Høgskulen på Vestlandet

Masteroppgave

MASIKT-OPG

Predefinert informasjon

Startdato:	27-05-2019 09:00
Sluttdato:	03-06-2019 14:00
Eksamensform:	MasIKT-opg: Masteroppgave
SIS-kode:	203 MASIKT-OPG 1 OM-1 2019 VÅR stord
Intern sensor:	Elen Johanna Instefjord
Termin:	2019 VÅR
Vurderingsform:	Norsk 6-trinns skala (A-F)

Deltaker

Navn: Hanne Næs

Kandidatnr.: 103

HVL-id: 224930@hvl.no

Informasjon fra deltaker

Tittel *: GeoGebra i overgangen mellom matematiske representasjonar

Antall ord *: 32000

Navn på veileder *: Paul-Erik Lillholm Rosenbaum

Egenerklæring *: Ja

Jeg bekrefter at jeg har registrert oppgavetittelen på norsk og engelsk i StudentWeb og vet at denne vil stå på vitnemålet mitt *: Ja

Jeg godkjenner avtalen om publisering av masteroppgaven min *

Ja

Er masteroppgaven skrevet som del av et større forskningsprosjekt ved HVL? *

Nei

Høgskulen på Vestlandet

MASTEROPPGÅVE

GeoGebra i overgangen mellom matematiske representasjonar

GeoGebra in the transition between mathematical representations

Hanne Næs

Master IKT i læring
Institutt for pedagogikk, religion og samfunnsfag
Rettleiar: Paul-Erik Lillholm Rosenbaum
03. Juni 2019

Forord

Denne masteroppgåva markere slutten på to lærerike år ved Høgskulen på Vestlandet. Gjennom oppgåva har eg undersøkt korleis GeoGebra kan vere ei støtte for elevane i overgangsprosessen. Det har vore spanande og interessant, og eg har lært mykje om matematikkdidaktikk, læring med digitale verktøy og forsking. Det har vore kjekt å kombinere både IKT og matematikkfaget.

Eg vil takka rettleiaren min Paul-Erik Rosenbaum for god rettleiing gjennom skriveprosessen, og for å heie meg fram i ei travel tid. I tillegg vil eg takka arbeidsplassen min for at eg har fått mogleik til kombinere studie og arbeid.

Eg vil òg takka skulen der eg har gjennomført forskinga mi, og ein spesiell takk til lærar- og elevinformantar som stilte opp og gjorde det heile mogleg.

Til slutt vil eg takka familien min som har stilt opp heile vegen. Både foreldre og mann som har vore støttande gjennom oppturar og nedturar i laupet av prosessen. Sjølvsagt ein takk til mine born, som ikkje naudsynt veit det sjølv, men som har vore ein motivasjon heile vegen.

Stord, juni 2019

Hanne Næs

Samandrag

Føremålet med denne masteroppgåva var å undersøke korleis GeoGebra kan støtta elevane i matematikk 2P med overgangen mellom ulike matematiske representasjonar.

Når ein driv med matematikkopplæring vil ein del av opplæringa handle om å forstå matematikkspråket. Matematikkspråket inneheld omgrep og symbol som er spesifikk for faget. I høyringa som er sendt ut kring fagfornyinga kjem det fram at eit av kjerneelementa i Matematikk 2P er *representasjonar og kommunikasjon* (Utdanningsdirektoratet, 2018). I dette kjerneelementet ligg det at elevane skal kunne omsetje mellom det matematiske symbolspråket og daglegspråket, og veksle mellom ulike representasjonar. Overgangen mellom matematiske representasjonar har vist seg å vere utfordrande for elevar.

Digitale ferdigheiter er i følgje Utdanningsdirektoratet (2017b, s. 3) ein viktig føresetnad for vidare læring. Det er òg forventa at elevane nyttar digitale verktøy til oppgåveløysing på eksamen. Eit vanleg verktøy i norsk vidaregåande skule er GeoGebra. Målet med å implementere digitale verktøy i skulen er at det skal tilføre noko meir. Det er ikkje slik at dei digitale verktøya skal krevje at elevane lærar noko meir, men at dei nyttar verktøy som ein del av fagopplæringa. GeoGebra skal difor nyttast som eit verktøy i matematikkopplæringa. Problemstillinga som er nytta er:

> *Korleis kan GeoGebra nyttast for å støtta elevane i matematikk 2P i overgangsfasen mellom matematiske representasjonsformer?*

I denne oppgåva er det nytta kasusstudie som metode, der det er gjennomført observasjon av ei undervisingsøkt i ein 2P klasse og intervju av lærar og elevar.

Ut i frå datamaterialet som kjem fram viser det seg at GeoGebra kan støtte elevane ved at dei gjer arbeidet raskare, og at dei får eit bilete på den matematiske situasjonen eller problemet. GeoGebra støttar òg elevane til å sjå samanhengen mellom matematikk og kvardagslivet, og det gjer det enklare å sjå samanhengar mellom representasjonar. Men, det krev at elevane lærer å nytta verktøyet som ei støtte i læringsprosessen.

Abstract

The purpose of this master thesis was to investigate how GeoGebra can support pupils in 2P Mathematics with the transition between different mathematical representations.

An important part when working with mathematical education is to understand the mathematical language. It contains terms and symbols which are specific for the subject. In the proposal which has been sent out regarding the renewal of different school subjects, we are told that one of the core elements in 2P Mathematics is *representations and communication* (Utdanningsdirektoratet, 2018). This core element suggests that the pupils must be able to translate between the mathematical language of symbol and everyday language, and to change between different types of representations. The transition between mathematical representations has proven to be challenging for the pupils.

Digital skills are according to Utdanningsdirektoratet (2017b, s. 3) an important prerequisite for further learning. It is also expected that the pupils use digital tools when solving assignments in exams. One common tool in Norwegian High School is GeoGebra. The aim by implementing digital tools in school is to use technology to help pupils better understand the subject. However, it is not so that the digital tools are to demand that the pupils learn more, but that they use the tools as part of their subject learning. GeoGebra is therefore to be used as a tool in mathematical education. The thesis question raised is:

How can GeoGebra be used to support pupils in 2P Mathematics in the transition between different types mathematical representations?

The method used in this thesis is a case study. There has been completed observation of one teaching session in a 2P class, and interviews of the teacher and pupils.

Based on the data material that emerges it turns out that GeoGebra can support the pupils by allowing them to work faster and help them by illustrating the mathematical situation or problem. GeoGebra also supports and enables the pupils to see the connection between Mathematics and everyday life, and that makes it easier to see connections between representations. But it demands that the pupils learn to use the tool as support in the process of learning.

Innholdsfortegnelse

1.0 Innleiing

1.1 Bakgrunn for val av studie

Når elevane startar på vidaregåande skule kan dei velja mellom ulike matematikkfag, der eit av dei er Matematikk 2P. Faget er for elevar som går studieførebuande. Av erfaring, både som tidlegare elev og no som lærar på vidaregåande, opplev eg at mange av elevane som vel dette matematikkfaget anten er elevar som har utfordringar i matematikkfaget, eller elevar som ikkje ser nytteverdien i å velja dei «vanskelege» matematikkfaga. Elevane som ikkje ser nytteverdien er ofte elevar som allereie har valt ut kva høgare utdanning dei skal inn på, og dermed veit at dei ikkje treng meir utfordrande matte for å komma inn på studiet. Føremålet med matematikk 2P er at det skal medverke til å utvikle den matematiske kompetansen som den einskilde treng (Utdanningsdirektoratet, 2006, s. 2). Opplæringa skal veksla mellom leikande, kreative, utforskande og problemløysande aktivitetar og ferdigheitstrening. Elevane skal utfordrast til å kommunisere matematikk skriftleg, munnleg og digitalt. Den digitale teknologien utviklar seg raskt, og har ein aukande innverknad på samfunnet. Det inneber at skuleelevar i dag, og framtidas skuleelevar, vil møte eit mangfald av mogleikar for bruk av digital verktøy. Den stadig aukande tilgangen på digitale ressursar, og læreplanen si vektlegging av digitale ferdigheitar, opnar for nye mogleikar, òg i matematikkfaget (Norstein & Haara, 2018, s. 5).

I følgje Utdanningsdirektoratet (2017b, s. 3) er digitale ferdigheiter ein viktig føresetnad for vidare læring og for aktiv deltaking i eit arbeidsliv og samfunn i stadig endring. Den digitale utviklinga har endra premissane for korleis ein driv matematikkundervising. Digitale ferdigheiter er difor ein naturleg del av grunnlaget for læringsarbeid både i og på tvers av faglege emne (Utdanningsdirektoratet, 2017b, s. 3). Føremålet med digitale ferdigheitar er at elevane skal lære ved hjelp av dei. Digitale ferdigheiter i matematikk inneber å nytte digitale verktøy til læring (Utdanningsdirektoratet, 2006, s. 4). I følgje høyringa som vart sendt ut kring fagfornyinga skal elevane framleis utvikle digitale ferdigheiter. Der utviklinga skal gå frå å nytte programvare og applikasjonar til å forstå matematiske omgrep og samanhengar, til stadig meir avansert bruk av programmering som hjelpemiddel (Utdanningsdirektoratet, 2018).

I 2015 kom det krav om at elevane i grunnskulen skal nytta eit program for grafteikning på eksamen (Norstein, 2018, s. 63). I 2017 skreiv Utdanningsdirektoratet at «Digitale grafteiknarar finst i mange variantar og skal brukast ved alle skriftlege eksamenskodar i matematikk frå og med våren 2015.» (Utdanningsdirektoratet, 2017a, s.13-14). I kompetansemåla til matematikk 2P er det lagt opp til at elevane skal nytte digitale verktøy i fleire av emna, og eit av føremåla med faget er at elevane skal nytte hjelpemiddel for å løyse dei matematiske problema (Utdanningsdirektoratet, 2006, s. 4). Det står ikkje noko om kva verktøy som skal nyttast, men GeoGebra er truleg det mest nytta grafteiknarprogrammet i grunnskulen (Norstein, 2018, s. 63) og eit vanleg anerkjend digitalt verktøy i vidaregåande skule.

Utdanningsdirektoratet har sendt ut høyring om kjerneelementa i matematikkfaga som skal vere ein del av den nye læreplanen. Den nye læreplanen har eit fokus på djupnelæring (NOU 2014:7, s. 10). Det skal vere færre element som er vektlagt, men ein skal gå i djupna på desse elementa. I høyringa som gjeld matematikk 2P kjem det fram at *representasjonar og kommunikasjon* er eit av kjerneelementa (Utdanningsdirektoratet, 2018). Dette kjerneelementet inneber å kunne omsetje mellom det matematiske symbolspråket og daglegspråket og veksle mellom ulike representasjonsformer (Utdanningsdirektoratet. 2018).

Når det gjeld digitale ferdigheitar knytt til dei nye kjerneelementa i matematikkfaget skal elevane nytta digitale ressursar til å løyse, forstå og vurdere matematiske samanhengar og presentere matematisk innhald (Utdanningsdirektoratet, 2018). I tillegg skal dei nytte dynamiske programvarer til å utvikla forståing kring til dømes geometri og funksjonar. Dette tyder på at GeoGebra vil halde fram med å vere eit verktøy i matematikkopplæringa.

For enkelte elevar kan overgangen mellom ulike matematiske representasjonar vere utfordrande. I nokre tilfelle kan digitale verktøy vere til hjelp ved omgjering av matematiske problem til funksjonar, matematisk språk og matematiske uttrykk. GeoGebra er eit digitalt verktøy som kan karakteriserast som ei dynamisk matematisk programvare. Yerushalmy (2006, s. 256) har forska på korleis dynamiske matematiske programvarer kan hjelpe elevane. Ho meiner at programvarene kan hjelpe elevar som synst det er utfordrande med oppgåver som krev mange utrekningar (Yerushalmy, 2006, s. 256). Slike programvarer kan gjere det enklare å løysa oppgåver som krev ein overgang mellom ulike representasjonar. Yerushalmy (2006, s. 382) skriv mellom anna at programvara var til hjelp for elevane då det fungerte som ei støtte til sjå funksjonar som matematiske objekt, og programmet vart ein del av elevane sine argument og resonnement (Yerushalmy, 2006, s. 381). Matematiske programvarer vert ofte nytta til å gi tilgang til observasjon av grafar, funksjonsuttrykk og verdiar i form av tabellar. Grafiske programvarer, som GeoGebra, vil kunne gi eit bilete av både funksjonsuttrykket, grafen og tabellen, og dermed hjelpe elevane å sjå samanhengen mellom dei ulike matematiske representasjonane (Yerushalmy, 2006, s. 385).

GeoGebra kan altså vere til hjelp slik at elevane kan tolke og forstå korleis grafen heng saman med eit funksjonsuttrykk eller eit matematisk problem. Likevel opplev eg at nokre elevar i 2P opplev utfordringar med å nytta GeoGebra som eit verktøy. For desse elevane vert GeoGebra ein del av matematikken dei skal læra seg i laupet av 2P-faget, i staden for å vere eit verktøy i matematikkopplæringa. Kva gjer at nokre elevar synst det er utfordrande å nytta GeoGebra som eit verktøy i matematikkopplæringa? For å finne ut av dette ynskjer eg å undersøkje korleis GeoGebra vert nytta for å støtte elevane i læringsprosessen. For å avgrensa oppgåva har fokuset vore på overgangen mellom ulike matematiske representasjonar.

1.2 Problemstilling

Som nemnt innleiingsvis opnar den stadig aukande tilgangen på digitale ressursar, og vektlegging av digitale ferdigheiter, for nye mogleikar i matematikkfaget (Norstein & Haara, 2018, s. 5). Høyringa som er sendt ut som viser kjerneelementa i den nye læreplanen, viser at elevane skal nytte digitale ressursar til å løyse, forstå og vurdere matematiske samanhengar og presentere matematisk innhald (Utdanningsdirektoratet, 2018). I tillegg skal dei nytte dynamiske programvarer til å utvikla forståing kring mellom anna geometri og funksjonar. Kjerneelementa peikar òg mot at forståing kring matematiske representasjonar og matematikkspråket vil vere noko av den matematiske kompetansen elevane skal oppnå i laupet av den vidaregåande skulen (Utdanningsdirektoratet, 2018). Heilt sidan år 2015 har det vore krav om at elevane i grunnskulen skal nytta eit program for grafteikning på eksamen (Norstein, 2018. s.63), der GeoGebra er det vanlegaste programmet å nytta i Noreg

Digitale verktøy i skulen og undervisinga er kome for å bli, og målet med å implementere dei digitale verktøya er mellom anna å lære (Utdanningsdirektoratet, 2016, s. 1). Å veksle mellom matematisk språk og daglegspråket har lenge vore ein del av matematikkopplæringa, og ut i frå høyringa som er sendt ut vil det halde fram med å vere ein sentral del (Utdanningsdirektoratet, 2018). Det å gjere overgangar mellom ulike matematiske representasjonar kan vere utfordrande for elevane. Korleis kan ein sikre at matematiske eigenskapar vert overført frå ei form til ei anna? Forskinga til Yerushalmy (2006, s. 385) peikar mot at grafiske programvarer vil kunne vere til hjelp for å sjå samanhengen mellom dei ulike representasjonsformene i matematikkfaget. Målet med denne masteroppgåva vert difor å undersøke korleis grafiske programvarer kan støtte elevar i overgangen mellom ulike matematiske representasjonsformer.

For å avgrensa oppgåva har eg valt å sjå på det digitale verktøyet GeoGebra. Som nemnt er dette truleg det mest nytta grafteiknarprogrammet i grunnskulen (Norstein, 2018, s. 63) og er mykje nytta i vidaregåande skule. Vidare har eg avgrensa oppgåva til å gjelda for matematikk 2P på vidaregåande skule. Problemstillinga enda difor på:

Korleis kan GeoGebra nyttast for å støtta elevane i matematikk 2P i overgangsfasen mellom matematiske representasjonsformer?

For å kunne svare på dette har eg nytta meg av to forskingsspørsmål, det eine er knytt til elevane sine opplevingar kring bruken av GeoGebra i ein overgangsfase og lyder som følgjer:

Forskingsspørsmål 1: Korleis opplev elevane at GeoGebra støttar dei i overgangen mellom ulike representasjonar?

Det andre forskingsspørsmålet er knytt til læraren si tilrettelegging for bruk av GeoGebra. For å leggje til rette krevst ofte erfaringar og det andre forskingsspørsmålet er:

Forskingsspørsmål 2: Korleis nyttar læraren eleven sine opplevingar for å legge til rette for bruk av GeoGebra?

1.3 Utforming av oppgåva

Innleiingsvis i denne masteroppgåva har eg presentert bakgrunnen for val av problemstilling. Vidare i dette kapittelet vert det presentert nokre sentrale omgrep før ein presentasjon av tidlegare forsking kring overgangsprosessen og utfordringar elevar i vidaregåande skule kan møte på knytt til denne.

I kapittel 2 *Teori* vil eg kort ta føre meg eit sosiokulturelt perspektiv på læring, der eg nemner Vygotskij sin teori om språk og medierende artefakter. Eg skriv litt om kva forventingar det er til elevane sin digitale kompetanse, og korleis ein kan nytte digitale verktøy for læring. Vidare i kapittelet tek eg føre meg det matematiske språket, matematiske representasjonar og prosessen med å veksle mellom ulike representasjonsformer.

I kapittel 3 *Metode* vert det vitskapsteoretiske perspektivet forklart før eg presenterer val av metode. Det er nytta kvalitativ metode som metode for å samle inn data. Eg skildrar korleis datainnsamlinga gjekk føre seg, og korleis analysen av datamaterialet har vore ein prosess mellom delar og heilskap.

I kapittel 4 *Presentasjon av datamateriale* vert funn frå datainnsamlinga presentert. Det vert gitt ei forklaring av kva som gjekk føre seg under observasjonen, og ein presentasjon av funn frå intervjua ved hjelp av utsegn frå intervjua med elevar og lærar.

I kapittel 5 *drøfting* vert datamaterialet drøfta i lys av tidlegare forsking og dei teoretiske perspektiva presentert i kapittel 2. Drøftinga har fokus på dei to forskingsspørsmåla eg har nytta i masteroppgåva.

Avslutningsvis følgjer ein konklusjon, og tankar kring vidare forskingsarbeid knytt til problemstillinga som er nytta.

1.4 Sentrale omgrep i oppgåva

Problemstillinga tek føre seg nokre omgrep som er sentrale for oppgåva. Desse er GeoGebra, overgangsprosess og matematiske representasjonar. I følgjande avsnitt vil det kome ei forklaring av GeoGebra. Dei andre omgrepa vil få ein kort definisjon då det vil følgja ein djupare forklaring seinare i oppgåva.

1.4.1 GeoGebra

Som nemnt innleiingsvis viser både kompetansemåla i dagens læreplan (Utdanningsdirektoratet, 2006, s. 4) og høyringa kring kjerneelementa i den nye læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2018) at digitale verktøy skal nyttast. GeoGebra er eit vanleg digital verktøy nytta i vidaregåande skule, det er difor tatt utgangspunkt i dette i denne masteroppgåva. Utviklinga av GeoGebra vart starta av Markus Hohenwarten i 2001, og på relativt kort tid har gratisprogrammet oppnådd stor utbreiing i mange land (Hinna, Rinvold & Gustavsen, 2011, s. 1042) . I 2011 var GeoGebra det mest nytta programmet for funksjonar og geometri i norsk skule (Hinna et al., 2011, s. 1042). Ei hensikt ved å nytta GeoGebra er å hjelpa elevane med å sjå koplingane mellom dei ulike matematiske emna (Hinna et al., 2011, s. 1042).

Den innleiande brukarrettleiinga til GeoGebra skildrar programmet som ei dynamisk programvare for læring og undervising på alle nivå. Programmet inneheld mellom anna funksjonar som interaktiv 2-dimensjonal og 3-dimensjonal geometri, algebra, tabell, graf og statistikk (GeoGebra, 2016). Anne Norstein (2018, s. 53) nyttar omgrepa *forsterkar* og *reorganiserar* når ho skriv om korleis digitale verktøy kan nyttast. Omgrepet *forsterkar* vert nytta som digitale verktøy som ein nyttar til å gjere utrekningar raskare og meir effektivt. Dei kan nyttast til å framstilla resultat på ein presentabel og ryddig måte (Norstein, 2018, s. 52). I denne kategorien hamnar mellom anna Computer-AlgebraSystem (CAS-verktøy) og grafteikneprogram. Dermed passar GeoGebra godt i denne kategorien, då det inneheld CAS-kalkulator og ein kan teikna grafar. Omgrepet *reorganiserar* vert nytta om digitale verktøy som kan nyttast som hjelpemiddel for å betra innsikta og forståinga i faget (Norstein , 2018, s. 52). I denne kategorien finn ein dynamiske geometriprogram, og ein kan difor finne GeoGebra i denne kategorien òg.

1.4.2 Overgangsprosess

Omgrepet overgangsprosess viser til dei kognitive aktivitetane ein gjer når ein gjer om informasjon mellom ulike matematiske representasjonar (Adu-Gyamfi, Stiff & Bossé, 2012, s.159). Det er ikkje sjølve representasjonen som vert overført, men den matematiske ideen og dei matematiske omgrepa som vert uttrykt gjennom den. Overgangsprosessen vil verte djupare omtala under punkt *2.4 Overgangsprosessen*.

1.4.3 Matematisk representasjon

Å uttrykke seg symbolsk vert ofte omtala som representasjonar av dei objekta eller omgrepa ein viser til (Skott, Hansen & Jess, 2008, s. 160). Ein representasjon er kort sagt noko som står for noko anna (Duval, 2006, s. 103). Matematiske representasjonar vil verte djupare omtala under *2.3.1 Matematiske representasjonar*.

1.5 Tidlegare forsking

For å få tilgang til tidlegare forsking har eg gjennomført ein litteraturreview, eller ein litteraturgjennomgang. Ein litteraturgjennomgang av tidlegare forsking vil vere med på å skaffa oversikt på kva forsking som manglar, eller eventuelt det trengs meir forsking kring (Krumsvik, 2014a, s. 84). I litteraturgjennomgangen har fokuset vore forsking som tar opp utfordringar og mogleikar når det gjeld overgangsprosessen i matematikk. Det har òg vore eit fokus på forsking kring det å nytte GeoGebra som eit verktøy i matematikkundervisinga. *Tabell 1.5* viser kva søkjebasar og søkjeord som i hovudsak har vorte nytta.

Tema	**Inkludert**	**Ekskludert**
Database	Oria, ERIC, Google Scholar, Idunn	Web of Science, NORART,
Tid	Forskinga 2010-2018 Fagartiklane noko eldre	Forsking utgitt før 2005
Fokus	Matematiske representasjoner, overgangsprosessen	
Type aktivitet	Forsking og fagartiklar	
Språk	Norsk og Engelsk	
Søkeord	Representasjoner, representations, matematics, overganger, translations, GeoGebra	
Metode	Kvalitativ og kvantitativ	Kort master, teori

Tabell 1.5: Oversikt over søkjeord og søkjebasar som er nytta.

Tidlegare forsking knytt til overgangen mellom ulike matematiske representasjonar og det matematiske språket peikar mot at dette kan vere utfordrande for elevane.
Steinar Thorud (2014) har i si masteroppgåve hatt fokus på korleis 1T elevar gjennomfører overgangen frå situasjon til grafisk eller algebraisk representasjon

(Thorud, 2014, s. 4). Han kjem i sitt arbeid fram til at elevar kan ha utfordringar med å tolke oppgåver som omhandlar situasjon i form av naturleg språk, og vidare at dei kan ha ulike tilnærmingar til overgangen frå situasjon til grafisk representasjon (Thorud, 2014, s. 69). Når det gjeld utfordringa knytt til det naturlege språket viser Thorud at utfordringa i stor grad er knytt til tolking av eigenskapane til polynomfunksjonen. Det kan dermed handla om å overføre matematiske eigenskapar mellom ulike representasjonar.

Hilde Lehtinen (2017) har i si masteroppgåve hatt fokus på skriving i matematikk. Ho ynskja å sjå på kva elevane skriv i matematikk 2P, og dermed få innsikt i fagspråket deira. Lehtinen (2017, s. 101) peikar på nokre utfordringar med å gjere overgangen frå funksjonsuttrykk til graf. Ho skriv at ut i frå hennar studie kan det sjå ut som om at funksjonsuttrykket har liten verdi for elevane. Dette meiner ho kan tyde på at elevane oppfattar grafen som modellen og ikkje funksjonsuttrykket, der dei nyttar funksjonsuttrykket til å teikna grafen. Ut over dette gir funksjonsuttrykket lite informasjon til elevane (Lehtinen, 2017, s. 104). Lehtinen nemner at elevane nyttar funksjonsuttrykket til å teikna ein graf i GeoGebra. Vidare seier ho at når det kan sjå ut som at elevane ser verdien av funksjonsuttrykket fordi dei då kan teikna funksjonen i GeoGebra, men at funksjonsuttrykket ut over dette gir elevane lite informasjon (Lehtinen, 2017, s. 104). Det at elevane ikkje ser samanhengen mellom funksjonsuttrykket og grafen, meiner Lehtinen kan tyde på mangelfull kunnskap hos elevane knytt til det å gå mellom ulike representasjonar. Ho peika òg på at elevane ikkje nyttar seg av mogleiken til å skrive multimodale tekstar der det vert gitt rom for det (Lethinen, 2017, s. 101). Dette meiner ho kan tyde på at elevane ikkje ser verdien av å nytte fleire representasjonar i svara sine. Thorud (2014, s.69) nemner at elevinformantane i forskinga hans ikkje nytta GeoGebra i stor grad. Det kan sjå ut som om det vert nytta i større grad av elevane i Lehtinen sitt studie, då ho nemner at elevane nyttar funksjonsuttrykket til å teikna grafar i GeoGebra (Lehtinen, 2017, s. 101). Med tanke på at ho har undersøkt elevar som har val Matematikk 2P, er det naturleg at desse elevane nyttar ei form for grafisk verktøy.

Hege A. Rislaa (2016) har gjennomført eit designestudie av eit introduksjonskurs med fokus på å lære og bruke GeoGebra i 1T matematikk i vidaregåande skule. For at GeoGebra skal verte eit verktøy i matematikkopplæringa peikar Rislaa (2016, s. 77) på at det krev at elevane lærer å bruke GeoGebra. Ho skriv mellom anna at elevane har sett at GeoGebra kan komma til å fungera som eit kognitivt verktøy for å sjå samanhengar og dermed utvikla betre matematikkforståing (Rislaa, 2016, s. 77). Rislaa har delt elevane sin nytteverdi i tre; viktigheitsverdi, eigenverdi og brukbarheitsverdi (2016, s. 71). I studiet kjem ho fram til at elevane opplevde viktigheitsverdi og eigenverdi, men ikkje naudsynt brukbarheitsverdi (Rislaa, 2016, s. 71). Viktigheitsverdi opplevde elevane i form av at dei ynskja å produsere noko bra, som dei vidare kunne vise fram til lærar og medelevar (Rislaa, 2016, s. 71). I og med at elevane viste engasjement hevdar Rislaa (2016, s. 72) at elevane opplevde ein eigenverdi. Elevane hadde vanskar med å sjå korleis GeoGebra kunne nyttast i matematikkfaget, og Rislaa hevdar difor at dei ikkje opplevde ein brukbarheitsverdi. I følgje Rislaa (2016, s. 72) kan dette henge saman med at elevane ikkje hadde erfart korleis GeoGebra kunne nyttast i faget. Ho kom òg fram til at lærarane som gjennomførte introduksjonskurset med sine elevar meiner at kurset oppfyller alle dei tre punkta i nytteverdi. Lærarane meinte at elevane kom til å sitte att med ei anna oppleving når dei hadde kome lengre i faget (Rislaa, 2016, s. 72).

Lost in translations (2012) er eit studie som undersøkjer kva steg i overgangsprosessen som kan vere utfordrande for elevane. Det kjem fram av studiet at det er tre vanlege feil som vert gjort av elevane i ein overgangsprosess (Adu-Gyamfi, Stiff & Bossé, 2012). I studiet har *Translations Verification-Model* vore nytta for å skildra overgangsprosessen. Denne tek føre seg tre prosessar ein må gjennom for å gjennomføre ein god overgangsprosess (Adu-Gyamfi *et al.*, 2012, s. 161). Dei tre prosessane er å 1: *bekrefte likeverd*, 2: *bekrefte gjennomføring* og 3: *bekrefte eigenskapar*. Sjølve *Translations Verification-Model* vil verte djupare forklart seinare i denne oppgåva under *2.4 Overgangsprosessen*. Adu-Gyamfit med fleire kjem fram til at det kan vera meir utfordrande å gå frå representasjonane tabell og graf, til symbolsk representasjon, enn det er å gå frå tabell til graf (Adu-Gyamfi *et al.*, 2012, s. 167). Det vert nemnt at årsaka kan ligge i talet på mellomrekningar ein må gjere. Ein kan gå direkte frå tabell til graft, utan å måtte gjere mellomrekningar. Men, dersom ein skal gå frå tabell eller graf til symbolsk representasjon krev dette ofte fleire mellomrekningar.

Når det gjeld å tolke og overføre dei matematiske samanhengane kjem det fram av studiet at elevane gjer flest feil når dei går frå tabell til graf eller likning (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 168). Årsaka kan ligge i tettleiken av informasjon som representasjonen gir, då det i ein tabell er fjerna all overflødig informasjon (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 167) og det kan dermed vere utfordrande å avgjere korleis ein skal overføre og representere informasjonen med ei anna representasjonsform.

Som nemnt i bakgrunnen for val av tema hevdar Yerushalmy (2006) at matematiske programvarer kan vere ei støtte for elevane, slik at dei kan sjå samanhengar mellom ulike representasjonar. Ho skriv mellom anna at programvara fungerte som ei støtte til sjå funksjonar som matematiske objekt (Yerushalmy, 2006, s. 382). Vidare skriv ho at grafiske programvarer kan gi eit bilete av både funksjonsuttrykket og graf, og dermed hjelpe elevane å sjå samanhengen mellom dei ulike matematiske representasjonane (Yerushalmy, 2006, s. 385).

Det som kjem fram i den tidlegare forskinga er mellom anna at elevar synest det er utfordrande å veksle mellom ulike matematiske representasjonsformer. Thorud (2014) viser i sitt studie til at elevane kan ha vanskar med å veksle mellom dei ulike representasjonane. Dette vert støtta av både Lehtinen (2017) og Adu-Gyamfi med fleire (2012). Lehtinen (2017, s. 103) skriv at det kan sjå ut som det er mangelfull kunnskap knytt til det å veksle mellom ulike representasjonsformer, medan Adu-Gyamfi med fleire (2012, s. 168) skriv at utfordringa kan skuldast tal på mellomrekingar. Lehtinen skriv at resultata peiker mot at det er grafen som representasjonsform som gir elevane mest informasjon, medan det trengs jobb for at dei andre formene skal få same verdi for elevane (Lehtinen, 2017, s. 103). Rislaa (2016, s. 77) hevdar at GeoGebra kan verte eit verktøy for elevane i matematikkopplæringa. Dette vert støtta av Yerushalmy (2006, s. 385) som seier at grafiske programvarer kan hjelpe elevane til å sjå samanhengar.

Vidare i oppgåva vert det teoretiske bakteppet presentert. Det tek føre seg læringsteoretisk perspektiv og teori kring bruk av digitale verktøy. Det vil òg ta føre seg teori kring det matematiske språket, matematiske representasjonar og overgangsprosessen.

2.0 Teoretisk bakteppe

For å forstå korleis barn og unge lærer og utviklar kunnskap kan ein ikkje sjå til ein enkelt læringsteori, ein må ofte sjå det frå fleire perspektiv. Dei ulike læringsteoriane vil ha ulike styrker og svakheiter ut i frå kva læringssituasjon ein finn seg i, og kva den lærande skal læra. Likevel har eg valt å nytta eit sosiokulturelt perspektiv på læring i mitt masterarbeid. I eit sosiokulturelt perspektiv på læring er det fokus på at all kognitiv og intellektuell utvikling tar utgangspunkt i samhandling og dialog med menneske. Språket vil difor vere eit viktig reiskap. Likevel vert det understreka at menneske ikkje berre approprierer språk og omgrep, men òg fysiske reiskapar (Säljö, 2016, s. 115). I oppgåva er det lagt vekt på den russiske læringsteoretikaren Lev Vygotskijs sin sosiokulturelle teori. Vygotskij sin teori tar mellom anna opp tanken om kulturelle artefaktar, og korleis desse kan verke som ei støtte i læringsprosessen (Säljö, 2016, s. 109) .

2.1 Sosiokulturelt perspektiv på læring

Samhandling gjennom kommunikasjonen er eit grunnleggjande elementet i det sosiokulturelle læringsparadigmet. Gjennom språket har individet mogleik til å uttrykke meiningar, erfaringar og tankar. Eit viktig utgangspunkt som avgjer korleis ein ser på læring. Læring og utvikling handlar på mange måtar om meistring av språket i sosial samhandling.

I eit sosiokulturelt perspektiv på læring vert det understreka at menneske ikkje berre approprierer – tar til seg – språk og omgrep, men òg fysiske reiskap (Säljö, 2016, s. 115). Å appropiere inneber at ein lærer å beherske reiskapa, og nytte dei som støtte i læringsprosessen. Teknikk og teknologi spelar ei viktig rolle som medierende reiskap for menneske si kognitive læring og utvikling. I tillegg er teknikken ein viktig del av menneske sin kunnskap. Vygotskij meinte at utviklinga oppstår gradvis i ein dialektisk prosess der individet formar og vert forma på grunnlag av intellektuelle, språklege og fysiske reiskap eller artefakter ein finn innanfor gitte historiske, kulturelle og sosiale kontekstar (Johnsen, 2012). Säljö (2016, s. 116) skildrar omgrepet hybridmenneske. Dette er ein person som lærer i samhandling med teknikk og teknologi. Kompetanse og ferdigheitar vil ikkje vere avgrensa til hjerne eller kropp. Nokon har med sin kunnskap utvikla teknikk og teknologi, som me i dag nyttar for å utvikla kognitive ferdigheitar. I dag handlar det «å lære» på mange måtar om å kunne nytte teknikk og teknologien i kvardagen for å forenkla oppgåver (Säljö, 2016, s. 116). Artefaktene inneber ofte at ein kan ta snarvegar, og spare seg for mykje arbeid. Innanfor den sosiokulturellæringsteorien seier ein at reiskap medierer, eller støttar, ei handling (Säljö, 2016, s. 108). Både språket og artefaktane vil påverke kva kunnskap ein appropierer. Menneske appropierer kunnskap og ferdigheitar som allereie er utvikla i samfunnet (Säljö, 2006, s. 69).

Vygotskij nemner ei rekkje medierende verktøy som er med på å forme korleis me forstår omgjevnadane våre (Johnsen, 2012), der eit av verktøya er språket. Bruken av språk vert av Vygotskij framheva som ein viktig del av læringa. I følgje Vygotskij (1978, s. 27) er læring av eit fagleg innhald assosiert med to ulike omgrepsmessige prosessar, danning av vitskaplege omgrep og kvardagsomgrep. Vygotskij meinte at skulen er eit middel for å læra dei vitskaplege omgrepa (Säljö, 2016, s. 121). I motsetnad til daglegdagse omgrep vert vitskaplege omgrep utvikla gjennom undervising (Johnsen, 2012). Vitskaplege, eller akademiske, omgrep skil seg frå dei kvardagslege, eller spontane omgrepa, som ein lærer i kvardagen i sosial samhandling med andre. Dei vitskaplege omgrepa er avhengig av den forklaringa, undervisinga og systematiske kunnskapsbygginga som skulen kan tilby (Säljö, 2016, s. 122).

Vygotskij hadde fokus på både fysiske, mentale og kulturelle artefakter som medierende faktor. Eit fysisk reiskap kan vere både ein analog hammar og ein digital kalkulator, medan intellektuelle reiskap er språklege og mentale bilete ein nyttar knytt til ein situasjon (Säljö, 2016, s. 109). Omgrep som *prosent* og *sirkel* kan verte betrakta som reiskap menneske nyttar når dei tenkjer, snakkar, skildrar, analyserer og kommuniserer med verda (Säljö, 2016, s. 109). Det å nytta symbol i språket meinte Vygotskij skilte menneske frå dyra (Vygotskij, 1978, s. 29). Vygotskij laga analogien mellom fysiske og mentale reiskap. Han meinte at på same måte som eit fysisk reiskap som ein hammar vil gjere jobben enklare for oss, vil mentale reiskap hjelpe oss med å utføre handlingar. Reiskap, eller artefaktar, er ei samansmelting av fysiske og mentale ressursar (Säljö, 2016, s. 109). Dette vert skildra av Vygotskij, då han seier at:

> Distinctions between tools as means of labour of mastering nature, and language as means of social intercource become dissolved in the general concept of artefacts or arteficial adaptions. (Vygotskij, 1978, s. 57)

Samansmeltinga av fysiske og mentale artefakter vert ofte kalla kulturelle artefaktar. Eit sosiokulturelt perspektiv meiner at menneske lærer, tenkjer, arbeidar, leiker og lev med støtte i artefaktane.

GeoGebra er eit døme på ein kulturell artefakt. Det er eit matematisk verktøy ein kan installere på ei datamaskin, men ein kan ikkje nytta verktøyet utan at ein forstår det matematiske språket og dei matematiske symbola ein finn i verktøyet. Kva skal til for at ein kan nytta det digitale som eit verktøy i læringsprosessen? Vidare i oppgåva vil bruk av digitale verktøy i skulen verte tatt opp.

2.2 Bruk av digitale verktøy

I denne oppgåva er omgrepet digitale verktøy nytta som eit omgrep som dekkjer all digital teknologi og digitale ressursar som vert nytta i skulearbeid, og som vert nytta som hjelpemiddel i undervising og læring. Dette gjeld til dømes verktøy som nettbrett, datamaskin, interaktive tavler, digitale læringsplattformer, ressursar på nett og ulike programvarer.

For tida held Utdanningsdirektoratet (2018) på å arbeide med fagfornyinga. Faga som tidlegare har bestått av mange kompetansemål skal no innehalde nokre kjerneelement. Målet er å sikra elevane djupare læring på tvers av faga. Til trass for ei fornying av faga vert nokre aspekt vidareført. Det skal framleis vere eit fokus på grunnleggande ferdigheiter. I høyringa som vart sendt ut oktober 2018 står det under *Matematikk fellesfag 2P* at digitale ferdigheitar handlar om

> Å nytte digitale ressursar for å løyse, forstå og vurdere matematiske problem og samanhengar, presentere matematisk innhald og kommunisere. Gjennom

> dynamiske programvarer kan elevane utvikle forståing for samanhengen mellom dei ulike delane av faget. (Utdanningsdirektoratet, 2018)

Høyringa viser at dei digitale verktøya framleis skal vere integrert i matematikkfaget, og det har sidan 2015 vore krav om at elevane nyttar digitale verktøy for å løyse enkelte av eksamensoppgåvene på del 2 i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2015).

.

For å kunne nytte digitale verktøy treng elevane ferdigheitar og kompetanse kring dei digitale verktøya. Det å vere digital vil i følgje Hildegunn Otnes (2009, s. 11) seie å ha digital kompetanse. I *Rammeverket for digitale ferdigheiter* (Utdanningsdirektoratet, 2016) vert ikkje omgrepet *digital kompetanse* nytta, i staden vert omgrepet *digitale ferdigheitar* nytta. Korleis skilje mellom omgrepa *digital kompetanse* og *digitale ferdigheitar*? Mellom anna inneber digitale ferdigheiter å innhente og behandla informasjon, vere kreativ og skapande med digitale ressursar, og å kommunisere og samhandle med andre digitale omgivnader (2017b). Det vil vidare sei at ein kan nytta digitale ressursar hensiktsmessig og forsvarleg for å løyse praktiske oppgåver. I motsetnad til Utdanningsdirektoratet har Ludvigsenutvalet valt å nytte kompetanseomgrepet og definerer dette ganske breitt. Dei skriv mellom anna at for å visa kompetanse må eleven nytta kunnskap, ferdigheitar og haldningar i samanheng (NOU 2015:8, s. 19). I Ludvigsenutvalet sin definisjon er dermed ferdigheitar ein av fleire komponentar som legg grunnlaget for kompetansen. Anusca Ferrari (2012, s.3) gjer som Ludvigsenutvalet og definerer digital kompetanse breitt. Ho skriv at

> Digital competence is the set of knowledge, skills, attitudes (thus including abilities, strategies, values and awareness) that are required when using ICT and digital media to perform tasks; solve problems; communicate; manage information; collaborate; create and share content; and build knowledge effectively, efficiently, appropriately, critically, creatively, autonomously, flexibly, ethically, reflectively for work, leisure, participation, learning, socialising, consuming, and empowerment. (Ferrari, 2012, s. 3–4)

Ut I frå denne definisjonen kan det tolkast som omgrepet digital kompetanse er komplekst, og inneber meir enn å ha tekniske ferdigheiter til å nytte digitale verktøy.

Rune Krumsvik (2009, s. 232) meiner at omgrepet digital kompetanse inneheld fleire komponentar; *reiskapskompetanse* og *fortolkingskompetanse*. I følgje han legg LK06 større vekt på reiskapskompetanse når omgrepet ferdigheitar vert nytta. Reiskapskompetanse omhandlar dei tekniske ferdigheitene som å lagre, laste ned, nytte bestemte program, osb. Han meiner òg at det er lagt for lite vekt på fortolkingskompetansen som omhandlar den faglege bruken av IKT (Krumsvik, 2009, s. 232), og som går ut over dei tekniske ferdigheitene. Marianne Hagelia (2017, s. 21) meiner at kompetanse kan lærast og utviklast, og at det dermed kjem fram gjennom handlingsmønsteret til ein person. Ho meiner òg ferdigheitar er evna til å til dømes søkje og lagre (Hagelia, 2017, s. 21). Det er ikkje enkelt å skildra skilnaden mellom digital kompetanse og digitale ferdigheitar, men ut i frå definisjonane kan det sjå ut som at digitale ferdigheitar handlar om å nytte dei digitale verktøya for å løyse oppgåver, medan digital kompetanse handlar om å nytte dei digitale verktøya kreativt i læringsarbeidet. Det er ikkje naudsynt viktig å skilja omgrepa. Det viktige vil vere at både digitale ferdigheitar og digital kompetanse vil seie noko meir enn å berre ha evne til kunne nytte digitale verktøy. I skulen vil målet mellom anna vere å nytte verktøya for å lære, og at ein implementerer dei digitale verktøya inn i handlingsmønsteret.

Dei sosiokulturelle perspektiva på læring har vore viktig for å forstå teknologien som medierande artefakt, og for å forstå korleis det kan nyttast i undervising og læring (Krumsvik, 2009, s. 229). Rune Krumsvik (2009, s. 232) skriv at ved å implementera digitale ferdigheitar som ein del av dei grunnleggjande ferdigheitene har det sett ein ny standard for IKT i skulen. Dei digitale verktøya gir elevane fleire mogleikar, og ein får mogleik til å gjere skulearbeid meir effektivt. Ritella og Hakkarainen (2012, s. 246) tek føre seg termen *instrumental genesis*. Instrumental genesis kan studerast på ulike nivå, der transformasjonen på det personlege nivået vil vere avgjerande for kompetanse ved bruk av IKT (Ritella & Hakkarainen, 2012, s. 248). Ein person er teknologisk flytande når han nyttar digitale verktøy som «intellektuelle protesar» som støttar han i personleg læring. Først etter at lærarar og elevar har utvikla ny praksis for bruk av digitale verktøy som instrument for å nå mål, vil det vere ein fordel å nytta verktøya. Gjennom prosessen med instrumental genesis vert digitale verktøy gradvis verktøy som kan nyttast automatisk og er «usynleg» i bakgrunnen (Ritella & Hakkarainen, 2012, s. 246). Dette er likevel ikkje heilt uproblematisk. Ritella og Hakkarainen (2012, s. 254) skriv at det å appropriere digitale verktøy er vanskeleg fordi det ikkje handlar om å lære seg spesifiserte eigenskapar, men krev at ein tilpassar og endrar det kognitive tankesettet.

Hildegunn Otnes skriv at det å vere digital inneber at dei digitale verktøya vert ein internalisert del av handlingsmønsteret. Målet bør vere at dei digitale verktøya vert like usynlege som blyant og skrivebok. Først når ein ikkje lenger tenkjer over at dei er der, er den heilt integrert og kan nyttast effektivt (Otnes, 2009, s. 14).

Rune Krumsvik hevdar at skulen har hatt for lite fokus på fortolkingskompetansen, til trass for at det er denne som er viktig når det gjeld den faglege bruken av dei digitale verktøya. Dei digitale verktøya skal ikkje berre vere der for å effektivisere skrivinga, eller for å gjere det enklare å innhente informasjon, men ein skal nytte dei digitale verktøya fagleg slik at dei tilfører noko meir (Krumsvik, 2009, s. 249).

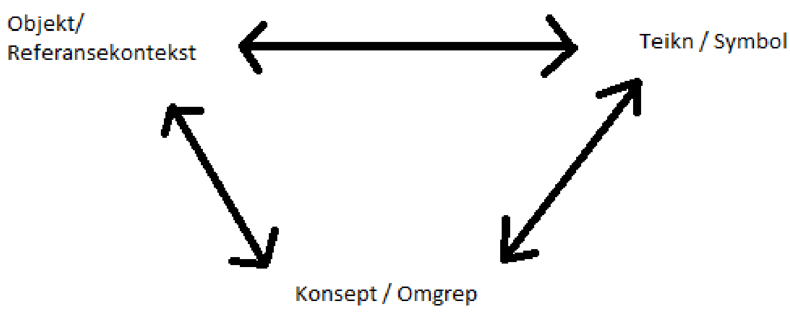
> Å fokusere på denne faglege og fagdidaktiske dimensjonen i skulen er særs viktig for læraren, slik at elevane øver opp evna til fortolkingskompetanse og kunnskapsbygging som har den faglege IKT-bruken i fokus og ikkje berre den rituelle IKT bruken. (Krumsvik, 2009, s. 248)

Krumsvik meiner at ein må ha meir fokus på å bruke dei digitale verktøya for å læra, og at ein ikkje berre lærer å bruke verktøyet. For å bruke digitale verktøy som støtte i læringsprosessen krev det at elevane har digital kompetanse, og at dei nyttar verktøya som ein internalisert del av handlingsmønsteret.

2.3 Matematikkspråket

Som tidlegare nemnt under *2.1 sosiokulturelt perspektiv på læring* har dette perspektivet fokus på meistring av språket som føresetnad for læring og utvikling. Vygotskij (1978, s. 27) påpeika to ulike omgrepsmessige prosessar, danninga av vitskapsomgrep og danninga av kvardagsomgrep. Ein del av det vitskaplege språket vil vere det matematiske språket.

Sentralt i matematikkopplæringa står dei matematiske symbola, eller det matematiske språket. Matematiske symbol vert sett på som reiskap for å skildra og kommunisera matematikk. Eit symbol er ofte eit uttrykk som ikkje berre representerer seg sjølv, men som òg representerer noko anna (Skott et al., 2008, s. 159). Til dømes er symbolet 7 ikkje berre ein teikning, men òg eit uttrykk for eit abstrakt omgrep, nemleg talet 7. Det matematiske språket inneheld mange symbol som representerer ulike abstrakte omgrep. Duval (2006, s. 103) skriv at ein representasjon er noko som står for noko anna, samstundes som han peikar på at denne definisjonen ikkje naudsynt er formell nok. For å forstå og karakterisere rolla til dei matematiske symbola må ein ta for seg dei to funksjonane symbolet har (Steinbring, 2006, s. 135); ein semiotisk funksjon og ein epistemologisk funksjon. Den semiotiske funksjonen er at symbolet står for noko anna, som til dømes at 7 står for talet 7. Medan den epistemologiske funksjonen til symbolet er kunnskapen symbolet står for, altså at talet 7 har ein bestemt verdi. Dersom det står 27 vil 2 og 7 ha ulike verdiar, og ein må ha kunnskap om plassverdisystemet. Når ein er i læringsfasen av symbol og omgrep er det ikkje naudsynt at symbola i seg sjølv har ei tyding, ein må difor skapa meininga til symbola ved å forstå både den semiotiske funksjonen og epistemologiske funksjonen. Altså, ein må forstå både kva symbolet representerer og kva kunnskap som ligg i denne representasjonen. For å illustrera samanhengen mellom det matematiske symbolet, objektet og medieringa mellom dei, kan ein nytta den epistemologiske trekanten (Figur 2. 3.1) (Steinbring, 2006, s. 135).



Figur 2.3.1: Den epistemologiske trekant (Steinbring, 2006, s. 135).

I nokre tilfelle kan symbola tolkast ulikt, dette kan vere vanleg ved introduksjon av nye matematiske symbol og omgrep. For å få matematisk forståing krev det at ein har same oppfatning av symbolet. Eit symbol kan difor tenkjast som resultatet av uttrykket og innhaldet i symbolet, i ein gitt situasjon (Skott et al., 2008, s. 160). Å uttrykke seg symbolsk vert ofte omtala som representasjonar av dei objekta eller omgrepa ein viser til. Ein funksjon kan til dømes verte representert som ein graf, ein tabell eller med kvardagsspråket. For å kunne skifte mellom dei ulike matematiske representasjonane må ein lære matematikk med forståing (Skott et al., 2008, s. 165), og ein må takle overgangen mellom dei ulike representasjonane.

2.3.1 Matematiske representasjonar

Når ein skal presentere ein funksjon finnes det fleire måtar å gjere det på. Claude Janvier (1987a s. 27-31) skil mellom fira hovudformer. Dette er tabell, graf, likning (algebraisk uttrykk eller formel) og ein situasjon (presentert munnleg eller skriftleg). Han er oppteken av kva utfordringar elevar møter når dei skal gå frå ei representasjonsform til ei anna. Eit representasjonsskifte inneber dei prosessane som er involvert når ein går i frå ei form til ei anna, til dømes frå tabell til funksjon (Janvier, 1987a, s. 27). *Tabell 2.2.1* viser ei systematisk oversikt over desse formene.

Frå Til	**Situasjon** (verbal skildring)	**Tabell**	**Graf**	**Likning** (algebraisk uttrykk)
Situasjon (verbal skildring)		Måling	Skisse	Modellering
Tabell	Avlesing		Plotting	Tilpassing
Graf	Tolking	Avlesing		Tilpassing av kurv
Likning (algebraisk uttrykk)	Attkjenning	Utrekning	Skisse	

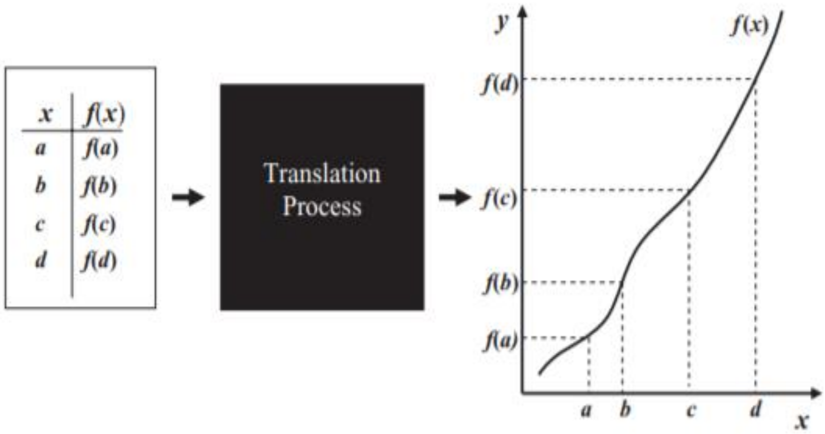
Tabell 2.2.1 Overgang mellom ulike måtar funksjonar kan framstillast på (Janvier, 1987a, s. 28).

For å forstå matematikkfaget er det viktig å meistre matematikkspråket (Skotte et al, 2008, s. 159). Ein del av det matematiske språket vil vere å tolke ulike representasjonar, og gjennomføre overgangar mellom representasjonsformer. Omgrepet representasjon kan definerast som noko som står for noko anna, men denne definisjonen kan fort verte upresis (Duval, 2006, s. 103). Janvier (1987b, s. 68) seier at "A representation may be a combination of something written on paper, something existing in the form of physical objects and a carefully constructed arrangement of idea in one`s mind". Duval (2006, s. 104) har vist til Piaget si skildring av representasjonar der han seier «representations can be individuals´ beliefs, conceptions or misconceptions to which one gets access to through the individuals´ verbal or schematic productions». Det tyder på at representasjonar kan vere synonymt med tankar, forståing eller misoppfatningar hos eit individ. Duval (2006, s.104) legg til at representasjonar òg kan vere teikn og tilknytingar som er framstilt i følgje reglar, som gjer det mogleg å skildra eit system, ei mengd fenomen eller ein prosess. Dei semiotiske representasjonane verkar ikkje berre for å kommunisere nokre spesielle mentale representasjonar, men òg som verktøy for å produsere ny kunnskap (Duval, 2006, s. 104). Ein representasjon er altså noko som skildrar noko meir, og det vil vere viktig at ein forstår kva representasjonen skildrar.

Det å sjå samanhengar mellom representasjonar inneber meir enn å omsetje mellom dei. Det handlar òg om å kjenna att eigenskapar og karakteristikkar av dei matematiske eigenskapane på tvers av representasjonane. Det vil òg vere viktig at elevane forstår det matematiske språket, og at ein sikrar at ein held på det matematiske innhaldet når ein gjer overgangar mellom dei ulike representasjonane. Janvier (1987a, s. 27) meiner at nokre av desse omsetjingane går direkte, medan andre går indirekte. Korleis desse omsetjingane vert gjort kan skildrast som ein overgangsprosess.

2.4 Overgangsprosessen

Omgrepa overgang og overgangsprosess viser til dei kognitive aktivitetane som ligg i det å gjere om informasjon frå ein matematisk representasjon til ein anna (Adu-Gyamfi et al., 2012, s.159). Det er ikkje snakk om at sjølve representasjonen vert overført, men den matematiske ideen og dei matematiske omgrepa som vert uttrykt gjennom den. Ein

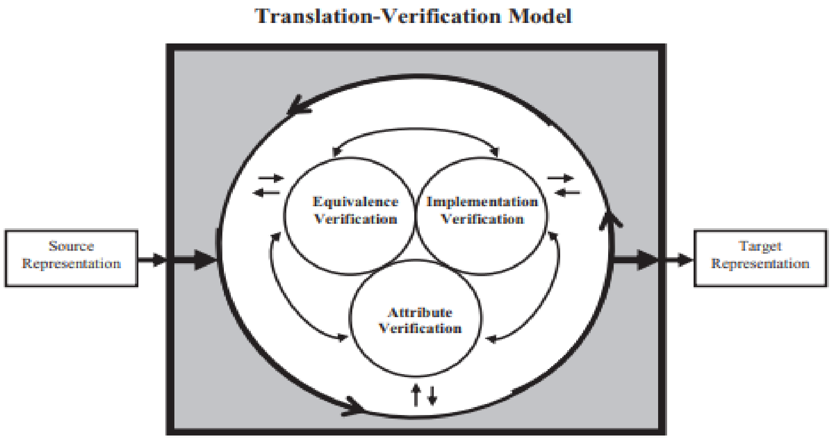


overgang vil difor alltid involvera to representasjonar, ein gitt representasjon som ein har som utgangspunkt (start-representasjon) og ein avsluttande representasjon (mål-representasjon) som er målet med overgangen.

Figur 2.4.1: Overgangsprosessen, tidlegare skildra som den «svarte boksen» (Adu-Gyamfit *et al*., 2012, s. 160).

Eit døme på ein slik prosess kan vere å transformere ein funksjon uttrykt gjennom ein tabell til ein algebraisk representasjon. I følgje Adu-Gyamfi med fleire (2012, s.159) har tidlegare forsking berre gitt eit lite bilete av slike overgangsprosessar. Overgangsprosessen har tidlegare vorte omtalt som «ein svart boks» (Figur 2.4.1), der ein veit lite om kva som går føre seg. Elevar vil òg ha ulike evner og føresetnader for å transformere informasjon mellom representasjonane.

Dermed vart *Translation-Verification Model* (TV-Modellen) (Figur 2.4.2) utvikla for å kunne forklara elevane sine handlingar knytt til overgangen frå ein matematisk representasjon til ein anna.



Figur 2.4.2: Translation-Verification Model (Adu-Gyamfit et al., 2012, s. 161).

TV-modellen lagar eit bilete av kva som går føre seg når ein gjennomfører ein overgang mellom ulike representasjonar. Det er viktig å kunne avgjere om overgangen frå ein representasjon er vanskelegare enn frå andre representasjonar (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 167). Teorien bak TV-Modellen består av dei tre sentrale omgrepa; Equivalence Verification (bekrefte likeverdigheit), Implementation Verification (bekrefte gjennomføring) og Attribud Verification (bekrefte eigenskapar).

Bekrefte gjennomføringa

Å bekrefte gjennomføringa handlar om å gå gjennom framgangsmåten steg for steg. I denne delen av overgangsprosessen skal ein sikra at algoritmen eller prosedyrane ein har gjort for å gå frå start-representasjonen til mål-representasjonen er gjennomført rett. Algoritmar er ofte innøvde prosedyrar, og i følgje Adu-Gyamfit med fleire (2012, s. 161) er det ikkje alltid ein gir prosedyrane merksemd når ein gjennomfører dei. For å sikra at dei matematiske ideane og elementa er overført frå start-representasjonen til mål-representasjonen treng ein difor å gjennomgå stega.

Bekrefte eigenskapar

Det held ikkje å sikra at gjennomføringa av prosedyrar og algoritmar er rett for å sikra at ein har gjennomført og forstått overgangen. Studie viser at elevar kan gjennomføre overgangen frå tabell til graf korrekt utan at dei naudsynt forstår kva dei har gjort (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 161). Det er viktig at elevane klarer å forstå og identifisere eigenskapane til begge representasjonane. Når ein bekreftar eigenskapar vil ein difor sjå på start-representasjonen frå mål-representasjonen sine «auger» (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 162), for å sikra at eigenskapane er overført. Dersom ein plottar inn punkt frå ein tabell, må ein til dømes sikra at stigninga og vekstfart samsvarer. Ein må altså vere klar over korleis en representerer vekstfarten i eit algebraisk funksjonsuttrykk.

Bekrefte likeverdigheit

Til slutt i TV-Modellen må ein bekrefte likeverdigheita, altså at både start-representasjonen og mål-representasjonen inneheld den same informasjonen. Ein må kontrollere at alle matematiske eigenskapar er bevart i begge representasjonane. Det kan vere vanskeleg å sjå skilnaden på det å bekrefte eigenskapar og det å bekrefte likeverd.

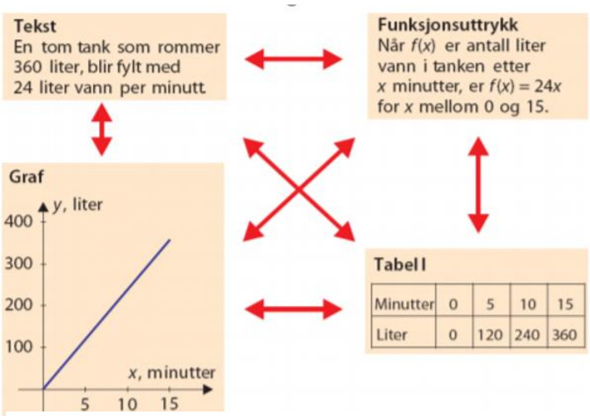
Skilnaden er likevel der ved at når ein bekreftar eigenskapane sikrar ein at omgrepa i start-representasjonen er transformert korrekt til mål-representasjonen, medan det å bekrefte likeverdigheit handlar om å bekrefte at strukturen og omgrepa som ikkje eksplisitt er gitt i start-representasjonen likevel er bevart i mål-representasjonen (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 163).

Dei tre omgrepa i TV-Modellen vil alltid henge saman. I følgje Adu-Gyamfit med fleire (2012, s. 161) spelar det ikkje noko rolle i kva rekkjefølgje dei tre prosessane er gjennomførte. Til trass for at det er mogleg å gjennomføre overgangar utan å vere merksam på desse handlingane, er det viktig å bekrefte dei for å unngå feil i overgangen mellom representasjonane (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 161).

Både Adu-Gyamfit med fleire (2012, s. 163) og Janvier (1987a, s.27) peikar på at det er to representasjonsformer som er involvert når ein skal gjennomføre ein direkte og «korrekt» overgang. Det vil innebere eit skifte frå ei form til ei anna, der målet er å bevare og sikre det matematiske innhaldet. Likevel vel mange elevar ein meir indirekte prosess, der dei går via ein ekstra representasjon for å nå mål-representasjonen (Janvier, 1987a, s.27).

2.5 Samanfatting av det teoretiske perspektivet

Matematikkspråket er eit viktig grunnlag for å lære matematikk, og det betyr at ein må lære å gjere overgangar mellom ulike matematiske representasjonar. Vygotskij (1978, s. 27) hevda at læring av fagleg innhald er assosiert med to ulike prosessar, der ein av dei inneber å lære vitskaplege omgrep. Det matematiske språket består av symbol. Å uttrykkje seg symbolsk kan seie å nytta ulike representasjonar av objekta eller omgrepa ein refererer til, der symbolet er eit resultat av uttrykk og innhald i det (Skott et al., 2008, s. 160). For å forstå og lære dei matematiske symbola må ein forstå dei to ulike



Figur 2.5.1: Ulike matematiske representasjonar.

funksjonane til symbolet (Steinbring, 2006, s. 135); ein semiotisk funksjon og ein epistemologisk funksjon. Det handlar om å forstå både kva symbola står for, og kva kunnskap som ligg i dei.

Figur 2.5.1 viser ulike matematiske representasjonar, og korleis det kan sjå ut når ein har gjort ein overgang mellom dei. Figuren viser at mengda av ord, omgrep og symbol er avhengig av representasjonen. Språket er viktig for læring, og i matematikkfaget betyr det òg at ein må lære matematikkspråket.

Figuren viser òg at nokre av representasjonane er laga ved hjelp av digitale verktøy. Dei digitale verktøya kan vere ein artefakt som støttar elevar i læringsprosessen, men dei kan vere utfordrande å appropriere (Ritella & Hakkarainen, 2012, s. 254). Omgrepet overgangsprosess handlar om dei kognitive aktivitetane som ligg i det å overføre informasjon frå ei matematisk representasjonform til ei anna (Adu-Gyamfi, Stiff & Bossé, 2012, s.159), og forstå koplinga mellom dei. Ei hensikt med å nytta GeoGebra er å hjelpe elevane å sjå matematiske koplingar (Hinna et al., 2011, s. 1042), og digitale verktøy kan nyttast for å betra innsikta og forståinga i faget (Norstein , 2018, s. 52).

Dei semiotiske representasjonane verkar ikkje berre for å kommunisere mentale representasjonar, men òg som verktøy for å produsere ny kunnskap (Duval, 2006, s. 104). Ut i frå den teorien som er presentert kan GeoGebra hjelpe elevane til å gjere koplingar mellom matematiske representasjonar, og dermed auka innsikt og forståing i faget. Men, det krev at ein tilpassar og endrar sitt kognitive tankesett (Ritella & Hakkarainen, 2012, s. 254). Ved å fokusere på den faglege og fagdidaktiske bruken av digitale verktøy vil elevane øve opp evna til fortolkingskompetanse og kunnskapsbygging (Krumsvik, 2009, s. 248). Dette kan vere ein del av det å arbeide mot instrumental genesis, der verktøya gradvis kan nyttast automatisk (Ritella & Hakkarainen, 2012, s. 246). Når dei digitale verktøya nyttast automatisk utan at ein merkar at dei er der, kan ein seie at dei er integrert og kan nyttast effektivt (Otnes, 2009, s. 14).

3.0 Metode

Målet med studiet er å finne ut korleis GeoGebra kan nyttast for å støtte 2P elevar i overgangen mellom matematiske representasjonar. For å kunne svare på dette er kasusstudie nytta som vitskapleg metode. I dette kapittelet vert vitskapsteoretisk perspektiv presentert, og det vert grunngitt val av metode. Deretter vert det forklart korleis datainnsamlinga har gått føre seg, og kva val som ligg til grunn. Til slutt i kapittelet vert reliabiliteten og validiteten drøfta, og forskingsetiske omsyn vert kommentert.

3.1 Vitskapsteoretisk perspektiv

Målet med samfunnsvitskapleg forsking er å bidra til kunnskap om korleis røynda ser ut (Johannessen, Christoffersen & Tufte, 2016, s. 25). Ei utfordring knytt til samfunnsvitskaplege forskingsmetodar er å skape meining og fortolking. Medan naturvitskapleg forsking ofte kan få eit resultat der ein kan stadfeste eller avkrefte ei hypotese, må samfunnsvitskaplege forskarar fortolke handling, tekst, symbol og liknande (Grimen, 2004, s. 193). Samfunnsvitskaplege metodar vil i større grad vere open for ulike fortolkingar, og det ville kunne kritiserast om forskaren har vore objektiv eller ikkje. Harald Grimen (2004, s. 194) skriv at «En måte å definere objektivitet på, er denne: En beskrivelse er objektiv hvis den reflekterer saksforhold i verden slik de er, og ikke perspektivet eller interessene til den som har laget beskrivelsen». For at det skal vere ei objektiv skildring må forskaren vere bevisst på å skildre verda slik den verkeleg er, og ikkje slik ein person opplev verda. I denne masteroppgåva er kasusstudie nytta som forskingsmetode, der både observasjon og intervju er nytta som metode for å samle inn data. Dette er kvalitative forskingsmetodar. Kvalitative forskarar vil nærme seg si forsking med utgangspunkt i eit verdssyn eller eit paradigme (Postholm, 2010, s. 33). Det betyr at ein som forskar har med seg eit vitskapsteoretisk perspektiv og eit syn på verda som styrer eller rettleiar forskinga. Dette krev at forskaren er klar over, og gir uttrykk for sine forkunnskap og forforståing, slik at ein kan gi ei best mogleg skildring av røynda. I tillegg vil lesaren sjølv kunne avgjere i kva grad forskaren er farga av eigne meiningar.

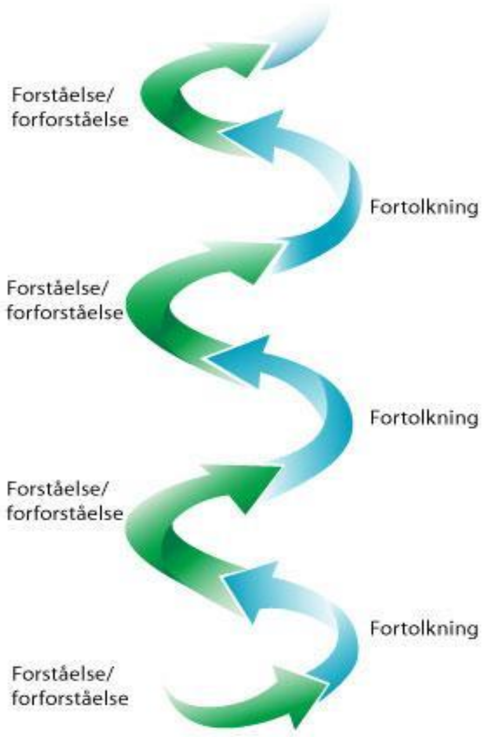
3.1.1 Hermeneutikk

Med bakgrunn i val av forskingsmetode, forståing og fortolking av datamaterialet som skal samlast inn i dette studiet er det naturleg å trekke inn hermeneutikk og den hermeneutiske sirkel. I årevis har den hermeneutiske tradisjon prøvd å forstå den skiftande fortolkinga av tekstar (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 236). Hermeneutikken handlar om tolking av heilskap og delar, forståing og forforståing. Den kritikken samfunnsvitskapen, og særleg kvalitative metodar, kan møte er om det er forskaren sine meiningar eller den verkelege røynda som vert presentert (Grimen, 2004, s. 193). Hermeneutikken legg til rette for at forskaren som tolkar datamaterialet vil ha ei forforståing han kjem inn med, og dermed ikkje naudsynt vil vere heilt objektiv. Hermeneutikken legg i tillegg til rette for at tolkinga vil gå føre seg over tid, og at den kan endre seg.

Dei hermeneutiske prinsippa har som føremål å sikre gyldige fortolkingar av ulike tekstar (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 238). Postholm (2010, s. 19) skriv at Wilhelm Dilthey argumenterte for at metodar innanfor sosialvitskapen skulle vere hermeneutiske. Mellom anna innebar det at forskaren skulle prøve å oppdaga og legge fram folk sine meiningar ved å studere språket eller talen til forskingsobjektet. Når ein omformar data til skrifteleg materiale kan dette oppfattast som tekst (Postholm, 2010, s. 99). Det betyr at både transkripsjon av intervju og observasjonsnotat kan analyserast og tolkast som eit skriftleg materiale .

3.1.2 Den hermeneutiske sirkel

Det første hermeneutiske fortolkingsprinsippet omhandlar den kontinuerlege fram – og tilbake prosessen mellom delar og heilskap (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 237). Ofte kan intuitive og uklare forståingar av heilskapen vere utgangspunktet for forståing av teksten som heilskap. Dette fører til at teksten sine ulike deler vert fortolka. Vidare vert fortolking av delane sett saman på ny, i relasjon til heilskapen. Det vert dermed ein kontinuerleg prosess der ein stadig vekk vekslar mellom å tolke delar og heilskapen. *Figur 3.1.2* viser korleis prosessen vekslar mellom forståing/forforståing og fortolking. Den hermeneutiske tradisjonen betraktar denne sirkelen som ein spiral som opnar for djupare forståing av meiningane (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 237). Den hermeneutiske prosessen kan dermed sjåast på som ein dialog mellom tekst og forskar, forståing og forforståing, og mellom delar og heilskap (Alvesson & Sköldberg, 2009, s. 101).



Figur 3.1.2: Den hermeneutiske spiral (Sander, 2018).

Vidare går eit av fortolkingsprinsippa i hermeneutikken ut på at meiningsfortolkinga først tar slutt når ein har nådd fram til ei indre eining i teksten, som ikkje inneheld logiske motseiingar (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 237).

Eit anna fortolkingsprinsipp går ut på at kvar fortolking har rom for fornying og kreativitet. Det vil bety at tolkingar av datamateriale i denne masteroppgåva kan tolkast ulikt, alt etter kven som les det. Ved å jobbe kontinuerleg med fram- og tilbak blikk på både delar og heilskap meiner eg at det kan vere mogleg å gi eit innblikk i korleis GeoGebra vert nytta som støtte i overgangen mellom ulike representasjonar.

3.2 Grunngjeving for val av metode

Problemstillinga knytt til dette studiet er: *Korleis kan GeoGebra nyttast for å støtta elevane i matematikk 2P i overgangsfasen mellom matematiske representasjonsformer?* Føremålet med undersøkinga er ofte med på å styre val av metode (Olsson, Sörensen & Bureid, 2003, s. 42). Målet med denne masteroppgåva er ikkje å generalisere, men å gi eit innblikk i korleis GeoGebra kan nyttast som støtte i overgangsprosessen. Eg meiner difor det er hensiktsmessig å nytte kvalitativ metode for innsamling av datamaterialet.

Medan kvantitativ metode ofte skildrar kvantiteten uttrykt i tal, vil kvalitativ forsking skildra kvaliteten i form av ord (Olsson et al., 2003, s. 42). Kvalitative metodar vil gå i djupna, og resultatet vil ofte vere knytt til eit tidspunkt, fenomen eller miljø.

Som tidlegare nemnt er det nytta to forskingsspørsmål som hjelp til å svare på oppgåva si problemstilling.

Forskingsspørsmål 1*: Korleis opplev elevane at GeoGebra støttar dei i overgangen mellom ulike representasjonar?*

Forskingsspørsmål 2: *Korleis nyttar læraren eleven sine opplevingar for å legge til rette for bruk av GeoGebra?*

Både problemstillinga og forskingsspørsmåla har vore med på å styra val av metode. Det er eit ynskje om å studere bruken av eit bestemt digitalt verktøy i ein bestemt setting. Det vart difor naturleg å nytta kasusstudie som metode i denne masteroppgåva.

Etter å ha valt kasusstudie som metode, vart det naudsynt å velja metode for datainnsamling. Forskingsspørsmål 1 tek føre seg elevane sine opplevingar kring bruken av GeoGebra. Det vart difor naudsynt å samla inn data kring elevane sine opplevingar, og det vart naturleg å gjennomføre intervju av elevar. Forskingsspørsmål 2 tek føre seg læraren si planlegging for bruk av GeoGebra. Det vart difor gjennomført ein observasjon av ei undervisingsøkt, og det vart gjennomført intervju av læraren.

3.3 Kasusstudie

Eit kasusstudie vil gi detaljerte skildringar av det som vert studert (Postholm, 2010, s. 50). I denne oppgåva vil det handle om å studere korleis bruken av GeoGebra kan støtte elevane i matematikk 2P klasserommet. Kasusstudie handlar om nettopp det å utforske handlingar i kvardagslivet (Postholm, 2010, s. 51). Under planlegginga av forskingsarbeidet vurderte eg om eg burde nytte fenomenologi, der GeoGebra som støtte ville vore fenomenet. Fenomenologi har tradisjonelt vore forsking der ein nyttar informantar som har opplevingar og erfaringar knytt til det same fenomenet (Postholm, 2010, s. 159). Informantane treng ikkje naudsynt ha opplevingar og erfaringar knytt til fenomenet i ein bestemt kontekst, men dei må alle ha opplevingar kring fenomenet. For dette studiet er det viktig at bruken av GeoGebra er knytt til ein bestemt kontekst, og at alle informantane nyttar GeoGebra i denne konteksten. Problemstillinga er knytt til GeoGebra som støtte i matematikk 2P-faget, og dermed spelar konteksten her ei viktig rolle. Valet landa difor på å nytte kasusstudie som forskingsmetode. Er ein usikker på om ein bør velje kasusstudie seier Yin (2006, s. 121) «The more that your question is descriptive or explanatory, the more that the case study method will be relevant.”. Målet med denne masteroppgåva er å undersøkje og skildre korleis GeoGebra kan nyttast som støtte i overgangsfasen mellom ulike matematiske representasjonsformer. Spørsmålet i formuleringa er dermed deskriptiv. Sidan 2P-klasserommet først og fremst vert studert for å forstå akkurat dette klasserommet som eit kasus (Stake, 1995, s. 3-4), har det vore hensiktsmessig å nytta kasusstudie som forskingsmetode.

Når metodevalet var bestemt var det fleire designstrategiar å velja mellom. Ein kan til dømes velje mellom enkeltcasestudie og fleircasestudie (Johannessen et al., 2016, s. 206). Når ein undersøkjer eit enkelt tilfelle, til dømes ein klasse, ein person eller ein organisasjon, vert det kalla eit enkelcasestudie. I fleircasestudie er det ofte ein hovudcase som vert samanlikna med andre liknande caser (Johannessen et al., 2016, s. 206). I tillegg til å velje mellom enkel- og fleircasestudie må ein velje mellom å nytte ein eller fleire analyseeiningar. Ein forskar som til dømes studerer ein organisasjon, og ser på organisasjonen som heilheit samt på divisjonar, avdelingar og grupper av individ, vil nytte seg av fleire analyseeiningar (Johannessen et al., 2016, s. 207).

I dette studiet har valet landa på ein enkeltcasestudie der det vart nytta fleire analyseeiningar. 2P klassen vert studert som heilskap, samstundes som det vert gjennomført intervju av elevar og lærar. Johannessen med fleire (2016) seier at «Enkeltcasedesign er hensiktsmessig hvis casen representerer et kritisk, ekstremt eller unikt tilfelle og der casen kan avdekke viktige fenomener, hendelser eller situasjoner» (Johannessen et al, 2016, s. 207). Ved å hente informasjon frå fleire analyseeiningar kan ein enklare sjå om det er eit mønster som går føre seg i konteksten, og ikkje berre ei enkelt oppleving av fenomenet frå ein informant. Målet er dermed å avdekkje situasjonar der GeoGebra kan nyttast som støtte i overgangen mellom ulike representasjonar.

Eit siste perspektiv å ha fokus på når ein har valt kasusstudie som metode var viktigheita av å skilje mellom analyseeining og datainnsamlingseining. Dette treng ikkje naudsynt vere det same. Datainnsamslingseininga kan vere eit enkelt individ, medan analyseeininga kan vere ei gruppe menneske. Analyseeininga i dette tilfellet har vore elevane, medan datainnsamlingseininga mi var tre grupper med elevar, der det var to elevar i kvar gruppe. Når det gjeld læraren, så var datainnsamlingseininga og analyseeininga den same, då det berre er ein lærar som underviser denne elevgruppa i matematikk 2P.

3.3.1 Utval

Utvalet består av ein 2P-klasse i vidaregåande skule, læraren i matematikk 2P og seks elevar. Observasjonen vil vere av heile klassen, medan det er sju informantar som vert intervjua. På bakgrunn av problemstilling og forskingsspørsmål var det naudsynt at datamaterialet vart samla i ein klasse med lærarar og elevar frå 2.klasse i vidaregåande skule. Det var òg naudsynt at skulen nytta GeoGebra som ein del av matematikkundervisinga.

Valet av vidaregåande skule kom på bakgrunn av geografi og kjennskap, men det var eit krav at lærarar og elevar ved den vidaregåande skulen nytta GeoGebra og at skulen tilbydde faget matematikk 2P. Det vart først sendt ein førespurnad til rektoren ved skulen (Vedlegg 4), og eg fekk tillating til å gjennomføre studiet. Deretter kontakta eg ein lærar som sa seg villig til å ha meg med i klassen for observasjon og som var villig til å la seg verte intervjua. Læraren vart kontakta på bakgrunn av at han underviste i matematikk 2P, då dette var eit kriterium for å kunne delta i forskinga. Eit anna kriterium var at læraren nytta GeoGebra i undervisinga. Elevane fekk førespurnad om å delta i gruppeintervju, der det var to elevar i kvar gruppe. Det var krav om at elevane deltok i 2P-klassen som læraren underviste i, og at dei nytta GeoGebra som ein del av matematikkopplæringa. Alle elevane i 2P-klassen fekk tilbod om å delta i undervisinga, og det var seks elevar som meldte seg frivillig. Desse vart dermed informantane i studie. Både lærar og elevar skreiv under på at dei hadde motteke informasjon om studie og at deltakinga var frivillig (Vedlegg 5 og Vedlegg 6).

3.4 Metode for datainnsamling

For å samle inn data vart det først gjennomført ein deltakande observasjon. I etterkant av observasjonen gjennomførte eg tre semistrukturerte gruppeintervju med elevar, der kvar gruppe bestod av to elevar. Elevane vart etter observasjonsøkta oppmoda til å delta i studiet, der det var sek elevar som meldte seg frivillig til å delta i intervjua. Elevane valte sjølv ut kven dei skulle intervjuast saman med. Dette var for at elevane skulle vere så trygge som mogleg. Til slutt gjennomførte eg eit semistrukturert intervju med læraren.

3.4.1 Observasjon

Observasjon kan eigne seg godt for å få innsyn i kva læraren gjer i klasserommet for å legge til rette for bruk av GeoGebra, då observasjon vil gi detaljerte skildringar av kva som skjer (Johannessen et al., 2016, s. 129). I følgje Postholm (2010, s. 56) er observasjon den metoden som er mest nytta saman med andre former for datainnsamling. I dette studie er observasjon nytta for å få innsyn i dagleglivet til elevar og lærar i 2P-klasserommet. Observasjonen har vore med på å utvikle spørsmål eg gjerne vil ha svar på, og det skapar dermed ein interaksjon mellom observasjonane på den eine sida og intervjua på den andre (Postholm, 2010, s. 64). I tillegg kan observasjonane gi innsyn i om det elevane og lærarane gir uttrykk for i intervjua stemmer overeins med observasjonane gjort i klasserommet.

Det var viktig for meg å vere bevisst på kva rolle eg hadde som observatør. Både Postholm (2010, s. 67) og Johannessen med fleire (2016, s. 132) påpeikar viktigheita av at ein med medvit vel ei observatør-rolle. Eg valde ei rolle som deltakande observatør. Ei slik rolle er nyttig for å studere hendingar og prosessar som går føre seg over kort tid (Johannessen et al., 2016, s. 134). Som deltakande observatør vert ein, ein del av klasserommet og både lærarar og elevar vert klar over at ein er der. Denne observatør-rolla gav mogleik til å stilla spørsmål dersom det var ynskjeleg. I forkant av observasjonen hadde eg plukka ut nokre fokusområde eg ynskja å observere.

3.4.2 Intervju

I denne forskinga er det nytta to forskingsspørsmål for å hjelpe å svare på problemstillinga. Det første spørsmålet omfattar elevane, og handlar om korleis elevane opplev at GeoGebra støttar dei i overgangen mellom ulike representasjonar. Det andre spørsmålet omfattar læraren, og korleis han legg til rette for at elevane skal kunne nytte GeoGebra som støtte i overgangsfasen. For å kunne svare på dette vart det gjennomført intervju med seks elevar. Eit intervju er ein samtale med eit bestemt føremål (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 22). I dette tilfelle var hensikta å få svar på problemstillinga. Det var eit ynskje om innsyn i kva opplevingar 2P-elevar har knytt til bruken av GeoGebra som støtte (Brinkmann & Tanggaard, 2012, s. 19).

I forkant av intervju må det gjerast val mellom ulike strategiar for korleis ein ynskjer å gjennomføre forskingsintervjua, og i kva grad ein skal halde seg til intervjuguide og dei planlagde spørsmåla. I og med at det skulle gjennomførast intervju med både lærar og elevar, der informantane vil ha ulike meiningar og opplevingar kring problemstillinga, vart det naturleg å velje *semistrukturert intervju* (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 79). Det semistrukturerte intervjuet har mykje til felles med det Postholm kallar *det halvplanlagte, uformelle intervjuet* (Postholm, 2010, s. 72). Intervju som fell under denne kategorien vil ha har nokre planlagde spørsmål, men samstundes gi rom for at både informantar og intervjuar kan ta opp andre områder som er relevant for problemstillinga (Postholm, 2010, s. 72). Ved å velje strategien legg ein til rette for oppfølgingsspørsmål. Ynskje var å få eit djupare innsyn i informanten sine opplevingar og meiningar kring problemstillinga. Eit semistrukturert intervju vil òg vere med på å skape eit jamnare styrkeforhold mellom intervjuar og informantar (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 79).

Som nemnt vart det gjennomførte tre gruppeintervju med elevar, der kvar gruppe bestod av to elevar. Vanlegvis består ei fokusgruppe av seks til ti personar, der intervjua vert leia av ein moderator (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 179). Målet med eit fokusgruppeintervju er å få fram ulike synspunkt knytt til forskingsområdet eller problemstillinga. I og med at gruppene bestod av få elevar vil ein ikkje få fram like mange ulike perspektiv, men i dette tilfellet var ikkje det hensikta med å gjennomføre denne typen intervju. Det var eit ynskje å trygga elevane, då nokre menneske har enklare for å delta i diskusjonar med andre enn å sitja åleine med ein intervjuar (Johannessen et al., 2016, s. 147). I tillegg var det ein tanke om at det kunne skapa ein dialog der elevane kunne hjelpe kvarandre med å få fram tankar og meiningar. Intervjuet med læraren gjekk føre seg som eit ein-til ein-intervju. Slike intervju vert vanlegvis nytta når ein ynskjer fyldige og detaljerte skildringar av informantane sine forståingar, følelsar, erfaringar, meiningar og refleksjonar kring eit fenomen (Johannessen et al., 2016, s. 146).

3.5 Gjennomføring av datainnsamling

3.5.1 Gjennomføring av observasjon

Som nemnt vert observasjonane nytta inn i intervjua, og observasjonen var difor gjort i forkant. Observasjonen vart gjennomført i laupet av ei matematikkøkt på 70 minutt. Medan læraren underviste noterte eg kva representasjonar han nemnte, og om det eventuelt vart gjort ein overgang mellom representasjonar. Eg noterte i kva høve læraren sjølv nytta GeoGebra, og i kva høve han oppmoda elevane til å nytta GeoGebra. Deretter observerte eg elevane då dei arbeida med oppgåvene læraren hadde gitt dei. Igjen noterte eg mine observasjonar knytt til dei ulike representasjonane og korleis elevane bevegde seg mellom dei, og eventuelle utfordringar knytt til overgangsprosessen.

3.5.2 Gjennomføring av intervju

Eg starta med å gjennomføre fokusgruppeintervju med elevane. Intervjua vart gjennomført om lag ei veke etter observasjonen. I forkant av observasjonen hadde eg utarbeida ein intervjuguide (Vedlegg 1) og (Vedlegg 2), men denne vart endra noko i etterkant av observasjonen. Ved å gjennomføre observasjonen i forkant kunne eg knytte spørsmål i intervjua til konkrete representasjonar og situasjonar. Intervjua med elevane tok om lag 30 minutt.

På grunn av timeplanen vart eg nøydd å vente ei veke til før eg fekk gjennomført intervju med læraren. Dette intervjuet varte noko lenger enn intervjua med elevane, og tok om lag 45 minutt. I og med at eg allereie hadde gjennomført elev-intervjua fekk eg mogleik til å stilla læraren spørsmål knytt til elevane sine opplevingar kring bruken av GeoGebra som støtte, i tillegg til læraren sine eigne opplevingar.

3.6 Analyse av datamaterialet

Å analysere tyder å dele opp i bitar eller element (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 219). Då eg gjennomførte observasjonen gjekk datainnsamling og analyse føre seg samstundes. Datamaterialet måtte analyserast undervegs slik at eg etter kvart kunne danna meg ei oppfatning av kva observasjonar som var ein sentral del for problemstillinga. Den hermeneutiske prosessen som vart nytta er, som skildra i *3.1.2 Den hermeneutiske sirkel*, ein aktiv dialog mellom forskar og tekst, mellom forståing og forforståing, og mellom del og heilskap (Alvesson & Sköldberg, 2009, s. 101). I etterkant av observasjonen gjekk eg difor gjennom observasjonsnotatet mitt og finskreiv det, samstundes som eg førte ned eventuelle observasjonar eller tankar eg ikkje hadde fått med.

Når det gjelder intervjua har dei vorte transkribert og anonymisert. Som nemnt nytta eg ein intervjuguide for å sikra at eg fekk tatt opp dei same spørsmåla og temaa med informantane. Dette er ein del av mi forforståing, og eit naturleg utgangspunkt når eg skal kode og kategorisere informasjon frå intervjua. Det første av dei hermeneutiske fortolkingsprinsippa gjeld den kontinuerlege fram – og tilbake prosessen mellom delar og heilskap (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 237). Eg startar difor med nokre kodar og kategoriar samstundes som eg jobba meg mellom observasjonsnotat og intervjuguide.

3.7 Reliabilitet og validitet

Reliabilitet vil vere eit mål på kor påliteleg datamaterialet som er kome fram i undersøkinga kan seiast å vere. Det er knytt til nøyaktigheita av undersøkinga som data, kva data som nyttast, korleis datamaterialet er samla inn og korleis det vert omarbeidd (Johannessen et al., 2016, s. 36). I kasusstudie har ein større valfridom når ein vel metode for datainnsamling (Postholm, 2010, s. 137), det stiller likevel krav til pålitelegheita og nøyaktigheita av datamaterialet som er samla inn. Til dømes valte eg semistrukturert intervju for at dialogen skulle vere meir open, og dermed gi informantane mogleik til å ta opp eigne aspekt kring forskingsområdet. Sjølv om eg legg til rette for at dialogen skal vere open bør eg ikkje betrakta eit forskingsintervju som fullstendig ope (Kvale & Brinkmann 2015, s. 51), men reflektere over kva rolle makta spelar i produksjonen av intervjukunnskap (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 53). Det handlar altså igjen om at ein må vera kritisk til kva og korleis ein har stilt spørsmåla. Dette har å gjere med om informantane ville gitt andre svar dersom intervjuaren var ein annan (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 276). Aspekt som er viktige å ha med seg når ein analyserer og drøftar datamaterialet.

Kort forklart handlar validitet i kvalitativ forsking om ein har undersøkt det ein hadde til hensikt å undersøkje (Krumsvik, 2014a, s. 151), og om metoden ein har valt høver til problemstillinga. Validitetsomgrepet tek føre seg oppgåva si gyldigheit, og er noko som gjennomsyrer heile forskingsprosessen (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 277). Dette har eg hatt med meg i heile prosessen, frå planlegging av studie, gjennomføring av datamateriale og analyse av datamateriale. Det er med medvit eg har valt ut enkeltcasedesign, som er hensiktsmessig dersom casen skal representere eit unikt tilfelle (Johannessen et al., 2016, s. 207). Samstundes har eg valt å ha fleire analyseeiningar slik at eg har mogleik til å avdekkja eventuelle mønster som går føre seg i 2P-klasserommet. Dette er dømer på avgjersler som eg meiner er med på å sikra validitet og kvalitet i studie.

3.8 Forskingsetiske omsyn

Når ein driv med forsking er prosessen heile tida prega av etiske val. Både før, under og etter innsamling av data. I samband med forsking handlar etikk om mange ting, spesielt når forskinga røyrer ved andre menneske (Johannessen, Christoffersen & Tufte, 2011, s. 93). Forskaren har dermed konkrete etiske retningslinjer han må følgje, mellom anna for å sikra personvernet til dei som deltek i studiet. Dette studiet innebar undersøkinga av menneskelege forhald, og det vart mellom anna samla inn lydopptak. Før det vart sett i gang innsamling av data vart det sendt inn søknad til Norsk senter for forskningsdata (NSD). Det vart motteke godkjent søknad (Vedlegg 3), og prosjektet er dermed gjennomført etter gjeldande lover og reglar for etiske krav. For å sikra god forskingsetikk vart det søkt til skulen om å få lov til å gjennomføre studiet (Vedlegg 4), og alle informantane var informert om hensikta med studiet. Det vart levert ut skriftleg informasjonsbrev, der alle informantane skreiv under på ei samtykkeerklæring (Vedlegg 5 og Vedlegg 6). Informantane vart informert om at dei kan trekka seg frå studiet når dei måtte ynskje. Dei vart òg informert om at all data vil verte sletta og makulert når studiet er ferdig.

I dette studiet er informantane plukka ut for å representere casen. Å sikra anonymitet kunne verte eit mogleg problem. Det var difor viktig å sikra anonymitet så tidleg som mogleg i prosessen. Dette vart gjort ved at informantane var gitt fiktive namn allereie under transkripsjonen. Fokuset i resultatet av datamaterialet er på innhaldet og det er dermed lagt lite vekt på informasjon som kan identifisere enkeltpersonar (Thagaard, 2016, s. 178-179).

4.0 Presentasjon av datamaterialet

I dette kapittelet vert observasjonsøkta skildra. Frå elevintervjua er det valt ut fira hovud kategoriar som presenterer dei valte fokusområda. Nokre utvalde utdrag frå transkripsjonen er tatt med for å vise dømer. Til slutt kjem ein presentasjon av lærarintervjuet.

Som nemnt i førre kapittel er både skule, lærar og elevar anonymisert. Intervjupersonane er gitt fiktive namn. I tillegg er språket i transkripsjonane endra slik at det stemmer med norske rettskrivingsreglar.

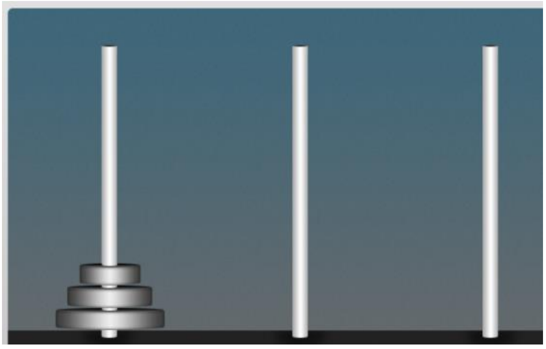
4.1 Observasjon

Som nemnt i kapittel *3.6 Analyse av datamaterialet* handlar det å analysere om å dele noko opp i bitar eller element (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 219).Ved observasjonen gjekk datainnsamling og analyse føre seg samstundes, noko som Johannessen med fleire påpeikar (2016, s. 135). Fokusområda som var valt ut på førehand styrte kva situasjonar som vart notert ned. I tillegg vart observasjonsnotatet gjennomgått i etterkant.

Observasjonen gjekk føre seg i laupet av ei undervisingsøkt på 70 minutt. Læraren starta økta med å gå gjennom omgrepa modellering og regresjonsanalyse. Han påpeikte at føremålet med modellering og regresjonsanalyse var å finne eit matematisk mønster. Deretter viste læraren korleis ein kan nytte GeoGebra til å finne matematiske mønster. Han laga først ein tabell, der han førte informasjonen inn i to kolonnar, før han nytta regresjonsanalyse til å lage ein matematisk modell i form av eit funksjonsuttrykk. Til slutt nytta han funksjonsuttrykket til å teikna ein graf. I løpet av introduksjonen møtte elevane altså tre ulike representasjonar: tabell, funksjonsuttrykk og graf. I laupet av introduksjonen var GeoGebra nytta til å framstille alle dei ulike representasjonane. Læraren nemnde ikkje omgrepet representasjonar, eller at dette var tre representasjonar som på ulik vis representerer dei same matematiske eigenskapane.

Etter introduksjonen fekk elevane utdelt oppgåva *Leik deg til eit talmønster*. I tillegg fekk dei utdelt ei spel som bestod av ei plate med tre stavar og fem ringar av ulik storleik. Elevane vart delt i grupper på fira elevar. Elevane var ikkje klar over det då dei starta å arbeida med oppgåva, men spelet dei arbeida med er kalla Hanois tårn. *Figur 4.1.1* viser spelets reglar, og korleis det ser ut på matematikk.org.

Figur 4.1.1. Illustrasjon av Hanois tårn (Matematikk.org, u.å).



Figur 4.1.2. Illustrasjon av spelet Hanois tårn (Matematikk.org, u.å).

4.1.1 Gjennomføring av oppgåva

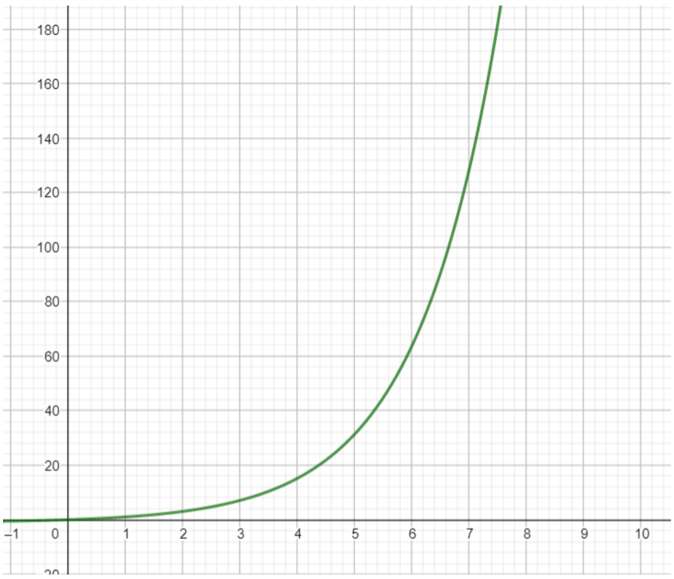
Elevane fekk beskjed om å starte med å flytte dei tre minste ringane over til høgre pinne, men dei måtte følgje nokre bestemte spelereglane. Den viktigaste regelen er at ein ikkje kan plassere ein stor ring oppå ein som er mindre. Den største skal alltid ligge nedst. I tillegg var det om og gjere å flytte alle brikkene over til høgre pinne med minst mogleg trekk. Deretter skulle dei auke til fira ringar, og til slutt fem ringar. Elevane fekk beskjed om å notere resultata sine i ein tabell, og det vart ein konkurranse både i gruppa og mellom gruppene. Medan elevane jobba gav læraren oppdateringar på kor mange trekk dei ulike elevgruppene hadde nytta. Læraren fortalte at han hadde valt å ikkje kalle spelet for Hanois tårn, fordi det då ville vore lett for elevane å søke det opp på internett. Då kunne dei lett finne eit mønster for å bevege brikkene. I tillegg til at dei kunne finne eit bestemt tal på minst mogleg trekk avhengig av kor mange ringar ein har. I staden for gav han hint om at ei elevgruppe hadde klart å flytte alle dei tre ringane ved hjelp av berre sju trekk. Det vart då eit ekstra konkurransepreg over det, og elevane arbeida engasjert. Læraren var klar over talet på trekk per brikke, og gav etter kvart beskjed om dette, slik at elevane sat att med dei same tala i tabellen (Figur 4.1.2).

3	7
4	15
5	31

Figur 4.1.3. Tabellen ført i GeoGebra som viser tal på brikker og færrast mogleg trekk.

Etter å ha spelt ei stund fekk elevane beskjed om at dei skulle forsøke å finne eit mønster for korleis tala auka etter kvart som ein fekk ein ekstra ring. Læraren ynskja at dei skulle kome fram til ein generell formel ved hjelp av eit funksjonsuttrykk. Dette viste seg å vere utfordrande for elevane, og dei trong ein del tips og rettleiing frå læraren. Det som var interessant å observere var at elevane kom med fleire forslag. I nokre av forslaga stemte det for tre og fira brikker, men ikkje for fem. Dette skapte diskusjon mellom elevane, og mellom elevar og lærar. Til slutt kom lærar og elevar fram til formelen; $f(x) = 2^x-1$.

Etter å ha kome fram til formelen utvida dei tabellen, slik at dei fann verdiar for x=1 til og med x=10, altså opp til 10 brikker. Til slutt nytta læraren formelen til å teikna grafen til funksjonsuttrykket i GeoGebra. Klassen studerte grafen saman. Det som er verdt å nemne er at gjennom heile prosessen, frå at elevane starta å spele spelet til at dei saman teikna grafen, gjekk læraren rundt å stilte spørsmål og rettleia elevane.



Figur 4.1.4: Grafen til funksjonsuttrykket.

4.1.2 Observasjonskommentarar

Som observatør sat eg att med kjensla av at elevane var engasjert i spelet og i å kome fram til den generelle formelen. I tillegg var det ei oppleving av at elevane fekk ei «a-ha» oppleving når dei såg korleis talet på trekk auka raskt når du la til ein ekstra ring.

I laupet av observasjonsøkta var elevane gjennom mange ulike representasjonar. Sjølve spelet, der elevane skulle flytte ringar, kan sjåast på som ein matematisk situasjon. Dei møtte altså representasjonane: situasjon, tabell, algebrauttrykk og graf. Verken lærarar eller elevar nemnde omgrepet *representasjon* i laupet av økta. Det vart likevel observert at læraren hadde eit fokus på dei ulike representasjonane. Læraren hadde lagt opp oppgåva slik at det først var ein overgang frå situasjon (oppgåveteksten) til tabell. Her stoppa læraren opp for å sikre at elevane hang med. Vidare la oppgåva opp til at elevane skulle gå i frå tabell til algebrauttrykk. Igjen stoppa han opp før klassen gjekk over til siste overgang, der dei skulle gå i frå algebrauttrykk til grafisk framstilling. Læraren la opp til at elevane skulle nytte GeoGebra til å teikna grafen, og saman undersøkte dei korleis grafen vaks. I tillegg utvida dei tabellen ved hjelp av funksjonsuttrykket for å sjå korleis dette samsvarte med grafen.

Desse observasjonane var nytta inn i intervjua med både lærarar og elevar, og det var med på å strukturere nokre av spørsmåla i intervjuguiden.

4.2 Intervju med elevar

Som nemnt under punkt *3.6 Analyse av datamaterialet* starta analysen av intervjua med at dei vart transkriberte før dei vart analysert og koda. Innanfor hermeneutikken kan all datamateriale som er omforma til skriftleg materiale oppfattast som ein tekst (Postholm, 2010, s. 99). Samstundes som eg transkriberte noterte eg ned det eg såg på som viktige poeng. Dette gjorde eg med alle elevintervjua før eg igjen las gjennom dei. I laupet av analyseprosessen har eg kome fram til fira hovudkategoriar som går att i intervjua, og som vert presentert i dette kapittelet.

Som eg nemnte i førre avsnitt vart ikkje omgrepet representasjonar nemnt i laupet av undervisingsøkta eg observerte. Intervjua vart difor starta med at elevane fekk presentert føremålet med studiet, før dei fekk spørsmål om tydinga av omgrepet matematiske representasjonar. Elevane var ikkje heilt klar over kva eg la i omgrepet. Eg valte difor å forklare kva eg la i omgrepet; at ein matematisk representasjon kunne vere ein tabell, eit algebrauttrykk eller ein graf. Eg forklarte at det var ulike måtar å presentere matematikk på.

I dei følgjande avsnitta vert utvalde data frå elevintervjua presentert. Dei er fordelt på fira tema:

1. *Elevane sin bakgrunn for val av matematikkfag*. På bakgrunn av eigne erfaringar, og samtalar med kollegaer som underviser i 2P, har eg ei hypotese om at det er elevar som kan oppleve utfordringar med matematikkfaget som vel matematikk 2P. Det var difor eit ynskje om å høyre elevane sine bakgrunn for val av matematikkfag. Dersom elevane

er svært negative til matematikkfaget, kan dette påverke korleis dei opplev å nytte GeoGebra for å lære matematikk.

2. *Tankar om digitale verktøy i skulekvardagen*. Elevane som går på vidaregåande opplev stadig aukande tilgang på digitale ressursar. I og med at læreplanen vektlegg digitale ferdigheitar opnar dette for nye undervisingsmogleikar (Norstein & Haara, 2018, s. 5). Det er òg krav om at elevane skal nytta digitale verktøy på eksamen (Utdanningsdirektoratet, 2017a, s.13-14). Det var difor ynskjeleg å høyre kva tankar elevane hadde om digitale verktøy i skulekvardagen, då dette kan ha påverknad på tankar kring bruken av GeoGebra i matematikkundervisinga.

3. *Informasjon frå representasjonar og overgangen mellom dei* . Forsking tyder på at det å gjere ein overgang frå ei matematisk representasjonsform til ei anna kan vere utfordrande. Thorud (2014, s. 69) skriv at elevar kan ha utfordringar med å tolke oppgåver som omhandlar situasjon i form av naturleg språk, og korleis dei tilnærma seg overgangen frå situasjon til grafisk representasjon. Medan Adu-Gyamfit (2012, s. 168) med fleire skriv at elevane har utfordringar med å gjere overgang frå mellom anna tabell til graf. Det var difor ynskjeleg å høyra elevane sine opplevingar knytt til å hente informasjon frå ulike matematiske representasjonar, og å høyre kva opplevingar dei har med å gjere overgangar mellom dei ulike representasjonane.

4. *Utfordringar og mogleikar ved å nytte GeoGebra*. Problemstillinga knytt til denne masteroppgåva tek føre seg elevane sine opplevingar knytt til å bruke GeoGebra som støtte i overgangen mellom ulike representasjonar. Forsking peikar mot at dynamiske programvarer, som GeoGebra, kan opplevast som ei støtte for å sjå mellom anna funksjonar som matematiske objekt (Yerushalmy, 2006, s. 381). Det var difor ynskjeleg å høyre elevane sine opplevingar kring utfordringar og mogleikar ved å nytte GeoGebra.

4.2.1 Elevane sin bakgrunn for val av matematikkfag

Elevane nemner både kompetanse og motivasjon som bakgrunn for kvifor dei valte matematikk 2P i staden for eitt av dei andre matematikkfaga. I tillegg kjem det fram i frå intervjua at nokre av elevane ynskjer tid til å forstå faget. Dette kjem spesielt fram i intervjuet med Kari og Lise.

Intervjuar: Kvifor valte de matematikk 2P?

Kari: Eg valte vertfall på grunn av at eg alltid har nytta litt tid på å forstå matten. Og, liksom, eg klarer det til slutt, men eg treng litt tid. Så fekk eg høyre at i P så gjekk ein litt grundigare igjennom enn dei andre. Og, då kan eg heller bli god på nokre ting enn å rushe igjennom vanskelege ting som eg ikkje klarer.

Lise: Eg og har alltid brukt litt lang tid på å forstå, det er veldig vanskeleg. Så har eg høyrt at dei går veldig grundig i det og at dei er flinke og tolmodige med elevane som ikkje er like flinke som dei som tar R eller S då.

Ut i frå informasjonen elevane gir er det ingen av dei som er spesielt glad i matematikkfaget. Det kan sjå ut som Lise var oppteken av at læraren skulle vere tolmodig med elevar som ikkje naudsynt meistrar faget godt. Nokre av elevane er ærlege om at dei ikkje likar faget i dei heile, medan andre synest det er heilt greitt. Eit positivt aspekt som kjem fram er at det er mogleik for å hente seg inn att dersom ein fell av.

Intervjuar: Kva tenker de om faget?

Svein: Heilt greitt. Eg synst det kan vere vanskeleg til tider, men når eg forstår det så vert det kjekt.

Knut: Ja, så er det heller ikkje sånn.. Det skal ikkje så mykje til for å sette seg inn i det. Dersom du kjem litt bakpå og sånt, så er det ikkje så tungt stoff. Så det er eigentleg ganske overkommeleg.

Her meiner Svein at faget er heilt greitt, medan Knut peikar på at det ikkje er så mykje som skal til for å sette seg inn i faget. Han meiner at dersom du av ulike årsaker skulle hamne bakpå, så er det mogleg å hente seg inn att. Noko som kan bety at ein ikkje går så fort fram i lærestoffet.

4.2.2 Tankar om digitale verktøy i skulekvardagen

Det viste seg at ved eit generelt spørsmål om digitale verktøy i skulen vart det lett for elevane å knytte det til matematikkfaget og GeoGebra. Dette kan nok vere naturleg i og med at elevane var klar over føremålet med studiet. Dei som snakka mest generelt om digitale verktøy i skulen var Lise og Kari.

Intervjuar: Kva synst de om å bruke digitale hjelpemiddel i skulen?

Lise: Det hjelp jo veldig på, på tentamen og sånt, at ein kan på ein måte lære det litt raskare fordi det går digitalt. Og at ein kan hente inn litt ekstra poeng på eksamen eller tentamenar og sånt.

Kari: Eg synst at så lenge det er oppgåver som passer til det og me får opplæring i det me skal bruke, eller på ein måte blir vist korleis me skal finn kjelder og sånt så synst eg det er bra. Eg synst det er veldig avgjerande korleis læraren legge opp til opplæring då. Om det er bra eller ikkje.

Dette utdraget viser at elevane meiner at det går raskare fordi dei nyttar digitale verktøy. Dette med å nytta mindre tid til skulearbeid går att i intervjua med dei andre elevane. Dei er samd i at skulearbeidet vert meir effektivt dersom ein har mogleik til å nytte digitale verktøy. I utdraget vist ovanfor vert det òg nemnt at ein kan hente inn litt ekstra poeng på eksamen og tentamen dersom ein nyttar dei digitale verktøya. Dette kan tolkast inn mot matematikkfaget, og at nokre oppgåver på eksamen og tentamen er avhengig av at ein nyttar dei digitale verktøya. Nyttar du ikkje dei vil du kunne miste poeng.

Ved spørsmål om kva fokus ein hadde på bruken av dei digitale verktøya var elevane igjen raske med å knytte det til GeoGebra og matematikkfaget.

Intervjuar: Dei digitale verktøya som du bruker, tenker du at du bruker dei for å lære, eller må du lærer å bruke verktøya?

Svein: Me har jo lært mykje om dei frå før.

Knut: Ja. Altså no føler eg det er for å lære. Det grunnleggande har me liksom lært frå før av.

Svein: Det blir kanskje litt meir å nytta innstillingane inne i programma. Til dømes når me nyttar GeoGebra, så er det mykje eg ikkje har brukt før. Som me plutseleg byrjar med no.

Knut: Men det er sånn av og til og, at du tenker sånn, at du ikkje er heilt bevisst på kva du er i gang med å lære liksom. Du har meir fokus på grafen og tala liksom, det kan vere av og til at du mistar litt oversikt. Så det er kanskje litt lurt å reflektere litt, og så berre sette det i saman i større samanhengar.

Intervjuar: Ja, reflektere over kvifor du nyttar det?

Knut: Mhm.

I intervjua kjem det fram at elevane har hatt kjennskap til GeoGebra sidan 8.-9.klasse på ungdomsskulen. Det gjer at dei føler at dei har lært det grunnleggande, som gjer at dei kan nytte verktøyet for å lære. Knut nemner likevel at ein av og til gløymer føremålet med oppgåva, og at det er viktig å reflektere over kva du faktisk skal lære. Det vert òg nemnt at det er ein del ting i programmet som dei ikkje har nytta før, som dei no må lære seg. Mari og Karl nemner noko av det same, samstundes som dei poengterer at det er veldig individuelt om du bruker verktøyet for å lære.

> Mari: Altså no prøver me meir å bruke det for å løyse oppgåver, men det er jo ofte at vertfall halvparten av klassen må lære seg korleis dei skal bruke sjølve programmet.
>
> Karl: Eg trur det går litt individuelt, på kvar du er der liksom. Dei legg opp oppgåver til GeoGebra, og så dei som kan GeoGebra køyrer på. Så er det alltid nokon som treng hjelp og så tar dei det sånn på ein måte.
>
> Mari: Me skal jo kunne bruke det fint, for me har jo lært det sidan 8. klasse. Men, det er jo ikkje alle som .. (avbrote av Karl).
>
> Karl: Så er det jo noko ekstra med CAS og sånt, det har jo me lært no. Så det er jo nokre ekstra tilleggsgreier som me lærer.

Utdraga av transkripsjonen frå intervjua viser eit fokus på å bruke verktøyet for å lære, men at det er avhengig av at ein kjenner til verktøyet og mogleikane det gir. Det vert òg nemnt at ein nokre gonger nyttar mykje tid på verktøyet dersom det er lenge sidan ein har nytta det.

4.2.3 Informasjon frå representasjonar og overgangen mellom dei

Ut i frå intervjua viser det seg at det varierer mellom elevane kva informasjon dei klarar å hente ut i frå dei ulike representasjonane og kva utfordringar dei har med overgangen mellom representasjonsformene. Når det gjeld funksjonsuttrykk, eller formlar, nemner elevane at det helst er enkle opplysingar dei hentar ut i frå denne representasjonen.

> Intervjuar: Når de heldt på med tårna så kom de fram til eit uttrykk. Kva informasjon klarer de å hente ut i frå eit sånt funksjonsuttrykk?
>
> Mari: Det er jo enklare å rekna ut med større tal då. Så slepp du å sitte å telje. Då kan du heller berre bruke det uttrykket og sette inn det du veit.

Her seier Mari at ved å nytta formelen kan ein kome fram til enkle opplysingar ved å sette inn bestemte verdiar av x. I intervju med ei anna elevgruppe kjem det fram at dei òg helst nyttar formlar til å finne verdiar for x. Det kjem òg fram at dei klarer å hente meir informasjon frå ein graf.

> Intervjuar: Ja, eller generelt formlar. Dersom du berre har formelen.
>
> Knut: Ja.
>
> Svein: Du kan jo finne ut, dersom det handlar om liter, dersom formelen snakkar om liter, så kan du jo finne ut kor mange liter det forsvinn i laupet av så og så mange timar. Så enkle opplysingar kan du få ut av formlane.
>
> Intervjuar: Kva tenker de om informasjonen i ein formel i forhold til ein graf?
>
> Knut: Det er jo mykje mindre. Det er jo ikkje så lett å berre sjå på ein formel å ta det der i frå. Så det er betre med ein graf.
>
> Svein: Føretrekker heller ein graf enn berre ein formel.

Dette utdraget vier at Knut og Svein meiner graf som representasjon vil gi meir informasjon enn dersom dei berre har ein formel, eller eit funksjonsuttrykk. Dette går att i intervjuet med Mari og Karl.

> Intervjuar: Det uttrykket er jo ei form for representasjon, kva tenker de gir mest innformasjon? Grafen eller funksjonsuttrykket?
>
> Mari: Altså viss du teiknar grafen så kan du berre skrive inn at du skal finne det punktet på linja, og så finn du det med ein gang. Då slepp du å rekne i det heile tatt, men.. Ja eg veit ikkje
>
> Karl: Eg tenker at du får mest innsikt, til akkurat den oppgåva då, korleis det fungerer då, med GeoGebra. .. No meiner du viss me har formelen sant?
>
> Intervjuar: Ja
>
> Karl: Ja for viss du skriv inn formelen der så ser du liksom.. okei, går sånn sant, så går det rett opp. Så skjønar du at her er det mykje, mykje tal liksom som det går i.
>
> Mari: At det aukar veldig mykje for kvar gong liksom.
>
> Karl: Så der er GeoGebra ganske greitt.

Mari: Du får eit bilete på korleis det stig liksom, det får du ikkje med formelen.

Dette utdraget viser at både Karl og Mari meiner grafen vil gi meir informasjon enn funksjonsuttrykket. I tillegg nemner dei at dei slepp å rekne, at dei berre kan finne eit bestemt punkt ved å nytta funksjonane i GeoGebra. Når det gjeld graf og tabell meiner elevane at dette gir meir informasjon, fordi det er enklare å sjå om sjølve grafen og verdiane i tabellen stig eller søkk.

Når det gjeld overgangen mellom dei ulike representasjonane vert det nemnt at det kan vera utfordrande å sjå samanhengen.

Kari: Kanskje det å sjå samanhengane, at ein på ein måte føler at ein held på med noko anna dersom ein plutseleg skal lage ein graf, at ein gjerne føler ein er på noko heilt anna sjølv om dei heng saman.

Her peikar Kari på ei utfordring med å veksle mellom ulike representasjonsformer. Ho meiner det kan vere vanskeleg å sjå korleis dei ulike formene heng saman, som igjen vil påverke korleis ein overfører matematiske eigenskapar frå ei form til ei anna. I intervjuet med Mari og Karl kjem det fram at Karl og synet det er utfordrande å gjere overgangar.

Intervjuar: Eg sa jo (…) den kan vere at du til dømes har ein formel og så skal du lage ein graf. Eller, det kan vere at du har ein situasjon, som det spelet dykkar, det kan me kalle for ein situasjon, så skulle de lage ein tabell. Då har de gått frå situasjon til tabell. Så kan de gå frå tabell til å teikne graf i GeoGebra til dømes. Det er ikkje naudsynt slik at de tenker på det som representasjonar, men det er ulike måtar å framstille matematikk på. Er det nokon utfordringar når de skal gå frå ein tabell til å teikna ein graf, til dømes?

Karl: Ja, for meg er det vertfall.

Mari: Det gjer det av og til enklare viss du først klarer å sette det opp i ein tabell, så har du meir oversikt og då veit du kva som høyrer til kva. Då er det enklare å putte det inni GeoGebra.

Intervjuar: Så det er lettast viss du har tabellen først, tenker du?

Mari: Ja

Mari nemner at det kan vere enklare dersom dei går via tabell som representasjon før dei teiknar grafen. Ho synest at dette gjer det meir oversiktleg, og at ein dermed enklare kan sjå korleis matematikken heng saman.

4.2.4 Utfordringar og mogleikar ved å nytte GeoGebra

Ved spørsmål om utfordringar og mogleikar kring bruken av GeoGebra kan det tolkast som at elevane i hovudsak forbinder verktøyet med funksjonar og teikning av grafar. Ulike aspekt ved å nytte programmet dukka opp undervegs i intervjua.

Når det gjaldt utfordringar var desse ofte knytt til om ein meistra å nytte dei ulike funksjonane i programmet. Det vert mellom anna nemnt at det kan vere utfordrande å finne topp- og botnpunkt, eller skjeringspunkt. I tillegg er det dette med tidsbruket som går att.

> Intervjuar: Kva utfordringar er det ved å nytta GeoGebra. Me har jo snakka litt om det. Du (Kari) nemnte dette med at du brukar litt tid på å komme inn i det kvar gang. Men, er det noko anna de tenker kan vere utfordrande?
>
> Lise: Ikkje noko spesielt. Det er som anna matematikk, at ein må berre øve på det.

Når Lise seier at det er som anna matematikk, som ein må øve på, kan det tolkast inn mot dei det tekniske aspektet ved bruken av GeoGebra. At ein må kjenne til funksjonane i programmet, og øve på å finne den bestemte informasjonen. Eit siste aspekt som vert nemnt som utfordringar kring bruken av GeoGebra er at dei opplev å få feilmeldingar. Dei nemner at dette kan oppstå dersom dei til dømes skriv inn feil kommando. Elevane opplev då at dei får beskjed om at dei har gjort ein feil, men ikkje kva feil som er gjort. Dette seier dei kan føre til at dei nyttar mykje unødvendig tid til å finne ut av enkle feil, som at ein kan ha nytta komma i staden for punktum. I tillegg vert det nemnt at det kan føre til at du mistar litt motivasjon til å nytte programmet.

Ein av mogleikane som går att i intervjua med elevane er at GeoGebra gir mogleik til å løyse oppgåver raskare. Elevane nemner at det er enklare å teikna ein graf i GeoGebra enn å teikne den på papir. Når dei har teikna grafen i GeoGebra gjer det det enklare å hente ut informasjon.

> Intervjuar: Etterpå teikna de grafen til uttrykket. Kva informasjon tenker de den gir i forhold til berre uttrykket?

> Lise: Viser litt meir på framgangen. Korleis ein kom fram til det.
>
> Kari: (…) Når ein har berre uttrykket så må ein jo sette inn tala for å finne korleis. Når eg ser ein graf så ser eg på ein måte, her går det veldig rett opp, at det aukar veldig. GeoGebra gjer at du kan sei noko generelt, tankar om den grafen då.

Når dei teiknar ein graf i GeoGebra kan dei enklare sjå om det er verdiar som stig eller søkk. I tillegg nemner dei at funksjonane i GeoGebra gir dei mogleik til å finne bestemte punkt eller områder, og så lenge funksjonsuttrykket er korrekt kan dei nytte det som ein fasit.

> Kari: Eg trur at sånn som me som har P-matte, eller praktisk matte, at me kan bruke det litt meir til å sånn.. sånn som no når me ser på samanhengar og matematiske modeller, og finn talmønster og sånn, så kan me bruke det for å få meir forståing for matematikk i heile, eller i livet på ein måte då. Det tenker eg at GeoGebra kan vere veldig bra for. I forhold til dersom me skal rekne eller sånt for hand, eller andre type ting.

I dette utsagnet peikar Kari på at elevar som vel matematikk 2P, eller praktisk matte kan dra nytta av GeoGebra fordi det kan vere til hjelp for å sjå samanhengane i faget. Ved å nytte GeoGebra som eit verktøy i matematikkopplæringa meiner Kari at det skapar meir forståing, ikkje berre i matematikkfaget, men òg for den verkelege verda. I intervjuet med Karl og Mari kjem det òg fram at GeoGebra gir mogleik til å skapa betre forståing.

> Karl: Det er ganske greitt, spesielt med GeoGebra fordi då skriv du inn formelen og får visualisert korleis det er og du får sett skikkeleg korleis det går. Så kan du gå inn på statistikkar og. Det er lettare å forstå då. Og ta det inn…I staden for at du må skrive ein formel og så må du teikne det på eit ark. Og så må du forstå det via det, medan i GeoGebra så kan du gå inn på statistikkar og du kan bevege pila kvar du vil. Så kan du liksom sjå mønster betre.

Både Kari og Karl peikar på at GeoGebra gir mogleik til å visualisere matematikken, og dermed gir mogleik til å skapa meir forståing. I tillegg hevdar Karl at du kan hente informasjon frå GeoGebra ved å nytte ulike funksjonar i programmet.

Oppsummert er nokre av hovudpunkta som kjem fram i elevintervjua at elevane nyttar både matematikkfagleg kompetanse og motivasjon som grunngjeving for val av matematikkfag. Ein del av dei har høyrt at dei har betre tid til å lære seg innhaldet i faget dersom dei vel matematikk 2P. Det kjem òg fram at elevane ikkje naudsynt likar faget, men at det lev opp til forventingane dei hadde på førehand. Elevane opplev at digitale verktøy i skulen gjer at skulearbeidet går raskare, og det gir mogleik til å samla fleire poeng. Ein føresetnad som vert nemnt kring dei digitale verktøya, er at elevane har fått opplæring i korleis dei skal nytta dei. Når det gjeld overgangen mellom ulike representasjonar synest elevane dette kan vere utfordrande. I tillegg kjem det fram at elevane hentar meir informasjon frå graf som representasjon enn dei gjer dersom dei har funksjonsuttrykk som representasjon. Utfordringar som vert nemnt kring bruken av GeoGebra er knytt til den tekniske bruken av verktøyet, der dei opplev å få feilmelding. Fordelar ved å bruke GeoGebra er mellom anna at det er ei hjelp til å sjå samanhengar mellom matematikk og kvardagen, i tillegg til at ved å teikna grafen i GeoGebra får ein mogleik til visualisering og ein kan nytta funksjonane i programmet til å finne informasjon.

4.3 Intervju med lærar

Intervjuet med læraren vart på same måte som med elevane anonymisert og transkribert. Presentasjonen av lærarintervjuet er delt inn i tre hovudkategoriar, der dei tre kategoriane er:

1. *Kva fokus har ein på digitale verktøy i skulen?* Digitale verktøy har vorte ein stor del av arbeidskvardagen til ein lærar. Det var difor ynskjeleg å høyra kva fokus læraren meiner skulen har på digitale verktøy.

2. *Utfordringar elevane kan ha med matematikkspråket*. Matematikkspråket består av symbol som ikkje berre representerer seg sjølv, men det er òg eit uttrykk for noko anna (Skott et al, 2008, s. 159). Ein del av det å lære det matematiske språket handlar om å veksle mellom ulike representasjonar. Det var difor ynskjeleg å høyre kva utfordringar læraren opplev at elevane har.

3. *Kva utfordringar og mogleikar kan elevane få ved å nytte GeoGebra*? Dersom læraren er klar over utfordringar og mogleikar vil han truleg kunne leggje betre til rette for å nytta GeoGebra som støtte i overgangen.

4.3.1 Kva fokus har ein på digitale verktøy i skulen?

Det kom fram i intervjuet at læraren som vart intervjua hadde arbeida som lærar i over 20 år, og at han hadde undervist på både ungdomsskulen og på vidaregåande skule. Han har difor vore ein del av skifte frå å drive undervising der ein ikkje nyttar digitale verktøy, til ein skulekvardag som består av mange digitale impulsar. Dette kan vere både faglege og ikkje-faglege bruk av dei digitale verktøya. Når det gjaldt overgangen med å ta i bruk digitale verktøy i skulen meiner læraren det i starten var vanskeleg å lage oppgåver som gjorde at elevane får vist kompetansen i faget.

> Lærar: .. Eg hugsar jo at når me gjekk over til å nytta mykje hjelpemiddel så var me kanskje ikkje alltid like bevisst på korleis me stilte spørsmål for å vise kompetanse då. Me kjente ikkje hjelpemiddela godt nok til å forstå måten ein skulle formulere, og der elevane fekk bekrefte at dei hadde forstått kva dei skulle finne ut då. Eller vise forståing for det dei hadde funne.

Det læraren seier her er viktig med tanke på den fagleg måloppnåinga. Det at ein lager oppgåver som gjer at elevane får vist fagkunnskapen sin, og at det ikkje vert ein test i kor godt ein meistrar å nytte verktøya. I tillegg kan det tolkast mot at læraren er oppteken av at verktøya vert nytta for å vise fagkompetanse, og at ein nyttar verktøya for å lære. Dette kjem òg fram i følgjande utsegn:

> Lærar: Det er jo litt sånn og at i 2P så har du veldig mange ulike elevar, ein er veldig opptatt sjølv av at ein skal bruke dette som eit verktøy for å lære, for å skape meir forståing. Eg plar alltid byrja året med å snakke om ulike språk, å få dei med på at matematikk er eit språk på same måte som å uttrykke andre ting på. Så eg er veldig opptatt av at dei skal sjå samanhengar, og ja, forstå matematikkspråket då. Som omgrep då. Så det er eg veldig oppteken av.

Her er læraren inne på at han er oppteken av å nytte verktøyet for å lære, og for å skapa meir forståing. I tillegg nemner han noko som er viktig for matematikk faget, og det er at matematikk er eit språk som ein må lære seg.

4.3.2 Utfordringar elevane har med det matematiske språket

I førre avsnitt peika læraren på at han var oppteken av forståing av matematikkspråket, og at dette var noko han nytta tid på i oppstarten av eit nytt skuleår. På spørsmål kring kva overgangar elevane må gjere, og korleis dei taklar overgangen frå ei matematisk representasjonsform til ei anna, gav læraren eit noko uklart svar. Men, igjen så peika han på viktigheita av å forstå matematikkspråket og det å sjå matematikk i større samanhengar enn berre sjølve faget.

> Lærar: Akkurat i denne oppgåva (viser til Hanois tårn) så er det litt viktig, for dette med at matematikk er jo eit språk så må du sjå samanhengar, og større samanhengar, sette det inn i større samanhengar. At ikkje matematikk berre er eit skulefag, men at det faktisk er noko som er ein del av kvardagen vår, eller at ein kan sjå det att i fleire samanhengar då.

At læraren ved spørsmål om utfordringar kring overgangen mellom ulike matematiske representasjonar tenker på viktigheita av å forstå dei store samanhengane kan tolkast som at læraren har erfaring med at det er elevar som synst det er utfordrande å sjå samanhengen mellom matematikkfaget og kvardagslivet. Dermed så er gjerne utfordringa kring overgangen mellom dei ulike representasjonane knytt til det å forstå dei matematiske samanhengane. Læraren er igjen bevisst på det matematiske språket. Det kan sjå ut som læraren meiner matematikkspråket er ein føresetnad for å sjå samanhengar. Det neste utsegnet peikar mot at læraren ser at elevane kan ha utfordringar med å finne denne samanhengen:

> Intervjuar: Kva tenker du er utfordringa for elevane ved å gå frå ei representasjon til ei anna?
>
> Lærar: Ja, i min klasse er det jo veldig ulikt. Nokon ser dette, medan andre leitar etter ei oppskrift å følgje slavisk. Medan andre ser at her må eg gjere sånn og sånn, medan me har flinke elevar som ser kva metode som er best å nytte. Det er ganske stort sprik i klassen, og det er kanskje litt typisk i 2P at du har elevar som synest det er vanskeleg med matematikk og er på rette plassen, så har du ein god del elevar som vel minste motstands veg.

Her er læraren inne på at det ofte er elevar som har vanskar med matematikk som vel 2P på vidaregåande skule. Han peikar òg på at det er nokre elevar som leitar etter ei oppskrift på korleis dei skal løyse oppgåva, medan andre elevar raskt ser kva dei må gjere for å kome i mål. Læraren er òg inne på utfordringa med å ha ein klasse der elevane kan vere på ulike nivå. Han seier at ei av utfordringane i 2P-faget er at det er mange elevar som synest matematikkfaget er vanskeleg, og at dei ikkje naudsynt har knekt koden.

4.3.3 Kva utfordringar og mogleikar kan elevane få ved å nytte GeoGebra?

På same måte som elevane fekk læraren spørsmål om kva utfordringar og mogleikar ein får når ein nyttar GeoGebra som eit verktøy i matematikkfaget. Han seier at noko av utfordringa ligg i å meistre kodespråket som vert nytta i programmet.

> Lærar: Faren med GeoGebra er at det vert veldig mekanisk. At du berre får ei kommandolinje, at du.. Du får jo alltid eit svar. Kanskje det er litt til hinder med GeoGebra er at viss dei gjer ein liten feil, at dei ikkje får det til, så detter alt i fisk. At det kan vere små ting på kodinga òg som kan gjer det. At dei nyttar feil kommando, eller ikkje finn kommandoen. Har opplevd at ein nyttar punktum i staden for komma, eller at ein skriv tabellen feil, eller at ein legg feil felt i tabellen når du skal ha regresjonsanalyse. Så det er ein del slike fallgruver. Og dei har så lite sjølvtillit at dei ikkje klarer å løyse det der og då.

Utfordringane læraren nemner handlar om reiskapskompetansen, og evna til å nytte verktøyet. Han påpeikar i tillegg her at det er elevar som har lav sjølvtillit i faget, og at dersom dei gjer feil så kan dei miste motivasjonen. Lite motivasjon i faget kan henge saman med oppleving av meistring. Det har tidlegare kome fram av intervjuet at det kan vere vanleg at elevar som opplev matematikk som utfordrande vel faget matematikk 2P. Dersom elevane som opplev at dei ikkje meistrar faget i tillegg opplev vanskar med å nytte verktøyet, seier læraren at det kan opplevast som eit nederlag for elevane. Læraren er bevisst på at det ikkje skal vere dei tekniske ferdigheitene kring bruken av GeoGebra som skal sette ein stoppar. Det kjem fram i følgjande avsnitt:

> Lærar: På sånne prøvar og sånt som me har i klassen så går eg heile tida rundt, og viss det er tekniske ting som gjer at dei ikkje får det til. La oss sei at dei skal definere, og dei ikkje får det til, at det er kommandoen som stoppar dei, så hjelper eg dei med det altså. Rett og slett. Og dersom dei ikkje får opp funksjonen eller.. Ja. Så hjelper eg dei med sånne tekniske ting.

At læraren vel å hjelpe elevane med det tekniske kan tolkast på to måtar. Det kan handle om at læraren har erfaring med at elevar som ikkje meistrar å nytte GeoGebra opplev at dei mislykkast, og dermed mister motivasjon i faget. Det kan òg tolkast som at han er oppteken av at elevane får vist matematisk forståing kring informasjonen dei får av GeoGebra. Altså, at læraren er oppteken av korleis elevane nyttar GeoGebra til å hente informasjon og vise kompetanse i matematikkfaget.

Når det gjeld mogleikane ved å nytte GeoGebra som eit verktøy i matematikkopplæringa kan ein sjå litt tilbake til avsnittet om digitale verktøy i skulen (4.3.1). Der kjem det fram at læraren er oppteken av at ein nyttar verktøyet for å sjå samanhengane i faget med den verkelege verda. I intervjuet med læraren kjem det fram at det er forventa at elevane kan ein del om å nytte GeoGebra, då dei har lært om det på både ungdomsskulen og 1.klasse på vidaregåande skule.

> Lærar: Det er jo ganske greitt. For verktøyet er ikkje så vanskeleg at ein ikkje kan skaffe seg informasjon som ein kan bruke. Ein kan hente det ganske greitt. Dersom ein kan litt om programmet, kan litt av kommandoane, korleis ein skal bruke det å sånt, så kan ein bruke det på ein fornuftig måte. Det der Hanois tårn då, altså, så er jo eit naturleg spørsmål å få dersom ein hadde hatt veldig mange brikker då, me tok jo opp til 5, og så spurte eg etter 10 og etter 20 så ser ein jo av den grafen at det går rett i taket. Så då brukte me GeoGebra til å finne desse då. Og eg lurer på om det var med 20 brikker så var det over ein million trekk då.

Her peikar læraren på at det krevst ferdigheiter i bruken av GeoGebra for å nytte det. Det kan sjå ut som at det er ein føresetnad at ein kjenner til enkelte kommandoar, men samstundes kom det fram i førre avsnitt at han hjelper dei dersom dei strevar. Læraren peikar òg på at dersom ein kjenner til enkle kommandoar kan GeoGebra vere eit godt verktøy. Han er inne på at ved å teikna grafen i GeoGebra vil ein sjå at den stig raskt etterkvart som talet på ringar aukar. Det vil altså gi eit bilete på korleis grafen veks i forhold til talet på ringar.

Oppsummert er noko av hovudpunkta som kjem fram i lærarintervjuet at læraren er oppteken av at elevane får vist fagkompetanse ved hjelp av GeoGebra, og ikkje at dei berre skal vise kompetanse i å nytte GeoGebra. Læraren nemner at matematikkspråket er viktig for å forstå faget, og for å sjå samanheng mellom matematikk og kvardagslivet.

Når det gjeld å gjere overgangar mellom ulike representasjonar kan det vere utfordrande. Ei årsak kan vere at elevane leitar etter ei «oppskrift». Læraren meiner det kan vere utfordrande å nytta GeoGebra dersom dei opplev å få feilmelding. Ei viktig mogleik med programvara er at det kan hjelpe elevane til å sjå samanhengar. For å sikra at elevane kan nytta verktøyet vel læraren nokre gonger å hjelpa dei med den tekniske bruken av GeoGebra slik at dei kan nytta det til å vise fagkompetanse.

I dette kapittelet er noko av datamaterialet presentert. Følgjande kapittel, kapittel 5 *Drøfting* vil òg ta føre seg nokre utdrag av transkripsjon frå datamaterialet. Der vert datamaterialet drøfta opp mot forskingsspørsmål og teori.

5.0 Drøfting

I dette kapittelet vert datamateriale drøfta i lys av tidlegare forsking, forskingsspørsmål og teoretisk bakteppe. Forskingsspørsmål 1 vert tatt opp først i dette kapittelet. Dette omhandlar elevane sine opplevingar kring bruken av GeoGebra når dei arbeider med overgangen mellom ulike representasjonar. Knytt til forskingsspørsmål 1 vert det òg drøfta korleis det kan vere hensiktsmessig å nytte dei digitale verktøya med fagleg fortolking.

Deretter vert det tatt tak i forskingsspørsmål 2. Her vert det drøfta korleis læraren nyttar elevane sine opplevingar for å planleggje undervising og legge til rette for bruk av GeoGebra.

5.1 Matematikkspråket

Det første forskingsspørsmålet omhandlar elevane sine opplevingar knytt til GeoGebra som støtte i overgangen mellom ulike representasjonar. I samband med utviklinga av den nye læreplanen er det sendt ut høyringar (Utdanningsdirektoratet, u.å.). Eit av kjerneelementa som vert tatt opp i høyringa til matematikk 2P er *representasjonar og kommunikasjon* (Utdanningsdirektoratet, 2018). Sentralt i matematikkopplæringa står det matematiske språket, der matematiske symbol vert sett på som reiskap for å skildra og kommunisera matematikk. Det kan difor vere naturleg å tenkje at det i dette kjerneelementet ligg at elevane skal kunne omsetje mellom daglegspråket og det matematiske språket (Vygotskij, 1978, s. 27). Det handlar òg om å kunne skapa meining frå dei matematiske symbola. Når ein er i læringsfasen av symbol og omgrep skal ein lære å forstå både den semiotiske funksjonen og epistemologiske funksjonen (Steinbring, 2006, s. 135). Dette med språk vert framheva som ein viktig del av læringa, og kanskje gjeld det spesielt i matematikkfaget som inneheld symbol som er spesifikk for faget. Eit symbol vil ikkje berre representere seg sjølv, men òg noko anna (Skott et al. 2008, s. 159). Ein del av å forstå det matematiske språket vil innebere å kunne veksle mellom ulike representasjonsformer, og om å tolke korleis dei same matematiske eigenskapane vert framstilt i dei ulike representasjonane. Dermed må ein forstå både representasjonen som ofte er framstilt med matematiske symbol, og kva kunnskap som ligg i dei representasjonsformene.

5.1.1 Matematiske representasjonar.

Allereie før observasjonen vart gjennomført vart det antyda at ikkje alle elevane kjente til omgrepet matematiske representasjonar. Før innsamlinga av data starta vart elevane og læraren informert om bakgrunnen for, og problemstillinga knytt til masteroppgåva. I og med at omgrepet er nytta i problemstillinga vart det drøfta med elevane i alle intervjua. Ut i frå intervjua kom det fram at elevane ikkje hadde for vane å nytte omgrepet *matematiske representasjonar*, men at dei var kjent med at det fantes ulike måtar å presentere matematikken på. Som nemnt i kapittel 4 *Presentasjon av datamateriale* arbeidde elevane med fleire representasjonar i laupet av undervisingsøkta som vart observert. Det heile starta med eit spel, som kan sjåast på som ein matematisk situasjon, og enda med at elevane skulle undersøkje den matematiske situasjonen representert i ei grafisk framstilling. Dermed var start-representasjonen ein situasjon, og slutt-representasjonen ein graf. Ein skil mellom fira hovudformer ein kan presentere funksjonar på (Janvier,1987a, s. 29). I arbeidet elevane gjorde under observasjonsøkta, møtte elevane alle dei fira hovudformene; situasjon, tabell, likning og graf. Likevel nemnde verken lærarar eller elevar omgrepet *representasjon* i arbeidet med desse. Elevane fekk difor spørsmål om dei kjente til omgrepet *matematiske representasjonar* i intervjua. Mari og Karl svara at dei ikkje kjente til omgrepet. Det er ikkje naudsynt eit behov for at elevane nyttar omgrepet, det som vil vere viktig er at dei har forståing for at det finnes ulike representasjonar i matematikk, og korleis ein kan gjere overgangar mellom representasjonane. Neste avsnitt refererer til intervjuet med nokre av elevinformantane i etterkant av dette spørsmålet, der det var snakk om overgangen mellom ulike representasjonar der underteikna er intervjuar.

> Intervjuar: Eg sa jo (…) den kan vere at du til dømes har ein formel og så skal du lage ein graf. Eller, det kan vere at du har ein situasjon, som det spelet dykkar, det kan me kalle for ein situasjon, så skulle de lage ein tabell. Då har de gått frå situasjon til tabell. Så kan de gå frå tabell til å teikne graf i GeoGebra til dømes. Det er ikkje naudsynt slik at de tenker på det som representasjonar, men det er ulike måtar å framstille matematikk på. Er det nokon utfordringar når de skal gå frå ein tabell til å teikna ein graf, til dømes?
>
> Karl: Ja, for meg er det vertfall.

Mari: Det gjer det av og til enklare viss du først klarer å sette det opp i ein tabell, så har du meir oversikt og då veit du kva som høyrer til kva. Då er det enklare å putte det inni GeoGebra.

Intervjuar: Så det er lettast viss du har tabellen først, tenker du?

Mari: Ja.

Utdraget viser at Karl synes at overgangen mellom tabell og graf er utfordrande, medan Mari peikar på at det vert enklare å gjennomføre ein overgang dersom dei vel å gå via fleire representasjonsformer. Både Janvier (1987a, s. 27) og Adu-Gyamfit med fleire (2012, s. 159) påpeikar at det er to representasjonsformer som er involvert når ein skal gjennomføre ein direkte overgang. Likevel vel mange elevar ein meir indirekte prosess, der dei går via ei ekstra representasjonsform for å nå mål-representasjonen (Janvier, 1987a, s. 27). Mari uttalar her at det er lettare å sjå kva som høyrer til kva, dersom du først set informasjonen inn i ein tabell, for deretter å overføre informasjonen til ein graf. Dette til trass for at i ein tabell har ein tatt vekk all overflødig informasjon og det då kan vere vanskeleg å avgjere korleis ein skal overføre informasjonen og representere den med ei anna representasjonsform (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 167).
Men, for å gjennomføre ein overgang korrekt hevder Adu-Gyamfit med fleire (2012) at ein må gjennom tre prosessar, der den eine handlar om å bekrefte eigenskapar. Prosessen med å bekrefte eigenskapar kan gjennomførast korrekt utan at elevane naudsynt forstår kva dei har gjort (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 161). At Mari føretrekk å velja ein meir indirekte overgang, der ho går via ein ekstra representasjon, kan tolkast som eit ynskje om å sikra seg at overgangen vert gjort korrekt.

Seinare i intervjuet med Mari og Karl vart dei presentert for ei påstand kring GeoGebra som støtte i overgangen. Her kjem det fram at Mari ikkje naudsynt tenkjer at GeoGebra er eit verktøy i overgangsprosessen.

Intervjuar: Kva tenker de om påstanden: GeoGebra hjelper meg til å gå frå ei representasjonsform til ei anna?

Mari: Eg føler på ein måte det er meir at du nyttar noko anna for å kome til GeoGebra. At det er det avsluttande på ein måte. For å vise fram resultat og sånt.

Her kan det vere vanskeleg å tolke det Mari seier, men det kan vere lurt å sjå det i samanheng med det som er kome fram tidlegare i intervjuet. Der fortel ho at ho synst det er enklare dersom ein vel ein indirekte prosess når ein skal gjere overgangar mellom ulike representasjonar (Janvier, 1987a, s. 27). Det kan òg handle om at ho ikkje kjenner godt nok til omgrepet representasjon, og ikkje er klar over at ho her gjer ein overgang. Ho har i tillegg nemnt tidlegare i intervjuet at du kan nytte funksjonane i GeoGebra som ein fasit når du studerer ein graf. Dette kom fram då det var diskutert kva mogleikar ein får ved å bruke GeoGebra, og er vist i følgjande utdraget av transkripsjonen:

> Karl: Det er ganske greitt, spesielt med GeoGebra fordi då skriv du inn formelen og får visualisert korleis det er og du får sitt skikkeleg korleis det går. Så kan du gå inn på statistikkar og. Det er lettare å forstå då. Og ta det inn…I staden for at du må skrive ein formel og så må du teikne det på eit ark. Og så må du forstå det via det, medan i GeoGebra så kan du gå inn på statistikkar og du kan bevege pila på kor du vil. Så kan du liksom sjå mønster betre.
>
> Mari: Og det er jo nøyaktig fasit. I forhold til kva formel du skriv.
> Karl: Og så merker du med ein gang dersom du gjer feil, eller ikkje. For då kjem det sånn error og sånt.
> Mari: Det hadde du ikkje dersom du skreiv det i vanleg bok.

Her er Mari og Karl inne på nokre viktige mogleikar ein får ved å nytta GeoGebra i matematikkundervisinga, der det gir mogleik til visualisering og analysering av grafen. Anna Sfard (1991, s, 3) har skrive om korleis abstrakte matematiske omgrep ofte berre kan «sjåast» med tankane, og at det å meistre og sjå desse usynlege objekta på mange måtar er avgjerande for den matematiske kompetansen. At elevane her får eit bilete på matematikken dei kan sjå med augo, kan dermed vere svært nyttig for å lære matematikk. Matematiske programvarer som GeoGebra vert ofte nytta for å gi tilgang til observasjon av grafar, noko som Yerushalmy (2006, s. 382) hevdar at kan fungere som ei støtte for å sjå funksjonar som matematiske objekt.

Karl påpeikar at ein får nokre mogleikar ved å nytta GeoGebra som ein ikkje får dersom ein berre skriv i vanleg skrivebok. Til dømes får dei mogleik til å undersøke, og hente informasjon frå grafen ved å nytta funksjonar i programmet (Norstein, 2018, s. 52). Dette er mogleikar elevane meiner dei ikkje får like enkelt tilgang til dersom dei ikkje nyttar GeoGebra. Mari er samd i dette, og påpeikar at ein då kan nytte det som ein fasit. Dette kan tolkast som at Mari er samd i at GeoGebra gir nokre mogleikar til å hente meir informasjon frå graf som representasjonen, samstundes som ho er inne på at ho ser på GeoGebra er avsluttande del av overgangen og at ein nyttar det for å vise fram eit resultat. Dette kan handle om korleis ein vel å nytta GeoGebra i læringssituasjonar. GeoGebra kan nyttast både som reorganiserar og som forsterkar. Vert det nytta som ein forsterkar er det ofte for å framstille eller presentere resultat på ein ryddig måte (Norstein, 2018, s. 52). Dersom Mari vanlegvis nyttar GeoGebra på denne måten kan det forklara årsaka til at ho ser på det som den avsluttande representasjonen.

Å uttrykkje seg symbolsk vert omtala som representasjonar av dei objekta eller omgrepa ein viser til (Skott et al., 2008, s. 160). Janvier (1987a, s. 28) skil mellom fira former å presentere dei matematiske eigenskapane til ein funksjon. Kva representasjonsform som eignar seg best i kva situasjon vil vera ulike, alt etter kva føremålet er. Ofte teiknar elevane ein graf til slutt i oppgåva, fordi dei skal studere grafen og finne bestemte verdiar gitt for funksjonen. Dei skal nytte programmet til å hente informasjon, som Karl peikar på. Det treng difor ikkje naudsynt å handla om at GeoGebra ikkje er ei støtte for Mari i overgangen, men at ho ser på grafen som eit produkt ho kan vise fram og hente informasjon i frå. Det som kan vere viktig er at dei begge peikar på mogleikane ein går glipp av dersom ein ikkje nyttar GeoGebra.

I intervjuet med ei anna elevgruppe kjem det òg fram at ved å nytte GeoGebra får du mogleik til å hente informasjon og til å studere dei matematiske eigenskapane. Dette peikar dei på som mogleikar som ein ikkje naudsynt ville fått elles. Dette gjeld spesielt når ein har graf som representasjonsform. Dette er vist i følgjande utdrag, der samtalen omhandlar oppgåva dei hadde arbeida med under undervisingsøkta som vart observert.

> Intervjuar: Etterpå teikna de grafen til uttrykket. Kva informasjon tenker de den gir i forhold til berre uttrykket?
>
> Lise: Viser litt meir på framgangen. Korleis ein kom fram til det.

> Kari: (…) Når ein har berre uttrykket så må ein jo sette inn tala for å finne korleis. Når eg ser ein graf så ser eg på ein måte, her går det veldig rett opp, at det aukar veldig. GeoGebra gjer at du kan sei noko generelt, tankar om den grafen då.

Dette utdraget peikar på at elevane synest graf som representasjon gir meir informasjon enn det eit funksjonsuttrykk gjer. Dette samsvarar med det Lehtinen (2017, s. 103) fann ut i sitt masterstudie, der ho har undersøkt kva elevar i matematikk 2P skriv. Ho kom mellom anna fram til at elevane nyttar funksjonsuttrykket til å teikne grafen, men ut over dette såg dei liten verdi av funksjonsuttrykket som representasjon (Lehtinen, 2017, s. 101). Det peikar òg på dette som Karl var inne på, at ein får fleire mogleikar dersom ein teiknar grafen i GeoGebra, då Lise òg peikar på at ein kan sjå korleis det endrar seg frå det eine punktet til det andre. Ved spørsmål til elevane om korleis dei trur GeoGebra ville vore til hjelp dersom dei hadde graf som start-representasjon så meiner dei sjølv at dette kunne vore meir utfordrande, men at det framleis ville gitt mogleik til å hente informasjon. Tidlegare forsking kring overgangen mellom ulike representasjonar har framheva at det kan vere meir utfordrande for elevane å gjere overgangen frå tabell eller graf som start-representasjonane, enn det er å gjere ein direkte overgang frå tabell som start-representasjon til graf som slutt-representasjon (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 167). Det samsvarer med det som kjem fram i intervjua, der til dømes Mari vel å gjere ein indirekte overgang og dermed gå via tabell som ein mellom-representasjon, og der Kari meiner det ville vore meir utfordrande dersom ein skulle gå frå graf som start-representasjon til ein av dei andre representasjonane. I elevintervjua kjem det fram at dei klarer å hente mykje informasjon frå grafen, fordi den mellom anna gir eit bilete av om verdiane stig eller søkk. I tillegg kan dei nytte funksjonane i GeoGebra til å finne bestemte verdiar. I følgje Lehtinen (2017, s. 103) krev det framleis ein del arbeid dersom dei andre representasjonane skal gi elevane like mykje informasjon som det ein graf gjer, noko som kan tyde på at dette framleis kan arbeidast med på skulen.

Seinare i intervjuet kjem det fram at Kari meiner GeoGebra kan eigne seg spesielt godt for elevar som har valt praktisk matte. Dette kjem fram i utdraget vist under:

Kari: Eg trur sånn som me som har P-matte, eller praktisk matte, at me kan bruke det litt meir sånn.. Sånn som no når me ser på samanhengar og matematiske modeller, og finn talmønster og sånt. Så kan me bruke det for å få meir forståing for matematikk i det heile, eller i livet på ein måte då. Det tenker eg at GeoGebra kan vere veldig bra for. I forhold til dersom me skal rekne eller sånt for hand, eller andre type ting.

Kari peikar i dette sitatet på viktigheita av å nytte GeoGebra til å få djupare forståing av matematikken. Ikkje berre knytt til matematikkfaget, men òg ei forståing av korleis matematikk heng saman med den verkelege verda. Dette samsvarer godt med Duval (2006, s. 104) som skriv at ved å nytte representasjonar kan ein gjere det mogleg å skildra eit system eller fenomen. Dei semiotiske representasjonane som vert nytta i GeoGebra verkar både som verktøy for å kommunisere mentale representasjonar og som verktøy for å produsere ny kunnskap (Duval, 2006, s. 104). I intervjuet med læraren nemnte han fleire gonger at han var oppteken av å nytte GeoGebra for å sjå samanhengane i faget med den verkelege verda. Ut i frå det som kjem fram frå datamaterialet kan GeoGebra vere med å lage matematiske representasjonar på verkelege system. Når elevane jobba med oppgåva *Leik deg til eit talmønster* hadde dei ein situasjon frå den verkelege verda som enda med ein matematisk formel. Det er likevel ikkje slik at ein automatisk lærer noko meir ved å nytte GeoGebra. Når ein nyttar GeoGebra som grafteiknar vert ikkje dei dynamiske eigenskapane nytta, og GeoGebra vert nytta som forsterkar. GeoGebra som forsterkar kan vere med på at elevane klarer meir, men det vil ikkje naudsynt gi betre forståing og innsikt (Norstein, 2018, s. 64). Men, elevane sjølv peikar her på at mogleikane ved å bruke GeoGebra gir dei noko meir enn dersom dei ikkje hadde hatt tilgang til dette verktøyet, noko som samsvarar med det Yerushalmy (2006) kom fram til i si forsking. Ho skriv mellom anna at grafiske programvarer vil kunne gi eit bilete av både funksjonsuttrykket, grafen og tabellen, og dermed hjelpe elevane til å sjå samanhengen mellom dei ulike matematiske representasjonane (Yerushalmy, 2006, s. 385). Men, det er ikkje naudsynt slik at ein berre kan ta i bruk verktøyet utan at ein har tenkt over føremålet med verktøyet og korleis ein skal nytta det som ein del av undervisinga. Neste delkapittel tek føre seg bruk av digitale verktøy med fagleg fortolking.

5.1.2 Bruk av digitale verktøy med fagleg fortolking

Som nemnt meiner Utdanningsdirektoratet (2016, s. 1) at digitale ferdigheitar er ein viktig føresetnad for læring, deltaking i arbeidslivet og for deltaking i eit samfunn i endring. I matematikkfaget skal elevane nytte digitale ressursar for å løyse, forstå og vurdere matematiske samanhengar og til å presentere matematisk innhald (Utdanningsdirektoratet, 2018). I følgje Krumsvik (2009, s. 149) har skulen for lite fokus på den faglege fortolkingskompetansen, der dei nyttar digitale verktøy til å lære faget. Det å bruke digitale verktøy for å lære faget, kan krevje at elevane oppnår *instrumental genesis.* Då vert dei digitale verktøya gradvis verktøy som kan nyttast automatisk og er «usynleg» i bakgrunnen (Ritella & Hakkarainen, 2012, s. 246). Det å nytte digitale verktøy som støtte, ved at ein approprierer dei kan vere utfordrande. Ein vert då nøydd til å tilpassa og endra sitt kognitive tankesett Ritella og Hakkarainen, 2012, s. 254).

I intervjuet fekk elevane spørsmål om kva fokus dei meinte skulen og lærarane har på dei digitale verktøya. Ut i frå intervjua kom det fram at elevane i hovudsak er samd i at ein har eit fokus på å nytte verktøya for å lære. I samband med dette temaet nemnte elevane nokre fordelar ved å nytta digitale verktøy. Nokre av fordelane var mellom anna at skulearbeidet går raskare og at det gir dei moglegheit til å samla meir poeng på prøvar, eksamenar og liknande. Det neste avsnittet refererer til utsegn frå elevinformantane under intervjua, der det var snakk om digitale verktøy i skulen.

> Intervjuar: Kva synst de om å bruke digitale hjelpemiddel i skulen?
>
> Lise: Det hjelp jo veldig på, på tentamen og sånt, at ein kan på ein måte lære det litt raskare fordi det går digitalt. Og at ein kan hente inn litt ekstra poeng på eksamen eller tentamenar og sånt.
>
> Kari: Eg synst at så lenge det er oppgåver som passer til det og me får opplæring i det me skal bruke, eller på ein måte blir vist korleis me skal finn kjelder og sånt så synst eg det er bra. Eg synst det er veldig avgjerande korleis læraren legge opp til opplæring då. Om det er bra eller ikkje.

Elevane uttrykker her at dei kan gjere skulearbeidet raskare dersom dei nyttar digitale verktøy. Dette samsvare med resultat Yerushalmy (2006) fekk i sitt studie. Ho nemner at elevane satt pris på at dei fekk gjort meir på kortare tid, og med mindre innsats, ved å nytta dei digitale verktøya (Yerushalmy, 2006, s. 381). Men, elevane nemner ein føresetnad for at elevarbeidet skal gå raskare ved å nytta digitale verktøy, og det er at dei då har opplæring i korleis dei skal nytta dei digitale verktøya. Dette samsvarer med det Hege Rislaa (2016) kom fram til i si masteroppgåve, der ho gjennomførte eit introduksjonskurs til GeoGebra med 1T elevar ved den vidaregåande skulen. Ho konkluderte mellom anna med at elevane såg at GeoGebra ville fungere som eit kognitivt verktøy som kunne vere til hjelp for å sjå samanhengar, og dermed betre matematikkforståinga (Rislaa, 2016, s. 77). Men, ein føresetnad for å kunne nytte GeoGebra som verktøy for læring, var at dei først lærte å nytte GeoGebra og dei ulike funksjonane til programmet. Først etter at elevane ha utvikla ny praksis for bruk av digitale verktøy som instrument, vil det vere ein fordel å nytta verktøya. Det er når dei nyttar digitale verktøy som støtte i læring at dei har appropriert verktøya (Ritella & Hakkarainen, 2012, s. 248). Dersom elevane ikkje veit korleis dei skal nytte verktøyet i læringsarbeidet vil det ikkje vere ein fordel.

Avsnittet referert ovanfor peikar òg mot ei forventing frå skulen om at elevane meistrar dei digitale verktøya. Lise peikar på dette ved å sei at ved å nytte dei digitale verktøya har dei mogleik til å få fleire poeng på tentamen og eksamen. I lærar intervjuet kom det fram at det i starten var vanskeleg å laga oppgåver som gjorde at elevane fekk vist fagkompetanse ved å nytta digitale verktøy, og ikkje berre ferdigheiter til å nytta digitale verktøy. Noko som samsvarer med det Krumsvik hevdar, at skulen har hatt for lite fokus på fortolkingskompetanse (Krumsvik, 2009, s. 149). Dersom skulen har hatt fokus på reiskapskompetansen, der dei tekniske ferdigheitene kring bruken av digitale verktøy er i fokus, vil ikkje elevane kunna nytta verktøya som støtte. Instrumental genesis kan studerast på ulike nivå, der det personlege nivået vil vere avgjerande for kompetanse ved bruk av digitale verktøy (Ritella & Hakkarainen, 2012, s. 248). Ein må endre og tilpasse sitt kognitive tankesett (Ritella &Hakkarainen, 2012, s. 254) før dei digitale verktøya kan nyttast som støtte.

Lise meiner at ho lærer raskare dersom ho nyttar digitale verktøy, og i følgje Utdanningsdirektoratet (2018) er eit av føremåla med å utvikla digitale ferdigheitar hos elevane at dei skal nytta det til nettopp læring. Krumsvik (2009, s. 249) påpeikar at dei digitale verktøya ikkje berre skal effektivisere arbeidet, men at elevane skal nytte verktøya fagleg slik at det tilfører noko meir. At Lise meiner ho lærer raskare ved hjelp av dei digitale verktøya, kan tyde på at ho snart har appropriert dei, òg kome langt i prosessen med instrumental genesis (Ritella & Hakkarainen, 2012, s. 246). I 2015 kom det krav om at elevane i grunnskulen må nytte program for grafteikning på eksamen (Norstein, 2018, s. 63). I Matematikk 2P faget er det fleire eksamensoppgåver som krev at ein meistrar å nytte program for grafteikning, i alle fall dersom ein ynskjer å oppnå mest mogleg poeng. Dette peikar Lise på i utdraget av transkripsjonen, at det å meistra digitale verktøy er ein fordel på eksamen. Å nytte digitale verktøy er altså ikkje valfritt, men eit krav til eksamen. Det er òg forventa at elevar som er ferdig i vidaregåande skule skal ha digitale ferdighetar som gjer dei førebudd til å meistre arbeidsliv og deltaking i eit samfunn i endring (Utdanningsdirektoratet, 2016, s. 1).

Ut i frå dette kan det sjå ut som det ikkje er nok å følgje forventingane om å nytte verktøyet, men ein må vere bevisste på korleis ein nyttar dei. Dette vil gjelde både lærarar og elevar, men det vil vere opp til læraren å leggje opp til fagleg bruk av dei digitale verktøya. At læraren evnar å legge til rette for bruk av digitale verktøy kan krevje at han har digital kompetanse, og at elevane meistrar å nytta dei digitale verktøya kan krevje at dei har digital kompetanse. I delkapittelet om bruk av digitale verktøy (2.2) vart omgrepa digital kompetanse og digitale ferdigheitar presentert. Medan Utdanningsdirektoratet legg opp til at elevane skal tileigna seg digitale ferdigheiter er mellom anna Krumsvik (2009) og Ferrari (2012) inne på at det kan vere meir passande å seie at dei skal tileigna seg digital kompetanse. Denne diskusjonen vert ikkje ytterlegare utdjupa i denne masteroppgåva, då dette studiet legg vekt på kva forventingar Utdanningsdirektoratet har til skulen og elevane. Det er difor tatt utgangspunkt i læreplanen som legg føringar for skulen, undervising og eksamen. Det kan då vere naturleg å starte med å sjå på føremålet med digitale verktøy i skulen. Utdanningsdirektoratet (2016) nemner at digitale ferdigheitar er ei viktig føresetnad for vidare læring og for aktiv deltaking i eit arbeidsliv og i eit samfunn i stadig endring.

Til trass for at det i denne masteroppgåva ikkje er lagt vekt på verken læraren eller elevane sin digitale kompetanse, kan det vere verdt å nemne at det finnes fleire akademiske diskusjonar kring bruken av digitale verktøy i skulen, og kva kompetanse det krev av lærarar i det digitale klasserommet.

Rune Krumsvik (2014b, s. 13) refererer til SMIL-studie som studerte samanhengen mellom IKT-bruk og læringsutbytte i vidaregåande skule. Nokre av hovudfunna i SMIL-studien er at god klasseleiing er avgjerande for godt læringsutbytte i den digitale skulen, at læraren sin digitale kompetanse hevar eleven sitt læringsutbytte og at det er eit stort behov for digital kompetanseheving hos lærarane (Kommunesektorens Organisasjon, 2013, s. 4). Digital kompetanseheving vert skildra i Meld.St.28 *Fag-Fordypning- Forståelse* (s. 74) som tek føre seg at profesjonsfagleg digital kompetanse skal vektleggast sterkare i lærarutdanningane. Det er klare indikasjonar på at læraren sin digitale kompetanse påverkar elevane si læring, og at det difor skal satsast på å auke lærarane sin profesjonsfaglege kompetanse. Til trass for at dette ikkje er vektlagt i dette studiet, kan det vere viktig å ha med seg når ein drøftar føremålet med digitale verktøy i skulen.

I utdraget vist tidlegare i dette delkapittelet påpeikar Kari at det er bra med digitale verktøy dersom elevane vert vist korleis dei skal nytta dei, og at det er avhengig av korleis læraren legg opp til opplæringa. Ritella og Hakkarainen (2012, s. 248) nemner at det er først etter at både lærarar og elevar har utvikla ny praksis for bruk av digitale verktøy som instrument for å nå eit mål at vil det vere ein fordel for læringa å nytta verktøya. Ut i frå det som kjem fram i SMIL-studiet vil læraren sin digitale kompetanse vere med på å påverke i kva grad han er kompetent til å leggje til rette for å lære ved hjelp av digitale verktøy. Korleis læraren nyttar erfaringar og kompetanse for å legge til rette for bruk av GeoGebra vert drøfta seinare i oppgåva, då i samband med forskingsspørsmål 2 som tek føre seg korleis læraren nyttar elevane sine erfaringar med bruk av GeoGebra som støtte i overgangen for å leggje til rette undervisinga.

Det vil ikkje naudsynt berre vere læraren sin digitale kompetanse som påverkar korleis digitale verktøy vert nytta i læringssituasjonar, men det kan òg vere avhengig av korleis elevane klarer å nyttiggjere seg av verktøya.

5.1.3 Digital kompetanse i overgangen mellom representasjonar

Vygotskij hadde fokus på både fysiske, mentale og kulturelle artefakter som medierande artefakt. Ved hjelp av artefaktene kan menneske gjere noko meir. Men, det inneber at ein må lære å beherske reiskap for å nyttar dei som støtte i læringsprosessen (Säljö, 2006, s. 69). Det kan sjå ut som at Rune Krumsvik føretrekk å nytta omgrepet digital kompetanse i staden for digitale ferdigheitar. Han seier at kompetanseomgrepet kan delast i to, fortolkingskompetanse og reiskapskompetanse (Krumsvik, 2009, s. 232). For å nytta digitale verktøy til læring trengst både fortolkingskompetanse og reiskapskompetanse. Både Vygotskij (Säljö, 2006, s. 69) og Krumsvik (2009, s. 233) er dermed inne på at ein må kunne beherske den tekniske delen av verktøya for å kunne dra nytte av dei i læringssituasjonar. Det krev dermed at elevane lærer å bruke dei digitale verktøya før dei kan nytte verktøya for å lære. Det var dette Rislaa (2016) kom fram til i si forsking, der ho konkluderte med at det å bruke for å lære (fortolkingskompetanse) kan oppnåast dersom ein har god nok kjennskap til verktøyet. Dette samsvarar òg med det Ritella og Hakkarainen (2012, s. 246) tek føre seg når dei skildrar termen instrumental genesis. For at ein skal kunne nytte digitale verktøy effektiv krev det at ein meistrar dei. Målet vil vere at ein nyttar teknologien som støtte i personleg læring, først då vert ein det som vert kalla teknologisk flytane (Ritella og Hakkarainen, 2012, s. 248).

Når ein nyttar GeoGebra i matematikkundervisinga, krev det at elevane ikkje berre veit korleis dei utfører dei ulike funksjonane i programmet, men at dei òg veit kva representasjonar som ligg i kodespråket. Sentralt i matematikkopplæringa ligg det matematiske språket. Dette vert sett på som eit reiskap for å skildra og kommunisere matematikk der symbola ikkje berre representerer seg sjølv, men òg noko anna (Skott et al, 2008, s. 159). GeoGebra har eigne kodar elevane må plotte inn for å få bestemt informasjon, desse kodane må elevane nytte og overføre til matematisk språk. Dei kan òg vere naudsynt at dei forstår dei ulike matematiske representasjonane, og korleis dei kan nytte informasjonen frå desse til å hente meir informasjon ved hjelp av GeoGebra og funksjonane i programmet.

Ut i frå intervjua med elevane og læraren kan det sjå ut som at ein i 2P-faget har fokus på å nytte GeoGebra som eit verktøy i matematikkopplæringa. Alle elevane nemnte at dei hadde hatt kjennskap til programmet sidan ungdomsskulen, og at dei difor kjente til funksjonane i programmet. Dei har altså allereie lært å nytte verktøyet. Det kom likevel fram av intervjua at elevane låg på ulike nivå når det gjaldt reiskapskompetanse knytt til GeoGebra som digitalt verktøy. Det kjem fram i det følgjande utdraget av eit av elevintervjua.

> Mari: Altså no prøver me meir å bruke det for å løyse oppgåver, men det er jo ofte at vertfall halvparten av klassen må lære seg korleis dei skal bruke sjølve programmet.
>
> Karl: Eg trur det går litt individuelt, på kvar du er der liksom. Dei legg opp oppgåver til GeoGebra, og så dei som kan GeoGebra køyrer på. Så er det alltid nokon som treng hjelp og så tar dei det sånn på ein måte.
>
> Mari: Me skal jo kunne bruke det fint, for me har jo lært det sidan 8. klasse. Men, det er jo ikkje alle som .. (avbrote av Karl).
> Karl: Så er det jo noko ekstra med CAS og sånt, det har jo me lært no. Så det er jo nokre ekstra tilleggsgreier som me lærer.

Utdraget peikar på at til trass for at elevane kjenner til mange av funksjonane i GeoGebra, er det framleis enkelte ting dei må lære seg. I tillegg vert det nemnt at mange framleis må lære seg korleis dei skal nytte verktøyet. Gjennom *instrumental genesis* vert digitale verktøy noko som kan nyttast automatisk, utan at ei naudsynt tenker over at no «må» eg nytte dette verktøyet (Ritella & Hakkarainen 2012, s. 246). Slik som ein gjerne automatisk nyttar ein kalkulator dersom ein skal multiplisere store tal. I følgje Hildegunn Otnes (2009, s. 14) er dei digitale verktøya integrert når ein ikkje lenger tenkjer over dei. Først då er det effektivt å nytte verktøya. Utdraget frå elevintervjuet peikar mot at GeoGebra ikkje er heilt integrert hos elevane. Nokre av dei treng framleis rettleiing frå læraren når dei nyttar programmet. Noko som igjen vil bety at elevane framleis treng meir øving i å nytta GeoGebra for å lære, slik som Rislaa (2016) kom fram til i si masteroppgåve. I følgje Rislaa (2016, s.77) meinte elvane i hennar studie at GeoGebra kunne fungere som eit kognitivt verktøy som kunne vere til hjelp for å sjå samanhengar og dermed gi betre og djupare matematikkforståing. Å sjå samanhengar kan handle om å gjere overgangar mellom representasjonar, der elevane må forstå kva som ligg i dei ulike representasjonane og at dei semiotiske representasjonane ikkje berre verkar som eit verktøy for å kommunisere nokre spesielle mentale representasjonar, men òg som eit verktøy for å produsere ny kunnskap (Duval, 2006, s. 104). Det kom òg fram av elevintervjua at elevane las ut i frå oppgåveformuleringa om det var naudsynt å nytte GeoGebra eller ikkje, òg at dersom dei kunne unngå det så gjorde dei ofte det. Ut i frå datamaterialet som er samla inn i dette studiet kan det dermed sjå ut som om det er ein veg å gå før GeoGebra vert nytta som eit integrert verktøy for alle elevane utan at dei tenkjer over at dei «må» nytte GeoGebra.

Datamateriale og det teoretiske bakteppet peikar òg mot at ein ikkje kan nytte verktøya i læringssituasjonar før ein har lært litt om bruken av verktøyet. Til trass for at enkelte elevar framleis må lære å bruke verktøyet tyder datamaterialet på at GeoGebra kan vere eit verktøy i matematikkopplæringa. Men, det kan krevje støtte og rettleiing frå læraren. Dersom ein arbeidar mot instrumental genesis, der dei digitale verktøya gradvis vert usynlege (Ritella & Hakkarainen, 2012, s. 246) vil verktøya verte ei støtte i læringsprosessen. Når det gjeld GeoGebra viser datamaterialet at elevane ser verdien av å nytta verktøyet i matematikkopplæringa. Spesielt når ein har graf som representasjonsform meiner elevane at GeoGebra gir mogleikar som ein ikkje ville fått utan å nytta verktøyet. Elevane peikar spesielt på mogleiken til å hente bestemt informasjon, men kanskje viktigast av alt, mogleiken til å knytte matematikkfaget til den verkelege verda. Dette samsvarar med det Yerushalmy (2006) kom fram til. Ho skriv at grafiske programvarer vil kunne gi eit bilete av representasjonen, og dermed hjelpe elevane til å sjå samanhengen (Yerushalmy, 2006, s. 385).

5.2 Kva kan læraren gjere?

Så langt i drøftinga er det tatt utgangspunkt i det første forskingsspørsmålet, som omhandlar elevane sine opplevingar kring bruken av GeoGebra som støtte i overgangen mellom ulike representasjonar. I førre delkapittel vart det nemnt at læraren sin digitale kompetanse kan påverke korleis han legg til rette undervising der ein nyttar seg av digitale verktøy. Som tidlegare nemnt er *representasjonar og kommunikasjon* eit av kjerneelementa som kjem fram i høyringa til den nye læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2018). Både Thorud (2014, s. 69) og Lehtinen (2017, s. 103) peikar på utfordringar elevane har når det gjeld å hente informasjon og overføre matematiske eigenskapar mellom ulike representasjonar. Ved at den nye læreplanen legg opp til at elevane skal få forståing for matematiske representasjonar, og at ein er kjent med at overgangen mellom representasjonar kan vere utfordrande for elevane, kan det vere viktig at læraren legg til rette undervisinga slik at ein kan støtte elevane i desse utfordringane. Følgjande avsnitt vil difor ta føre seg forskingsspørsmål 2, som er knytt til korleis læraren nyttar elevane sine opplevingar for å legge til rette bruken av GeoGebra.

Ritella og Hakkarainen (2012, s. 248) skriv at det er først når både lærarar og elevar har utvikla ny praksis for bruk av digitale verktøy som instrument at vil det vere ein fordel for læringa å nytta verktøya. I følgje Hildegunn Otnes (2009, s. 14) inneber det å vere digitale at dei digitale verktøya er ein internalisert del av handlingsmønsteret, og at ein ikkje lenger tenker over at det er der. SMIL-studiet peikar mot at læraren sin digitale kompetanse vil vere med på å påverke i kva grad han er kompetent til å leggje til rette for å lære ved hjelp av digitale verktøy (Kommunesektorens Organisasjon, 2013, s. 4). Denne masteroppgåva har ikkje fokus på læraren sin digitale kompetanse, men har fokusert på korleis han nyttar erfaringar for å legge til rette for bruk av GeoGebra.

5.2.1 Korleis legg læraren til rette for bruken av GeoGebra i overgangsprosessen?

Under undervisingsøkta som vart observert arbeidde elevane som nemnt med oppgåva *Leik deg til eit talmønster.* Læraren hadde gjort nokre val i forkant av undervisinga, der han mellom anna hadde valt å ikkje kalla spelet for Hanois tårn. Dette var for at elevane ikkje skulle finne ut av den matematiske formelen som høyrte til spelet ved å søkje på internett. Dette kan vere eit enkelt, men òg viktig val. Dersom elevane hadde søkt opp mønsteret på internett, ville dei ikkje møtt same utfordringar og ville kanskje ikkje fått same læringsutbyte.

Læraren hadde òg gjort val i korleis elevane skulle gå stegvis fram i laupet av oppgåva, for å styrka samanhengen mellom dei ulike representasjonane. Dette kom fram i laupet av intervjuet med læraren der det var snakk om utfordringar elevane møter når dei skal gjere overgang mellom ulike representasjonar. Det er vist i følgjande utsegn:

> Lærar: Hovudpoenget i oppgåva er jo at ein skal styrke dei samanhengane mellom representasjonane, det er jo det som er målet med det. Du kan jo alltid berre spele, eller berre få formelen. Ei oppgåve kunne jo vert sånn at talmønsteret til Hanois tårn er sånn, teikn grafen og finn viss du har 20 brikker. Det kunne vore ei. Så ideen bak det var å styrke den, og knytte saman desse ulike representasjonane då, og skape ein vidare forståing. Det var det som var nøkkelen med å gjere det

Læraren seier her at den stegvise overgangen var for å hjelpe elevane til å sjå samanhengen mellom dei ulike representasjonane. Både Janvier (1987a, s. 27) og Adu-Gyamfit med fleire (2012, s. 159) påpeikar at det er to representasjonsformer som er involvert når ein skal gjennomføre ein direkte overgang. Det er ein start-representasjon og ein slutt-representasjon. Tidlegare studie viser at mange elevar vel ein meir indirekte prosess, ein prosess der dei går via ei ekstra representasjonsform for å nå mål-representasjonen (Janvier, 1987a, s.27). Det var ein slik overgang som vart gjort under undervisingsøkta. Elevane starta med ei matematisk situasjon og skulle først laga tabell, før dei fann ein formel og til slutt teikna ein graf. Når læraren legg opp økta slik kan det gi elevane ein peikepinn på korleis ein kan gå fram stegvis for å løyse liknande oppgåver. Det kan òg handle om at læraren har erfaringar med at elevane føretrekk ein indirekte prosess (Janvier, 1987a, s.27). I elevintervjua kom det mellom anna fram at Mari føretrekk å overføre informasjonen til tabell før ein overfører det til ein graf. Adu-Gyamfit med fleire (2012, s. 167) peikar på at ein tabell har fjerna all overflødig informasjon, og at det då kan vere utfordrande å avgjere korleis ein skal overføre informasjonen frå tabell til ei anna representasjonsform. Den stegvise prosessen kan vere til hjelp for elevane for å sjå korleis GeoGebra kan nyttas som eit verktøy for å sjå samanhengen mellom ulike representasjonar. Då gjerne ved å lage eit bilete på av den, òg for å skildre den matematiske situasjonen som spelet var innleiingsvis. Som samsvarar med det Duval (2006, s. 104) skriv, då han skriv at matematiske representasjonar gjer det mogleg å til dømes skildre eit system.

Måten oppgåva var lagt opp på gjorde ikkje berre at elevane måtte gå stegvis fram for å kome fram til ønska representasjonsform, men òg at dei fekk bekrefta at dei matematiske eigenskapane vart overført frå ei form til ei anna. Då med støtte frå læraren. Når det gjeld å tolke og overføre matematiske eigenskapar viser tidlegare studie at dei fleste feila vert gjort når ein går frå tabell som start-representasjon til graf eller likning (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 168). Årsaka ligg i at det i ein tabell er fjerna mykje informasjon. I oppgåva som vart gjennomført i undervisingsøkta var læraren heile tida å støtta elevane i overgangen frå tabell til ein generell formel. I kapittel 4, *Presentasjon av datamateriale* kjem det fram at elevane forsøkte fleire ulike formlar før dei ved hjelp av læraren kom fram til den som var korrekt, og vidare teikna den i GeoGebra.

I økta som vart observert vart GeoGebra i hovudsak nytta til å teikna grafen, før heile klassen vidare kunne diskutera utsjånaden til grafen i regi av læraren. Der kom dei mellom anna fram til at grafen veks raskt etter kvart som talet på ringar aukar. I laupet av elevintervjua kom det fram at nettopp dette såg elevane på som ei viktig mogleik ved å nytte GeoGebra som ein del av matematikkopplæringa, at GeoGebra gir mogleik til å lage eit bilete av dei matematiske eigenskapane. Læraren var og bevisst på å samtala om informasjonen grafen gir, og korleis ein kunne sjå dette att i dei ulike representasjonane. Til dømes kunne ein nytta grafen til å utvida tabellen, og ein kunne nytte GeoGebra til å rekne ut kor mange trekk ein må nytte dersom ein hadde ti og tjue ringar. I følgje Adu-Gyamfit med fleire (2012, s. 161) spelar det ikkje noko rolle i kva rekkjefølgje dei ulike prosessane i overgangsprosessen vert gjennomført, så lenge ein gjennomfører dei. Men, til trass for at det er mogleg å gjennomføre overgangar utan å vere merksam på desse handlingane er det viktig å bekrefte dei for å unngå feil (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 161). Det å samtala kring dei matematiske eigenskapane knytt til dei ulike representasjonsformene kan vere ein viktig del av det å bekrefte overgangen.

Når det gjeld å legge til rette for bruk av GeoGebra i undervisinga har læraren gjort nokre viktige val i forkant av undervisingsøkta. Til trass for at verken lærarar eller elevar nyttar omgrepet *matematiske representasjonar* har læraren sørga for at elevane møter alle dei fira hovudformene som ein funksjon kan presenterast på (1987a, s. 29). Han er òg med på å sørge for at elevane sikrar at dei matematiske eigenskapane vert overført frå ei form til ei anna, som er viktig for å unngå feil i overgangen (Adu-Gyamfi et al., 2012, s. 161). Denne undervisingsøkta legg til rette for at elevane kan bruke GeoGebra i læringsprosessen. GeoGebra vert ikkje berre nytta som ein forsterkar der målet er å gjere utrekningane meir effektivt (Norstein, 2018, s. 52), men òg som reorganiserar for å betra, og moglegvis auke, innsikta og forståinga i faget (Norstein, 2018, s. 52). Å appropriere seg digitale verktøy kan vere vanskeleg, fordi det handlar om å tilpasse og endra kognitive tankesett (Ritella og Hakkarainen 2012, s. 254). Ved at læraren viser i kva situasjonar ein kan nytte GeoGebra, og korleis ein kan nytte det, kan det vere til hjelp for at elevane skal få endra sitt tankesett. Dermed kan dei arbeide mot å instrumental genesis der GeoGebra vert eit verktøy som nyttast automatisk (Ritella & Hakkarainen 2012, s. 246).

5.2.2 Korleis legg læraren opp undervisinga for å unngå utfordringar ved å nytte GeoGebra?

I Intervjua med både lærar og elevar peikar dei ikkje berre på mogleikar, men òg utfordringar kring bruken av GeoGebra. Utfordringane som vert nemnt i intervjua, som dei vanlegaste utfordringane knytt til bruken av GeoGebra, omhandlar den tekniske bruken av programmet. Det vert mellom anna nemnt at elevane opplev å få «error», altså ei feilmelding. Denne feilmeldinga seier lite om kva som er feil, det kan difor vere vanskeleg for elevane å rette opp feilen. Læraren nemner òg at det det tekniske kan skapa utfordringar for elevane.

> Lærar: .. Kanskje det er litt til hinder med GeoGebra er at viss dei gjer ein liten feil, at dei ikkje får det til, så detter alt i fisk. At det kan vere små ting på kodinga og som kan gjer det. At dei nyttar feil kommando, eller ikkje finn kommandoen. Har opplevd at ein nyttar punktum i staden for komma, eller at ein skriv tabellen feil, eller at ein legg feil felt i

> tabellen når du skal ha regresjonsanalyse. Så det er ein del slike fallgruver. Og dei har så lite sjølvtillit at dei ikkje klarer å løyse det der og då.

I elevintervjua vart det nemnt både kompetanse og motivasjon som elevane sin bakgrunn for val av matematikkfag på vidaregåande. Rislaa (2016) har gjennomført eit introduksjonskurs med fokus på å lære ved hjelp av GeoGebra. Når det gjeld verdien av å nytte GeoGebra har ho delt denne i tre, der ein av dei eigenverdi (Rislaa, 2016, s. 71). Der kom ho fram til at elevane som opplevde å meistre viste engasjement, og dermed opplevde eigenverdi (Rislaa, 2016, s. 72). Utdraget over viser at læraren tenkjer at dersom elevane opplev å ikkje meistre det å nytte GeoGebra som eit verktøy kan gå ut over sjølvtilliten og motivasjonen i faget. Elevane nemner matematisk kompetanse som bakgrunn for val av matematikkfag. I og med at dei ikkje naudsynt tenkjer at dei har høg kompetanse kan det vere naturleg å tenke at dette er elevar som treng å få auka sjølvtilliten og ikkje motsett. Under intervjuet nemnte Lise at det er med GeoGebra som det er med anna matematikk, ein må øve på det. Dette kan tolkast inn mot dei tekniske ferdigheitene ved bruken av GeoGebra. At ein må kjenne til funksjonane i programmet og øve på å finne den bestemte informasjonen.

I lærarintervjuet kjem det som tidlegare nemnt fram at han er oppteken av å nytte verktøya for at elevane skal lære, og det kan sjå ut som om han er oppteken av at det ikkje skal vere dei tekniske ferdigheitene, reiskapskompetanse, som skal sette ein stoppar for elevane.

> Lærar: På sånne prøvar og sånt som me har i klassen så går eg heile tida rundt, og viss det er tekniske ting som gjer at dei ikkje får det til. La oss sei at dei skal definere, og dei ikkje får det til, at det er kommandoen som stoppar dei, så hjelper eg dei med det altså. Rett og slett. Og dersom dei ikkje får opp funksjonen eller.. Ja. Så hjelper eg dei med sånne tekniske ting.

Læraren vel altså å hjelpe elevane me tekniske ting, slik at dei vidare kan nytta GeoGebra til å vise sin matematiske kunnskap. I følgje høyringa som er sendt ut av Utdanningsdirektoratet (2018) så skal elevane nytta digitale verktøy til å løyse, forstå og vurdere matematiske samanhengar og presentere matematisk innhald. Dette tydar på at det er nettopp den matematiske kunnskapen elevane skal vise, og ikkje evne til å meistre GeoGebra. Læraren nemner at det er viktig å vere bevisst på å kva spørsmål ein stiller under prøvar og eksamenar, og at desse spørsmåla samsvarer med kompetansen ein ynskjer at elevane skal vise.

> Lærar: Eg hugsar jo at når me gjekk over til å nytta mykje hjelpemiddel så var me kanskje ikkje alltid like bevisst på korleis me stilte spørsmål for å vise kompetanse då. Me kjente ikkje hjelpemiddela godt nok til å forstå, måten ein skulle formulere, og der elevane fekk bekrefte at dei hadde forstått kva dei skulle finne ut då. Eller vise forståing for det dei hadde funne. Og det var jo kanskje helst med vekting av poeng på oppgåver då. At ein kanskje må vekte meir type spørsmål der ein bruke kunnskapen ein har fått til å dra resonnement til å forklara.

Læraren poengterer her at ei utfordring ved å implementere dei digitale verktøya har vore å utforme oppgåver som gjer at elevar nyttar dei digitale verktøya til å vise matematisk kompetanse. Marianne Hagelia (2017) skriv at kompetanse kan lærast og utviklast, og at det vil kome fram gjennom handlingsmønsteret til ein person, medan ferdigheitar er evna til å til dømes søkje og lagre (Hagelia, 2017, s. 21). Det kan dermed sjå ut som at læraren gjer rett i å hjelpe dei med enkle tekniske utfordringar knytt til å bruke GeoGebra, slik at dei framleis får mogleik til å vise kompetansen dei har i faget. Dei kan vidare då nytta verktøyet til å kopla saman matematisk kunnskap og den verkelege verda.

Ei ulempe som vart nemnd kring bruken av GeoGebra var kodinga i programmet, og at ved å skrive små feil i kommandolinja så kan ein risikere at heile oppgåva vert feil. Læraren nemnte det å avgrensa grafen som eit døme på noko elevane av og til treng hjelp til. Det kan tenkast at det ikkje naudsynt berre vil vere det teknikse, men og det faglege som kan skapa utfordringar her. Matematikkspråket nyttar matematiske symbol for å skildra og kommunisere matematikk, der symbolet kan tenkjast som eit resultat av uttrykket og innhaldet i symbolet (Skott et al., 2008, s. 160). Vygotski meinte at vitskaplege omgrep er avhengige av mellom anna forklaringar (Säljö, 2016, s. 122). Dersom elevane då ikkje har forståing for kvifor ein skal avgrensa grafen, eller symbola som ofte representerer i oppgåva at her skal det avgrensast, så vil dei ikkje berre ha tekniske utfordringar ved å nytte verktøyet, men dei vil òg ha utfordringar med å forklara det matematikkfaglege som ligg i grafen som representasjonsform når den er avgrensa. Det kan dermed vere ein viss fare ved å hjelpe elevane med den tekniske bruken av GeoGebra, då dette handla om både den matematikkfaglege kompetansen og kompetansen i å nytte GeoGebra.

Gjennom instrumental genesis vert dei digitale verktøya usynlege, og samstundes naturlege å nytta (Ritella & Hakkarainen, 2012, s. 246), men det er først etter at både lærar og elevar har utvikla ny praksis for bruk av dei digitale verktøya at det vert ein fordel å nytta dei. Læraren legg opp ei undervising som gjer at elevane må veksle mellom alle dei fira ulike representasjonsformene, og viser dermed elevane korleis GeoGebra kan vere ei støtte i denne prosessen, då det mellom anna er med på å gi eit bilete av den matematiske situasjonen (Yerushalmy, 2006, s. 385).

I tillegg til at læraren har gjort nokre val i forkant av undervisingsøkta for å legge til rette for at elevane kan nytte GeoGebra i overgangsprosessen, gjer han val for å unngå utfordringar ved å nytte GeoGebra. Forsking viser at matematiske programvarer kan gi eit bilete av både funksjonsuttrykket, grafen og tabellen. Programvara kan dermed støtte elevane i å sjå samanhengen mellom ulike matematiske representasjonar (Yerushalmy, 2006, s. 385). Læraren vel å hjelpe elevane med tekniske funksjonar i programmet, slik at elevane ikkje stopper opp ved at dei ikkje får til GeoGebra. Det gjer at dei kan nytte programmet til å vise sin matematiske kompetanse. I tillegg nemner læraren at det er viktig å stille spørsmål som gjer at elevane får vist sin matematiske kompetanse. Læraren kan altså legge opp ei undervising der han prøver å unngå at elevane skal møte kjente utfordringar. I tillegg kan han legge opp til at elevane skal nytte GeoGebra som støtte i overgangsprosessen, ved å vise korleis det kan gi eit bilete på samanhengen mellom matematikkfaget og den verkelege verda.

6. Avslutting

I følgjande kapittel vert det gitt ei oppsummering av masteroppgåva, og konklusjonar frå studiet presentert. Konklusjonane tek utgangspunkt i problemstilling og forskingsspørsmål.

Oppgåva har vorte gjennomført med problemstillinga *Korleis kan GeoGebra nyttast for å støtta elevane i matematikk 2P i overgangsfasen mellom matematiske representasjonsformer?* For å svare på problemstillinga er det nytta to forskingsspørsmål;

Forskingsspørsmål 1: *Korleis opplev elevane at GeoGebra støttar dei i overgangen mellom ulike representasjonar?*

Forskingsspørsmål 2*: Korleis nyttar læraren eleven sine opplevingar for å legge til rette for bruk av GeoGebra?*

6.1 Oppsummering

Det er ikkje til å leggje skjul på at det har skjedd store endringar på kort tid når det gjeld digitalisering i skulen. Den aukande tilgangen til digitale ressursar, samt at læreplanen vektlegg å utvikla elevane sine digitale ferdigheitar, har opna for nye krav og mogleikar i matematikkfaget (Norstein & Haara, 2018, s. 5). I 2015 kom det krav om at elevane skulle nytta eit program for grafteikning på eksamen (Norstein, 2018, s. 63), og ut i frå høyringane som er sendt ut ser ein at *representasjonar og kommunikasjon* er eit av kjerneelementa i den nye læreplanen(Utdanningsdirektoratet, 2018). Dette var noko av bakgrunnen for val av problemstilling. For å kunne svare på problemstillinga vart det nytta kasusstudie som metode, der det vart samla inn data ved hjelp av intervju og observasjon.

Vygotskij (1978, s. 27) meinte at det skjer to typar omgrepsmessige prosessar når det gjeld utvikling av språket. Det er danninga av vitskapsomgrep og danninga av kvardagsomgrep. Ein del av det vitskaplege språket vil vere det matematiske språket. Matematikkspråket har eigne symbol, som representerer matematisk innhald. For å kunne skifte mellom dei ulike matematiske representasjonane må ein lære matematikk med forståing (Skott et al., 2008, s. 165). I tillegg til språk nyttar menneske kulturelle artefaktar som støtte i læringsprosessen. Gjennom prosessen med instrumental genesis vert digitale verktøy gradvis verktøy som kan nyttast automatisk og er «usynleg» i bakgrunnen (Ritella & Hakkarainen, 2012, s. 246). Dei kan då sjåast på som integrert og kan nyttast effektivt (Otnes, 2009, s. 14) i læringsarbeidet.

6.2 Konklusjon

Det første forskingsspørsmålet tek føre seg elevane sine opplevingar kring bruken av GeoGebra som støtte i overgangen mellom ulike representasjonar. Datamaterialet som er samla inn viser at elevane ser viktige mogleikar ved å nytta GeoGebra. Mellom anna meiner elevane at GeoGebra støtter dei ved å kopla matematikkfaget med kvardagslivet. Elevane meiner òg at ved å nytte GeoGebra og funksjonane i programmet får ein mogleik til å hente meir informasjon enn dersom ein ikkje hadde nytta seg av programmet. Både datamaterialet, tidlegare forsking og teorien peikar mot at ein bør vere bevisst på korleis ein nyttar dei digitale verktøya, dersom ein skal nytte verktøya for å lære. For at ein skal lære noko meir treng elevane kjennskap til programmet, og det beste er dersom det vert ein integrert del av handlingsmønsteret til elevane. Eit mål kan vere instrumental genesis, der verktøyet vert nytta som ei støtte utan at ein tenkjer over det.

Den andre forskingsspørsmålet tek føre seg korleis læraren nyttar elevane sine opplevingar for å legge til rette for bruk av GeoGebra. Her viser datamaterialet at læraren gjer nokre viktige val i planlegginga av undervising. Til dømes viser han stegvis korleis ein kan gå frå ei representasjon til ei anna. Han la òg opp til å vise korleis ein kan gjere ein indirekte overgang, ved å gå via ei eller fleire representasjonar før ein når slutt-representasjonen. Han var oppteken av å støtte elevane i å bekrefte matematiske eigenskapar, slik at ein sikra at matematikken vart overført frå ei form til ei anna. Når det gjeld bruken av GeoGebra var læraren oppteken av at elevane skulle få vise fagkompetanse, og ikkje kompetanse i å nytte GeoGebra. Han var dermed ei støtte dersom elevane hadde tekniske utfordringar, slik at dei framleis kunne tolke og hente informasjon frå GeoGebra, og dermed vise kva matematisk forståing dei hadde.

Når det gjeld problemstillinga; *Korleis kan GeoGebra nyttast for å støtta elevane i matematikk 2P i overgangsfasen mellom matematiske representasjonsformer?* viser dette studiet at GeoGebra kan nyttast som støtte ved at det koplar saman matematikkfaget og den verkelege verda. Elevane får eit bilete på matematikken, og kan dermed få ei djupare forståing. Ved å nytta GeoGebra i overgangen kan elevane hente meir informasjon, og programmet gjer kan gjere det enklare å sjå korleis dei ulike representasjonane heng saman. For at GeoGebra skal kunna nyttast som støtte kan det krevje at elevane har kjennskap til programmet, og at dei veit korleis dei skal nytta det for å lære matematikk.

For å få dette til så treng elevane lærarar som er med på å støtte elevane i både bruken av GeoGebra, og overgangen mellom dei ulike representasjonane. GeoGebra vil ikkje naudsynt gjere deg betre i matematikk, men kan det føre til at du får med deg noko av dei viktige matematiske aspekta som ligg i representasjonane, og dermed få djupare forståing for matematikkfaget og korleis matematikken kan sjåast att i den verkelege verda. Læraren kan vere ei støtte ved at han legg opp undervisinga slik at elevane får sjå korleis ein kan nytta GeoGebra i overgangen mellom dei ulike representasjonane. Det kan då vere ein fordel dersom ein nyttar ein indirekte overgangsprosess, der ein går via ei ekstra representasjonsform på jakt etter mål-representasjonen. Det kan òg vere ein fordel dersom læraren er med å sikre at dei matematiske verdiane vert overført frå ei representasjonsform til ei anna. Læraren i dette studiet var oppteken av at elevane ikkje skulle vise kompetanse i bruk av GeoGebra, men nytte GeoGebra til å vise sin matematiske fagkompetanse. Han gjorde difor val deretter og hjelper elevane med tekniske ting knytt til bruken av GeoGebra.

Tidlegare forsking med mellom anna Thorud (2014) og Abu-Gyamfit med fleire (2012) viser at elevar har utfordringar ved å gjere overgangar mellom ulike representasjonar. Dette forskingsarbeidet peikar mot at elevane i 2P òg synest at overgangsprosessen er utfordrande. Målet med denne masteroppgåva var å sjå om GeoGebra er eit verktøy som kan vere ei støtte i denne prosessen. *Korleis kan GeoGebra nyttast for å støtta elevane i matematikk 2P i overgangsfasen mellom matematiske representasjonsformer?* GeoGebra kan støtte elevane ved at det kan gjere arbeidet raskare. I tillegg får elevane eit bilete på den matematiske situasjonen, og GeoGebra gjer at dei klarer å hente ut meir informasjon. Viktigast av alt gjer GeoGebra at elevane ser samanhengen mellom matematikk og kvardagslivet, og det gjer det enklare å sjå samanhengar mellom representasjonar. Dette forskingsarbeidet viser at instrumental genesis, der verktøya er integrert i elevane sitt handlingsmønster, er naudsynt for å nytta GeoGebra i læringsarbeidet. Slik at elevane nyttar verktøyet for å lære.

6.3 Framtidig forsking

Ein del av bakgrunnen for denne masteroppgåva var eit spørsmål kring kvifor nokre elevar synst det er utfordrande å nytta GeoGebra som eit verktøy i matematikkopplæringa. Ut i frå denne masteroppgåva kan det handle om at dei ikkje har internalisert verktøyet, og dermed synest det er utfordrande å nyttiggjere seg av verktøyet. Denne oppgåva har tatt utgangspunkt i ein 2P-klasse ved vidaregåande skule. Målet har ikkje vore å generalisere, men gi eit blikk på korleis GeoGebra kan nyttast for å støtte elevane i overgangen mellom matematiske representasjonar. Det kunne vore interessant å utvida studie for å sjå om ein trekk dei same konklusjonane, slik at ein kann finne andre eventuelle årsaka til at nokre elevar synest det er utfordrande å nytte GeoGebra som eit verktøy.

Eit anna aspekt som kunne vore interessant å studere er knytt til digital kompetanse hos lærar og elevar. SMIL-studie peikar mot at læraren sin digitale kompetanse vil påverke kva som går føre seg i klasserommet. I klasserom med lærarar som har digital kompetanse vil læring dominere. SMIL-studiet peikar òg mot at god klasseleiing er avgjerande for læringsutbyte. Læraren sin digitale kompetanse kan heve elevane sitt læringsutbyte, men det er eit stort behov for digital kompetanseheving hos læraren (Kommunesektorens Organisasjon, 2013, s. 4). Digital kompetanseheving vert skildra i Meld.St.28 *Fag-Fordypning- Forståelse* (s. 74), som òg nemner at det skal fokuserast på å auka læraren sin digitale kompetanse. Som nemnt i denne oppgåva har ikkje elevane eller læraren sin digitale kompetanse fått særleg merksemd. Dermed kunne det vore interessant å studere korleis læraren og eleven sin digitale kompetanse påverkar mogleiken til å nytta digitale verktøy for å lære ved hjelp av GeoGebra.

7.0 Referansar

Adu-Gyamfi, K., Stiff, L. V. & Bossé, M. J. (2012). Lost in Translation: Examining Translation Errors Associated With Mathematical Representations. *School Science and Mathematics, 112*(3), 159-170. doi:10.1111/j.1949-8594.2011.00129.x

Alvesson, M. & Sköldberg, K. (2009). *Reflexive methodology : new vistas for qualitative research* (2nd ed. utg.). London: Sage.

Brinkmann, S. & Tanggaard, L. (2012). *Kvalitative metoder : empiri og teoriutvikling*. Oslo: Gyldendal akademisk.

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forl.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational studies in mathematics, 61*, 103-131. doi:10.1007/s10649-006-0400-z

Ferrari, A. (2012). *Digital Competence in Practice: An analysis of Framework*. Technical Report, European Commission, Joint Research Centre. doi: 10.2791/82116

GeoGebra (2016). Geogebra: Quickstart for desktop version. I I. G. Institute (Red.), https://app.geogebra.org/help/geogebra-quickstart-en-desktop.pdf (5.0 utg.). http://www.geogebra.org/ : International GeoGebra Institute.

Grimen, H. (2004). *Samfunnsvitenskapelige tenkemåter* (3. utg. utg.). Oslo: Universitetsforlag.

Hagelia, M. (2017). *Digital studieteknikk.* Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Hinna, K. R. C., Rinvold, R. A., & Gustavsen, T. S. (2011*). QED 5-10 Matematikk for grunnskolelærerutdanningen* (1. utg. Vol. 1): Høyskoleforlaget. Norwegian Academic Press.

Janvier, C. (1987a). Translation processes in mathematics education. I C. Janvier (red.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (s. 27-31): Lawrence Erlbaum Associates.

Janvier, C. (1987b). Representation and understanding: The notion of function as an example. I C. Janvier (red.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics (*s. 67-71): Lawrence Erlbaum Hillsdale.

Johannessen, A., Christoffersen, L., Tufte, P. A. (2011). *Forskningsmetode for økonomiske – administrative fag*. Oslo: Abstrakt forlag

Johannessen, A., Christoffersen, L. & Tufte, P. A. (2016). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (5. utg. utg.). Oslo: Abstrakt.

Johnsen, E.T. (2012). Hvordan medierer undervisningspreget trosopplæring kristen tro og tradisjon? – En Vygotskij-inspirert analyse av læringssituasjoner i Den norske kirkes trosopplæring. *Teologisk tidsskrift*, 2(1), 138-165. Hente frå https://www-idunn-no.galanga.hvl.no/tt/2012/02/hvordan_medierer_undervisningspreget_trosopplaering_kristen_

Kommunesektorens Organisasjon. (2013). *Sammenhengen mellom IKT-bruk og læringsutbytte i videregående opplaæring.* Henta 03.mars 2019 frå http://www.ostsam.no/wp-content/uploads/2016/12/SMIL-hefte.pdf

Krumsvik, R. J. (2009). Ein ny digital didaktikk. I H. Otnes (Red.), *Å være digital i alle fag* (s. 227-250). Oslo: Universitetsforlaget.

Krumsvik, R.J. (2014a). *Forskingsdesign og kvalitativ metode: ei innføring*. Bergen: Fagbokforlaget

Krumsvik, R. J. (2014b). *Klasseledelse i den digitale skolen*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg., 2. oppl.). Oslo: Gyldendal akademisk.

Lehtinen, H. (2017). *Skriving i matematikk. Hva skriver elevene? En studie av elevenes fagspråk i matematikk 2P med eksempler fra emnet funksjoner*. Henta frå https://bora.uib.no/bitstream/handle/1956/16369/UiB_Lehtinen_masteroppgave_matematisk-institutt_v-ren-2017.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Matematikk.org. (u.å.). *Hanois tårn*. Henta 21. mai 2019 frå https://www.matematikk.org/trinn11-13/hanoistaarn/

Meld. St. 28 (2015-2016). *Fag – Fordypning – Forståelse. En fornyelse av Kunnskapsløftet.* Oslo: Kunnskapsdepartementet.

Norstein, A. (2018). Bruk av Excel og GeoGebra til utforsking i matematikkfaget. I A. Norstein & F. O. Haara (Red.), *Matematikkundervisning i en digital verden* (51-72). Oslo: Cappelen Damm.

Norstein, A. & Haara, F.O. (2018). *Matematikkundervisning i en digital verden*. Oslo: Cappelen Damm.

NOU 2014:7 (2014). *Elevenes læring i fremtidens skole— Et kunnskapsgrunnlag*. Henta 09.mai frå https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/NOU-2014-7/id766593/

NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole – Fornyelse av fag og kompetanser*. Henta 18.September 2017 frå https://nettsteder.regjeringen.no/fremtidensskole/files/2015/06/NOU201520150008000DDDPDFS.pdf

Olsson, H., Sörensen, S. & Bureid, G. (2003). *Forskningsprosessen : kvalitative og kvantitative perspektiver*. Oslo: Gyldendal akademisk.

Otnes, H. (2009). *Å være digital*. I H. Otnes (Red). *Å være digital i alle fag* (s. 11-25). Oslo: Universitetsforlag.

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode : en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg. utg.). Oslo: Universitetsforlag.

Rislaa, H. A. (2016). *Et introduksjonskurs til GeoGebra : en designstudie av introduksjonskurset med fokus på å lære å bruke i 1T i videregående skole*. Henta 14. november 2018 frå https://uia.brage.unit.no/uia-xmlui/bitstream/handle/11250/2412209/Rislaa%2c%20Hege.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Ritella, G. & Hakkarainen, K. (2012). Instrumental Genesis in Technology-Mediated Learning: From Double Stimulation to Expansive Knowledge Practices.

International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning, 7(2), 239-258. doi: 10.1007/s11412-012-9144-1

Sander, K. (2018). *Den hermeneutiske spiral.* Henta 20. mai 2019 frå https://estudie.no/den-hermeneutiske-spiral/

Sfard, A. (1991). On the dual nature of matematical conceptions on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Matematics, 22*, 1-36. Henta frå https://www-jstor-org.galanga.hvl.no/stable/3482237?seq=1#metadata_info_tab_contents

Skott, J., Hansen, H. C. & Jess, K. (2008). *Delta : fagdidaktik*. Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur.

Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks, Calif: Sage.

Steinbring, H. (2006). What Makes a Sign a "Mathematical Sign?"--An Epistemological Perspective on Mathematical Interaction. *Educational Studies in Mathematics, 61*, 133-132, p.133-162. doi:10.1007/s10649-006-5892-z

Säljö, R. (2006). *Læring og kulturelle redskaper : om læreprosesser og den kollektive hukommelsen*. Oslo: Cappelen akademisk forl.

Säljö, R. (2016). *Læring : en introduksjon til perspektiver og metaforer*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.

Thagaard, T. (2016). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitativ metode* (4. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Thorud, S. (2014). *Overganger mellom matematiske representasjoner*. (Masteroppgåve, NTNU). Henta frå https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/259327/730611_FULLTEXT01.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Utdanningsdirektoratet. (2006). *Læreplan i matematikk 2P*. Henta frå https://www.udir.no/kl06/MAT5-03/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-2p

Utdanningsdirektoratet. (2015). Revidert eksamensordning i matematikk. http://www.udir.no/eksamenog-prover/eksamen/eksamensordning-skriftlig-eksamen-i-matematikk/

Utdanningsdirektoratet. (2016). *Digitale ferdigheter som grunnleggende ferdighet.*Henta 14.mars 2019 frå https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/digitale-ferdigheter-rammeverk/

Utdanningsdirektoratet. (2017a). *Eksamensrettleiing – om vurdering av eksamenssvar 2016. MAT0010 Matematikk sentralt gitt skriftleg eksamen. Grunnskole Kunnskapsløftet LKo6.*

Utdanningsdirektoratet. (2017b). *2.1 Digitale ferdigheter som grunnleggende ferdighet.* Henta 26.mars 2019 frå https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/2.1-digitale-ferdigheter/

Utdanningsdirektoratet. (2018). *Matematikk fellesfag 2P*. Henta 3. desember 2018 frå https://hoering.udir.no/Hoering/v2/286?notatId=574

Utdanningsdirektoratet. (u.å). *Høyringar*. Henta 16. mai 2019 frå https://www.udir.no/om-udir/hoyringar/

Vygotskij, L. S. (1978). *Mind in society : the development of higher psychological processes*. Cambridge, Mass: Harvard University Press.

Yerushalmy, M. (2006). Slower Algebra Students Meet Faster Tools: Solving Algebra Word Problems with Graphing Software. *Journal for Research in Mathematics Education, 37*(5), 356-387. doi:10.2307/30034859

Yin (2006). Case Study Methods. I J. L . Green, G. Camilli & P.B. Elmore (Red.), *Handbook of complementary methods in education research* (s.111-122). Mahwah, N.J: Lawrence Erlbaum.

8.0 Vedlegg

8.1 Vedlegg 1: Intervjuguide elevar

1. Kvifor valte de matematikkfaget 2P?
2. Kva tankar har de om faget?
3. Kor lenge har de hatt kjennskap til GeoGebra?
4. Kva tenker de om bruk av digitale verktøy i skulen?
5. Fokus på bruk for å lære, eller lær for å bruke?
6. Kva tenker de om GeoGebra som verktøy i matematikkopplæringa?
7. Kva tenker de når de høyrer omgrepet matematiske representasjonar?
8. Kva tenkjer de kan vere utfordinga med å gå frå ei representasjonsform til ei anna? Er det noko spesielt de tenker er viktig å hugse på? Til dømes under ein prøve.
9. Kva utfordringar gir bruken av GeoGebra?
10. Kva mogleikar gir bruken av GeoGebra?
11. Kva tankar har de om påstanda: GeoGebra hjelper meg til å gå frå ei representasjonsform til ei anna.
12. Når vel de å nytte GeoGebra? Kvifor vel de det akkurat her?
13. Når de jobba med hanois tårn kom de fram til eit generelt uttrykk. Det er døme på ein representasjon. Kva informasjon gir eit slikt uttrykk?
14. Etterpå teikna de grafen til det generelle uttrykket. Kva informasjon gir det?
    - kva tenker de gav mest informasjon, generelle uttrykket eller grafen.
15. Kva tenker de om påstanden: Me får meir informasjon av grafen enn av uttrykket?
16. Før de kom fram til det generelle uttrykket så prøve de litt. Så testa de ulike formla for å sjå om det stemte med tabellen. Kvifor må ein gjere de?
17. Tenker de at GeoGebra
18. Korleis legg læraren tilrette for at de skal meistre overgangen mellom ulike representasjonar?
19. Kva er dykkar tankar om å nytte GeoGebra for å veksle mellom ulike representasjonar?

8.2 Vedlegg 2: Intervjuguide lærar

1. Kor lenge har du arbeida som lærar?
2. Kva er dine tankar om digitale verktøy i skulen?
3. Fokus på å bruke for å lære, eller lære for å bruke?
4. Kor lenge har du arbeida som lærar i matematikk 2P?
5. Kva tenker du om GeoGebra som verktøy i matematikkopplæringa?
6. Korleis må elevane gjere overgangar mellom ulike representasjonar i matematikkfaget?
7. Kva veit elevane om representasjonar?
8. Når de jobba med hanois tårn, var de innom mange ulike representasjonar. Trur du elevane er klar over dette?
9. Korleis sikra du at dei ser samanhengen mellom dei ulike matematiske representasjonane?
10. Er det nokon representasjonar som er vanskelegare enn andre?
11. Kva tenkjer du kan vere utfordinga med denne overgangsprosessen?
12. Korleis legg du til rette for at elevane skal takle denne overgangen?
13. Kva er dine tankar om GeoGebra som støtte i overgangsprosessen?
14. Kva utfordringar gir bruken av GeoGebra?
15. Kva mogleikar gir bruken av GeoGebra?
16. Kva opplev du at er elevane sine tankar og haldningar kring bruken av GeoGebra?
17. Når vel elevane å nytta GeoGebra?
     Går mykje tid til å lære å bruke? Kva kunne vore gjort annleis for å unngå dette, dersom det er tilfelle?
18. Korleis synst du kompetansemåla i faget legg til rette for å bruke GeoGebra som støtte i overgangsprosessen?
19. Kva tankar har du om fagfornyinga og djupne læring?
20. I fagfornyinga ligg mellom anna «Representasjonar og Kommunikasjon» som eit av kjerneelementa. Kva tenker du om at dette er eit kjerneelement?

8.3 Vedlegg 3: Godkjenning NSD-søknad

NSD sin vurdering

Prosjekttittel

GeoGebra som støtte i overganen mellom ulike matematiske representasjonar.

Referansenummer

136386

Registrert

05.12.2018 av Hanne næs – (mail)

Behandlingsansvarlig institusjon

Høgskulen på Vestlandet / Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett / Institutt for pedagogikk, religion og samfunnsfag

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Paul-Erik Lillholm Rosenbaum , (mail og tlf)

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Hanne Næs, (mail og tlf)

Prosjektperiode

01.01.2019 - 03.06.2019

Status

24.01.2019 - Vurdert

Vurdering (1)

24.01.2019 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 24.01.2019, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD ENDRINGER

Dersom behandlingen av personopplysninger endrer seg, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved

å oppdatere meldeskjemaet. På våre nettsider informerer vi om hvilke endringer som må meldes. Vent på svar før endringer gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 01.06.2019.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen

- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål

- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet

- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: *** *****

Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

8.4 Vedlegg 4: Søknad til rektor

Hanne Næs [Dato]

Masterstudent IKT i læring

Høgskolen på Vestlandet

Til rektor [namn]

xxx Vidaregåande skule

[Adresse]

[Postnummer]

Førespurnad om deltaking av forskingsprosjekt

Forskingsprosjektet er ein del av eit masterstudie, og vert gjennomført via Høgskulen på Vestlandet. Føremålet med forskingsprosjektet er å undersøkje korleis det digitale verktøyet GeoGebra vert nytta for å støtte elevar i matematikk 2P i overgangsprosessen mellom ulike representasjonar.

Eg sender deg difor en førespurnad om å få lov til å gjennomføre eit forskingsprosjekt i ein av 2P-klassane. Der vil eg gjennomføre ein observasjon, samt ha intervju med læraren og nokre av elevane. Både lærar og elevar vil få førespurnad om å delta, og deltakinga er frivillig.

Det vil ta omtrent 30 minutt å delta på intervjua. Datamaterialet eg innhentar under forskingsarbeidet kjem berre til å verte nytta i arbeidet med prosjektet.

Eg er gjennom høgskolen underlagt teiingsplikt og all informasjon som vert innhenta gjennom denne forskinga vil behandlast konfidensielt og anonymt.

Dersom du har spørsmål ta gjerne kontakt på:

Mail:

Mobil:

Venleg helsing

Hanne Næs

8.3 Vedlegg 5: Informasjonsskriv til elevane

Vil du delta i forskingsprosjektet

«GeoGebra som støtte i overgangsprosessen mellom ulike representasjonsformer»?

Dette er eit spørsmål til deg om å delta i eit forskingsprosjekt der føremålet er å finne ut korleis GeoGebra vert nytta for å støtte elevar i matematikk 2P med overgangsprosessane mellom ulike representasjonsformer. I dette skrivet gir eg deg informasjon om måla for prosjektet og kva deltaking vil innebære for deg.

Formål

Forskingsprosjektet er ein del av eit masterstudie, og vert gjennomført via Høgskulen på Vestlandet. Føremålet med masterstudie er å undersøkje korleis det matematiske verktøyet GeoGebra vert nytta for å støtte elevar i matematikk 2P med overgangsprosessen mellom ulike representasjonsformer. Ein del av målet med prosjektet er å finne ut gode måtar å nytta GeoGebra som støtte, og om det er mogleg å nytte det betre.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Høgskulen på Vestlandet ved Hanne Næs, masterstudent.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Sidan du deltek i matematikkfaget 2P ynskjer eg at du skal få sei dine tankar og meiningar kring GeoGebra som støtte i overgangen mellom ulike representasjonar.

Hva innebærer det for deg å delta?

Eg ynskjer å intervjue deg, der eg stiller nokre spørsmål ut i frå det eg har observert i klassen. I tillegg ynskjer eg å høyre kva tankar og meiningar du har om GeoGebra, og utfordingar om representasjonar i matematikkfaget. Intervjuet vil ta om lag 30 minutt. Eg kjem til å ta lydopptak av intervjuet, for seinare å transkribere det. Dette er for at eg skal kunne ha fokus på samtalen vår, i staden for at eg vert nøydd til å notere. Når intervjuet vert transkribert vert det samstundes anonymisert.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Dersom du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noko grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikkje ha nokre negative konsekvensar for deg dersom du ikkje vil delta eller seinare vel å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Eg vil bare bruke opplysningene om deg til formålene eg har fortalt om i dette skrivet. Eg behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det er berre eg som student og min rettleiiar som vil ha tilgang til informasjonen

- Eg kjem ikkje til å skrive namnet ditt andre stader enn der du sjølv har skrive det for å samtykke i deltakinga. Vidare kjem eg til å gi fiktive namn til alle som deltek.
- Når oppgåva skal leverast vil alle som har deltatt i forskingsprosjektet vere anonymisert, inkludert skulen. Dette er for å unngå at deltakarar kan kjennast att.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes 3.juni 2019. Når masteroppgåva er levert vil lydopptak av intervjua slettast, og eg kjem til å makulere samtykke med underskrift.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir meg rett til å behandle personopplysninger om deg?
Eg behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Høgskulen på Vestlandet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til forskinga, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- Høgskulen på Vestlandet ved:
  student Hanne Næs,
  Mail:
  Tlf:

  eller rettleiar Paul-Erik Rosenbaum
  Mail:

  Tlf:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost Personverntjenester@nsd.no eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Hanne Næs

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *(sett inn tittel)*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i intervju å delta i

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. 3. juni 2019.

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

8.4 Vedlegg 6: Informasjonsskriv til lærar

Vil du delta i forskningsprosjektet

«GeoGebra som støtte i overgangsprosessen mellom ulike representasjonsformer»?

Dette er eit spørsmål til deg om å delta i eit forskingsprosjekt der føremålet er å finne ut korleis GeoGebra vert nytta for å støtte elevar i matematikk 2P med overgangsprosessane mellom ulike representasjonsformer. I dette skrivet gir eg deg informasjon om måla for prosjektet og kva deltaking vil innebære for deg.

Formål

Forskingsprosjektet er ein del av eit masterstudie, og vert gjennomført via Høgskulen på Vestlandet. Føremålet med masterstudie er å undersøkje korleis det matematiske verktøyet GeoGebra vert nytta for å støtte elevar i matematikk 2P med overgangsprosessen mellom ulike representasjonsformer. Ein del av målet med prosjektet er å finne ut gode måtar å nytta GeoGebra som støtte, og om det er mogleg å nytte det betre.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Høgskulen på Vestlandet ved Hanne Næs, masterstudent.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Sidan du underviser i matematikk 2P ynskjer eg at du skal få sei dine tankar og meiningar kring GeoGebra som støtte i overgangen mellom ulike representasjonar.

Hva innebærer det for deg å delta?

Dersom du vel å deltar ynskjer eg å gjennomføre ein observasjon av 2P-klassen du underviser i. Der vil eg observere kva representasjonar elevane jobbar med, og kva overgangar dei må gjere. I tillegg vil eg observere om elevane nyttar GeoGebra, og om det er lagt til rette for at dei kan nytte det som støtte.
Eg vil ta skriftlege observasjonsnotat. Elevane vil få eit informasjonsskriv der det kan reservere seg mot å delta i observasjonen.

I tillegg ynskjer eg å intervjue deg, der eg stiller nokre spørsmål ut i frå det eg har observert i klassen. I tillegg ynskjer eg å høyre kva tankar og meiningar du har om GeoGebra som støtte. Kva fokus du har på representasjonar og overgangen mellom desse. Intervjuet vil ta om lag 45 minutt. Eg kjem til å ta lydopptak av intervjuet, for seinare å transkribere det. Dette er for at eg skal kunne ha fokus på samtalen vår, i staden for at eg vert nøydd til å notere. Når intervjuet vert transkribert vert det samstundes anonymisert.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Dersom du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noko grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikkje ha nokre negative konsekvensar for deg dersom du ikkje vil delta eller seinare vel å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Eg vil berre bruke opplysningene om deg til formålene eg har fortalt om i dette skrivet. Eg behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det er berre eg som student og min rettleiiar som vil ha tilgang til informasjonen

- Eg kjem ikkje til å skrive namnet ditt andre stader enn der du sjølv har skrive det for å samtykke i deltakinga. Vidare kjem eg til å gi fiktive namn til alle som deltek.
- Når oppgåva skal leverast vil alle som har deltatt i forskingsprosjektet vere anonymisert, inkludert skulen. Dette er for å unngå at deltakarar kan kjennast att.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes 3.juni 2019. Når masteroppgåva er levert vil lydopptak av intervjua slettast, og eg kjem til å makulere samtykke med underskrift.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir meg rett til å behandle personopplysninger om deg?
Eg vil behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Høgskulen på Vestlandet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til forskinga, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Høgskulen på Vestlandet ved:
  student Hanne Næs,
  Mail:
  Tlf:

  eller rettleiar Paul-Erik Rosenbaum
  Mail:

  Tlf:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost Personverntjenester@nsd.no eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Hanne Næs

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *(sett inn tittel)*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i observasjon og intervju.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. 3. juni 2019.

(Signert av prosjektdeltaker, dato)