Høgskulen
på Vestlandet

MASTEROPPGÅVE

Argumenterande skriving på barneskulen

– Ein analyse av elevar sine argumenterande matematikktekstar

på 4. og 7. trinn

Argumentative writing at elementary school

– An analysis of pupil's argumentative texts in mathematics

in 4th and 7th grade

Frida Kvarme Ure

Master i undervisningsvitskap med fordjuping i matematikk

Fakultet for lærarutdanning, kultur og idrett (FLKI)

Toril Eskeland Rangnes og Elena Severina

15. mai 2018

Forord

Denne masteroppgåva markerer slutten på studiet master i undervisningsvitskap, med fordjuping i matematikk og ei femårig lærarutdanning ved Høgskolen i Bergen/Høgskulen på Vestlandet. Arbeidet med oppgåva har vore utfordrande og krevjande, men òg ein interessant og lærerikt prosess.

Gjennom arbeidet med oppgåva har eg fått mykje god hjelp og støtte. Eg har difor mange eg ønsker å takka. Fyrst og fremst vil eg takka min dyktige hovudrettleiar Toril Eskeland Rangnes, som har kome med konstruktive og støttande tilbakemeldingar gjennom heile prosessen. Takk for at du har delt av din kunnskap, stilt kritiske spørsmål og oppmuntra meg i arbeida med masteroppgåva. Vidare vil eg takka min birettleiar Elena Severina for gode innspel på rettleiing. Takk for godt samarbeid.

Utan gjestfrie lærarar som opna opp klasserommet sitt for meg hadde det ikkje vore mogeleg å gjennomføra denne studien. Eg vil difor retta ein takk til alle dei. Eg vil òg takka alle elevane som tok meg godt imot og som har produsert eit spennande utval elevtekstar som har gjeve meg innblikk i deira skriftlege argument.

Takk til familie og venna som har støtta meg gjennom heile studiet! Takk mamma og pappa for at de alltid har tru på meg og støtte meg i vala eg tek. Takk til Oda og Jori, mine to fantastiske søstrer som alltid stille opp, både med oppmuntrande ord og korrekturlesing. Ein ekstra takk til Oda som har fungert som ein ekstra rettleiar for meg.

Til slutt vil eg takka gjengen på lesesalen for eit godt, varmt og positivt læringsmiljø, og for faglege og mindre faglege samtalar. Særleg takk til Maria og Marie – mykje takka vere alle dei kjekke stundene og til tider altfor lange lunsjpausane ilag med dykk, kjem eg til å sjå tilbake på arbeidet med masteroppgåva som ein veldig fin periode.

Frida Kvarme Ure

Bergen, 15. mai 2018

Samandrag

I 2006 vart skriving innført som ein av fem grunnleggande ferdigheitar i Kunnskapsløftet, LK06. Skriving som grunnleggande ferdigheit er innarbeidd i kompetansemåla til alle fag gjennom heile skuleløpet, noko som inneber at alle lærarar har eit ansvar for skriveopplæringa i sitt fag. På utdanningsdirektoratet sine heimesider blir det trekt fram at samfunnet stiller stadig større krav til komplekse språklege ferdighetar, og at skulen har eit ansvar for å sosialisera og førebu elevane på dei skriverollane dei vil møta seinare i livet (Utdanningsdirektoratet, 2014).[1] Skriving er med andre ord eit satsingsområde i skulen, men ifylgje Opsal (2013) er det lite forsking som seier noko om skriving i matematikk i norsk skule.

Forskinga som er gjort peikar mellom anna på verdien av å la elevane arbeida med skriftlege forklaringar og grunngjevingar (Moskal & Magone, 2000), men at eit slikt fokus på argumentasjon og bevis i matematikk ofte blir knytt til dei eldste klassetrinna (Hovik & Solem, 2013). Hovik og Solem (2013) peikar òg på at elevar bør verta introdusert for desse temaa tidlegare, slik at dei blir fortrulege med å grunngje og forklara resonnementa sine. Studia tek sikte på å gje innsikt i korleis yngre elevar argumenterer ved å undersøkja korleis elevar på 4. og 7. trinn argumenterer skriftleg i matematikk. For å undersøka dette har eg utforma ei oppgåve som utfordrar elevane til å argumentera skriftleg i matematikk ved å svare på (1) kva som skjer dersom ein adderer to oddetal og (2) kva som skjer dersom ein adderer eit oddetal og eit partal. Analysen baserer seg på 59 elevtekstar frå 4. trinn og 60 elevtekstar på 7. trinn.

I analysen av elevtekstane har studien både ei kvantitativ og kvalitativ tilnærming, og ulike kvalitetar ved elevtekstane blir identifisert ved å bruke Balacheff (1988) og Toulmin (2003) som analyseverktøy. Ved hjelp av Balacheff si nivåinndeling har eg delt elevtekstane inn i fem ulike nivå, etter korleis elevane argumenterer for ein matematisk påstand. Ved hjelp av Toulmin sin modell har eg studert enkeltargument i utvalde elevtekstar. Resultatet av fordelinga viser at dei tre midtarste nivåa har ei nokså lik fordeling på dei to klassetrinna, medan ein kan observera større skilnadar på det lågaste og høgaste nivået. I analyse av enkeltargument i utvalde elevtekstar vart det identifisert ulike kvalitetar innan det same nivået. Dette kom tydelegast fram i elevtekstane på 7. trinn. I tillegg viser resultatet at det ikkje er alle elevtekstar som lar seg plassera i Balacheff si nivåinndeling, då dei har ein samansett kompleks og argumentasjon.

[1] https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/skriving/skriving-som-grunnleggende-ferdighet/skriving-som-grunnleggende-ferdighet2/

Abstract

With implementation of the Knowledge Promotion Reform in 2006, writing was introduced as one of five basic skills. In Norwegian school writing as a basic skill is incorporated in the competence aims in all subjects, which means that all teachers have a joint responsibility for the pupils writing education. On their website, the Norwegian Directorate for Education and Training emphasize that the demands for good linguistic skills are increasing (Utdanningsdirektoratet, 2014). Writing is a priority area in Norwegian school, but according to Opsal (2013) not much research is done in the field.

Previous research says that pupils written explanations can provide robust accounts of their mathematical reasoning (Moskal & Magone, 2000). Work on argumentation and written proof in mathematics often focus on higher grades (Hovik & Solem, 2013). Hovik and Solem (2013) argues for introducing argumentation and proof for the pupils earlier, to make them feel comfortable in explaining their reasoning. This study research how pupils at 4th and 7th grad write and argue in mathematic. To research this, the pupils wrote a text and argued for what happens if you (1) add two odd numbers and (2) add an odd number and an even number. The analysis is based on 59 texts written by pupils in 4th grade and 60 texts written by pupils in 7th grade

The analysis of the texts written by the pupils has a quantitative and qualitative approach. Different qualities in the texts are identified by using Balacheff (1988) and Toulmin (2003) as framework. Based on Balacheffs levels of argumentation and proof, the texts are categorized in five levels, and tells something about how the pupils argue. Toulmins model of argumentation is used to study argument in some selected texts. The result shows that the three intermediate levels have an equal distribution in both 4th an 7th grade. I found bigger difference between the grades on the highest and lowest level. In my analysis of single arguments, I identified different qualities in the arguments on the same level. The difference of quality within the same level was most prominent in 7th grade. In addition, my analysis shows that not all arguments can be categorized by using Balacheffs framework, because the arguments are too complex.

Innhaldsfortegnelse

Figuroversikt

1. Innleiing

I 2006 vart skriving innført som ein av fem grunnleggande ferdigheitar i Læreplan for Kunnskapsløftet, (heretter kalla LK06) (Utdanningsdirektoratet, 2017a). Skriving som grunnleggande ferdigheit er innarbeidd i kompetansemåla til alle fag gjennom heile skuleløpet, noko som inneber at alle lærarar har eit ansvar for skriveopplæringa i sitt fag. På utdanningsdirektoratet sine heimesider blir det trekt fram at samfunnet stiller stadig større krav til komplekse språklege ferdighetar, og at skulen har eit ansvar for å sosialisera og førebu elevane på dei skriverollane dei vil møta seinare i livet (Utdanningsdirektoratet, 2014). Skriving er med andre ord eit satsingsområde i skulen, og gjennom heile skuleløpet blir det produsert store mengder elevtekstar i dei fleste fag.

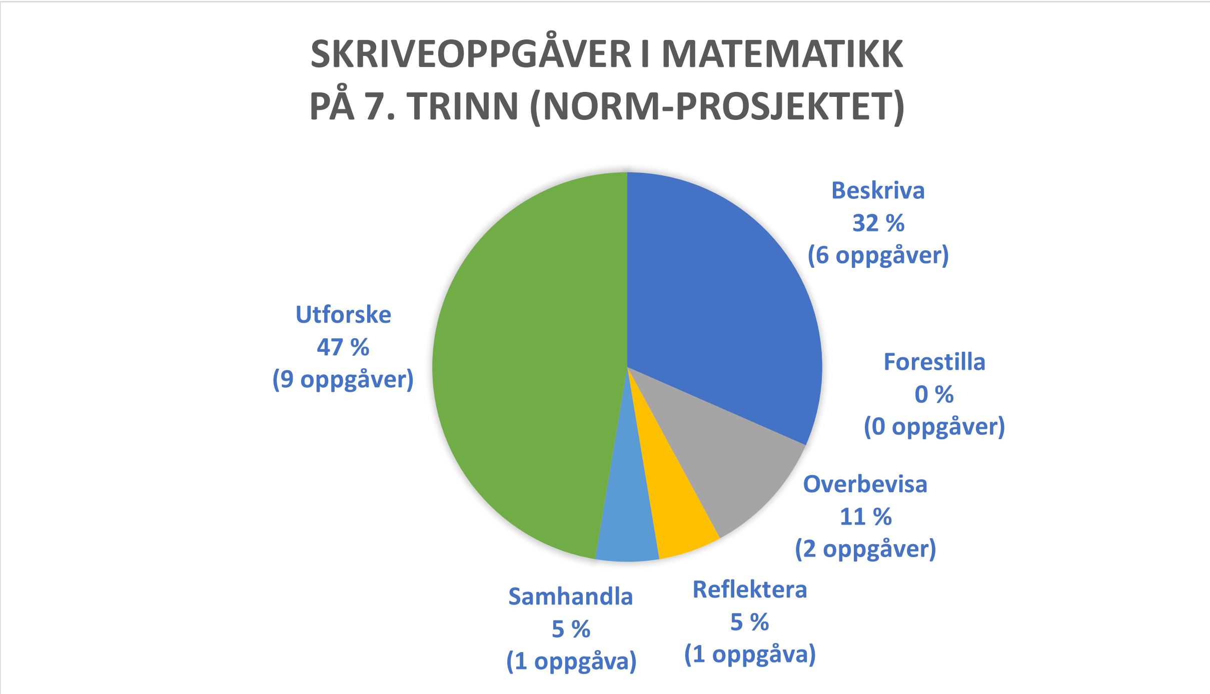
Matematisk skriving blir i LK06 forstått som eit vidt område, då det omfattar alt frå rein symbolskriving, til teikning av figurar og grafar og til å bygga opp ein heilskapleg argumentasjon (Utdanningsdepartementet, 2013, s. 4). Skriving bli òg skildra som ein naudsynt føresetnader for læring og utvikling i skule, arbeid og samfunnsliv (Utdanningsdirektoratet, 2017a), då det er eit reiskap for å utvikle eigne tankar og medvit kring eiga læring (Utdanningsdirektoratet, 2017b). Utvikling av dei skriftlege ferdigheitane i matematikk kan går ofte frå å bruka enkle uttrykksformer til å kunna bygga opp ein heilskapleg argumentasjon omkring komplekse samanhengar (Utdanningdirektoratet, 2013, s. 4). Det er difor viktig med god skrivekompetanse for at elevane skal kunna utvikla kunnskap og evner, for at elevane skal nå sine mål og for å gjera dei i stand til å delta i samfunnet (Skrivesenteret & Høgskolen i Sør-Trøndelag, 2017, s. 5). Dette inneber at de blir arbeida med ulike sjangrar i undervisinga som gjev elevane trening og rik erfaring med ulike typar matematiske tekstar.

Norm-prosjektet

Norm-prosjektet (Developing national standards for the assessment of writing. A tool for teaching and learning)[2] er eit landsomfattande forskingsprosjekt om skriving i alle fag i grunnskulen. Prosjektet hadde som mål å bidra til å styrka den forskingsbaserte kunnskapen om skriveopplæring og vurdering av skriving i grunnskulen (NTNU, u. å). Prosjektet som vara frå 2012-2016, fokuserte på å utvikla eksplisitte forventningsnormer for skriving, og å prøva desse ut som grunnlag for skriveopplæring og vurdering. I prosjektet blir skriving sett på som ein viktig føresetnad for læring og deltaking i eit demokratisk samfunn. Det blir lagt vekt på kva

[2] http://norm.skrivesenteret.no

ein kan gjera med skrift og kva ein kan oppnå gjennom skriving (Skrivesenteret, 2014). Normprosjektet har på 20 prosjektskular over heile landet, samla inn store mengder elevtekstar på mellomtrinnet, i dei fleste fag i grunnskulen. Både skriveoppgåvene og elevtekstane ligg tilgjengelig i eit konsum kalla normkonsumet. Som lærar og som forskar tykkjer eg det er interessant å sjå på kva type skriveoppgåver elevane arbeidar med i matematikkundervisinga. Gjennom å søka i konsumet fann eg ei fordeling der det ser ut som at nokre skrivehandlingar[3] førekjem oftare enn andre. Søket eg gjorde i norm-konsumet over matematikkoppgåver på 7. trinn er framstilt i Figur 1.



Figur 1: Frekvensen av dei ulike skrivehandlingane i skriveoppgåver i matemtikk.

Sektordiagrammet viser andelen skriveoppgåver i matematikk innan dei seks skrivehandlingane på 7. trinn. Dei ulike skrivehandlingane innehar ulike kvalitetar som kan seia noko om kva oppgåvene omhandlar. Søket mitt viser at det i stor grad var utforskande tekstar, altså oppgåver som har som formål å utvikle ny kunnskap forståing av røynda (Norm, u.å, s. 3), som dominerte blant dei 19 skriveoppgåvene. Beskrivande oppgåver, oppgåver, som går ut på å kategorisera og strukturera informasjon førekjem òg relativt ofte samanlikna med dei fire resterande skrivehandlingane: førestillande, samhandlande, reflekterande og overbevisande. Ei slik framstilling av matematikkoppgåvene på 7. trinn kan sjølvsagt ikkje gje eit fullstendig

[3] Skrivehandlingar seier noko om kva ein bruker teksten til.

bilete av kva type oppgåver det blir arbeida med i matematikkundervisinga. Ein kan likevel sjå tendensar, der det ser ut som at nokre skrivehandlingar blir prioritert framfor andre.

I LK06 blir utvikling av ein heilskapleg argumentasjon trekt fram som eit av måla med skriveopplæringa i matematikk. Oppgåver innan blant anna den overbevisande skrivehadnlinga kan bidra til å gje elevene trening i dette. Den overbevisande skrivehandlinga retta seg mot mottakaren, der formålet ofte er å overtyda andre til å forstå noko på same måte som ein gjer sjølv (Norm, u. å, s. 3). Å til dømes argumentera for matematiske påstandar kan bidra til å utvikla elevane si kompetanse innan matematisk skriving. Vidare i oppgåve vil det bli fokusert på argumenterande skriving i matematikk, knytt opp mot å argumentera for ein matematisk påstand.

1.1. Bakgrunn for val av tema

Med bakgrunn i at LK06 peikar på skriving som ei ferdigheit som har ei sentral rolla i utvikling og læring av blant anna matematikk i skulen, og med tanke på at det gjennom heile skuleløpet blir produsert store mengder tekst i undervisinga, både ved bruk av kvardagsspråk og meir formelt matematisk symbolspråk (Røskeland, Ulland & Herheim, Til fagfellevurdering, s. 1), så kan det vera interessant å sjå nærmare på kva type skriftlege matematikkoppgåver det blir arbeida med i undervisninga.

I følge Hovik og Solem (2013, s. 120) argumenterer fleire forskarar for at elevar bør byrja å grunngje og forklara resonnementa sine frå ein langt tidlegare alder enn det dei gjer i dag. Resultat frå internasjonale studiar (Morgan; Marks & Mousley, referert i Meaney et al., 2012, s. 105) viser at argumenterande skriving blir lite praktisert i høve til andre sjangrar innan matematikkfaget. Dette til tross for at grunngjeving og argumentasjon blir rekna som eit sentralt tema i matematikkfaget, då det å argumentera for ein framgangsmåte eller strategi er ein naturleg del av matematikkfaget sidan slike argument kan bidra til å kontrollera og prøva ut om svaret er korrekt (Enge og Valenta, 2011).

Skriftlege aktivitetar blir av Maagerø og Skjelbred (2010, s. 6) skildra som eit viktig verktøy i omarbeiding og læring av nytt fagstoff. Å kombinera argumentasjon og skriving kan difor vera hensiktsmessig, då skriving kan bidra til at ein utviklar tankane sine (Dysthe, Hertzberg & Hoel, 2010, s. 10). Sjølv om ein del elevar synes det er utfordrande å formulera tankane sine og grunngje skriftleg, så er det nyttig å gje elevane trening i det fordi det fremmar forståing å formulera kunnskap med eigne ord (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 5).

1.2. Problemstilling og avgrensing av tema

Med bakgrunn i skriving sitt potensiale til å fungera som verktøy for elevane si læring og argumentasjonen si fråverande rolla i ein del matematikkundervisinga, særleg på dei lågare klassetrinna, så ønsker eg å søka innsikt i kva som kjenneteiknar elevar sine argumenterande tekstar på barnetrinnet. Grunna omfanget av oppgåva har eg valt å avgrensa meg til å berre studera elevtekstar på 4. og 7. trinn. Problemstillinga som dannar grunnlaget for denne oppgåva er difor:

Kva kvalitetar kan ein identifisera ved elevar sine skriftlege argument i matematikk på 4. og 7. trinn?

Innan dette temaet var det naudsynt å avgrensa oppgåva sin storleik. For å avgrensa oppgåva si problemstilling vil den bli kasta lys på ved bruk av dei tre følgjande forskingsspørsmåla:

- Kva kjenneteiknar elevar sine skriftlege argument på 4. trinn?
- Kva kjenneteiknar elevar sine skriftlege argument på 7. trinn?
- Kva er likt og kva skil elevane sine skriftlege argument på dei to klassetrinna?

For å tydeleggjera problemstillinga, er sentrale omgrep som *skriftleg tekst*, *argumentasjon* og *kvalitetar* utdjupart i dei neste avsnitta.

Matematisk tekst

Elevane sine argument blir studert gjennom skriftlege elevtekstar. Kva som ligg i omgrepet *tekst* vil difor vera sentralt for korleis ein skal forholda seg til argumentasjonen, sidan tekstomgrepet kan forståast på ulike måtar. I denne oppgåva er det i likskap med LK06 tatt i bruk ein vid definisjon av tekstomgrepet. Dette inneber blant anna alt frå utrekningar, skriftleg verbalspråk til teikningar og figurar. Med andre ord alle uttrykksformer som eleven kommuniserer ved bruk av blyant og papir, er i denne oppgåva forstått som *skriftleg tekst*, og dannar dermed utgangspunktet for å studera elevane sine argumenterande tekstar.

Argumentasjon

Argumentasjon føreligg dersom eit resonnement blir uttrykt eksplisitt med hensikt å gje utrykk for det, og blir vidare skildra som eit sosialt fenomen der samhandlande personar prøver å justera sin intensjon og si tolking ved munnleg grunngjevingar for synspunkta sine (Krummheuer, 1995). Til tross for at det er skriftleg argumentasjon som ligg til grunn i denne oppgåva blir argumentasjon likevel sett på som eit sosialt fenomen, då det i Utdanningsdirektoratet (2017b) blir presisert at eit av formåla til skriftleg tekst er å kommuniserer ulike emner. Det som skil den skriftlege frå den munnlege argumentasjonen er kor spontan responsen på argumentasjonen er. I munnleg argumentasjon oppstår gjerne spontant, medan skriftlege tekstar fyrst kan bli respondert etter at mottakaren har lese dei. Argumentsjon i denne oppgåva bli forstått som det elevane legg til grunn i si grunngjeving av ein matematisk påstand. Det vil her bli lagt vekt på korleis eleven argumenterer og overtyder mottakaren om at påstanden stemmer.

Kvalitetar

Dei skriftlege argumenta sine *kvalitetar* vil bli sett i lys av analyseverktøy som baserar seg på Balacheff (1988) og Toulmin (2003). Kva som blir forstått med kvalitetar vil vera avgjerande for korleis ein studerer elevane sine skriftlege argument. Det vil difor vera naudsynt å formulera ei presis forklaring på korleis kvalitetar er forstått i denne oppgåva, då det finnes fleire måtar å forstå dette omgrepet på. Kva ein vektlegg som kvalitetar vil påverka det resultatet ein får. Kvalitetar er i denne oppgåva forstått ut frå Balacheff (1988) si nivåinndeling for bevis og Toulmin (2003) sin modell for korleis eit argument er bygd opp. Med utgangspunkt i Balacheff si nivåinndeling vil kjenneteikn på ulike kvalitetar kategoriserast i fire nivå. (1) argument ved bruk av eit eller fleire konkrete dømer, (2) argument ved bruk av eit meir tilfeldig valt døme, (3) argument som tek i bruk døme for å generalisera og (4) argument som generaliserer utan bruk av dømer. Kvalitetar ved desse fire nivåa blir utdjupa i kapittel 2.5.1.

I tillegg vil enkeltargument sine kvalitetar studertast opp mot fire hovudelement i Toulmin sin modell: belegg, påstand, heimel og ryggdekking. Eit argument er i denne oppgåva forstått ut frå denne modellen, då det minst må innehalda ein påstand og eit belegg for å kvalifiserast til å vera eit fullstendig argument. For at argumentet skal bli kategorisert som matematisk må både påstanden og belegget vera av matematisk karakter. Kapittel 2.5.2 gjev ei utdjupa skildring av denne modellen og korleis den kan bli brukt for å studera kvalitetar ved dei ulike argumenta.

1.3. Oppgåva sin struktur

Kapittel 2 presenterer tidlegare forsking og teoretisk rammeverk. Tidlegare forsking er knytt opp mot matematisk skriving og ulike representasjonar i matematikk, matematisk argumentasjon og sosiomatematiske normer. Det teoretiske rammeverk består av Balacheff (1988) si nivåinndeling av bevis og Toulmin (2003) sin modell for å studera enkeltargument. Både tidlegare forsking og teoretisk rammeverk blir i dette kapittelet diskutert med utgangspunkt i oppgåva si problemstilling.

Kapittel 3 legg fram oppgåva si forskingsmetodiske tilnærming. Kapittelet gjer reie for metodiske val knytt til utforming av den argumenterande oppgåva som elevane svarer på, innsamling av elevtekstar og analyse av datamaterialet. Analyseverktøyet blir operasjonalisert, ved at det blir skildra kva som kjenneteiknar dei ulike nivåa til Balacheff (1988) og kva som kjenneteiknar dei ulike elementa i Toulmin (003) sin modell.

Kapittel 4 framstiller analyser av dei innsamla elevtekstane på 4. og 7. trinn. Tekstane på 4. trinn blir analysert med Balacheff sine nivå for bevis. I tillegg blir det gjennomført ei næranalyse av enkeltargument innan kvart av dei fem nivåa. Elevtekstane på 7. trinn blir analysert med utgangspunkt i same rammeverk, og det blir presentert kvalitetsskilnadar innan same nivå i tillegg til nokre utfordringar ein kan møta i ei slik nivåinndelin. Avslutningsvis blir det kommentert nokre likskapar og skilnadar ved dei argumenterande tekstane på dei to klassetrinna.

I kapittel 5 blir analysane av elevar på 4. og 7. trinn sine argumentrande elevtekstar drøfta opp mot tidlegare forsking innan matematisk skriving og matematisk argumentasjon i grunnskulen. I tillegg blir det diskutert mogelege årsakar til resultatet av nivåinndelinga.

Avslutningsvis i kapittel 6 blir problemstillinga og funna knytt opp mot forskingsspørsmåla summert opp. I tillegg blir det med utgangspunkt i denne oppgåva kommentert korleis ein vidare kan arbeida med argumenterande skriving i grunnskulen.

2. Tidlegare forsking og teoretisk rammeverk

I dette kapittelet blir tidlegare forsking og teoretisk rammeverk knytt opp til argumenterande skriving i matematikk presentert. Tidlegare forsking blir sett i samanheng med studien sine forskingsspørsmål, som er å identifisera kvalitetar ved elevar sine skriftelege argument på 4. og 7. trinn. Å søka innsikt i korleis det blir arbeida med matematisk skriving og matematisk argumentasjon er relevant for å seie noko om kva ein kan forventa av elevtekstane, men og for å synleggjera utfordringar ein står ovanfor i arbeid med skriving og argumentasjon i grunnskulen. Sosiomatematiske normer blir òg trekt inn fordi dei blant anna påverkar kva type løysingar som blir lagt vekt på i arbeid med matematikkoppgåver (Yackel & Cobb, 1996, s. 461). Tidlegare forsking blir vidare brukt både til å identifisera og diskutera kvalitetar ved elevtekstane og til å kommentera mogelege årsakar til resultatet.

Balacheff (1988) si nivåinndeling av argumentasjon og Toulmin (2003) sin modell for å analysera enkeltargument er rammeverket som er brukt for å få auga på og identifisera kvalitetar ved dei argumenterande elevtekstane

2.1. Skriving i matematikk

Å formulera kunnskap med eigne ord kan vera med på å fremma forståing. Gjennom skriving kan ein gjera fagstoff til sitt eige, oppdaga samanhengar og utvikla forståing (Dysthe et al., 2010, s. 10). Med bakgrunn at skriving blir assosiert med blant anna forståing vil det vera naturleg å kopla forsking på skriving opp mot læring i skulen. I 2006 vart skriving innført som grunnleggande ferdigheit i LK06. Dette resulterte i alt alle lærarar vart lovpålagte å arbeida med skriving i matematikk og alle dei andre faga. Likevel viser det seg at mange matematikklærarar sjeldan ser på seg sjølv som skrivelærar (Jakobsson, 2011; Møller, Prøitz & Aasen, 2009). Prosjektet SKRIV (*Skriving som grunnleggende ferdighet og utfordring* 2006–2010) fann og at skriveopplæringa i skulen innehar forbetringspotensiale, då elevtekstane i liten grad var retta mot mottakaren og det vart lagt lite vekt på teksten sitt formål (Solheim & Matre, 2014, s. 76). Maagerø og Skjelbred (2010, s. 5) skriv at mange realfaglærarar har erfaringar med at elevar vegrar seg for å skriva lengre tekstar i realfaga.

Utfordringar knytt til matematisk skriving gjer at det er aktuelt å undersøka detta temaet meir. I følge Opsal (2013) er det lite forsking i Noreg som seier noko om skriving i matematikk.

Internasjonalt er det gjennomført fleire studiar på kva tekstar elevar skriv i matematikkundervisinga. Meaney et al. (2012) identifiserte tre sjangrar innan skriving i matematikk: beskrivande, forklarande og grunngjevande, der det vart gjort få observasjonar av den sistnemnte. Resultat av slike studiar kan tyda på at argumenterande skriving blir lite praktisert i matematikkundervisinga. Med bakgrunn i dette skal denne studien bidra til å søka meir kunnskap innan dette feltet. Det er nyttig sidan matematisk skriving kan bidra til å forbetra elevane si forståing (Shield & Galbraith, 1998; Kolstø, 2010). Moskal og Magone (2000) presiserer viktigheita av å arbeida med skriftleg argumentasjon, då studentar sine skriftlege forklaringar på velutforma oppgåver kan gje dei robuste kontoar av matematiske resonnement.

2.1.1. Imaginære dialogar

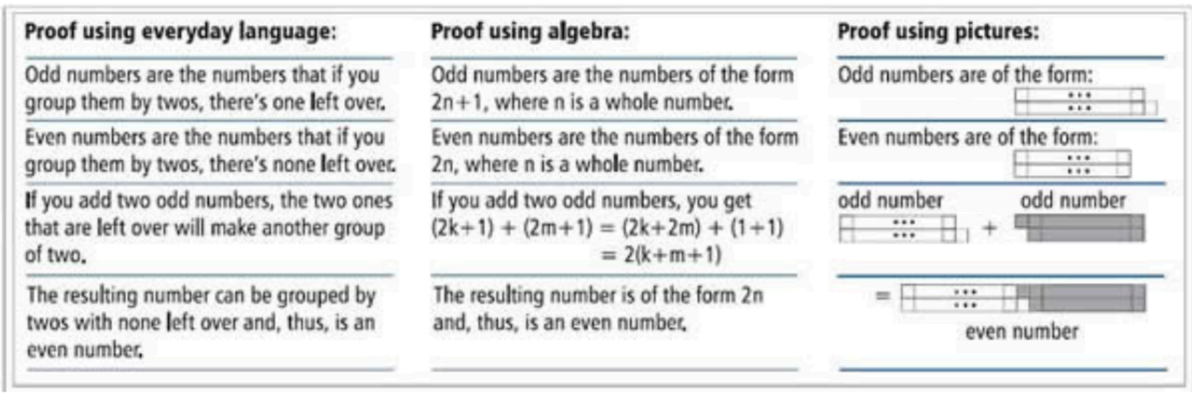
Ein metode som har vorte nytta for å søka innsikt i elevar sitt tankesett i bevis- og argumentasjonsprosessar er imaginære dialogar. Imaginære dialogar er ei form for matematisk skriving der det blir komponert ein oppdikta skriftleg dialog, som diskuterer ei matematisk oppgåva eller eit matematisk spørsmål (Wille, 2017, s. 29). Wille og Boquet (2009) fann i ein studie av lågtpresterande 14-16 åringar at imaginære dialogar kan vera ein passande arbeidsmåte for å få elevar til å forklara ein algoritme og det matematiske resonnementet bak den. Wille (2011, s. 338) fann òg at denne metoden kan bidra til å utvikla matematiske idear. Lekaus og Askevold (2014) har òg undersøkt matematisk skriving gjennom imaginære dialogar og fann at ei slik arbeidsform ”virker lovende for å utvikle elevers matematiske argumentasjon” (s. 17).

2.1.2. Forsking på skriving i matematikk

Det kan sjå ut som om skriving er eit tema som er på veg til å få større merksemd i Noreg dei siste åra. Blant anna Norm-prosjektet (Developing national standards for the assessment of writing. A tool for teaching and learning), rettar søkelyset mot skriving i dei fleste fag i grunnskulen (Berge & Skar, 2015). Røskeland et al. (Til fagfellevurdering, s. 14) fokuserer òg på skriving i matematikk, då dei har gjennomført ein studie der elevane i tillegg til å presentera ei skriftleg løysinga av ei rekneoppgåva, kommentarar korleis dei går fram i løysingsprosessen. Resultat frå denne studien av elevtekstar på 7. og 10. trinn, viser at ein kombinasjon av utrekning og forklarande kommentarar kan gje meir informasjon om eleven si matematikkforståing enn utrekninga åleine. I tillegg blir det presisert at slike oppgåver der elevane skriv meir enn berre utrekninga, er meir differensiert sidan elevane i forklaringa si får mogelegheit til å ta i bruk sitt matematiske vokabular. I likskap med denne studien ønsker eg å søke innsikt i elevar sine tankar gjennom skriftlege elevtekstar. Det som skil undersøkinga min frå denne er at eg søker innsikt i elevane sine skriftlege argument for ein matematisk påstand, medan i denne undersøkinga er det fokusert på elevar si skriftlege forklaring av framgangsmåte. I tillegg legg denne studien vekt på 7. og 10. trinn, medan eg i mi studie fokuserer på yngre klassetrinn.

2.1.3. Skriftlege representasjonar i matematikk

Sidan denne oppgåva i tek i bruk ei vid definisjon av tekstomgrepet vil det vera naudsynt å koma inn på ulike typar skriftlege representasjonar i matematikk. Representasjon blir forstått som ulike måtar å uttrykka seg skriftleg på, til dømes tekst, algebraisk og figurar. Stylianides (2009) legg vekt på at ulike representasjonar kan bli brukt for å framstilla det sama innhaldet. Figur 2 viser tre argument for at summen av to oddetal alltid blir eit partal, der den innhaldsmessige sida av argumentet seier det same. Den fyrste kolonna viser korleis ein kan argumentera ved bruk av kvardagsspråk, den andre kolonna argumenterer ved bruk av algebraisk notasjon medan den tredje kolonna viser korleis ein kan argumentera ved bruk av figurrepresentasjonar eller bilete.



Proof using everyday language:	**Proof using algebra:**	**Proof using pictures:**
Odd numbers are the numbers that if you group them by twos, there's one left over.	Odd numbers are the numbers of the form $2n+1$, where n is a whole number.	Odd numbers are of the form:
Even numbers are the numbers that if you group them by twos, there's none left over.	Even numbers are the numbers of the form $2n$, where n is a whole number.	Even numbers are of the form:
If you add two odd numbers, the two ones that are left over will make another group of two.	If you add two odd numbers, you get $(2k+1) + (2m+1) = (2k+2m) + (1+1) = 2(k+m+1)$	odd number + odd number
The resulting number can be grouped by twos with none left over and, thus, is an even number.	The resulting number is of the form 2n and, thus, is an even number.	= even number

Figur 2: Ulike representasjonar for same argumentasjon

Med bruk av dette dømet viser Stylianides (2009) til tre representasjonar som alle har potensiale til å visa at påstanden er sann. Dei ulik representasjonane kan både kvar for seg og saman brukast til å hjelpa elevane med å forstå generaliseringa av oddetal og partal, og slik overtyda dei om at det er hald i påstanden. Hovik & Solem (2016, s. 48) skriv òg at det ofte kan vera relevant å kombinere ulike representasjonsformer ved bevisføring. Røskeland et al. (Til fagfellevurdering) støttar òg opp om denne tanken, då dei argumenterer for at bruk av fleire representasjonar som saman skapar ei heilskapleg meining, det dei kallar ein multimodale tekst, kan gje eit breiare innblikk i elevane si matematiske kompetanse.

I Hovik og Solem (2013, s. 125) si undersøking om korleis elevar på barneskulen argumenterer og grunngjev løysingane sine fann dei at elevane tek i bruk varierte uttrykksformer, både tal, figurativ framstilling, skriftlege tekstar og munnlege forklaringar. Empirien i undersøkinga deira viser at elevar kan engasjerast i argumenterande og resonnerande aktivitetar i matematikk gjennom heile barnetrinnet. Hovik og Solem (2016, s. 46) har òg undersøkt elevar frå 5.-8. trinn sitt skriftlege arbeid med bevis for summen av partal og oddetal. I denne undersøkinga blei det i stor grad lagt vekt på kva representasjonar elevane bruker, for å bevisa eller argumentera for at summen av to oddetal alltid blir eit partal. Både aritmetiske representasjonar, biletlege representasjonar, tekst/rekneforteljing, bruk av symbol og samansette representasjonar vart observert. Det blir understreka at det er viktig at elevane forstår at representasjonane blir brukt til meir enn å visa korleis eit problem er løyst. ”De skal forstå at representasjonene er redskap som hjelper dem til å utvikle forståelse for matematiske ideer, og at disse representasjonene kan kommunisere deres tekning og resonnering” (Hovik og Solem, 2016s. 59). I denne undersøkinga vil det bli gjennomført ei tilsvarande oppgåva som det Hovik og Solem (2016) gjennomførte, der elevane skal argumentera for kva som skjer når ein adderer partal og oddetal. Medan det i deira undersøking vart lagt vekt på representasjonsforma som elevane tok i bruk, blir det i denne undersøkinga lagt vekt på ulike kvalitetar ein kan identifisera i dei argumenterande i elevtekstane.

2.2. Matematisk argumentasjon

Argumentasjon er eit omgrep som kan forståast på fleire måtar. I følge Toulmin (2003, s. 9) er gyldige argument avhengige av emne og kontekst. Han skildrar to former for argumentasjon, analytisk og substansiell argumentasjon. Analytisk argumentasjon blir skildra som ei logisk korrekt bevisføring. Argumenta blir presentert i følgande rekkefølga: belegg → ryggdekking → påstand, der påstanden er kjenneteikna ved at den ikkje inneheld meir enn det som ligg i premissa.

Ein substansiell argumentasjon derimot, er vanlegvis ikkje så strengt oppbygd og går utover det som allereie er kjend (Toulmin, 2003, s. 116). Krummheuer (1995, s. 236) skriv at det er den substansielle argumentasjonen som er mest anvendbar når ein skal studera elevar sin argumentasjon. Dette grunngjev han med at (1) born sin argumentasjon er ikkje på eit aksiomatisk nivå og (2) born argumenterer ikkje berre logisk-deduktivt. Det vil seia at argumentasjonen ikkje byggjer på å trekka logiske slutningar om enkeltfenomen ut frå allmenne observasjonar. Sidan eg i denne oppgåva fokuserer på argumentasjon på barneskulen, vil eg med bakgrunn i det Krummheuer (1995) skriv, legga den substansielle argumentasjonen til grunn, då denne forma for argumentasjon har eit fleksibelt syn på argumenta si kontekst og form.

Balacheff (1991, s. 24) forstår argumentasjon slik: " The aim of argumentation is to obtain the agreement of the partner in the interaction, but not in the first place to establish the truth of some statement". Formålet med argumentasjonen blir her forstått som å få til einigheit, og å overtyda kvarande om si eiga oppfatning. Denne tilnærminga til argumentasjon kan passa godt når eg studerer elevar sine argument, då den i likskap med substansiell argumentasjon ikkje har eit for strengt krav om å etablera sanning.

2.2.1. Argumentasjon i grunnskulen

Når ein ser på studiar som presiserer viktigheita av at elevar får trening i å resonnera og argumentera både skriftleg og munnleg i matematikk, kan det sjå ut til å vera eit spenn frå det som blir framstilt som idealet til dei funna og resultata som blir presentert i ulike studiar. Hovik og Solem (2013) skriv at argumentasjon og bevis i matematikk ofte blir knytt til dei høgare klassetrinna, men at elevar bør bli introdusert for dette temaet tidegare, slik at dei blir fortrulege med å grunngje og forklara resonnementa sine. Moskal og Magone (2000) understrekar verdien av å la elevane arbeida med skriftlege forklaringar og grunngjevingar, då dette kan gje dei robuste kontoar av matematiske resonnement, i tillegg til at det kan bidra til å støtta den matematiske tenkinga til elevane.

Schwarz & Prusak referert i Hovik & Solem (2013, s. 121) skil mellom forklarande og argumenterande aktivitetar, der forklarande aktivitetar klarar opp i og forklarar idear, medan argumenterande aktivitetar stiller spørsmål ved påstandar og kva ein ser som sannsynleg. At elevar lærer matematisk argumentasjon er avgjerande for at dei seinare skal kunna arbeida med bevis og bevisføring i matematikk.

Stylianides (2009) skriv at ein av hovudgrunnane til at det viktig at elevane får arbeida med bevis i matematikk er beviset sitt potensiale til å bidra til forståing og overtyding. Stylianides referert i Hovik & Solem (2013, s. 121) legg òg vekt på at det er viktig at arbeid med bevis er tilpassa aldersgruppa. Både representasjonane, oppgåvene og bevistype må tilpassast nivå og alder. Ein matematisk argumentasjon som oppfyller følgande tre kriterier (1) Brukar etablerte utsegn eller definisjonar som er allment akseptert av elevgruppa, (2) nyttar argumentasjonsmåtar og resonnement som er gyldige, kjende eller mogeleg å forstå for elevgruppa og (3) blir kommunisert med uttrykksformer som er passande, kjende eller mogeleg å forstå for elevgruppa kan difor godtakast som bevis i ein klasseromsituasjon.

Russell, Schifter & Bastabel referert i Hovik & Solem (2016, s. 47) skildrar fire typiske nivå av elevar sin argumentasjon og grunngjeving i arbeid med bevis:

1) Grunngjeving ved å referera til autoritetar, som til dømes lærar, lærebok og foreldre
2) Grunngjeving gjennom konkrete døme
3) Matematisk resonnering basert på visuelle representasjonar, som konkretar eller teikning, eller tekst/rekneforteljingar
4) Bevis ved bruk av algebraisk notasjon og bruk av reknelovene

Desse nivåa kan seia noko om kva elevane legg til grunn i argumenta sine og kva som blir sett på gom gyldige grunngjevingar i matematikk.

2.3. Oppsummering av skriving og argumentasjon i grunnskulen

Tidlegar forsking innan matematisk skriving og matematisk argumentasjon i grunnskulen, viser at dette er tema som blir funne utfordrande å arbeida med både blant elevar og lærarar. Gjennom både matematisk skriving og argumentasjon blir det likevel skildra eit stort potensiale for å utvikling og læring i matematikk. Med bakgrunn i dette er det eit tema som ein treng meir kunnskap, for å vera betre rusta til å utnytta dette potensialet.

2.4. Sosiomatematiske normer

Å studera matematisk skriving og matematisk argumentasjon i grunnskulen i samanheng med sosiomatematiske normer, kan gje ei innsikt og forståing for korleis elevar argumenterer skriftleg i matematikk. Omgrepet sosiomatematiske normer vart innført av Yackel og Cobb (1996, s. 461), og vektlegg blant anna kva som blir rekna som matematisk forskjellig, effektivt og elegant i til dømes ein klasse. I tillegg omfattar det kva oppfatningar klassen har av kva som blir akseptert som matematisk argumentasjon og forklaring. I alle matematikklasserom, uavhengig av kva type matematikkundervising som blir praktisert, så eksistere det oppfatningar om kva som kan betraktast som matematisk forklaring og grunngjeving (Yackel & Cobb, referert i Rangnes, 2012, s. 86). Dette vil seia at klassen har normer for til dømes kva som blir rekna som godt svar og kva som blir sett på som gode framgangsmåtar. Dette er faktorar som kan vera med på å påverka kva kvalitetar som blir fremma i elevtekstane. Sidan dei sosiomatematiske normene kan vera med på å påverka korleis det blir arbeida i matematikkundervisinga og kva som blir akseptert som matematisk argumentasjon og forklaring, er det naudsynt å ta desse med i betraktning når ein skal studera og diskutera elevane sine argumenterande tekstar.

2.5. Teoretisk rammeverk

I dei komande avsnitta blir oppgåva sitt teoretiske rammeverk gjort reia for. Rammeverket for analyse av dei argumenterande elevtekstane baserer seg på Balacheff (1988) sine kategoriar for nivåinndeling av bevis og Toulmin (2003) sin modell for å analysera enkeltargument. Det er desse to som vil danna utgangspunkt for å analysera kvalitetar ved elevane sine argumenterande tekstar.

2.5.1. Balacheff sine fire nivå for bevis

Balacheff (1988, s. 218) utpeikar fire hovudtypar for bevis eller grunngjevingar, som har ein privilegert posisjon i den kognitive utviklinga av bevis. Desse fire er (1) naiv empirisme, (2) det avgjerande eksperiment, (3) det generiske døme og (4) tankeeksperimentet, og kan brukast til å seia noko om korleis elevar argumenterer for ein matematisk påstand. Bevis blir her forstått som det elevane sjølv opplever som tilstrekkeleg for å argumentera for sanninga til ein påstand. Han skriv vidare at det er eit tydeleg skilje mellom dei to fyrste og dei to siste nivåa. Denne skilnaden blir kommentert i etterkant av ei utdjuping av nivåa. Dei fire hovudtypane for bevis tekk utgangspunkt i observasjonar Balacheff (1988, s. 220) gjorde i ein studie der han undersøkte korleis elevar argumenterte for gyldigheita av påstandane sine. I dei komande avsnitta vil kvar av dei fire hovudkategoriane for bevis bli presentert og skildra.

2.5.1.1. Naiv empirisme

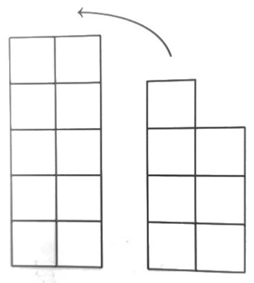
Naiv empirisme er det fyrste nivået i Balacheff si nivåinndeling. Kvalitetar som kjenneteiknar dette nivået er at ein trekkjer slutningar og hevda sanning om eit resultat med bakgrunn i eit eller fleire tilfeldige eller passande tilfelle (Balacheff, 1988, s. 218). Petersen og Tvete (2010, s. 22) viser til addisjonsstykka "2 + 3 = 5" og "6 + 13 = 19" som tilstrekkeleg argumentasjon på dette nivået, for å kunna konkludera med at summen alltid blir eit oddetal dersom ein adderer eit partal og eit oddetal. Balacheff (1988, s. 218) viser til ei undersøking gjennomført av Bell som fann at 25 % av elevar på 15 år baserte bevisa og argumentasjonen sin på nokre få tilfeldige tilfelle og slik kunne vorte kategorisert som naiv empirisme.

2.5.1.2. Det avgjerande eksperiment

I likskap med naiv empirisme inneber det avgjerande eksperiment argumentasjon som tek utgangspunkt i konkrete døme. Det avgjerande eksperiment blir kjenneteikna av ein kvalitet som skil seg frå naiv empirisme. Medan dømet som blir tatt i bruk i argumentasjonen som er kjenneteikna som naiv empirisme er tilfeldig eller passande, så blir det avgjerande eksperiment kjenneteikna ved at ein her er medviten om behovet for generalisering, og dermed argumenterer ved bruk av eit meir medvite valt døme. Dersom dømet fungerer, er det på dette nivået nærliggande å trekkja følgande konklusjon: viss det fungerer her, så vil det alltid fungera (Balacheff, 1988, s. 218-219). Stylianides (2009) skildrar det avgjerande eksperiment som ei strategisk jakt etter dømer som avkreftar påstanden. Petersen og Tvete (2010, s. 22) skriv at det i eit avgjerande eksperiment kan "være nærliggende å prøve med to større tall" for å visa at summen av eit partal og eit oddetal alltid vil bli eit oddetal

2.5.1.3. Det generiske dømet

Det generiske dømet ser ikkje på enkelttilfelle kvar for seg, men som ein karakteristisk representasjon for alle dei aktuelle tilfella (Balacheff, 1988, s. 119). Kjenneteikn på det generiske dømet er at ein ved bruk av eit eller fleire konkret døme kan studera det generelle, då ein kan ta utgangspunkt i generelle eigenskapar i det konkrete dømet. Petersen og Tvete (2010, s. 22) skriv at figurresonnement ofte kan kategoriserast som det generiske dømet. Figur 3 illustrerer korleis ein ved bruk av figurrepresentasjonar kan argumentera for kva summen av eit partal og eit oddetal blir. Addisjonsstykke "10 + 7" blir illustrert med tårn satt saman av to kolonner med klossar.



Figur 3: Figurrepresentasjon – addisjon av eit partal og eit oddetal

Dersom tårnet er jamn på toppen, altså at det er stabla like mange klossar i kvar kolonne, illustrer tårnet eit partal. Dersom toppen på tårnet er ujamn, altså at den eine kolonna inneheld ein kloss meir eller mindre enn den andre, så illustrerer tårnet eit oddetal. Ved å setja dei to tårna oppå kvarandre kan ein argumentera for om summen blir eit partal eller oddetal ved å sjå om toppen på tårnet er jamn eller ikkje. Generelle eigenskapar for partal og oddetal blir her trekt fram med bruka av det konkret addisjonsstykke $10 + 7$. Eit slikt argument krev at ein generaliserer og identifiserer karakteristiske eigenskapar og strukturar i talmønstra.

Utfordringa med denne forma for bevisføring ligg i at mottakaren må vera samd i den generiske karakteren som blir brukt i dømet. Utan denne felles oppfatninga av dei aktuelle objekta, vil det oppstå problem med å overtyda tilhøyraren (Balacheff, 1988, s. 224). Det vil seia at dersom ein elev ikkje er samd i, eller har forståing for at generaliseringa bak tårna som illustrerer partal og oddetal (Figur 3), så kan det vera problematisk å overtyda han med bruk av ein slik figurrepresentasjon.

2.5.1.4. Tankeeksperimentet

Det fjerde nivået Balacheff (Balacheff, 1988, s. 219) skildrar er tankeeksperimentet. Ein sentral kvalitet som kjenneteiknar tankeeksperimentet er at det lausriv seg frå konkrete dømer. På dette nivået er ein ikkje lenger avhengig av å vise til eit døme for å argumentere for påstanden. Dette skil tankeeksperimentet frå dei tre fyrste nivåa. Det er likevel nokre fellestrekk mellom det generiske dømet og tankeeksperimentet. Begge har ei forståing av at ein må generalisera, då ein må forholda seg til eigenskapane som er felles for dei tala eller tilfella ein undersøker, i dette tilfellet partal og oddetal.

Petersen og Tvete (2010, s. 22) skriv at algebra kan koma til nytte i denne kategorien. For å visa at summen av eit partal og eit oddetal alltid blir eit oddetal, kan ein ta i bruk algebraiske uttrykk for oddetal og partal og bevisa dette med å summera dei saman.

$$2m + (2n + 1) = 2m + 2n + 1 = 2(m + n) + 1$$

Ved å ta i bruk denne representasjonen blir algebra eit reiskap for å skapa oversikt og struktur i argumentasjonen, då ein tek alle partal ($2m$) og alle oddetal ($2n + 1$) til betraktning når ein argumenterer for den gitte påstanden.

Tankeeksperiment kan òg gjennomførast med eit kvardagsspråk utan bruk av algebra:

> Da partall består av et helt antall 2-ere og oddetall av et helt antall 2-ere pluss 1, vil summen måtte bli et helt antall 2-ere pluss 1. Antall 2-ere i summen blir nærmere bestemt lik summen av antall 2-ere i partallet og oddetallet. (Petersen og Tvete, 2010, s. 22)

2.5.1.5. Oppsummering av Balacheff

Dei to fyrste typane for bevis, naiv empirisme og det generiske dømet, baserer argumentasjonen sin på eit eller fleire dømer som støttar opp om beviset eller den matematiske påstanden. Dei fastslår dermed ikkje sikkerheit om beviset eller påstanden er sann, og kan difor sjåast på som ei objektiv sanning. At sanninga er objektiv blir her forstått med at eleven finn argumentasjonen tilstrekkeleg for å grunngje påstanden, til tross for at argumentasjonen reint matematisk ikkje kan sjåast på som tilstrekkeleg for å presentera ei almen sanning. Dei to neste nivåa, det generiske dømet og tankeeksperimentet, dreier seg ikkje om å visa at konklusjonen er sann fordi ”det verkar” med nokre døme, men å etablera ei sanning ved å grunngje (Balacheff, 1988, s. 218). Dei to siste nivå krev òg at det blir gjort ei generalisering. Hana (2014, s. 83) skriv at ei generalisering gjerne krev at elevane løftar blikket og reflekterer over det dei held på med.

Petersen & Tvete (2010, s. 23) skriv at alle dei fire typane for bevis vil vera til stades i elevar sitt arbeid med bevis og argumentasjon i grunnskulen, men at det formelle matematiske beviset gjerne fell vanskeleg for elevane, og kan difor vera eit område der det kan vera positivt å utfordra elevane (Petersen & Tvete, 2010, s. 23). Sjølv om ei generalisering kan bidra til å styrka argumentasjonen for eit bevis eller ein matematisk påstand, er det ikkje nødvendigvis like overtydande for eleven. Elkeltdøme kan oppfattast som meir overtydande for enkelte elevar (Hovik & Solem, 2016, s. 49). Det kan i følge (Stylianou, Blanton & Knuth, 2009). difor melda seg eit behov hjå elevane der dei finn det hensiktsmessig å verifisera påstanden gjennom å sjekka men eit nokre enkeltdøme.

2.5.2. Toulmin sin modell

Toulmin har utvikla ein generell modell ”for enkeltargument som skal vise korleis argumenta er oppbygde” (Grepstad, 1997, s. 170). ”Den berande tesen i teorien hans er at alle typar argumentasjon kan vere rasjonell og at det ikkje er mogeleg å setje opp allmenne normer for kva som er haldbare argument” (Grepstad, 1997, s. 170). Med bakgrunn i dette kan det vera hensiktsmessig å bruka modellen i analyse av elevar sine argument, då elevar ikkje argumenterer ut frå allmenne normer. I bruk av Toulmin (2003) sin modell som rammeverk for analyse av elevar sine skriftlege argument, bør modellen tilpassast datamaterialet slik at rammeverket blir funksjonelt. Modellen er ikkje skrive for å vera tilpassa matematiske argument, då Toulmin utvikla rammeverket medan han var interessert i juridisk argumentasjon (Simosi, 2003, s. 186). Det er likevel fleire matematikkdidaktikkarar som har tilpassa og brukt Toulmin som rammeverk for matematiske argument (Krummheuer, 1995; Meaney, 2007; Weber, Maher, Powell & Lee, 2008).

Modellen skildrar ulike element som eit argument gjerne er satt saman av: *data, conclusion, warrant* og *backing*. Desse elementa er vidare i oppgåva omtala med Grepstad (1977, s. 171) sin norske termologi tilsvarande: *belegg, påstand, heimel* og *ryggdekking*. I presentasjon av Toulmin (2003) sin modell er det desse fire elementa som blir lagt hovudvekt på, og som i denne oppgåva bli skildra som modellen sine hovudelement. I tillegg til dei fire hovudelementa kan eit argument innehalda det Toulmin (2003) omtalar som *qualifies (styrkemarkør)* og *rebuttal (innvending)*.

I dei komande avsnitta blir modellen presentert og tilpassa denne studien. Dette er naudsynt på grunn av at modellen er ein generell modell for argumentasjon, og slik kan bli forstått på ulike måtar innan ulike fagfelt og bruksområde. Denne gjennomgangen dannar difor grunnlaget for korleis modellen blir forstått og brukt som analyseverktøy i denne studien med fokus på skriftlege matematiske argument. For å undersøka kva kvalitetar ein kan identifisera i elevane sine argument opp mot Toulmin (2003) sin modell er det naudsynt å gje ei grundigare skildring av kva kvalitetar ein kan sjå i dei ulike elementa i modellen.

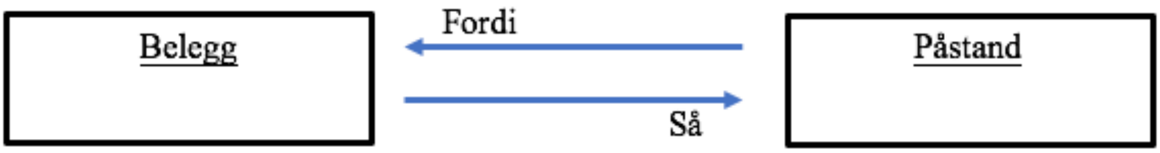
2.5.2.1. Belegg og påstand

I følge Toulmin (2003, s. 98) er det to kriterier som må vera til stades for å kunna kalla noko for eit argument. Det må presenterast både ein påstand og eit belegg. Krummheuer (1995, s. 241) samanfattar dette slik: "A bare conclusion, without any data produced in its support, is no argument". Sidan desse to elementa er knytt så tett saman og det er ein gjensidig avhengigheit mellom dei, vil det vera naturleg å omtala dei i samanheng med kvarandre.

Ein påstand er i følge Toulmin (2003, s. 90) hovudsynspunkt som blir framstilt, og som avsendar ønsker å få tilslutning for. Meaney (2007, s. 684) forstår påstandar som "assertions of a point of view". Altså ein påstand om eit synspunkt. Vidare utdjupar ho ei forståing av at påstandar i dei fleste tilfelle er føreslåtte løysingar. I oppgåva som elevane arbeidar med i denne undersøkinga kan ei slik tilnærming til omgrepet vera funksjonelt. For å tilpassa modellen til å eigna seg best mogeleg som rammeverktøy i analyse av elevar sine argument har eg i likskap med Grepstad (1977, s. 171) tatt i bruk det norske omgrepet *påstand* i staden for til dømes *konklusjon*, som òg blir brukt. Dette heng saman med kva assosiasjonar som er knytt til omgrepa. I nynorskordboka blir konklusjon forklart som ei logisk slutning, og kan vidare bli assosiert med utgreiing og drøfting (Universitetet i Bergen & Språkrådet, 2018a). Desse forventingane til kva som ligg i omgrepet konklusjon synes eg har for strenge forventingar til å passa for elevar på barneskulen sin argumentasjon. Påstand derimot blir forklart som noko som blir påstått (Universitetet i Bergen & Språkrådet, 2018b), og kan passa betre i samanheng med elevar sine argument, då det ikkje blir stilt like strenge krav til bakgrunnen for påstanden.

Belegg blir av Toulmin (2003, s. 90) skildra som dei faktaa som ligg til grunn eller som er bakgrunnen for påstanden. Det er ulike måtar å forstå belegget i eit argument på. Krummheuer (1995, s. 241) forstår belegget som faktaa det kan trekkast tvil om. Det vil seia at det ikkje er gjeve noko bestemte opplysingar som det skal trekkast ein påstand ut av. I denne studien kan ei slik forståing av belegg vera hensiktsmessig å ta i bruk, då det ikkje er fastsette opplysningar elevane argumenterer ut frå.

Modellen i Figur 4 kan tydeleggjera den gjensidige avhengigheita mellom belegg og påstand med dei to pilene som går begge vegar mellom elementa. Påstanden blir trekt med bakgrunn i belegget, og belegget fører til at påstanden blir trekt. Dette kan samanfattast på følgande måte: påstand fordi belegg, og belegg, så påstand.



Figur 4: Toulmin sin modell – Forholdet mellom påstand og belegg

2.5.2.2. Heimel

Eit argument som baserer påstanden sin på eit belegg kan blir trekt tvil om. Viss tilhøyraren er usikker på belegget eller påstanden blir utfordra eller trekt tvil om, kan det vera naudsynt med ein heimel (Toulmin, 2003, s. 91). Vidare skildrar Toulmin heimelen sin funksjon å bygga bru mellom belegg og påstand, og slik visa korleis belegget fører til påstanden. Krummheuer (1995, s. 242) skriv at formålet med denne brubygginga mellom påstanden og belegget er å bidra til å overtyda tilhøyraren om belegget sin relevans og gyldigheit ved å styrka belegget i argumentet. Heimelen blir med utgangspunk i dette forstått som ei utdjuping av belegget som har som formål å styrka påstanden si truverd. Denne heimelen kan anten utrykkast eksplisitt eller ligga implisitt i premissa. I analyse av elevane sin heimel vil det bli tatt omsyn til begge formene for heimlar.

2.5.2.3. Ryggdekking

Dersom heimelen ikkje blir akseptert, så fell argumentet. I slike tilfelle vil det vera naudsynt med ei ryggdekking. Ei ryggdekking er ei form for ytterlegare dokumentasjon av det konkrete grunnlaget eller den generelle regelen som heimelen bygger på. Ryggdekking er naudsynt dersom det blir trekt tvil om truverd til heimelen (Grepstad, 1997, s. 171). Kva som blir forstått som ei ryggdekking varierer ut frå kontekst. Det er noko som blir opplevd som universelt. Krummheuer (1995, s. 244) argumenter for at teljing på fingrane kan fungera som ei ryggdekking for addisjon i skulen, då addisjon kan bli forstått som ei teljeprosedyre.

2.5.2.4. Styrkemarkør og innvending

I tillegg til dei fire hovudelementa inneheld modellen òg det Toulmin (2003, s. 94) omtalar som styrkemarkør (qualifies) og innvending (rebuttal). Desse kjem til syne dersom det blir trekt tvil om påstanden er korrekt (Grepstad, 1997, s. 171). Toulmin (2003, s. 94) skriv at "conditions of rebuttal (R) indicating circumstances in which the general authority of the warrant would have to be set aside". Det vil seia omstende der heimelen blir utfordra og må setjast til side. I slike tilfelle vil det vera naudsynt med ein styrkemarkør.

2.5.2.5. Kritikk av modellen

Simosi (2003, s. 186) argumenterer for nokre utfordringar i bruk av Toulmin sin modell som rammeverk i analyse av (kvardags)argumentasjon. Ho refererer til ei rekke studiar som har utfordra bruken av Toulmin sin modell. Kritikken rettar seg hovudsakeleg mot tydelegheita til modellen og vanskar med å skilja mellom dei ulike elementa i modellen. Dette kan skapa utfordringar i analyse av meir komplekse argument. Den hyppigaste kritikken er retta mot utfordringar med å skilja mellom belegg og heimel og mellom heimel og ryggdekking. Ball referert i Simosi (2003, s. 186) skriv at Toulmin sin modell kan vera nyttig i analyse av enkle argument, medan modellen kan vera utfordrande i analyse av meir komplekse argument.

I analyse av uformelle argument kan det Toulmin ser på som grunnleggande og naudsynt i eit kvart argument, påstand og belegg, mangla. Grunnen til dette kan vera at skrivaren vurderer informasjonen som så velkjent eller antatt av mottakaren at det ikkje ser poenget med å eksplisitt henvisa til denne informasjonen i forsøk på å overtyda den andre (Simosi, 2003, s. 188). Ei slik vurdering av skribenten, der ikkje all informasjon blir presentert, kan føra til at det skriftlege argumentet i møte med Toulmin sin modell ikkje oppfyller kravet for å kunne omtalast som eit argument. Det kan likevel ligga mykje implisitt informasjon i teksten som oppfyller kravet. Denne informasjonen kan vera vanskeleg å få fatt på dersom ein ikkje har kjennskap til situasjonen argumentasjonen gjekk føre i tillegg til innsikt i relevant førehandsinformasjon.

Med bakgrunn i denne kritikken av Toulmin sin modell er det vorte tydeleggjort korleis modellen er fortått i denne oppgåva, for å redusera mogelege missforståingar og for at studien skal kunna etterprøvast.

2.5.2.6. Oppsummering

Toulmin sin modell for enkeltargument innehar fire hovudelement, påstand, belegg, heimel og ryggdekking, i tillegg til innvending og styrkemarkør. Desse elementa kan brukast til å seia noko om kva eit argument er satt saman at. Då modellen er generell, er det naudsynt å skildra korleis modellen blir forstått, for å unngå at ein forvekslar modellen sine ulike element med kvarandre.

3. Metode

I dette kapittelet vil oppgåva sine metodiske val og utfordringar bli presentert. Formålet med oppgåva er å identifisera og synleggjera kva kvalitetar som kjenneteiknar elevar på 4. og 7. trinn sin skriftlege argumentasjon i matematikk. Analyse av autentiske elevtekstar kan gje oss informasjon om korleis elevane argumenterer skriftleg og kva kvalitetar argumentasjonen innehar. Eg fann det difor hensiktsmessig å gjennomføra ei tekstanalyse av argumenterande elevtekstar på dei to klassetrinna, for å få innsikt i elevane sin skriftlege argumentasjon. Tjora (2017, s. 248) skriv at dei viktigaste krava til presentasjon av forsking er knytt til transparens. Dette inneber blant anna korleis undersøkinga er gjennomført, korleis deltakarane er rekruttert, korleis val av teori har påverka resultatet og kva problem som har oppstått undervegs i prosessen. For å gjera undersøkinga så transparent som mogeleg vil difor dette kapittelet skildra og kommentera oppgåva sine metodiske val og utfrodringar, både knytt til innsamling av data, og analyse av elevtekstane. I tillegg vil kapittelet drøfta dei etiske omsyna som er tekne, både før, under og etter datainnsamlinga.

3.1. Val av metode

Samfunnsvitskapelige metodar er spesielt innretta mot å etablera kunnskap og teoriar om ulike aspekt ved menneska sine samfunnsmessige liv og virke (Grønmo, 2004, s. 27). Sidan skulen inngår i samfunnsmessige liv og virke vil det vera naturleg å basera seg på samfunnsvitskapleg metode i denne oppgåva. Val av metodisk tilnærming heng tett saman med oppgåva si problemstilling. Ein metode kan forståast som eit reiskap som blir tatt i bruk for å forstå verkelegheita betre (Bjørndal, 2017, s. 30). Denne oppgåva har både ei kvantitativ og ei kvalitativ tilnærming. Den kvantitative blir kjenneteikna ved at den ser meir etter det gjennomsnittlege og det representative (Bjørndal, 2017, s. 30), og kan slik bidra til å generalisera og skapa eit overblikk over kva kvalitetar ein kan identifisera i elevane sin argumentasjon på klassenivå. Den kvalitative tilnærminga derimot blir kjenneteikna av at den ser meir etter det særeigne (Bjørndal, 2017, s. 30), og kan bidra til å identifisera kvalitetar ved enkeltargument i elevtekstane.

3.2. Datainnsamling

To av kriteria Tjora (2017, s. 248) trekker fram for å ivareta studien sin transparens er å gje innblikk i korleis informantane er rekruttert og korleis studien er gjennomført. I dei følgjande avsnitta er val og utfordringar knytt opp til desse to kriteria bli presentert. I tillegg til ei utgreiing av utforminga av den argumenterande oppgåva som elevane arbeida med i datainnsamlinga.

3.2.1. Informantar

Dei argumenterande tekstane som dannar grunnlag for analyse og diskusjon av problemstillinga baserer seg på 4. og 7 klassetrinn. Det einaste kriteriet som vart lagt til grunn i utveljing av informantar var klassetrinn, då eg ønska å studera eit utval skriftlege argument i matematikk produsert av elevar på 4. og 7. trinn. Bakrunn for val av klassetrinn heng saman med at argumenterande skriving blir lite prioritert i matematikk og er då gjerne er knytt til dei høgare klassetrinna (sjå kapittel 2.2). Med utgangspunkt i dette fann eg det interessant å undersøka korleis elevar på lågare klassetrinn kjem fram til og byggjer opp eit argument rundt ein matematisk påstand, og kva kvalitetar som kjenneteiknar desse argumenterande elevtekstane.

Sidan det einaste kriteriet som vart stilt i utveljing av informantar var klassetrinn, så fann eg det hensiktsmessig å ta i bruk det som på bokmål blir kalla eit bekvemmelighetsutvalg. Bekvemmeligheitsutvalg blir av Kalton, referert i Aarø (2007, s. 28) skildra som eit utval der ein tek i bruk ei gruppe som er lett tilgjengeleg. For å finna klassar som kunne delta i denne studien, oppsøkte eg difor lærarar som eg kjenner til. Dei vart anten spurt om dei var interessert i å delta sjølve eller om dei hadde mogelegheit til å kopla meg opp til andre aktuelle lærar som underviste i matematikk på dei gitte klassetrinna.

Datainnsamlinga vart gjennomført på to skular i totalt seks klassar, tre på 4. trinn og tre på 7. trinn. I dei tre 4. klassane var det ei total deltaking på 73 %. Dette gav tilgang til 59 elevtekstar. Den totale deltakinga i 7. trinn var på 92 %, og gav tilgang til 60 elevtekstar. Det er desse elevtekstane som er analysert og som dannar utgangspunkt for drøfta og diskutera kva kvalitetar ein kan idetifisera i elevane sine skriftlege argument i matematikk.

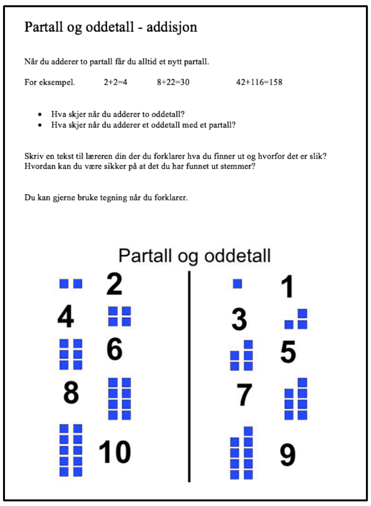
Eit utval på 59 og 60 elevtekstar og dei snevre kriteriet for utveljing av informatar vil ikkje vera representativt for heile populasjonen (Cohen, Manion & Morrison, 2007). Heile populasjonen blir i denne oppgåva forstått som alle elevar i 4. og 7. klasse. Det er blant anna ikkje teke omsyn til elevane sin geografiske, sosiale eller kulturelle bakgrunn i datainnsamlinga. Til tross for at utvalet ikkje er representativt alle elevar i dei to klassetrinna, då blant anna ytre faktorar ikkje blir teke omsyn til, så kan det likevel gje god innsikt i ulike kvalitetar som kan identifiserast i elevar på 4. og 7. trinn sine skriftlege argument, og slik danna eit godt utgangspunkt for å analysera og drøfta problemstillinga.

3.2.2. Utforming av argumenterande oppgåva

For å analysera og diskutera oppgåva si problemstilling har eg utforma ei oppgåve som omhandlar argumentasjon i arbeid med partal og oddetal. Analysen baserer seg på tekstane som elevane produserte i arbeid med denne oppgåva. For å gjera datamaterialet så samanliknbart som mogeleg, arbeida elevne i dei ulike klassane med den same oppgåva. I utforming av oppgåveteksten var det difor ønskeleg å utforma ei oppgåve som skulle appellera til flest mogeleg elevar, uavhengig av matematiske ferdigheitar. Sidan eg i forkant av datainnsamlinga ikkje hadde kjennskap til dei matematiske ferdigheitene blant elevane, vart det utforma ei oppgåve som kunne arbeidast argumenterande med på ulike nivå, både for elevane på 4. og 7. trinn. I dei komande avsnitta vil utforming av den argumenterande oppgåva bli kommentert nærmare. Både den innhaldsmessige sida, som omfattar matematisk tema knytt opp mot kompetansemåla i matematikk og den uttrykksmessige sida av oppgåve, der det blir diskutert val som er teke i utforming av oppgåveteksten blir kommentert

3.2.3. Addisjon av partal og oddetal

Tema for den matematiske oppgåva som elevane arbeida med var partal og oddetal. I oppgåva (sjå Figur 5) blir elevane spurt om å forklara kva som skjer dersom ein adderer to oddetal og kva som skjer dersom ein adderer eit oddetal og eit partal. Vidare blir dei spurt kvifor det er slik og korleis dei kan vera sikre på at svaret sitt stemmer.


Partall og oddetall - addisjon

Når du adderer to partall får du alltid et nytt partall.

For eksempel. 2+2=4 8+22=30 42+116=158

- Hva skjer når du adderer to oddetall?
- Hva skjer når du adderer et oddetall med et partall?

Skriv en tekst til læreren din der du forklarer hva du finner ut og hvorfor det er slik?
Hvordan kan du være sikker på at det du har funnet ut stemmer?

Du kan gjerne bruke tegning når du forklarer.

Figur 5: Partal- og oddetalsoppgåva

Sidan dei ulike klassane som deltok i studien ikkje arbeida med same tema i matematikk då datainnsamlinga vart gjennomført, fann eg det hensiktsmessig å ta utgangspunkt i matematiske omgrep som alle klassane hadde kjennskap til frå tidlegare: addisjon, partal og oddetal. I utforming av oppgåva vart det tatt utgangspunkt i kompetansemåla for 4. og 7. trinn, då datainnsamlinga vart gjennomført i den ordinære matematikkundervisinga og eg ønska autentiske elevtekstar. Partal og oddetal er ei form for talmønster som det blir arbeida masse med i skulen, og kan koplast til kompetansemåla i matematikk for både 4. og 7. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 7-8), som er vist i Figur 6.

Kompetansemål i matematikk	
4. trinn	**7. trinn**
- kjenne att, eksperimentere med, beskrive og vidareføre strukturar i talmønster	- utforske og beskrive strukturar og forandringar i geometriske mønster og talmønster med figurar, ord og formlar

Figur 6: Kompetansemål i matematikk I

For at elevane skal vera i stand til å argumentera i matematikk er det avgjerande at dei har tilstrekkeleg med matematisk kompetanse til å arbeida med problemstillinga (Meaney, 2007). Å arbeida med oppgåver der dei får mogelegheit til å utvikla forståing kan verka motiverande for elevar (Wæge, 2007) Ei undersøkande oppgåva som omhandlar addisjon av partal og oddetal vart tatt i bruk for å oppnå desse kriteria. Partal og oddetal er omgrep som blir arbeida med på ulike nivå gjennom heile grunnskulen, og er difor omgrep dei fleste elevar på 4. og 7. trinn har eit forhold til. Å undersøka og argumentera for kva summen blir dersom ein adderer ulike samansetningar av partal og oddetal kan opna opp for undring blant elevane og vidare arbeidast med på ulike nivå ut frå elevane sine føresetnadar og matematiske ferdigheitar.

I tillegg til å arbeida med å sjå struktur i partala og oddetala, så omfattar oppgåva å argumentera for ein matematisk påstand. I kompetansemåla for både 4. og 7. trinn (Figur 7) blir det presisert at elevane blant anna skal vurdera resultatet sitt, og i 7. trinn diskutera løysinga (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 7- 8).

Kompetansemål i matematikk	
4. trinn	**7. trinn**
- finne informasjon i tekstar eller praktiske samanhengar, velje rekneart og grunngje valet, bruke tabellkunnskap og utnytte samanhengar mellom rekneartane, vurdere resultatet og pesentere løysinga	- finne informasjon i tekstar eller praktiske samanhengar, stille opp og forklare berekningar og framgangsmåtar, vurdere resultatet og presentere og diskutere løysinga

Figur 7: Kompetansemål i matematikk II

I oppgåva som elevane arbeida med vart det lagt særleg vekt på å vurdera resultata, då det ikkje var konklusjonen i seg sjølv som var formålet med oppgåva, men argumentasjon og grunngjeving for kvifor den var riktig.

Dei fire kompetansemål (to på kvart klassetrinn) som danna utgangspunkt for oppgåva elevane arbeida med, legg vekt på talmønster, å finna relevant informasjon, samanhengar og vurdera (og diskutera) resultatet.

3.2.3.1. Formulering av oppgåveteks

Med utgangspunkt i det Krummheuer (2007, s, 65) skriv om at elevar på barneskulen som oftast berre opererer med belegg og påstand dersom læraren ikkje er involvert, så vart lagt vekt på å oppfordra til dette i oppgåveteksten. Det vart lagt vekt på å vera tydeleg i oppgåveformuleringa om at det var ønskeleg at elevane presenterte element i argumenta sine som gjekk utover å presentera ein påstand og eit belegg.

I tillegg til å svara på om summen vart ei partal eller oddetal, innehaldt oppgåva to deloppgåver der fokuset låg på å argumentera for påstanden. Hensikta med desse deloppgåvene var å oppfordra elevane til å argumentera eller grunngje påstanden, og å legga til rette for at elevane skulle presentera det Toulmin omtalar som heimel og ryggdekking. I staden for å fokusera på å koma fram til eit riktig svar, så låg mykje av fokuset på korleis elevane kunne vera sikre på at svaret var riktig.

Mottakarmedvit

I oppgåva (Figur 5) vart det tatt nokre omsyn i den språkmessige formuleringa av oppgåveteksten. Blant anna fekk elevane beskjed om å skriva "en tekst til Frida". Med bakgrunn i blant anna SKRIV-prosjektet (sjå kapittel 2.1) der det kjem fram at elevane var lite medvitne på mottakaren i arbeid med skriftlege tekstar, vart det i utforming av oppgåveteksten lagt vekt på at elevane skulle ha ein bestemt mottakar å skriva til. Elevane fekk beskjed om å skriva til meg som forskar, fordi skriving er ein sosial aktivitet som blant anna kan bli påverka av forventingar ein trur mottakaren har (Svennevig, 2013; Dysthe & Hertzberg, 2014). Hensikta med å be elevane skriva til meg som forskar i staden for ein medelev eller lærar, var for å unngå at elevane utelet informasjon dei fann unødvendige å skriva ned, til dømes fordi det har vorte snakka om eller diskutert i klassen tidlegare.

Du-fokus

Det var ønskeleg at eleven sine tankar og argument skulle stå i fokus i arbeidet med den skriftlege oppgåva. Det vart difor lagt vekt på *du* pronomen i oppgåveformuleringa: "hvordan kan *du* være sikker på at det du har funnet ut stemmer". Dette har eg i likskap med Røskeland et al. (Til fagfellevurdering, s. 4) gjort fordi eg vil legga vekt på at "den enkelte elevs tanker er viktige". Med dette meiner eg at det ikkje er ein bestemt løysingsmetode eg er ute etter, men den enkelte elev står fritt til å dela sine tankar og sine argument.

Teikning

Oppgåva avsluttar med noko som kan bli oppfatta som ei oppfordring: "Du kan gjerne bruke tegning når du forklarer". Det er viktig å vera klar over at denne formuleringa kan vera med på å påverka elevane sine tekstar. Sjølv om det vart presisert at det var valfritt kva representasjonar elevane tok i bruk, er det mogeleg at denne ytringa kan ha vorte tolka som ei forventning om bruk av teikning eller illustrasjon i teksten for å tilfredsstilla mottakaren. Grunnen til at eg likevel har valt å oppfordra elevane til å gjerne bruke teikning er blant anna med bakgrunn i at Barwise og Etchemendy (1996, s. 13-14) argumenterer for at visuelle representasjonar i større grad enn algebraiske bevis med bruk av symbol, kan overtyda elevar om at det er hald i ein matematiske påstand. Å oppfordra elevane til å teikna, i tillegg til å presentera ein metode for å visualisera partal og oddetal, kan bidra til å hjelpa elevane til å identifisera kjenneteikn ved tala som vidare kan vera til nytte for å argumentera for kvifor påstanden er sann. Denne formuleringa er likevel ikkje meint som eit krav til elevane, men ei oppmuntring som kan vera til hjelp for dei i tankeprosessen og oppgåveløysinga.

3.2.4. Gjennomføring av datainnsamling i klassane

I alle klassane vart undervisinga gjennomført med dei ordinære matematikklærarane til stades i tillegg til meg som forskar. I tillegg til å samla inn elevtekstar, noterte eg ned observasjonar som vart gjort i datainnsamling. Desse blir brukt som supplerande opplysningar i analyse og diskusjon av elevtekstane.

Dei ordinære matematikklærarane var i klassen for å skapa stabilitet og trykke rammer for elevane, då dei kunne oppleva situasjonen som ukjent. Målet var at elevane skulle oppleva undervisningssituasjonen så autentisk som mogeleg. I utgangspunktet var det difor ønskeleg at undervisinga skulle bli gjennomført av den ordinære matematikklæraren. Av praktiske årsaker let ikkje dette seg gjennomføra i alle klassane. For at datamaterialet likevel skulle verta samanliknbart, vart det lagt vekt på at rammene for undervisinga i så stor grad det let seg gjennomføra skulle vera dei same. Både introduksjon i forkant av oppgåva, oppgåveformulering og tidsbruk som var disponibel til å arbeida med oppgåva var difor så lik som mogeleg.

Introduksjon

Alle undervisningsøktene starta med å introdusera meg som forskar. Dette vart gjort for at elevane skulle bli trygg på situasjonen og for å informera og minna på kva som skulle gå føre seg i undervisningsøkta. Vidare vart det gjeve ei kort påminning om kva som var formålet med oppgåve. Dette vart gjort sidan informantane sin rett til å vera informerte er eit viktig fundament i forsking (Ruyter, 2003, s. 28).

Skriveaktiviteten starta med ein felles introduksjon av oppgåveteksten. Denne introduksjonen la vekt på dei matematiske omgrepa i oppgåveteksten: addisjon, partal og oddetal. Sidan dette var omgrep som alle klassane hadde vorte introdusert for tidlegare, fungerte denne gjennomgangen som ein repetisjon for elevane. Dei matematiske omgrepa vart likevel gjennomgått i alle klassane for å auka sannsynet for at alle elevane hugsa tydinga av omgrepa og slik var betre rusta til å svara på oppgåva. Repetisjonen hadde òg som formål å starta tankeprosessen til elevane og forbereda dei på den komande skriveoppgåva.

I tillegg vart det lagt vekt på argumentasjonsomgrepet. Tydinga av argumentasjon vart diskutert i klassen. Elevane hadde kjennskap til omgrepet frå oppgåver i andre fag, der dei hadde argumentert for og imot noko. I arbeid med denne oppgåva i klasserommet vart det lagt vekt på å argumentera for å overtyda om at det ein skriv stemmer. Elevane vart oppfordra til å synleggjorde tankegangen og framgangsmåten sin i argumentasjonen, slik at eg gjennom tekstane kunne sjå korleis elevar på 4. og 7. trinn tenkjer og argumenterer skriftleg i matematikk. Det vart lagt vekt på at det ikkje var snakk om gale eller riktige framgangsmåtar i arbeid med oppgåva, då det fins mange forskjellige måtar å tenka på.

Felles for alle klassane var at elevane fekk mogelegheit til å diskutera oppgåva munnleg med læringspartner i starten av undervisingsøkta. ”Dette er en metode som går ut på at elevene samarbeider i par med formål å hjelpe hverandre i læringsarbeidet” (Olsen & Aasland, 2013, s. 13). Dette var ei kjent arbeidsform i alle klassane og vart praktisert for å repetera omgrepa, men òg for å starta elevane sin takeprosess. Sidan argumenterande skriving vart lite praktisert i dei seks klassane, kunne denne munnlege diskusjonen fungera som ein skrivestartar, der elevane i det skriftlege arbeidet kunne ta utgangspunkt i dei munnlege diskusjonane.

Introduksjonen vart gjennomført for å minna elevane på kva formålet med oppgåva var, for å gjennomgå innhaldet i oppgåveteksten og for å introdusera ei norm for timen som opna opp for ulike framgangsmåtar i arbeida med oppgåva. Grunna ulikskaper blant lærarane sin undervisningspraksis og ulike bakgrunnskunnskapar hjå elevane vart introduksjonen i dei seks klassane gjennomført på litt ulike måtar. Innhaldet var likevel omtrent det same i alle klassane.

3.3. Rammeverk for analyse av elevtekstane

Kva analyseverktøy ein vel å ta i bruk, påverkar kva kvalitetar ved elevane sine argumenterande tekstar det blir lagt vekt på, sidan det i ei analyse alltid blir valt å ha fokus på noko, medan noko blir oversett (Bjørndal, 2017, s. 135). Det er forhold ein opplever særleg interessante, som ofte blir valt å undersøka nærmare. Balacheff (1988) og Toulmin (2003) vart tatt i bruk som analyseverktøy for å legga tydelege og like rammer for analyse av alle elevtekstane og for å redusera påverknaden av ulike forventingar og teoriar eg som forskar har (Tjora, 2017, s. 197). Resultatet kan slik bli påverka av blant anna val av analyseverktøy. I val av analyseverktøy vart det difor lagt vekt å velja eit reiskap for analysen som på best mogeleg måte kunne kasta lys over problemstillinga.

3.3.1. Balacheff som analyseverktøy

Elevtekstane som er samla inn har vorte kategorisert for å få oversikt over innhaldet. Dette er gjort sidan kategorisering kan gjera det lettare å samanlikna og testa hypotesar (Kvale & Brinkmann, 2012, s. 210). Kategoriane som argumentasjonen i elevtekstane er sortert etter vart utvikla på førehand med utgangspunkt i Balacheff (1988) si nivåinndeling. Formålet med å kategorisera elevtekstane på denne måten var å strukturera innhaldet i elevtekstane slik at dei kan presenterast i nokre forenkla figurar som blir vist i analysen (kapittel 4). I tillegg var eg på utkikk etter om det var nokre tekstar som ikkje let seg kategoriserast eller forenklast på denne måten.

Argumentasjonen i elevtekstane har vorte kategorisert med utgangspunkt i Balacheff (1988) sine fire nivå av bevis: (1) naiv empirisme, (2) det avgjerande eksperiment, (3) det generiske dømet og (4) tankeeksperimentet. I denne oppgåva kan kategoriseringa gje ei oversikt over argumentasjonen i elevtekstane og seia noko om det gjennomsnittlege og representative for eit klassetrinn, som er eit av kjenneteikna på kvantitativ forsking (Bjørndal, 2017, s. 30). Dette kan hjelpa oss til å sjå tendensar i datamaterialet og ein kan få eit grovt overblikk over kva frekvens dei ulike nivåa av argumentasjon har.

For å sikra oppgåva si reliabilitet, altså at ein får det same resultatet dersom ein gjennomfører ei tilsvarande undersøking (Grønmo, 2004, s. 220), så var det viktig å ha klare kriterier for korleis kategoriseringa av elevtekstane vart gjennomført. Det er viktig å presisera tydelege kvalitetar og kjenneteikn for dei ulike kategoriane for å synleggjera dei utfordringane som kan vera reelle i kategoriseringa. I det komande avsnittet blir det difor gjeve dømer innan kvar kategori, der det blir kommentert og konkretisert kva omsyn som er teke i kategoriseringa. Dette er gjort for å tydeleggjera framgangsmåten til nivåinndelinga.

3.3.1.1. Kategorisering av elevtekstane innan naiv empirisme

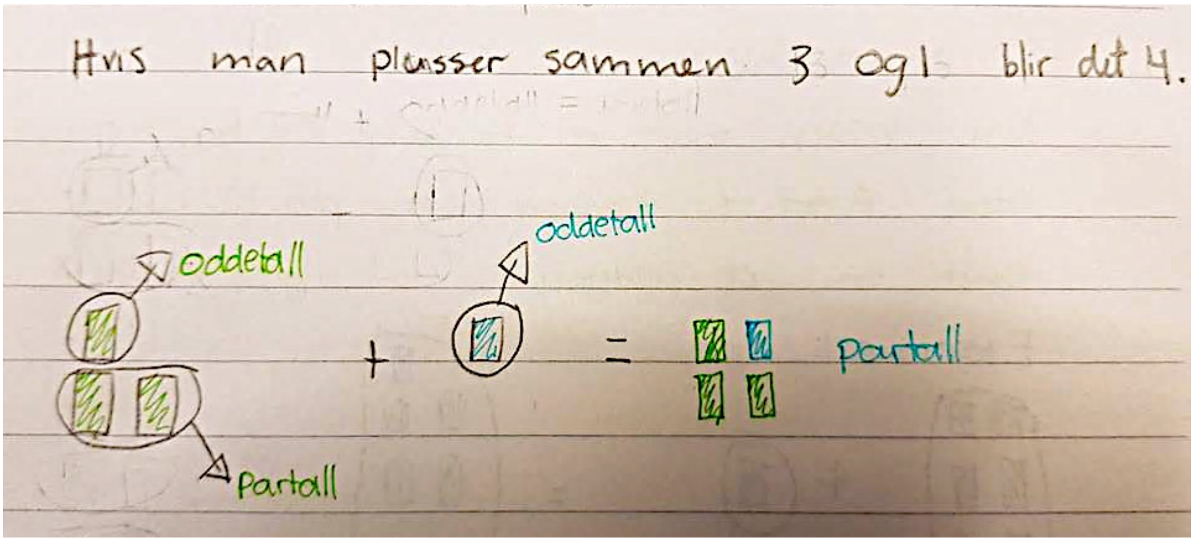
Innan det fyrste nivået, naiv empirisme, fell argumenterande tekstar som baserer argumentet sitt på eit eller fleire tilfeldig eller passande døme. Dei elevtekstane som presenterer ein matematisk påstand om summen blir eit partal eller oddetal og eit eller fleire tilfeldige og passande addisjonsstykke, utan at det kjem fram i den skriftlege teksten kva som ligg bak utveljinga, kategoriserast som naiv empirisme. I kategoriseringa vil elevtekstane som innehar kvalitetane til naiv empirisme bli kategorisert under dette nivået uavhengig av om addisjonsstykka blir presentert som ei direkte grunngjeving på konklusjonen etterfølgt av *fordi*, eller om dei implisitt grunngjev konklusjonen med at dei er skrive som frittståande dømer eller illustrasjonar på konklusjonen.

3.3.1.2. Kategorisering av elevtekstane innan det avgjerande eksperiment

Det andre nivået, det avgjerande eksperiment, inneheld elevtekstar der eleven i tillegg til å presentera ein påstand, presenterer addisjonsstykke der det er eksplisitt uttrykt at det er gjort medvitne valt i utveljing av desse. I elevane sine tekstar kan det vera utfordrande å skilja addisjonsstykke som fell inn under naiv empirisme med addisjonsstykka som kan plasserast under det avgjerande eksperiment. Grunnen til dette er at elevane ofte ikkje eksplisitt utrykker korleis utveljinga av addisjonsstykke har føregått i den skriftlege teksten. Dette erfarte eg undervegs i datainnsamlinga då eg kom i samtale med ein elev om korleis han tenkte når han valte ut dømer for å visa at summen av to oddetal alltid blir eit partal. Han forklarte at han hadde prøve med to ulike oddetal og to like oddetal. Denne forklaringa viser at eleven hadde klare tankar om utveljing av oddetal. Eleven prøvde eit døme med like oddetal og eit døme med ulike oddetal, for å deretter generalisera dette til å gjelda for alle oddetal. Når eg i etterkant av denne samtalen las argumentasjonen til eleven kom ikkje denne delen fram i teksten. Slik kan det vera elevar som har gjort medvitne val i arbeidsprosessen, men som ikkje presenterer dei i sjølve teksten. Sidan det er kvalitetar ved elevane sine skriftlege argument som dannar grunnlag for denne oppgåva, så er det berre elevtekstar der det kjem fram i det skriftlege argumentet at det er gjort eit medvite val i utveljing av addisjonsstykke, som blir kategorisert som det avgjerande eksperiment i denne studien.

3.3.1.3. Kategorisering av elevtekstane innan det generiske dømet

Det tredje nivået, det generiske dømet, har ein meir samansett argumentasjon enn naiv empirisme og det avgjerande eksperiment. Det kan difor òg vera meir utfordrande å kategorisera dei ut frå dei kvalitetane som kjenneteiknar dette nivået. I fleire av elevtekstane som fell under det generiske dømet kan ein òg sjå kjenneteikn frå andre nivå. Argumentasjonen startar ofte likt som i naiv empirisme med at den matematiske påstanden blir grunngjeven med eit eller fleire addisjonsstykke. Det som skil det generiske dømet frå naiv empirisme er at argumentasjonen fortset, ofte med ein biletrepresentasjon som illustrerer denne aritmetiske representasjonen. For at den visuelle framstillinga av eit addisjonsstykke skal kategoriserast som det generiske dømet må den innehalda ei form for generalisering, der det konkrete dømet blir brukt til å visa nokre generelle eigenskatar. Figur 8 viser døme på ein elevtekst som er kategorisert som det generiske dømet.



Figur 8: Kategorisering av det generiske dømet

I elevteksten blir det konkrete addisjonsstykket ”3 + 1” brukt for å visa generelle eigenskapar ved addisjon av to oddetal. Dømer der eleven skildrar det generelle ved bruk av konkrete addisjonsstykke kjenneteiknar det generiske dømet.

3.3.1.4. Kategorisering av elevtekstane innan tankeeksperimentet

Det fjerde nivået, tankeeksperimentet, blir kjenneteikna av at argumentasjonen i elevtekstane ikkje lenger tek utgangspunkt i konkrete addisjonsstykke, men argumenterer generelt. Det var til tider utfordrande å skilja argumentasjonen til enkelte av tekstane i det generiske dømet og tankeeksperimentet frå kvarandre. Grunnen til dette ligg i at elevane ofte startar argumentasjonen med konkrete dømer, før dei gjer ei generalisering. Kva funksjon det konkrete addisjonsstykket har kan ha betyding for om elevtekstane skal kategoriserast som tankeeksperiment eller ikkje, då tankeeksperimentet blir kjenneteikna ved at ein lausriv seg frå konkrete døme. Spørsmålet blir då om eleven brukar det konkrete dømet til å forklara det generelle eller om dømet blir framstilt som ein illustrasjon for den generelle argumentasjonen. Det kan vera vanskeleg å veta korleis elevane har tenkt i forhold til addisjonsstykka dersom det ikkje kjem tydeleg fram i teksten, noko det i fleire tilfelle ikkje gjer. For å legga så tydelege retningslinjer som mogeleg for kategoriseringa har eg difor valt å berre kategorisera elevtekstar der det ikkje blir presentert konkrete døme som tankeeksperiment. Elevane som har generalisert, men som på ulike måtar tek i bruk konkrete aritmetiske døme blir difor ikkje plassert i tankeeksperimentet, men i det generiske dømet.

3.3.1.5. *Ny kategori: ikkje-matematisk argumentasjon*

Balacheff (1988) sine nivå for bevis tek ikkje høgde for tekstar som ikkje inneheld matematisk argumentasjon. I kategorisering av elevane vart det difor oppretta ein ny kategori: *ikkje-matematisk argumentasjon*. Sidan Balacheff si nivådeling skildrar eit hierarki, kallar eg dette nye nivået for nivå 0, sidan dette er det lågaste nivået og for å ikkje endra på nummereringa som allereie er skildra. Det som kjenneteikna desse tekstane er at dei ikkje inneheldt eit fullstendig argument. Det vil seia at det berre vart framstilt ein påstand utan at det vart grunngjeve noko meir for kvifor den var riktig. Det andre kjenneteiknet for kategorien er elevtekstar der det er argumentert for den matematiske påstanden med eit argument som ikkje er matematisk. Eit døme på ytringar av typen er: "eg berre veit det".

3.3.2. Toulmin som analyseverktøy

I tillegg til Balacheff (1988) si inndeling av nivå har Toulmin (2003) sine fire hovudelement: belegg, påstand, heimel og ryggdekking bli tatt i bruk. Dette analyseverktøyet er til hjelp for å finna og tydeleggjera kvalitetar som kjenneteiknar dei ulike nivåa. Det kan òg gje innsikt i fellestrekk og ulikskapar både innan, og på tvers av nivåa. I kapittel 2.5.2 er kvar av dei fire hovudelementa skildra, og analysen har vorte gjennomført med ei forståing av omgrepa slik dei blir presentert der. I det komande avsnittet vil eg gje ei kort utdjuping av korleis modellen er tatt i bruk i analyse av elevane sine skriftlege argument i denne studien.

3.3.2.1. *Påstand og belegg*

Elevane sitt hovudsynspunkt har blitt analysert som påstand. I oppgåveformuleringa er det spørsmålet: "hva skjer når du adderer to oddetal?" og "hva skjer når du adderer et oddetall og et partall?" som dannar utgangspunktet for elevane si utforming av ein påstand. Det elevane vel å bruka som bakgrunn for denne påstanden blir i modellen presentert som belegg. I Toulmin (2003) sin modell blir samanhengen mellom belegg og påstand bundne saman med subjunksjonen fordi. Oppgåveformuleringa "hvorfor er det slik" kan oppfordra elevane til å presentera kva dei legg til grunn for påstanden, og slik tydeleggjer samanhengen mellom belegg og påstand. Sjølv om konjunksjonen fordi viser samanheng mellom påstand og belegg i modellen, er det ikkje eit krav at elevane tydeleggjer denne samanhengen like presist i dei argumenterande tekstane.

3.3.2.2. *Heimel*

Det neste elementet i Toulmin sin modell er heimel. Ein heimel har som funksjon å visa samanheng mellom påstand og belegg, og kjem til syne enten i eleven sitt skriftlege argument eller den ligg implisitt og uformulert i premissa. Den same deloppgåva som oppfordrar elevane til å presentera eit belegg kan òg oppfordra elevane til å visa samanheng mellom belegg og påstand. ”Hvorfor er det slik?” opnar opp for at elevane kan argumentera for både belegg som er bakgrunn for påstanden og samanhengen mellom desse to. I analyse av elevtekstane vert det både tatt omsyn til heimlar som er eksplisitt uttrykt og heimlar som ligg implisitt i argumentet.

3.3.2.3. Ryggdekking

Dersom heimelen blir utdjupa kan ei ryggdekking koma til syne i argumentet. I følge Krummheuer (2007, s, 65) er det ikkje vanleg for elevar på barneskulen å koma med ei ryggdekking. Den siste deloppgåva ”hvordan kan du være sikker på at det du har funnet ut stemmer?”, har som formål å oppfordra elevane til å formulera ei ryggdekking. Denne deloppgåva kan utfordra heimelen til eleven og slik oppfordra til å gå frå det konkrete til det generelle og gje ei meir generell forklaring av påstanden. Eg fann denne deloppgåva hensiktsmessig for å oppfordra elevane til å koma med ei ryggdekking, då det kan vera naturleg å starta ei slik utdjuping med *på grunn av*, som er bindeorda som i Toulmin sin modell blir forbundet med ei ryggdekking.

3.3.3. Analyseprosessen

Ei kategorisering som tek utgangspunkt i Balacheff (1988) si nivåinndeling kan føra til at innhaldet i elevtekstane bli redusert og forenkla. Det inneber at ein risikera å mista detaljar ved elevtekstane, som kan vera relevante for å diskutera problemstillinga. Nokre av elevtekstane er difor i tillegg analysert av med bruk av modellen til Toulmin (2003), der det blir lagt vekt på kvalitetar ein kan identifisera i enkeltargumenta. Hensikta med å ta i bruk to analyseverktøy er at dei skal utfylla kvarande. Balacheff gjev eit kvantitativt overblikk over elevtekstane i ein klasse, og seier noko om korleis fordelinga av ulike nivå og kvalitetar på eit klassetrinn. Analyse med Toulmin sin modell har ei kvalitativ tilnærming, og kan identifisera og synleggjera kvalitetar ved enkeltargument i elevtekstane. Dette fortel noko om korleis argumentet er bygd opp og kva element argumentet er satt saman av. Dei to analyseverktøya gjev ulik innsikt i elevane sine argumenterande tekstar og kan difor danna eit godt utgangspunkt for å drøfta problemstillinga.

Ved å analysera materialet på ein bestemt måte kan ein risikera at ein overser andre interessante observasjonar (Bjørndal, 2017, s. 135), for å redusera dette vart difor tekstane lesne gjennom fleire gonger i forkant av kategoriseringa. Analyseprosessen starta med å gjera ei grovkategorisering med utgangspunkt i Balacheff (1988) sine nivå. Dette gav eit overblikk over korleis fordelinga av elevtekstane såg ut på klassetrinnet. Med utgangspunkt i denne nivåinndelinga, vart det gjort eit strategisk utval (Grønmo, 2004, s. 98) av tekstar som vart analysert av Toulmin sin modell. Tekstane vart valt ut undervegs i analyseprosessen og i utveljinga vart det lagt vekt på både tekstar som representerte sitt nivå, og tekstar som skilde seg ut innan nivået sitt. I etterkant av denne næranalysen av enkelttekstar vart det gjort ei ny nivåinndeling med utgangspunkt i Balacheff for å sjå om det var blitt identifisert kvalitetar i elevtekstane som gjor at dei passa betre i eit anna nivå. Den nye nivåinndelinga resulterte i at nokre få tekstar vart plassert i eit anna nivå, men den fyrste grovkategoriseringa stemte nokså godt. Analyseprosessen kan dermed sjåast på som ein hermeneutisk prosess der eg bevega meg mellom heilheit og del i dei argumenterande tekstane for å få best mogeleg forståing av teksheilskapen (Kjørup, 2008, s, 67).

3.4. Etiske omsyn

I studien er det tatt etiske omsyn både for å ivareta oppgåva si reliabilitet og for å ivareta informantane sin anonymitet. Sidan det ikkje vart samla inn personopplysningar i denne studien vart ikkje prosjektet meldt inn til Norsk Senter for Forskningsdata (NSD). Det vart likevel teke etisk omsyn både før, under og etter datainnsamlinga. I forkant vart det samla inn samtykkeskjema, under studien vart det lagt vekt på å legga til rett for ein trygg situasjon for elevane, og i etterkant av datainnsamlinga har alt datamaterialet vorte handsama konfidensielt. I skildring, analyse og drøfting er alle elevtekstane vorte anonymisert, då både namn på skule og elevnamn er fjerna. Den einaste informasjonen som blir gjeve i forbinding med elevtekstane er klassetrinn.

3.4.1. Forsking på born

Studiar av born og unge har mykje til felles med studiar av andre aldersgruppe. Det er likevel nokre kjenneteikn ved born som skaper eit særeige utgangspunkt for forskinga. ”Barns behov for beskyttelse stiller forskere ovenfor etiske utfordringer som arter seg annerledes enn dem man vanligvis møter i forsking med voksne” (Tangen, 2010, s. 318). Val av metode og informasjon som blir gjeve må tilpassast borna sin alder og utvikling (Backe-Hansen & Frønes, 2012, s. 17). Det vart difor både i utforming og gjennomføring av oppgåva som elevane arbeide med tatt omsyn til borna som skulle delta i studien. Oppgåva vart tilpassa elevane sin alder og vidare formulert slik at alle elevane skulle ha føresetnad for å koma med ei form for løysing ut frå sitt nivå. Dette vart gjort for at elevane skulle kjenna mestring og ikkje skulle oppleva arbeidet med oppgåva som noko som dei ikkje fekk til.

3.4.2. Samtykke

Forsking forutset at deltakarane gjev samtykke og tillating til deltaking (Ruyter, 2003, s. 28). Når ein skal forska på born må ein òg innhenta samtykke hjå føresette (Backe-Hansen & Frønes, 2012, s. 17). For å følga opp dei etiske retningslinjene og for å ivareta borna på best mogeleg måte vart det i forkant av datainnsamlinga sendt ut samtykkeskjema til alle elevane. Lærarane sendte samtykkeskjema til føresette i godt tid før datainnsamlinga skulle gjennomførast. I samtykkeskjemaet vart det gjeve informasjon om formål med studien og gjennomføringa av prosjektet. I tillegg vart det gjeve informasjon om retten til å trekke seg undervegs i studien (sjå vedlegg II).

Sjølv om det er tilstrekkeleg at føresette gjev samtykke på elevane sine vegne i slike studiar, ønska eg i tillegg å få samtykke hjå elevane. Sidan det var elevane som skulle delta i studien ønska eg å gje dei, i likskap med føresette, mogelegheit til å reservera seg dersom dei ønska det. Å samla inn samtykke hjå elevane sikra òg at dei i forkant av datainnsamlinga var informert og førebudd på at det skulle bli gjennomført datainnsamling i den eine matematikktimen.
Uavhengig av om det var gjeve samtykke til at elevtekstane kunne bli brukt vidare i denne studien, så deltok alle elevane på like prinsipp i undervisinga. Dette vart gjort av etiske grunnar, då datainnsamlinga vart gjennomført i den ordinære matematikkundervisinga, og det var ønskeleg at alle elevane skulle kjenna seg inkludert i fellesskapet. Det vart informert om at læraren ville lesa tekstane til dei elevane som ikkje hadde gjeve samtykke. Hensikta med dette var at alle elevane skulle oppleva at teksten dei skreiv var meiningsfull og for at alle skulle vera trygge på kva teksten vidare skulle bli brukt til. I tillegg var hensikta med dette å ta fokuset bort frå dei elevane som ikkje deltek i studien.

3.5. Oppsummering

I dette kapittelet har det blitt presentert metodiske val og utfordringar knytt til studien si problemstilling som går ut på å identifisera kvalitetarved elevar sine skriftelege argument. Det er lagt vekt på å (1) tydeleggjera formålet med den argumenterande oppgåva som danna grunnlag for datainnsamlinga, (2) gjennomføringa av datainnsamling og (3) presentasjon av analyseverktøy for å at det i ettertid skal gå an å testa resultatet ved å gjera at studien skal kunna etterprøvast.

4. Resultat og analyse

Elevtekstane som er samla inn på 4. og 7. trinn gjev døme på korleis elevar på dei to klassetrinna argumenterer for ein matematisk påstand. Balacheff (1988) sine nivå og Toulmin (2003) sin argumentasjonsstruktur blir her brukt som analyseverktøy for å analysera elevane sine skriftlege argumenterande tekstar. Dei to analyseverktøya blir tatt i bruk for å få auga på og identifisera ulike kvalitetat ved elevane sine skriftlege argument. I analysen vil det både bli lagt vekt på kva kvalitetar som kjenneteiknar dei argumenterande tekstane på klassenivå, korleis enkeltelevar byggjer opp argumenta sine og kva som blir vektlagt som eit godtatt argument for ein matematisk påstand blant elevane.

Med utgangspunkt i dei 59 elevtekstane på 4. trinn og dei 60 elevtekstane på 7. trinn er elevtekstane analysert. I analyse av elevane sine skriftlege argument blir det lagt eit hovudvekt på elevtekstane som er produsert av elevar på 4. trinn. Bakgrunnen for at eg har valt å fokusera på elevtekstane på 4. trinn i framstilling av analyse og resultat er på grunn av at tidlegare studiar ofte knyt arbeid med argumentasjon til dei høgare klassetrinna (Hovik & Solem, 2013). Denne studien har difor som formål å søka innsikt i argumentasjon på lågare klassetrinn. Elevtekstane er kategorisert i nivåa til Balacheff, og det blir innan kvart nivå gjeve døme på elevtekstar frå 4. trinn. Det er òg gjennomført ei analyse med bruk av Toulmin, som studerer enkeltargument i nokre utvalte elevtekstar.

Elevtekstane på 7. trinn er analysert på tilsvarande måte som 4. trinn, men resultata frå denne analysen er brukt for å identifisera skilnadar ved argumenta innan same nivå . I tillegg såg eg etter tekstar som ikkje kunne plasserast i nokre av Balacheff sine nivå. Avslutningsvis blir kvalitetar på dei to klassetrinna summers opp og vidare danna utgangspunkt for å drøfta og diskutera oppgåva si problemstilling: *Kva kvalitetar kan ein identifisera ved elevar sine skriftlege argument i matematikk på 4. og 7. trinn?*

Strukturen i analysen er tredelt og tek utgangspunkt i dei tre forskingsspørsmåla som legg føringar for korleis problemstilling er analysert.

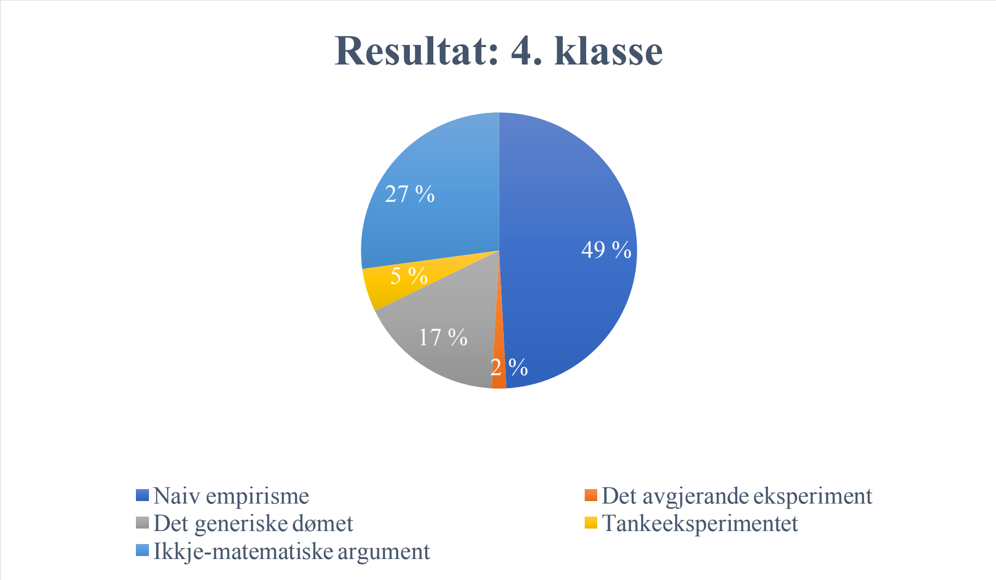
- Kva kjenneteiknar elevar sine skriftlege argument på 4. trinn
- Kva kjenneteiknar elevar sine skriftlege argument på 7. trinn?
- Kva er likt og kva skil elevane sine skriftlege argument på dei to klassetrinna?

Kapittel 4.1 analyserer og identifiserer kvalitetar i elevtekstane på 4. trinn. Kapittel 4.2 kjem inn på ulike kvalitetar innan same nivå og kommenterer nokre utfordringar med analyseverktøyet, medan kapittel 4.3 ser på likskapar og skilnadar ved kvalitetane på dei to klassetrinna.

4.1. Analyse av elevtekstane på 4. trinn

Eg brukar Balacheff (1988) si nivåinndeling for å visa korleis argumentasjonen i elevtekstane fordelar seg. Det blir i denne analysen fyrst presentert eit resultat av nivåinndelinga av dei 59 elevtekstane som danna utgangspunkt for å analysera dei skriftlege elevtekstane på 4. trinn, før det blir gått inn i kvart enkelt nivå. Eg vel å presentera resultatet av fordelinga før det blir gått inn i kvart nivå, fordi det gir oversikt over elevtekstane og er til hjelp i skildringa av dei ulike nivåa.

29 tekstar er kategorisert under naiv empirisme, ein tekst under det avgjerande eksperiment, ti elevtekstar under det generiske dømet og tre elevtekstar er kategorisert under tankeeksperimentet. I tillegg fann eg ein nye kategorien: ikkje matematiske argument. Der vart 16 av elevtekstane plassert. Ei slik inndeling dannar eit bilete over kor stor del av elevane som kan plasserast i kvart nivå. Dette kan seia oss noko om kva kvalitetar som kjenneteiknar argumenterande tekstar på eit klassetrinn. Sektordiagrammet under (Figur 9) viser prosentfordelinga av dei ulike kategoriane.



Figur 9: Resultat av nivåinndeling på 4. trinn

I nivåinndelinga som er framstilt i sektordiagrammet ligg fokuset på den innhaldsmessige sida av argumentasjonen. Utan ei ytterlegare forklaring av elevtekstane som ligg bak kategoriane, gjev ikkje denne framstillinga noko informasjon om den uttrykksmessige sida av argumentasjonen. Dette inneber blant anna kva representasjonar elevane tek i bruk, og kva funksjon dei representasjonane som blir framstilt har i elevane sine argumenterande tekstar. Den uttrykksmessige sida kan saman med den innhaldsmessige sida bli brukt til å seia noko om kvalitetar ved elevtekstane: korleis det blir argumentert skriftleg i elevtekstane og kva dei ser på som ”gode nok” argument for ein matematisk påstand. I analyse av elevtekstane vil difor både den innhaldsmessige og den uttrykksmessige sida bli lagt vekt på.

Frekvensen av dei ulike nivåa kan seia noko om tendensen om kva kvalitetar ved elevar sin argumentasjon ein finn i elevtekstar på eit klassetrinn. Ved å gå i djupna på dei ulike nivåa kan ein identifisera og studera kvalitetar ved enkeltargument innan same nivå. Denne analysen av dei argumenterande elevtekstane kan blant anna studera kva representasjonar elevane tek i bruk og kva funksjon desse har. Dette kan vidare brukast for å finna nokre kjenneteikn på argumentasjonen på det gitte alderstrinnet i tillegg til at det gjev informasjon om kva som kan arbeidast med for å utvikla elevar sin argumentasjon. I dei komande avsnitta er det difor både lagt vekt på kjenneteikn på kvalitetar ein kan observera på klassenivå og kvalitetar ved enkeltargument innan dei ulike nivåa.

Strukturen i analysen av 4. trinn er bygd opp med utgangspunkt i Balacheff sine fire nivå: naiv empirisme, det avgjerande eksperiment, det generiske dømet og tankeeksperimentet Resultat frå alle dei ulike nivå blir skildra etter tur, der det blir lagt vekt på kva kvalitetar ein kan identifisera i elevane sine argumenterande tekstar. Denne inndelinga kan bidra til å få oversikt over elevtekstane på eit klassetrinn, og kan vera til hjelp for å seia noko om kva kvalitetar og tendensar som er typiske for elevtekstane som representerer eit klassetrinn. I kvar av kategoriane vil det bli gjeve eit eller to døme på elevtekstar som er kategorisert som dette nivået. Desse døma vil vidare blir gjort ei nærmare analyse av med bruk av Toulmin sin modell. Hensikta med dette er å identifisera og tydeleggjera kvalitetar ved enkeltargumenta som til dømes korleis dei brukar belegg og heimlar i argumenta sine.

4.1.1. Naiv empirisme på 4. trinn

Naiv empirisme utgjer 29 elevtekstar, og er det nivået som kjenneteiknar flest elevtekstar på 4. trinn. Som sektordiagrammet i Figur 9 viser, utgjer dette nivået 49 %, altså nesten halvparten av elevtekstane. Kvalitetar som kjenneteiknar naiv empirisme er at det blir tatt i bruk nokre tilfeldige eller passande døme for å grunngje ein påstand. I oppgåva vart elevane bedne om å argumentera for kva som skjer når ein adderer to oddetal eller dersom ein adderer eit partal og eit oddetal. Elevtekstane som blir kategorisert som naiv empirisme blir kjenneteikna av at elevane presenterer eit eller fleire addisjonsstykke med to ledd som består av anten to oddetal eller eit partal og eit oddetal. Med bakgrunn i kva summen på desse addisjonsstykka blir presenterer dei ein variant av ein av følgande konklusjonar:

- summen av to oddetal vil (alltid) blir eit partal
- summen av eit oddetal og eit partal blir (alltid) eit oddetal.

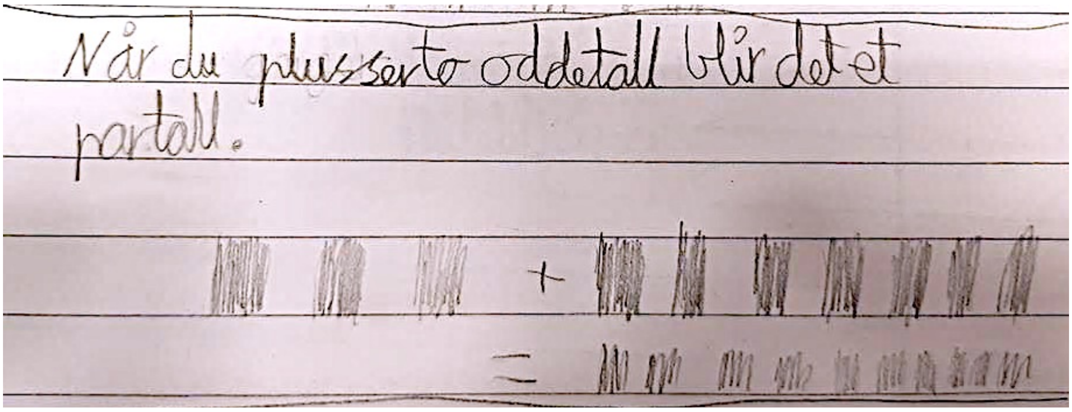
Ser ein påstanden som elevane konkluderer med opp mot addisjonsstykka som blir brukt som bakgrunn for denne, kan ein sjå at det blir argumenterer for ein generell påstand med eit eller fleire konkrete døme.

4.1.1.1. Representasjonar

Elevtekstane på 4. trinn som representerer naiv empirisme i denne oppgåva innehar mange felles kvalitetar. I dei fleste tekstane presenterer elevane ulike variantar av addisjonsstykke der ledda er sett saman av to oddetal eller eit oddetal og eit partal. Det er stort sett presenterer mellom eitt og tre addisjonsstykke i argumentasjonen, der ledda består av relativt små tal. I elevtekstane blir det ikkje gjort reie for bakgrunnen for val av addisjonsstykka eller antal addisjonsstykke som er framstilt.

I presentasjon av addisjonsstykka er det i 29 av 30 elevtekstar framstilt aritmetiske representasjonar av addisjonsstykka, der elevane tek i bruk mateatiske symbol. Addisjonsstykka er stilt opp på ei linje og det er berre framstilt reknestykket og svaret, utan noko form for utrekning. At det ikkje blir framstilt noko form for utrekning kan henga saman med at det stort sett blir framstilt reknestykke der begge ledda er relativt små.

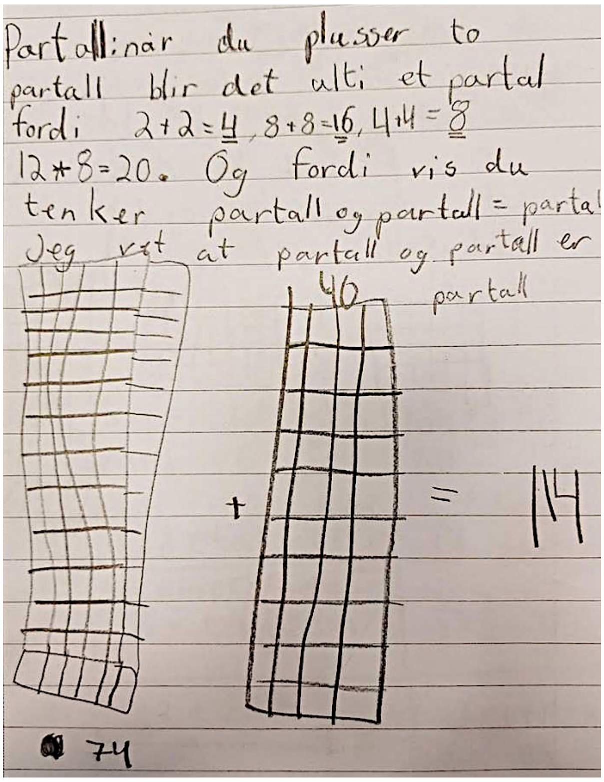
Figurrepresentasjon
Ein elevtekst skil seg frå dei andre ved at addisjonsstykket ikkje er framstilt aritmetisk. Denne eleven presenterer addisjonsstykket visuelt med bruk av klossar i stada for talsymbol. Som ein kan sjå i Figur 10 teiknar eleven opp klossar som representerer talsymbola.



Figur 10 Døme på elevtekst naiv empirisme I

Sjølv om denne eleven i motsetnad til alle dei andre elevane ikkje presenterer addisjonsstykket aritmetisk, så er den innhaldsmessige sida lik. I argumentasjonen er det einaste som skil dette addisjonsstykket frå eit aritmetisk reknestykke ”$3 + 7 = 9$” representasjonen. Den innhaldsmessige sida ved argumentet er difor lik som elevtekstane som skriv addisjonsstykka ved bruk av talsymbol.

Kombinasjon av ulike representasjonar
Den tredje måten som addisjonsstykka blir framstilt på i elevtekstane på naiv empirisme er ein kombinasjon av aritmetiske representasjonar og ei visuell framstilling av addisjonsstykket.



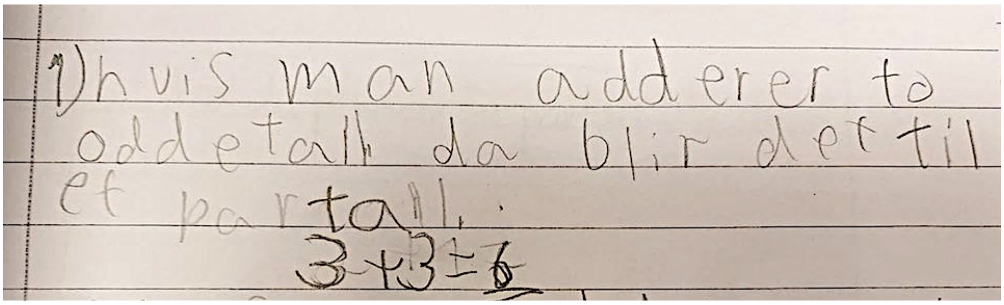
Figur 11: Døme på elevtekst naiv empirisme II

Det er ikkje dei same addisjonsstykka som blir framstilt aritmetisk og ved bruk av figurar. Medan eleven i denne teksten har ei aritmetisk framstilling av addisjonsstykka "$2 + 2 = 4$", "$8 + 8 = 16$", "$4 + 4 += 8$" og "$12 + 8 = 20$", så bli addisjonsstykket "$74 + 40 = 114$" framstilt med ein figurrepresentasjon.

Aritmetiske representasjonar

Sidan dei fleste representasjonane av addisjonsstykka er framstilt aritmetisk, så blir det i dei komande avsnitta presentert og kommentert korleis elevane presenterer addisjonsstykka i tekstane. Addisjonsstykka er i alle tekstane presentert i forbindelse med ein matematisk påstand om svaret blir eit partal eller oddetal. Det varierer likevel korleis addisjonsstykka er framstilt i forhold til denne påstanden. Nokre elevar koplar addisjonsstykka direkte opp mot påstanden ved å skrive *fordi*, *på grunn av* eller *for eksempel* påfølgande av addisjonsstykka, medan andre elevar presenterer addisjonsstykka utan å presisera kva funksjon dei har i argumentasjonen. Ved at elevane skriv *fordi* poengterer dei at det er direkte samanheng mellom påstanden som blir trekt og dømet som blir gjeve. Addisjonsstykka fungerer her som ei grunngjeving som argumenterer for at påstanden er sann. Det kan sjå ut som elevane har ei forståing av at påstanden er sann fordi døma stemmer. På same måte kan ein forstå elevane som koplar addisjonsstykka og påstanden saman med *på grunn av*. I elevtekstane der det blir skriv *for* *eksempel* derimot, kjem det ikkje like tydeleg fram kva eleven har tenkt er hensikta med addisjonsstykka, då det både kan bli forstått for eit argument for påstanden og som eit døme som illustrerer påstanden utan at det direkte blir skildra som ei grunngjeving for at påstanden er sann.

I 19 av elevtekstane er addisjonsstykka presentert utan at det blir presisert kva funksjon dei har. Addisjonsstykka står for seg sjølve utan at dei direkte er kopla saman med påstanden som er presentert. Figur 12 viser døme på ein slik argumenterande elevtekst.

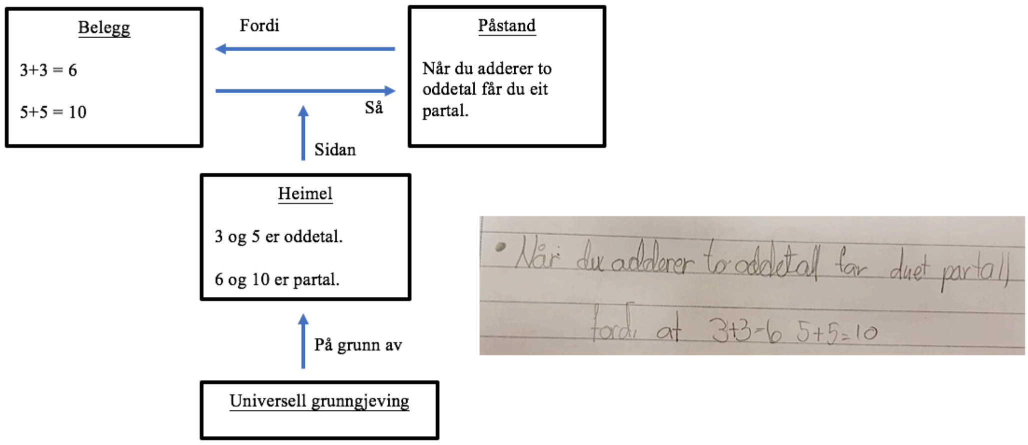


Figur 12: Døme på elevtekst naiv empirisme III

I etterkant av påstanden ”hvis man adderer to oddetall da blir det til et partall” viser eleven til eit addisjonsstykket ”$3 + 3 = 6$”, men eleven skriv ikkje eksplisitt kva som er hensikta med addisjonsstykket. Addisjonsstykket blir likevel forstått som bakgrunn for påstanden, då dette vart etterspurt i oppgåveteksten og ein kan sjå ein samanheng mellom påstanden som er presentert og tala i addisjonsstykke.

4.1.1.2. Naiv empirisme i lys av Toulmin

I det komande avsnittet vil to av elevtekstane blir sett i lys av Toulmin sin modell for å analysera og identifisera nokre kvalitetar ved enkeltargumenta under naiv empirisme på 4. trinn. I lys av Toulmin sin modell blir alle elevtekstane under naiv empirisme kjenneteikna ved at det eksplisitt blir uttrykt ein påstand og eit belegg i det skriftlege argumentet. Sjølv om argumenta er snevre, så oppfyller dei kravet Toulmin stiller for å kunna kallast eit argument, då det er presentert både ein påstand og eit belegg. Elevteksten som er framstilt i Figur 13 er eit typisk døme på eit argument som elevane på dette nivået presenterer i teksten sin. Argumentet startar med at eleven presenterer ein påstand: ”Når du adderer to oddetall får du et partal”. Det er denne påstanden som dannar grunnlag for resten av argumentet. Det blir deretter presentert to addisjonsstykke som er satt saman av oddetal. I forkant av addisjonsstykka skriv eleven *fordi.* Dette forsterkar inntrykket mottakaren får av at addisjonsstykka sin funksjon er å visa at påstanden er sann, då bruken av *fordi* bidreg til at samanhengen mellom påstand og belegg kjem tydelegare fram. Når du adderer to oddetal får du et partal *fordi* $3 + 3 = 6$ og $5 + 5 = 10$. Figur 13 illustrerer korleis argumentet kan framstillast ve bruk av Toulmin sin modell. I denne modellen er det presesert kva element argumentet er bygd opp av.



Figur 13: Naiv empirisme sett i lys av Toulmin sin modell I

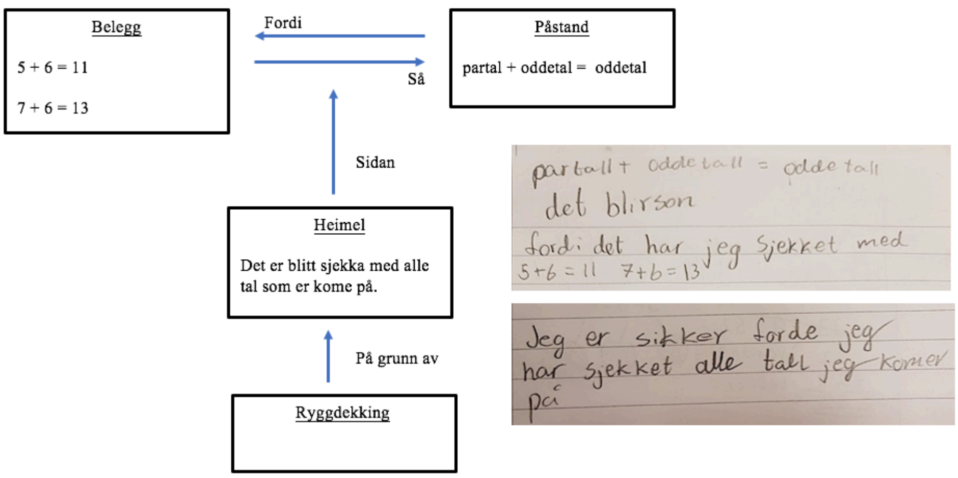
Som nemnt er det ikkje alle argumenta under naiv empirisme som påpeikar samanhengen mellom påstand og belegg like tydeleg som i dett dømet. I analyse av elevtekstane der det er brukt *på grunn av*, *for eksempel* eller ingen slike bindingsord er addisjonsstykka likevel analysert som belegg i Toulmin sin modell. Addisjonsstykka er tolka som bakgrunn for påstanden i desse elevtekstane uavhengig av om denne hensikta eksplisitt blir uttrykt med subjunksjonen *fordi* i elevteksten.

Den skriftlege elevteksten som er framstilt i Figur 13 er kort, og det er berre eksplisitt presentert eit belegg og ein påstand. Ruta i modellen som viser om argumentet inneheld ein heimel er likevel fylt ut. Dette kan forklarast med at sjølv om det ikkje eksplisitt er framstilt ein heimel i elevteksten, så kan ein med utgangspunkt i påstanden og belegget tolka heimelen. Dette kan ein gjera sidan heimelen ofte ligg implisitt i argumentet. Ved å studera belegget i lys av påstanden kan ein undersøka kva funksjon dei ulike tala i addisjonsstykka har. Med utgangspunkt i dei to addisjonsstykka som er presentert kan ein sjå samanheng mellom skildringa av partal og oddetal i påstanden med kva tal som er tatt i bruk i addisjonsstykka. I addisjonsstykka er det ein samanheng der ledda består av oddetal, medan summen er partal. Den same samanhengen blir formidla i påstanden. Viss ein forstår addisjonsstykka som grunngeving for at påstanden er sann, så kan ein forstå 3 og 5 som representantar for oddetal og 6 og 10 som representantar av partala. Ved bruk av Toulmin sin modell kan dette bli framstillast som ein heimel som viser samanhengen mellom dei to addisjonsstykka og påstanden som er presentert.

Heile argumentet i elevteksten, både det som er skrive i elevteksten og den implisitte heimelen kan så summerast opp slik: Det blir eit partal dersom ein adderer to oddetal, *fordi* 3+3 = 6 og 5+5= 10. Dette stemmer *sidan* 3 og 5 er oddetal og 6 og 10 er partal. Ein kvalitet som kjenneteiknar dei aller fleste elevtekstane på 4. trinn under naiv empirisme er at heimelen ligg implisitt i argumentet utan at den bli uttrykt skriftleg.

Ikkje-matematisk heimel

Ingen av elevtekstane som er kategorisert som naiv empirisme på 4. trinn presenterer ein matematisk heimel skriftleg. Dei få tilfella av heimlar som blir presentert er ikkje matematiske i den forstand at dei ikkje gjev ei matematisk skildring av samanhengen mellom påstand og belegg. Eit døme på ein elevtekst der det er framstilt ein slik heimel er vist i Figur 14. Eleven startar med å presentera ein tilsvarande påstand som i forrige døme: ”$partall + partall = oddetall$”. Vidare skriv eleven: ”de blir son det har jeg sjekket med $5 + 6 = 11$ (og) $7 + 6 = 13$”. Det som er presentert i elevteksten til no er felles med innhaldet som blir presentert i den fleste elevtekstane på dette nivået, då det er presentert ein påstand og eit belegg. Det som skil elevteksten ut er at eleven vidare skriv noko som kan forståast som ein heimel: ”Jeg er sikker forde jeg har sjekket alle tall jeg komer på”.



Figur 14: Naiv empirisme sett i lys av Toulmin sin modell II

Denne heimelen viser at eleven har gjort ei utprøving utover dei addisjonsstykka som er presentert i teksten. Om eleven systematisk har prøvd ut forskjellige kombinasjonar eller om desse er tilfeldige blir ikkje kommentert, så det er uvisst. Sidan det ikkje kjem fram i teksten at det er gjort medvitne val i utprøvinga av addisjonsstykka, blir difor teksten plassert under naiv empirisme. Dersom eleven til dømes hadde skrive noko om at det vart gjort ei utprøving i jakt etter eit addisjonsstykke som avkreftar påstanden eller at forskjellige typar tal, til dømes store tal eller primtal hadde vorte tatt i bruk, hadde argumentet bevega seg meir over mot det avgjerande eksperiment.

Ryggdekking

Ein finn ingen ryggdekking i argumenta i elevtekstane på naiv empirisme. Krummheuer (2007, s, 65) skriv at dette sjeldan førekjem av elevar på barneskulen, då elevane som oftast berre opererer med belegg og påstand. Siste del av oppgåva: ”hvordan kan du være sikker på at det du har funnet stemmer?” prøvde å invitera og utfordra elevane til å koma med ei ryggdekking, men denne invitasjonen kan ha vore for utfordrande eller har ikkje vorte oppfatta eller tatt imot av elevane som har skrive dei argumenterande tekstane som er kategorisert som naiv empirisme. I eit døme frå ein elevtekst kjem det fram at eleven synes det var utfordrande å gje ei ryggdekking, då han skriv ”jeg vet ikke hvorfor det er slik”. Denne ytringa er skrive i etterkant av konklusjonen og addisjonsstykka, og viser at eleven har prøvd å ta i mot invitasjonen om å gje ei grunngjeving, men kan ha funne det for utfordrande eller har gjeve opp. Sjølv om eleven ikkje kom med ei ryggdekking viser har forståing for at belegget og påstanden som er framstilt kan stillast spørsmål ved. Ei motsetting til dette er elevar som skriv: ”det bare er sånn”. Ei slik ytring kan oppfattast avvisande mot kritiske spørsmål om påstanden si truverd. Ei slik ytring kan til dømes kome av at eleven ser påstanden og belegget som så logisk at dei ikkje ser poenget med ei nærmare forklaring av påstanden.

4.1.1.3. *Oppsummering – Naiv empirisme*

Elevteksten blir kategorisert som naiv empirisme dersom det einaste som blir framstilt i argumentasjonen er ein påstand og eit eller fleire tilfeldige eller passande døme. Omlag halvparten av elevtekstane som er samla inn på 4. trinn blir kjenneteikna ved at dei presenterer ein påstand om kva som skjer når ein adderer to oddetal eller eit oddetal og eit partal, med utgangspunkt i nokre tilfeldige eller passande addisjonsstykke. Påstanden er formidla gjennom skriftleg tekst, medan belegget i dei aller fleste tilfelle blir framstilt aritmetisk. I Toulmin sin modell kan ein sjå at kvalitetane som kjenneteiknar naiv empirisme tilfredsstiller kravet for eit argument. I tillegg dannar dei rom for å tolka ein heimel, då heimelen i argumentet kan tolkast ut frå addisjonsstykka som blir framstilt enten aritmetisk, biletleg eller med ved bruka av fleire representasjonar. Ryggdekking kjem ikkje til syne i elevane sine argument. Dette kan til dømes henga saman med at dei fann det for utfordrande eller at dei såg påstanden som så logisk at den ikkje var naudsynt med ei utdjupande grunngjeving.

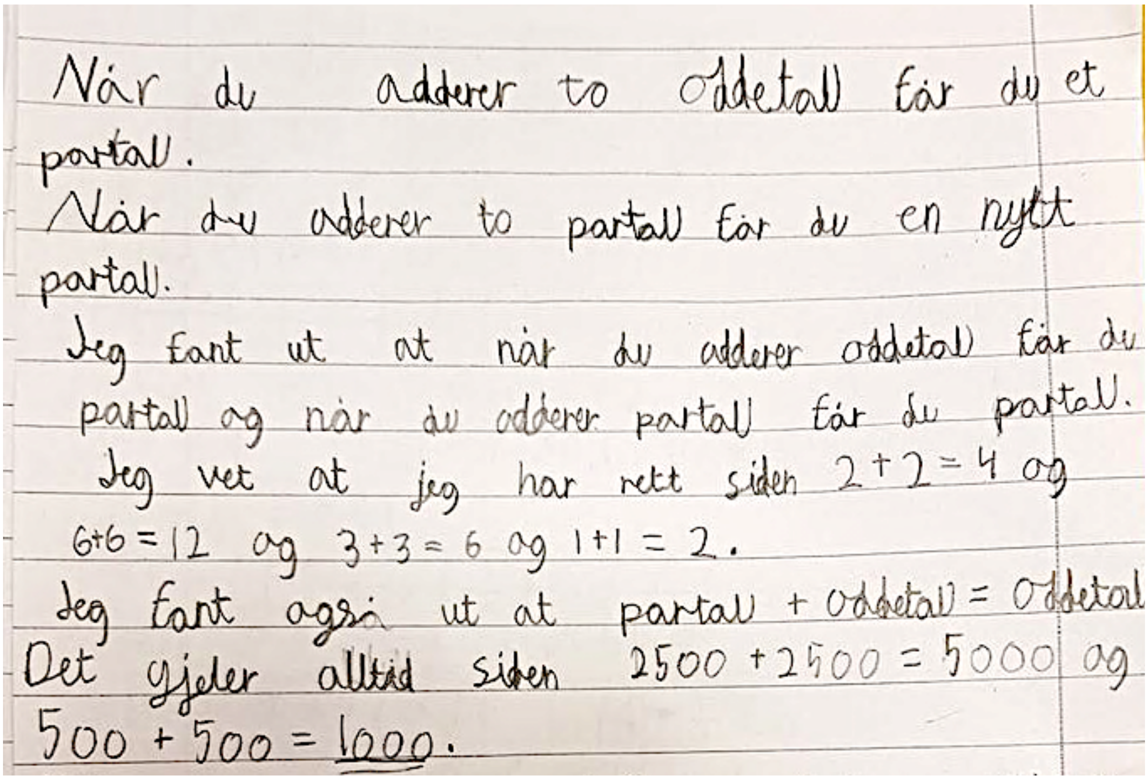
4.1.2. Det avgjerande eksperiment på 4. trinn

Kvalitetar som kjenneteiknar det andre nivået: *det avgjerande eksperiment*, er at elevane gjer eit meir medvite val av døme for å argumentera for påstanden. I elevtekstane på 4. trinn er det berre ein elevtekst der argumentasjonen er vurdert til å inneha kvalitetar som oppfyller kravet til det avgjerande eksperiment. Denne elevteksten er i likskap med dei argumenterande elevtekstane på naiv empirisme kjenneteikna ved at det er presenterer ein matematisk påstand: at summen av to oddetal blir eit partal og at summen av eit partal og eit oddetal blir eit oddetal, og at denne påstanden er grunngjeven av addisjonsstykke. I elevteksten i det avgjerande eksperiment er det i tillegg til dette presentert ei grunngjeving for val av addisjonsstykka som er presentert.

Som ein kan sjå ut av sektordiagrammet (Figur 9) utgjer det avgjerande eksperiment 3 % av datamaterialet. At berre ein elevtekst er kategorisert som det avgjerande eksperiment kan ha samanheng med måten eg har valt å kategorisera elevane sine skriftlege argumenta på. Elevtekstane blir berre kategorisert som det avgjerande eksperiment dersom det kjem eksplisitt fram i den skriftlege argumentasjonen at eleven har gjort ei medviten utprøving. Det kan vera problematisk å skilja det avgjerande eksperiment frå naiv empirisme ved å berre lesa elevtekstane, då bakgrunnen for val av addisjonsstykke ikkje eksplisitt er uttrykt i elevane sine skriftlege argument. Ein får i dei fleste elevtekstane ikkje innsikt i kva elevane har tenkt i utveljinga av addisjonsstykka. Det kan vera sannsynleg at nokre elevar som er plassert i naiv empirisme kunne vore plassert i det avgjerande eksperiment, dersom ein hadde hatt innsyn i bakgrunnen for val av addisjonsstykka. Vidare blir det vist døme på ein elevtekst som er ekskludert frå det avgjerande eksperiment, i tillegg til elevteksten som er kategorisert på dette nivået.

4.1.2.1. Val knytt til ekskludering frå kategorien det avgjerande eksperiment

For å vera konsekvent i kategoriseringa er elevtekstar der det ikkje kjem tydeleg fram i argumentasjonen at det er gjort medvitne val i utveljing av addisjonsstykke, ikkje kategorisert som det avgjerande eksperiment. Figur 1 viser ein argumenterande tekst som mogelegvis kunne vorte kategorisert som det avgjerande eksperiment, dersom det hadde vore rom for tolking av val eleven har gjort i utveljing av addisjonsstykke. Alle påstandane som er presentert i denne elevteksten er korrekte, men det er ikkje alltid samsvar mellom addisjonsstykka som er tatt i bruk og innhaldet i påstanden. Dette blir ikkje kommentert noko nærmare, då fokuset i denne studien ikkje legg vekt på riktige og gale løysingar.


Når du adderer to oddetall får du et partall.
Når du adderer to partall får du en nytt partall.
Jeg fant ut at når du adderer oddetall får du partall og når du adderer partall får du partall.
Jeg vet at jeg har rett siden 2+2=4 og 6+6=12 og 3+3=6 og 1+1=2.
Jeg fant også ut at partall + oddetall = oddetall
Det gjelder alltid siden 2500+2500=5000 og 500+500=1000.

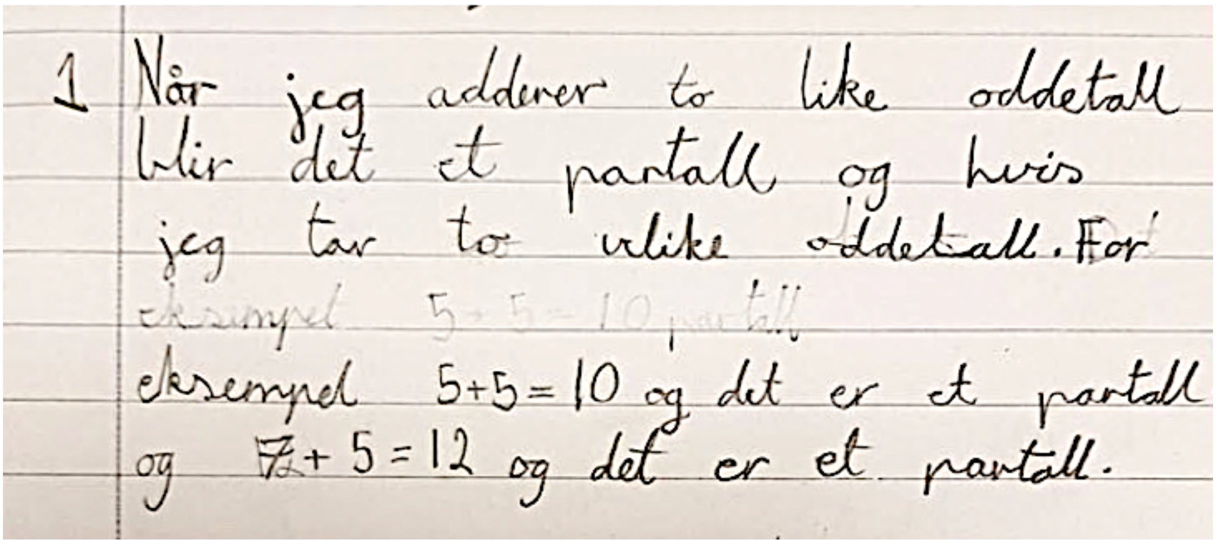
Figur 15: Døme på ekskludering frå det avgjerande eksperiment

Eleven tek i bruk både store og små tal i argumentasjonen sin, men det blir ikkje kommentert kva hensikta med dette er. Det blir ikkje presisert i teksten at bruk av store og små tal er ei form for generalisering der eleven har tenkt at viss de fungerer for både små og store tal, så fungerer det for alle tal. Dersom eleven hadde skrive at hensikta var å visa at påstanden stemmer på både store og små tal, ville denne teksten vorte kategorisert som det avgjerande eksperiment. Sidan dette ikkje er tilfelle i denne elevteksten, er teksten i staden for kategorisert som naiv empirisme. Dette er gjort for å unngå at resultatet blir prega av personlege tolkingar rundt elevane sine argument, og er slik med på å sikra studien sin reliabilitet og gjera undersøkinga så etterprøvbar som mogeleg.

4.1.2.2. *Representasjonar*

Sidan det berre er ein tekst som representerer det avgjerande eksperimentet av elevtekstane på 4. trinn, så er det ikkje mogeleg å samanfatta nokre felles kjenneteikn eller kvalitetar ved elevtekstane på dette nivået. Teksten vil likevel i det komande avsnittet blir skildra og kvalitetar ved teksten er trekt fram som mogelege kvalitetar som kan kjenneteikna det avgjerande eksperiment på 4. trinn.

I elevteksten som er kategorisert som det avgjerande eksperiment starar eleven den argumenterande teksten med å klargjera mottakaren kva val som er teke i utveljing av addisjonsstykka som grunngjev påstanden ”Når jeg adderer to like oddetall blir det et partall og hvis jeg tar to ulike oddetall”. Ikkje berre presenterer denne ytringa ein påstand om at summen av to oddetal blir eit partal, men det blir i tillegg argumentert for ei medvite utveljing av addisjonsstykka som er brukt for å grunngje påstanden. Den aritmetiske representasjonen ”$5 + 5 = 10$” representerer ”like oddetall” og den aritmetiske representasjonen ”$5 + 7 = 12$” representerer ”ulike oddetall”. Ved at eleven presiserer at det både er prøvd med like oddetal og ulike oddetal er ikkje utveljinga av døme like tilfeldig lenger, slik den er i naiv empirisme.

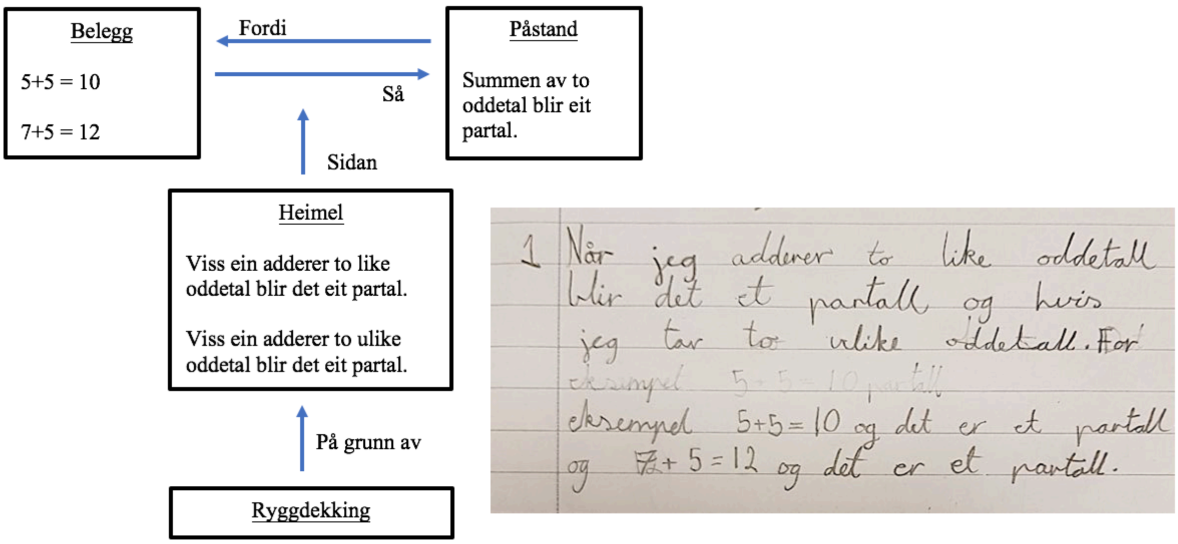


Figur 16: Døme på elevtekst det avgjerande eksperiment II

Eleven er medviten på å prøva ut ulike tilfelle for å forsterka argumentasjonen sin. Eleven generaliserer ved å la addisjonsstykket ”$5 + 5 = 10$” vera eit generelt døme for like oddetal og "$7 + 5 = 12$" representerer eit generelt døme for addisjon av to oddetal med ulik verdi. Med bakgrunn i desse to eksperimenta presenterer eleven påstanden om at summen av to oddetal blir eit partal, uavhengig av om oddetala er like eller ulike, og dermed stemmer denne påstanden for absolutt alle oddetal.

4.1.2.3. Det avgjerande eksperiment i lys av Toulmin

For å få auga på og synleggjera korleis dette argumentet er bygd opp og for å studera kva kvalitetar som kjenneteiknar den argumenterande elevteksten, er den sett i lys av Toulmin sin modell. I likskap med argumenta på naiv empirisme tilfredsstiller dette argumentet kravet som kvalifiserer eit argument, altså at det innehald både ein påstand og eit belegg. Påstanden "summen av to oddetal blir eit partal" er eit direkte svar på oppgåveteksten om kva som skjer når ein adderer to oddetal. Fakta som ligg til grunn for denne påstanden er addisjonsstykka "$5 + 5 = 10$" og "$7 + 5 = 12$". I likskap med naiv empirisme er det difor addisjonsstykke som dannar grunnlaget for påstanden og dermed er forstått som belegg. "Summen av to oddetal blir eit partal" *fordi* "$5 + 5 = 10$" og "$7 + 5 = 12$".



Figur 17: Det avgjerande eksperiment sett i lys av Toulmin sin modell

I heimelen blir det tydeleggjort ein skilnaden mellom elevtekstane som er kategorisert som naiv empirisme og elevteksten som er kategorisert som det avgjerande eksperiment. Medan heimelen ligg implisitt og kan tolkast i døma som representerer naiv empirisme, er det eksplisitt uttrykt ein heimelen i det skriftlege argumentet som kvalifiserast som det avgjerande eksperiment. Ved at eleven uttrykker heimelen kan ein vera sikrare på kva val som er teke i utveljing av addisjonsstykke, og slik få ei oppfatning av om dei er tilfeldig og passande eller om elevane studerer meir medvitne døme. Heimelen: ”viss du adderer to like oddetal blir det eit partal” viser samanhengen mellom addisjonsstykket ”$5 + 5 = 10$” og ein tilsvarande heimel blir gjeve for det andre addisjonsstykket. Desse heimlane viser samanheng og bygger bru mellom påstanden og dei to addisjonsstykka som er presentert som belegg. Ved bruk av argumentasjonsmodellen kan ein systematisera innhaldet i heile argumentet til eleven på følgande måte: $5 + 5 = 10$ og $7 + 5 = 12$ *så* summen av to oddetal blir eit partal, *sidan* summen av to like oddetal blir eit partal og summen av to ulike oddetal blir eit partal, så vil summen av to vilkårlege oddetal bli eit partal.

I teksten kan eleven risikera at mottakaren stiller seg kritisk eller spørjande til argumentet som er framstilt. Det er ikkje ein sjølvfølge at heimelen som er presentert blir godtatt med det same. Dersom heimelen ikkje blir akseptert av mottakaren kan det vera naudsynt å framstilla ei ryggdekking. Som ein kan sjå i framstillinga av analysen av elevteksten, så kjem det ikkje fram nokon ryggdekning som støttar opp om heimelen i dette argumentet.

Viss eleven til dømes hadde utdjupa innhaldet i heimelen med ei generell forklaring av oddetala kunne det ha fungert som ei ryggdekking. Denne ryggdekkinga kunne til dømes ha vore: på grunn av at alle oddetal alltid består av X antal par pluss ein ekstra, så vil dei to ekstra i begge oddetala danna eit nytt par, i tillegg til dei eksisterande para. Dette er gjeldande uavhengig av om oddetala er like eller ulike. Denne utdjupinga som forklarar heimelen kunne fungert som ei ryggdekking. Ei slik ryggdekking som støttar opp om heimelen kunne ha vore med på å styrka truverdet til påstanden. Det er likevel viktig å merka seg at ei slik utdjuping, ville hatt påverknad for kva nivå av argumentasjon den skriftlege teksten ville vorte kjenneteikna av. Hadde denne ryggdekkinga vore ein del av elevteksten hadde nye kvalitetar vorte tilført og dermed kunne ikkje argumentet lenger vorte kategorisert som det avgjerande eksperiment, då den hadde innehatt kvalitetar som kjenneteiknar det generiske dømet.

4.1.2.4. Oppsummering – Det avgjerande eksperiment

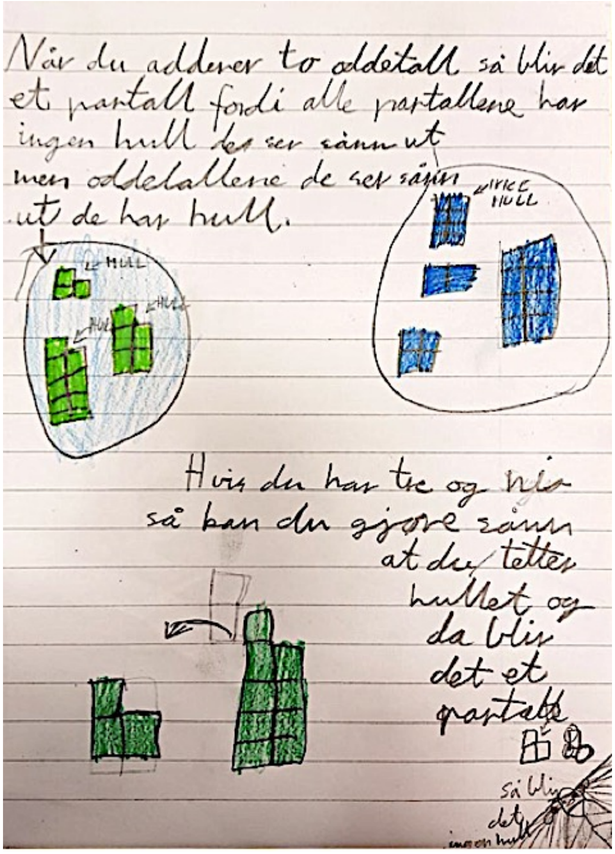
Argumentasjonen i elevtekstane som blir kategorisert under naiv empirisme og elevteksten som er kategorisert som det avgjerande eksperiment har fleire fellestrekk. Argumentasjonen inneheld både ein påstand og addisjonsstykke som påstanden baserer seg på. Teksten som blir kategorisert som det avgjerande eksperiment skil seg frå tekstane i naiv empirisme ved at argumentasjonen baserer seg på eit døme som er meir medvitent valt. I arbeid med den argumenterande oppgåva om oddetal og partal er det ulike måtar elevar kan tenka på for å velja ut det avgjerande eksperiment. Dei to døma på elevtekstar som er skildra innan dette nivået viser ulike måtar elevar bruker det avgjerande eksperiment til å slå fast at det er hald i påstanden dei presenterer. Den fyrste elevteksten, som i dette tilfellet ikkje er kategorisert som det avgjerande eksperiment, legg vekt på store og små tal, medan det andre døme viser at eleven er oppteken av at påstanden skal fungerer for både like og ulike oddetal. Felles for begge elevtekstane er at dei er satt saman av ein skriftleg påstand og fleire aritmetiske addisjonsstykke.

4.1.3. Det generiske døme på 4. trinn

Det generiske dømet blir kjenneteikna ved at det ikkje ser på enkelttilfelle kvar for seg, men som ein karakteristisk representasjon for alle dei aktuelle tilfella. 17 %, altså ti av elevtekstane er kategorisert som det generiske dømet. Det som kjenneteiknar argumenta til elevtekstane som er kategorisert i dette nivået er bruk av biletlege representasjonar, i tillegg til ein forklarande tekst og ein eller fleire aritmetiske representasjonar. Argumentasjonen er i stor grad visualisert ved bruk av figurar som er identiske eller inspirert av figurane som illustrerte partal og oddetal i oppgåveteksten. I elevtekstane er partala i likskap med illustrasjonen i oppgåveteksten representert av to identiske søyler eller stablar klossar som er plassert ved sida av kvarandre, medan oddetala hadde ei søyle som var eit nivå lågare eller høgare enn den andre. Det er sannsynleg at visualiseringa som vart brukt i oppgåveteksten har vore med på å påverka kva representasjon elevane har valt når dei skulle svara på oppgåva. Frå mi sida var det likevel eit medvite val å bruka denne illustrasjonen i oppgåveteksten, då det kunne vera til hjelp for elevane å identifisera kjenneteikn ved partala og oddetala, som vidare kunne vera nyttig i arbeid med den argumenterande teksten. I dei komande avsnitta vises døme frå ein elevtekst som er kategorisert som det generiske dømet.

4.1.3.1. Elevtekst – på det generiske døme

I den argumenterande elevteksten (Figur 18) startar argumentet med å beskriva kva som skjer dersom ein adderer to oddetal. ”Når du adderer to oddetall så blir det et partall”. I etterkant av denne påstanden er det vidare gjeve ein definisjon av partal og oddetal. Eleven generaliserer eigenskapane til partala og oddetala ved bruk av både forklarande tekst og figurar. ”alle partallene har ingen hull [...] men oddetallene [...] har hull”. Dette er vidare utdjupa med at eleven visualiserer nokre figurar som viser døme på oddetal og partal . Definisjonen av partal og oddetal viser at eleven har identifisert nokre generelle eigenskapar ved partal og oddetal. Omgrepsapparatet som eleven utviklar og forklarar i definisjonen av partal og oddetal er vidare i argumentet brukt for å argumentera for at påstanden er sann. Dette blir vist med eit konkret døme av addisjonsstykket ”$3 + 9 = 12$”. ”Dersom du har tre og ni, så kan du gjøre sånn at du tetter hullet og da blir det et partall”. Eleven forklarar her korleis ”hullet” i oddetala blir tetta dersom ein adderer dei. Sidan eleven alt har definert partal som figurar utan hol vil det å tetta holet medføra at summen blir eit partal.

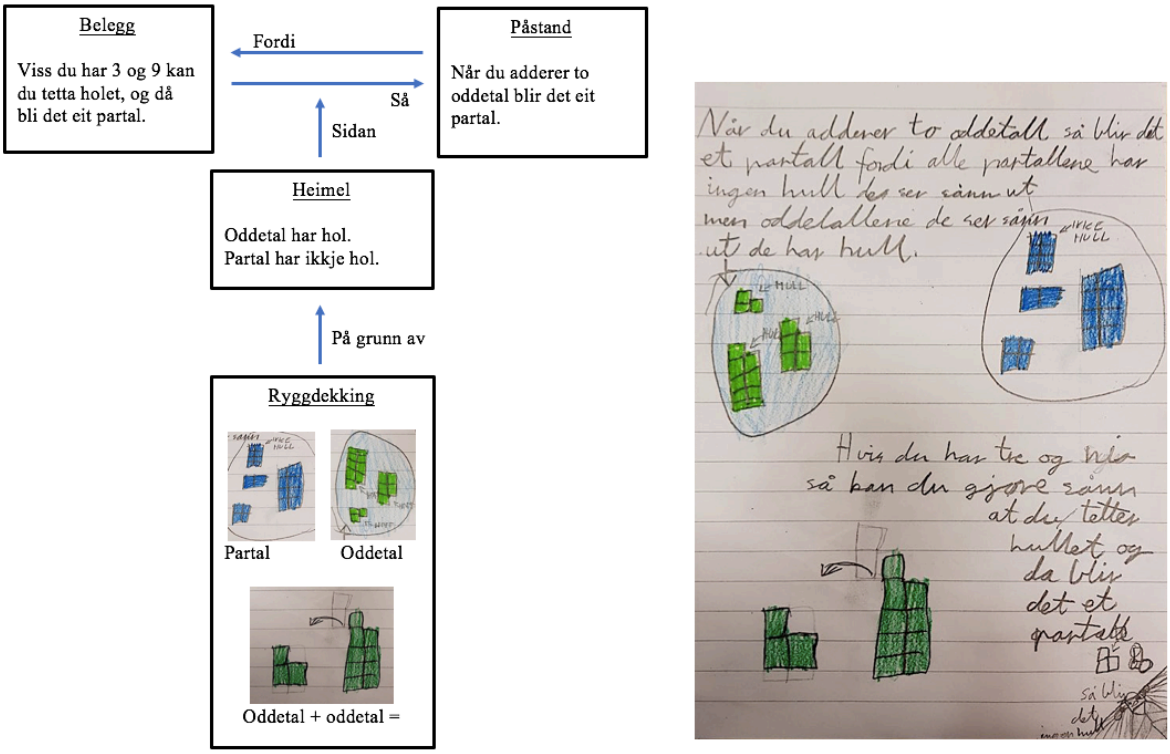


Figur 18: Døme på elevtekst det generiske dømet

Elevteksten viser at eleven har generalisert eigenskapar ved partal og oddetal i argumentet sitt. Dette er kvalitetar som både kjenneteiknar det generiske dømet og tankeeksperimentet. Sidan forklaringa er gjeve ved bruk av eit konkret døme, er eleven sin argumenterande tekst kategorisert som det generiske dømet. Dette er gjort med utgangspunkt i kriteriene som er stilt for dei ulike nivåa i metodedelen. Sidan det skriftlege argumentet innehar kvalitetar som òg kjenneteiknar tankeeksperimentet kan argumentasjonen i denne elevteksten bevega seg litt mellom dei to nivåa. Dersom eleven hadde argumentert for at summen av to oddetal blir eit partal utan å ta i bruk det konkrete addisjonsstykket ”$3 + 9$”, så hadde elevteksten fungert som eit døme for det fjerde nivået, tankeeksperimentet.

4.1.3.2. *Det generiske dømet i lys av Toulmin*

Analyserar ein den argumenterande elevteksten (Figur 18) i lys av Toulmin sin modell kan ein studera korleis argumentet i elevteksten er bygd opp og kva element det består av.



Figur 19: Det generiske dømet sett i lys av Toulmin sin modell

Argumentet i elevteksten startar med å presentera ein påstand som dannar grunnlaget for resten av argumentet: ”Når du adderer to oddetall så blir det et partall”. Vidare er det presentert ein heimel, som skildrar eigenskapar med partal og oddetal. ”Oddetala har hol”, medan ”partala har ikkje hol”. Grunnen til at dette er ein heimel er fordi det bygger bru mellom påstanden og belegget som presenterer korleis ein kan tetta hola i to oddetal dersom ein adderer dei. I tillegg til ei skriftleg skildring av eigenskapar ved partala og oddetala er heimelen illustrert med figurar som viser kva eleven meiner med ”hull”. Dersom det blir stilt spørsmål om kva som blir meint med at oddetala har hol og partala ikkje har hol, er det presentert ein figur som utdjupar dette ytterlegare. Sidan denne figuren fungerer som ei utdjuping av heimelen kan den sjåast som ei ryggdekkinga i argumentet. Figuren viser korleis ein kan tetta hola i oddetala ved å rotera det eine oddetalet over det andre slik at figuren ikkje har hol, og dermed oppfyller definisjonen elev gjev for partal.

4.1.3.3. *Oppsummering – Det generiske dømet*

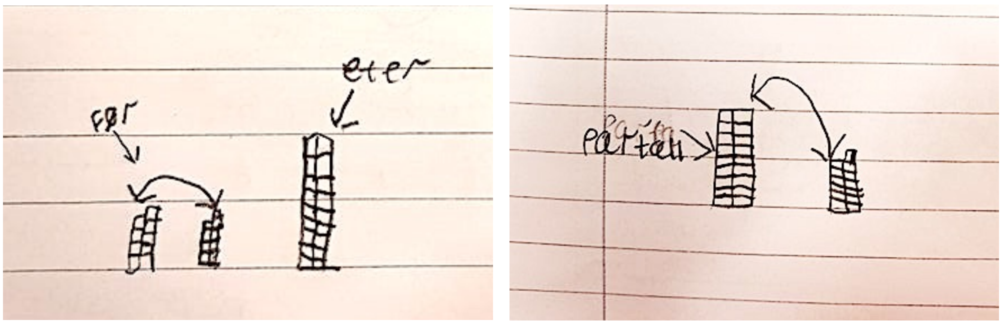
Felles for dei argumenterande tekstane i kategorien det generiske dømet er at det blir presentert ein påstand som baserer seg på eit addisjonsstykke som blir framstilt med ein figurrepresentasjon. Denne figurrepresentasjonen viser korleis to oddetal blir til eit partal, eller korleis eit oddetal og eit partar blir eit oddetal. Det blir gjerne presentert fleire aritmetiske addisjonstykke enn biletlege representasjonar. Dei tekstane som fell under dette nivået er tekstar som består av både kvardagsspråk og bilete, der den visuelle representasjonane fungerer som støtte for å synleggjera argumentasjonen. I nokre av elevtekstane talar den biletlege representasjonane for seg sjølv, då det ikkje blir gjeve ei skildring av figuren, medan andre elevtekstar gjev ei skriftleg forklaring av figuren, slik ein kan sjå i elevteksten i Figur 18.

4.1.4. Tankeeksperimentet på 4. trinn

Tenkeeksperimentet blir kjenneteikna ved at ein lausriv seg frå konkrete dømer. Dette kan bli gjort ved bruk av ulike representasjonar. I dei innsamla tekstane i 4. klasse fann eg berre tre tekstar som er kategoriserast som tankeeksperimentet. Dei argumenterande elevtekstane startar med at det er presentert ein påstand ved bruk av skriftspråk. Denne påstanden er tilsvarande som påstandane i dei tre andre nivåa til Balacheff. Summen av to oddetal blir eit partal og summen av eit oddetal og eit partal blir eit oddetal. I motsetning til elevtekstane i dei tre andre nivåa er det ikkje presentert noko addisjonsstykke som dannar bakgrunn for desse påstandane.

I tankeeksperimentet baserer påstandane seg på figurrepresentasjonar som skildrar addisjon av partal og oddetal utan at det blir gjeve eit eller fleire konkrete døme på addisjonsstykke. Døma er generelle og dermed gjeldrande for alle partal og oddetal. I to av tekstane er det framstilt ein tilsvarande figurrepresentasjon som i elevteksten som er presentert i det generiske dømet. Det som skil dei to elevtekstane på tankeeksperimentet frå elevtekstane på det generiske dømet er at figurrepresentasjonen ikkje blir kopla opp mot konkrete addisjonsstykke. Figuren blir omtala generelt som oddetal og partal og kan difor sjåast på som ein generell representasjon i staden for ein illustrasjon av eitt bestemt addisjonsstykke.

I dømet i Figur 20 er det vist korelis ein elev bruker figurrepresentasjonar i argumentasjon for at summen av to oddetal blir eit partal og for at summen av eit partal og eit oddetal blir eit oddetal. Grunnen til at begge figurrepresentasjonane er trekt fram i denne analysen er fordi figurrepresentasjonane gjev ulik informasjon i dei ulike oppgåvene, som hjelper ein til å forstå at eleven snakkar generelt om partal og oddetal utan å ta utgangspunkt i talet ruter i figurane.



Figur 20: Døme på figurrepresentasjon på tankeeksperimentet

I figurrepresentasjonane er det i det fyrste døme vist kva som skjer dersom ein adderer to oddetal. Dette viser eleven med ein før-etter representasjon. Før biletet viser to oddetal som skal adderast saman. Addisjonen ber vist med ei roteringpil, som illustrerer korleis oddetala kan roterast over kvarande. Etterbiletet viser summen av dei to oddetala med ein figur som representerer alle partal.

Sjølv om figurane viser addisjon av ”$9 + 9 = 18$” blir det ikkje vektlagt at det er eitt bestemt addisjonsstykket det er snakk om. Oppfatninga av at eleven snakkar om partal og oddetal generelt blir forsterka i den andre figuren som viser addisjon av eit partal og eit oddetal. I denne figuren omtalar eleven figuren som partal, utan å nemne kva tal det er snakk om. I tillegg kjem eleven med ei skriftleg forklaring som støttar opp om figurrepresentasjonane:

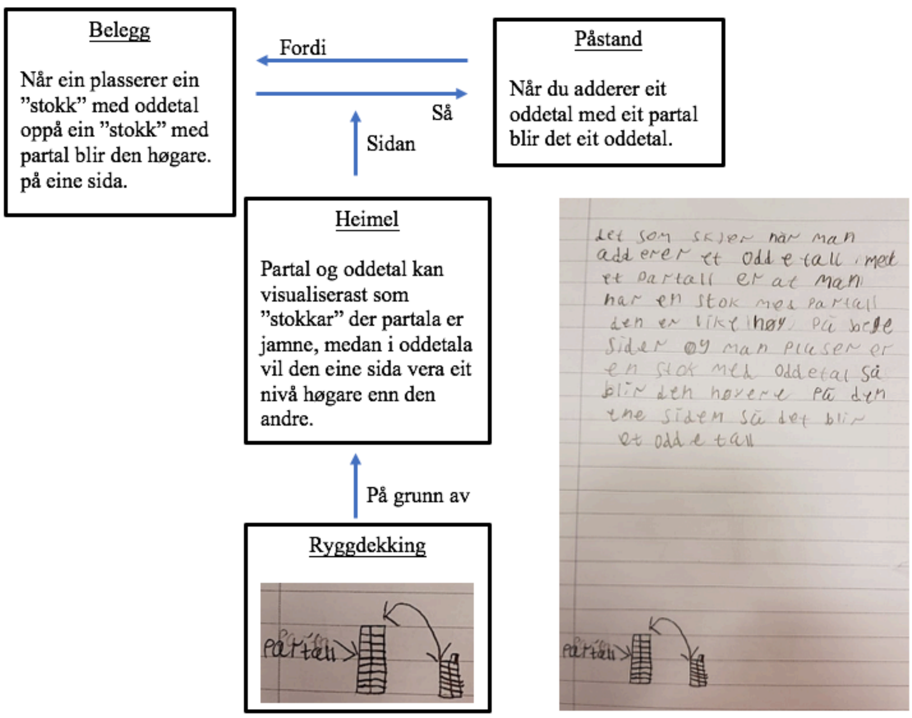
> Det som skjer når man adderer et oddetall med et partall er at man har en stok med partall den er like høy på bege side og man plaserer en stok med odetal så blir den høyere på den ene siden så det blir et oddetall. (Elevtekst på 4. trinn)

I dei komande avsnitta er denne elevteksten sett i lys av Toulmin sin modell for å studera enkeltargument. Hensikta med dette er å synleggjera kvalitetar som kan kjenneteikna tankeeksperimentet på 4. trinn.

4.1.4.1. *Tankeeksperiment i lys av Toulmin*

I **Feil! Fant ikke referansekilden.** kan ein sjå at eleven startar teksten med å presentera halve påstanden: ”det som skjer når man adderer et oddetall med et partall er...”. Dette opnar opp for å kunna presentera ein argumentasjon før ein avsluttar med å fullføra påstanden: ”...så det blir et oddetall”. Samanfatta blir påstanden slik den er formulert i argumentasjonsmodellen ”Når du adderer eit oddetal med eit partal blir det eit oddetal”. Eleven skildrar bakgrunnen for påstanden med å forklara korleis ein kan stabla ”stokkar” med partal og oddetal oppå kvarande. Dette er omtala som påstanden sitt belegg. Dette belegget er utdjupa ved at eleven forklarar korleis ”stokkane” ser ut dersom det er partal og dersom det er oddetal. Eleven skriv at partalstokkane ”er like høy på bege sider”, medan oddetalsstokkane er ”høyere på den ene siden”. Denne forklaringa av korleis ein kan visualisera partal og oddetal er omtala som heimel i modellen fordi dei viser samanheng mellom påstanden og belegget.

I tillegg til at eleven forklarar skriftleg korleis ein kan visualisera eit oddetal og eit partal så viser han òg dette med ein figurrepresentasjon. Den skriftlege forklaringa av partal og oddetal, som er noko upresis, blir tydeleggjort ved at eleven visualiserer. Figuren er med på å tydeleggjera kva eleven meiner når han snakkar om ”stokkar” som anten er ”like høy” eller ”høyere på den ene siden”. Ikkje berre viser figurrepresentasjonen korleis eleven definerer partal og oddetal, den viser òg korleis ein kan addera dei to tala saman med ei pil som flyttar oddetalet oppå partalet. Denne figurrepresentasjonen fungerer som ryggdekking i argumentet fordi den er generell og støttar opp om heimelen. Viss mottakaren stiller spørsmål eller stiller seg kritisk til heimelen, kan figurrepresentasjonen grunngje kva som er forstått med jamne og ujamne stokkar, og korleis ein ved å plassera dei oppå kvarandre kan visa at summen blir eit oddetal.

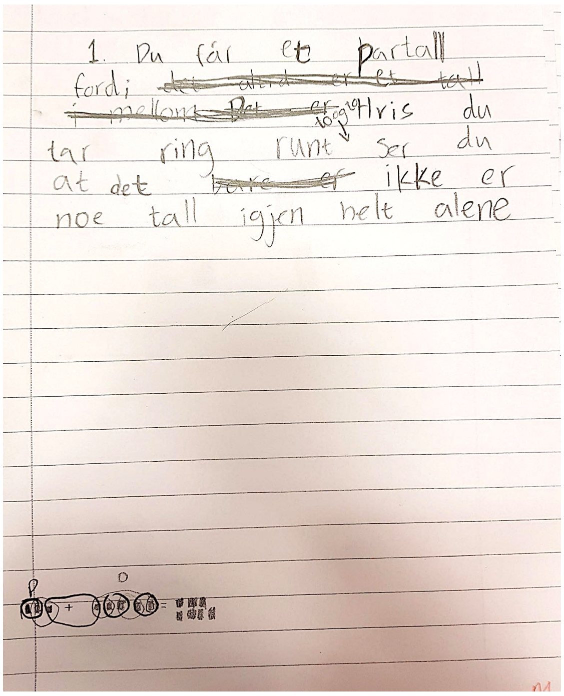


Figur 21: Tankeeksperiment i lys av Toulmin

Med utgangspunkt i Toulmin sin modell kan innhaldet i det skriftlege argumentet til eleven summerast opp slik: Når ein adderer eit oddetal med eit partal blir det eit oddetal, *fordi* når ein plasserer ein "stokk" med oddetal oppå ein "stokk" med partal blir den høgare på eine sida. Dette stemmer *sidan* partal og oddetal kan visualiserast som "stokkar" der partala er jamne og oddetala er ujamne.

4.1.4.2. Døme på tankeeksperimentet som skil seg ut

Dei fleste figurrepresentasjonane visualiserer partala og oddetala ved bruk av søyler. Det kan ein sjå både i det generiske dømet og i to av tre elevtekstar på tankeeksperimentet. Ein elev skil seg frå denne måten å framstilla partala og oddetala på. I staden for å para saman oddetala ved bruk av to søyler set denne eleven ring rundt to og to "klossar" for å danna par. I etterkant av påstanden "du får et partall", dersom du adderer to oddetal, er det forklart at dersom ein set ring rundt to og to vil ein sjå at ingen er igjen åleine. Dette er tydeleggjort i illustrasjonen i elevteksten som både viser korleis dette fungerer for to oddetal og for eit partal og eit oddetal.

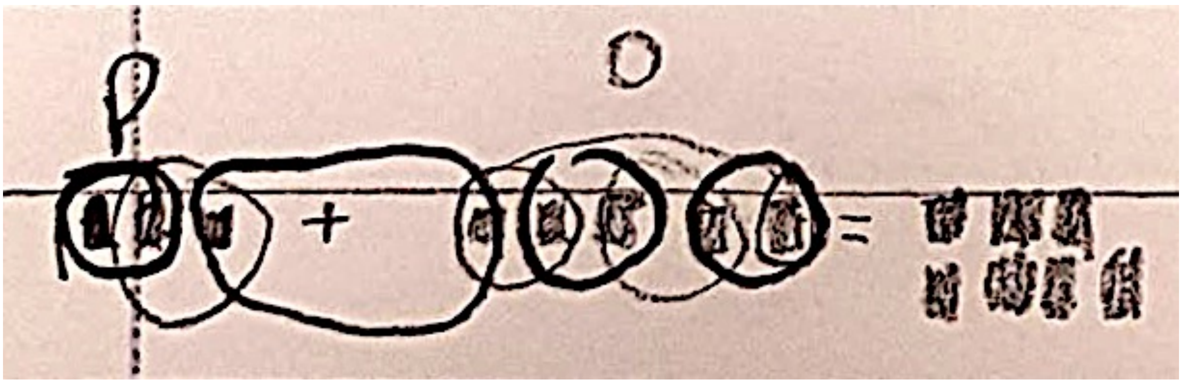


Figur 22: Døme på elevtekst tankeekserimentet

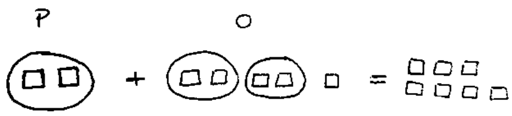
Både ved hjelp av skriftleg tekst og ein biletleg representasjon viser eleven at einarane i dei to oddetala til samen dannar eit nytt par. Kor vidt eleven her har generalisert slik at dette dømet gjeld alle oddetal er noko usikkert. Elevteksten viser at dei to einarane dannar eit nytt par, men skriv ingenting om korleis dette kan arte seg i andre tilfelle. Denne elevteksten kan difor vera litt vanskeleg å plassera i nivå. Det kan tenkast at eleven berre skildrar ein framgangsmåte for eit addisjonsstykke som blir framstilt med figurar. Dette er eigenskapar som kjenneteiknar naiv empirisme. Samstundes så kan ei sjå ei generell skildring av generelle eigenskapar, der ein kan setja ring rundt to og to for å sjekka om det står igjen nokon åleine. Dette er eigenskapar som er kjenneteikna av tankeeksperimentet. Denne elevteksten kan slik forståast på to måtar, men eg vel å plassera den i tankeeksperimentet fordi eg meiner den skildrar nokre generelle trekk i argumentasjonen sin. I tillegg går den vekk frå konkrete addisjonsstykke ved at det ikkje er fokusert på sjølve tala, men på kva figuren representerer. Dersom eleven hadde kommentert at oddetal alltid består av eit varierande tal par pluss ein ekstra, så kunne ein vore sikker på at denne eleven har generalisert eigenskapar ved partala og oddetala.

Figurrepresentasjonen

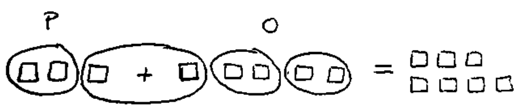
I elevteksten er det framstilt ein figurrepresentasjon som treng ei nærmare utdjuping. Ved fyrste augekast av figurrepresentasjonen kan det sjå ut som eleven har gjort ein feil i framstilling av addisjon av to oddetal, då summen blir eit oddetal. For å prøva forstå kva eleven har gjort i utforming av figuren vil det vera naudsynt å sjå nærmare på figuren. I Figur 23 og Figur 24 er difor figurrepresentasjonen til eleven rekonstruert for å tydeleggjera korleis eleven kan ha tenkt.



Figur 23: Original figurrepresentasjon på tankeeksperimentet



Figur 24: Rekonstruert figurrepresentasjon I



Figur 25: Rekonstruert figurrepresentasjon II

I figuren over er den originale figurrepresentasjonen presentert etterfølgt av to rekonstruksjonar. Det var hensiktsmessig å laga ein rekonstruksjon av figuren i elevteksten, fordi det kan sjå ut som eleven framstiller argumentasjon for to påstandar i same figur. Originalfiguren illustrerer både kva som skjer når ein adderer eit partal og eit oddetal og kva som skjer når ein adderer to oddetal. For å tydeleggjera figuren til eleven er den illustrert to rekonstruksjonar.

Rekonstruksjon I (Figur 24) illustrere korleis eleven viser kva som skjer når ein adderer eit partal og eit oddetal. Ved å para saman to og to klossar ser ein at det står att ein kloss som ikkje kan setjast saman til eit par. Dette kjem fram i summen som eleven framstiller. Med utgangspunkt i originalfiguren kan det sjå ut som det sjå ut som dette var den fyrste figuren eleven laga. Det kan ein tolka ut frå strektjukkelsen i originalfiguren. Strekane i denne figuren er tynnare enn i rekonstruksjon II. Bokstavane P og O kan òg tyda på at eleven har starta med å teikna eit partal addert med eit oddetal, der ein kan sjå at summen blir eit oddetal

Rekonstruksjon II (Figur 25) viser korleis eleven framstiller kva som skjer når ein adderer to oddetal. I originalfiguren kan ein sjå at dette blir gjort i same teikning ved å endra på talet klossar og sirklane som viser to og to ved bruk av ein tjukkare strek. Det fyrste leddet som opphavleg var eit partal blir gjort om til eit oddetal ved at eleven teiknar ein kloss i forkant av dei to som alt var der. Det andre leddet er uendra. At eleven utvidar partalet i det fyrste leddet på venstre side, resulterer i at eleven må laga nye sirklar rundt alle klossane for å para saman to og to. Ein kan sjå at dette er gjort i etterkant av ved å studera streken til eleven. Her blir det brukt ein tjukkare og meir markert strek for å synleggjera endringane som er gjort. Til tross for at eleven har para samane alle klossane viser svaret eit oddetal. Med bakgrunn i at eleven i den skriftlege teksten har gjort reie for at det blir eit partal dersom ingen klossar står igjen åleine kan det vera sannsynleg at feil svar kjem av at eleven har glømt å endre på talet klossar i summen. Det same gjeld for bokstavane som symboliserer om talet er eit partal eller eit oddetal, som heller ikkje er endra i denne figuren.

Oppsummering – Tankeeksperimentet

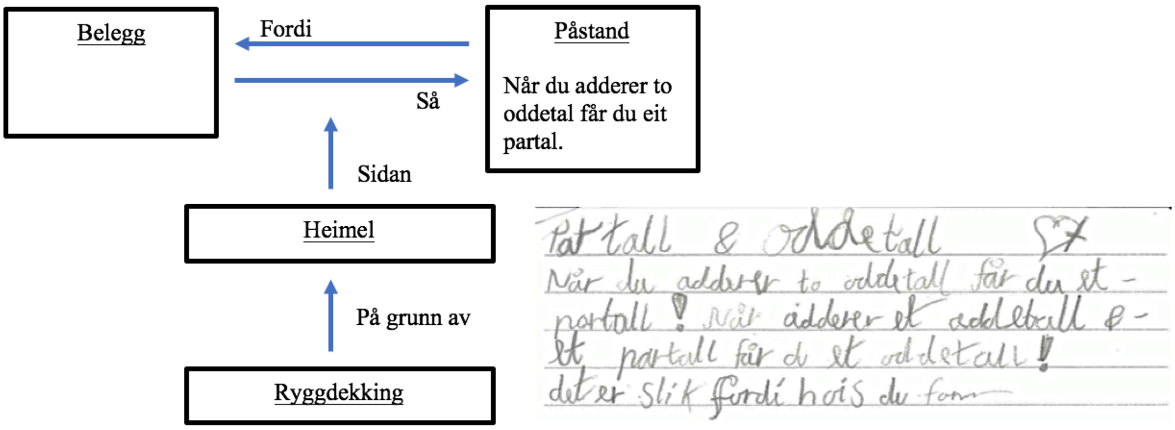
Elevtekstane som skildrar tankeeksperimentet har gått bort frå konkrete addisjonsstykke. Dei argumenterer på eit generelt nivå ved bruk av skriftleg tekst og figurrepresentasjonar. Det som skil figurrepresentasjonane på det generiske dømet med tankeeksperimentet er at dei i tankeeksperimentet ikkje blir kopla opp til konkrete addisjonsstykke, men fungerer som generelle representasjonar for alle partal og oddetal.

4.1.5. Ikkje-matematiske argumentasjon

I dei kommande avsnittet vil eg koma inn på nokre elevtekstar som ikkje fell inn under nokre av Balacheff sine fire nivå av bevis. Kategorien som desse tekstane er plassert i har fått namnet ikkje-matematiske argumentasjon. Kva som kjenneteiknar slike tekstar ligg i namnet på kategorien, då tekstane ikkje inneheld nokre matematiske argument. Tekstane som fell under denne kategorien kan vidare delast inn i tre undergrupper.

4.1.5.1. Døme på ikkje-matematisk argumentasjon I

Den fyrste undergruppa blir kjenneteikna med at det ikkje er presentert eit fullstendig argument. For å definera eit fullstendig argument tek eg her utgangspunkt i Toulmin (2003) sin definisjon av eit argument. Det må innehalda både eit belegg og ein påstand. Eit døme som går igjen som kjenneteikn på denne undergruppa er tekstar der eleven berre presenterer ein påstanden: når du adderer to oddetal får du eit partal eller når du adderer eit partal og eit oddetal får du eit oddetal. I desse tilfella er det ikkje presentert noko belegg som dannar bakgrunn for påstanden, og kan dermed ikkje kallast eit fullstendig argument. Dette kan synleggjerast ved bruk av Toulmin sin modell for enkeltargument.

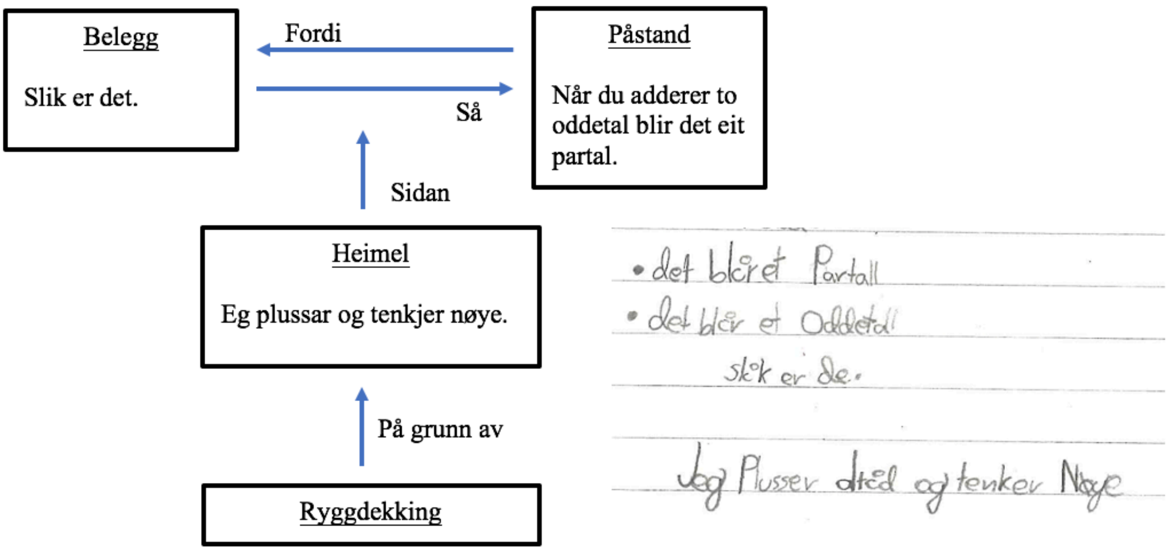


Figur 26: Døme på ikkje-matematisk argumentasjon I

I dømet kan ein sjå at eleven har skrive ”når du adderer to oddetal får du et partall!”. Denne ytring blir med utgangspunkt i Toulmin sett på som ein påstand. Kva påstanden bygger på blir ikkje presentert i elevteksten. Ein tilsvarande påstand blir presentert i undersøking av kva som skjer når ein adderer eit oddetal og eit partal: ”Når adderer et oddetall & et partall får du et oddetall!”. Dette svaret ville sett tilsvarande ut i Toulmin sin modell, då det berre er presentert ein påstand utan noko belegg. Eleven skriv vidare ”det er slik fordi hvis du for...”. Denne fortsetjinga kan forståast som at eleven ikkje er ferdig med argumentasjonen sin eller at eleven har stoppa opp.

4.1.5.2. Døme på ikkje-matematisk argumentasjon II

Den andre undergruppa av ikkje-matematisk argumentasjon blir kjenneteikna av at eleven presenterer eit argument som ikkje er matematiske. Døme på dette kan vera elevar som skriv ”slik er det berre”. I likskap med undergruppa over blir det presentert ein påstand som seier kva som skjer dersom ein adderer to oddetal eller eit partal og eit oddetal.

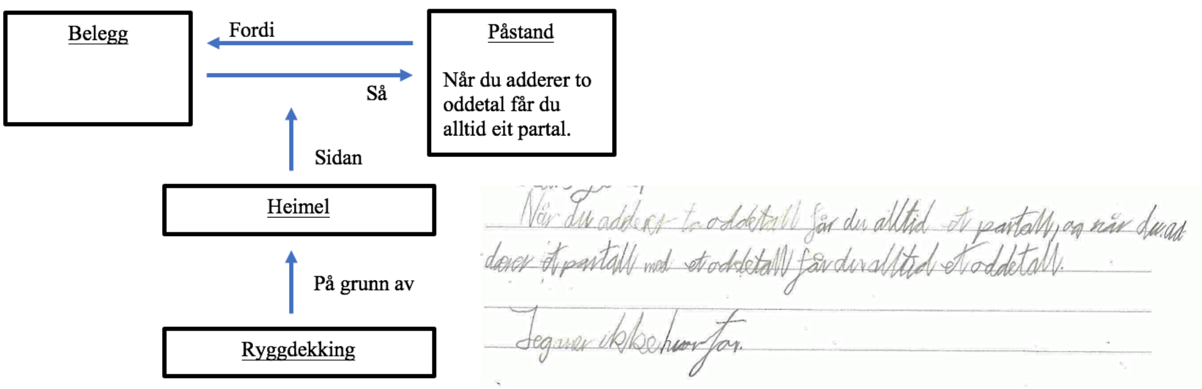


Figur 27: Døme på ikkje-matematisk argumentasjon II

I resonnementet over blir både utsegn som ”slik er det” og ”jeg plusser altid og tenker nøye” presentert i tillegg til påstandane ”det blir et partall” og ”det blir et oddetall”. Det er ikkje presentert noko form for matematisk belegg, som dannar bakgrunn for påstanden. Det kan diskuterast kva eleven har lagt til grunn for påstanden. I argumentasjonsmodellen er ytringa ”slik er det” analysert som belegg. Kor vidt dette kan kallast eit belegg kan diskuterast, då det ikkje ligg noko informasjon i denne ytringa som kan bli brukt til å formulera ein påstand. Det er difor problematisk å gå frå belegg til påstand med bruk av denne modellen: slik er det *så* det blir eit partal når ein adderer to oddetal. Motsett veg fungerer det betre: det blir eit partal når ein adderer to oddetal *fordi* slik er det.

4.1.5.3. Døme på ikkje-matematisk argumentasjon III

Den tredje undergruppa blir kjenneteikna av usikkerheit. I staden for å koma med eit ikkje matematisk argument som prøver å støtta opp om konklusjonen eller overtala mottakaren, så formulerer eleven usikkerheit. Eleven presenterer ein påstand, men erkjenner tvil om kvifor det er hald i påstanden. Eit slik resonnement oppfyller ikkje Toulmin sitt krav for å kunna kvalifiserast som eit argument.



Figur 28: Døme på ikkje-matematisk argumentasjon III

I elevteksten over kan ein sjå døme på eit slik resonnement. Eleven startar med å presentera ein påstand som er matematisk korrekt: ”når du adderer to oddetall får du alltid et partall, og når du adderer et partall med et oddetall får du alltid et oddetal”. I spørsmål om eleven kan argumentera for kvifor dette stemmer kan det sjå ut som eleven kjem til kort. Dette kan ein sjå ved at eleven fortsett med: ”jeg aner ikke hvorfor”.

4.1.5.4. Oppsummering ikkje-matematisk argumentasjon

Som ein kan sjå ut frå dei tre elevtekstane over er alle dei tre undergruppene til ikkje-matematiske argumentasjon kjenneteikna av argument som ikkje er fullstendige eller argument som ikkje er matematiske. I tillegg til dette er det felles for alle elevtekstane som blir kategorisert som ikkje-matematiske argumentasjon at dei er relativt korte og at teksten berre består av skriftleg tekst. Verken forsøk på aritmetiske representasjonar eller visuelle framstillingar er observert i elevtekstane.

At elevar presenterer argument eller ytringar som ikkje er matematiske er ikkje unikt for denne kategorien. I dei andre nivåa finn ein òg slike tilfelle. Til dømes i ein elevtekst som er plassert under naiv empirisme der eleven skriv: ”jeg kan alt frå før” som ein del av argumentasjonen sin. Det som skil tekstane som er plassert på ikkje-matematiske argument får tekstar som er plassert i eit av dei andre nivåa, er at desse elevtekstane berre består av ikkje-matematiske argumentasjon eller inga argumentasjon i det heile teke. Eleven som skriv ”jeg kan alt fra før” innan naiv empirisme viser i tillegg til argumentasjon som fell under naiv empirisme.

4.1.6. Oppsummering 4. trinn

Kor stor variasjon det er på elevane sine argumenterande tekstar innanfor eit nivå varierer. Det vil seia at nokre av tekstane skil seg ein del får kvarandre, sjølv om dei er plasserte i same nivå, medan andre tekstar framstår nokså like, både den innhaldsmessige sida og bruk av representasjonar. I dette avsnittet vil det bli gjeve ei kort oppsummering av kvalitetar som kjenneteiknar elevtekstane som er kategorisert på dei ulike nivåa i Toulmin sin modell.

Naiv empirisme blir kjenneteikna ved at elevane presenterer ein påstand og eit eller fleire addisjonsstykke som dannar bakgrunnen for denne påstanden. Addisjonsstykka er stort sett representert ved aritmetiske representasjonar. I dei tilfella der elevteksten både inneheld eit aritmetisk addisjonsstykke og eit biletleg addisjonsstykke, så blir det ikkje vist nokon samanheng her som kan koplar desse to saman eller som koplar dei opp til påstanden.

Det avgjerande eksperiment blir representert av ein elevtekst som presenterer ein skriftleg heimel som viser samanheng mellom addisjonsstykka og påstanden. Denne teksten er framstilt ved bruk av skriftspråk og aritmetiske addisjonsstykke.

Argumentasjonen i tekstane som er kategorisert som det generiske dømet blir kjenneteikna ved at dei aritmetiske addisjonsstykka som fungerer som belegg er ytterlegare utdjupa med ein figurrepresentasjon. Denne figuren tek utgangspunkt i eit eller fleire konkrete addisjonsstykke, men innehar nokre generelle eigenskapar ved partala og oddetala. Dei fleste av desse elevtekstane let figuren snakka for seg sjølv. Det inneber at det ikkje er gjeve ei forklaring av figuren. Andre elevar derimot forklarar figuren og korleis den kan visa at påstanden stemmer.

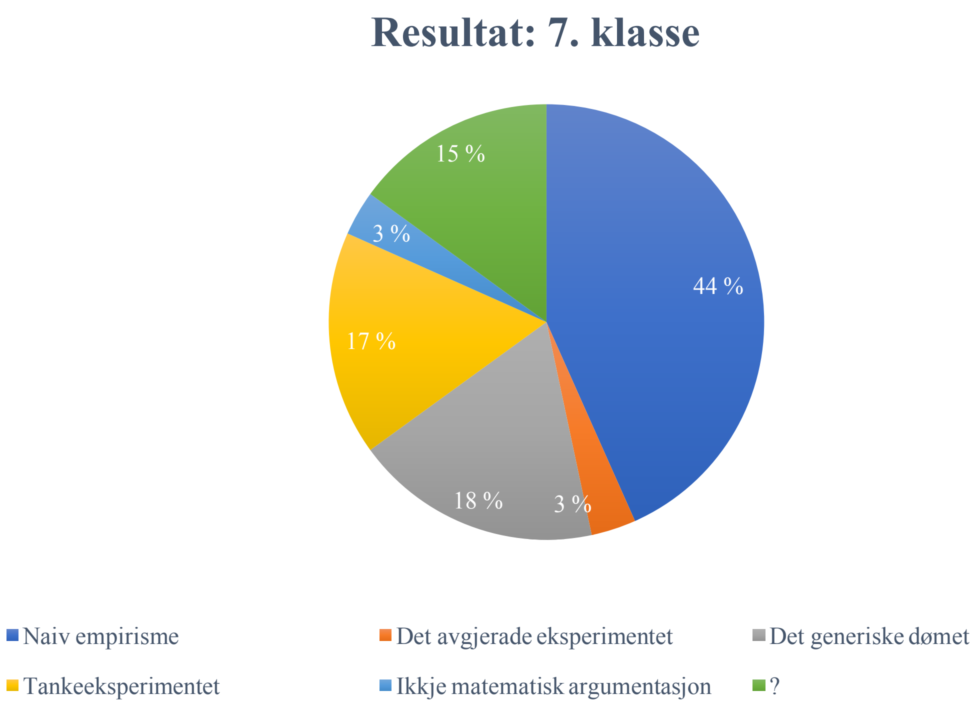
Ein kvalitet ved elevtekstane som er kategorisert som tankeeksperimentet er at det ikkje er tatt i bruk eit konkrete addisjonsstykke for å visa at påstanden er sann. Desse elevtekstane forklarar på generelt plan kva som skjer når ein adderer to oddetal og kva som skjer når ein adderer eit partal og ein oddetal og er samansette tekstar som både består av ei skriftleg forklaring av påstanden og biletlege representasjonar.

Ikkje-matematisk argumentasjon kan delast inn i tre undergrupper. Elevtekstar som berre presenterer ein matematisk påstand, elevtekstar som presenterer ein matematisk påstand og eit belegg som ikkje er matematisk og elevtekstar som presenterer ein matematisk påstand for deretter å erkjenna usikkerheit om kvifor påstanden stemmer.

4.2. Analyse av elevtekstane på 7. trinn

Dei komande avsnitta presenterer og analyserer elevtekstane på 7. trinn. Innleiingsvis blir det gjeve eit overblikk over korleis tekstane kan plasserast etter Balacheff (1988) sine nivå. Nivåinndelinga er gjort på tilsvarande måte som på 4. trinn. I presentasjon av elevtekstane på 7. trinn blir det ikkje gått like grundig inn i nivåinndelinga slik det er gjort 4. trinn. Det blir berre presentert elevtekstar frå det fyrste nivået, naiv empirisme. Grunnen til at berre er elevtekstar frå naiv empirisme blir presentert, er fordi fokuset ligg på å sjå på skilnadar ved elevtekstar innan eit nivå, og det var på dette nivået det vart observert størst skilnad mellom elevtekstane. Elevtekstane på 7. trinn blir òg tatt i bruk for å identifisera nokre utfordringar med nivåinndelinga.

I kategorisering av dei 60 elevtekstane på 7. trinn såg fordelinga slik ut. Den største kategorien av elevtekstar er naiv empirisme. 26 av elevtekstar (44 %) blir kjenneteikna av kvalitetar innan dette nivået, to elevtekstar (3 %) innehaldt ein argumentasjon som fell under det avgjerande eksperiment, elleve elevtekstar (18 %) er kategorisert som det generiske dømet og ti elevtekstar (17 %) som tankeeksperimentet. I kategorien for ikkje-matematisk argumentasjon er to elevtekstar (3 %) plassert. Fordelinga av argumentasjonen i elevtekstane blir i likskap med på 4. trinn visualisert ved bruk av eit sektordiagrammet, som tydeleggjer kor stor del av tekstane som er kategorisert i dei ulike nivåa.



Figur 29: Resultat av nivåinndeling på 7. trinn

Sektordiagrammet for 7. trinn inneheld ein ekstra sektor i tillegg til dei som er presentert i framstilling av resultata av 4. klasse. Denne sektoren utgjer ni elevtekstar (15 %). Elevtekstane som er plassert i denne kategorien blir kjenneteikna ved at dei ikkje passar inn i nokre av dei andre nivåa. I kapittel 4.2.2 blir det kommentert nokre årsakar knytt til denne utfordringa med nivåinndeling av tekstar i denne kategorien.

4.2.1. Naiv empirisme på 7. trinn

Naiv empirisme blir kjenneteikna av at det blir argumentert for ein matematisk påstand med bruk at tilfeldige eller passande døme. Elevtekstane som er kategorisert som naiv empirisme på 7. trinn inneheld i stor grad meir enn ein påstand og eit eller fleire addisjonsstykke. I tillegg til ein påstand om summen blir eit partal eller oddetal og eit eller fleire addisjonsstykke som passar denne påstanden, så blir dei kjenneteikna av at det blir det presentert ein skriftleg heimel i argumentet. Innhaldet i heimlane varierer. I dei komande avsnitta blir det presentert ulike former for heimlar som er presentert i nivået naiv empirisme på 7. trinn.

Døme 1

Den mest utbreidde forma for heimel er at elevane presiserer kva tal som er partal og kva tal som er oddetal i addisjonsstykka. Dette blir gjort ved at eleven til dømes skriv ”$1 + 5 = 6$

og 6 er et partall", eller ved at elevane skriv "partal" eller "p" hjå partala og "oddetal" eller "o" hjå oddetala. Ei slik utdjuping av argumentet synleggjer at eleven har eit medvitent forhold til ledda og summen i addisjonsstykket. I tillegg forsterkar det argumentet i den forstand at det kan bidra til å overtyda mottakaren om at påstanden er sann. Sjølv om denne heimelen implisitt ligg i argumentet er det ikkje ein sjølvfølge at mottakaren tolkar denne underforståtte informasjonen. Ei slik tydeleggjering bidreg difor til å bygga bru mellom påstanden og addisjonsstykket.

Døme 2

Ein anna heimel som blir presentert i fleire av elevtekstane i 7. klasse dreier seg om generalisering. Generalisering er normalt knytt til dei to høgaste nivåa, generisk døme og tankeeksperimentet, men i desse tilfella høyrer generalisering til på naiv empirisme. Eit døme på dette er ein elev som skriv følgande i etterkant av ti addisjonsstykke som består av to oddetal: "Når 10 av 10 regnestykker blir partall, er det lett å se for seg at 100 av 100 regnestykke blir partal". Ut frå teksten kjem det fram at ti tilfeldige empiriske forsøk, for kva som skjer når ein adderer to oddetal blir, brukt som belegg for at dette gjeld 100 addisjonsstykke som er satt saman av to oddetal. Addisjonsstykka som er brukt som belegg i argumentet blir generalisert til å gjelda for 100 liknande tilfelle. Denne argumentasjonen kunne vorte kategorisert som det avgjerande eksperiment, då det kan sjå ut som eleven er på jakt etter eit døme som avkreftar påstanden Sidan det ikkje blir presisert i teksten at det er gjort medvitne val i utveljing av addisjonsstykka, blir den difor i denne analysen kategorisert som naiv empirisme. I utveljing av addisjonsstykke er det ikkje gjeve noko grunngjeving for korleis desse let seg overføra til å gjelda for 100 liknande tilfelle. Generaliseringa kan likevel bidra til å forsterka argumentet, ved at ein ikkje på ti forsøk har funne eit addisjonsstykke som avkreftar påstanden. Dette kan verka overtydande på mottakaren og slik styrka truverdet til argumentet.

Døme 3

Ei tredje form for utdjuping av argumentet på naiv empirisme på 7. trinn, går ut på å argumentera for at addisjonsstykka som er framstilt som belegg, er riktige. Dette er gjort på to ulike måtar. Den fyrste er at elevane argumenterer for kvifor addisjonsstykket er riktig ved å setja prøve på svaret. Denne type argument rettar seg direkte mot addisjonsstykka og utføringa av dei, då dei argumenterer for at belegget som ligg til grunn er korrekt. Sjølv om dette ikkje gjer utslag for kva nivå elevteksten blir kategorisert som, styrkar det argumentet ved at eleven er sikker på at belegget som ligg til grunn er riktig. Den andre typen heimel går ut på å visa om summen i addisjonsstykka som er framstilt som belegg er eit partal eller eit oddetal. Heller ikkje dette gjer utslag for kva nivå elevteksten er kategorisert som, men det viser at eleven har oppfatta den viktige eigenskapen ved partal, at dei går opp når ein delar på to.

Oppsummering naiv empirisme på 7. trinn

I elevtekstane som er kategorisert på naiv empirisme på 7. trinn, kan ein sjå at det i tillegg til ein matematisk påstand og tilfeldige og passande addisjonsstykke er presentert ulike former for heimlar. Heimlane har ikkje betyding for kva nivå elevteksten blir kategorisert som, men kan inneha ulike kvalitetar som er med på å styrka truverdet til den argumenterande teksten. Dette viser at ein innan eit nivå kan finne elevtekstar som skil seg ein del får kvarande og innehar ulike kvalitetar.

4.2.2. Samansette elevtekstar på 7. trinn

I arbeide med kategorisering av elevtekstane fann eg nokre tekstar som ikkje kunne plasserast i Balacheff sine nivå. I sektordiagrammet i Figur 9 er desse elevtekstane plassert i ein kategori som er merka med eit spørsmålsteikn. Dette illustrerer at det oppsto utfordring i nivåinndeling av tekstane, sidan det ikkje kom tydeleg fram kva nivå dei blir kjenneteikna av. Dette gjaldt for ni av tekstane på 7. trinn og utgjer totalt 15 % av elevtekstane. Det som kjenneteiknar desse elevtekstane er at dei har ein kompleks struktur, der det ikkje kjem tydeleg fram kvalitetar frå berre eit bestemt nivå. Det er nettopp ein av grunnane til at dei vanskeleg let seg plassera i eit nivå. Dette inneber blant anna at argumenta i elevtekstane i større grad inneheldt kvalitetar frå ulike nivå, utan at det kjem tydeleg fram kva nivå argumentet i elevteksten tilhøyrar. I dei komande avsnitta er det presentert døme på ein slik tekst.

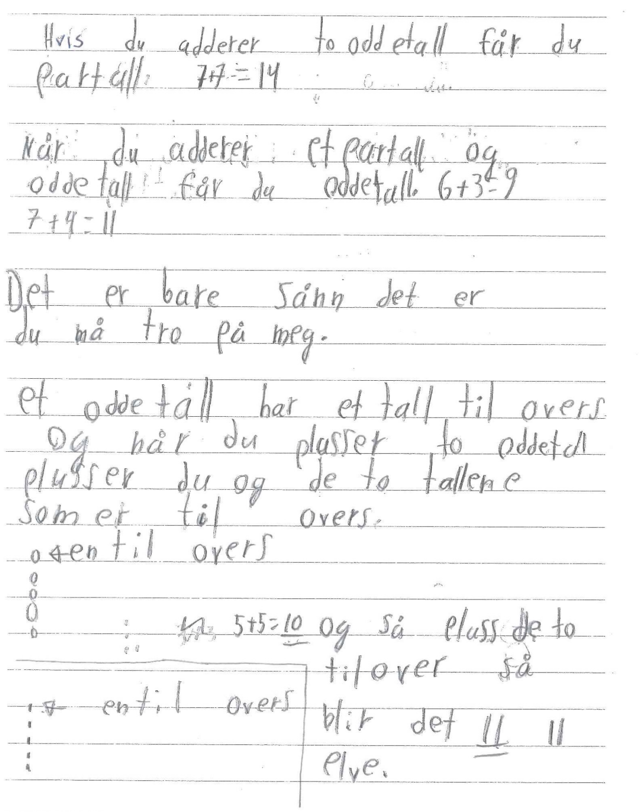
4.2.2.1. Døme på ein samansett tekst.

Figur 30 viser døme på ein elevtekst som ikkje er kategorisert i eit av Balacheff (1988) sine nivå. Eleven startar med å presentera ein påstand og eit addisjonsstykke. ”Hvis du adderer to oddetall får du et partall”. Denne påstanden er grunngjeve med addisjonsstykket ”$7 + 7 = 14$”. Det fyrste avsnittet innehar kvalitetar frå naiv empirisme. Det same er gjeldande for det andre avsnittet der ein tilsvarande argumentasjon er brukt for å argumentera for kva som skjer når ein adderer eit oddetal og eit partal.

Det tredje avsnittet: ”Det er bare sånn det er. Du må tro meg” innehar kvalitetar frå ikkje-matematisk argumentasjon. Denne ytringa kan tyda på at eleven på dette tidspunktet synes argumentasjonen i dei to første avsnitta var tilstrekkeleg for å grunngje påstanden. Å referera til si eiga kunnskap kan bidra til auka truverda til påstanden dersom mottakaren har tillit til dine matematiske ferdigheitar. Ser ein på berre det matematiske aspektet ved argumentet, vil det derimot ha lite verknad i overtalinga. I teksten har ikkje eleven lukkast i å overtala mottakaren med denne ytringa, og har vorte oppfordra til å utvida argumentasjonen sin.

Denne eleven vart tidleg ferdige med denne delen av teksten. Då eleven ønska å levera inn svaret sitt etter svært kort tid vart han utfordra til å svara på neste del av oppgåveteksten ”Hvordan kan du være sikker på at det du har funnet stemmer?”. Eleven går dermed tilbake til ei matematisk forklaring. ”Et oddetal har en til over, og når du plusser to oddetal plusser du og de to tallene som er til overs”. Denne forklaringa innehar kvalitetar frå tankeeksperimentet. Eleven er her gått bort frå dei konkrete addisjonsstykka som tidlegare er presentert og baserer argumentasjonen på generelle eigenskapar ved alle oddetal og partal.

Avslutningsvis presenterer eleven eit døme der det blir teke i bruk eit konkret addisjonsstykke: ”$5 + 5 = 10$” og ein visuell representasjon. Dette addisjonsstykket er vidare brukt til forklaring og generalisering av eigenskapar ved oddetala. Når eleven brukar eit konkret døme til å generalisera kan ein sjå kvalitetar som kjenneteiknar det generiske dømet. Det kjem ikkje heilt tydeleg fram korleis eleven har tenkt i denne delen av teksten, men eleven forklarar at det er ein til overs i femtala, og at dersom ein plasser ”di to til overs så blir det $\underline{\underline{\text{II}}}$”. Ut frå forklaringa til eleven om at oddetala har ein til overs kan denne figuren illustrera at dei to som var til overs i oddetala no er blitt eit par. At eleven skriv ”elve” under figuren som og kan sjå ut som talet elleve gjer at ein ikkje kan vera heilt sikker på kva eleven har tenkt. Sidan talet elleve ikkje er presentert nokon anna plass tidlegare i teksten, kan det vera sannsynleg eleven har hatt eit opphald i skrivinga eller vore avbroten eller ukonsentrert og slik trudd at ”$\underline{\underline{\text{II}}}$” sto for talet elleve når han kom tilbake til teksten.



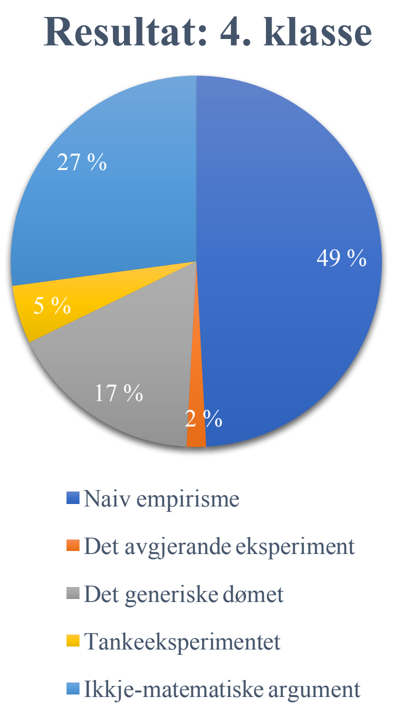
Figur 30: Døme på samansett elevtekst på 7. trinn

I denne elevteksten er eleven innom alle dei fire nivåa til Balacheff. I tillegg til ikkje-matematisk argumentasjon. Å kategorisera elevteksten på eit nivå er difor problematisk, sidan teksten viser ein prosess. Elevteksten startar argumentasjonen på det lågaste nivået, naiv empirisme, før han går over til ikkje-matematisk argumentasjon. Årsaken til dette kan vera at eleven er tilfreds med argumentet sitt eller at eleven er lei av å arbeida med oppgåva og difor avsluttar med "det er bare sånn det er". Frå å ikkje argumentera matematisk bevegar teksten seg opp på det høgaste nivået der eigenskapar med oddetala blir skildra. Elevteksten avsluttar deretter med å konkretisera det generelle tankeeksperimentet. Denne elevteksten viser at argumenterande skrivinga er ein prosess som kan bidra til å utvikla tankane til elevane under vegs.

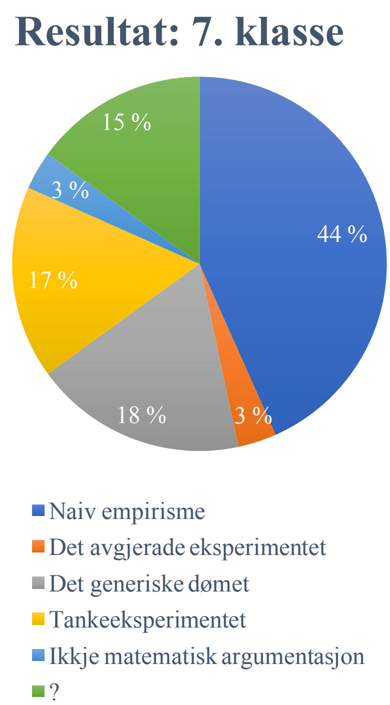
Samansette og komplekse tekstane viser at det ikkje er uproblematisk å plassera ein elevtekst i eit bestemt nivå. I analyse av meir komplekse og samansette argumenterande tekstar kan det difor vera hensiktsmessig å utvida nivåa til Balacheff til eit femte nivå. Ei mogeleg utviding av modellen til eit *prosessnivå*, som kan kjenneteiknast av at skriveaktiviteten er ein prosess der tanken utviklast gjennom arbeid med oppgåva, kan vera hensiktsmessig. Dette nivået vil då verta kjenneteikna av at ein pendlar mellom dei ulike nivåa. For å undersøka korleis prosessen går fram kan det vera hensiktsmessig å studera kva kvalitetar som kjenneteiknar starten på teksten, kva kvalitetar ein kan identifisera i under vegs og kva kvalitetar den argumenterande teksten avsluttar med.

4.3. Oppsummerande kommentarar av elevtekstane på 4. og 7. trinn

I analyse av elevtekstane på 4. og 7. trinn vart det identifisert både kvalitetat som er felles for dei to klassetrinna og kvalitetar som viser skilnad. Sektordiagramma i Figur 8 og Figur 29 viser korleis elevtekstane er fordelt på dei ulike nivåa til Balacheff. Denne informasjonen kan seia noko generelt om kvalitetar ved elevane sine argumenterande tekstar, og kva elevane bruker som argument for å grunngje ein matematisk påstand.



Figur 9: Resultat av nivåinndeling på 4. trinn



Figur 29: Resultat av nivåinndeling på 7. trinn

Som ein ser i Figur 8 og Figur 29 inneheld dei tre midtarste, nivåa: naiv empirisme, det avgjerande eksperiment og det generiske dømet, ein omtrentleg like stor del av elevtekstane. 49 % av elevtekstane på 4. trinn og 44 % av elevtekstane på 7. trinn blir kjenneteikna av naiv empirisme, 2 % på 4. trinn og 3 % på 7. er kategorisert som det avgjerande eksperiment og 17 % på 4. trinn og 18 % på 7. trinn som det generiske dømet.

På det lågaste og høgaste nivået kjem skilnadane fram. På det fjerde nivået, tankeeksperimentet, kjem det til syne ein tydeleg skilnad mellom kor stor del av elevtekstane som blir kjenneteikna av det. På 4. trinn utgjer tankeeksperimentet 5 % (tre elevtekstar) og på 7. trinn utgjer det 17 % (ti elevtekstar). Frekvensen av ikkje-matematiske argument utgjer òg ein tydeleg skilnad. Det er i dette nivået det er størst sprik mellom dei to klassetrinna. På 4. trinn utgjer dette nivået 27 % (16 elevtekstar), medan på 7. trinn er det berre 3 % (2 elevtekstar) som blir kjenneteikna av at dei har ein ikkje-matematiske argumentasjon. I tillegg kan ein sjå ein skilnad på dei elevtekstane som ikkje let seg kategorisera med utgangspunkt i nivåa som fungerte som analyseverktøy. Medan det var nokså uproblematisk å kategorisera elevtekstane på 4. trinn, so oppsto det større utfordringar med elevtekstane på 7. trinn. Det siste nivået som blir presentert som ein spørsmålsteikn oppsto då 9 elevtekstar på 7. trinn (15 %) var utfordrande å plassera i eit nivå.

Toulmin

I næranalyse av elevtekstar innan i dei ulike nivåa kan ein sjå skilnadar mellom klassetrinna som ikkje kjem til syne i oversikta over sjølve nivåinndeling. Det fyrste ein kan merka seg er at elevtekstane på 7. trinn er lengre enn elevtekstane på 4. trinn. Dette går igjen i alle nivå. Lengda på elevtekstane kan ikkje i seg sjølv seia noko om den matematiske argumentasjonen, men det kan indikera at elevtekstane på 7. trinn presenterer informasjon som ein ikkje finn i elevtekstane på 4. trinn.

Til dømes på naiv empirisme er elevtekstane på 4. trinn stort sett korte og satt saman av ein påstand og eit eller fleire tilfeldige eller passande addisjonsstykke, utan at det blir presentert ein heimel eller gjeve noko meir detaljert informasjon. Elevtekstane på 7. trinn skil deg frå dette ved at tekstane er lengre og inneheld meir enn berre påstand og eit eller fleire addisjonsstykke. I tillegg til ein påstand og addisjonsstykke, så er det i større grad presentert ein skriftleg heimel i argumentet. Sjølv om ikkje heimelen har påverknad for kva nivå eleveteksten plasserast i, kan den likevel utvida argumentet og gje informasjon om korleis eleven tenker eller arbeidar med å argumentera for ein matematisk påstand.

5. Diskusjon

Formålet med denne studien er å søka innsikt i ulike kvalitetar ved elevar sine skriftlege argument. Gjennom elevtekstane som vart samla inn på 4. og 7. trinn har eg fått mykje informasjon om elevane sine skriftlege argument på dei to klassetrinna. Ulike kvalitetar har vorte identifisert ved Balacheff (1988) og Toulmin (2003) som analyseverktøy. I dette kapittelet vil analyse av desse tekstane bli tatt i bruk for å diskutera oppgåva si problemstilling:

Kva kvalitetar kan ein identifisera ved elevar sine skriftlege argument i matematikk på 4. og 7. trinn?

Resultat frå analysane blir diskutert og elevtekstane blir sett på i lys av tidlegare forsking som omhandlar skriving i matematikk, matematisk argumentasjon i grunnskulen og korleis dei argumenterande tekstane kan ha vorte påverka av dei sosiomatematiske normer som allereie var etablert i klassane. Denne diskusjonen tek utgangspunkt i resultat frå analyse på både 4. og 7. trinn.

5.1. Skriving i matematikk

Tidlegare forsking viser at matematisk argumentasjon ofte blir knytt til dei høgare klassetrinna (Hovik & Solem, 2013; Hinna, Rinvold & Gustavsen, 2012), og at argumenterande skriving er ein sjanger som blir arbeida lite med i matematikkundervisinga (Meaney et al., 2012). Den same erfaringa vart gjort i denne studien, då fleire av matematikklærarane presiserte for meg i forkant av datainnsamlinga at dette var ein ukjent måte for elevane å arbeida på i matematikk. I diskusjon av elevtekstane bør det difor bli tatt i etterretning at dette var ein ukjent arbeidsmåte for elevane, og det kan ha vore med på å påverka elevtekstane som vart produsert. I datainnsamlinga vart det overhøyrt ein samle mellom to elevar. ”Det føles ut som vi har norsk”, sa den eine eleven medan dei sat å arbeida med den skriftlege oppgåva. Innhaldet i denne elevytringa kan gje informasjon om at elevane ikkje var vane med å skriva lengre tekstar i matematikkundervisinga. Dette er funn som kan sjåast i samanheng med det Maagerø og Skjelbred (2010) skriv om at realfagslærarar har erfaring med at elevar vegrar seg for å skriva lengre tekstar i realfaga. Dersom elevar ikkje blir eksponert for matematikkoppgåver der det er forventa at dei skal skriva lengre matematiske tekstar på barneskulen, så er det sannsynleg at dei ikkje får opparbeida seg erfaringar med, og slik blir fortruleg med denne arbeidsforma når dei kjem opp på dei høgare klassetrinn. Å gje elevar erfaring med skriftleg argumentasjon i matematikk er difor viktig for å gje dei robuste kontoar av matematiske resonnement (Moskal & Magone, 2000).

5.2. Kvifor er så mange tekstar kategorisert på dei lågaste nivåa?

I kategorisering av elevtekstan fann ein at naiv empirisme utgjorde i underkant av 50 % av elevtekstane på både 4. og 7. trinn. I tillegg vart 27 % av elevtekstane på fjerde trinn kategorisert som ikkje-matematisk argumentasjon. Det kan vera ulike årsaker til at så mange elevtekstar blir kategorisert på dei to lågaste nivåa, ikkje-matematisk argumentasjon og naiv empirisme. Med utgangspunkt i at det berre er gjennomført ei argumenterande oppgåve med kvar av klassane og at eg som forskar hadde relativt liten kjennskap til både elevane og kva undervisningsform som pleier å bli praktisert i matematikktimane, vil det ikkje vera mogeleg å slå fast med sikkerheit kva som ligg til grunn for resultatet. I dei komande avsnitta er det likevel diskutert mogelege forklaringar på dette opp mot tidlegare forsking.

5.2.1. Svar i fokus

I dei ikkje-argumenterande elevtekstane blir det berre presentert ein påstand utan eit belegg. Det kan likevel tenkast at elevane har tatt i bruk eit belegg for å trekka påstanden, men at dette ikkje blir eksplisitt formidla i teksten. Argumentet tilfredsstiller difor ikkje kravet Toulmin (2003) stiller til eit argument, at det minst må innehalda ein påstand og eit belegg.

Sidan det ikkje blir presentert eit belegg i elevtekstane som er kategorisert som ikkje-matematisk argumentasjon, kan det sjå ut som at svaret er i fokus. Både i dei skriftlege tekstane og i observasjon av elevane, kom det fram at elevane var tilfreds med teksten sin når dei hadde presentert ein korrekt påstand. I klasserommet kom dette fram ved at elevane gjerne ønska å levera inn teksten når dei hadde kome fram til om svaret vart eit partal eller eit oddetal. I dei skriftlege elevtekstane kan dette fokuset på svaret, bli tolka ut frå at eleven berre presenterer ein påstand eller at eleven i tekstane gav grunngjevingar som ”jeg bare vet det” eller ”jeg er sikker fordi jeg har lært det”. I slike tekstar kjem det ikkje fram at eleven viser interessa eller synes det er naudsynt å utdjupa svaret sitt noko nærmare. Ei forklaring på at belegget, til dømes addisjonsstykker, ikkje blir presentert i teksten kan vera at eleven fann resultatet så naturleg at dei ikkje såg det naudsynt utdjupa det noko meir i teksten.

5.2.2. Konkrete døme er meir overtydande

Både elevtekstane på naiv empirisme og det avgjerande eksperiment argumenterer ved bruk av konkrete døme. Kva som er grunnen til at så mange av elevtekstane både på 4. og 7. trinn innehar ein argumentasjon som er kjenneteikna av naiv empirisme er vanskeleg å slå fast med sikkerheit, men likevel interessant å diskutera. Ei mogeleg forklaring kan vera det Hovik og Solem (2016) skriv om at elevane opplever argumentasjons ved bruk av enkeltdøme meir overtydande enn argumentasjon som baserer seg på generaliseringar. Elevane får konkrete døme å forholda seg til når dei argumenterer ved bruk av eit eller fleire addisjonsstykke som bekreftar påstanden. I tillegg kan det verka meir overtydande for elevane, då dei har eit konkret tilfelle å forholda seg til. Det krev mindre av tenkinga til elevane ein argumentasjon som generaliserer eigenskapen til tala, då ei generalisering krev at eleven reflekterer over det dei held på med (Hana, 2014, s. 83).

5.2.3. Klassane sine sosiomatematiske normer

Det vil òg vera sannsynleg at dei sosiomatematiske normene har vore med på å forma dei argumenterande tekstane som vart samla inn. Sosiomatematiske normer inneber blant anna korleis det blir arbeida i matematikk og kva som blir sett på som gode løysingar (Yackel & Cobb, 1996), og vil difor påverka korleis elevane arbeida med den argumenterande oppgåva. I oppgåva elevane arbeida med låg fokuset på å grunngje den matematiske påstanden, ikkje i påstanden i seg sjølv. Dersom elevane er vane med å arbeida med oppgåver der fokuset er å koma fram til riktig løysing på oppgåva, kan dette ha vore med på å påverka at så mange elevtekstar inneheld ein argumentasjon der det kan sjå ut som svaret, det som i Toulmin sin modell blir omtala som påstand, er i fokus. Når svaret er i fokus kan ein risikera at argumentasjonen rundt sanninga av påstanden blir mindre prioritert. Ei oppgåve som ber elevane skriva ein tekst der dei argumenterer for ein matematisk påstand, kan då utfordra dei sosiomatematiske normene som eksisterer i klassen. Dette mogelegvis ha gjort elevane usikre på kva løysing som var forventa av dei.

5.3. Utvikling frå 4. til 7. trinn

I både 4. og 7. klasse var det flest elevtekstar som vart kategorisert som naiv empirisme. Opp mot 50 % av elevane argumenterte for påstanden sin ved bruk av nokre tilfeldige addisjonsstykke. At elevar gjerne baserer argumentasjonen sin på nokre få addisjonsstykke samsvarer med det Ball referert i Balacheff (1988) fann i ein studie, der 25 % av femtenåringar baserte løysinga si på nokre få døme.

Dersom ein ser denne studien av 4.- og 7. klassingar i samanheng med studien av femtenåringar som Balacheff refererer til, kan ein sjå nokre tendensar til at ein stadig mindre del av elevtekstane innehar kvalitetar frå naiv empirisme etter eldre dei blir. Frå 4. til 7. trinn kan ein sjå ei utvikling der dei argumenterande elevtekstane bevegar mot høgare nivå. Med utgangspunkt i studien til Ball referert i Balacheff (1988) av femtenåringar kan det sjå ut som denne utviklinga fortsett, då resultat av den viser at andelen som er kategorisert som dette nivået er langt mindre enn det eg fann i denne studien.

5.4. Oppgåveformuleringa si påverknad på elevtekstane

I utforming av oppgåveteksten vart det teke nokre val som kan ha påverka elevtekstane som dannar bakgrunn for å analysera og diskutera studien si problemstilling. I dei følgande avsnitta er to av elementa i oppgåveteksten diskutert.

5.4.1. Naiv empirisme i oppgåveformuleringa

Oppgåveformuleringa kan ha vore med på å påverka korleis elevane svara på den argumenterande oppgåva. I introduksjonen i oppgåveteksten vart det gjeve døme på kva som skjer dersom ein adderer to partal. Dette blir vist med bruk av tre vilkårlege addisjonsstykke. Dette dømet var meint som ein inspirasjon for elevane og hjelp til å koma i gang med oppgåva. I ettertid kan ein likevel diskutera om dette var heldig. Dette kan ha vore med på å påverka at så mange elevtekstar blir kjenneteikna av naiv empirisme. Dersom elevane er vane med å arbeida med oppgåver der det fyrst blir presentert ein metode for deretter at elevane skal løysa tilsvarande oppgåver ved bruk av same metode vil ei slik arbeidsform fort bli overført i ei slik oppgåve som dette. Det kan òg tenkast at nokre elevar har sett på dette døme som ei korrekt løysing og derfor overført det i si eiga løysing.

5.4.2. Figurrepresentasjonar i oppgåveformuleringa

Det som kjenneteiknar elevtekstane på det generiske dømet er at dei presenterer ein figurrepresentasjon av addisjon av partal og oddetal eller av to oddetal. Figurrepresentasjonane visualiserer partal og oddetal på tilsvarande måte som det blir gjort i oppgåveteksten. Det kan difor vera sannsynleg at elevane har latt seg inspirera av figurane i oppgåveteksten. Hensikta med å presentera ei visualisering av oddetal og partal i oppgåveformuleringa var å introdusera elevane for nokre hjelpemiddel som dei kunne ta i bruk dersom dei fann det hensiktsmessig. Dette vart gjort med bakgrunn i at blant anna Barwise og Etchemendy (1996) argumenterer for at visuelle representasjonar kan vera til hjelp for elevane i slike oppgåver. Det er stort sett i elevtekstar som er kategorisert som det generiske dømet som tek i bruk denne visualiseringa av partal og oddetal i argumentasjonen sin. Sjølv om det vart framstilt eit apparat som elevane kunne ta i bruk i løysinga si dersom dei fann det hensiktsmessig, så har elevane på det generiske dømet forstått og brukt dette apparatet sjølvstendig i elevteksten sin. Kjenneteikn på det generiske dømet i denne studien, at det blir tatt i bruk figurrepresentasjonar. Dette samsvarar med det Petersen og Tvete (2010, s. 22) skriv om det generiske dømet.

5.5. Diskusjon av oppgåva sitt analyseverktøy i møte med samansette elevtekstar

I analyse av elevtekstane på 7. trinn oppstod det utfordringar med å kategorisera enkelte av tekstane. Desse tekstane er kjenneteikna ved at argumentasjonen er samansett slik at det ikkje kjem tydeleg fram kva nivå den høyrer til. "Å bygge opp ein heilskapleg argumentasjon omkring komplekse samanhengar" (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 4), blir skildra som målet for skriving som grunnleggande ferdigheit i matematikk. I analyse av elevtekstane fann eg at dei meir komplekse elevtekstane vanskeleg let seg kategorisera i eit bestemt nivå, då den argumenterande teksten gjerne inneheldt kvalitetar frå fleire nivå i tillegg til at dei gjekk utover dei skildringane som vart gjeve for nivåa. Ei av styrkene til skriftlege aktivitetar er i følgje Dysthe et al. (2010) nettopp det ein tenkjer og lærer gjennom aktiviteten. At nokre av elevtekstane bevegar seg mellom fleire nivå kan ut frå dette vera eit resultat av sjølve skriveaktiviteten, der nye tankar blir utvikla undervegs i prosessen.

Det kan då vera naturleg å stilla spørsmålet: er det hensiktsmessig å kategorisera elevtekstar etter fastsette nivå, når samansette og komplekse argument gjere er utfordrande å kategorisera? Eg meiner dette er eit spørsmål det ikkje går an å svara verken ja eller nei på. Sidan det kan identifiserast ulike kvalitetar ved dei skriftlege elevtekstane innan eit og same nivå, kan ein gå glipp av kvalitetar i argumentasjonen dersom ein er for oppteken av å kategorisera elevtekstane etter nivå. Det er difor viktig at nivåinndelinga i seg sjølv ikkje er eit mål, men at den kan bidra til å gje innsikt i argumentasjonen til elevane. Å analysera og kategorisera skriftlege argument kan slik bidra til at lærarar blir meir medviten om ulike kvalitetar ved elevane sine argumenterande tekstar. Dette kan bruk av Toulmin sin modell òg bidra til, då den studerer kva element enkeltargument er satt saman av.

5.5.1. Toulmin sin modell som støtte i utvikling av argumenterande matematikk-oppgåver

I tillegg til å analysera enkeltargument kan Toulmin sin modell bli brukt for å skapa medvit om kva oppgåver elevar arbeider med i matematikk. Med bakgrunn i det Krummheuer (2007, s, 65) skriv om at elevar stort sett berre framstiller belegg og påstand ved mindre dei blir utfordra på det, kan kunnskap om Toulmin sin modell vera til hjelp for å utarbeida oppgåver og formulera spørsmål som meir eksplisitt utfordrar og oppfordra elevar til å framstilla meir komplekse argument. Komplekse argument inneheld gjerne ein heimel og ei ryggdekking i tillegg til ein påstand og eit belegg. Kunnskap om modellen og medvitne tankar om kva ein spør etter når ein utformar oppgåver for elevar, kan vera nyttig for matematikklærarar i arbeid med å utvikla elevar sin argumentasjon. Som ein ser i resultata førekjem det inga form for styrkemarkør og innvending i elevane sine argument. Å vera medviten på kva funksjon desse elementa har i elevane si utvikling og sjå verdien av at elevane stiller seg kritiske eller spørjande til matematiske påstandar og til å utfordrar svara dei har fått, kan bidra til at elevane ser meininga med å diskutera og argumentera i matematikk. Som lærar kan kunnskap om nivåkategorisering og analyse av enkeltelement bidra til at ein blir meir medviten om korleis ein arbeidar og legg til rette for arbeid med argumentasjon i matematikkundervisinga.

5.6. Skriftlege argumenterande oppgåver sitt potensiale

I resultat av datamaterialet ser ein at ein finn kvalitetar på mange ulike nivå i elevtekstane. I ein klasse vil det vera naturleg at elevane har ulike ferdigheiter og evner i matematikk. Til tross for at elevane er på ulike nivå, klarer alle elevane å arbeida matematisk med oppgåva. Nokre elevar presenterer ein matematisk påstand utan noko nærmare utdjuping, medan andre elevar skiv ein kompleks argumentasjon i arbeida med den argumenterande oppgåva. Resultata frå denne studien viser at arbeid med denne type oppgåver kan bidra til tilpassa opplæring i matematikk, då det opnar opp for at elevar kan argumentera på ulike nivå. I likskap med Røskeland et al. (Til fagfellevurdering) fann denne studien at matematiske skriving som går utover det å berre presentera aritmetiske reknestykke opnar opp for at elevane kan ta i bruk sitt matematiske vokabular.

6. Avslutning

I denne studien har det vorte undersøkt kva kvalitetar ein kan identifisera i argumenterande elevtekstar skrive av elevar på 4. og 7. trinn. Elevane fekk i oppgåva å argumentera for kva som skjer dersom ein adderer to oddetal og kva som skjer dersom ein adderer eit oddetal og eit partal. I desse oppgåvene vart det lagt vekt på å argumentera for kvifor svaret stemmer. Dei innsamla elevtekstane har vorte brukt som utgangpunkt for å analysera og diskutera problemstillinga.

For å identifisera kvalitetar ved elevane sine skriftlege argument har Balacheff (1988) og Toulmin (2003) vorte tatt i bruk som analyseverktøy. Dette har gjeve innsikt i argumentasjon både på klassenivå og på enkeltargumentsnivå. Ved bruk av Balacheff kan ein kategorisera elevtekstane etter nivå og slik danna eit bilete over kvalitetar som kjenneteiknar dei argumenterande tekstane på klassenivå. For å identifisera kvalitetar ved enkeltargumenta har Toulmin sin modell vorte teke i bruk. Denne modellen bidrog til å tydeleggjera struktur og innhald i dei skriftlege argumenta.

I tillegg til å seia noko om kva kvalitetar som kjenneteiknar elevane sine skriftlege argument på klassenivå på 4. og 7. trinn, så fann ein i denne studien at det innan i same nivå kan identifiserast ulike kvalitetar ved elevtekstane. Nokre elevar presenterer akkurat det som er tilstrekkeleg for å kunna plasserast i det gitte nivået, medan andre elevar går langt utover nivåetskildringa i argumentasjonen sin. I tillegg til å identifisera kva kvalitetar som kjenneteiknar elevar sin argumentasjon, såg ein i denne studien at argumenterande oppgåver der elevane kan arbeida på ulike nivå, kan bidra til å tilpassa undervisinga, då elevane svarer ut frå sine føresetnadar.

6.1. Vegen vidare

Resultata i studien kan gje ein peikepinn på argumenterande skriving på dei to klassetrinna. Det er likevel viktig å merka seg at elevtekstane som er samla inn ikkje er representative for alle 4. og 7. klassar. Grunna omfanget av denne studien har det berre vorte samla inn elevtekstar frå ei argumenterande oppgåve. Sidan utvalet ikkje er representativt og det berre vart gjennomført datainnsamling av ei oppgåve, kan det vera relevant og interessant å gjennomføra fleire liknande studiar på dei same klassetrinna, men òg på andre klassetrinn på barneskulen, for å sjå resultata opp mot kvarande.

Resultatet frå denne oppgåva kan blant anna ha vore påverka av at dette var ein ukjent måte å arbeida på for elevane. Med bakgrunn i at det tek tid å innføra nye sosiomatematiske normer i ein klasse, kunne det vore interessant å gjennomført ei studie som gjekk over lengre tid, for å sjå korleis elevar argumenterer skriftleg dersom dei får trening og erfaring med denne arbeidsforma. Ei aksjonsforskingsinspirert studie kunne vore aktuelt å ta i bruk for å undersøka korleis elevar er i stand til å argumentera over matematiske påstandar dersom argumentasjon blir lagt vekt på i klassen og dei får trening i denne arbeidsforma. I ein slik studie kunne det vore aktuelt å tatt i bruk både det Wille (2017) skildrar som imaginære dialogar og andre typar skriftleg argumenterande oppgåver. Ved bruk av ein slik metode kan elevane både få erfaring med å skriva lengre matematiske tekstar i tillegg til at dei blir utfordra til å argumentera for eit gitt matematisk problem.

Litteraturlista

Aarø, L. E. (2007). *Fra spørreskjemakonstruksjon til multivariat analyse av data: En innføring i survey-metoden* (2. utg.). Henta frå http://bora.uib.no/bitstream/handle/1956/2461/hemilrapport2007_2.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Backe-Hansen, E. & Frønes, I. (2012). Innledning, hvordan forske på og med barn og unge?. I E. Backe-Hansen & I. Frønes (Red.), *Metoder og perspektiver i barne- og ungdomsforskning* (s. 11-32). Oslo: Gyldendal akademisk.

Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils´ practice of school mathematics. I D. Pimm (Red.), *Mathematics, Teachers and Children* (s. 216-230). London: Hodder and Stoughton.

Balacheff, N. (1991). The benefits and limits of social interaction: The case of mathematical proof. I A. J. Bishop, S. Mellin-Olsen & J. van Dormolen (red.), *Mathematical knowledge: Its growth through teaching* (s. 173-192). Dordrecht: Kluwer Academic Publichers.

Barwise, J. & Etchemendy J. (1996). Visual Information and Valid Reasoning. I G. Allwein & J. Barwise (Red.), *Logical Reasoning with Diagrams* (s. 3-25). New York: Oxford University Press.

Berge, K. L. & Skar, G. (2015). *Ble elevene bedre skrivere? Intervernsjonseffekter på elevers skriveferdigheter og skriveutvikling*. (Rapport 2). Henta frå http://www.uio.no/studier/emner/uv/ils/PPU3220/h16/ble-elevene-bedre-skrivere.pdf

Bjørndal, C. R. P. (2017). *Det vurderende øyet. Observasjon, vurdering og utvikling i pedagogisk praksis* (3. utg.). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6.utg.). London: Routledge

Dysthe, O. & Hertzberg F. (2014). Skriveopplæring med vekt på prosess og produkt. I K. Kverndokken (Red.), *101 skrivegrep – om skriving, skrivestrategier og elevers tekstskaping* (s. 13-35). Bergen: Fagbokforlaget: Landslaget for norskundervisning

Dysthe, O., Hertzberg, F. & Hoel T. L. (2010). Skrive for å lære. Skriving i høyere utdanning. (2. utg.). Oslo: Abstrakt forlag.

Enge, O. & Valenta, A. (2011). Argumentasjon og regnestrategier. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning* 22(4). 27-32.

Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder.* Bergen: Fagbokforlaget.

Hana, G. M. (2014). *Matematiske tenkemåter.* Caspar Forlag: Bergen.

Hinna, K., Rinvold, R. A. & Gustavsen, T. S. (2012). *QED 1-7 : Matematikk for grunnskolelærerutdanningen : B. 1* (Vol. B. 1). Kristiansand: Høyskoleforl.

Hovik, E. K & Solem, I. H. (2013). Argumentasjon, begrunnelse og bevis på barnetrinnet. I I. Pareliussen (Red.), *Proceedings of FoU i praksis 2012.* Trondheim: Akademika.

Hovik, E. K. & Solem, I. H. (2016). Bevis og generalisering i skolen – utfordringer og muligheter. I E. K. Hovik & B. Kleive (Red.), *Undervisningskunnskap i matematikk* (s. 46-60). Oslo: Cappelen damm akademisk.

Jakobsson-Åhl, T. (2011). Hvordan forklarer elever sin oppgaveløsning i matematikk? I K. H. Flyum & F. Hertzberg (Red.), *Skriv i alle fag! Argumentasjon og kildebruk i videregående skole* (s. 99-113). Oslo: Universitetsforlaget.

Kjørup, S. (2008). *Menneskevidenskaberne 2: Humanistiske forskningstradisjoner* (2. utg.), Frederiksberg: Roskilde Univeritetsforlag.

Kolstø, (2010). Forord. I E. Maagerø & D. Skjelbred. *De mangfoldige realfagstekstene. Om lesing og skriving i matematikk og naturfag* (s. 5-8). Bergen: Fagbokforlaget.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. I P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), The emergence of mathematical meaning making: Interaction in classroom culture (s. 229-270). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom: Two episodes and related theoretical abductions. *The Journal of Mathematical Behavior, 26*(1), 60-82. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.02.001

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2012). *Det kvalitative forskningsintervju* (2. utg). Oslo: Gyldendal Akademisk

Lekaus, S. & Askevold, G. A. (2014). Matematisk argumentasjon gjennom "imaginære dialoger". *Tangenten – Tidsskrift for matematikkundervisning*, 25(4.), 12-17.

Maagerø, E. & Skjelbred, D. (2010). *De mangfoldige realfagstekstene. Om lesing og skriving i matematikk og naturfag*. Bergen: Fagbokforlaget.

Meaney, T. (2007). Weighing up the influence of context on judgements of mathematical literacy. *International Journal of Science and Mathematical Education,* (5)4, 681-704

Meaney, T., Trinick, T. & Fairhall, U. (2012). *Collaboration to meet language challenges in Indigenous mathematics classrooms*. New York: Springer

Moskal, B. M. & Magone, M. E. (2000) Makin Sense og What Students Know: Examining the Referents, Relationships and Modes Students Displayes in Response to a Decimal Task. *Educational Studies in Mathematics*, 43(3), 313-335.

Møller, J, Prøitz T. S. &Aasen, P. (2009). *Kunnskapsløftet – tung bør å bære. Undervisningsanalyse av styringsreformen i skjæringspunkt mellom politikk, administrasjon og profesjon.* RAPPORT 42/2009.

Norm. (u. å). *Skrivehandlinger og skriveoppgaver*. Henta frå http://www.gyldendal.no/content/download/97759/1934071/file/Skrivehandlinger%20%20skriveoppgaver.pdf

NTNU. (u. å). *Normprosjektet. Developing national standards for the assessment of writing – a tool for teaching and learning.* Henta frå http://norm.skrivesenteret.no

Olsen, H. Ø. & Aaskland, M. (2013). *Læringspartner, underveisvurdering i praksis*. Oslo: Pedlex.

Opsal, H. (2013). *Bruk av elevbøker i matematikk på ungdomssteget: ein kasusstudie* (Doktoravhandling). Universitetet i Agder, Kristiansand.

Petersen, V. B. & Tvete, K. S. (2010). *I tallenes verden*. Bergen: Caspar Forlag

Rangnes, T. E. (2012). *Elevers matematikksamtaler. Læring i og mellom praksiser* (Doktoravhandling). Universitetet i Agder, Kristiansand.

Ruyter, K. W. (2003). Forskningsetikkens spede begynnelse og tilblivelse: beskyttelse av enkeltpersoner og samfunn. I K. W. Ruyter (Red.), *Forskingsetikk. Beskyttelse av enkeltpersoner og samfunn* (s. 17-38). Oslo: Gyldendal Akademisk

Røskeland, M., Ulland, G. & Herheim, R. (Til fagfellevurdering). Språk teller. Om hvordan elever løser, tenker rundt g skriver om et regnestykke.

Shield, M., & Galbraith, P. (1998). The analysis og students expository writing in mathematics. *Educational Studies in Mathematics.* (36)1, 29-52. Henta frå https://link-springer-com.galanga.hvl.no/article/10.1023/A%3A1003109819256#citeas

Simosi, M. (2003). Using Toulmin's Framework for the Analysis of Everyday Argumentation: Some Methodological Considerations. *Argumentation, 17*(2), 185-202. doi:10.1023/a:1024059024337

Skrivesenteret & Høgskolen i Sør-Trøndelag. (2017). Teoretisk bakgrunnsdokument for arbeid med skriving på ungdomstrinnet. Rammeverk for skolebasert kompetanseutvikling på ungdomstrinnet 2013-2017. Vedlegg 4. Henta frå https://www.udir.no/Upload/Ungdomstrinnet/Rammeverk/Ungdomstrinnet_Bakgrunnsdokument_skriving_vedlegg_4.pdf?epslanguage=no

Skrivesenteret. (2014). *Normprosjektet*. Henta frå http://www.skrivesenteret.no/ressurser/normprosjektet/

Solheim, R. & Matre, S. (2014). Forventninger om skrivekompetanse. Perspektiver på skriving, skriveopplæring og vurdering i "Normprosjektet". *Viden om Læsning* 2014 (15), s. 76-89. Henta frå http://norm.skrivesenteret.no/wp-content/uploads/2014/03/videnom_15_8.pdf

Stylianides. A. J. (2009). Breaking the Equation 'Empirical Argument = Proof '. *Mathematics Teaching*, 213, 9-14.

Stylianou, D. A., Blanton, M. L., &Knuth, E. J. (2009) (Red.), Teaching and learning Proof across the Grades. New York: Routledge.

Svennevig, J. (2013). *Samtalesekven*. Henta frå https://snl.no/samtaleanalyse

Tangen, R. (2010). «Beretninger om beskyttelse». Etiske dilemmaer i forskning med sårbare grupper – barn og ungdom. *Norsk pedagogisk tidsskrift*,94(4), s. 318-329.

Tjora, A. (2017). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (3. utg). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Toulmin, S. (2003). *The uses of argument* (Oppdatert utg.). Cambridge: Cambridge University Press.

Universitetet i Bergen & Språkrådet. (2018a). *Bokmålsordboka | Nynorskordboka.* Henta frå https://ordbok.uib.no/perl/ordbok.cgi?OPP=konklusjon&ant_bokmaal=5&ant_nynorsk=5&begge=+&ordbok=begge

Universitetet i Bergen & Språkrådet. (2018b). *Bokmålsordboka | Nynorskordboka.* Henta frå https://ordbok.uib.no/perl/ordbok.cgi?OPP=påstand&ant_bokmaal=5&ant_nynorsk=5&begge=+&ordbok=begge

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)*. Henta frå: https://www.udir.no/kl06/MAT1-04.

Utdanningsdirektoratet (2014). *Skriving som grunnleggende ferdighet*. Henta frå https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/skriving/skriving-som-grunnleggende-ferdighet/skriving-som-grunnleggende-ferdighet2/

Utdanningsdirektoratet. (2017a). *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter*. Henta frå https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/rammeverk/

Utdanningsdirektoratet. (2017b). *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter: å kunne skrive som grunnleggende ferdighet*. Henta frå https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/2.5-a-kunne-skrive/

Weber, K., Maher, C., Powell, A., & Lee, H. S. (2008). Learning Opportunities from Group Discussions: Warrants Become the Objects of Debate. Educational Studies in Mathematics, 68(3), 247-261.

Wille, A. (2017). Imaginary Dialogues in Mathematics Education. *Journal für Mathematik-Didaktik.* (38)1, 29-55.

Wille, A. (2011). Activation of inner mathematical discourses of students about fraction with help of imaginary dialogues: A case study. B. Ubuz (Red.), *Proceedings of the 35re confererence of the international group of the phycology of mathematics education, July 10.-15,* 3(4), 417-424.

Wille, A. & Boquet, M. (2009). Imaginary dialogues written by low-achieving students about origami: A case study. I M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & C. Sakonidis (Red.), *Proceedings of the 33rd Confer- ence of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,*33(5), 337-344. Thessaloniki, Greece: PME.

Wæge, K. (2007). Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning. Doktoravhandling, Institutt for matematiske fag, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, Trondheim.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458–477.

Vedlegg I: Elevoppgåva

Partall og oddetall - addisjon

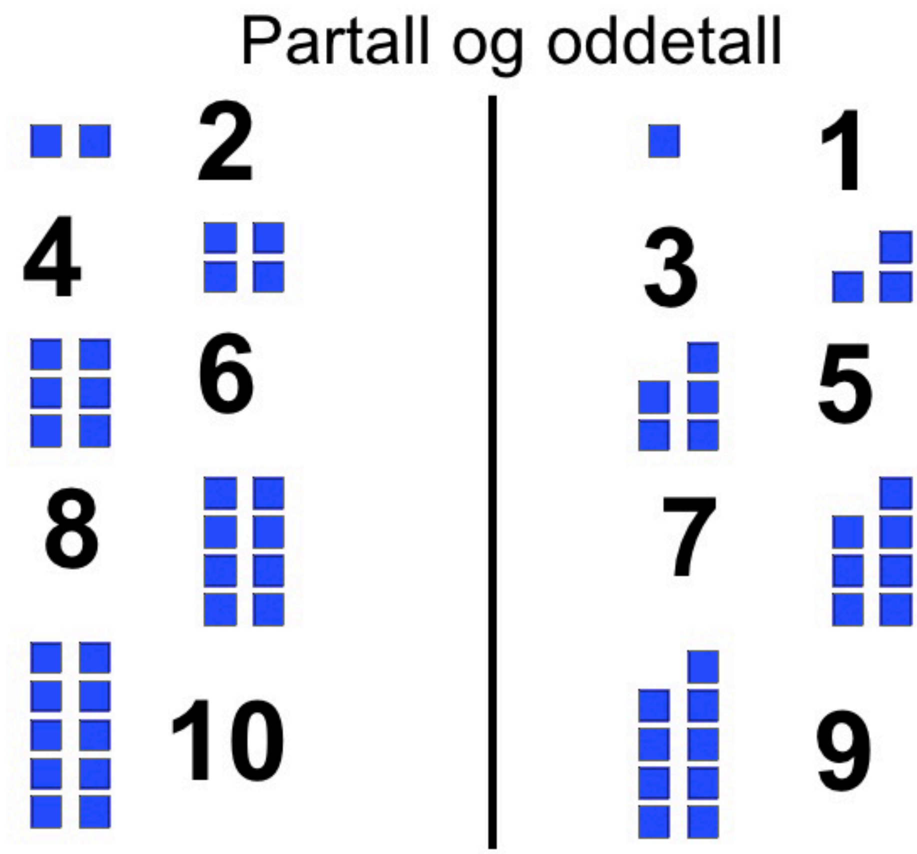
Når du adderer to partall får du alltid et nytt partall.

For eksempel. 2+2=4 8+22=30 42+116=158

- Hva skjer når du adderer to oddetall?
- Hva skjer når du adderer et oddetall med et partall?

Skriv en tekst til læreren din der du forklarer hva du finner ut og hvorfor det er slik?
Hvordan kan du være sikker på at det du har funnet ut stemmer?

Du kan gjerne bruke tegning når du forklarer.



Vedlegg II: Samtykkeskjema

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

Argumenterende skriving på barneskolen

– En analyse av elevers argumenterende matematikktekster på 4. og 7. trinn

Bakgrunn og formål
Dette forskningsprosjektet er en masterstudie ved Høgskolen på Vestlandet. Formålet med prosjektet er å få innsikt i hvordan elever på 4. og 7. trinn argumenterer skriftlig i matematikk.
Med bakgrunn i dette ville det vært til stor nytte for meg å få tilgang til autentiske elevtekster som er skrevet av elever på disse klassetrinnene.

Siden datainnsamlingen blir hentet fra den ordinære undervisningen kreves det ikke noe ekstra arbeid for elevene å delta i dette forskningsprosjektet.

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Både navn på skole og navn på elever vil bli anonymisert i masteroppgaven, og det vil ikke være mulig å spore de ulike tekstene tilbake til elevene. Elevtekstene vil kun bli brukt i dette forskningsprosjektet som etter planen avsluttes mai 2018. Det er kun jeg og mine veiledere som vil ha tilgang til elevtekstene i denne perioden.

Frivillig deltakelse
Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli slettet.

Dersom du har spørsmål til studien, ta kontakt med student Frida Kvarme Ure, 142861@stud.hvl.no, 90676897 eller veiledet Toril Eskeland Rangnes, tera@hvl.no, 55585711

Samtykke til deltakelse i studien

Navn på elev: ___________________________________
Jeg samtykker til at elevtekster hentet fra den ordinære undervisningen kan bli brukt i dette forskningsprosjektet:

JA _____

NEI _____

Jeg har mottatt informasjon om studien.

--- --
(Signert av foresatte, dato) (Signert av elev)