet representerer en spesiell verdi, og elevene må ta i bruk begge ledd av ligningen for å finne verdien til «boksene». Samme som i figur 4, vil «boksene» i oppgavene også her heller ikke kunne byttes ut med en bestemt verdi. Man kan for eksempel ikke si «gul boks = [et tall]», fordi elevene vil her stå mere fritt til å velge, innenfor de rammene som oppgaven har satt, nemlig at den samlede verdien skal være lik på begge sider av likhetstegnet i hver deloppgave.

7.68 Fyll ut rutene slik at regnestykket blir riktig. Bruk sifrene fra 0 til 9, ett siffer i hver rute. Du kan kun bruke hvert siffer én gang per oppgave. Det er flere mulige svar.

$$\begin{array}{ll} \mathbf{a} \ (\ \square \ + \ \square) + (\ \square \ - \ \square) = 18 & \mathbf{d} \ (\ \square \ + \ \square) \cdot (\ \square \ - \ \square) = 135 \\ \mathbf{b} \ (\ \square \ + \ \square) - (\ \square \ - \ \square) = 0 & \mathbf{e} \ (\ \square \ - \ \square) \cdot (\ \square \ - \ \square) = 1 \\ \mathbf{c} \ (\ \square \ - \ \square) - (\ \square \ + \ \square) = 6 & \mathbf{f} \ (\ \square \ + \ \square) : (\ \square \ - \ \square) = 8 \end{array}$$

Figur 5: Oppgave 7.68 i Multi 7b grunnbok (Alseth et al., 2008, s. 87), kodet inn under KM. 4 i tabell 2 og emneområdet «Ligninger og ulikheter» i tabell 3.

De oppgavene i Multi (2008), som i analysen er kategorisert som algebraiske oppgaver, er ifølge tabellen mer varierte og krever en større bredde i algebraiske egenskaper og ferdigheter sammenlignet med oppgavene i Tusen millioner (2009). Under vil vi se noen flere eksempler fra oppgaver hentet fra Multi 7 grunnbok B (Alseth et al., 2008).

Eksempel

Lag et regneark som viser alle gangetabellene.

Start opp regneark på PC-en.

- 1 Skriv en overskrift. Her er 'Gangetabell' skrevet i rute A1.
- 2 Skriv et tall i rute B3. Dette tallet avgjør hvilken gangetabell som skal lages.
- 3 Skriv tallene fra 1 til 10 i ruten A4 - A13.
- 4 Skriv formlene i rute B4 - B13. Her er de tre første rutene skrevet inn. I selve regnearket kommer svaret på utregningen. Formelen kan du se i et felt over rutene.

	A	B	C
1	Gangetabell		
2			
3			2
4	1	=A4*B3	
5	2	=A5*B3	
6	3	=A6*B3	
7	4		
8	5		
9	6		
10	7		
11	8		
12	9		
13	10		

7.83 a Gjør ferdig regnearket i eksemplet.
b Lag andre gangetabeller enn 2-gangen ved å skrive et annet tall i rute B3.

Figur 6: Oppgave 7.83 i Multi 7b grunnbok (Alseth et al., 2008, s. 90), kodet inn under KM. 1 i tabell 2 og emneområdet «forhold og funksjoner» i tabell 3.

For å utføre oppgaver som den i figur 6, kreves det blant annet at elevene har evne til å tenke generelt. De må her generalisere regnemethoden som brukes i multiplikasjonstabellen over til formler som kan benyttes i regneark. Dette må de gjøre ved å ta seg bruk av «navnene» til de ulike cellene i regnearket, for å få det resultatet de ønsker regnet ut i cellen de skriver formelen i. På denne måten må elevene bruke andre symboler enn kun tall, for å utføre regneoperasjonene i oppgaven. «B3» vil for eksempel her representere mengden «2», fordi det er navnet på cellen hvor tallet 2 står. Om man bytter tallet som står i kolonne B3 med for eksempel 5, vil man få andre svar i kolonne B, nemlig tallene i 5-gangen. B3 blir da et generelt symbol som kan uttrykke flere tall. I oppgaven i figur 6 vil elevene forhåpentligvis forstå systemet i hvordan både regnearket og gangetabellen fungerer, og de kan dermed lage enkle formler for de ulike gangetabellene.

8.63 Gitte er 5 år yngre enn Kjetil.

a Lag en regel som viser hvor gammel Gitte er i forhold til Kjetil.

b Bruk regelen, og finn ut hvor gammel Gitte er når Kjetil er

- 16 år
- 47 år
- 89 år

8.64 Anna leide en leilighet som kostet 4500 kr i måneden. Tone fikk bo hos Anna. Hun betalte 1900 kr av leien.

a Hvilken formel viser hvor mye Anna må betale i leie i forhold til antall måneder?

1 $T = 1900 \cdot n + 4500$ 2 $T = (4500 - 1900) \cdot n$ 3 $T = 4500 \cdot n - 1900$

b Bruk formelen, og regn ut hvor mye Anna må betale for

- 5 måneder
- 12 måneder
- 18 måneder

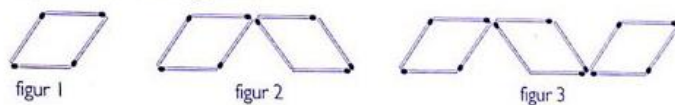
Figur 7: Oppgave 8.63 og 8.64 i Multi 7b grunnbok (Alseth et al., 2008, s. 119), kodet inn under KM. 2 i tabell 2 og emneområdet «forhold og funksjoner» i tabell 3.

I oppgavene i figur 7 er hensikten at elevene skal kunne lage enkle regel ut fra de opplysningene som blir oppgitt i oppgavene. Symbolene i formlene får dermed en tydelig rolle, og det krever at elevene forstår hva de ulike symbolene representerer for at de skal kunne bruke reglene og løse oppgavene. Symbolene som T og n i oppgave 8.64 vil her ha ulik verdi alt etter som hvor mange n måneder det er snakk om, eller hvor mye månedsleien T koster. Vi ser også her at dette er en funksjon fordi vi har to verdier der T er en avhengig variabel av verdien n , altså $T(n)$. Denne informasjonen er kanskje ikke eksplisitt tatt med i

oppgaven, fordi det kan skape unødvendige forvirringer hos eleven. Egenskapene eleven tilegner seg ved å løse oppgaver som denne, er uansett relevant for den algebraiske forståelsen, og videre arbeid med forhold og funksjoner.

I oppgaven i figur 8 skal elevene arbeide med mønster, tall og bokstavsymboler, og finne regler som passer til de figurene og tallene som blir gitt. Også i denne oppgaven skal elevene arbeide med funksjoner, der det er en avhengig og en uavhengig variabel, men elevene må selv finne ut hvordan de skal sette opp denne funksjonen. Elevene må dermed kunne se mønsteret for hvordan variablene påvirker hverandre, og slik generalisere fra det spesielle til det generelle.

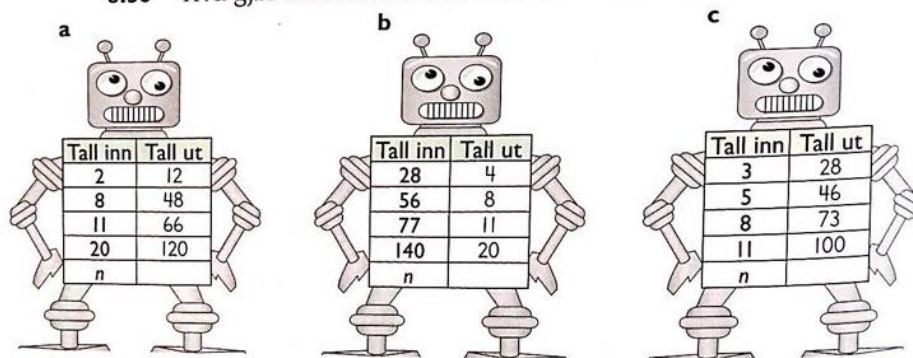
- 8.43**
- a Hvor mange fyrstikker går det med til å lage figur 4, 5 og 6?
Tegn en skisse.
 - b Lag en regel med tall og bokstaver.
 - c Bruk regelen. Finn ut hvor mange fyrstikker som trengs til figur 20, 50 og 100.



Figur 8: Oppgave 8.43 i *Multi 7b grunnbok* (Alseth et al., 2008, s. 113), kodet inn under KM. 3 i tabell 2 og emneområdet «forhold og funksjoner» i tabell 3.

Oppgave 8.43 i figur 8 er gjerne ikke like virkelighetsrelatert som oppgavene i figur 7, og går mer ut på å kunne se tallmønsteret i figurrekken. Egenskaper som elevene må ta i bruk for å løse tidligere oppgaver, som f.eks. i figur 7, blir her nyttige på den måten at de kan generalisere funksjonsuttrykkene fra en situasjon til en annen. Siden det ikke står hva som menes med «regelen» i denne oppgaven, ser det ut til at boken legger opp til at elevene har gjort tidligere oppgaver der de skal ha lært hva som ligger i dette begrepet.

8.56 Hva gjør roboten med tallene? Finn formelen.



Figur 9: Oppgave 8.56 i Multi 7b grunnbok (Alseth et al., 2008, s. 116), kodet inn under KM. 3 i tabell 2 og emneområdet «forhold og funksjoner» i tabell 3.

Oppgaven i figur 9 krever også at elevene kan gå fra det spesielle, altså tabellene med tall i robotene, til det generelle, som er formlene som elevene skal finne til de ulike figurene. Denne oppgaven er plassert under kompetansemål 3 i tabell 2, som er å «utforske og beskrive strukturar og forandringer i geometriske mønster og talmønster med figurar, ord og formlar» og emneområdet «forhold og funksjoner» i tabell 3 fra TIMSS’ rammeverk (2015). Dette er fordi elevene må ut fra tabellene i figurene utforske og beskrive hva som forandres ved å lage en formel som kan passe for alle tallene i den tabellen det gjelder for. Den formelen man ender opp med da, blir et uttrykk for det som skjer med tallene i tabellen. Generalisering blir et viktig stikkord også her, ved at elevene må forstå mønsteret i tabellene for kunne lage en formel som passer for alle tallene i den enkelte roboten.

Hvilke tall står x for?

- 7.34 a $x + 25,5 = 50$ c $x - 338 = 275$ e $54,1 + x = 88,8$
 b $x + 638 = 900$ d $x - 1200 = 10\ 000$ f $8,9 - x = 5,07$
- 7.35 a $x \cdot 2 + 5 = 21$ c $x \cdot 10 + 8 = 48$ e $x : 2 - 7 = 2$
 b $x \cdot 3 - 30 = 0$ d $x \cdot 100 + 228 = 528$ f $x : 4 + 7 = 12$

Figur 10: Oppgave 7.34 og 7.35 i Multi 7b grunnbok (Alseth et al., 2008, s. 81), kodet inn under KM. 4 i tabell 2 og emneområde «ligninger og ulikheter» i tabell 3.

Oppgavene i figur 10 over, kommer tidlig i læreboken Multi 7b (2008), og kan sees på som en myk overgang fra aritmetisk til algebraisk tenkning. Grunnen til at jeg vil beskrive det på denne måten, er fordi det er mye i oppgavene som er likt den tradisjonelle aritmetiske regnemåten for de fire regneartene – addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon. Det elevene egentlig må gjøre for å utføre disse regnestykkene, er å bruke motsatt regneoperasjon for å finne frem til den ukjente « X ». For eksempel oppgave 7.34 a) som er « $X + 25,5 = 50$ » må elevene trekke fra 25,5 fra 50 for å finne X . Oppgaven krever likevel abstrakt tenkning, men også en god tallforståelse. Denne oppgaven kan derfor også gjerne bli beskrevet som en oppgave som forbereder elevene på den mer avanserte algebra som kommer senere, og noen vil kanskje kalle det en prealgebraisk oppgave. Jeg har likevel valgt å telle den som en algebraisk oppgave i analysen, da forskjellen fra en vanlig aritmetisk oppgave, er at et av tallene i hvert regnestykke her er ukjent, og representert ved et bokstavsymbol « X ». Elevene må dermed ta i bruk begge ledd på hver side av likhetstegnet for å løse regnestykket, og kan derfor kalles en ligning.

5. Drøfting

I denne drøftingen vil jeg ta for meg de ulike emnene som er blitt tatt opp i analysen over, og diskutere disse i henhold til problemstillingen. Jeg vil drøfte mulige årsaker til at bøkene ser ut til å være så ulike, og eventuelt hvilken betydning fremstillingen av algebra i bøkene kan ha i forhold til elevenes algebraiske forståelse.

5.1. Læreboken som verktøy for en dypere algebraisk forståelse

Algebra er et emne som ofte blir omtalt som utfordrende og vanskelig, hvor man kan se på det som meningsløs manipulasjon av symbol (Jakobsen, 2012). Man kan derfor diskutere om det er satt av nok plass i lærebøkene til å få et godt nok grunnlag i den algebraiske forståelsen, ut fra de resultatene som er kommet frem.

Blant annet ser det ut til at de to lærebøkene har valgt veldig ulik tilnærming til emnet algebra. Når bøkene dekker dette emnet i en så ulik grad som det ser ut til i analysen, vil elevene som benytter disse to lærebøkene få varierende opplæring i algebra, hvis man ser vekk fra det læreren eventuelt vil supplere med i undervisningen. Om lærebøkene har den sterke rollen som de ser ut til å kunne ha (Hodgson et al., 2012), vil det medføre at elever kommer til ungdomsskolen med veldig ulike utgangspunkt, som dermed vil kunne skape utfordringer for videre læring og forståelse i algebra.

Slik bøkene i læreverkene er bygd opp, med tilpassing for trinn og merket a og b grunnbok, vil grunnbok 7b, i henholdsvis begge læreverkene, sannsynligvis være den siste læreboken elevene kommer til å bruke før de begynner på ungdomstrinnet. Da vil forventningen om å kunne anvende generelle symbol for å uttrykke det generelle være økende. Som vi kan se i analysen, har begge bøkene valgt å sette inn algebra som et eget kapittel, men ikke før den som antakeligvis er siste grunnbok for mellomtrinnet, grunnbok 7b, i matematikk. Analysen sier ikke noe om det er oppgaver som kan beskrives som forberedende algebra, som andre gjerne også ville kalt algebra. Det kan derfor hende det finnes algebraiske oppgaver utover dette om man har en annen oppfatning, men det er å anta at det ikke er like mye bevisst fokus på algebra i bøkene før det dukker opp her.

5.1.1. Er lærebøkene gode nok?

På bakgrunn av at Tusen millioner (2009) har så få og lite varierte oppgaver som det ser ut til, vil jeg stille meg kritisk til hvor god denne boken er for å fremme en god algebraisk forståelse. Selv om det ikke i analysen er lagt særlig vekt på algebraiske oppgaver utenfor de som oppfordrer eller krever bruk av generelle symbol, mener jeg likevel at boken har for få og for lite varierte algebraiske oppgaver i henhold til det som for mange elever vil være nødvendig. Om denne boken blir brukt som eneste, eller tilnærmet eneste ressurs til undervisning i algebra på 7. trinn, mener jeg tilnærmingen til emnet vil være smal, og kan føre til at det vil bli utfordrende å generalisere til nye situasjoner senere. Denne boken kan likevel fungere greit til blant annet mengdetrening, da det er mange oppgaver som har store likhetstrekk.

Multi (2008) har flere varierte oppgaver hvor elevene får utfordret sin evne til å generalisere, og gå fra det spesielle til det generelle ved å anvende generelle symbol. Variasjon er tidligere blitt nevnt som en nødvendighet for å skape en god algebraisk forståelse, noe denne boken ser ut til å være god på. I tillegg til at oppgavene i Multi (2008) er varierte, har de også flere oppgaver som minner om hverandre, samtidig som de har en gradvis økning i vanskelighetsgraden på oppgavene. Vi har sett at oppgavene fra Multi (2008) krever flere ulike algebraiske egenskaper og ferdigheter hos elevene. Dette kan føre til det blir enklere for elevene å videreutvikle den forståelsen de har til grunne. En svakhet ved denne boken kan være at den kanskje er mindre god på mengdetrening, noe som også er viktig når man skal lære ny kunnskap i matematikk. Her er kanskje Tusen millioner (2009) bedre på dette.

Begge de to lærebøkene har sine styrker og svakheter, men med tanke på å gi elevene en god algebraisk forståelse før ungdomstrinnet, ser det ut til at Multi (2008) har en noe bedre tilnærming til emnet sammenlignet med Tusen millioner (2009). Lærebøkene kan være et hjelpemiddel til undervisning, men skal man bruke disse bøkene i matematikkundervisningen, bør man likevel som matematikklærer stille seg kritisk til det som står i dem. Man bør ta i bruk sin faglige kunnskap, for å selv vurdere hvilken tilnærming som er best for den elevgruppen man har, for at de skal utvikle en best mulig god algebraisk forståelse. Blant annet blir det viktig at læreren har kunnskap om hvordan en kan introdusere bruken av generelle symbol, som for eksempel bokstavsymboler, på en måte som gjør at elevene ser hensikten med å bruke dem. Uten at elevene får en forståelse for hensikten med å bruke generelle symbol og å uttrykke matematikk generelt, vil det kanskje føre til at elevene går

over til å akseptere bruken av symbolene uten helt å forstå hvorfor. En slik oppfatning er ikke uvanlig (Jakobsen, 2012), og man må derfor som matematikklærer gjøre det som er nødvendig for å unngå en type forståelse som dette.

6. Avslutning

Jeg har i denne bacheloroppgaven undersøkt to ulike matematikkbøker for 7. trinn. Problemstillingen som er forsøkt belyst er: *På hvilken måte blir algebra blir fremstilt i to ulike matematikkbøker på 7.trinn, og hvordan kan dette påvirke elevenes algebraiske forståelse?* Læreverkene som ble valgt ut var Multi 7b Grunnbok (Alseth et al., 2008) og Tusen millioner 7B grunnbok (Rasch-Halvorsen & Aasen, 2009). Bøkene er blitt analysert både kvantitativ og kvalitativ gjennom en innholdsanalyse, hvor resultatene fra analysen er blitt presentert i tre ulike tabeller, i tillegg til at det er gitt eksempler på oppgaver fra de to lærebøkene. Tabellene og eksemplene er blitt analysert og senere drøftet.

6.1. Mine funn

Studien har vært inspirerende, og det har kommet frem interessante funn. Blant annet har det kommet frem at de to lærebøkene har valgt å fremstille algebra på relativt ulike måter, hvor den ene boken ser ut til å være bedre til mengdetrening, mens den andre har større og mer variert mangfold av oppgaver som jeg har definert som algebraiske oppgaver. Bøkene har begge sine styrker og svakheter, men det kan se ut til at Multi (2008) har et noe bedre utgangspunkt for å hjelpe elever mot en bedre algebraisk forståelse sammenlignet med Tusen millioner (2009). Uansett vil kanskje det viktigste poenget være å understreke er at lærebøker ikke alltid vil være gode nok på alle områder til å bli brukt som eneste ressurs til utgangspunkt for undervisning. Man bør derfor som en profesjonell yrkesutøver kjenne sitt ansvar for elevenes læring ved å stille seg kritisk til det som er i lærebøkene, og selv vurdere hva man mener er viktig for å gi elevene et best mulig faglig grunnlag.

6.2. Kritisk blikk

Der er her gjort en studie av algebraisk tenkning i to lærebøker på barnetrinnet. Ved at innholdsanalysen som er blitt gjort er basert på koding og tolkning av min forståelse av hva algebra er, vil resultatene som er kommet frem være preget av dette. Dette medfører at andre senere vil kunne gjøre en studie av samme læreverke, og få ulike resultater enn de som er kommet frem i denne oppgaven. Siden læreverkene er utgitte og trykte bøker, vil dette kunne være enkelt for andre å gjennomføre. De kan da selv gjøre seg opp en mening om hva en tenker om de to læreverkene med tanke på algebraisk tenkning.

Referanser

- Alseth, B., Nordberg, G., & Røsseland, M. (2008). *Multi 7b Grunnbok*. Oslo: Gyldendal Undervisning.
- Bergem, O. K., Kaarstein, H., & Nilsen, T. (red.). (2016). *Vi kan lykkes i realfag, Resultater og analyser fra TIMSS 2015*. Hentet fra <https://www.idunn.no/file/pdf/66911876/vi-kan-lykkes-i-realfag.pdf>
- Bergsten, C., Häggström, J., & Lindberg, L. (2009). *Algebra för alla*. Göteborg: Nämnaren Tema.
- Bratholm, B. (2001, 23. mars). *Godkjenningsordningen for lærebøker 1889- 2001, en historisk gjennomgang*. Hentet fra HVE-biblioteket: <http://www-bib.hive.no/tekster/hveskrift/notat/2001-05/not5-2001-02.html>
- Christoffersen, L., & Johnnessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. New York: Routledge.
- Fischer, T. A. (1997). *A Content Analysis of U.S. Mathematics Textbooks 1966-1996, From a special education perspective*. University of Wisconsin-Madison. Hentet fra <http://search.proquest.com/docview/304378643/previewPDF/2C9609B8C5D44D4EPQ/1?accountid=15685>
- Forvaltningsdatabasen. (2017, i.d.). *Nasjonalt læremiddelsenter*. Hentet fra <http://www.nsd.uib.no/polsys/data/forvaltning/enhet/25503>
- Grønmo, L. S., Lindquist, M., Arora, A., & Mullis, I. V. (2015). *TIMSS 2015 Mathematics Framework*. Boston: TIMSS & PIRLS International Study Center. Hentet fra https://timssandpirls.bc.edu/timss2015/downloads/T15_FW_Chap1.pdf
- Hansen, S. (2010). *Begrepsleksikon*. Oslo: GettingBetter.
- Hodgson, J., Rønning, W., & Tomlinson, P. (2012). *Sammenheng mellom undervisning og læring, En studie av læreres praksis og deres tenkning under Kunnskapsløftet, Sluttrapport* (NF-rapport nr. 4/2012). Hentet fra

http://www.nordlandsforskning.no/getfile.php/132403/Dokumenter/Rapporter/2012/Rapport_04_2012.pdf

- Jakobsen, H. Ø. (2012, 31. mai). *Derfor er algebra vanskelig*. Hentet fra <http://forskning.no/matematikk-barn-og-ungdom-skole-og-utdanning/2012/05/derfor-er-algebra-vanskelig>
- Kongelf, T. R. (2015). *Introduksjon av algebra i matematikkbøker brukt på ungdomstrinnet i Norge*. I: *Nordic Studies in Mathematics, NOMAD*, 20 (3-4). Gøteborg: Gøteborgs Universitet
- Kunnskapsdepartementet. (2013, 01. August). *Læreplan i matematikk fellesfag*. Hentet fra Utdanningsdirektoratet: <https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemaal-etter-7.-arssteget>
- Kunnskapsdepartementet. (2013, 01. august). *Læreplan i matematikk fellesfag, Hovedområde*. Hentet fra Utdanningsdirektoratet: <https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Hovedomraader>
- Kunnskapsdepartementet. (2016, 22. april). *Læreplanverket for Kunnskapsløftet*. Oslo: Utdanningsdirektoratet. Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/hvordan-er-lareplanene-bygd-opp/>
- Mason, J., Graham, A. & Johnston-Wilder, S. (2011). *Å lære algebraisk tenkning*. Bergen: Caspar Forlag.
- NOU 1995:18. (1995). *Ny lovgivning om opplæring «... og for øvrig kan man gjøre som man vil»*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/7d09fca038a04a419859a40c83103407/no/pdf/nou199519950018000dddpdfa.pdf>
- Nyeng, F. (2012). *Nøkkelbegreper i forskningsmetode og vitenskapsteori*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Ran Choi Hinna, K., A. Rinvold, R., & Stølen Gustavsen, T. (2012). *QED 1-7, Matematikk for grunnskolelærerutdanningen, Bind 1*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Rasch-Halvorsen, A., & Aasen, O. (2009). *Tusen millioner 7B Grunnbok*. Oslo: Cappelen Damm.

- Selvik, B. K., Ringvold, R., & Johnsen Høines, M. (2007). *Matematiske sammenhenger: Algebra og funksjonslære* (3. utg.). Bergen: Caspar Forlag AS.
- Skoie, H. (2015, 11. mai). *Forskning*. Hentet fra <https://snl.no/forskning>
- Skåsheim, G. (2011). *Elever og læreboken - en casestudie om læreboken sin rolle hos matematikkelever*. (Mastergradavhandling, Universitetet i Agder) Hentet fra <https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/138102/Masteroppgave%20for%20Gunhild%20Sk%C3%A5sheim.pdf?sequence=1>
- Språkrådet & Universitetet i Bergen. (2017, i.d.). Bokmålsordboka | Nynorskordboka . Hentet fra <http://ordbok.uib.no/perl/ordbok.cgi?&begge=+&OPP=1%C3%A6rebok>
- Tokheim, E. H. (2015). *En analyse av tre norske læreverk i matematikk for 1. trinn*. (Mastergradavhandling, Universitetet i Stavanger). Hentet fra <https://brage.bibsys.no/xmlui/handle/11250/299385>