Høgskulen på Vestlandet

M120UND509: Masteroppgave

M120UND509

Predefinert informasjon

Startdato:	03-05-2018 10:26	**Termin:**	2018 VÅR
Sluttdato:	15-05-2018 14:00	**Vurderingsform:**	Norsk 6-trinns skala (A-F)
Eksamensform:	Masteroppgave	**Studiepoeng:**	45
SIS-kode:	203 M120UND509 1 MG 2018 VÅR		
Intern sensor:	Ragnhild Hansen		

Deltaker

Kandidatnr.: 108

Informasjon fra deltaker

Tro- og loverklæring *: Ja

Jeg godkjenner avtalen om publisering av masteroppgaven min *

Ja

Høgskulen på Vestlandet

MASTEROPPGAVE

«Jeg skjønner ikke helt, kan vi ikke bare gjøre matte?»

En studie av elevers arbeid med problem posing

«I don't get it, can't we just do math?»

A study of students engagement with problem posing

Miriam Ezzari

Master i undervisningsvitenskap – fordypning i matematikkdidaktikk
Fakultet for lærerutdanning, kultur og idrett (FLKI)
Veiledere: Rune Herheim og Suela Kacerja

15. mai, 2018

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 10

Forord

Denne oppgaven markerer slutten på min femårige lærerutdanning ved Høgskulen på Vestlandet, det som het Høgskulen i Bergen da jeg begynte. Det føles stort å endelig kunne sette punktum for denne delen av livet, og jeg er spent på hva fremtiden vil bringe.

Å skrive en oppgave om noe tidligere ukjent for meg, nemlig problem posing, har vært ekstremt lærerikt, og gitt mye verdifull kunnskap som jeg tar med meg videre inn i yrkeslivet. Jeg må få takke forelesere som har introdusert mindre tradisjonelle undervisningsaktiviteter som problem posing, det har gitt motivasjon for å stille spørsmål rundt egen undervisning i praksisperioder, men også med tanke på den fremtidige jobben som lærer.

Jeg vil takke lærere og elever på i klassen hvor jeg samlet inn data. Takk for at dere åpnet dørene, stilte opp, og ga oss fritt spillerom.

Jeg vil rette en stor takk til mine veiledere Rune Herheim og Suela Kacerja. Dere har gitt meg den veiledningen jeg har trengt for å rydde opp i tanker, og jobbe videre helt til jeg kom i mål. Jeg vil også rette en takk til Troels Lange som var min veileder i startfasen, og som stilte kritiske spørsmål og utfordret meg til å sikte høyere.

Takk til Sveinung og Helene for det gode samarbeidet om datainnsamlingen, og takk for at dere alltid har gode ord å komme med når jeg har trengt bekreftelse.
Tusen takk til mamma for korrekturlesning og den evige strømmen av oppmuntrende ord.

Til slutt vil jeg takke min kjære samboer Elias for all hjelp, men først og fremst all støtte. Du kommer alltid med gode, oppmuntrende ord, og skryter på meg god selvtillit når jeg har følt at alt er et salig kaos. Takk for korrekturlesning og hjelp med struktur i sluttfasen. Du er uvurderlig!

Mai, 2018
Miriam Ezzari

Sammendrag

Hvis du spør en elev hva man gjør i matematikkfaget, er det en god sjanse for at eleven svarer at der løser man oppgaver. Læreplanen sier at formålet med faget er mye bredere enn som så: elver skal løse oppgaver, bruke situasjoner fra virkeligheten til å stille spørsmål, forsøke å besvare disse, og være kritiske til løsningene de finner. Det er lite som tyder på at elevene får mulighet til dette i praksis. Denne oppgaven undersøker elevers arbeid med å lage egne matematikkoppgaver – såkalt problem posing. Forskningsspørsmålene som vil besvares er:

1) *Hva kjennetegner oppgavene elevene lager når de arbeider med problem posing?*
2) *Hva fokuserer elevene på når de arbeider med å lage oppgaver, og hvilke utfordringer møter de?*

For å besvare disse spørsmålene har en gruppe elever på niende trinn blitt observert og filmet mens de laget egne matematikkoppgaver ut ifra lokale vær-data. Oppgavene de laget ble samlet inn og kodet etter antall steg og hvilken løsningsmetode som kreves for løse dem. Elevenes samtaler ble analysert for å undersøke hva de fokuserer på i sine samtaler, samt hvilke utfordringer de uttaler at de møter. Det ble også søkt etter uttalelser som kunne illustrere ulike kvaliteter ved problem posing, deriblant problem posing som et vindu til elevenes kunnskap, som undersøkende aktivitet og som middel for viste ut skiller mellom klasserom og virkelighet.

Funnene i studien viser at elevene klarer å lage oppgaver, og de fleste oppgavene er meningsfylte oppgaver som er mulige å løse matematisk. Likevel er oppgavene kjennetegnet av å være nokså like, at de krever få steg å løse og at de i liten grad er komplekse. Elevenes samtaler er preget av utfordringene de møter, og peker på at de har vanskeligheter med å gjøre om idéene og kunnskapen sin til gode oppgaver. En del av oppgavene som blir foreslått er lite meningsfylte oppgaver, noe som vitner om at noen elever ikke har ferdighetene som kreves for å kunne skille mellom gode og mindre gode matematikkoppgaver.

Både samtalene og oppgavene illustrerer hvordan problem posing fungerer godt som undersøkende aktivitet og som et vindu inn til elevenes forståelse. Studien belyser hvordan implementering av problem posing i undervisningen er med å styrke elevenes matematiske forståelse, gir mulighet for rik matematisk utvikling.

Abstract

If you ask a pupil what one does in mathematics class, there is a good chance they will say that in math, you solve tasks. The curriculum states that the purpose of the subject is much larger than that: students are to solve tasks, use real life situations to pose questions, answer those questions, and be critical of their solutions. There is little evidence to show that student have opportunities to do all those things. This thesis researches students work with creating their own mathematics tasks –so called problem posing. The research questions that will be answered are:

1) *What characterizes the tasks made by students during work with problem posing?*
2) *What do the students focus on while engaging in problem posing, and which challenges do they face?*

To answer these questions, a group of 9th grade students have been observed and filmed while engaging in problem posing with local weather data. The posed problems were collected and coded according to number of steps and type of calculation required to solve them. The students' discussions were analyzed to see what they focus on, and what challenges the students face. It was also searched for statements illustrating certain features of problem posing, amongst them problem posing as a window to students mathematical understanding, as a feature of inquiry-based teaching, and as a means to integrate everyday knowledge into school knowledge.

The findings of this study show that students are capable of posing problems, and most of the problems are meaningful and mathematically solvable. However, the problems are characterized by being fairly similar, demanding few steps to solve, and being uncomplex. The students' discussions are characterized by the challenges the students face, and shows they have difficulties transforming their ideas and knowledge into well-posed problems. Some of the problems the students suggest are lacking in relevance, which shows the difficulties some students have in distinguishing between well-posed and ill-posed mathematics problems.

Both the problems and the discussions illustrate how problem posing works well as an inquiry-based task, and as a window to students mathematical knowledge. This study shows how engaging in problem posing can strengthen knowledge and give students opportunities for rich mathematical development.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

1.1 Bakgrunn

Hva vil det si å drive med matematikk? Hvorfor gjør vi det? Singer skriver at vi «naturlig driver med problemløsning hver dag for å tilfredsstille ulike behov» (Singer & Voica, 2013). Matematikkfaget i skolen står sterkt, og blir viet mye oppmerksomhet. Faget er mangesidig, og skal romme mye. Formålet med faget er ifølge læreplanen at elevene skal utvikle matematisk kompetanse, hvilket er «en forutsetning for utvikling av samfunnet». Hva er matematisk kompetanse? Vi ser til læreplanen: «matematisk kompetanse innebærer å bruke problemløsning og modellering til å analysere og omforme et problem til matematisk form, løse det og vurdere gyldigheten av løsningen» (Utdanningsdirektoratet, 2013). Videre skisserer læreplanen en rekke kompetansemål elevene skal nå i løpet av sin skolegang. Formuleringer som at elevene skal «formidle, samtale om og resonnere omkring ideer» fremmer en forventning om muntlig aktivitet i matematikktimene.

Utenfor skolen er det som oftest vi selv som støter på matematiske utfordringer, og ofte regner vi ut noe vi har valgt å regne selv. Vi velger mat på restaurant, og tenker gjennom om det passer vårt budsjett. Vi flytter til et nytt sted, og beregner hvilke møbler som vil få plass. Stort sett er vi aktive i å velge oss ut matematiske problemer, og enten problemet springer ut av et ønske eller et behov, skal matematikkfaget forberede oss på å takle slike oppgaver i vårt eget liv. Det virker dermed naturlig at skoleelever får øvelse i å arbeide med situasjoner hvor de selv skal finne problemer som kan løses, og deretter skal forsøke å finne en løsning. Å løse oppgaver er allerede en stor del av matematikkfaget, men å finne eller lage oppgaver man kan løse er i mindre grad etablert.

I dagens læreplan trekkes modellering og problemløsning frem som viktige komponenter av matematikkfaget. Disse skal vektlegge prosessen fra problem i virkeligheten, til løsning i matematikken, og til et svar som fungerer i realiteten. Hva innebærer disse prosessene? Modelleringsprosessen handler om å se på en virkelig situasjon, gjenkjenne og beskrive et (matematisk) problem, deretter å bearbeide og bruke informasjonen man har til å komme frem til en matematisk løsning som man skal reflektere rundt, og vurdere gyldigheten av (Blomhøj, 2003). Problemløsningsprosessen på sin side defineres ofte ut ifra Polyas fire faser: Forstå problemet, utarbeid en plan, gjennomfør planen, og evaluer om den var vellykket. Hvis den ikke var det, gå tilbake og prøv igjen (Polya, 2004). Vi kan se at modellering og problemløsning ikke er så ulike prosesser; de handler begge om å arbeide matematisk ut ifra en reell eller fiktiv situasjon, og forsøke å finne løsninger på disse. At modellering og problemløsning er eksplisitt trukket frem i læreplanen er et signal om at utforsking av realistiske situasjoner skal være en integrert del av undervisningen. Erfaring fra arbeid med disse prosessene blir ifølge Hansen (2010) ansett som en forutsetning for å kunne være undersøkende, forholde seg kritisk til, og reflektere over diskusjoner med matematisk innhold.

Å integrere modellering og problemløsning i undervisningen bør innebære at elevene får trening i å selv velge ut situasjoner og problemstillinger, enten basert på fiktive tekster eller autentisk data hentet fra virkeligheten. Læreplanen har et gjennomgående fokus på at matematikken som undervises i klasserommet skal knyttes til situasjoner i virkeligheten. På tross av at vi finner formuleringer som «opplæringen skal benytte utforskende, lekende, kreative og problemløsende aktiviteter», har Alseth, Breiteig & Brekke (2003, s.112) funnet at det typiske for matematikktimene i Norge er at de er styrt av læreren og lærebøkene, og inneholder svært lite utforskende aktivitet. Kilpatrick (1987) stiller også spørsmål om hvorvidt elever får delta i hele den matematiske prosessen, og lurer på om de reflekterer over spørsmålet «Hvor kommer matematiske problemer fra?». I sitatet under beskriver han inntrykket mange elever har av dette spørsmålet:

> Mathematics problems obviously come from mathematics teachers and textbooks, so good mathematics problems must come from good mathematics teachers and good mathematics textbooks. The idea that students themselves can be the source of good mathematics problems has probably not occurred to many students or to many of their teachers» (Kilpatrick, 1987, s. 123).

I realiteten kan matematikkoppgaver komme fra nærmest uendelig mange steder. De kan springe ut ifra nysgjerrighet, erfaringer eller behov, og kan lages av både elever, lærere og andre. Begrepet «problem posing» beskriver aktiviteten hvor elever gjennom en undersøkende tilnærming setter opp problemstillinger og lager matematikkoppgaver, som kanskje eller kanskje ikke skal løses senere. I denne oppgaven undersøkt elevers arbeid med denne aktiviteten, og sett nærmere hva som kjennetegnet oppgavene de laget. I tillegg har arbeidsprosessen deres blitt filmet for å kunne undersøke hva som kjennetegner samtalene elevene har når de arbeidet med oppgaven, og hvilke utfordringer de møter underveis.

Å sette opp matematiske problemstillinger ut ifra et datamateriale, er ikke ulikt det første steget i både modelleringsprosessen og problemløsningsprosessen, nemlig å gjenkjenne, identifisere og beskrive et matematisk problem. Problem posing kan dermed anses som en grunnleggende del av undersøkende matematikk: det er første steg i en prosess hvor man undersøker om det finnes en løsning på problemet. Å skulle lage egne oppgaver er ikke en uttalt del av matematikkfaget, men at elevene skal kunne formulere spørsmål og arbeide undersøkende er beskrevet i læreplanen, hvor det blant annet står at elevene skal «bruke tall og variabler i utforskning, eksperimentering og praktisk og teoretisk problemløsning».

Forskere som Silver & Cai, har forsket på elevers evne til å lage egne oppgaver, og sammenlignet resultatene med elevenes evne til å løse oppgaver. Å stille gode spørsmål i matematikk har vist seg å henge tett sammen med å kunne løse problemer og oppgaver i matematikken. Elever som har gode ferdigheter i problem posing, er ofte gode problemløsere (se blant annet Cai et al., 2015; Silver, 1994). I tillegg har ferdigheter innen problem posing vist seg å være en god målestokk for matematisk forståelse. Cai et al. (2013) benyttet problem posing som en evalueringsform, og fant at de som klarte å lage gode oppgaver, var de samme som hadde god forståelse for temaet. Å jobbe med problem posing fra situasjon til problem til løsning vil derfor kunne være med å styrke elevenes ferdigheter både med formulering av oppgaver, men også deres ferdigheter til å løse oppgaver senere. Problem posing-aktiviteter gjør elevene oppmerksomme om matematikk kan brukes, og i så fall hvordan den kan brukes, for å få svar på spørsmål om verden rundt oss. I tillegg vil elevene få innsikt i hvor matematikkoppgaver kommer fra og hvordan de lages, noe som kan bidra til å styrke elevenes oppfatning av sammenhengen mellom matematikkfaget og resten av verden. Silver, Kilpatrick & Schlesinger (1990, s. 10) sier det slik:

> Students need practice in formulating mathematical problems for themselves. If they are always presented with well-formulated problems that contain just the information needed for a solution, how can they learn to deal with situations in which appropriate mathematical ideas and techniques are not obvious-that is, situations in real life?

Å formulere egne spørsmål, og arbeide med disse, er i kjernen av hva problem posing handler om. Elevene får medvirke til hvordan de bruker matematikk i timen. Silver et al. (1990) spør hvordan elever skal lære seg å takle matematiske problemer som ikke har åpenbare løsningsmetoder, hvis de alltid blir presentert med *akkurat* den informasjonen de behøver for å løse et problem. Utenfor klasserommet er det sjeldent man møter problemer hvor alle delene av et løsningen ligger foran deg, og hvor man kun må sette de sammen for å løse det. Silver et al. (1990) skriver at situasjoner i «det virkelige liv» skiller seg fra situasjoner elevene møter i matematikkfaget, og at praksisen i matematikkfaget må utvides. Hvis faget skal forberede elevene på matematikken de vil møte utenfor klasserommet, krever det at det arbeides med matematikk i en virkelighetsnær kontekst. Dette kan være utforskende arbeid med matematikk, arbeid med autentiske oppgaver, og arbeid med å se for seg både problemstillinger og løsninger.

I dag kan det se ut som det er begrensede muligheter for slikt undersøkende arbeid i praksis. Alseth, Breiteig & Brekke (2003) skriver at selv om praktisk matematikk og undersøkelse er vektlagt i læreplanen, har de i liten grad fått gjennomslag i undervisningen. I stedet er undervisningen preget av at de følger lærebøkene. Tokheim (2015) fant i sin masteroppgave at Norges mest bruke læreverk på barnetrinnet, Multi, ikke inneholdt noen aktiviteter hvor elevene skulle lage egne oppgaver, eller stille egne matematiske spørsmål. Hun fant også at både Multi og læreverket Matemagisk sjeldent eller aldri la opp til at elever skulle forklare eller begrunne sine svar. Det er grunn til å stille spørsmål rundt hvordan læreplanens fokus på modellering og problemløsning ivaretas i undervisningen. Masteroppgaven til Leer (2009) sammenlignet læreplanens uttalte fokus på problemløsning og modellering med oppgavene elevene møter på eksamen. Hun fant at selv om over 30 % av læreplanen kan knyttes til utforskende undervisning og problemløsning, var det kun 15 % av eksamensoppgavene som la opp til bruk av problemløsning. Mange av disse oppgavene var også valgfrie under eksamen, mens de obligatoriske oppgavene i stor grad la opp til algoritmebruk. Hun konkluderer med at elevene kan oppnå svært gode resultater på eksamen utelukkende ved bruk av algoritmer, og uten det kun kaller kreativ resonnering: at elevene må skape noe eget. Når vi vet at eksamen i stor grad påvirker matematikkundervisningen i skolen (Alseth, Breiteig & Brekke, 2003, s. 41), synes det å være en diskrepans mellom hva elevene skal undervises i og hva de testes i. Dermed er det liten grunn til å tro at norske elever får mange muligheter til å arbeide undersøkende med matematikk, formulere egne oppgaver, og arbeide med å løse de, på tross av at disse aktivitetene blir fremmet i læreplanen. Dette er i tråd med Alseth, Breiteig & Brekkes funn (2003), som peker på lite undersøkende aktivitet i norske klasserom.

I tidligere praksis jeg har vært i, uttrykte mange lavt presterende elever at de ikke så sammenhengen mellom arbeidet sitt i matematikktimen, og den virkelige verden. De opplevde også å ikke få nok hjelp til å lære etterhvert som faget ble mer avansert. Fordi de ble nødt til å hele tiden gå videre og begynne på nye tema, opplevde de at de ikke fikk mestret en ferdighet før de måtte gå videre til noe nytt. Å få velge å utforske og arbeide «der man er», fremfor å holde tritt med matteboken, kan være hjelpsomt for en del elever, og dermed fungere som en del av skolens tilpassede opplæring.

At å få være delaktig i å velge hva som skal arbeides med kan øke motivasjon har blant annet blitt diskutert mye av Ryan & Deci (2000), og de har gitt det navnet «selvbestemmelsesteori». Ifølge forfatterne, vil motivasjon komme som følge av følelsen av at man har kompetanse til det man skal gjøre, samt at man anser handlingen som selvbestemt (Ryan & Deci, 2000). De legger også til grunn at mennesker har et *ønske* om å tilegne seg kunnskap, samtidig som de ønsker å oppleve at de selv velger egne handlinger. Å kombinere disse to ønskene vil ifølge forfatterne føre til vellykket læring.

1.2 Problemløsning i tidligere læreplaner

Problemløsning ble først innført i pensum gjennom L87. Der ble 10 hovedemner for matematikkfaget presentert, og problemløsning var det første av dem (Botten & Tronshart, 1999). Det skisseres hvordan elevene skal arbeide med problemløsning, inspirert av Poylas problemløsningsprosess.

I L97 var problemløsningsbegrepet fjernet, men det sto likevel at elevene skulle formulere egne oppgaver. I L97 er det også et eget kapittel for måloppnåelse som omhandler matematikk i dagliglivet, og hvordan elevene skal kunne benytte matematiske kunnskaper til å fundere å kalkulere rundt dette. Elevene skulle «registrere og formulere problemer og oppgaver knyttet til nærmiljø og samfunn, arbeid og fritid, og få erfaringer med å velge og bruke hensiktsmessige framgangsmåter og hjelpemidler og vurdere løsninger» (Utdanningsdirektoratet, 1996). Formuleringen «registrere og formulere et problem» kan minne om modelleringsprosessens «gjenkjenne og beskrive et problem», og problemløsningsprosessens «forstå problemet». Det disse tre formuleringene har til felles, er at eleven blir bedt om å ta en aktiv rolle fra start, for å identifisere hvordan de skal arbeide videre. Det er altså snakk om å arbeide ut ifra en situasjon hvor neste steg ikke er kjent, og løsningsmetoden ikke er gitt. Ettersom formuleringen «registrere og formulere et problem» var å finne i L97, kan vi fastslå at modellering og problemløsning fortsatt var en del av læringsmålene i matematikken, på tross av mangelen på begrepet «problemløsning». I dag er ordet «formulere» fjernet fra kompetansemålene, mens modellering og problemløsning står igjen som uttalte, sentrale ferdigheter i læreplanen. Der står det altså at «Matematisk kompetanse innebærer å bruke problemløsning og modellering til å analysere og omforme et problem til matematisk form, løse det, og vurdere hvor gyldig løsningen er» (Utdanningsdirektoratet, 2013). I disse dager, våren 2018, er ny læreplan ute på høring. Her er det definert seks kjerneelementer i matematikkfaget. Et av disse er «utforsking og problemløsning», et annet er «modellering og anvendelser». At utforsking får en sentral plass i morgendagens skole, er et tydelig signal om at målet fortsatt er at elever skal møte et utforskende klasserom hvor man løser matematiske problemstillinger med rot i virkeligheten.

1.3 Ekte Data

Dette masterprosjektet har sprunget ut av et samarbeid med Ekte Data. Ekte Data er et prosjekt som hovedsakelig drives av Universitetet i Bergen, hvor målet er å tilby skoler oppgaver med utgangspunkt i lokale værdata som kan løses i matematikk, naturfag eller andre realfag (videregående skole). Mer enn 50 skoler i og rundt Bergen har en egen værstasjon tilknyttet skolen, og denne gjør blant annet målinger av temperatur, nedbør, vind, lufttrykk, luftfuktighet, solstråling hvert tiende minutt. Alle dataene fra de ulike værstasjonene ligger åpent tilgjengelig på bergensveret.no. Siden 2014 har Ekte Data laget oppgaver i matematikk og naturfag med utgangspunkt i dataene fra Bergensværet, samt andre åpne kilder til værdata. I dag henter de i tillegg data om havet fra bøyen Gabriel som ligger i Store Lungegårdsvann.

Ekte Data har et stort arkiv med oppgaver som illustrerer det store spennet av spørsmål vi kan stille oss om været og klimaet rundt oss. Oppgavene Ekte Data lager er i stor grad knyttet mot elever i videregående skole, med et ønske om å tilby oppgaver til så mange trinn som mulig på sikt. Det var med utgangspunkt i dette jeg lurte på om elever kunne arbeide med matematikk og selv finne frem til noen av de spørsmålene som kan besvares med værdata. Jeg ønsket å se hvorvidt deres matematikkompetanse og nysgjerrighet kunne kombineres i klasserommet når de ble bedt om å formulere sine egne matematikkoppgaver. I denne aktiviteten har det kun vært benyttet data fra den lokale værstasjonen på skolen hvor datainnsamlingen skjedde. Ettersom værstasjonen gir lokale data i sanntid, legges forholdene til rette for at elevene får arbeide matematisk i en reell og nær kontekst. Fordi klimaet alltid er i endring, vil hver dag kunne gi nye svar når man arbeider med de lokale datasettene.

Også to andre masterstudenter ønsket å knytte sin masteroppgave til lokale værdata, og oppgavene Ekte Data har utformet. Vi valgte derfor å gjennomføre datainnsamlingen sammen. Vi gjennomførte datainnsamlingen i samme klasse, men på ulike dager. Alle tre studentene var tilstede alle dagene vi var på skolen. De to andre oppgavene handler om henholdsvis kritisk demokratisk kompetanse, og klima og hverdag.

1.4 Problem posing-begrepet

Problem posing er et engelsk begrep som ikke synes å ha noen fullgod norsk oversettelse. På norsk har vi oversatt problem solving til problemløsing, så i et forsøk på å finne norske artikler om problem posing har jeg forsøkt mange ulike oversettelser. Når jeg søkte på «problemlaging matematikk» fikk jeg resultatet «Mente du problemløsing matematikk?». Jonassen (2017) har i sin masteroppgave oversatt begrepet til «oppgavedesign», men dette begrepet gir bare 22 resultater på Google Scholar, og er altså ikke særlig etablert. Søk som «lage egne oppgaver matematikk» og «lage problem matematikk» gir også svært begrensede resultater. Også internasjonalt er det behov for et bedre begrepsapparat. Cai et al. (2013), poengterer at problem posing er et relativt nytt fagfelt internasjonalt, og Silver (2013) skriver at begrepene som er brukt i forskningen nå viser seg å være for lite presise. Schoenfeld (1992) etterlyser en presisering av begreper på engelsk, og skriver at de ulike betydningene av begreper innenfor problem posing og problemløsning gjør at mye av litteraturen er vanskelig å tolke.

Det manglende begrepsapparatet på norsk vitner om at forskningsfeltet også er lite utforsket i Norge. Fordi det på norsk ikke har blitt utviklet noe begrepsapparat rundt aktiviteten der elever forsøker å lage egne matematikkoppgaver, har det engelske begrepet «problem posing» blitt brukt som et begrep også i norske publikasjoner, blant annet i en rekke masteroppgaver. Begrepet har en styrke i at det fungerer som både substantiv som navnet på en aktivitet, og verb for å beskrive hva aktiviteten går ut på. Begrep som oppgaveformulering og spørsmålsformulering har begge blitt brukt i norske artikler, men har blitt valgt bort i denne oppgaven fordi de begge trekker frem ordet *formulering*. Formulering betyr ifølge ordboken *ordlegging* eller *uttrykksmåte,* og en og samme oppgave kan gjerne formuleres på flere ulike måter. Fokuset i denne oppgaven er ikke *hvordan* elevene uttrykker eller ordlegger seg, men å se hvilke matematiske spørsmål og oppgaver de klarer å lage ut ifra den informasjonen de får oppgitt. Derfor har begrepet problem posing fått stå igjen som et begrep som rommer alle de ulike delene av å arbeide med å lage egne oppgaver i matematikk.

1.5 Målet med studien

At det er vanskelig å finne gode begrep rundt problem posing på norsk peker at på det har vært lite utforsket i Norge. Problem posing har fått anerkjennelse internasjonalt, og har blitt eksplisitt lagt til i pensum blant annet i USA, hvor det står at elevene bør «formulere interessante problem basert på et bredt utvalg situasjoner» (Silver, 2013). Selv om kompetansemålene for norsk grunnskole har formuleringer som åpner for at problem posing kan være en naturlig del av undervisningen, mangler en tydelig formulering som konstaterer at dette er noe lærere må sette av tid til. Hvordan lærebøkene legger opp til utforskning og problem posing er noe som bør undersøkes mer, men det er lite som tyder på at problem posing har noen etablert posisjon i læreverkene.

Å lage egne oppgaver og undersøke egenvalgte problemstillinger i matematikk er noe som gir elevene mulighet til å i større grad påvirke egen matematikkundervisning, samt at det gir de muligheten til å være aktive i å tilegne seg matematisk kunnskap. Gjennom å være deltakende i matematisk undersøkelse kan elevene selv oppdage matematikkens nytteverdi. Wæge (2007) fant at elever som arbeidet med undersøkende matematikk oppnådde matematisk kompetanse samtidig som de opplevde autonomi i arbeidet. Dette bidro til at elevene tilegnet seg en mer relasjonell forståelse for faget, og ga også økt motivasjon blant elevene. Det er vanskelig å slå fast hvilke aspekter ved den undersøkende tilnærmingen som gir en god effekt på elevenes læring og motivasjon. Wæge (2007) trekker fram åpne undervisningsopplegg, samarbeid og autonomi i arbeidet som de tre hovedfaktorene som har påvirket elevene i hennes forskningsprosjekt. Selv om det er gode argumenter for å drive undersøkende undervisning, er det svært omfattende å skulle gå fra lærebokkulturen i skolen, til et undersøkende klasserom hvor læreren kun fungerer som en veileder, og elevene selv diskuterer og kommer frem til problemstillinger og løsningsmetoder. Dette trekker Wæge selv frem, da hun hadde store problemer med å finne en lærer som ønsket å delta i studien sin. Derfor bør det i større grad undersøkes hvordan implementeringen av undersøkende *elementer* kan fungere i praksis. Implementeringen av konkrete undersøkende aktiviteter vil kunne fungere som et mer gjennomførbart steg for å gi elevene muligheter til autentisk matematisk undersøkelse.

De faktorene Wæge trekker frem som suksessfaktorer i sin forskning, nemlig åpent undervisningsopplegg, samarbeid og autonomi, er kvaliteter som også gjenspeiles gjennom problem posing. Det kan dermed tenkes at å benytte problem posing i undervisningen vil kunne gi noen av de samme positive utfallene som Wæge (2007) peker på.

Med bakgrunn i dette vil denne oppgaven undersøke elevers gruppearbeid med problem posing med bakgrunn i autentiske værdata, og det legges særlig vekt på at elever lager sine egne oppgaver. Studien har følgende forskningsspørsmål:

1) *Hva kjennetegner oppgavene elevene lager når de arbeider med problem posing?*
2) *Hva fokuserer elevene på når de arbeider med å lage oppgaver, og hvilke utfordringer møter de?*

For å besvare forskningsspørsmålene, har jeg gjennomført en problem posing-aktivitet i en skoleklasse på niende trinn. Jeg har filmet elevene mens de arbeidet, og samlet inn oppgavene de laget. Det er ikke gjort mye forskning på problem posing i Norge, og denne oppgaven vil være en ressurs for lærere som ønsker å utvide spekteret av aktiviteter som foregår i matematikklasserommet. Fordi det er få problem posing-studier som har analysert samtalene mellom elevene, vil denne oppgaven gi viktig innsikt i hvordan elevene opplever å arbeide undersøkende med å lage egne matematikkoppgaver, og peke på kjennetegn ved arbeidet.

1.6 Definisjon av begrep

I matematikkfaget er det mange begrep som kan ha flere betydninger og tolkninger, og dette gjelder spesielt ord som benyttes både innenfor fagområdet matematikk og i dagligtalen. Her vil jeg klargjøre hvilken definisjon og tolkning som ligger til grunn for noen begrep som blir mye brukt i denne teksten.

Oppgave

I matematikkdidaktikk finnes det mange ulike typer oppgaver som elevene kan bli bedt om å løse, alt fra åpne oppgaver med flere mulige løsningsmetoder, til såkalte puggeoppgaver som skal hjelpe elevene å lære informasjon utenat. I denne oppgaven har jeg valgt å bruke begrepet *oppgave* som et samlebegrep. Når jeg beskriver produktet til en elev som en oppgave, kan det være alt fra en åpen oppgave, en problemløsningsoppgave, en tekstoppgave eller et oppstilt regnestykke. I del to av oppgaven vil jeg diskutere hva som ligger til grunn for begrepene *matematisk problem* og *øvelse,* men ordet oppgave favner begge disse to, samt alt som faller i mellom.

Relevans

Relevans handler om hvorvidt noe har en betydning, og i dagligtale brukes gjerne ordet relevant om noe som er interessant i den aktuelle konteksten. Julie (2002) skriver at i matematikk er den mest brukte definisjonen av relevans at matematikken skal kunne brukes til noe utenfor klasserommet. Med utgangspunkt i dette, blir ordet relevant i denne studien brukt om en oppgave som gir svar på noe i virkeligheten. Denne definisjonen gjør at det for hver oppgave må tas en subjektiv vurdering av hvorvidt oppgavens løsning er meningsfull utenfor klasserommet. Et eksempel på en relevant oppgave er «Hvilken dag regnet det mest?». Denne oppgaven gir svar på hvilken dag det var mest regn. Den gir *mening.* En oppgave som ikke er blitt vurdert som relevant, er «Hva er medianen av nedbøren?». Denne oppgaven gir i liten grad svar på noe utenfor klasserommet, den gir kun svar på hvilken verdi som er den midterste dersom man stiller opp alle verdiene i stigende rekkefølge. Det er vanskelig å se for seg at denne informasjonen er nyttig i seg selv. Samtidig er det ikke umulig at noen kan benytte denne informasjonen på en meningsfull måte, og det er derfor viktig å poengtere at å avgjøre relevans ikke er noen absolutt eller objektiv vurdering.

Virkelighet vs klasserom

I definisjonen av relevans, skrev jeg at det handlet om oppgaver som ga mening i virkeligheten. Skolen og matematikklasserommet er ikke fiktive univers, men likevel vil det i denne oppgaven bli gjort en distinksjon mellom *klasserom* og *virkelighet.* Dette gjøres for å kunne undersøke forskjellene mellom matematikk på skolen, og matematikk utenfor. Singer & Voica (2013) skriver at problemer på skolen og problemer i hverdagen er ulike. I virkeligheten er problemer man møter mindre strukturerte og har færre rammer, mens på skolen fremstår de i større grad strukturerte. Boaler (1998) skriver om matematikk i virkeligheten som matematikk som gjøres utenfor klasserommet i en så naturlig kontekst som mulig, eksempelvis i arbeidslivet eller hjemme. Det følger fra dette at virkelighetsnær matematikk beskriver oppgaver og arbeidsmåter som likner matematikk slik det gjøres utenfor klasserommet.

1.7 Disposisjon

Denne oppgaven består av seks kapitler. Innledningsvis gjøres det rede for valg av tema, samt gis en innføring i problem posing og problemløsning, før målet med studien så presenteres.

I kapittel 2 vil jeg presentere relevant teori om problem posing og hvordan det kan brukes i undervisningen. Deretter følger en redegjørelse av noe av den tidligere forskningen som har blitt gjort på feltet, og en redegjørelse for kvaliteter ved problem posing slik det er lagt frem av Silver (1994) og Bonotto (2010). Disse vil bli benyttet til å analysere elevenes arbeidsprosess.

I kapittel 3 vil jeg gjøre rede for metodene som er benyttet i denne studien, både for datainnsamlingen og for analysen i etterkant. Jeg vil også redegjøre for metodene som er benyttet i analysen av datamaterialet.

I kapittel 4 vil jeg presentere funnene fra datainnsamlingen. Funnene inkluderer kjennetegn for elevenes oppgaver, samt utdrag fra elevenes samtaler. Samtalene vil bli analysert og sett i sammenheng med de ulike kvalitetene ved problem posing.

I kapittel 5 vil jeg drøfte resultatene fra analysen, og se de i sammenheng med den tidligere forskningen som ble presentert i kapittel to. Her presenteres også begrensningene av studien.

Helt til slutt vil jeg presentere noen konkluderende betraktninger, samt diskutere forslag til videre forskning.

2 Problem posing

Målet med oppgaven er å se på hvordan elever arbeider sammen med problem posing, og hvordan matematisk forståelse kommer til uttrykk i samtalene deres. Videre ønsker jeg å se på hva som kjennetegner oppgavene elevene lager. I dette kapitlet vil jeg derfor legge frem sentral teori om problem posing og om oppgaver i matematikk, samt presentere tidligere forskning. Det er ikke mye teori som handler direkte om problem posing, men teorien som legges frem i dette kapitlet har blitt knyttet til problem posing gjennom den forskningen som også presenteres.

Innledningsvis vil jeg presentere noen distinksjoner mellom begrepene oppgave og problem, samt teori om problemløsning. Deretter vil jeg presentere hva problem posing er, samt noen sentrale kvaliteter ved bruk av problem posing i undervisning. Jeg vil også legge frem sentral forskning på problem posing i undervisningssammenheng.

2.1 Hva er et problem i matematikk?

Begrepet *problem* har alltid vært brukt i matematikken, men har hatt ulike og til tider motstridende betydninger (Schoenfeld, 1992). De to betydningene vi ofte finner i matematikken ble oppsummert i Websters ordbok, med definisjonene

1. I matematikk, noe som krever at noe gjøres
2. «Et spørsmål som er forvirrende eller vanskelig» (Schoenfeld, 1992, s. 337)

Den første definisjonen er tradisjonelt den som har blitt benyttet i matematikkfaget. Et problem er noe som skal løses, og dermed er alle oppgaver å regne som problem. Ifølge Schoenfeld har overvekten av oppgaver i matematikk vært såkalte rutineoppgaver eller puggeoppgaver, med mål om å trene en spesifikk matematisk ferdighet. Dette kan for eksempel være et stort antall oppgaver etter hverandre som alle omhandler å multiplisere med 10, eller oppgaver hvor man skal dele et helt tall på et desimaltall. Ofte er disse oppgavene innledet med en eksempeloppgave, hvor boken illustrerer algoritmen som «skal» brukes til å finne løsningen. Deretter skal elevene følge samme fremgangsmåte, men med nye tall. Antakelsen bak slike oppgaver, er at elevene etter en rekke øvelser, vil beherske den ferdighetene som trengs for å løse denne typen oppgaver, og dermed har de skaffet seg en ny ferdighet i sin matematiske verktøykasse (Schoenfeld, 1992). Etter et skoleår, skal verktøykassen være full av de matematiske ferdighetene som eleven behøver (pensum). Denne typen oppgaver tilhører den første definisjonen av et problem; at det er noe i matematikk som krever at noe gjøres.

Websters andre definisjon av problem vektlegger opplevelsen til personen som skal *løse* problemet, sier at løseren må oppfatte problemet som forvirrende og vanskelig. En konsekvens av denne definisjonen blir at man ikke objektivt kan kalle noe for et problem, da det står i sammenheng med løseren og dens ferdigheter. Dette er et mye brukt premiss for et matematisk problem. Blant annet tar George Polyas definisjon høyde for rollen til løseren av problemet, og lyder: «[Having a problem is] to search consciously for some action appropriate to attain a clearly conceived, but not immediately attainable, aim» (Polya, 1981, s. 117). Man søker etter en handling som kan løse problemet, men å finne handlingen er ikke umiddelbart oppnåelig. Hvis man kan se for seg en handling som vil løse problemet (man ser for seg en fremgangsmåte), så har man ifølge Polya ikke et problem.

Boesen har en lignende definisjon av et problem: «a task in which he or she doesn't know how to proceed and no completely known solution procedure can be used» (Boesen, 2006, s. 31). Boesen og Polya trekker begge frem at løseren ikke umiddelbart vet hvordan de skal gå frem for å løse problemet. Boesen trekker i tillegg frem at ingen kjent fremgangsmåte kan benyttes, eleven må skape noe nytt for å kunne løse problemet. Med en gang eleven kan benytte en kjent løsningsmetode, er det å regne som en oppgave.

Disse definisjonene har mye til felles, og oppsummerer kriteriene som legges til grunn for å kalle noe for et problem. En oppgave som ikke er å anse som et problem, kaller Schoenfeld (1992) en *øvelse*. Ifølge han er de fleste oppgaver i elevers matematikklærebøker å anse som øvelser, da de kan løses ved hjelp av algoritmer som skal være godt kjent for elevene. I mange tilfeller forteller også oppgaveteksten hvilken algoritme som skal brukes, for eksempel «legg sammen sidene i kvadratet» eller «multipliser tallene». Denne type oppgaver kalles ofte for rutineoppgaver. Selv om disse oppgavene kan oppleves som utfordrende for elevene, for eksempel fordi de ikke kan gangetabellen, ligger det en distinksjon mellom å oppleve det som utfordrende og tidkrevende, kontra å *ikke vite* hvilken fremgangsmåte som bør benyttes. Å addere 200 desimaltall for hånd kan være utfordrende, ta tid og føre til regnefeil, men det betyr ikke at oppgaven kan regnes som et *problem,* ettersom fremgangsmåten ligger i ordlyden. Oppgaven vil altså ikke oppleves som *forvirrende* slik Websters andre definisjon.

2.2 Problemløsning

Problemløsning beskriver det å gå fra å ha et problem, til å forsøke å løse det. En av de som har forsket mye på problemløsning, er Polya (1981, 2004). Han beskriver problemløsning som en ferdighet som kan trenes opp, og deler problemløsningsprosessen opp i fire steg:

1. Forstå problemet
2. Lag en plan
3. Gjennomfør planen
4. Se tilbake

Første steg er å *forstå problemet*. Polya skriver «It is foolish to answer a question that you do not understand» (Polya, 2004, s. 6). Videre skriver han at for å forstå problemet, må man spørre seg «Hva er det som er ukjent? Hva er dataen jeg har, og hva er betingelsene?». Dette er noe elever kan slite med, og lærerens oppgave er å hjelpe dem ved å stille disse spørsmålene. På sikt bør elevene selv lære å stille seg selv slike spørsmål.

Når man har skjønt hva oppgaven spør etter, bør man forsøke å lage en plan. I dette steget vektlegger Polya å se sammenhengen mellom den dataen man har, og det ukjente man søker å finne. Her foreslår Polya å spørre seg selv om man vet om et relatert eller lignende problem. Når planen er lagt, kan man gjennomføre den, og se om den gir en løsning på problemet. Hvis ikke, må man gå tilbake til forrige steg. Når man har løst problemet, bør man ta en kikk tilbake på prosessen og metodene man benyttet. Polya skriver at dette er et steg mange overser eller dropper, da det er *løsningen* de er på jakt etter. Å se seg tilbake her, vil ifølge Polya kunne gi dypere kunnskaper og ny innsikt i løsningen man har funnet.

Når elevene etter hvert lærer å stille seg selv de riktige spørsmålene underveis i problemløsningsprosessen, vil de ha lært noe mye viktigere enn en enkelt matematisk ferdighet (Polya, 2004, s. 5), ettersom problemløsningsferdigheter kan brukes på et bredt spekter av temaer, både innenfor matematikk og ellers. Schoenfeld (1992) sier at problemløsningsferdigheter utvikles over tid, og at hvis man skal bli en god problemløser så trenger man erfaring. Ettersom problemløsningsferdigheter ikke knytter seg til noe avgrenset matematisk tema, men handler om å mestre en spørrende tilnærming, kan de overføres mellom flere områder, både innen matematikk, men også over til andre fag.

2.3 Problem posing – en utdypning

Der hvor problemløsning handler om å finne måter å løse problemer på, handler problem posing om å se *hvilke* problemer som *kan* løses med den informasjonen man har. Dermed kan problem posing anses som det motsatte av problemløsning. Silver (1994) beskriver problem posing som å lage nye matematiske problem og oppgaver, samt å reformulere allerede gitte problem, og problem posing skjer dermed som oftest i forkant av problemløsning.

Å lage helt nye problem og oppgaver ut ifra en gitt situasjon er den formen for problem posing som er i fokus i denne oppgaven. Her skal man lage egne oppgaver, for eksempel ut ifra innhentet data eller en oppgavetekst. Et eksempel kan være å se på en meny og stille spørsmålet «Hva koster det for to brus?», eller å se på en tabell og stille ulike spørsmål ut ifra den. Disse kan så løses, men det er ikke nødvendigvis en del av problem posing-arbeidet. Problem posing må altså ikke være et forarbeid for problemløsning.

Silver trekker også frem reformulering av oppgaver som problem posing. Å reformulere vil si å ta for seg et problem eller oppgave, og prøve å gjøre det om til et spørsmål som enklere kan løses ved bruk av matematikk. Et eksempel kan være spørsmålet «Hvor mye koster to pakker melk når en koster 12kr?», som kan reformuleres til 12 kr+12 kr eller 2•12. Etter å ha reformulert dette spørsmålet, kan man regne seg frem til at prisen blir 24 kr. På denne måten blir problem posing en del av problemløsningsprosessen, hvor man stiller seg spørsmål underveis i arbeidet. Reformulering av problem er svært vanlig i klasserommet, da det ofte må gjøres av elevene for eksempel i møte med tekstoppgaver. Elever som er flinke til å reformulere oppgavene er ofte bedre problemløsere. Selv om de ikke har en løsning på en oppgave, klarer de å reformulere oppgaven til to eller flere underspørsmål, og bruke de som delmål for å til slutt kunne svare på den opprinnelige oppgaven. En tredje form for problem posing kan være å se på løsningen man har fått, og stille nye, nærliggende spørsmål ut ifra dette, altså å stille oppfølgingsspørsmål til eget arbeid.

Problem posing knyttes ofte til problemløsning. I forskning er de to ofte knyttet sammen fordi forholdet mellom ferdigheter i problem posing og problemløsning undersøkes, og fordi forskning som allerede er gjort har pekt på en sterk sammenheng mellom de to. Ofte ser man at elever som er gode problemløsere også er gode i problem posing. Likevel trenger ikke problem posing å være et forstadium til problemløsning. Noen ganger er ikke målet å finne en løsning, men nettopp å stille et godt spørsmål ut fra en situasjon eller erfaring. Einstein, Infeld & Hoffmann (1938) mente at å formulere en problemstilling ofte var mer essensielt enn å finne løsningen.

Et annet perspektiv på forholdet mellom problem posing og problemløsning, er å se på problem posing som en type problemløsningsoppgave. Å lage egne matematikkoppgaver er altså en oppgave i seg selv. Hvis man overfører problemløsningsstrategien til Polya, vil vellykket problem posing bestå av å forstå hva man skal, lage en plan, gjennomføre den, og se seg tilbake. Hvis det ikke ga en vellykket oppgave, bør man prøve ut en annen plan. Gjennom å forsøke ulike strategier og evaluere resultatet, ender man til slutt opp med en god oppgave. Elever som er flinke til å *løse* oppgaver på en målrettet måte, er ofte flinke til å bruke de samme strategiene på andre områder. Dermed er de også forberedt når problemet de skal løse er å lage et nytt «problem».

Når man arbeider med problem posing, er det ikke gitt at oppgavene som lages må være problemløsningsoppgaver. Det kan også være det Schoenfeld kaller *øvelser*. I forskningen på problem posing finner man mange ulike utgangspunkt for elevaktivitetene. I noen forskningsprosjekt legges det opp til at elevene skal lage tekstoppgaver og problemløsningsoppgaver, i andre legges det opp til at det lages rene regneoppgaver (øvelser). Silver (2013) skriver at man frem til nå har benyttet begrepet problem posing til å romme alle aktiviteter der man skal lage oppgaver, alt fra å reformulere gitte problem, til å lage nye problemstillinger og åpne oppgaver. Ettersom det har kommet en økende mengde forskning på problem posing, spør Silver (2013) om det er på tide å etablere noen skiller innen feltet. Han skriver at det er på tide å bli presis på hva man legger i begrepet problem posing-aktivitet. Silver hevder at samlingen av empiriske resultater fra forskning har forbigått de teoretiske verktøyene som er tilgjengelig for å analysere og tolke resultatene. Gjennom å skape presise definisjoner og skiller kan feltet utvikle seg, og systematisk bygge opp en bedre forskningsbasert kunnskapsbase.

2.4 Kvaliteter ved problem posing

Problem posing knytter seg ikke til et spesifikt matematisk tema, og er derfor en aktivitet som kan benyttes i tilknytning til mange ulike matematiske tema. Det finnes ulike argumenter for å benytte problem posing i undervisningen, Silver (1994) trekker frem seks ulike kvaliteter ved problem posing, og hvorfor de er nyttig for elevene. Disse er:

1. Problem posing som stimulerende for kreativitet og kvalitet
2. Problem posing som en del av undersøkende matematikk
3. Problem posing som en bestanddel av matematisk aktivitet
4. Problem posing som et redskap for forbedring av problemløsningsferdigheter
5. Problem posing som et vindu til elevers matematiske forståelse
6. Problem posing som redskap for forbedring av elevers holdning til matematikk

Kvalitetene Silver trekker frem er gode beskrivelser av hvilke roller problem posing kan ha i matematikklasserommet. I tillegg til Silvers seks kvaliteter, vil jeg også trekke frem Bonotto (2010). Hun presenterer problem posing som et middel for å viske ut skiller mellom klasserom og hverdag. Bonottos problem posing ble gjort med utgangspunkt i en kontekst som var kjent for elevene, og har derfor likheter med den nære konteksten som har vært grunnlaget for problem posing-aktiviteten i denne oppgaven. Dermed legger jeg til en syvende kvalitet:

7. Problem posing som et redskap for å viske ut skiller mellom klasserom og virkelighet

Det finnes flere argumenter for å drive med problem posing, og dermed også flere kvaliteter ved å gjennomføre problem posing i klasserommet. I denne oppgaven har jeg valgt å ta utgangspunkt i Silver og Bonottos perspektiver, men utelukker ikke dermed andre gode kvaliteter ved aktiviteten.

2.4.1 Problem posing som stimulerende for kreativitet og kvalitet

Silver (1994) skriver at ferdigheter i problem posing lenge har vært sett på som et tegn på høy kreativitet og eksepsjonelt talent. Hadamard (1945, sitert i Silver, 1994) identifiserte evnen til å stille gode forskningsspørsmål som en indikator på eksepsjonelt matematisk talent i sin forskning. Liknende karakteristikker har blitt gjort i flere ulike forskningsprosjekt. Blant annet Ellerton (1986) så på ferdigheter i matematikk og sammenlignet med ferdigheter i problem posing, og fant at høyt presterende elever laget mer avanserte oppgaver (med høyere tall og flere regneoperasjoner) enn sine medelever. Balka (1974, sitert i Silver, 1994) gjennomførte en problem posing-aktivitet hvor elevene skulle lage ulike oppgaver ut ifra gitt informasjon med virkelighetsnære kontekster. Analysen av oppgavene så etter tre ulike aspekter: flyt, fleksibilitet og originalitet. Flyt refererer til antallet oppgaver elevene lager, fleksibilitet refererer til hvor ulike oppgavene er, og originalitet refererer til hvor sjeldne oppgavene som blir laget er. Disse tre faktorene ligger nært hvordan kreativitet ofte måles (Silver, 1994). Balka fant at sterke elever laget flere og mer varierte oppgaver, og trakk derfor linjer mellom kreativitet, eksepsjonelle ferdigheter og problem posing-ferdigheter.

2.4.2 Problem posing som en del av undersøkende matematikk

Silver mener at i et klasserom som ønsker selvstendige elever, bør problem posing være en naturlig og hyppig aktivitet. Earnest (1991, sitert i Silver, 1994) poengterer at det finnes ulike former for undersøkende matematikk. Noen ganger får elevene et mål, men må selv undersøke måter å komme dit på. Andre ganger er det forventet at både elevene og læreren er aktive i å finne frem til de ulike målene som skal nås og oppgavene som skal løses. Det er den sistnevnte formen for undersøkende matematikk som gir problem posing en viktig rolle. Collins (1986, sitert i Silver, 1994) trekker frem tre mål med undersøkende matematikk: å hjelpe elever å få forståelse for regler, teorier og prinsipper som allerede er kjent i matematikken, å hjelpe elever å konstruere egne teorier og prinsipper som springer ut av undersøkelsen, og å lære elever hvordan de kan løse problemer gjennom stille seg selv metaspørsmål og kontrollspørsmål underveis.

2.4.3 Problem posing som en bestanddel av matematisk aktivitet

Et hovedargument for at man bør styrke forskningen på problem posing er at problem posing er en grunnleggende bestanddel av matematisk arbeid. Polya (1981, 2004) påpeker at når matematikere arbeider, er selvregulert problem posing en viktig del av arbeidet. Utenfor klasserommet arbeides det både med oppgaver som blir gitt av andre, men i stor grad arbeides det med problemer som har blitt formulert av løseren selv. At å lære matematikk innebærer å vite hva det innebærer å «gjøre matematikk» i arbeidslivet, er et utbredt syn. Å lære matematikk slik det nyttes utenfor skolen, betyr blant annet å få erfaring fra arbeid med matematikk i reelle kontekster. Da er problem posing også en naturlig del av matematikkundervisningen. Silver trekker også frem at i en verden hvor de fleste elever *ikke* skal bli matematikere, er det positivt med en utdanning som forbereder dem på å bli gode brukere av matematikk for å løse problemer de støter på eller interesserer seg for.

2.4.4 Problem posing som middel for å forbedre problemløsningsferdigheter

Ferdigheter i problem posing er svært tett knyttet til problem posing. Silver (1994) hevder at å for gode problemløsere er hovedmotivasjonen til de fleste som interesserer seg for problem posing. Selv om problem posing ikke har vært noen etablert del av matematikkfaget, har det i mange år vært en aktivitet som har blitt brukt som en del av undervisning i problemløsning. En studie av Keil (1965, sitert i Silver, 1994) fant at elever som hadde hatt undervisning og arbeid med problem posing gjorde det bedre på en gitt prøve enn elever som kun hadde arbeidet med oppgaver på forhånd.

2.4.5 Problem posing som et vindu inn til elevers matematiske forståelse

Etterhvert som en korrelasjon mellom gode ferdigheter i matematikk og gode ferdigheter i problem posing har blitt tydelig, har forskere forsøkt å benytte problem posing som et mål på elevers matematiske kompetanse. Hart (1981, sitert i Silver, 1994) ba elever lage tekstoppgaver med realistiske rammer som skulle gå passe til noen gitte ligninger. Hart viste at man på denne måten kunne benytte problem posing for å få innsikt i elevers tanker og forståelse. Flere studier har i ettertid gjort lignende forsøk for å kunne se på elevers forståelse av tall og tilknytningen tall har til verden utenfor klasserommet. Resultatene fra dette har vist at mange elever har en mangelfull forståelse av hvordan situasjoner i virkeligheten kan representeres i matematikk (Silver, 1994). På denne måter kan problem posing brukes til å avdekke elevers manglende forståelse av matematiske konsepter, og fungere som en form for diagnostisk undervisning. Å bruke problem posing som et vindu inn til elevers matematiske forståelse har vist seg å ikke bare demonstrere deres forståelse av matematikk i virkeligheten, men også å være en refleksjon av matematikkundervisningen de har hatt. Forsøk av van den Brink (1987, sitert i Silver, 1994) viste nemlig at elever som arbeidet med problem posing i stor grad trakk inn virkelige kontekster når det hadde vært sentralt i undervisningen deres på forhånd.

2.4.6 Problem posing som et redskap for å forbedre elevers holdning til matematikk

Silver skriver at det er mange ulike aspekter ved problem posing som er tenkt å forbedre elevers holdning til matematikkfaget. For eksempel er problem posing ofte knyttet til elevers interesser slik at elevene får muligheten til å finne matematiske problemer i tilknytning til en setting de kjenner og liker. I tillegg har Winograd (1991, sitert i Silver, 1994) funnet at elever var svært motiverte for å lage oppgaver som de trodde medelever ville finne interessante eller vanskelige. Problem posing er også blitt brukt som et tiltak for lavt presterende elever som opplever såkalt matematikkangst, hvor elever opplever redsel og unngår å engasjere seg i faget (Silver, 1994). Problem posing har blitt brukt som tiltak fordi elevers medvirkning gjør faget mer tilgjengelig for elevene, og dermed mindre skremmende. Silver trekker frem at problem posing i teorien kan ha den motsatte effekten på elever som lenge har hatt suksess i matematikklasserommet, og dermed ikke har noen interesse av å endre maktstrukturene og hierarkiet i klasserommet, ettersom de har vært vinnerne her. Andre studier har vist at elever noen ganger viser motstand til en forandring av klasseromsklimaet, fordi den skaper usikkerhet rundt hva forventningene til elevene er, og krever i større grad at elevene tar ansvar for egen læring (Silver, 1994). Likevel har erfaringer fra å integrere problem posing i undervisningen vært positive, også blant elever. Healy (1993, sitert Silver, 1994) opplevde at sine elever ble mer engasjerte i timene fordi de fikk rom for å arbeide ut ifra personlig interesse.

2.4.7 Problem posing som et middel for å viske ut skillet mellom klasserom og virkelighet

Bonotto trekker frem problem posing som en mulighet til å viske ut skillet mellom matematikk i klasserommet, og det som skjer utenfor. Hun siterer Gravemeijer (1997), som skriver at det tradisjonelle klasseromsklimaet er «noe som fremmer separasjon mellom skolematematikk og hverdagsrealitet» (Bonotto, 2010). Å benytte problem posing i samspill med autentiske eller realistiske data kan være en måte å gi elevene en bedre forståelse for matematikken de arbeider med, og hvordan den knytter seg til verden rundt dem. Bonotto brukte en restaurantmeny som utgangspunkt for problem posing med elever, hvor de skulle sette opp matematikkproblemer som tok utgangspunkt i menyen. Hun fant at lavt presenterende elever i stor grad presterte bedre enn vanlig, fordi de hadde en kjent kontekst å praktisere matematikken i (Bonotto, 2010). Ved å trekke inn egen bakgrunnskunnskap og forståelse av konteksten matematikken foregår i, presterte elevene bedre. De laget oppgaver som var relevante og gyldige, fordi de var i tråd med virkeligheten som elevene kjente til.

Fokus i denne oppgaven er å undersøke hva som kjennetegner elevenes arbeid med problem posing. For å gjøre dette, vil elevenes samtaler bli analysert for å se etter eksempler på de ulike kvalitetene Silver og Bonotto presenterer. For å avgrense analysen, har det i denne oppgaven ikke blitt sett på elevenes kreativitet. Derfor vil jeg heller ikke søke å finne «problem posing som stimulerende for kreativitet og kvalitet» i analysedelen. Fordi oppgaven har vært tidsbegrenset, er det også vanskelig å se etter utvikling og forbedring hos elevene. Av den grunn har heller ikke «problem posing som redskap for forbedring av elevenes problemløsningsferdigheter» eller «problem posing som et redskap for å forbedre elevenes holdninger til matematikk» vært undersøkt. I stedet fokuserer denne oppgaven på hvordan problem posing kan være en del av undersøkende matematikk, en bestanddel av matematisk aktivitet, et vindu til elevenes matematiske forståelse, og et redskap for å viske ut skiller mellom klasserom og virkelighet. Dette er de fire kvalitetene det vil søkes etter i analysekapitlet.

2.5 Tidligere forskning

Forskningen på problem posing er svært begrenset, spesielt i norsk skala. Derfor vil det meste av forskningen jeg baserer meg på, være fra USA. To av de mest siterte forskerne på temaet er amerikanerne Jinfa Cai og Edward A. Silver. De skriver at interessen for å bringe problem posing inn i skolen har økt siden 80-tallet, blant annet gjennom innføring av problem posing i den amerikanske matematikklæreplanen. I tillegg har antallet artikler publisert om temaet vist at det finnes en interesse for problem posing blant pedagoger i hele verden (Cai et al., 2013). Likevel mener forfatterne at interessen har økt så fort at den har forbigått utviklingen av solide forskningsresultater når det gjelder bruken av problem posing (Silver & Cai, 1996).

Mye av forskningen som er gjort på problem posing ser på sammenhengen mellom elever som er flinke problemløsere og deres arbeid med problem posing (bl.a. Cai et al. (2015), English, (1998), Silver (1994)). Alle disse studiene har funnet en betydelig sammenheng mellom gode ferdigheter i problem posing og problemløsning. Ifølge Silver (1994) er dette forholdet noe som bør utforskes videre; «[It] appears critical for our scientific progress, and also seems like an excellent target for theoretical advances». Det har vært gjort en del forskning på sammenhengen mellom problem posing og problemløsning etter dette, blant annet har Silver selv gjennomført et stort prosjekt.

2.5.1 Problem posing på mellomtrinnet

Et av de store forsøkene som har blitt gjort med problem posing, er Silver & Cai sitt prosjekt fra 1996. De gjennomførte problem posing med over 500 elever på mellomtrinnet, hvor elevene skulle lage spørsmål ut ifra denne teksten: *«Jerome, Elliot, and Arturo took turns driving home from a trip. Arturo drove 80 miles more than Elliot. Elliot drove twice as many miles as Jerome. Jerome drove 50 miles.».* Oppgaven til elevene var å lage tre spørsmål som kunne besvares med informasjonen som ble oppgitt. Spørsmålene elevene laget ble deretter analysert. I tillegg til å drive problem posing, skulle elevene svare på åtte åpne oppgaver, og deres resultater på disse ble sett i sammenheng med problem posingen. Resultatene viste at 80 % av elevene klarte å lage minimum en gyldig oppgave, og 60 % klarte å lage tre gyldige oppgaver. Med gyldig, mener forskerne at det var et spørsmål, og at det kunne løses matematisk. Hele 20 % av oppgavene som kom inn, var bare matematiske utsagn som «Elliot kjørte lengst». 10 % av spørsmålene, var ikke av matematisk karakter, som for eksempel «Hvorfor var guttene på biltur?». Disse spørsmålene er ikke i tråd med oppgaveteksten, fordi de ikke kan besvares med den begrensede informasjonen elevene ble gitt. Totalt var altså 30 % av elevenes respons enten utsagn eller ikke-matematiske oppgaver, hvilket kan tyde på at problem posing var en ukjent aktivitet for elevene (Silver & Cai, 1996). At hele 20 % av responsen var utsagt, kan også ha noe å gjøre med at teksten elevene skulle lage oppgaver ut ifra er formulert som en typisk tekstoppgave i en lærebok, og et elevene derfor trodde de skjønte hvilke oppgaver som skulle besvares. At så mange som 80 % av elevene klarte å lage minimum én god oppgave, mener forskerne vitner om at problem posing er et tema som favner bredere enn tidligere antatt. Tidligere har for eksempel Hadamard (1945, sitert i Silver, 1994) antydet at kreativitet er et premiss for vellykket problem posing.

Elevenes oppgaver ble kategorisert, og selv om kodingen behandlet utsagn og ikke-matematiske oppgaver som noe av marginal interesse, trekker forskerne frem at det kan være mange grunner til at elever stiller ikke-matematiske spørsmål eller skriver utsagn. De mener at innsikt i disse svarene kan gi interessante funn. Et eksempel er når en elev spør «Hvorfor kjørte Elliot dobbelt så mye som Arturo?» Dette er spørsmål som omhandler rettferdighet og sosiale forhold, hvilket kan være vel så interessant for eleven som matematikk (Silver & Cai, 1996). Å ta opp disse spørsmålene kan være verdifullt, og understreker hvor mye problem posing kan romme og bringe til overflaten. Muligheten eleven får til å trekke frem egne meninger og interesser rundt temaet, kan gi andre utfall enn det læreren forventer.

I forskningsprosjektet til Silver & Cai ble elevenes spørsmål blant annet kategorisert gjennom å se på semantikk og språklig syntaks, det vil si om oppgaveteksten inneholdt fremgangsmåte (for eksempel «legg sammen hvor langt Elliot og Jerome kjørte»), om de inneholdt sammenlignende formuleringer (hvor mye *lengre*) eller om de inneholdt betingelser (*hvis* kjøringen tok 3 timer, hvor mye av tiden kjørte Elliot?). Å kode oppgaver etter hvilken ordlyd som brukes kan være gunstig, fordi en oppgave som inneholder sammenlignende eller betingede formuleringer blir ansett å være en indikasjon på et komplekst problem (Silver & Cai, 1996). Forskerne kodet også oppgavene etter hvor mange ulike regnearter de krevde for å løses. Et av funnene til forskerne var en sterk korrelasjon mellom ferdigheter i problem posing og problemløsning. Elevene som scoret godt på problemløsningsoppgavene, laget flere og mer komplekse oppgaver. Disse funnene er helt i tråd med funn i annen forskning, blant annet English (1998) og Silver (1994), som begge viser til tydelige sammenhenger mellom elever med gode ferdigheter i problem posing og deres ferdigheter i problemløsning.

English (1998) fant en sammenheng mellom problem posing og problemløsning. Likevel så hun at selv elevene som var gode problemløsere hadde utfordringer med å lage egne oppgaver. Funnene fra hennes studie viser at selv om elevene lager mange oppgaver, er de lite varierte i formen. Elevenes oppgaver var alle innenfor noen få kategorier, og hadde ofte samme premiss, men med nye tall. English spør seg om det er elevenes forståelse av tall som kan ha størst innvirkning på deres ferdigheter med problem posing, da elevene med gode tallferdigheter laget mer avanserte oppgaver enn resten av klassen.

2.5.2 Problem posing som kartlegging og evaluering

Fordi problem posing stiller høye kognitive krav, gir det elevene mulighet til rik matematisk utvikling (Cai et al., 2013, s. 60). Et av spørsmålene det i liten grad har vært forsket på, er hvorvidt dette betyr at problem posing egner seg som vurderingsmetode. Cai et al. (2013) har sett på bruk av problem posing som evaluering av forståelse. Forskerne poengterer at selv om problem posing har blitt forsøkt implementert i mange klasserom i ulike land, er forskning på problem posing fortsatt relativt nytt.

Gjennom det langsgående forskningsprosjektet LieCal (Longtudinal Investigation on the Effect of Curriculum on Algebra Learning) har Cai et al. (2013) sett på ulikheter hos elever med tradisjonell matematikkundervisning og elever ved en såkalt reformskole. Reformskolene i dette prosjektet er kjennetegnet av åpne oppgaver, diskusjon og argumentasjon og fokus på matematisk resonnement, mens den tradisjonelle klassen i stor grad benyttet lærebok og lærerstyrt undervisning. Elever på begge skoler har gjentatt ganger blitt sammenlignet gjennom LieCal-prosjektet. I dette tilfellet fikk elevene to typer oppgaver, først en regneoppgave som omhandlet funksjoner og grafer, og deretter en problem posing-oppgave. Elevene ble bedt om å lage et problem eller en oppgave som passet overens med funksjonsuttrykket eller grafen.

Basert på resultatet, kan det fremstå som oppgavene var vanskelige for elevene. Første oppgave viste en lineær graf med funksjonsuttrykk 0,5x+2. Kun 19 % klarte å identifisere funksjonsuttrykket grafen illustrerte. Selv om 63 % forsøkte å formulere et passende problem, var det kun 16,6 % klarte det. Det var større sjanse for at en elev ved reformskolen klarte å formulere et passende problem, enn en på den tradisjonelle skolen. Av de som klarte å formulere et passende problem, var det en stor overvekt som først hadde klart å identifisere funksjonsuttrykket, selv om det var noen elever som kun klarte p roblem posingen. Dette illustrerer at de to ferdighetene henger sammen. Den sterke sammenhengen tyder på at problem posing er et godt verktøy for evaluering, ettersom den krever både en forståelse av algoritmer, men også en forståelse av *hva* algoritmen illustrerer. Denne typen forståelse er det Skemp (1976) kaller for relasjonell forståelse. Relasjonell forståelse innebærer å vite hva man skal gjøre, og også hvorfor man skal gjøre det. Dette står i motsetning til instrumentell forståelse, som Skemp beskriver som «rules without reason», altså en kunnskap om hvordan man gjør noe, eksempelvis ved bruk av en formel, men manglende forståelse for hvorfor denne algoritmen fungerer. Selv om instrumentell forståelse vil kunne være raskere å tilegne seg, vil den kunne miste sin effektivitet etter hvert, ettersom enhver ny matematisk ferdighet vil kreve ny innlæring, istedenfor at de ulike ferdighetene henger sammen og bygger på hverandre. Ifølge Skemp vil den relasjonelle kunnskapen være enklere å huske, fordi den er knyttet opp mot flere ulike konsepter, i tillegg til annen kunnskap (Skemp, 1976). At kun 19 % av elevene mestret denne aktiviteten, mener forskerne kan illustrere at elevene ikke er godt forberedt på å arbeide slik.

2.5.3 Forholdet mellom kunnskap og problem posing

Leung & Silver (1997) skriver at hvis problem posing skal kunne gjennomføres vellykket i klasserommet, må lærerne være trygge på egne problem posing-ferdigheter. Derfor er deres forskning gjennomført blant lærere i USA. De undersøkte lærernes problem posing, og sammenlignet resultatene med lærernes matematikkferdigheter og kreativitet. Matematikkferdighetene ble målt med en test med matematikkoppgaver med en rekke ulike tema, og de kreative ferdighetene ble testet med en verbal test (TTCT-V) som har vært brukt til å måle kreativitet tidligere med både voksne og barn.

Problem posingen til Leung &Silver foregikk ved at lærene fikk utdelt fire korte tekster med en del informasjon. Lærerne fikk beskjed om å forsøke å lage mange oppgaver, og også lage varierte oppgaver og uvanlige oppgaver de ikke tror sine kolleger vil lage. Her er et utdrag av oppgaveteksten:

> «Mr. Smith kjøper et hus for $150,000. Han betaler $50,000 med en gang, og skal betale resten med månedlige avdrag med 8 % årlig rente og forsikring for $1295 per år. Den tidligere eieren brukte $200 på oppvarming per måned. Mr. Smith bruker $4000 på å isolere huset, noe håndverkeren mener vil redusere kostnadene for oppvarming med 15 %».

Ved å sammenligne oppgavene lærerne laget og deres resultat på matematikkoppgavene, fant forskerne at det var tydelige forskjeller mellom de høyt presterende og de lavt presterende. De høyt presterende lærerne laget betydelig flere oppgaver, mer realistiske oppgaver, løsbare oppgaver, og mer komplekse flerstegsoppgaver. Disse funnene for voksne er i tråd med Ellerton (1986) og Kruetskii (1976, sitert i Leung & Silver, 1997) som gjorde lignende forsøk med skoleelever. Leung & Silver mener at grunnen til forskjellene mellom høyt og lavt presterende lærere kan bunne i at de med gode matematikkferdigheter «ser» strukturene som ligger i oppgaveteksten, og dermed enklere kan se for seg hvilke oppgaver som er mulige å løse ut ifra den gitte informasjonen. Noen lavt presterende lærere laget for eksempel oppgaver som det ikke var nok oppgitt informasjon for å kunne løse.

Silver (1994) tar opp sammenhengen mellom problem posing-ferdigheter og kreativitet, blant annet med grunnlag i Balka (1974, sitert i Silver, 1994). Balka fant at høyt presterende elever laget flere og mer varierte oppgaver, noe han mente kunne være tilknyttet med kreativitet, ettersom å lage mange nye oppgaver ikke er ulikt å finne på nye kreative idéer. Leung & Silver (1997) fant derimot ingen sammenheng mellom resultatene på kreativitetstesten TTCT-V og lærernes evne til å lage oppgaver. De som viste høy grad av kreativitet på den verbale testen laget ikke flere oppgaver enn de som var lite kreative. Forskerne mener dette er oppløftende, fordi det innebærer at problem posing er tilnærmelig for store deler av befolkningen, og ikke bare for de som er spesielt begavede eller kreative.

2.6 Undersøkende matematikk

Fordi problem posing-aktiviteter krever at elever selv tenker på mulige oppgaver, og selv får velge hvilke spørsmål de vil stille, kan det beskrives som en undersøkende aktivitet. En av de som har forsket på hvordan elever arbeider med undersøkende matematikk, er Jo Boaler (1998). Hennes forskningsprosjekt har flere likheter med LieCal-forskningen.

Boaler (1998) observerte og sammenlignet to klasser med ulik undervisningspraksis. Den ene benyttet en «tradisjonell matematikkundervisning», som besto av lærerstyrte aktiviteter, gjennomgang på tavlen, og arbeid i individuelle hefter (Boaler, 1998). Jeg kaller denne klassen den tradisjonelle klassen. Den andre klassen (fra en annen skole), benyttet en prosessorientert matematikkundervisning. Her arbeidet elevene med åpne oppgaver som knyttet seg til ulike tema i et prosjekt. De måtte altså selv finne matematiske problem og løse de for å komme videre i prosjektet. Disse elevene valgte selv hva de ville arbeide med, og en andel av elevene valgte å ikke arbeide noe særlig i det hele tatt. Jeg kaller denne klassen for prosjektklassen. Filosofien bak prosjektundervisningen var at elevene burde få møte på og arbeide med matematikk i situasjoner som var realistiske og meningsfulle for dem (Boaler, 1998, s. 27).

Funnene til Boaler viste at i den tradisjonelle klassen jobbet de fleste med det de skulle, og det var god arbeidsro. Elevene i den tradisjonelle klassen beskrev sine timer som «vanskelige» og «kjedelige» (Boaler, 1998, s. 27). En styrke ved den tradisjonelle undervisningen hvor læreren presenterer stoff på tavlen, og elevene arbeider stille i egne bøker, er at den gir tydelig overblikk og kontroll over klassen. Det blir enkelt å se hvem som arbeider med matematikk, og hvem som ikke gjør det. I prosjektklassen var det tilsynelatende lite kontroll og struktur, og Boaler observerte at mange elever arbeidet lite med det de skulle. Elevene beskrev selv matematikktimene som «støyende, men også som «interessante» og med «en god atmosfære».

På tross av at det var en lavere andel elever som arbeidet med matematikk til enhver tid i prosjektklassen sammenlignet med den tradisjonelle klassen, fikk elevene i prosjektklassen bedre resultat når alle elevene ble testet mot slutten av prosjektet. Ifølge Boaler var ikke dette et resultat av at de kunne mer matematikk, men fordi de hadde lært seg å *bruke* matematikken (Boaler, 1998). Boaler skriver at elevene i denne klassen måtte «beskrive problemet de prøvde å løse, se på hva de hadde funnet ut så langt, og hva de skulle forsøke videre» (Boaler, 1998, s. 50). Dette er svært nært både problem posing og Polyas problemløsningsprosess som består av å beskrive et problem, forsøke å finne en løsningsmetode, gjennomføre den, og evaluere til slutt. Elevene i prosjektklassen mente at de lærte å løse ulike typer problemer i matematikktimene, ikke bare matematiske: «Det er mer den biten med å tenke og se på alt du har og tenke på hvordan du kan løse det» (Boaler, 1998, s. 51). Sitatet illustrerer hvordan ferdigheter i problem posing og problemløsning ikke er knyttet til spesifikke tema, men kan brukes på ulike måter i ulike situasjoner.

2.7 Utfordringer med problem posing

Hansen og Hana (2015) ser på problem posing som første steg i modelleringsprosessen. I en matematikktime de har observert, skulle elevene lage matematiske spørsmål om plantevekst, og disse spørsmålene skulle så besvares gjennom modellering i senere økter. Basert på denne økten, har de identifisert fem utfordringer elever møter i arbeid med problem posing, og jeg vil trekke frem to av dem.

Den første utfordringen forfatterne peker på, er at elevene strever med å lage spørsmål som kan løses matematisk. De opplevde at flere elever laget oppgaver som hørte til temaet, men som ikke kunne løses ved hjelp av matematikk. En matematisk oppgave kunne vært «Hvor mye vokser planten på syv dager?», noe som kan løses ved å gjøre målinger. Elevene laget derimot mange oppgaver som ikke kunne løses matematisk, for eksempel «Hvorfor har noen blomster torner?». Noen elever lager også oppgaver som i liten grad er relevante, for eksempel «Hva er plantens høyde delt på 4?». Denne oppgaven gir i liten grad svar på noe, selv om den kan regnes ut ved bruk av matematikk. Ifølge forfatterne er det elever som opplever matematikkfaget som uhåndgripelig som har størst utfordringer med å se om spørsmålene de stiller er av matematisk art og relevans. Å kunne skille mellom de ulike typene oppgaver er en ferdighet som må trenes opp, og arbeid med problem posing og modellering vil gi elevene mulighet til å utvikle sin forståelse på dette feltet.

Den andre utfordringen forfatterne trekker frem er å lage oppgaver og spørsmål med passende vanskelighetsgrad. Både lærere og elever kan ha utfordringer med å se på forhånd hvor vanskelig det vil være å løse en oppgave, spesielt ved tekstoppgaver formulert som spørsmål, da det kan være vanskelig å si hvordan man må gå frem for å løse de. At oppgaver er for vanskelige eller for lette er i hovedsak en utfordring når oppgavene også skal løses av elevene. Det skulle de ikke i dette prosjektet. Hansen og Hana skriver avslutningsvis at muligheter og utfordringer med problem posing må utforskes mer, spesielt med tanke på implementering av slike aktiviteter i klasserommet, slik som er gjort i dette prosjektet.

3 Metode

Fokus for denne oppgaven er å få innsikt i elevers arbeid med problem posing; hvordan de snakker sammen, hvilke utfordringer de møter, og hvilket sluttprodukt de sitter igjen med. For å undersøke disse aspektene, var det mange ulike metoder som kunne tas i bruk. Det er vanlig å skille mellom kvalitativ og kvantitativ forskning, da dette er hovedkategoriene vi deler forskningsmetoder inn i. Kvalitativ forskning innebærer å samle informasjon om de kvalitative, komplekse karakteristikkene ved et subjekt, og dataen man sitter igjen med er ofte deskriptiv og ikke kvantifiserbar (Bø, 1995, s. 51). Kvantitativ forskning innebærer å samle tallbaserte data for å forklare et fenomen, og egnet når man ønsker mer presise data (Bø, 1995, s. 51). Denne oppgaven undersøker både arbeidsprosessen til elevene samt sluttproduktet deres, og det har derfor hovedsakelig blitt benyttet kvalitative metoder som kan belyse elevenes arbeidsprosess. Likevel har elevenes oppgaver blitt kategorisert, kvantifisert og presentert i diagrammer. Dette gjøres for å oversiktlig kunne framstille resultatet.

For å få innsikt i elevenes arbeidsprosess og arbeidsprodukt har det vært benyttet både observasjon, videoopptak og innsamling av skriftlig arbeid. I utgangspunktet er alle disse metodene kvalitative og deskriptive. I ettertid har elevenes skriftlige arbeid kategorisert. Dette sørget for at materialet kunne presenteres i grafer, og deretter kommenteres. Dette er inspirert av kvantitativ forskning. Bø skriver at kvalitative metoder er å foretrekke når man forsker på sosiale forhold, hvor mennesker og deres samhandling er målet for forskningen (Bø, 1995, s. 54). Det å benytte ulike metoder for å belyse et avgrenset tema best mulig, kan kategoriseres som en case-studie (Thomas, 2016).

3.1 Case-studie

Fokuset i denne studien har vært å observere elever i arbeid med problem posing i en undersøkende kontekst, og med autentiske, nære data. Fordi det kun har vært en liten gruppe elever som har gjennomført opplegget, har jeg valgt å gå i dybden av deres arbeid ved å benytte ulike metoder. Å studere en avgrenset gruppe fra ulike perspektiv kan kategoriseres som en case-studie, hvor man gjennom å studere noe fra ulike vinkler, skaper seg et tredimensjonalt bilde av temaet (Thomas, 2016, s. 5).

Case-studier er analyse av personer, hendelser, avgjørelser, perioder, prosjekter, politikk, institusjoner eller andre system som er studert helhetlig gjennom en eller flere metoder (Thomas, 2016). Case-studien fungerer som en ramme for forskningsprosjektet, og på innsiden av «rammen» finner vi muligheter for observasjon, intervju, loggbok, statistikk etc. Ingenting er utelukket. I denne studien har caset vært en skoleklasse på niende trinn, og metodene for å gå i dybden på deres arbeid har vært både observasjon, videoopptak, lydopptak og innsamling av skriftlig arbeid.

Case-studier inneholder ofte både kvalitative og kvantitative data (Merriam, 2010). For eksempel benyttes kvantitative data til å se tendenser, og følges opp med kvalitativ data for å få innsyn i *hvorfor* disse tendensene finnes. I et case-studie skal man finne ut så mye som mulig om nettopp en spesiell case, og kan benytte flere innfallsvinkler for å gjøre dette. Mitt prosjekt består av kvalitative metoder, men det skriftlige arbeidet har blitt kvantifisert og presentert i diagrammer. Ved å presentere resultatene på denne måten, blir de oversiktlige å diskutere, og gjør det enkelt å se resultatene opp mot hverandre.

Ved å benytte ulike innfallsvinkler vil et case-studie gi et rikt bilde av et avgrenset område. I denne studien er fokuset å få innsikt i elevens arbeid, deres dialog og produktet de lager. Å kunne si noe om akkurat *disse* elevenes arbeid, trenger ikke å fortelle noe om norske elever generelt. Et sitat fra Geertz illustrerer hvorfor dette ikke nødvendigvis er en svakhet. «No one lives in the world in general. [...] Accounting for [the world around here] is one of the strengths of case study research» (Merriam, 2010).

3.2 Innhold i case-studie

Denne case-studien ble gjennomført i en skoleklasse på niende trinn. Klassen hadde 16 elever, men for å sørge for en passende menge datamateriale, ble det tatt et valg om å fokusere mest på åtte av elevene. Dette valget ble blant annet tatt med hensyn til hvor mye kamerautstyr som var tilgjengelig, hvor mange elever som samtykket til å dele sensitive personopplysninger og hvor mye datamateriale vi ønsket å sitte igjen med. På bakgrunn av dette ble videoobservasjonen avgrenset til å gjelde to grupper med totalt åtte elever, som både ble observert og filmet. I tillegg til å ha et videokamera rettet mot seg, har disse elevene hatt en diktafon på sine pulter. Resten av klassen var til stede og ble observert, men har ikke blitt filmet, og deres samtaler er heller ikke tatt opp. Alle elevenes oppgaver ble samlet inn.

Datainnsamlingen ble gjennomført i samarbeid med to andre masterstudenter. Sammen disponerte vi fem matematikkøkter á 90 min i løpet av en uke, èn økt per dag. Økten med problem posing ble gjennomført første dag, og elevene hadde derfor ikke jobbet med data fra værstasjonen før. For å sørge for at elevene fikk et godt opplegg gjennom uken, ble det utarbeidet et opplegg som skapte kontinuitet mellom de ulike timene. Å lage et helhetlig opplegg som gikk over flere timer kan ha sørget for at elevene ikke opplevde vår datainnsamling som noe veldig «annerledes», men heller som et skoleprosjekt som gikk over en uke. Vi valgte å utarbeide et fleksibelt program, hvor det var rom for å droppe enkelte aktiviteter, slik at vi kunne ta oss god tid til de aktivitetene som fungerte godt. På den måten sørget vi for at det som ble gjort i løpet av de fem dagene, ble gjort ordentlig. Gjennom uken fikk elevene arbeide med ulike opplegg som alle knyttet seg til skolens værstasjon.

Datainnsamlingen min hadde fokus på elevenes arbeid med problem posing. Caset mitt er altså elevene, og analysen vil si noe om temaet problem posing. Fordi dette er en kvalitativ studie, vil den ikke kunne generaliseres, men kan likevel være med å kaste lys over temaet problem posing ved å analysere noen spesifikke eksempel. Merriam (2010) skriver at fordi utdanning er en sosial vitenskap som involverer ekte mennesker, vil et dybde-innblikk i et eller annet aspekt av praksis på feltet kunne være enormt lærerikt for andre i samme felt. Erickson hevdet (som sitert i Merriam, 2010) at det er opp til leseren, ikke forskeren, å avgjøre hva som kan overføres til hans eller hennes kontekst.

3.2.1 Observasjon

Observasjonsbaserte case-studier, som var inspirasjonen for denne studien, er studier hvor majoriteten av datainnsamlingen er observert og logget av forskeren, og fokuset for studien er en utvalgt virksomhet, eller del av en virksomhet. Eksempelvis kan man studere en utvalgt aktivitet hos en gruppe mennesker (Merriam, 2010). I dette tilfellet er fokuset for observasjonen to grupper på fire elever, og deres arbeid med matematikk. Observasjonsbaserte studier har en styrke i at dataen som samles inn er førstehånds erfaringer fra en case, fremfor annenhånds redegjørelser som fås via for eksempel intervju. Observasjon er den beste teknikken når aktiviteten man vil undersøke kan sees og høres (Merriam, 2010).

Observasjon er en metode som gir forskeren mulighet til å se, høre og skape seg et bilde av en situasjon (Bø, 1995 s. 55). Observasjon i forskning er ifølge Gorman og Clayton forskning som involverer systematisk registrering av observerbare fenomen og adferd i en naturlig setting (Sitert i Baker, 2006). Jeg skriver at dette prosjektet er «inspirert av observasjonsbasert case-studie» fordi det ikke ble gjort noen systematisk registrering av data, kun små notater underveis. Dette kalles usystematisk observasjon (Bø, 1995, s.55). Analysen baserer seg i liten grad på denne observasjonen, men i stor grad videomaterialet og det skriftlige arbeidet.

Observasjonen som ble gjennomført gikk ut på å sitte i nærheten av gruppene som ble filmet, og lytte til arbeidet deres. Underveis ble det kun tatt noen få notater som trakk frem interessante sitat eller situasjoner som oppsto. Observasjonen bestod i stor grad av å iaktta dynamikken mellom elevene, og lytte til dialogen deres. Forskeren tok i utgangspunktet en rolle som ikke-deltakende observatør, altså en forsker som spiller en passiv rolle under observasjonen (Baker, 2006). En fordel med ikke-deltakende observasjon er distansen man oppnår til forskningsobjektet, hvilket bidrar til objektivitet i forskningen. En ulempe med distansen til forskningsobjektet er nettopp skillet man skaper, som kan hindre dypere forståelse av gruppen som blir observert og deres dynamikk (Baker, 2006). For å åpne for bedre forståelse av gruppene vekslet forskeren derfor mellom ikke-deltakende og deltakende observasjon, med hovedvekt på det førstnevnte. Dersom elevene sluttet å arbeide med det de skulle, og ikke hentet seg inn, var det en fordel å være tilstede. Da gikk en av oss bort til elevene, og forsøkte å være pådriver for å starte en samtale og få de tilbake i en undersøkende samtale. Dette skjedde kun en håndfull ganger, men ga hver gang ny giv til gruppens samtale, og hjalp elevene tilbake til den matematiske samtalen.

3.2.2 Videoopptak og lydopptak

I tillegg til observasjon, ble det gjennomført videoopptak av de to fokusgruppene. Ifølge Heath (2016) er det et stigende antall studier som benytter seg av video som forskningsmetode for å analyse sosial handling og samhandling, blant annet innen fagfelt som sosiologi, psykologi og utdanning. Den største fordelen med å benytte video, er at mediet kan fange opp kommunikasjon både auditivt og visuelt (Alrø & Kristiansen, 1997, s.75). Man får mulighet til næranalyse, fordi videomaterialet kan spiller av igjen og igjen. Når samtaler skal transkriberes, oppsummeres og tolkes, er det en stor fordel å ha et videoopptak. I arbeidet med transkriberingen ble situasjoner ofte spilt av tre-fire ganger for å kunne transkribere riktig, og eventuelt også legge til beskrivelser av latter, kroppsspråk og andre gester. Likevel vil man i overføringen fra situasjon til video miste den kinestetiske følelsen av rommet, og stemningen som befinner seg der. Dette beskriver Alrø & Kristiansen (1997, s. 76) som det mest vesentlige tapet fra den opprinnelige situasjonen og frem til videoklippet. Man kan heller ikke forstå forholdet og dynamikken mellom ulike individ gjennom en video (Alrø & Kristiansen, 1997). Likevel gir video mulighet til å se kontekst, deler av kroppsspråk og ansiktsuttrykk i tillegg til dialog, og har derfor en stor fordel fremfor for eksempel kun lydklipp. Alrø & Kristiansen skriver at det vil være givende å supplere med observasjon og observasjonsnotater når man benytter video, slik som vi har gjort i dette prosjektet (1997, s. 76). Observasjon i tillegg til video har i denne oppgaven vært med å styrke videomaterialet, ettersom det sørget for kontekst til videomaterialet. I tillegg kunne vi gjennom observasjon følge med på de elevene som ikke ble filmet, og se deres arbeid i sammenheng med de som ble filmet.

Når videokamera skal brukes i forskning, er det ulike grep som kan gjøres for å sikre best mulig resultat. Å sette opp kamera på faste plasser, fremfor å bevege kameraet underveis (roaming), har flere fordeler. For det første vil en fast plass for kameraet gjøre det mulig å tilpasse det slik at man får best mulig bilde og lyd. For det andre, skriver Heath (2016) at forskningsobjektene vil bli svært sensitive og oppmerksomme på kameraet når det beveges rundt i rommet. Slik vil en fast plass for kameraene kunne minske påvirkningen på forskningsobjektene. I forskning med kamera vil det aldri være helt «som det pleier», og lærer og elev kommer aldri til å venne seg såpass til kameraet at de kan se helt bort fra det (Alrø & Kristiansen, 1997). I vår datainnsamling valgte vi å benytte kamera med stativ, som ble plassert inntil veggen på hver side av klasserommene. Kameraene ble satt opp når elevene ikke var til stede, i et forsøk på å minimere oppmerksomheten rundt de. I kombinasjon med kameraene benyttet vi også båndopptaker som en slags ekstern mikrofon. Fordi vi både hadde mikrofon på kameraet og båndopptaker, hadde vi to lydfiler av elevenes diskusjoner. Dette viste seg å være en fordel under transkriberingen av materialet, fordi det varierte hvilken mikrofon som ga mest tydelig lyd. Muligheten til å høre opptak fra begge mikrofonene, gjorde at transkripsjonen ble mer presis, uten «hull» hvor det var vanskelig å tyde hva som ble sagt. Båndopptakerne ble lagt diskret på bordene før elevene kom inn til timen, og flere elever kommenterte i ettertid at de ikke hadde lagt merke til at de lå der.

En annen utfordring med bruk av videokamera er utsnitt. Selv ved hjelp av flere kamera er det vanskelig å sørge for å få med seg alt. Det vil altså være både handlinger og lyd som ikke blir fanget opp av hverken kamera eller lydopptaker. For å oppnå best mulig videomateriale, ble gruppene plassert så langt fra hverandre som mulig, for å dempe forstyrrende lyd fra prat. I tillegg ble elevene satt på to sider av bordet, slik at man kunne se alle elevene forfra samme videoklipp. Dette viste seg å være en stor fordel i arbeidet med transkripsjon, da å se personen som snakket gjorde det enklere å tyde enkelte ord og setninger. Under følger en illustrasjon av klasseromsoppsettet.

Figur 1: Oppsett for filming

3.3 Utvalg

Valg av informanter til dette masterprosjektet var ikke tilfeldig. Gjennom innledende samtaler med Ekte Data, kom det frem at de hadde tre skoler som de samarbeidet med om en søknad om midler til et fremtidig prosjekt. Fordi lærere ved skolene hadde kjennskap til Ekte Data sitt arbeid med vær og klima i klasserommet, tilbød Ekte Data seg å ta kontakt med skolene for å høre om de hadde mulighet til å ta imot masterstudenter som ønsket å arbeide med matematikk tilknyttet værstasjonen på skolen. Den første skolen som ble spurt, sa ja, og ble dermed valgt ut som stedet for datainnsamlingen.

Avgjørelsen om hvilke elever som skulle sitte sammen ble gjort av klassens lærer. I planleggingssamtaler ble vi enige om at 4 elever på hver gruppe ville være en gruppestørrelse som sørget for mangfold på gruppen, og at flere ulike stemmer ville få komme til. Valg av gruppestørrelser var noe det ble gjort en del refleksjon rundt. Fordi datainnsamlingen var et samarbeid mellom tre personer, ønsket vi at de samme elevene skulle observeres gjennom hele uken. Dette for å minimere uroen denne datainnsamlingen kunne skape i klasserommet. Læreren valgte gruppene basert på hans kjennskap til elevene, og hans erfaringer med hvilke elever som jobbet godt sammen. Gruppene var ikke delt opp på en slik måte at de høyest presterende elevene ble valgt ut for å filmes. I forkant av datainnsamlingen ble det diskutert hvorvidt vi skulle ha grupper på tre eller fire elever. Der hvor tre personer på gruppen kan gi et nærere samarbeid, ville det også føre til at kun seks elever totalt ble filmet. Å ha fire personer på gruppen sørget for flere informanter. Vi så at på begge gruppene som ble filmet var det en elev som tydelig trakk seg tilbake. Hvorvidt de elevene hadde vært mer aktive i en mindre gruppe, er vanskelig å si, men det kan tenkes at de passive elevene så at gruppen arbeidet på tross av at de trakk seg unna.

3.4 Oppgaven i lys av validitet og reliabilitet

I forskningsprosjekt skal det alltid sørges for størst mulig validitet. Man oppnår validitet når forskningen måler det den er ment til å måle (Bø, 1995, s. 55). I dette prosjektet ønsket jeg å observere hvordan elever arbeidet med problem posing. Jeg måtte derfor strebe etter å få observere elever arbeide med problem posing i en så naturlig setting som mulig. For å gjøre dette, måte jeg som utenforstående komme inn i klasserommet og ta en rolle der. En utfordring med å komme utenfra og skulle gjennomføre observasjonsstudier er at på tross av at man søker å observere noen i en naturlig setting, blir settingen unaturlig i det en observatør med videokamera inntar klasserommet. At omgivelsene oppleves som naturlige er viktig for deltakerne som blir observert, ettersom det vil bidra til at de kan arbeide med matematikk uten å distraheres av at de blir studert.

Forskning av Elton Mayo på 1930-tallet søkte å finne ut hvilke eksterne faktorer som påvirket forskningsobjekter i størst grad. På tvers av alle de ulike variablene som ble forsøkt, blant annet økning og senkning av lysstyrken i rommet, ble det alltid påvist en positiv påvirkning på arbeidernes produktivitet. Forskerne konkluderte til slutt med at å bli observert i seg selv er det som påvirker forskningsobjektene i størst grad. Denne effekten forskere har på sine objekt kalles for Hawthorneeffekten, og er en sentral feilkilde i forskning (Halle, 2014). Med mindre man skal forske på Hawthorneeffekten i seg selv, er det viktig å minimere effekten så mye som mulig for å oppnå validitet.

Elevene fikk på forhånd vite at våre masteroppgaver kom til å handle om hvordan de jobbet med matematikk, og at det var derfor vi var der og observerte arbeidet deres. Vi fortalte ikke noe særlig mer enn det. Kvale og Brinkmann (2009) anbefaler å møte deltakerne i studien på forhånd for å avklare forventningene til prosjektet, samt å ta i mot spørsmål. Dette bidrar til at elevene er trygge og avslappede under datainnsamlingen. To uker før gjennomføringen dro vi derfor til skolen og hadde et møte med klassen vi skulle observere. Vi fortalte om hva vi studerte, hva slags oppgave vi skulle skrive, og hvorfor vi ønsket å observere dem. Når vi da kom tilbake to uker senere, var elevene forberedt og kunne konsentrere seg om matematikken.

For å styrke validiteten og observere elever som arbeidet avslappet og naturlig, var det i vår interesse å holde klasserommet så normalt som mulig. For oss innebar det blant annet å sette kameraene så langt unna elevene at de ikke opplevdes som påtrengende, samt å ha gjort klart og skrudd på alt utstyr før elevene kom inn i klasserommet, slik at de ikke ble gjort oppmerksom på utstyret etter at de hadde satt seg. Vi valgte også å ikke lede timen eller ta ordet, men lot læreren gjennomføre timen på den måten som var mest mulig normal for klassen.

Reliabilitet i forskning handler om å stille seg spørsmålet «vil disse funnene bli funnet igjen?» (Merriam, 1995, s. 55). Hvis forskningen ble gjentatt, ville funnene vært de samme? For å sikre dette, søker forskere ofte å distansere seg fra datainnsamlingen, og benytte «objektive» metoder. Dette gjelder spesielt i kvantitativ forskning. I kvalitativ forskning er det vanskelig å se for seg at å gjennomføre samme opplegg en gang til vil gi de samme resultatene på nytt, og man kan derfor ikke sidestille reliabilitet i kvalitativ og kvantitativ forskning (Merriam, 1995, s. 56). Merriam (1995) poengterer at interaksjonen i klasserommet aldri er den samme dag etter dag. Hvis samme opplegg ble gjennomført en annen dag, ville kanskje elevene laget noen helt andre oppgaver. Videre skriver Merriam at i stedet for å lure på om de samme resultatene ville blitt funnet på nytt, bør man heller hige etter at resultatene fra studien er konsistente med dataen som er samlet inn. Det kan blant annet gjøres gjennom metodetriangulering; å bruke flere metoder for å samle data, som bidrar til å søre for større pålitelighet (Merriam, 1995, s. 56). I denne oppgaven har det blitt samlet data gjennom observasjon, videoopptak, lydopptak og innsamling av skriftlig arbeid. I tillegg har videomaterialet blitt transkribert. Det er alt det ulike datamaterialet sett i sammenheng som utgjør grunnlaget for analyse og tolkning. Å ha flere kilder bidrar til at det er flere deler som til sammen utgjør «sannheten».

3.4.1 Etikk

Å benytte videoopptak i dette prosjektet gjorde at det ble meldepliktig til Norsk Senter for forskningsdata (NSD) og Personvernombudet for forskning. Et forskningsprosjekt er meldepliktige dit hvis de behandler sensitive personopplysninger. I dette tilfellet var det ansiktene til elevene som gjorde at de ville kunne identifiseres ut ifra videoen, og dermed gjorde hele prosjektet meldepliktig. De godkjente prosjektet før det ble igangsatt.

Når det skal innhentes personopplysninger, må det også innhentes samtykke fra deltakerne. Fordi prosjektet ble gjennomført i undervisningstiden, var det obligatorisk for elevene å være tilstede. Det de kunne samtykke til, var å være en del av gruppene som ville bli filmet. I dette tilfellet var alle deltakerne under 18 år, og det måtte derfor innhentes samtykke fra foresatte. Ut ifra NSDs mal for samtykkeskjema ble elevene og deres foresatte informert om at opplysningene ville bli behandlet konfidensielt, og at de når som helst kunne trekke seg fra prosjektet. Skjemaet skulle signeres av både foresatte og eleven selv. Å be om elevens underskrift ble gjort som et tiltak for å aktivisere elevene som skulle delta, og dermed inkludere de i prosessen, etter idé fra Kvale & Brinkmann (2009).

I tråd med etiske retningslinjer fra NSD er alle deltakerne i studien blitt anonymisert med fiktive navn. Dette gjelder også navnet på læreren og skolen hvor studien ble gjennomført. For å ivareta læreren ble det i etterkant av timen ble det også gjennomført en kort og uformell samtale hvor han fikk mulighet til å komme med sine betraktninger rundt økten. Dette ble gjort slik at han kommentarer eventuelt kunne kommet frem i analysen eller diskusjonsdelen av denne oppgaven. Læreren var selv fornøyd med gjennomføringen av økten.

Bruk av videokamera i klasserommet var hovedkilden til data i denne studien. For å minimere påvirkningen kameraene hadde på elevene, ble de satt opp slik at de skulle vekke minst mulig oppmerksomhet. Dette var med å bidra til validiteten i studien. Samtidig førte dette til at elevene i stor grad fremsto som lite påvirket av dem, og snakket fritt. Et resultat av dette er uttalelser som er en del av en ungdommelig sjargong mellom venner, men som kan presentere elevene i et negativt lys når de tas ut av den muntlige konteksten og skrives ned som uttalelser. Dette gjelder for eksempel banning og erting mellom elevene. Når individer, og særlig barn, lar seg observere, må det vises særlig aktsomhet. I forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi (Kalleberg, 2006) påpekes det at når individer lar seg observere skal det vises respekt for deres integritet og selvrespekt. Jeg har ikke vurdert uttalelsene til elevene som sjenerende for dem, og mener ikke at deres selvrespekt eller integritet står i fare.

3.5 Fremgangsmåte og gjennomføring av problem posing-aktivitet

Elevene fikk utdelt en tabell med værdata hentet fra deres egen skole. Fordi det i dette prosjektet er brukt autentiske værdata, og det har vært et ønske om mest mulig frie tøyler for elevers undersøkelse, ønsket jeg i utgangspunktet at elevene skulle få svært åpne rammer for å finne data de ønsket å benytte som grunnlag for sine egne oppgaver. Nettsiden bergensveret.no henter data fra skolens værmåler, og presenterer disse i et Excel-dokument. Værstasjonen gjør målinger hvert tiende minutt, og en oversikt over været i løpet av en måned gir dermed et svært stort Excel-dokument (over 4300 linjer langt). Disse dataene kan kopieres over i et annet Excel-ark som vil lese dataen, og bearbeide den slik at gjennomsnittsverdiene for hver dag regnes ut. Dette er en veldig fin funksjon som sørger for at det for eksempel kun er én verdi for nedbør per dag, kontra 144 verdier i det originale dokumentet. Etter å ha lastet ned værdata fra skolen gjennom bergensveret.no flere ganger, og ble det likevel tydelig at det var lett å gjøre en glipp som førte til at dataen ble vanskelig å lese. Dette anså jeg som en ulempe og potensiell fallgruve for arbeidet. I tillegg hadde ikke elevene pc i klasserommet. Det å anskaffe datamaskiner til elevene, skru de på, samt guide de gjennom prosessen med å laste ned værdataen, ville være både innviklet og ta tid. Sett i lys av den begrensede tiden vi hadde til rådighet for å gjennomføre undervisningsopplegget, valgte vi derfor å vise elevene hvor dataen var hentet fra i en felles gjennomgang på tavla, og deretter dele ut en ferdig tabell på ark til elevene. Dette var et kompromiss mellom et ønske om frihet og et behov for effektivitet. For å holde døren åpen for de som kunne tenke seg å lage komplekse oppgaver med et større utvalg data, var det datamaskiner tilgjengelig i klasserommet, og elevene fikk vite at det var mulig å benytte de dersom de ønsket andre værdata. De fikk også link til sidene hvor dataen var tilgjengelig. Ingen av elevene benyttet seg av dette.

Tabellen var bearbeidet for å gjøre den mest mulig tilgjengelig for elevene. Dette ble gjort gjennom å fjerne to variabler som vi antok elevene ikke hadde noe forhold til: solstråling og UV-indeks. De variablene som sto igjen, var temperatur, nedbør, lufttrykk og vind. Lufttrykk er noe elevene ikke hadde jobbet mye med, men den ble beholdt etter samtale med læreren, da de kjenner til begrepene høytrykk og lavtrykk fra naturfag, og dette var relevant med tanke på å se etter sammenhenger mellom ulike variabler. Videre var tabellen elevene fikk bearbeidet for å tydeliggjøre informasjonen som sto der. Det ble gjort gjennom å legge til ulike bakgrunnsfarger, slik at temperaturgjennomsnitt, maksverdi og minimumsverdi alle var markert med rosa farge, nedbør var markert med blå, lufttrykk med grønn og vind med gul farge. På denne måten fremsto tabellen som enklere å lese, da tallene ble gruppert, fremfor at alt sto side om side.

Tabell 1 viser data hentet fra bergensveret.no og tabell 2 viser det bearbeidede arket elevene fikk utdelt:

Dato	Tid	Lufttemperatur (°C)	Nedbør (mm)	Lufttrykk (hPa)	Vind (m/s)	Vindretning (grader)	Relativ luftfuktighet (%)	Solstråling (W/m^2)	UV-indeks
23/10/17	0:00	9,8		1011,2	0	318	78	0	0
23/10/17	0:10	9,7	0	1011,2	0	348	77	0	0
23/10/17	0:20	9,7	0	1011,3	0	348	76	0	0
23/10/17	0:30	9,8	0	1011,4	0	333	76	0	0
23/10/17	0:40	9,8	0	1011,5	0	333	77	0	0
23/10/17	0:50	9,9	0	1011,5	0	333	77	0	0
23/10/17	1:00	9,8	0	1011,6	0	333	77	0	0
23/10/17	1:10	9,8	0	1011,6	0	333	77	0	0
23/10/17	1:20	9,8	0	1011,7	0	333	77	0	0
23/10/17	1:30	9,7	0	1011,7	0	333	77	0	0
23/10/17	1:40	9,7	0	1011,8	0	333	77	0	0
23/10/17	1:50	9,7	0	1011,8	0	333	78	0	0
23/10/17	2:00	9,7	0	1011,6	0	333	78	0	0
23/10/17	2:10	9,6	0	1011,6	0	333	79	0	0
23/10/17	2:20	9,5	0	1011,7	0	333	79	0	0
23/10/17	2:30	9,4	0	1011,7	0	333	79	0	0
23/10/17	2:40	9,3	0	1011,7	0	333	79	0	0
23/10/17	2:50	9,1	0	1011,6	0	333	80	0	0
23/10/17	3:00	8,7	0	1011,8	0	336	80	0	0
23/10/17	3:10	8,4	0	1011,9	0	340	81	0	0
23/10/17	3:20	8,3	0	1012,1	0	338	82	0	0
23/10/17	3:30	7,9	0	1012,1	0,4	9	83	0	0
23/10/17	3:40	7,9	0	1012,1	0	268	84	0	0
23/10/17	3:50	7,8	0	1012,2	0	305	83	0	0
23/10/17	4:00	7,7	0	1012,3	0	305	84	0	0
23/10/17	4:10	7,8	0	1012,4	0	306	84	0	0
23/10/17	4:20	8	0	1012,4	0	306	84	0	0
23/10/17	4:30	8,2	0	1012,5	0	321	84	0	0
23/10/17	4:40	8,3	0	1012,6	0	320	83	0	0
23/10/17	4:50	8,4	0	1012,6	0	320	83	0	0
23/10/17	5:00	8,4	0	1012,6	0	320	83	0	0
23/10/17	5:10	8,6	0	1012,7	0	320	83	0	0
23/10/17	5:20	8,6	0	1012,8	0	320	83	0	0
23/10/17	5:30	8,6	0	1012,8	0	320	83	0	0
23/10/17	5:40	8,6	0	1012,8	0	341	83	0	0
23/10/17	5:50	8,6	0	1013	0	346	83	0	0
23/10/17	6:00	8,6	0	1013	0	346	83	0	0
23/10/17	6:10	8,6	0	1013,1	0	346	83	0	0
23/10/17	6:20	8,8	0	1013,3	0	196	82	0	0
23/10/17	6:30	8,8	0	1013,3	0	194	81	0	0
23/10/17	6:40	8,8	0	1013,3	0	142	81	0	0
23/10/17	6:50	8,8	0	1013,4	0	142	81	0	0
23/10/17	7:00	8,8	0	1013,5	0	142	82	0	0
23/10/17	7:10	8,8	0	1013,7	0	142	82	0	0
23/10/17	7:20	8,8	0	1013,7	0	142	82	0	0
23/10/17	7:30	8,7	0	1013,9	0	142	82	0	0
23/10/17	7:40	8,7	0	1014	0	142	82	0	0
23/10/17	7:50	8,7	0	1013,9	0	355	82	0	0

Tabell 1: Rådata fra Bergensveret.no

Bergensværet: XX skole

- Hva ser du i denne tabellen?
- Hva betyr de ulike ordene og tallene?
- Ser du noen sammenhenger i tabellen?
- Hvilke ting kan vi finne ut ved å bruke disse tallene?

	Temperatur (C)			Nedbør (mm)	Lufttrykk (hPa)			Vind (m/s)		
Dato	Gjennomsnit	Maks	Min	Total	Gjennomsnit	Maks	Min	Gjennomsnit	Maks	Min
23.10.2017	9,88	12,1	7,7	1,2	1014,2	1015,8	1011,2	1,12	4,90	0,00
24.10.2017	9,21	11,0	7,3	13,8	1006,9	1013,6	1002,2	3,83	8,00	0,90
25.10.2017	10,31	12,2	9,4	16,4	1003,6	1007,2	1001,1	0,83	3,60	0,00
26.10.2017	9,77	11,5	7,8	18,8	1007,9	1014,3	1005,6	0,64	2,70	0,00
27.10.2017	8,60	10,0	7,1	7,2	1015,8	1019,6	1007,1	0,46	2,70	0,00
28.10.2017	8,49	9,7	5,8	19,0	997,0	1006,8	986,2	1,69	6,30	0,00
29.10.2017	5,43	7,5	3,2	0,6	1007,9	1018,6	989,5	2,83	4,90	0,00
30.10.2017	4,19	6,0	3,0	2,2	1020,2	1021,6	1018,6	0,33	2,20	0,00
31.10.2017	6,43	8,0	4,3	2,8	1013,0	1018,5	1007,2	2,69	4,50	0,90
01.11.2017	10,17	11,6	8,1	18,6	1000,2	1007,1	996,5	1,47	4,00	0,00
02.11.2017	7,21	9,8	2,7	0,8	1005,5	1010,2	997,9	1,10	3,60	0,00
03.11.2017	6,52	7,9	3,3	6,6	1004,8	1010,1	999,8	2,15	4,90	0,00
04.11.2017	7,97	9,2	7,1	33,2	996,5	999,9	994,7	2,61	5,40	0,00
05.11.2017	5,37	7,1	4,1	6,0	999,7	1007,9	994,8	0,12	2,20	0,00
06.11.2017	4,26	7,3	0,7	0,2	1014,0	1016,1	1008,0	1,98	6,70	0,00
07.11.2017	8,63	9,4	7,2	0,6	1014,0	1015,3	1013,0	6,06	8,00	4,50
08.11.2017	7,79	9,3	6,7	10,2	1014,9	1017,4	1008,1	4,35	8,50	0,90
09.11.2017	7,41	9,6	4,7	24,0	1000,7	1007,9	996,8	2,93	10,70	0,00
10.11.2017	3,21	5,6	1,2	17,4	995,5	998,5	992,6	0,22	1,80	0,00
11.11.2017	3,39	4,7	1,3	22,8	994,0	996,8	992,5	0,16	1,30	0,00
12.11.2017	3,53	5,9	1,3	1,0	1000,1	1010,0	994,3	0,41	2,20	0,00
13.11.2017	2,63	3,9	1,1	0,2	1013,5	1015,7	1009,4	0,51	4,50	0,00
14.11.2017	4,21	6,8	1,7	10,4	1007,6	1010,4	1002,7	1,63	5,40	0,00
15.11.2017	5,29	7,8	3,2	7,2	1014,5	1018,0	1008,9	0,36	2,20	0,00
16.11.2017	6,09	7,8	3,8	15,2	1007,2	1016,4	1000,1	3,21	7,60	0,00
17.11.2017	6,05	7,9	3,7	12,0	1004,7	1008,7	998,6	0,89	3,10	0,00
18.11.2017	4,83	7,5	1,9	11,2	994,3	998,5	991,4	1,54	4,50	0,00
19.11.2017	4,02	6,5	2,4	1,6	1005,4	1009,3	997,5	0,30	1,80	0,00
20.11.2017	1,16	2,8	-0,9	0,6	1008,7	1009,2	1008,3	0,01	0,90	0,00
21.11.2017	-0,96	2,2	-2,6	0,8	1007,0	1009,3	1000,0	0,00	0,00	0,00
22.11.2017	0,84	2,1	-1,1	0,2	989,7	999,8	984,0	0,52	2,70	0,00

Tabell 2: Bearbeidet værdata

Med tanke på å gjøre det enklest mulig for elevene å delta i undervisningen, ble også spørsmålene som skulle arbeides med i timen skrevet på arket. Det var i stor grad åpne spørsmål, og skulle fungere som referansepunkter for elevene i diskusjonene deres. Spørsmålene som ble gitt var: Hva ser du i tabellen? Hva betyr de ulike ordene og tallene? Ser du sammenhenger i tabellen? Hva kan vi finne ut ved å bruke disse tallene? Disse spørsmålene var ment for å starte samtaler i gruppene, og utenom spørsmål to, er det ikke *et* riktig svar på spørsmålene. Etter at elevene hadde diskutert spørsmålene i gruppen, gjennomførte læreren en felles oppsummering, hvor elevene fortalte hva de hadde snakket om. Dette ble gjort for å sørge for at selv grupper som ikke hadde fått diskutert spørsmålene, eller som ikke hadde forslag til svar, også fikk en viss innsikt i hva tabellen viste, og hadde grunnlag til å kunne lage noen oppgaver senere i timen.

Deretter fikk elevene beskjed om at de nå skulle lage egne matematikkoppgaver ut ifra tabellen og hva som sto der. Læreren sa også at det gjerne kunne være tekstoppgaver, og at oppgavene skulle være rettet inn mot noen på deres egen alder. Denne formuleringen ble valgt fordi den lå til grunn for mye av den tidligere forskningen som dette prosjektet er inspirert av, blant annet Silver & Cai (1996). På spørsmål fra en elev om hva som er pensum for niende trinn, svarte læreren at det ikke handlet om pensum, men at oppgavene gjerne skulle være litt utfordrende å løse for elevene selv. Elevene fikk også beskjed om at alle på gruppen måtte skrive på hvert sitt ark, altså ikke én elev som skrev ned gruppens idéer. Dette ble gjort for å gjøre det tydelig at alle var forventet å delta, samt at det ga mer skriftlig datamateriale å samle inn. Dette viste seg også å føre til at det ble laget flere oppgaver, ettersom elevene som arbeidet sammen ikke alltid laget identiske oppgaver. For å forsøke å utfordre elevene til å utfordre seg selv, fikk de etter en stund beskjed om at de skulle forsøke å lage oppgaver som de tror kunne være passende for elever på videregående. Her var tanken at hvis elevene hadde laget flere oppgaver som gikk på det samme, skulle de få en oppfordring til å lage noe annerledes. I tillegg kunne en slik oppfordring styre elevene inn på samtaler om *hva* som gjør noe vanskelig i matematikk, og dermed kunne også oppgavene de laget etter dette illustrere hva elevene anså som vanskelige oppgaver. Mens elevene arbeidet, gikk læreren rundt og hørte på forslagene deres, og hjalp til å lede de fra idé til skrevet oppgave.

På slutten av timen ble arkene til elevene samlet inn. Disse oppgavene har så blitt kodet.

3.6 Sluttproduktet: Elevenes oppgaver

Etter innsamling av det skriftlige arbeidet til elevene, ble oppgavene de hadde laget gjennomgått av meg. I første omgang av bearbeidingen ble oppgavene samlet i ett dokument, og stilt opp etter hvilket tema de tilhørte. Noen oppgaver ble levert inn av ulike elever med ulik oppgavetekst, men var i praksis samme oppgave skrevet på forskjellige måter. Jeg har kun beholdt en versjon av hver oppgave. Det var ingen elever på ulike grupper som hadde laget samme oppgaver. Grunnen til at en del oppgaver kom inn flere ganger, var at alle elevene ble bedt om å føre oppgavene individuelt. Mange oppgaver ble bare levert inn av en elev, fordi

samarbeidet og kommunikasjonen på gruppen av og til stoppet opp. Da hendte det at kun en person skrev ned en oppgave, uten at resten av gruppen fikk det med seg.
Etter at alle like oppgaver var fjernet, sto det igjen 25 unike oppgaver. Etter at disse ble identifisert, var målet å kategorisere de for å kunne se etter noen fellestrekk og mønster, og dermed kunne si noe om hva som kjennetegnet dem. I første omgang var hensikten å kategorisere de etter vanskelighetsgrad. Som nevnt i teoridelen, er det subjektivt hva ulike personer opplever som utfordrende. Å skulle kategorisere oppgaver etter vanskelighetsgrad er dermed ikke uproblematisk. Litt enklere er det å kategorisere oppgavene etter kompleksitet. Med kompleksitet mener jeg her hvor sammensatte oppgavene er. Det finnes ulike måter å kode oppgaver for å forsøke å måle kompleksitet, men heller ikke dette kan gjøres uten litt refleksjon.

Tidligere forskning har blant annet forsøkt å kode oppgavers kompleksitet ut ifra kompleksiteten i språket. For eksempel har Mayer, Lewis & Hegarty (1992) sett på den lingvistiske strukturen i matematikkoppgaver med fokus på om de inneholder sammenlignende formuleringer eller betingelser. Forskerne fant at oppgaver med sammenlignende eller betingede formuleringer var vanskeligere å løse for elever enn oppgaver uten dette, og dermed kan innhold av relasjoner eller betingelser tolkes som et tegn på kompleksitet (Silver & Cai, 1996). Et eksempel på et spørsmål med sammenlignende formulering er «Hvor mange flere kilometer kjørte Arturo enn Jerome?». Et eksempel på en oppgave med betingelser er «Hvis Elliot kjørte dobbelt så mange kilometer som Jerome, hvor mange kjørte da Elliot?».

Likevel kan relativt enkle formuleringer bety svært kompleks løsningsprosess. For eksempel inneholder formuleringen «Finn verdien av x» verken sammenlignende eller betingede formuleringer, men kan kreve svært stor matematikkompetanse for å løses dersom likningsuttrykket er avansert. «Hvis x er 2, hva er da x+3?». Denne oppgaven inneholder betingelser, men vil være ganske enkel å løse. Dermed kan koding etter formuleringer gi et skjevt bilde av vanskelighetsgraden i elevenes oppgaver. Silver & Cai (1996) benyttet denne kategoriseringen for å se etter sammenheng mellom de ulike oppgavene elevene laget. I deres prosjekt skulle elevene lage tre oppgaver som hørte til en kort tekst, og det var derfor interessant for forskerne å se på språklige mønstre i de tre oppgavene. Oppgavene elevene laget i dette prosjektet hadde liten sammenheng. Det var kun noen få oppgaver som refererte tilbake til oppgaven før (såkalte b-oppgaver). Derfor jeg har valgt å ikke se på språklige mønstre i elevenes oppgaver.

Å se på språk kan altså gi inntrykk av kompleksitet i oppgaven, mens det egentlig måler kompleksitet i oppgaveteksten. Jeg anser en oppgave for å være kompleks når den er kompleks å *løse*. Det finnes flere ulike måter å kategorisere matematikkoppgaver på som fokuserer nettopp på kompetansen som trengs for å løse dem, blant annet to som blir presentert av Silver & Cai (1996), og som benyttes i denne oppgaven. Å kategorisere oppgaver etter hvordan de løses kan være tidkrevende, fordi man må gå inn i hver oppgave og se for seg en løsningsprosess. Når man har funnet den mest sannsynlige løsningsprosessen, kan man deretter sette oppgavene i kategorier. Likevel er det som regel mange ulike måter å løse en oppgave på, noe som bringer et element av skjønn inn i kodingsprosessen. Det er ikke alltid tydelig hvilken fremgangsmåte elevene har sett for seg for å løse en oppgave, og det har dermed blitt gjort en vurdering av hvilken fremgangsmåte som fremstår mest sannsynlig. I tillegg kan en enkel oppgave gi en kompleks løsningsprosess dersom man ikke regner på enkleste måte. Hvis man for eksempel ikke kjenner til formelen for løsning av andregradslikninger, kan løsning av en slik ligning kreve svært mange steg, spesielt i motsetning til å bruke formelen.

Det må som sagt gjøres en vurdering av hver enkelt oppgave før den kan plasseres i en kategori. For å gi et bredere bilde av oppgavene, har de blitt kodet to ganger. En gang for hvor mange steg de krever for å løses, og en gang for hva slags type utregning som brukes. Å se på datamaterialet på flere måter bidrar til å skape det tredimensjonale bildet av forskningsobjektene som Thomas referer til (Thomas, 2006).

3.6.1 Koding etter antall steg

En av kategoriseringene som har blitt brukt i denne oppgaven teller antall steg som kreves for å løse oppgaven. Denne kategoriseringen ble blant annet brukt av Leung i 1993, som benyttet et regneprogram (GPS Graph) for å fastslå hvor mange regneoperasjoner som skulle til for å løse en oppgave (som sitert i Silver & Cai, 1996). Fordi det kun var 25 oppgaver som skulle kategoriseres i dette prosjektet, ble kodingen gjort uten bruk av et algoritmeprogram som GPS Graph, men av forskeren selv.

Å kode etter antall regneoperasjoner vil si noe som oppgavens kompleksitet fordi den illustrerer hvor mye som skal til for å finne en løsning. For eksempel vil en oppgave hvor man skal finne gjennomsnittet av fire tall kreve tre steg for å legge sammen de fire verdiene, og deretter et steg for å dele det på fire. Totalt vil oppgaven kreve fire steg. Å telle opp antall steg på denne måten kan gi et misvisende bilde av oppgavenes kompleksitet, fordi den teller alle steg som likeverdige. Å legge sammen 20 verdier vil kreve 19 steg, og vil dermed fremstå som mer kompleks enn en ligning som krever fire steg. Silver & Cai (1996) skriver at denne måten å kode på kan være misvisende for å måle kompleksitet, ettersom den kun tar høyde for hvor mange steg som kreves for å løse oppgaven, men ikke tar hensyn til hvor ulike disse stegene er.

For å ta hensyn til dette, har jeg valgt å ikke telle repetitive steg. Et eksempel er oppgaven «Hva er gjennomsnittstemperaturen fra 23. oktober til 07. november?». Selv om denne oppgaven krever at man først legger sammen syv ulike verdier, og deretter dividerer, har jeg valgt å regne det som ett steg for addisjon og ett steg for divisjon. Selv om det tar lengre tid å addere syv tall enn det tar å addere to, er ikke den nevnte oppgaven noe særlig vanskeligere enn for eksempel oppgaven «Hva er gjennomsnittstemperaturen for 1/11 og 2/11?», som bare har to regneoperasjoner. Fordi oppgavene ikke har særlig ulik vanskelighetsgrad, har de blitt kategorisert på en så lik måte som mulig. Begge oppgavene har blitt vurdert til å ha to steg.

Hvis en oppgave derimot krever at regningen gjøres i to omganger, har dette blitt kategorisert som to steg. Et eksempel på dette er oppgaven «Hvis du plusser sammen maks og min temperatur den 01.11.2017, hvor mye større blir svaret på den datoen enn 06.11.2017?». Her må man først addere makstemperatur og minstetemperatur for 01.11, og deretter addere makstemperatur og minstetemperatur for 06.11, og til slutt finne differansen. Dette har blitt kategorisert som tre steg, ettersom addisjonen må skje to separate ganger før man kan subtrahere for å finne differansen.

3.6.2 Koding etter oppgavetype

Den andre typen koding som har blitt benyttet, er å kategorisere oppgavene ut ifra hvilket matematisk [tema de tilhører]. Denne metoden ble benyttet av Silver & Cai (1996). De valgte kategorier som ble utviklet av Marshall (1995, sitert i Silver & Cai, 1996). Ved å skille hvilke type oppgaver elevene laget, kunne forskerne diskutere hvor komplekse og vanskelige oppgavene var. For å finne de mest passende kategoriene til dette prosjektet, har jeg valgt å ta utgangspunkt i kategoriene Marshall la frem, samt å legge til kategorier jeg mener ikke ble dekket av Marshall. Hans kategorier var sammenlign, grupper, endre, gjenta og varier (Silver & Cai, 1996). I tillegg til å videreføre en del av Marshalls kategorier, ble det også lagt til kategorier ettersom oppgaver ikke passet i de originale fem kategoriene. Kategoriene som ble lagt til var *gjennomsnitt*, *forklar/tolk,* og *ligning.*

Marshall (1995)	**Min versjon**	**Eksempel på elevoppgave**
Sammenlign	Differanse	Hva er forskjellen på gjennomsnittlige temperaturen i 23.10.2017 og 22.11.2017?
Grupper	Addisjon	Hvor mye mm har det regnet denne måneden?
Endre	Omgjøring	Hva ville svaret vært hvis vi hadde gjort det om til km/t?
Varier	Endre premiss	Elevene laget ingen oppgaver i denne kategorien
Gjenta	Se/gjenkjenn	Hvilken dag regnet det mest, og hvilken dag regnet det minst?
	Gjennomsnitt	Hva er gjennomsnitt på nedbør fra 23/10 til 22/11?
	Forklar/tolk	Hva betyr hPa?
	Ligning	12,1+7,7:2–X=9,88

Tabell 3: Kategorier for oppgaver

Å kombinere koding etter antall steg med koding etter kategori ble gjort for å gi en bredere oversikt over hvilke oppgaver elevene laget. Forskningsspørsmålene i dette prosjektet er både hva som kjennetegner elevenes oppgaver, samt hva slags type oppgaver elevene lager. Jeg var både interessert i å se hvor mye regning de ulike oppgavene krevde, og hvilken type matematikk som krevdes for å løse de. Resultatene fra kodingen blir presentert i diagrammer, og vil deretter diskuteres.

3.7 Prosess: Elevenes samtaler.

Etter hver time ble videomaterialet lastet opp til data, og transkribert i sin helhet. Å transkribere all dialog er en klar fordel for den som skal analysere materialet (Alrø & Kristiansen, 1997, s. 81). Likevel må man være bevisst på at det er en del feilkilder når man transkriberer. For det første vil det som oftest skje at noen ord er vanskelige å tyde, enten som følge av støy, dårlig utstyr eller mumling hos den som snakker. I tillegg ønsker man å beskrive hva som foregår av gester og kroppsspråk i videoen, noe som er veldig vanskelig å gjøre på en nøytral måte (Alrø & Kristiansen, 1997, s. 81). Når videomateriale skal transkriberes, er det ofte nettopp koppspråk og tonefall som er merkverdig, samtidig som dette er vanskelig å beskrive uten å måtte tolke.

Etter at elevenes samtaler var transkribert, ble de analysert. Innledningsvis ble dette gjort ved å lese gjennom elevenes samtaler flere ganger, og markere utsagn enten røde for «utfordring» eller gule for «kompetanse». Utfordring innebar at elevene slet med å få til noe, eller uttrykte at de opplevde noe som vanskelig. Et eksempel på dette er når en elev sier «Jeg vet ikke hvordan jeg skal si det ...» - hun har en utfordring med å formulere seg. Kompetanse innebar at elevenes utsagn var en beskrivelse av deres kunnskap om- og tilnærming til faget. Elevene viste kompetanse gjennom å foreslå oppgaver, foreslå tema, eller beskrive hva som gjør en oppgave vanskelig. Utsagn som ikke ble vurdert som interessante, ble ikke markert.

Etter at materialet var vurdert flere ganger, ble de markerte utsagnene ført inn i en tabell hvor bakgrunnen for markeringen ble begrunnet. Dette ble gjort for forskerens egen del, og fungerte som et utgangspunkt for videre analyse. I tabellen ble det beskrevet hvordan utsagnet kunne sees i sammenheng med Silver (1994) og Bonottos (2010) kvaliteter ved problem posing. Kvalitetene som ble vurdert som aktuelle i dette prosjektet var problem posing som en del av undersøkende matematikk, problem posing som en bestanddel av matematisk aktivitet, problem posing som et vindu til elevenes matematiske forståelse, og problem posing som et redskap for å viske ut skiller mellom klasserom og virkelighet. Utsagnene ble også vurdert opp mot utfordringene ved problem posing som ble lagt frem av Hansen og Hana (2015). De så at elever strevde med å lage relevante oppgaver, altså oppgaver som ga svar på noe i virkeligheten, samt at de hadde utfordringer med å avgjøre hvor vanskelig en oppgave ville være å løse.

4 Funn og analyse

Målet med denne oppgaven er å se på elevers arbeid med problem posing, samt se på oppgavene de lager. Derfor er funnene delt i to kategorier: elevenes oppgaver og elevenes samtaler. Funnene i de to kategoriene vil bli presentert, og deretter sees i sammenheng.

4.1 Elevenes oppgaver

Alle elevene leverte inn oppgaver ved slutten av økten. Alt i alt ble det levert inn 25 unike oppgaver. I dette kapitlet vil jeg besvare forskningsspørsmålet «Hva kjennetegner oppgavene elevene lager?»

Elevene har laget oppgaver som sprer seg over mange ulike matematiske tema, og som handler om alle de ulike variablene. Her følger en liste over alle de ulike oppgavene som ble laget:

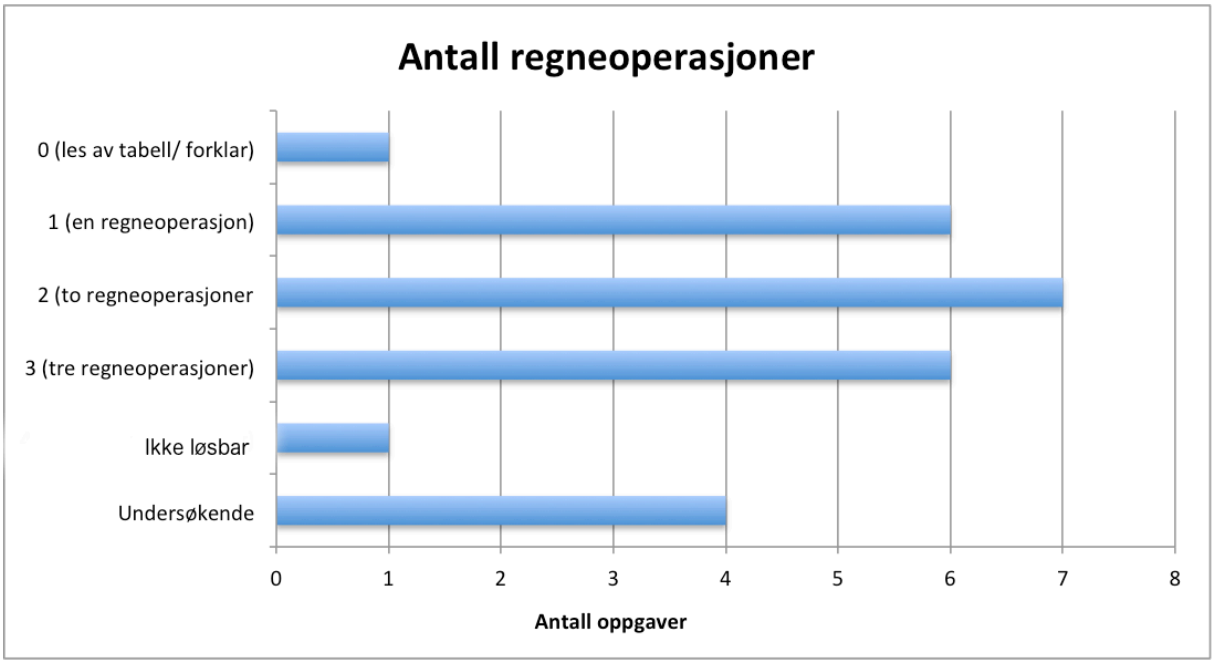
1. Hva er gjennomsnittstemperaturen for de syv første dagene? (23-29)
2. Hvis du regner gjennomsnittet på maks og min temperatur på 23.10/2017, og det stemmer ikke med det oppgitte gjennomsnittet. Hvorfor det?
3. Hva var temperaturforskjellen mellom maks og min den 20.11.2017
4. Hvis du plusser sammen maks og min temperatur den 01.11.2017, hvor mye større blir svaret på den datoen enn 06.11.2017?
5. Maks er i temperatur 12,1. Gjennomsnitt er 9,88. Hva er minimalen?
6. Hva er forskjellen på den gjennomsnittlige temperaturen i 23.10.2017 og 22.11.2017?
7. Hva er vindgjennomsnittet fra 23.10/2017 til 29.10/2017?
8. Hvor mye blir gjennomsnittet mellom 23/10 og 29/10 oppgitt i km/t?
9. Hva er gjennomsnitt på vind fra 23. oktober til 30. oktober og gjennomsnittet på vind fra 1. november til 07. november?
10. Hva ville svaret på a vært hvis vi hadde gjort det om til km/t? (Hører til oppg. 9)
11. Hva er forskjellen mellom de to periodene? (Hører til oppg. 9 og 10)
12. Gjør om gjennomsnittlige vinden i 13.11.2017 til km/t
13. Hvilken dag regnet det mest, og hvilken dag regnet det minst?
14. Hva er gjennomsnitt på de to dagene? (Hører til oppg. 13)
15. Hva er gjennomsnitt på nedbør fra 23/10 til 22/11?
16. Hva er medianen av nedbøren fra 23.10.2017 til 22.11.2017?

17. Hvor mye mm har det regnet denne måneden?
18. Hvor mye mm i gjennomsnitt har det regnet denne måneden?
19. Hvis gjennomsnittet på lufttrykket i 3. november var 1004,8 hPa, hvordan ville de påvirke temperaturen (c)?
20. Hva betyr hPa?
21. Hva er standardform på 3/11/17 og 17/11/17 og hvis du plusser de sammen. Hva blir det da?
22. 12,1+7,7:2–X=9,88
23. Gi en god forklaring på hvorfor temperaturene kan gå fra lav til høy til middels. Og hvorfor tallene kan være så forskjellig.
24. Finn ut gjennomsnittet fra 29/10/2017 til 05/11/2017?
25. Hvor stor er forskjellen fra 23/10/2017 til 29/10/2017 og mellom 29/10/2017 til 05/10/2017

De aller fleste av oppgavene handler om temperatur, nedbør og vind. Det ble kun laget tre oppgaver om lufttrykket (oppgave 19-21), to av dem var forklaringsoppgaver, og den siste var en omgjøringsoppgave. Selv om det har vist seg at elever som er gode problemløsere også ofte er gode til å lage egne oppgaver, er det også tydelig at kunnskap om emnet man jobber med også er essensielt for om man klarer å arbeide videre med det. Lufttrykk var den minst gjenkjennelige parameteren, og mange elever ba om hjelp for å forstå hva hPa betyr. Det virker sannsynlig det var derfor elevene heller laget oppgaver om temperatur, nedbør og vind. Likevel er det verdt å nevne at 25 oppgaver ikke er et stort utvalg, og at tre oppgaver om lufttrykk i motsetning til seks oppgaver om nedbør ikke kan beskrives som en veldig stor forskjell.

4.1.1 Oppgavenes kjennetegn: regneoperasjoner

For å kunne si noe om oppgavenes kjennetegn, har de blitt kategorisert etter antall regneoperasjoner og etter matematisk tema. For å kunne telle antall steg som skal til for å løse en oppgave, har jeg gått gjennom utregningen av hver enkelt oppgave. På denne måten har jeg også fått innsikt i hvilken matematikk som må tas i bruk for å løse de ulike oppgavene.



Figur 2: Elevenes oppgaver etter antall regneoperasjoner

Figur 2 viser antall regneoperasjoner eller antall steg som skulle til for å løse elevenes oppgaver. Det første tydelige kjennetegnet på oppgavene er, som det fremgår av tabellen, at de krever enten ett, to eller tre steg for å løses. Det var kun en oppgave som gikk på å lese av tabellen, nemlig «Hvilken dag regnet det mest, og hvilken dag regnet det minst?».

4.1.1.1 1-3 regneoperasjoner

Seks oppgaver krevde kun ett steg å løse. Disse var stort sett oppgaver om differanse, for eksempel «Hva var temperaturforskjellen mellom maks og min den 20.11.2017». Denne oppgaven krever at du tar maksverdien og trekker fra minsteverdien, altså kun ett steg.

Oppgavene med to regneoperasjoner var det aller flest av, og det er i stor grad oppgaver som går på å regne ut gjennomsnitt. Jeg valgte som sagt å kategorisere det som to regneoperasjoner enten man skulle regne gjennomsnitt av to verdier (addere og dividere) eller 30 verdier (addere 29 ganger og så dividere). Et eksempel på en oppgave som dermed er i kategorien «to regneoperasjoner» er «Hva er gjennomsnitt på nedbør fra 23/10 til 22/11?», hvor man først må addere, og deretter dividere. Oppgave 24 «Finn ut gjennomsnittet fra 29/10/2017 til 5/11/2017» mangler spesifisering, og det er derfor ikke mulig å vite hvilken parameter oppgaven skal løses for. Likevel har jeg valgt å kategorisere den som en oppgave med to steg, fordi uansett om det er nedbør, temperatur eller vind, så vil oppgaven kreve at du adderer og dividerer. Oppgave 25 «Hvor stor er forskjellen fra 23/10/2017 til 29/10/2017 og mellom 29/10/2017 til 05/10/2017» har jeg derimot kategorisert som ikke løsbar, fordi jeg ikke forstår hva oppgaven spør om, og derfor ikke kan se for meg en løsningsmetode.

En naturlig tanke i arbeidet med kategoriseringen av oppgavene, har vært at flere steg vil bety en vanskeligere oppgave. Oppgaver med tre regneoperasjoner kan være ganske vanskelige, men de oppgavene elevene lager er i liten grad komplekse. De er stort sett bare en kombinasjon av å først skulle finne gjennomsnitt og deretter differanse, altså en kombinasjon av oppgaver med en og to regneoperasjoner. En annerledes type oppgave med tre steg er «Maks er i temperatur 12,1. Gjennomsnitt er 9,88. Hva er minimalen?». Dette er en ligning skrevet i tekstform, hvor vi får oppgitt to verdier, og skal finne den ukjente verdien. For å kode oppgaven, har jeg gått ut ifra at oppgaven kan skrives om til $\frac{12{,}1+x}{2} = 9{,}88$. For å regne ut dette, ganger jeg med 2 på begge sider, og vi får uttrykket 12,1+x=19,76. Så kan vi trekke fra 12,1 fra 19,76, og se at x=7,66. Dette krevde altså tre regneoperasjoner. En alternativ løsningsmetode kunne være å lete i tabellen elevene fikk, og finne dagen hvor makstemperaturen var 12,1 og gjennomsnittlig temperatur var 9,88, og deretter sett hva minstetemperaturen var på den dagen. Oppgaven ville i så fall blitt kodet til å ha 0 steg (les av tabell).

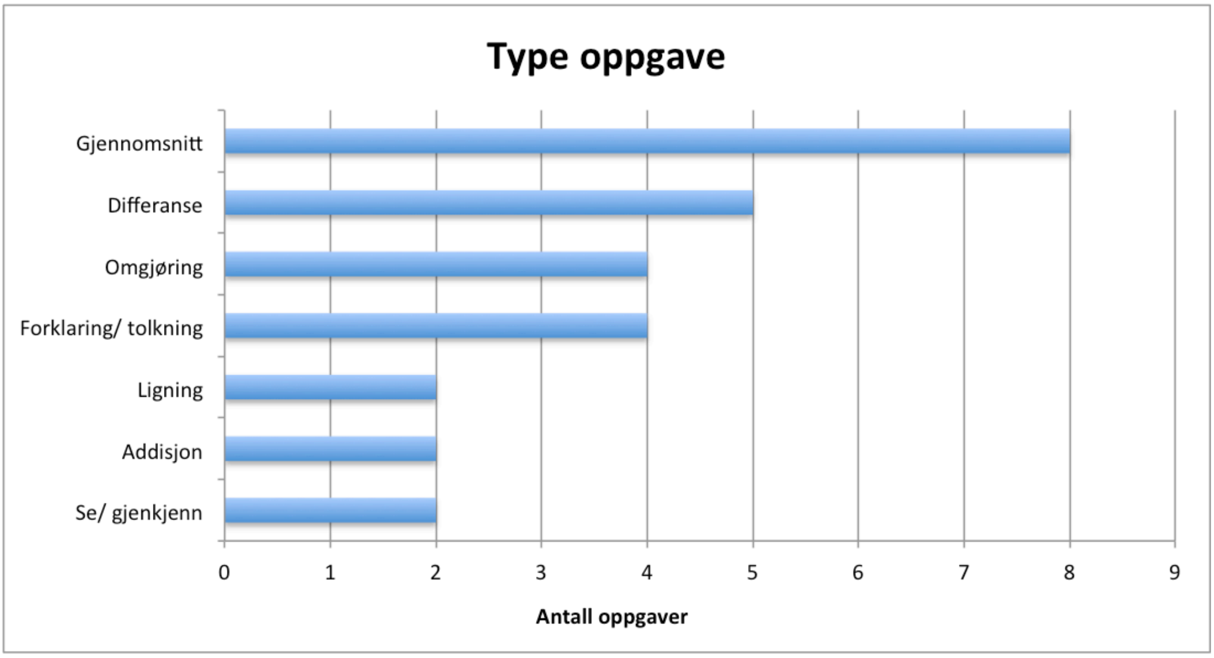
Oppgaven byr også på en annen utfordring. Tabellen elevene fikk utdelt (tabell 2) var en bearbeidet versjon av alle målingene som ble gjort daglig ved værstasjonen, og var delt inn i maksimumstemperatur, minimumstemperatur og gjennomsnitt. Det oppgitte gjennomsnittet var ikke gjennomsnittet av dagens maks og minstetemperatur, men heller et snitt av alle dagens 240 temperaturmålinger. En konsekvens av dette er at ligningen elevene laget, hvor man skal regne ut minstetemperaturen dersom maks er 12,1 og gjennomsnitt er 9,88, vil gi et annet svar enn det vi finner i tabellen. Selv om ligningen likevel er mulig å løse, betyr det at når man har funnet verdien av x, vil ikke denne faktisk være lik minstetemperaturen i virkeligheten. De to løsningsmetodene jeg har skissert, vil altså gi ulikt svar. I tabellen finner vi at minstetemperaturen den aktuelle dagen var 7,7, ikke 7,66. For denne valgte dagen var det kun en liten differanse, men på en annen dag kunne forskjellene blitt større.

4.1.1.2 Undersøkende oppgaver

Det ble også laget en del undersøkende oppgaver. Med undersøkende oppgave mener jeg oppgaver som ikke kan besvares med tall, men som må besvares med matematisk kompetanse. Et eksempel på undersøkende oppgaver er «Hva betyr hPa?» og oppgaven «Hvis gjennomsnittet på lufttrykket i 3. november var 1004,8 hPa, hvordan ville det påvirke temperaturen (c)?». Dette er oppgaver som legger opp til at løseren må forklare eller tolke. Oppgaven som ber løseren om å forklare hvordan et lufttrykk på 1004,8 påvirker temperatur utfordrer elevene til å bruke kunnskapen de har om vær, samt tabellen de har fått utdelt til å forsøke å gi en forklaring og begrunnelse. Ved å se på oppgavene under ett, vil jeg påstå at de undersøkende oppgavene er de som krever mest av elevene. Foruten oppgaven som spør hva hPa står for, er det ikke åpenbart hvordan de skal løse de undersøkende oppgavene. De krever derfor stor selvstendighet til å trekke slutninger og fremme hypoteser. Dette er et godt eksempel på at å måle hvor mange steg som kreves for å løse en oppgave, ikke nødvendigvis sier noe særlig om hvor vanskelig den er.

Silver & Cai (1996) brukte lingvistisk analyse for å avgjøre i hvilken grad elevenes oppgaver bygget på hverandre og i den grad hørte sammen. Elevene i deres studie laget oppgaver ut ifra en kort tekst. Tallmaterialet elevene brukte i denne studien var relativt omfattende, og elevene endte ikke opp med å lage særlig mange oppgaver som bygget på hverandre. På bakgrunn av dette, valgte jeg å ikke undersøke oppgavenes sammenheng i denne studien. Hadde tallmaterialet vært mindre, ville elevene hatt et snevrere utgangspunkt, og det er større sjanse for at de ville laget oppgaver som handlet om det samme. Selv om det var få oppgaver som hang sammen, er det verdt å nevne det jeg har valgt å kalle b-oppgaver. Å lage en oppgave, og deretter jobbe videre med den for å lage et vanskeligere oppfølgingsspørsmål, er noe vi ofte ser i lærebøker. Et oppfølgingsspørsmål som kan besvares etter man har besvart den første oppgaven (a-oppgaven), har jeg kalt for b-oppgaver, fordi de ofte får navn b i lærebøker. Først 2a, så 2b. Selv om dette er ganske vanlig praksis i lærebøker, laget elevene i liten grad b-oppgaver selv. En gruppe laget oppgaven «Hva er gjennomsnitt på vind fra 23. oktober til 30. oktober og gjennomsnittet på vind fra 1. november til 07. november?» og fulgte den opp med to andre oppgaver, nemlig «Hva ville svaret på a vært hvis vi hadde gjort det om til km/t?» og «Hva er forskjellen (mellom de to periodene)?». I tillegg til denne leddoppgaven, ble det kun laget én b-oppgave til, nemlig «Hva er gjennomsnittet på de to dagene?» som et oppfølgingsspørsmål til «Hvilken dag regnet det mest, og hvilken dag regnet det minst?».

4.1.2 Oppgavenes kjennetegn: type oppgave



Figur 3: Elevenes oppgaver etter type

Figur 3 viser hvilke regnearter og matematiske tema som lå til grunn for de ulike oppgavene. Oppgavene fordeler seg over syv ulike kategorier, og er sånn sett mangesidige. Likevel ligner oppgavene på hverandre på den måten at mange av oppgavene er av samme type og har samme oppbygning.

Når vi ser på de ulike kategoriene, kan vi tydelig se at oppgaver om gjennomsnitt er det mest vanlige, med nesten dobbelt så mange oppgaver som de andre kategoriene. Det er vanskelig å si hvorfor det er en overvekt av oppgaver om gjennomsnitt, men en av grunnene til at elevene har valgt å fokusere på det, kan være at tabellen «tipset» de om det. Både temperatur- vind- og lufttrykkskolonnen var delt inn i min, maks og gjennomsnitt. Det kan ha vært med på å fortelle elevene at gjennomsnitt er et relevant begrep når vi snakker om vær. At elevene blir påvirket av å lese tabellen, og dermed tar med seg begreper over i problem posingen er ikke usannsynlig, i tråd med funnene til Silver & Mamona (1989). De fant at oppgavene som ble laget under en problem posing-økt gjenspeilet det deltakerne hadde arbeidet med før problem posing-aktiviteten. Elevene i dette prosjektet ble etter hvert selv bevisste på at de hadde laget mange oppgaver med gjennomsnitt, men uttrykte at de syntes det var vanskelig å komme på noe annet. Det er vanskelig å avgjøre om alle oppgavene som går på gjennomsnitt er oppgaver med relevans, altså om de vil gi svar på noe i virkeligheten. For eksempel spør en oppgave «Hvilken dag regnet det mest og minst?» og deretter «Hva er gjennomsnittet på de to dagene?». Det er vanskelig å si hva elevene tenker at denne oppgaven skal gi svar på, eller om de bare ønsker å legge til et ekstra steg for den som skal løse oppgaven. De diskuterer sjelden løsningens relevans utenfor klasserommet når de lager oppgavene.

Oppgaver som går på differanse er det nest mest representerte. En del av disse oppgavene er det jeg har kalt b-oppgaver, altså oppgaver som hører sammen med den foregående oppgaven. Et eksempel på dette er oppgaven «Hva er gjennomsnitt på vind fra 23. oktober til 30. oktober og gjennomsnittet på vind fra 1. november til 07. november?» som følges opp med oppgaven «Hva er forskjellen (mellom de to periodene)?».

En god del av oppgavene som handler om omgjøring er typiske b-oppgaver som blir gitt i tillegg til en annen oppgave. En av oppgavene som ble levert inn var «Hva er vindgjennomsnittet fra 23/10 til 19/10?», som hadde den tilhørende b-oppgaven: «Hva ville dette svaret vært i km/t?».

Elevene har også laget en del oppgaver som går på å forklare, denne kategorien rommer de undersøkende oppgavene fra figur 2. Her finner vi for eksempel oppgaven «Gi en god forklaring på hvorfor temperaturene kan gå fra lav til høy til middels. Og hvorfor tallene kan være så forskjellige». Dette er en oppgave som utfordrer løseren til å måtte reflektere rundt hvorfor temperaturen er som den er. Spørsmålet «Hva betyr hPa?» var noe de fleste elevene selv ikke kunne svare på ved starten av timen, men som de lærte denne dagen. De stiller spørsmålet «videre», og tenker kanskje at det er noe man bør vite. Dette gjenspeiler også Silver & Mamona (1989) sine funn, hvor de så at oppgavene elever laget ofte lignet på oppgaver de selv hadde jobbet med tidligere.

To grupper laget også en ligning, og derfor er ligning satt opp som en egen kategori. Å løse ligninger innebærer ofte alle de fire regneartene, i tillegg til kunnskap om hvordan man regner med ligningsuttrykk. Nettopp derfor er det satt opp som en egen kategori, og ikke en som for eksempel «addisjon + subtraksjon + divisjon + multiplikasjon». Ligningen elevene laget tok utgangspunkt i en dato fra tabellen, hvor de oppga makstemperaturen og gjennomsnittet, og satte minstetemperaturen som x. De fikk etter et par forsøk til å sette dette opp som likningsuttrykket 12,1+7,7/2-x=9,88. Dette var det eneste ligningsuttrykket som ble laget, men en annen gruppe laget som sagt oppgaven «Maks er i temperatur 12,1. Gjennomsnitt er 9,88. Hva er minimalen?», hvilket i praksis spør om det samme.

De to siste kategoriene er addisjon og se/gjenkjenn. Addisjonsoppgavene innebar nettopp kun addisjon, for eksempel i oppgaven «Hvor mye mm har det regnet denne måneden?», hvor man skal legge sammen 30 verdier. Se/ gjenkjenn bestå av de to oppgavene «Hvilken dag regnet det mest og hvilken dag regnet det minst?» og «Hva er medianen av nedbøren?».

4.1.3 Oppgavenes kjennetegn: meningsfylte oppgaver

Relevans i oppgavene se gjennom?

Alt i alt var oppgavene som ble laget i stor grad oppgaver som «ga mening». Det var få oppgaver uten relevans, og det var bare én oppgave som ble oppgitt med kun tall (ligning). Elevene laget en høy andel tekstoppgaver som brukte et enkelt språk for å stille matematiske spørsmål med en grad av relevans utenfor klasserommet. Et eksempel på dette er oppgavene «Hvilken dag regnet det mest?» og «Hvor mange millimeter har det regnet denne måneden?». At elevene bruker dagligspråk og skriver tekstoppgaver fremfor rene «regnestykker» kan tyde på at den nære, autentiske konteksten aktiviteten ble gjort i har ført til at elevene tar med seg begreper fra virkeligheten inn i klasserommet.

Samtidig var det noen av elevene som laget oppgaver hvor de ikke synes å trekke inn særlig med hverdagskunnskap. For eksempel lager en elev oppgaven «Hva er medianen av nedbøren?». Denne oppgaven gir trolig ikke mening for eleven, og har helle ringen relevans i virkeligheten. At det skal bygges broer mellom skole og hverdag er et mål for undervisningen, noe som kommer tydelig frem i læreplanen for matematikk. Der står det blant annet at matematikken skal knyttes sammen med praktiske situasjoner. De aller fleste elevene klarer å knytte matematikken sin til reelle situasjoner, hvilket gjenspeiles I oppgavene de lager. I dette prosjektet så jeg at de elevene som trakk inn hverdagsbegrep i arbeidet laget både flere og vanskeligere oppgaver. Disse elevene lager også oppgaver med høyere relevans, altså oppgaver som gir mening også i virkeligheten, og ikke bare er vilkårlige matematikkstykker.

4.2 Elevenes samtaler

Ut ifra oppgavene elevene leverte inn, er det tydelig at elevene klarer å lage egne oppgaver. De lager flere oppgaver, og de lager varierte oppgaver. Samtidig så vi i praksis at elevene støtte på utfordringer underveis i arbeidet sitt. I denne delen vil jeg analysere elevenes samtaler, identifisere hva de fokuserer på når de arbeider med problem posing, og se på noen hovedutfordringer elevene møter når de arbeider med dette.

Problem posing som problemløsning

Det er naturlig å tenke at problem posing er noe som skjer i forkant av problemløsning, at man lager oppgaver og deretter løser dem. Likevel kan man anse problem posing som en form for problemløsning, hvor man benytter problemløsningsprosessen for å gå fra en idé til å lage vellykkede oppgaver. Polya (2004) beskrev problemløsningsprosessen som fire steg:

1. Forstå problemet
2. Lag en plan
3. Gjennomfør planen
4. Se tilbake

Silver (1994) skisserte seks ulike kvaliteter ved å drive problem posing i klasserommet: som stimulerende for kreativitet, som en bestanddel av matematisk aktivitet, som en øvelse i problemløsning, som et vindu til elevens forståelse og som en positiv påvirkning på elevenes holdning til faget. I tillegg skrev Bonotto (2010) at problem posing kan være et middel for å viske ut skiller mellom skole og hverdag. I analysen av elevenes samtaler vil jeg se om det finnes uttalelser som illustrerer de ulike kvalitetene ved problem posing, og om det er andre kvaliteter som blir tydelige.

4.2.1 Utfordring 1: Forstå problemet

I samtalene elevene hadde når de skulle lage oppgaver, uttrykte de ofte frustrasjon rundt at det var vanskelig og forvirrende å lage oppgaver. Et eksempel er denne uttalelsen fra Ane, som kommer etter at en annen på gruppen har foreslått at de skriver ned en oppgave: «Men jeg skjønner ikke helt meningen på det vi gjør nå.. Kan vi bare gjøre matte, eller? Eller skal vi finne ut av noe? Jeg skjønner ikke»

Ane uttrykker at hun ikke forstår helt hva det de arbeider med. Hun har sittet og fulgt med, og har allerede begynt å lage oppgaver, så hun lurer trolig ikke på hva *instruksen* er. Istedenfor virker det som Ane ikke skjønner hvorfor de bare skal *lage* oppgaver som de ikke engang skal løse. Gjennom observasjon i klasserommet fremsto mange elever som usikre og forvirrede når de fikk beskjed om å lage egne oppgaver. Anes uttalelse «Kan vi ikke bare gjøre matte?» impliserer at det hun gjør nå, altså problem posing, ikke er matte. I hvert fall ikke etter hennes erfaring med begrepet.

At Ane stiller seg spørrende til hele aktiviteten, og er usikker på hva hun skal gjøre, gjør at vi kan betrakte dette som en problemløsningsaktivitet for henne. Etter Polyas egen definisjon, er det å ha et problem «to search consciously for some action appropriate to attain a clearly conceived, but not immediately attainable, aim» (Polya, 2004). Det er ingen grunn til at Ane skulle være alene om å oppleve det som vanskelig og forvirrende å lage egne oppgaver. Elevene hadde få eller ingen erfaringer med å lage egne matematikkoppgaver, og mange er ikke trygge på hvordan de bør gå frem for å lage oppgavene. Samtidig vil det å definere denne aktiviteten som en problemløsningsoppgave også bety at noen elever *ikke* opplever den som et matematisk problem. For dem er dette en undersøkende aktivitet, men de er verken usikre eller forvirret rundt hvordan de skal gå frem for å mestre aktiviteten.

Læreren i klassen forteller at undersøkelse og problem posing ikke har vært hyppige aktiviteter tidligere. Dette er trolig en av grunnene til at mange synes aktiviteten er utfordrende. Å arbeide med problem posing gir elevene erfaring med å måtte regulere seg selv, og øvelse i å jobbe selvstendig. Dette trekker Silver (1994) frem som en av kvalitetene ved problem posing, nemlig at elevene får arbeide undersøkende. Elevene må arbeide undersøkende for å finne ut av hvilke spørsmål og oppgaver de kan lage ut ifra datamaterialet. Det er utfordrende å skape noe nytt, i dette tilfellet nye oppgaver. Mange elever vil kanskje oppleve at det er mer utfordrende å lage gode oppgaver enn det er å løse dem. Einstein (1938) sa at å finne et problem som regel er mye viktigere enn å løse det, ettersom å løse det ofte kun krever matematikkunnskap.

Polya (2004) trekker frem at selvregulert arbeid med å lage problemstillinger og oppgaver er en viktig del av det arbeidet matematikere gjør i virkeligheten, og mener at matematikktimene bør gjenspeile dette. Dette skriver også Silver (1994) om. Han skriver at problem posing kan være en aktivitet som gir elevene erfaring med å arbeide med matematikk på den måten matematikere arbeider med sitt fagfelt. Dette innebærer blant annet å selv være med å velge hva man skal arbeide med og hvordan det arbeidet skal foregå.

En måte noen elever kom med idéer til oppgaver, var å stille spørsmål ut ifra det de selv lurte på. For eksempel sier elevene på gruppe B til en student at de ikke vet hva hPa betyr, men at de har lært det denne timen. En av oppgavene denne gruppen leverer inn er «Hva betyr hPa?». Et annet eksempel er Ane og Mia som ved å kontrollere tabellen finner ut at gjennomsnittstemperaturen ikke er gjennomsnittet av makstemperatur og minstetemperatur. De leverer senere inn oppgaven «Hvis du regner gjennomsnittet på maks og min temperatur på 23.10/2017, og det stemmer ikke med det oppgitte gjennomsnittet. Hvorfor det?». I begge tilfellene har elevene først et spørsmål de diskuterer på gruppen og kanskje ber om hjelp til, hvorpå de ender opp med å finne ut av det. Etter dette går de bort fra hele temaet, men senere i økten foreslår en av elevene at de stiller det spørsmålet de selv har lurte på tidligere. Resultatet blir at elevene lager oppgaver som både er en konsekvens av deres eget undersøkende arbeid, og som samtidig vil kreve at løseren arbeider undersøkende for å finne svar på dem.

4.2.2 Utfordring 2: Lag en plan

Det andre steget i problemløsningsprosessen er å lage en plan, og her møter elevene noen andre utfordringer. De forsøker å tenke ut, og diskutere ulike idéer. Her er det fortsatt Ane som snakker med sidemannen sin Mia, og de oppdager at den oppgitte gjennomsnittstemperaturen i tabellen ikke er gjennomsnittet av maks- og minstetemperaturen. Gjennomsnittstemperaturen i tabellen baserer seg på målinger gjort gjennom hele dagen. Dette er en imponerende oppdagelse, som viser at de er kritiske og har kontrollert tabellen for å se om den stemmer. En student går bort og bekrefter funnet deres, og forklarer at det ligger mange flere verdier til grunn for det oppgitte temperaturgjennomsnittet. Ane prøver å finne en måte hun kan lage en oppgave ut ifra dette. Hun sier «Det er noe vi ikke har fått vite, som de folkene [som lager tabellen] har fått vite. Og det er jo x?». Dette er Mia helt enig i. Elevene ser for seg en ukjent verdi som trengs for å få gjennomsnittet til å stemme. De har funnet en oppgave de virker interessert i å først løse selv, og deretter skrive ned som en oppgave til andre. Dessverre blir denne oppgaven aldri laget. Likevel viser dette at elevene er nysgjerrige, og skjønner at det finnes oppgaver man kan lage ut ifra tabellen, hvor det er en *ekte ukjent* og et *ekte mål* for oppgaven. I dette tilfellet mangler muligens elevene den overordnede forståelsen for likninger og ukjente som trengs for å lage en slik oppgave.

De ender i stedet opp med å lage oppgaven «12,1+7,7/2-x=9,88». De er altså inne på noe, men denne oppgaven vil ikke finne svar på noe i virkeligheten. Elevene har tenkt at siden gjennomsnittet av maks- og minstetemperatur var 0,2 mindre enn den oppgitte gjennomsnittstemperaturen for dagen, måtte de trekke fra x for å få ligningen til å gå opp. Det de i praksis har gjort er å finne differansen mellom dagsgjennomsnittet og snittet for maks og minstetemperatur. Det er seg selv en interessant oppgave, men her er kanskje ikke elevene bevisste på hva denne ligningen faktisk regner ut. Ane prøver å regne gjennom sin egen oppgave for å få det til å gi mening, men får det ikke til.

Denne situasjonen er et godt eksempel på hvorfor matematisk kunnskap er så viktig for å kunne lage gode oppgaver. Selv om elevene vet hva gjennomsnitt er, og hvordan man regner med det, klarer de ikke overføre den kunnskapen til å lage en oppgave med en ukjent verdi. Dette er et eksempel på hvordan problem posing kan være et vindu inn til elevers matematiske forståelse (Silver, 1994). Silver viser til at mange forsøk med problem posing har avdekket at elevene har vanskeligheter med å representere virkeligheten gjennom matematikk. Ane setter ord på det på denne måten: «Det er vanskelig å finne ut hva jeg skal gjøre. Det er vanskeligere for de som har laget oppgavene enn det er for oss å regne det ut». Ane setter ord på noe som synes å gjelde for flere: elevene synes det er vanskelig å lage oppgaver, men de samme elevene sliter *ikke* med å løse oppgaver. Det betyr at selv om det er sammenheng mellom gode problemløsere og gode problem posere, er det mange elever som er flinke å regne matematikk, men som synes det er vanskelig å bruke matematikken på en slik måte at de kan lage spørsmål og oppgaver. Hvorvidt det er vanskelig å lage oppgaver eller ikke, er vanskelig å si. Der oppgaver ofte har en åpenbar fremgangsmåte som elevene har trening i hvordan gjennomføre, er det ikke om noen fremgangsmåte eller algoritme for å lage egne oppgaver.

4.2.3 Utfordring 3: Gjennomføre planen

Når elevene har funnet en idé eller plan for oppgave, så er det neste steget å gjennomføre den. I dette tilfellet vil det si å foreslå oppgaven for gruppen og eventuelt skrive den ned.

Ane har en idé hun vil gå videre med, men sliter med å formulere seg:

> Hva er gjennomsnittet ... nei jeg vet ikke. Jeg vet ikke hvordan jeg skal si det! Jeg har lyst å si sånn der hva er gjennomsnittet for eksempel for alle de dagene der? (Peker på de ulike verdiene for en dag). Så må de plusse sammen, også må de dele det. Men jeg vet ikke hvordan jeg skal få det ned på papiret.

Ane har altså en idé, men ved å si «Jeg har lyst å si ...» forteller hun at det er noe hun har lyst til å få til, men hun er usikker på hvordan. Hun har klart for seg hva løseren skal gjøre: «Så må de plusse sammen og dele det». Likevel sier hun at hun ikke vet hvordan hun skal få det ned på papiret. Senere, når hun arbeider med en annen oppgave, sier hun «Jeg greier ikke forklare, jeg er ikke en lærer!». Det er altså en utfordring å få skrevet ned og formulert det hun tenker. Det kan se ut som hun ikke er vant til å formulere seg matematisk. Gjennom disse uttalelsene får vi et vindu inn til elevenes matematiske forståelse, og kan se at å uttrykke matematikk muntlig og skriftlig er noe elevene har utfordringer med. Når de andre på gruppen til Ane ikke forstår hva hun prøver å si, begynner hun å forsøke å regne ut sin egen oppgave for å se om det kan hjelpe henne å formulere seg skriftlig. Da kommer en student bort til gruppen.

Student	Hvordan går det?
Ane	Dårlig
Pia	Vi vet ikke hva vi skal finne på.
Student	Hva slags idéer har dere?
Pia	(ler) (til Ane) Hva var din idé? Din eneste idé.
Ane	Eksempel, vi kan si sånn her: Hva er gjennomsnittet for.. neei, jeg vet ikke hvordan jeg skal si det. I hvert fall, jeg har lyst at man skal regne sammen eksempel gjennomsnittet på alle de der tallene den dagen. Jeg vet ikke hvordan jeg skal skrive det.
Student	Nei... Men.. Så du har lyst å finne en oppgave hvor du regner ut gjennomsnitt for temperatur, nedbør, lufttrykk og vind. Mhm.. Hva er det man finner ut da eventuelt?
Ane	Jeg vet ikke haha. Gjennomsnittet for alt sammen.

Ane arbeider altså fortsatt med idéen sin, selv om de andre på gruppen ikke har koblet seg på eller prøver å hjelpe henne. Hun jobber på en undersøkende måte, hvor hun ikke nødvendigvis har en klar plan, men utforsker hva hun kan få til med den informasjonen hun har. Pia sier at de ikke vet hva de skal finne på, på tross av at Ane har fortalt hva hun ønsker å få til. Ane forklarer igjen hva slags oppgave hun ønsker å lage, også denne gangen er hun tydelig på hvordan oppgaven skal se ut. Studenten spør henne så hva dette vil regne ut, men det er ikke Ane sikker på. Hun vet at det vil regne ut gjennomsnittet av alt.

Ane fremstår genuint nysgjerrig. Problem posing-aktiviteten har gitt henne muligheten til å jobbe undersøkende, og prosessen hennes kan knyttes til to av Collins mål med undersøkende matematikk: å konstruere egne teorier og prinsipper som springer ut av undersøkelsen, og å lære å løse problemer ved å stille metaspørsmål og kontrollspørsmål (Collins, 1986, sitert i Silver, 1994). Viktigheten av å kunne stille seg metaspørsmål og kontrollspørsmål er noe også Hansen og Hana (2015) trekker frem. Ane undersøker, og hun har konstruert en egen teori om hva oppgaven hennes vil gi svar på. Hvorvidt denne oppgaven egentlig vil si noe om været den aktuelle dagen, er ikke sikkert. Men å lage en slik oppgave, lar seg gjøre. Ane sitt problem handler i hovedsak om å få oppgaven ned på papiret. Når en student kommer bort og stiller en del kontrollspørsmål, regulerer Ane seg etter den responsen. Dette kan bidra til at hun neste gang kan stille seg selv spørsmål som «Hva er det jeg prøver å skrive ned?», «Hva er det man finner ut da eventuelt?».

Ved å snakke med studenten og forklare oppgaven sin, er Ane midt inne i steg tre i problemløsningsprosessen: «gjennomfør planen». Hun presenterer produktet sitt. Når hun og studenten snakker om oppgavens relevans, ender hun opp med å droppe den, og heller lage en annen oppgave som gir mer mening i virkeligheten og som forholder seg til kun en parameter om gangen. Dermed har hun gått over til steg fire i problemløsningsprosessen, som er å se seg tilbake. Dette steget er et evalueringssteg, som henger tett sammen med steg tre ettersom man underveis i gjennomføringen av planen, ser man om oppgaven fungerer eller ikke. I dette prosjektet presenterer elevene ofte en oppgave, men får kontrollspørsmål eller tilbakemeldinger fra medelever eller lærer/student, og ender opp med å endre oppgaven (gå tilbake til steg to: lag en plan), eller droppe den.

4.2.4 Utfordring 4: Se seg tilbake – relevans i oppgavene

Polya (2004) skriver at det fjerde steget i problemløsningsprosessen er å se seg tilbake og evaluere det man har gjort. Både Hansen og Hana (2015) sier å at elevene bør stille seg selv metaspørsmål og kontrollspørsmål underveis i arbeidet med problem posing. Det kan enten skje individuelt, eller elevene kan hjelpe hverandre med å stille disse spørsmålene. En av grunnene til at man bør stille kritiske spørsmål, er for å sørge for at oppgavene som blir laget er gode. Selv om de aller fleste elvene klarte å lage egne oppgaver, var det noen av oppgavene som hadde liten relevans. Med relevans mener jeg at å løse oppgaven vil gi svaret på noe «i virkeligheten», og ikke bare skal regnes ut for å ha noe å gjøre. Hansen og Hana (2015) trekker relevans frem som en hovedutfordring. Å stille metaspørsmål og kontrollspørsmål må ikke skje høyt, man kan stille seg selv disse spørsmålene før man ytrer noe annet i det hele tatt. Hansen og Hana (2015) påpeker viktigheten av at elevene lærer å spørre seg selv «Gir dette noen mening?» før de kommer med forslag.

Et eksempel på en som stiller metaspørsmål og kontrollspørsmål til seg selv, er Mia. Hun forsøker å lage en brøkoppgave, men ser ikke ut til å vite hva som bestemmer størrelsen på verdiene i en brøk. Hun foreslår derfor å sette makstemperaturen som teller og minstetemperaturen som nevner, for så å lage en oppgave med det. Ingen tvil om at å sette to verdier over hverandre gir oss en brøk, men den brøken vil ikke kunne være med å svare oss på noe i virkeligheten. Men Mia tenker seg om, og skjønner fort at hun egentlig ikke har noen oppgave å lage med denne brøken, og korrigerer seg selv og sier «Nei, det ga ingen mening.»

Hansen og Hana (2015) påpeker at relevans i oppgaver kan være ekstra utfordrende for elever som opplever matematikkfaget som uhåndgripelig. Noen elever opplever at i matematikk kan hva som helst bli regnet ut, og at det ikke alltid synes å være noen grunn til at ting gjøres på en spesiell måte. Elever med manglende relasjonell forståelse av faget kan ofte ende opp i denne kategorien, da de opplever matematikk som en rekke regler som ikke nødvendigvis henger sammen.

En slik tilnærming til faget viser blant annet Ane når hun arbeider med oppgaven hvor hun ønsker å regne ut gjennomsnittet av alle parameterne for en gitt dag. Det er vanskelig å si hva denne oppgaven vil gi svar på i virkeligheten. Kanskje kan man ved å finne snittet på tvers av de ulike variablene temperatur, nedbør, vind og lufttrykk, finne ut noe om været generelt den aktuelle dagen? Ane ser ikke ut til å ha noen overordnet idé om hva oppgaven vil finne ut. Jeg vil heller hevde at hun er engasjert i autentisk undersøkelse, hun utforsker en idé som kanskje eller kanskje ikke kan føre til en måte å sammenligne været på ulike dager. Selv om hun er nysgjerrig, så har hun ikke noen særlig idé om hva det å løse oppgaven vil gi svar på. Ane får spørsmål av Pia med en gang hun foreslår den:

Ane	Hva er gjennomsnittet ... nei jeg vet ikke. Jeg vet ikke hvordan jeg skal si det! Jeg har lyst å si sånn der hva er gjennomsnittet for eksempel for alle de dagene der? Så må de plusse sammen, også må de dele det. Men jeg vet ikke hvordan jeg skal få det ned på papiret.
Pia	Men hva skal det hjelpe deg for?
Ane	Øhh matte? Øve deg. (Begynner å regne ut)

Når Pia sier «Hva skal det hjelpe deg for?» kan det tolkes som et kritisk spørsmål. Vi kan omformulere spørsmålet hennes til «Hva skal det hjelpe deg med?». Pia stiller spørsmål om hva en slik oppgave vil gjøre, hva den vil svare på? Det kan virke som Pia har en oppfatning om at en matematikkoppgave bør kunne gi svar på noe i virkeligheten, i hvert fall tekstoppgaver i denne konteksten. Det kan for eksempel komme av en overbevisning om at utregning i matematikk som oftest gir svar på noe i virkeligheten, i alle fall når det er snakk om tekstoppgaver. Å stille spørsmål om oppgavene man lager underveis i arbeidet er det Hansen og Hana (2015) kaller å stille seg metaspørsmål og kontrollspørsmål. Det viser at elevene er bevisste, og ikke bare lager oppgaver på autopilot, men stopper opp og ser seg tilbake og reflekterer rundt om oppgaven er god. Når elevene jobber sammen i grupper, kan det være nok at en av elevene gjør dette, og dermed bevisstgjør sine medelever.

Ane på sin side har ingen vanskeligheter med å svare på hva hennes oppgave vil gjøre, og sier «øøh matte? Øve deg.». Når Ane svarer «Øhh matte?», tolker jeg «øhh»-delen som et uttrykk for «Hvordan kan du spørre om noe så åpenbart?». Når hun så legger til «matte?» er det som hun sier at å gjøre matte er grunn nok i seg selv. Det fremstår ikke som relevans er noe hun tenker på, men at hun i stedet tenker at en oppgave som inneholder utregning stort sett vil være nyttig fordi den gir øvelse i matematikk. For Ane kan det være like nyttig å regne ut lysets hastighet delt på antall knapper på en skjorte – begge vil gi matematisk øving. På tross av Pias kritiske innvending, regner Ane videre, og virker fornøyd med oppgaven hun har kommet på.

Selv om Ane ikke ser ut til å tenke særlig over denne oppgavens tilknytning til virkeligheten, stiller hun kritiske spørsmål litt senere, når gruppen hennes foreslår å lage oppgaven «Hva er gjennomsnittstemperaturen den første uken, fra 23. – 30. oktober?».

Mia	Hva er gjennomsnittstemperaturen den første uken, skal vi si det?
Ane	Hvordan kan vi vite at for eksempel det er en uke, for det står jo på en måte ikke.
Mia	Skriv dager
Ane	Nei men..
Pia	Ta 23. til 30.

Ane er opptatt av at hvis de skal bruke ordet «uken», så må det være snakk om en kalenderuke som går fra mandag til søndag, ikke bare syv dager etter hverandre, for eksempel fra onsdag til tirsdag. Hun spør derfor om hvordan de kan *vite* at det er en uke, ettersom det ikke står ukedager på tabellen, og de ikke har en kalender tilgjengelig for å sjekke. Her viser Ane at hun *er* opptatt av sammenhengen mellom tabellen og virkeligheten, og ikke nødvendigvis kun anser den for å være en samling tall hun skal lage oppgaver av. Når de andre ikke ser ut til å bry seg, uttrykker hun misnøye ved å si «nei men ....». Men så går gruppen videre, og Ane skriver ned oppgaven hun også.

Gruppe B bruker en stund på å komme i gang med å lage oppgaver, og blir først sittende å diskutere utenomfaglige tema. Etter hvert kommer læreren bort, og prøver å sette i gang elevene med å lage oppgaver. Silje er den første eleven som forslår en oppgave.

Silje	Hva var forskjellen mellom lufttrykket og temperaturen den 5. november?
Lærer	Er det noe vi vanligvis ville sammenlignet?

Silje	Okei, hva var forskjellen mellom gjennomsnittstemperaturen første november og tiende november?
Lærer	Jeg er enig, det er en fin oppgave.

Silje er kjapp med å foreslå oppgaven «Hva er forskjellen mellom lufttrykket og temperaturen den 5. november?». Tidligere i økten, når elevene snakket generelt om tabellen, kom de frem til at det ofte er «litt kaldt hvis det regner», og det kan være at Silje forsøker å knytte temperatur til lavtrykk og nedbør. Likevel er det vanskelig å se for seg hvilken nytte det eventuelt ligger i å trekke temperaturen fra lufttrykket.

På samme måte som Pia i det forrige eksempelet, stiller læreren seg kritisk til Siljes forslag. Han spør «Er det noe vi vanligvis ville sammenlignet?». Spørsmålet hans gjør det vanskelig å vite hva Silje hadde tenkt med oppgaven, fordi den gir et signal om at oppgaven ikke er riktig eller god. Silje vet mest sannsynlig at slike kontrollspørsmål ofte stilles når noe ikke er det som det skal, og skjønner at læreren mener at dette er noe vi *ikke* vanligvis ville sammenlignet. Uten noen kommentar eller tenketid endrer hun oppgaven sin, og det blir derfor ingen dialog om oppgavens relevans, slik det ble mellom Ane og Pia. I stedet foreslår Silje at man heller kan finne differansen mellom gjennomsnittstemperaturen på to ulike dager. Til det svarer læreren at han er enig, og at det er en fin oppgave. At Silje er så rask til å forandre oppgaven og gjøre den mer relevant, vitner om at hun ikke nødvendigvis syntes den første oppgaven var så god, men at den heller bare var et forslag som like godt kunne endres.

Bonotto (2010) skriver at problem posing-aktiviteter gjøre at elevene i mindre grad opplever store skiller mellom klasserom og virkelighet. I dette tilfellet kan aktiviteten gi elevene erfaringer med at matematikken de arbeider med i klasserommet faktisk kan og bør gi svar på noe utenfor klasserommet. Bonotto benyttet en restaurantmeny for å oppmuntre elevene til å brukes sine bakgrunnskunnskaper når de laget oppgaver. I dette prosjektet var værdata fra nærmiljøet valgt for at elevene skulle ha mulighet til å trekke inn sine hverdagskunnskaper når de diskuterte forslag til oppgaver. Mange elever laget utelukkende relevante oppgaver fra start, og generelt var det få forslag til oppgaver som ikke hadde noen relevans utenfor klasserommet. Dette tyder på at elevene fra start har tatt innover seg konteksten oppgavene skal lages ut ifra.

Underveis i arbeidet får både Ane og Silje kritiske spørsmål til sine oppgaveforslag. De reagerer litt forskjellig, og der hvor Ane fornøyd jobber videre, snur Silje raskt og bytter oppgave. Ane ender også opp med å forkaste oppgaven sin etter at en student stiller spørsmål rundt oppgavens relevans. Som nevnt tidligere har mange av de tidligere problem posing-forsøkene vist at elever lager mange oppgaver uten relevans (se blant annet Silver & Cai, 1996). I dette prosjektet var det få slike oppgaver. Eksemplene med Ane og Silje viser hvorfor: gjennom samtale og diskusjon blir oppgaver uten relevans forkastet, og erstattet med mer relevante versjoner.

Når noen av elevene sitter litt fast, går læreren bort for å hjelpe dem. Han foreslår at de kan lage oppgaver med statistikk.

Lærer	Er det noe statistikk eller noe vi kunne brukt på den? [Nedbøren]
Frida	Hvor mange dager regnet det på.. nei... Hvor mange millimeter regnet det på en måned? Finne gjennomsnittet på det.
Silje	Finne median?
Lærer	Noe annet vi kan regne?
Silje	Typetall?

Elevene viser at de har kunnskap om statistikk og vet hvilke begrep som brukes der, men samtidig ser de ikke ut til å få til å knytte de begrepene til værtabellen på en måte som gir mening. De foreslår både median og typetall, men får ikke noen særlig positiv respons av læreren. Ettersom de ikke får noen idéer til hvordan å bruke median og typetall i oppgavene, ender de ikke opp med å bruke disse begrepene.

En elev fra en av gruppene som kun ble observert, ønsket også å bruke medianbegrepet. Hun laget oppgaven «Hva er medianen av nedbøren?». Når hun leste opp oppgaven til de andre på gruppen sin, kommenterte en elev at det ikke var en særlig god oppgave, fordi den ikke hadde noe poeng. Når en student gikk bort og spurte hvordan det gikk, spurte eleven som hadde laget oppgaven om det var *mulig* å ha oppgaven «Hva er medianen av nedbøren?». Studenten svarte at det er en oppgave som er mulig å regne ut, og eleven virket fornøyd og beholdt oppgaven sin, på tross av medelevenes kritiske innspill.

I alle de tre eksemplene nevnt over, er det læreren eller studentens tilbakemelding som viser seg å bety mye for elevene. Selv om de hører medelevers innspill, er det først når læreren eller en student gir de bekreftelse eller avkreftelse på forslagene deres at de velger å gjøre endringer. Det kan tyde på at lærerens veiledning er viktig når man skal gjennomføre nye aktiviteter og prøve ut nye arbeidsmetoder. Elevene har ikke laget egne oppgaver før, og stoler kanskje ikke på at medelever skal kunne fortelle de hva som er en god eller dårlig oppgave.

Elevene viser også flere ganger at de tenker på relevans, og at de er bevisste på at de ønsker å lage oppgaver som er i tråd med virkeligheten. De forholder seg til tabellen på en måte som ivaretar meningen som ligger bak tallene. Dette viser blant annet Pål og Frida når de snakker om hva tabellen viser:

Frida	Du kan få vite hvor mye temperaturen blir i morgen. Burde jeg kle meg som en huleboer, eller burde jeg kle meg som... en sånn..... ja.
Pål	Hvis det er mye nedbør, så er lufttrykket lavt. Det bør være litt kaldt hvis det regner.

Pål poengterer at lavt lufttrykk henger sammen med mye nedbør. Dette har ifølge læreren vært et tema i naturfag. Å bruke denne bakgrunnskunnskapen som grunnlag til å lage en matematikkoppgave er nyttig, og som Leung & Silver (1997) fant, er bakgrunnskunnskap en av de viktigste faktorene når det kommer til hvilke oppgaver elevene får til å lage. Oppgaver som kunne basert seg på denne kunnskapen er for eksempel «Hvordan påvirker lavt lufttrykk nedbør?» eller «Hva var lufttrykket den dagen det regnet mest?». Men når elevene skal begynne å lage oppgaver, velger Pål å trekke seg tilbake, og sier ikke så mye resten av timen. Når gruppen hans bestemmer seg for å lage en oppgave med lufttrykk, blir det oppgaven «Hvis gjennomsnittet på lufttrykket i 3. november var 1004,8 hPa, hvordan ville de påvirke temperaturen (c)?». De bruker altså ikke Pål sin kunnskap om at lufttrykk og nedbør har en sammenheng.

Også Tom på den andre gruppen har et forslag til en tekstoppgave som handler om værets påvirkning på virkeligheten.

Tom Hvis det var vind i 8 m/s, hadde det vært lurt å kjøre da?

Dette er en interessant oppgave, som vil kreve at løseren finner ut noe om vind og kjøreforhold. De kunne for eksempel gått på nett og søkt på når Vegvesenet anbefaler å la bilen stå. Men Tom får ikke noen særlig respons fra gruppen sin, og ender opp med å ikke skrive ned oppgaven. Dette er et eksempel på en av svakhetene ved å jobbe i grupper. Når noen av elevene opplever å ikke få støtte eller respons på sine forslag og uttalelser, ender de opp med å droppe dem. Det gjelder blant annet Tom her, og når Ane hadde innvendinger om hvilke datoer som utgjør en uke. Ingen respons fører til ingen handling.

4.2.5 Utfordring 5: Regulere vanskelighetsgrad

Hansen og Hana (2015) trekker også frem en annen utfordring elevene har når de arbeider med problem posing. De så at mange elever slet med å regulere vanskelighetsgraden på oppgavene. Selv om elevene så at det var mange muligheter til å lage oppgaver, ender de opp med å lage oppgaver som enten er alt for enkle eller alt for vanskelige. I dette prosjektet var det det førstnevnte som var utfordrende for elevene.

Silje blir oppgitt når læreren gjentatte ganger prøver å få henne til å gjøre oppgaven hennes «Hva var forskjellen mellom gjennomsnittstemperaturen første november og tiende november?» vanskeligere. Til slutt svarer Silje at «Det går ikke an å lage noe vanskeligere!». Tom har en idé, og skyter inn at hvis de oppgir to nye verdier for temperatur, kan oppgaven være «Hva blir den nye gjennomsnittstemperaturen?». Da vil oppgaven få to nye steg som må gjennomføres. Tom har rett i at for noen vil flere steg i en oppgave gjøre at den oppfattes som vanskeligere. I tillegg krever de at løseren både adderer, dividerer og subtraherer, i motsetning til Silje sin oppgave som bare krever subtraksjon. Litt senere foreslår han å lage en oppgave hvor man skal finne gjennomsnittstemperatur dersom det var skuddår (fordi det da ville vært en ekstra verdi å ta med i utregningen). Tom er spøkefull når han sier dette, men han har rett i at det er sånn mange jobber for å lage vanskeligere oppgaver: «Hva mer kan vi legge til?». Som Silver (1994) trekker frem, kan vi ved å benytte problem posing som et vindu inn til elevenes matematiske forståelse, få innblikk i elevenes meninger om hva som gjør en oppgave vanskelig.

Pia, Ane og Mia prøver også å lage en vanskeligere oppgave, og diskuterer i likhet med Tom hvordan de kan gjøre oppgaven de allerede har laget mer avansert ved å legge til noe mer. Her er de først i gang med en oppgave som går på å lese av tabellen.

Pia	Men vi lagde en [oppgave] da. Hvilken dag regnet det minst, og hvilken dag regnet det mest? Hva mer kan vi skrive på den? For den må være litt vanskeligere.
Ane	Hva er gjennomsnittet på..... neii det er så vanskelig
Mia	Hva er gjennomsnittet av de to dagene?
Ane	Ja! Hehe.

Jentene ønsker altså å gjøre oppgaven vanskeligere ved å legge til en b-oppgave, så Pia spør «Hva kan vi skrive på den? For den må være litt vanskeligere». Ane foreslår å ta med et element av gjennomsnitt, men sliter med å formulere seg, slik hun har gjort tidligere også. Mia bygger videre på det Ane sier, og foreslår å ta gjennomsnittet av de to dagene. På det tidspunktet har disse elevene allerede laget to andre oppgaver med gjennomsnitt. I dette tilfellet har elevene fått beskjed om å forsøke å lage oppgaver til videregåendeelever, og de lager en identisk oppgave som tidligere, bare at den har to steg (først lete i tabellen, deretter regne gjennomsnitt) i stedet for ett. Å regne gjennomsnitt etter at du har gjort noe annet, vil ifølge elevene gi en vanskeligere oppgave. Når læreren kommer bort og får høre denne oppgaven, sier han at han mener den ikke er særlig vanskelig. Han prøver å utfordre elevene på å lage noe mer avansert.

Lærer	Men hvis du skulle lage en videregående skole-oppgave, hva kunne det vært?
Ane	Hva er gjennomsnittstemperaturen på alle dagene? Da bruker vi kjempelang tid.
Lærer	Blir det vanskeligere da?
Pia	Så for videregående er det bare å gjøre det lenger?
Ane	Ja! For det er lett å faile (mislykkes).
Pia	Ja, tenk om du trykker feil på kalkulatoren.

Her viser elevene eksempel på tekning som sier at jo mer man må gjøre, desto vanskeligere er det. Ane og Pia ser for seg en oppgave hvor utregningen blir uoversiktlig, og hvor det er mye som må gjøres på kalkulator. Da ligger forholdene til rette for å taste feil eller glemme noe, og du ender opp med feil løsning. Pia uttrykker at å gi noen en slik oppgave nærmest er dårlig gjort. Hun sier «Tenk å være så jævlig shit, også liksom bare si sånn gjennomsnittet av lufttrykket, så må de plusse sammen alt der haha!». Her fungerer aktiviteten som et vindu inn til elevenes matematiske forståelse, og vi kan høre hvordan elevene reflekterer rundt hva som gjør en oppgave lett eller vanskelig. Elevene kunne for eksempel ha trukket frem at oppgaver med divisjon er vanskelige, eller oppgaver med en ukjent. I stedet fokuserer de nesten utelukkende på å legge til steg for å avansere oppgavene. Både fordi det vil ta lengre tid å løse dem, men også fordi det er «lett å faile» som Ane sier, det blir fort gjort å gjøre slurvefeil og ende opp med galt svar.

Når elevoppgavene ble kodet, ble det gjort på en slik måte at oppgaver som inneholdt gjentatte like regneoperasjoner ikke ble regnet som oppgaver med mange steg. Når elevene for eksempel snakker om å lage en oppgave hvor man skal regne gjennomsnittet av 30 verdier, så er dette en oppgave som ikke har blitt kategorisert som noe mer kompleks enn en oppgave med bare to verdier. Her er det altså en forskjell på hvordan elevenes arbeid har blitt kategorisert i denne oppgaven, og hva elevene mener. Dette kan også være et tegn på at elever opplever oppgaver som tar lang tid å løse som vanskelige, enten de er utfordrende eller ikke.

4.2.6 Problem posing som brudd på klasserommets normer

Gjennom observasjon av elevene, kunne man se at det å lage egne oppgaver var noe nytt for dem, og de fremsto litt forvirret. ble også tydelig gjennom Anes sitat «Jeg skjønner ikke meningen på det vi gjør nå... Kan vi ikke bare gjøre matte? Skal vi finne ut av noe? Jeg skjønner ikke.». Det ligger en frustrasjon i Anes sitat, som om det er noe som ikke stemmer. Som Kilpatrick (1987) skriver, så har mange elever en oppfatning om at matematikkoppgaver kommer fra lærere og lærebøker. Det er ikke noe elever lager. Når elevene begynner å lage oppgavene, oppdager Frida noe som er uvanlig å se i matematikklasserommet: hun har mer informasjon tilgjengelig enn hun kan bruke. Hun sier:

> Har dere tenkt på at i disse tekstoppgavene er det ganske mye unødvendig informasjon? Hele oppgaven kan handle om temperatur, men vi sier likevel vinden er lik 5,1. Så hvordan blir

> temperaturen da? De tar inn utrolig mye unødvendig informasjon, og det fucker opp hjernen min, helt ærlig. Jeg begynner å tenke sånn «Hva med den??» (peker på tabell).

Frida påpeker noe som er en forskjell fra matematikk i lærebøker kontra matematiske utfordringer i hverdagen: i lærebøker får elevene vanligvis presentert en begrenset mengde informasjon, og de må som regel benytte all den informasjonen for å finne svar på det oppgaven spør om. Når Frida sier «disse tekstoppgavene» snakker hun om problem posing-aktiviteten, og hun anser den som en oppgave hun har fått. Et eksempel på hvordan lærebøker ofte tilbyr den eksakte mengden informasjon løseren trenger, er når man får oppgitt noen sider og vinkler i en trekant, for så å skulle regne ut de gjenværende sidene og vinklene. Da er det typisk at oppgaven har gitt *akkurat nok* opplysninger til at oppgaven kan løses. I denne problem posing-aktiviteten fikk elevene presentert en hel tabell med diverse informasjon om værdata gjennom måneden, og det er selvsagt ikke meningen at de skal lage oppgaver til alle tallene som er presentert. Men elevene må ta selvstendige valg om hvilke data de ønsker å innlemme i sine oppgaver, mens de vanligvis vet at de må benytte all dataen som er tilgjengelig. Polya (2004) trekker disse selvstendige valgene som en viktig del av å arbeide på samme måte som en matematiker arbeider. At elevene selv må velge ut hva de anser som relevant data er et av aspektene ved matematikk i arbeidslivet som elevene blir introdusert for gjennom problem posing. Det er ikke bare matematikere som jobber på denne måten, det er slik vi ofte må bruke matematikken i livet utenfor skolen. At elever sliter med å knytte sammen matematikk og dagligliv kan være fordi de ikke er vant til å arbeide med matematikk på en måte som gir mening utenfor klasserommet.

5 Diskusjon

Hensikten med denne oppgaven har vært å se på elevers arbeid med problem posing i grupper. Det har både vært interessant å se på sluttproduktet deres, altså oppgavene de laget, men også samtalene deres underveis i dette arbeidet. I analysen av oppgavene har det særlig blitt sett på hvilken type oppgaver elevene lager, hva som kjennetegner dem, og hvilken matematikk som kreves for å løse oppgavene. Funnene viser at elevene klarer å lage oppgaver selv, men at de lager nokså enkle oppgaver med en noe ensidig form. I samtalene deres kommer det frem at de synes det er både vanskelig og rart å skulle lage egne oppgaver, og de strever underveis. Det tyder på at de har begrenset erfaring fra undersøkende undervisning og fra å utforme egne problemstillinger,

5.1 Hva kjennetegner elevenes oppgaver

Elevene i denne studien klarer å lage sine egne matematikkoppgaver, hvilket både Silver & Cai (1996) og English (1998) også fant i sine prosjekter. Alle elevene leverte inn minimum en skriftlig oppgave, og de aller fleste leverte inn fire eller fem oppgaver som de hadde laget sammen med gruppen sin. På tross av at elevene ikke hadde arbeidet med problem posing før, klarte de å lage oppgaver når de fikk tid og mulighet til å arbeide sammen. Jeg vil ikke undervurdere påvirkningen det å arbeide i gruppe har hatt på resultatene. Flere andre forskere, blant annet Cai et al. (2012), så at enkelte elever ikke klarte å lage oppgaver i det hele tatt. Dermed er det ikke usannsynlig at noen av elevene i denne studien ikke hadde klart å lage egne oppgaver dersom de hadde arbeidet individuelt.

Et av English (1998) sine funn var at selv om elevene laget mange oppgaver, var de ensidige og lignet på hverandre. Det var stort sett enkle oppgaver, med få regneoperasjoner. Funnene hennes og funnene mine har mye til felles. Oppgavene som ble samlet inn var fordelt mellom syv ulike kategorier, men fremstår likevel nokså ensidige. Over halvparten av oppgavene ber om at man enten regner ut snittet eller differansen mellom noen gitte verdier. Derfor kan de fleste oppgavene løses med en, to eller tre regneoperasjoner. Det gjør at det er liten variasjon i vanskelighetsgrad på oppgavene.

Totalt sett var oppgavene som kom inn noe enkle og ensidige. Samtidig var alle oppgavene mulige å løse, og stort sett relevante. Det er nærliggende å anta at elevene vil klare å lage mer avanserte oppgaver etterhvert som de får mer erfaring med problem posing. Likevel er ensidigheten i oppgavene et funn som får elevenes kompetanse i matematikk til å fremstå som begrenset. Funnene til Leung & Silver (1997) viste at høyt presterende elever laget flere og mer komplekse oppgaver, for eksempel flerstegsoppgaver, fordi de ser strukturene som ligger bak en oppgave. Elevene i dette prosjektet laget en rekke oppgaver, men kun noen veldig få kan kategoriseres som enten flerstegsoppgaver eller oppgaver som hører sammen, såkalte b-oppgaver.

De få b-oppgavene som ble levert inn, bærer preg av at de ble laget fordi elevene ønsket å gjøre den originale oppgaven vanskeligere ved å legge til flere steg. En konsekvens av at b-oppgavene kun er «påheng», er at elevene i liten grad diskuterer hva disse oppgavene vil gi svar på i virkeligheten. Et eksempel er når elevene skal lage en oppfølgingsoppgave til «Hva er gjennomsnitt på vind fra 23. oktober til 30. oktober og gjennomsnittet på vind fra 1. november til 07. november?», spør de «Hva er forskjellen?». En måte å stille det samme spørsmålet, men som i større grad legger fokus på oppgavens relevans utenfor klasserommet er «Hvilken av ukene blåste det mest?». Selv om disse oppgavene nærmest spør om det samme, vurderer jeg forskjellen mellom dem som vesentlig. Ordlyden i den siste oppgaven gjenspeiler hva spørsmålet vil gi svar på i virkeligheten, og fremstår derfor som en oppgave med høyere relevans. Elevene diskuterer i liten grad hva oppgaven deres vil gi svar på, noe som gjenspeiles i ordlyden. Å arbeide med problem posing kan være en aktivitet som gir elevene innsikt i matematikkens nytteverdi utenfor klasserommet, og dermed er med på å viske ut skillet mellom matematikk og virkelighet, slik Bonotto (2010) så hos sine elever.

Oppgavene er for det meste relevante

I denne oppgaven har jeg skrevet en del om relevans, både relevante oppgaver og relevans i samtalene mellom elevene. En oppgave ble definert som relevant når den gir mening å regne ut. Av de oppgavene elevene leverte inn, var det veldig få som manglet relevans. Det kan for eksempel komme av at elevene ut ifra konteksten forstår at rene tallbaserte oppgaver, det Schoenfeld (1992) kaller «øvelser», ikke passer inn når man skal lage oppgaver om vær.

Problem posing aktiviteter som tar utgangspunkt i reelle situasjoner kan dermed være med å legge til rette for at elevene ser på matematikk som et redskap som kan og bør brukes til noe.

At den reelle konteksten påvirker hvordan elevene arbeider, viste blant annet Bonotto (2010) når hun så at elevene presterte bedre enn vanlig når de arbeidet ut fra en reell kontekst (en restaurantmeny). Problem posing-økten til elevene i dette prosjektet begynte med at de skulle diskutere tabellen og si hva den kunne brukes til. I disse samtalene sa blant annet elevene at værtabellen kan gi svar på hva man bør kle på seg, og at hvis det er mye nedbør, så er det gjerne også kaldt. Begge disse utsagnene kan gjøres om til matematiske spørsmål, for eksempel «Se på datoen 27/10. Hva bør man ha på seg denne dagen? Begrunn svaret.» eller «Stemmer det at det er kaldt når det er mye nedbør?». Slike oppgaver ville blitt kategorisert som utforskende oppgaver, men oppgaver av denne typen blir i liten grad laget.

I stedet var oppgavene som kom inn i dette prosjektet, preget av å fremstå som tradisjonelle matematikkoppgaver, for eksempel «Hva er den gjennomsnittlige vinden i 13.1.2017 i km/t?» eller «Hvis du plusser sammen maks og min temperatur den 1.11.17, hvor mye større blir svaret på den datoen enn 6.11.17?». Begge disse oppgavene er lukkede, det ikke er så mange ulike måter å regne de ut på. At elevene lager såpass lukkede oppgaver kan for eksempel skyldes at materialet de jobber ut ifra er for tallbasert, og ikke gir elevene nok støtte til å lage tekstoppgaver og matematiske spørsmål. Silver & Cai (1996) fikk i stor grad inn tekstoppgaver, blant annet «Hvor langt kjørte Elliot, Arturo og Jerome til sammen?» og «Hvis de måtte fylle bensin etter 60 miles, hvor mange ganger må de fylle i løpet av turen?». Silver og Mamonas (1989) funn som viser at vi ofte lager oppgaver som gjenspeiler det vi nylig har jobbet med, gir grunn til å anta at datamaterialet elevene bruker til problem posing i stor grad påvirker oppgavene de lager.

Elevenes oppgaver gjenspeiler deres forkunnskaper

Elevenes oppgaver handler i hovedsak om temperatur, nedbør og vind – parametere de kjenner fra dagligspråket og som de har en forståelse for hva er. Av 25 oppgaver handlet kun tre om lufttrykk. Lufttrykk er den parameteren elevene hadde minst kunnskap om, og var derfor grunnlag for mange spørsmål underveis i matematikkøkten. Det virker derfor sannsynlig at manglende forståelse for og erfaring med lufttrykk er bakgrunnen for at det blir laget såpass få oppgaver om denne parameteren. At elevenes oppgaver gjenspeiler deres kunnskaper, betyr at en analyse av oppgavene kan avdekke hvilke tema elevene har og ikke har forståelse for. At det er sammenheng mellom det at elevene lager få oppgaver om lufttrykk og heller ikke har kompetanse om det, underbygges av Cai et al. (2013) sine funn om at evnen til å lage gode oppgaver kan være et kjennetegn på måloppnåelse. Å lage mangelfulle oppgaver kan være et tegn på lav måloppnåelse, og manglene kan illustrere hva elevene strever med.

Oppgaver som ikke ble laget

I flere av de forskingsprosjektene som ble nevnt i kapitlet «Tidligere forskning», fant forskerne at mange elever laget oppgaver som ikke handlet om matematikk, såkalte ikke-matematiske oppgaver (Se blant annet Silver & Cai (1996), Leung & Silver (1997) og Cai et al. (2013). I prosjektet til Silver og Cai (1996), hvor elevene skulle lage oppgaver om tre gutter på kjøretur, laget blant annet en av elevene oppgaven «Hvor skal de kjøre?». Denne oppgaven kan ikke regnes ut matematisk. Av oppgavene elevene i dette prosjektet laget, er «Hva betyr hPa?» det nærmeste vi kommer et ikke-matematisk spørsmål. Likevel handler dette spørsmålet om forståelse av tabellen, og jeg har derfor ikke kategorisert det som ikke-matematisk. Det kan tenkes at elevene hos Silver & Cai (1996) laget flere ikke-matematiske spørsmål fordi situasjonen som var utgangspunktet for problem posingen fremstod som «en kjøretur blant venner» fremfor «tabell med værdata». Tabellen elevene arbeidet ut ifra i dette prosjektet var tydelig laget for å skulle regnes med, og gjorde det derfor mindre sannsynlig for elevene å se for seg andre, mer utenomfaglige spørsmål som kunne være interessante for dem å ta opp.

Et annet funn som blant andre Silver & Cai (1996) fant, som ikke har forekommet i særlig grad blant disse elevoppgavene, er oppgaver som ikke er mulige å løse. Silver & Cai fikk inn flere oppgaver som enten var umulige å løse, eller som ikke kunne løses med den begrensede informasjonen som var gitt. Noen av oppgavene som ble laget i dette prosjektet (oppgave 24 og 25) mangler benevning, og er derfor ikke mulige å regne ut ettersom de ikke forteller oss hva de lurer på. Det gjelder for eksempel oppgaven «Hvor stor er forskjellen fra 23/10/2017 til 29/10/2017 og mellom 29/10/2017 til 05/10/2017?». Det er sannsynlig at intensjonen er at oppgaven skal omhandle en av variablene, men personen har ikke spesifisert hvilken, og oppgaven blir dermed ikke mulig å regne ut. Det kan også hende at elevene har tenkt at man skal regne ut oppgaven for alle de fire parameterne. At det kun ble laget to oppgaver som ikke kan løses, og at disse oppgavene «kun» mangler benevning, viser at elevene har innsikt i hvilken informasjon som må ligge til grunn for at en oppgave skal fungere. Samtidig kan dette komme av at elevene lager snevre og enkle oppgaver, og dermed ikke kommer i situasjoner hvor oppgaven blir for omfattende basert på dataen som ligger til grunn. Det er med andre ord ikke nødvendigvis utelukkende positivt at alle oppgavene kan løses, ettersom det henger sammen med oppgavenes manglende kompleksitet.

Et funn i flere andre forskningsprosjekt har vært at elevene leverer inn en del matematiske utsagn. Silver & Cai (1996) fikk inn en del slike utsagn, som i stedet for å være oppgaver, fremstår som svaret på en oppgave. Eksempler på dette var utsagn som «Arturo kjørte lengst» og «Elliot kjørte 100 mil». Elevene i mitt prosjekt leverte ikke inn noen slike matematiske utsagn uten spørsmål. Det kan være mange grunner til en slik forskjell i funnene. For det første lignet Silver & Cais (1996) tekst på en tekst fra en lærebok, hvilket kan ha ledet elevenes tanker inn på lærebøker. Dette kan ha ført til at de så for seg hvilke spørsmål som vanligvis følger fra en slik tekst, og deretter besvarte dem. Utgangspunktet for problem posingen i mitt prosjekt var derimot en stor tabell, og det var ikke like naturlig hvilke spørsmål som ville følge med et slikt utgangspunkt. I tillegg arbeidet elevene i dette prosjektet i grupper, hvor det er rimelig å anta at de ville korrigert hverandre dersom noen foreslo å skrive ned et matematisk utsagn fremfor en oppgave. At elevene korrigerer hverandre så vi eksempler på i dialogen mens de arbeidet med oppgavene, men at elever foreslår matematiske utsagn er ikke noe som følger av videomaterialet. Det kan likevel tenkes at noen elever hadde tenkt å foreslå et matematisk utsagn, men etter å ha hørt hva de andre på gruppen snakket om, forstod de hva som måtte gjøres med deres forslag for at det skulle bli en oppgave.

Både Silver & Cai (1996), Leung & Silver (1997) og Cai et al. (2013) benyttet fiktive tekster og tabeller som utgangspunkt for elevenes problem posing, og opplevde å få inn både ikke-matematiske spørsmål og matematiske utsagn. Bonotto, som benyttet en restaurantmeny for å skape en reell kontekst som elevene kunne jobbe ut ifra, fant at selv de lavt presterende elevene laget meningsfylte oppgaver, fordi de kjente til konteksten fra før. Bonotto skriver ingenting om at elevene laget ikke-matematiske oppgaver eller svarer med matematiske utsagn, noe som tyder på at hun ikke opplevde dette. I dette prosjektet benyttet jeg også en reell kontekst, og foruten de to oppgavene som manglet benevning, var det ingen ikke-matematiske oppgaver eller matematiske utsagn som ble levert inn. Basert på Bonottos og mine funn, vil jeg påstå at å benytte en reell kontekst fremfor en fiktiv situasjon hjelper elevene til å lage bedre oppgaver og stille mer relevante spørsmål. Dette uten å utelukke innvirkningen av andre faktorer, for eksempel kvaliteten på instruksjonen som blir gitt ved starten av økten.

5.2 Hva kjennetegner elevenes samtaler

I analysen av elevenes samtaler har det undersøkt hva de fokuserer på i diskusjonene når de lager matematikkoppgaver, og hvilke utfordringer de møter underveis. Dette har så blitt knyttet til kvalitetene ved problem posing som Silver (1994) og Bonotto (2010) har identifisert. Funnene viser at elevenes samtaler generelt er preget av utfordringene de møter på, og at de strever med å bruke den kunnskapen og de idéene de har, til å lage en ferdig utformet oppgave.

Mye av den tidligere forskningen på problem posing som jeg har funnet, har i hovedsak fokusert på elevenes sluttprodukt: oppgavene. Oppgavene blir gjerne kategorisert, kodet, analysert, og ofte sammenlignes resultatene med resultater på en annen evaluering, for eksempel en problemløsningstest (se for eksempel English (1998) og Cai et al. (2013)). Noen forskere har også i etterkant av problem posingen diskutert oppgavene med elevene som laget dem (for eksempel Ellerton (1986) og Boaler (2010)). I denne oppgaven har derimot elevene blitt filmet gjennom hele problem posing-økten, og samtalene deres har i blitt analysert i lys av syv kvaliteter ved problem posing, lagt frem av Silver (1994) og Bonotto (2010). Samtalene har også blitt sett i sammenheng med utfordringene ved problem posing som Hansen og Hana (2015) har beskrevet. Cai et al. (2015) skriver at det fortsatt ikke eksisterer et generelt rammeverk for problem posing, slik som Polyas fire steg for problemløsning. Videre skriver de at det må mye mer forskning til for å kunne utvikle en bredere forståelse av «de fundamentale prosessene og strategiene ved problem posing» (Cai et al., 2015, s. 14). Å analysere samtalene elever har under en problem posing-aktivitet kan være med å belyse nettopp deres kognitive prosesser og strategier, og bidra til at problem posing-feltet utvikler seg.

I mangel på et rammeverk for problem posing, har jeg forsøkt å sette elevenes samtaler inn i konteksten av Polyas fire faser for problemløsning (Polya, 2004). På den måten har det vært mulig å se i hvilken del av problem posingen elevene møter størst utfordringer, og hvor de dermed behøver veiledning for å mestre aktiviteten. Funnene mine tilsier at det elevene har størst utfordringer med, er å gjøre om idéer til formulerte matematikkoppgaver, og å avgjøre hva som er en passende oppgave. Ved flere anledninger fremstår elevene litt hemmet av deres syn på hva som er en matematikkoppgave, og forbigår derfor mange mulige oppgaver underveis i diskusjonene sine. Dette gjelder for eksempel når elever diskuterer sammenhengen mellom tabellen og virkeligheten, men velger å ikke lage noen oppgaver som tar i bruk denne informasjonen. At elever velger å lage oppgaver som spør om median og differanse etter at de har vært inne på tema som vær og trafikk, eller sammenhengen mellom lufttrykk og nedbør, kan tyde på at elevene begrenses av sin egen definisjon av hva en matematikkoppgave er.

Utfordringer som en konsekvens av lite erfaring

Elevene er åpne om og bevisste på utfordringene de møter. Dette kommer blant annet til uttrykk i uttalelser som «Det er vanskelig å finne ut hva jeg skal gjøre» og «Vi vet ikke hva vi skal finne på». Dette kan være tegn på dårlig instruksjon ved starten av økten, men er nok heller illustrerende for hvor lite erfaring elevene har fra arbeid hvor de selv forventes å komme med problemstillinger som kan løses. At sjeldenheten av å arbeide på denne måten påvirker elevenes resultater, var også konklusjonen til Silver & Cai (1996). Selv om de ikke analyserte elevenes samtaler, så de at en fjerdedel av svarene fra elevene var ikke-matematiske oppgaver og matematiske utsagn, noe de mente var «oppstartsproblemer» elevene hadde på grunn av manglede øvelse og erfaring. En av kvalitetene ved problem posing Silver (1994) presenterer, er problem posing som en bestanddel av matematisk aktivitet. At elevene finner det utfordrende å tenke ut idéer, vitner om at de ikke har særlig erfaring med det å identifisere eller lage matematiske spørsmål og oppgaver. Kilpatrick (1987) skrev at mange elever tror at matematikkoppgaver utelukkende kommer fra lærere og lærebøker. Dette er blant annet treffende for Ane, som sa «Jeg greier ikke forklare, jeg er ikke en lærer!». Erfaringer med problem posing vil være utviklende for elever som har inntrykk av at «i matematikk skal man løse problemer man har fått av andre».

Utfordringer med overgang fra kunnskap til oppgave

I samtalene elevene har, er noen lite opptatt av at oppgavene skal gi noen mening utenfor klasserommet, mens andre mener oppgavene *må* være relevante, og gjør sine medelever oppmerksomme på dette. Sånn sett er funnene om relevans todelte. På den ene siden kan vi se at elevene har samtaler hvor de snakker om værtabellen som et redskap med mange muligheter.

De ser at den inneholder mye informasjon som de kan noe om fra sitt dagligliv, og snakker om sammenhengene mellom de ulike parameterne. Dette er i tråd med Bonotto (2010) sine funn, som viste at elever klarte å innarbeide sin kunnskap «hjemmefra» når de arbeidet med autentiske hjelpemidler. På den andre siden ender ikke elevene opp med å få laget oppgaver som benytter den kunnskapen de har vist gjennom samtalene. En grunn til dette kan være at elevene ikke innser at betraktningene de gjør seg rundt tabellen kan være en kilde til mange gode matematikkoppgaver. Noen elever kommer riktignok med forslag til denne typen oppgaver, men de blir som regel ikke levert. Det ser ut til å være fordi elevene ikke opplever å få noen positiv respons på dem. Oppgaver som er enkle for medelevene å «godkjenne», blir raskt skrevet ned. Det gjelder for eksempel «Hvor mye mm har det regnet denne måneden?»; alle er enige i at dette er en matematikkoppgave. Elevene er derimot ikke raske med å gi bekreftelse når noen på gruppen forslår mer undersøkende oppgaver, eller oppgaver som ikke kan besvares med utregning. At de er tilbakeholdne med å «godkjenne» noen typer oppgaver, kan enten være fordi de ikke føler seg kompetente til det, eller fordi de ikke synes oppgaven passer i sjangeren «matematikkoppgave». Det sistnevnte er i så fall noe som kan endre seg dersom elevene får erfaring med at undersøkende oppgaver er en viktig del av å arbeide med matematikk.

En av oppgavetypene som er lite representert, er utforskende oppgaver. Det kan være flere grunner til dette, for eksempel at læreren ikke har introdusert denne oppgaveformen til elevene, eller at de ikke kom på å lage det. Ved å analysere elevenes samtaler, ble det tydelig at det var et fellestrekk mellom de undersøkende oppgavene: alle ble laget fordi dette var spørsmål elevene selv hadde. Elevene snakker først om noe de selv lurer på, og senere i samtalen ender de opp med å foreslå det som en oppgave. Disse samtalene illustrerer hvordan problem posing fungerer som en del av undersøkende matematikk. Elevene får arbeide selvstendig, være nysgjerrige og utforske egne idéer. Bonotto (2010) skriver at å arbeide på denne måten gjør at elevene får knyttet matematikken til sine egne interesser, og det vil forberede dem på å bli gode brukere av matematikk i dagliglivet sitt. At elevene har lite erfaring med å arbeide på denne måten kan være en av grunnene til at mange gode idéer blir forbigått når de diskuterer. Hvilke utgangspunkt som gir elevene muligheter til å lage et bredt spekter av oppgaver samtidig som det ivaretar relevansen i oppgavene, er noe som krever mer undersøkelse. Slike undersøkelser vil være et godt tilskudd til den forskningen som allerede er gjort på problem posing-feltet, og vil også kunne være med å belyse hvorfor elever lager matematiske utsagn og ikke-matematiske oppgaver.

Hvis man ønsker å legge opp til at elevene lager flere undersøkende og åpne oppgaver, kan en mulighet være å i større grad inkludere denne typen oppgaver når man arbeider med problemløsning i matematikk ellers i skoleåret. I tillegg kan læreren vise tydelige eksempler på gode oppgaver ved starten av problem posing-økten. I et klasserom hvor problem posing etterhvert får en naturlig plass, bør det være en kontinuerlig dialog og læringsprosess hvor elevene utvikler sine problem posing-ferdigheter, og blir utfordret til å lage bedre og mer komplekse oppgaver. Dersom elevene hadde blitt bedt om å løse oppgavene de selv laget denne økten, ville nok mange fått større innsikt i hva som gjør at de selv synes en oppgave er vanskelig. I samtalene som har blitt analysert sier mange at vanskelighetsgrad er tett tilknyttet antall steg som kreves i en oppgave, men det er sannsynlig at denne meningen vil endre seg dersom de blir introdusert for åpne oppgaver som krever en større grad av selvstendighet.

5.3 Studiens begrensninger

Funnene i denne studien har illustrert hva som kjennetegner oppgavene elever laget under en problem posing-økt med utgangspunkt i vær-data fra sitt nærområde. Funnene har også sagt noe om hva elvene fokuserer på i sitt arbeid, og hvilke utfordringer de møter underveis. Disse funnene peker på noen begrensninger i elevenes matematikkferdigheter, og kan leses som en begrunnelse for å benytte flere undersøkende aktiviteter som problem posing i matematikkundervisningen. Resultatene kan også være interessante å lese for lærere som ønsker å benytte problem posing i sin undervisning.

Samtidig er funnene i denne studien hovedsakelig basert på åtte elevers arbeid med problem posing, da det var åtte elever som ble filmet og fikk sine samtaler analysert. Å begrense antallet informanter til samtaleanalysen var viktig for å kunne bruke tid på de ulike uttalelsene, samtidig som det også begrenser muligheten til å trekke generelle slutninger basert på funnene. At læreren valgte hvilke elever som skulle bli filmet kan også ha ført til at gruppene bestod av et lite representativt utvalg for klassen. Oppgavene som ble samlet inn tilhørte alle elevene i klassen, og sørger derfor for at både høyt og lavt presterende elever i klassen er med å påvirke studiens funn.

Ettersom elevenes samtaler har blitt analysert ved å søke etter utsagn som illustrerer kompetanse eller utfordringer, kan det ikke utelukkes at en annen forsker ville valgt ut andre uttalelser, og dermed sittet igjen med et annet grunnlag for analyse. At forskerens vurderinger legger føringer for analysen innebærer også at man ikke kan være sikker på at enkelte funn har vært forbigått. At også andre slutninger kunne vært trukket basert på datamaterialet som ligger til grunn, svekker ikke nødvendigvis gyldigheten til funnene i denne oppgaven.

6 Konklusjon og forslag til videre forskning

Fokuset for denne oppgaven har vært å undersøke elevers arbeid med problem posing, og det ble stilt følgende forskningsspørsmål:

1) *Hva kjennetegner oppgavene elevene lager når de arbeider med problem posing?*
2) *Hva fokuserer elevene på når de arbeider med å lage oppgaver, og hvilke utfordringer møter de?*

For å besvare disse, ble elever på niende trinn bedt om å lage egne matematikkoppgaver ut ifra en tabell med vær-data fra deres nærområde. Samtalene elevene hadde underveis i arbeidet ble filmet, og oppgavene de laget ble samlet inn. Samtalene har blitt analysert for å undersøke hva elevenes fokus er når de arbeider med problem posing, og det har vært søkt etter uttalelser som illustrerer ulike kvaliteter ved bruk av problem posing i klasserommet. Det har også blitt identifisert noen utfordringer elevene møter. Elevenes oppgaver har blitt kategorisert og koden for å undersøke hva som kjennetegner dem.

Funnene i studien har vist at selv om elever klarer å lage egne oppgaver, har de vanskeligheter underveis, og lager nokså ensidige og lite komplekse oppgaver. Problem posing fremstår som en uvant aktivitet for elevene, og fungerer som en undersøkende aktivitet hvor elevene for komme med idéer og utforske ulike mulige måter å lage egne oppgaver. At aktiviteten er uvant for elevene vitner om liten erfaring fra det å identifisere og lage egne spørsmål og oppgaver, som kan anses som en grunnleggende bestanddel av matematikk slik den brukes utenfor klasserommet. Ved å benytte problem posing får elevene i større grad erfaring fra arbeid med flere av de ulike bestanddelene som utgjør matematikk i virkeligheten.

Et hovedfunn i denne studien er hvordan problem posing fungerer som et vindu inn til elevenes matematiske kompetanse. Lærere kan få mye innsikt i elevenes forståelse gjennom observasjon av problem posing. At de høyt presterende elevene i gruppen ikke automatisk mestret problem posing viser at å lage egne oppgaver krever en annerledes bruk av matematikkompetanse enn å løse oppgaver. Dermed kan også elever som presterer høyt på matematikkprøver ha utfordringer med å lage komplekse oppgaver, ettersom de mangler en helhetlig forståelse av konsepter innenfor matematikken. Arbeid med problem posing tilknyttet de mange matematiske temaene i skolen vil kunne være et ledd i å styrke elevenes relasjonelle forståelse og gi dem en bredere og mer helhetlig kunnskap.

For at elever skal få det overblikket og den innsikten som kreves for å lage varierte og gode oppgaver, er man avhengig av at det utvikles en steg-for-steg-tilnærming til problem posing. Cai et al. (2015) sammenligner en slik tilnærming med Polyas fire faser for problemløsning. Det er lite som tilsier at problem posing-ferdigheter tilegnes på en annen måte enn problemløsningsferdigheter, og ettersom problemløsning arbeides med i klasserommet fra første skoledag, bør det også tidlig legges til rette for problem posing.

Videre forskning

I denne studien har jeg undersøkt elever på niende trinns arbeid med problem posing. Prosjektet har besvart noen spørsmål, men åpner også opp for noen nye forskningsspørsmål.

Det første spørsmålet er «Hvilke utfordringer ved problem posing kan identifiseres hos elever som har tidligere erfaring fra problem posing?». English (1998) sine forsøk med problem posing ble gjort med elever på 8 og 9 år, og funnene hennes viste at utfordringene elevene møtte, i stor grad var de samme utfordringene som elevene møtte i mitt prosjekt. Det kan komme av at begge elevgruppene hadde liten erfaring med problem posing fra før, og at utfordringene derfor i hovedsak handlet om at aktiviteten var uvant, fremfor at problem posing er noe elever generelt finner vanskelig. Videre forskning på temaet vil kunne si noe om hvorvidt utfordringene elevene møter endrer seg etterhvert som de får mer erfaring fra undersøkende arbeid og problem posing. Hvis utfordringene forandrer seg, vil man også kunne si noe om hvilke ferdigheter som styrkes gjennom arbeidet.

Det er verdt å nevne at mange av funnene i denne studien ikke ville vært mulige å finne dersom man forsøke å fastslå elevenes forståelse for tabellen ved å se på oppgavene de laget. Dette gjelder for eksempel oppgavene elevene foreslår, men ikke skriver ned, og andre uttalelser som illustrerer elevenes kompetanse og forståelse. Her har videoobservasjon vært en styrke for studien. Silver & Cai (1996) belyser elevers problem posing ved å kun se på skriftlig arbeid, og kan derfor ikke avgjøre hvilke dynamikker som gjør at elevene lager de oppgavene de gjør. For å utvikle problem posing-feltet og kunne si noe mer om de kognitive prosessene elevene tar i bruk når de arbeider undersøkende, kreves flere studier av elevenes arbeidsprosess, ikke bare av sluttproduktet.

7 Bibiliografi

Alrø, H., & Kristiansen, M. (1997). Mediet er ikke budskabet: video i observation af interpersonel kommunikation *Videoobservation* (s. 73-99): Aalborg Universitetsforlag.

Alseth, B., Breiteig, T., & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering-matematikkfaget som kasus*: Telemarksforsking Notodden.

Baker, L. (2006). Observation: A Complex Research Method. *Library Trends, 55*(1), 171-189.

Blomhøj, M. (2003). Modellering som undervisningsform. In O. Skovsmose (Ed.), *Kan det virkelig passe? : om matematiklæring*. København: L&R Uddannelse Forlag Malling Beck.

Boaler, J. (1998). Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings. *Journal for research in Mathematics Education, 29*(1), 41-62.

Boesen, J. (2006). *Assessing mathematical creativity: comparing national and teacher-made tests, explaining differences and examining impact.* Doktoravhandling. Umeå (Sverige): Umeå universitetet.

Bonotto C. (2010) Realistic Mathematical Modeling and Problem Posing. I Lesh R., Galbraith P., Haines C., Hurford A. (Red.) *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (s. 399-408) Boston: Springer.

Botten, G., & Tronshart, B. (1999). *Meningsfylt matematikk: nærhet og engasjement i læringen*. Landås: Caspar forlag.

Bø, O. (1995). *FoU-metodikk*. Oslo: TANO.

Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., & Silber, S. (2015). Problem posing research in mathematics education: Some answered and unanswered questions. I Singer, F. M., Ellerton, N. F., Cai, J (Red.) *Mathematical Problem Posing* (s.3-34) Boston: Springer.

Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 57-69.

Einstein, A., Infeld, L., & Hoffmann, B. (1938). The Gravitational Equations and the Problem of Motion. *Annals of Mathematics*, 39(1), 65-100.

Ellerton, N. F. (1986). Children's made-up mathematics problems—a new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics, 17*(3), 261-271.

English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for research in Mathematics Education*, 83-106.

Halle, N. H. (2014). Hawthorneeffekten. I S. Dahlum (Ed.), *Store Norske Leksikon*.

Hansen, R. (2010). Modeller, miljø og kritisk demokratisk kompetanse. *Tangenten, 21*(3), 29-35.

Hansen, R., & Hana, G. M. (2015). Problem Posing from a Modelling Perspective. I Singer, F. M., Ellerton, N. F., Cai, J (Red.) *Mathematical Problem Posing* (s. 35-46), Boston: Springer.

Heath, C. (2016). Embodied Action: Video and the Analysis of Social Interaction. I Silverman, D. (Red.), *Qualitative Research* (4. utgave) (s. 311-328). Los Angeles: Sage.

Jonassen, H. (2017). *Elever på videregående skole lager egne matematikkoppgaver: En studie av hvordan elever i en 1P-klasse argumenterte for at en matematikkoppgave laget av elevene selv, var en god oppgave (Mastergradsavhandling).* Kristiansand: Universitetet i Agder

Julie, C. (2002). *Making relevance relevant in mathematics teacher education.* Oppgave presentert ved «Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level)».

Kalleberg, R., & De Nasjonale forskningsetiske, k. (2006). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Oslo: Forskningsetiske komiteer.

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from. I Schoenfeld, A. H. (Red.) *Cognitive science and mathematics education* (s. 123-147). London: LEA

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2009). *Interviews : learning the craft of qualitative research interviewing* (2. utgave). Los Angeles: Sage.

Leer, L. G. (2009). *Vurdering av matematisk problemløsning: en studie av sammenhengen mellom fokuset på problemløsning i læreplanen i matematikk og oppgavene som gis på eksamen* (Mastergradsavhandling). Trondheim: Norges teknisk-naturvienskaplige universitet.

Leung, S. S., & Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal, 9*(1), 5-24.

Mayer, R. E., Lewis, A. B., & Hegarty, M. (1992). Mathematical misunderstandings: Qualitative reasoning about quantitative problems. *Advances in psychology* 91(1), 137-153. New York: Elsevier.

Merriam, S. (1995). What Can You Tell From An N ofl?: Issues of validity and reliability in qualitative research. *PAACE Journal of lifelong learning. 4*(1) *50*-60. Pennsylvania: PAACE

Merriam, S. (2010). *Qualitative Case Studies*. I Peterson, P., Baker, E. & McGaw, B. (Red.) *International encyclopedia of education (6. bind) (s. 456-462)* Oxford: Elsevier

Polya, G. (1981). Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving. New York: John Willey & Son

Polya, G. (2004). *How to solve it : a new aspect of mathematical method* (Expanded ed.). Princeton: Princeton University Press.

Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. *American psychologist, 55*(1), 68-78.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of Education, 196*(2), 1-38.

Silver, E., & Mamona, J. (1989). *Problem posing by middle school teachers.* Paper presented at the Proceedings of the eleventh annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics, 14*(1), 19-28.

Silver, E. A. (2013). Problem-posing research in mathematics education: Looking back, looking around, and looking ahead. *Educational studies in mathematics, 83*(1), 157-162.

Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for research in mathematics dducation*, *27*(5), 521-539.

Silver, E. A., Kilpatrick, J., & Schlesinger, B. (1990). *Thinking through Mathematics: Fostering Inquiry and Communication in Mathematics Classrooms.* The Thinking Series: ERIC.

Singer, F. M., & Voica, C. (2013). A Problem-Solving Conceptual Framework and Its Implications in Designing Problem-Posing Tasks. *Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 9-26.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching, 77*(1), 20-26.

Thomas, G. (2016). *How to do your case study* (2. utgave). Los Angeles: Sage.

Tokheim, E. H. (2015). *En analyse av tre norske læreverk i matematikk for 1. Trinn (Mastergradsavhandling).* Stavanger: Universitet i Stavanger.

Utdanningsdirektoratet. (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen.* Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag*. (MAT1-04) Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04.

Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning*: Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektroteknikk. Trondheim: Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet.

Vedlegg:

1) Godkjenning av søknad fra NSD
2) Samtykkeskjema sendt ut til elever og foresatte

Vedlegg 1: Godkjenning av søknad fra NSD

NSD

Rune Herheim
Postboks 7030
5020 BERGEN

Vår dato: 24.11.2017	Vår ref: 56531 / 3 / HJT	Deres dato:	Deres ref:

Vurdering fra NSD Personvernombudet for forskning § 31

Personvernombudet for forskning viser til meldeskjema mottatt 11.10.2017 for prosjektet:

56531	*Elevers matematikkarbeid med autentiske oppgaver og værdata*
Behandlingsansvarlig	*Høgskulen på Vestlandet, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Rune Herheim*
Student	*Miriam Ezzari*

Vurdering

Etter gjennomgang av opplysningene i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon finner vi at prosjektet er meldepliktig og at personopplysningene som blir samlet inn i dette prosjektet er regulert av personopplysningsloven § 31. På den neste siden er vår vurdering av prosjektopplegget slik det er meldt til oss. Du kan nå gå i gang med å behandle personopplysninger.

Vilkår for vår anbefaling

Vår anbefaling forutsetter at du gjennomfører prosjektet i tråd med:
- opplysningene gitt i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon
- vår prosjektvurdering, se side 2
- eventuell korrespondanse med oss

Vi forutsetter at du ikke innhenter sensitive personopplysninger.

Meld fra hvis du gjør vesentlige endringer i prosjektet

Dersom prosjektet endrer seg, kan det være nødvendig å sende inn endringsmelding. På våre nettsider finner du svar på hvilke endringer du må melde, samt endringsskjema.

Opplysninger om prosjektet blir lagt ut på våre nettsider og i Meldingsarkivet

Vi har lagt ut opplysninger om prosjektet på nettsidene våre. Alle våre institusjoner har også tilgang til egne prosjekter i Meldingsarkivet.

Vi tar kontakt om status for behandling av personopplysninger ved prosjektslutt

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS Harald Hårfagres gate 29 Tel: +47-55 58 21 17 nsd@nsd.no Org.nr. 985 321 884
NSD – Norwegian Centre for Research Data NO-5007 Bergen, NORWAY Faks: +47-55 58 96 50 www.nsd.no

Ved prosjektslutt 15.05.2019 vil vi ta kontakt for å avklare status for behandlingen av personopplysninger.

Se våre nettsider eller ta kontakt dersom du har spørsmål. Vi ønsker lykke til med prosjektet!

Marianne Høgetveit Myhren

Håkon Jørgen Tranvåg

Kontaktperson: Håkon Jørgen Tranvåg tlf: 55 58 20 43 / Hakon.Tranvag@nsd.no

Vedlegg: Prosjektvurdering
Kopi: Miriam Ezzari, 142351@stud.hvl.no

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 56531

FORMÅL
Studenten vil se på hvordan bruk av autentiske data kan bidra til å knytte matematikk til elevenes hverdag. Det vil undersøkes hvordan arbeid med denne typen oppgaver påvirker elevenes språkbruk, arbeidsmåte og hvordan de uttrykker kritisk demokratisk kompetanse.

INFORMASJON OG SAMTYKKE
Utvalget informeres skriftlig og muntlig om prosjektet og samtykker til deltakelse. Informasjonsskrivet er godt utformet, men vi ber om at setningen "Foresatte kan reservere seg mot at sitt barn deltar i undersøkelsen ved å kontakte oss på forhånd" fjernes. Dette bidrar til å skape forvirring om hva samtykket innebærer. Det er viktig å understreke at foresatte og barna må aktivt gi sin signatur og samtykke til å delta, og ikke for å reservere seg. Derfor må det også lages et alternativt opplegg for de barna som ikke ønsker å delta i forskningsprosjektet.

UTVALG
Deler av utvalget i prosjektet er barn og unge, og det er foreldrene deres som samtykker til deltakelse. Likevel bør barna få tilpasset informasjon om prosjektet. Det er også viktig at barna og ungdommene får informasjon om at de kan velge å ikke delta i prosjektet hvis de ønsker det, selv om foreldrene har samtykket.

METODE
Det fremkommer ikke av meldeskjema om det skal innhentes personopplysninger gjennom andre metoder enn bilde- og videoopptak. Det er derfor denne metoden som er vurdert her. Dersom studenten skal innhente slike opplysninger gjennom gruppe- og personintervju må det ettersendes detaljert informasjon om hvilke opplysninger dette er til personvernombudet@nsd.no

INFORMASJONSSIKKERHET
Personvernombudet legger til grunn at student etterfølger Høgskulen på Vestlandet sine interne rutiner for datasikkerhet. Dersom personopplysninger skal lagres på mobile enheter, bør opplysningene krypteres tilstrekkelig.

PROSJEKTSLUTT OG ANONYMISERING
Forventet prosjektslutt er 15.05.2019. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres. Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å:
- slette direkte personopplysninger (som navn/koblingsnøkkel)
- slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger som f.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn)
- slette digitale lyd-, bilde- og videoopptak

ANNET
Skolen deltar i et prosjekt i regi av Universitetet i Bergen, "Ekte Data". Det er de ansatte her som har kontaktet den aktuelle skolen. Prosjektet er godkjent av skoleledelsen. Personvernombudet legger også til grunn at læreren i den aktuelle klassen er informert og har gitt sitt samtykke til å delta.

Vedlegg 2: Samtykkeskjema sendt ut til elever og foresatte

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"Ekte data – Elevers matematikkarbeid med autentiske oppgaver og værdata"

Bakgrunn og formål

Dette forskningsprosjektet vil se på virkningen av å bringe Ekte Data inn i undervisningen. Ekte Data er et prosjekt driftet av Geofysisk institutt og Skolelaboratoriet i realfag ved Universitetet i Bergen UiB. Sandgotna ungdomsskole er en av samarbeidsskolene, hvor en værmåler skal sørge for autentiske data til bruk i matematikk- og naturfagsundervisning. Vi ønsker å se på hvordan bruk av autentiske data kan bidra til å knytte matematikk til elevenes hverdag, og hvordan elevene bruker matematikk i samtale rundt dette. Prosjektet vil danne grunnlag for tre masteroppgaver for studenter ved avdelingen for lærerutdanning ved Høgskulen på Vestlandet.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Elevene vil delta i et undervisningsopplegg med oppgaver basert på vær og klima. Noen elevgrupper vil bli filmet i arbeid med oppgavene, og enkelte elever kan bli intervjuet dersom vi ønsker med informasjon om noe de har sagt. Masterstudentene vil være deltakende observatører, og dermed gå blant elevene og prate med dem under arbeidsøktene.
Vi vil også samle inn noe av elevenes skriftlige arbeid. Datainnsamlingen vil foregå over ca. 3 uker.

Dersom du som foresatt ønsker å se intervjuguiden for hva elevene kan bli intervjuet om, ta kontakt med oss på mail.

Hva skjer med informasjonen?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Det er kun masterstudentene og deres veiledere som vil ha tilgang til opptakene. Opptakene vil ikke bli publisert i sammenheng med masteroppgavene.

Videoene vil bli lagret på bruker- og passordbeskyttet pc og slettes innen masterprosjektets slutt 15. mai 2019.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert.

Ved spørsmål knyttet til studien, ta kontakt med Helene Sinnes på helene.sinnes@gmail.com. Veileder for prosjektet er Rune Herheim, og kan nås på rune.herheim@hvl.no.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og samtykker til at ___________________________ (navn på elev) kan delta i studien.

____

(Signert av elev, dato)

(Signert av foresatte, dato)