



Høgskulen på Vestlandet

Masteroppgave

M120UND509

Predefinert informasjon

Startdato:	06-05-2017 09:00	Termin:	2017 VÅR
Sluttdato:	15-05-2017 14:00	Vurderingsform:	Norsk 6-trinnskala (A-F)
Eksamensform:	Masteroppgave	Studiepoeng:	45
SIS-kode:	M120UND509 1 MG		
Intern sensor:	(Anonymisert)		

Deltaker

Kandidatnr.: 718

Informasjon fra deltaker

Tro- og loverklæring *: Ja

**Jeg godkjenner avtalen om
tilgjengeliggjøring av
masteroppgaven min *:**



**Høgskulen
på Vestlandet**

MASTEROPPGAVE

**Modellering og kritisk demokratisk
kompetanse**

Modelling and critical democratic competence

Anna Rakstang

Master i undervisningsvitenskap m/ fordypning i matematikk

Avdeling for lærerutdanning

Veileder: Suela Kacerja

Innleveringsdato: 15.05.17

Jeg bekrefter at arbeidet er selvstendig utarbeidet, og at referanser/kildehenvisninger til alle kilder som er brukt i arbeidet er oppgitt, *jf. Forskrift om studium og eksamen ved Høgskulen på Vestlandet, § 10.*

Forord

Denne masteroppgaven markerer avslutningen på min femårige utdanning ved Høgskolen i Bergen. Det har vært fem varierte og lærerike år, og nå blir det spennende endelig å ta fatt på en ny hverdag som lærer i skolen.

Jeg vil først og fremst få takke veileder Suela Kacerja for god hjelp gjennom hele prosessen. Dine kommentarer og tilbakemeldinger, samt forslag og støtte i skriveprosessen, har vært uvurderlige fra begynnelse til slutt. Tusen takk!

Jeg må også få takke skolen og lærerne som gjorde datainnsamlingen mulig. Takk for at dere ga meg fritt spillerom til å gjennomføre datainnsamlingen, samt de gode tipsene og innspillene dere kom med underveis i prosessen.

En stor takk sendes også til hele gjengen på lesesalen. Underveis i skrivingen har det vært til stor hjelp å ha støttespillere som dere, som man kan dele tanker og usikkerheter med. I tider der man stod fast, var det fint å ha noen å kunne dele frustrasjonen med, samtidig som det er noe veldig beroligende med å høre at flere sliter med det samme. Takk for latter, koselige pauser, og generelt den gode stemningen dere har vært med på å skape på lesesalen i Møllendalsvegen.

Tusen takk for gjennomlesing, støtte og oppmuntrende ord fra familie, samboer og venner!

Mai, 2017

Anna

Sammendrag

Hensikten med denne masteroppgaven er å undersøke hvorvidt aspekter av kritisk demokratisk kompetanse kan identifiseres i elevers arbeid med matematisk modellering på mellomtrinnet.

I denne oppgaven forstås begrepet modellering som prosessen der et problem fra virkeligheten løses ved hjelp av matematikk. Kritisk demokratisk kompetanse blir benyttet om kunnskapene som kreves for å se kritisk på matematikkens rolle i samfunnet, og konsekvensene av ulike matematiske anvendelser.

Datainnsamlingen til denne studien ble gjennomført ved å la en gruppe på 14 elever fra mellomtrinnet arbeide med en modelleringsoppgave fra deres hverdag. Ved å tildele elevene oppgaven å finne ut hvor mye vann som går til dusjing, var ønsket å undersøke om elevene greide å se kritisk på matematikkens rolle i samfunnet underveis i arbeidet.

Gjennomføringen av datainnsamlingen ble delt inn i tre faser, 1) introduksjonsøkt, 2) modelleringsøkt og 3) diskusjonsøkt. I introduksjonsøkta fikk elevene informasjon om temaet, og gjennomføringen. I modelleringsøkta fikk elevene modellere vannforbruk i forbindelse med dusjing. I diskusjonsøkta fikk elevene sammenligne resultatene fra modelleringen. Gruppen på 14 elever ble delt inn i mindre grupper, og stod fritt til å velge hvilken løsningsmetode de måtte ønske. Ved å benytte videoopptak av elevenes arbeid, kunne elevenes diskusjoner analyseres i etterkant, på søken etter aspekter av kritisk demokratisk kompetanse.

Gjennom modelleringsarbeidet måtte elevene gjøre flere kritiske vurderinger og avgrensninger, og analysen av elevenes diskusjoner viste at de kom med en rekke refleksjoner underveis. Noen av disse refleksjonene kan kobles til utviklingen av kritisk demokratisk kompetanse, blant annet ved at elevene reflekterte rundt resultatene sine koblet opp mot miljøet og samfunnet.

Abstract

The aim of this master thesis is to investigate if aspects of critical democratic competence can be identified when students in the upper primary school are working with a mathematical modelling task.

The term modelling will in this thesis be used to describe the process where a problem from the real world is solved using mathematics. Critical democratic competence will be used about the skills students need for looking critically on the role of mathematics in society, and the consequences connected to mathematical applications.

The collection of data for this study was accomplished by letting a group of 14 upper primary school students work with a modelling task from their everyday-life. By assigning the students the task of defining how much water is being used for showering, the wish was to see if the students were able to look critically on the role of mathematics in society, throughout their work.

The data collection was carried out through three phases; 1) introductory session, 2) modelling session and 3) discussion session. In the introductory session the students were informed about the task at hand and how it was going to be carried out. In the modelling session the students were mathematically modelling the water used in showering. In the discussion session the students were given the chance to compare their results with each other. The group of 14 students was divided into smaller groups, and the groups were able to choose whatever method of solution they wanted. By video recording the students' work, the students' discussions could later be analyzed in order to identify aspects of critical democratic competence.

Through working with the modelling task, the students had to make critical assessments and delimitations, and the analysis of the students' discussions showed several reflections during the work. Some of these reflections can be linked to the development of critical democratic competence, through the students' reflections about their results compared to the environment and the society.

Innhold

Forord	II
Sammendrag	III
Abstract.....	IV
Oversikt over figurer	VI
1.0 Innledning.....	1
1.1 Bakgrunn for utarbeidningen av fokusområdet	2
1.2 Begrepsavklaring	5
1.3 Tidligere forskning	6
1.3.1 Modellering	7
1.3.2 Kritisk demokratisk kompetanse	10
1.4 Avhandlingas struktur.....	12
2.0 Teori	13
2.1 Modellering	13
2.1.1 Hva er modellering?	13
2.1.2 Hva er formålet med modellering i matematikkundervisningen?	14
2.1.3 Hvordan foregår modellering?	18
2.1.4 Lærerens rolle i modelleringsprosessen	23
2.2 Kritisk demokratisk kompetanse	23
2.2.1 Hva er kritisk demokratisk kompetanse?	24
2.2.2 Mathemacy	26
2.2.3 Reflective knowing- å være kritisk og reflekterende	30
3.0 Metode	34
3.1 Valg av metode	34
3.2 Datainnsamling	34
3.2.1 Videoopptak	37
3.2.2 Observasjon	38
3.2.3 Transkripsjon.....	38
3.3 Utvalg av deltakere	39
3.4 Etske hensyn.....	40
3.5 Validitet, reliabilitet og feilkilder	41
3.6 Metode for analysering av datamaterialet	43
4.0 Resultat	47

Fase 1:.....	47
Fase 2:.....	47
Fase 3:.....	49
5.0 Analyse og diskusjon.....	51
5.1 Modelleringsprosessen	51
5.2 Ulike typer knowing	55
Fase 1: Introduksjonsøkt.....	57
Fase 2: Modelleringsøkt	58
Fase 3: Diskusjonsøkt	75
5.3 Elevenes refleksjoner og kritisk demokratiske kompetanse.....	80
6.0 Begrensninger med studien	85
6.1 Lærerens innblanding i modelleringsprosessen.....	85
6.2 Tid.....	85
7.0 Avslutning	87
Referanser	89
Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeskjema til foreldrene	94
Vedlegg 2: Tabell over ulike varer sitt vannforbruk	96
Vedlegg 3: Godkjenning fra NSD	97

Oversikt over figurer

Figur 1 Modell over en matematisk modelleringsprosess (Blomhøj, 2003, s. 67).....	18
Figur 2 Blum og Ließ (2007) sin framstilling av modelleringsprosessen	20
Figur 3 Niss (2015) sin framstilling av modelleringsprosessen	21
Figur 4 Diskusjonstyper, (Barbosa, 2006, s. 298)	29
Figur 5 Skjema for elevenes resultater	36
Figur 6 Knowing.....	46
Figur 7 Tabell over elevenes modelleringsresultater	75

1.0 Innledning

Matematikk brukes som argument for mange av de store avgjørelsene som blir tatt i samfunnet, og bidrar til å forme samfunnet som omgir oss hver dag. På bakgrunn av utregninger og prognoser blir det tatt avgjørelser i både større og mindre grad uten at man nødvendigvis tenker over det. Vi ser dette daglig i blant annet statsbudsjett og tilhørende konsekvenser, i utregninger som handler om hvorvidt du tjener lite nok til å få støtte fra staten, og i om mengden forurensning i lufta gjør at man bør la bilen stå i ro (Aguilar & Zavaletta, 2012). Gjennom *matematikkens formatterende kraft* (Skovsmose, 1994) kan matematikken til og med være med på å bidra til å endre synet vi har på virkeligheten rundt oss. Som for eksempel den gangen da synet på hele verdensbildet ble endret da matematikken viste at ikke jorden var sentrum i universet (Skovsmose, 1994). Matematikk er til stede i alt fra fysikk og astrologi, til økonomiske og politiske avgjørelser, eller den ligger skjult i teknologi og musikk. Siden mange avgjørelser begrunnes med matematiske utregninger, er det viktig, for å opprettholde et demokratisk samfunn, at man som samfunnsborger har de kunnskapene som kreves for å kunne ta stilling til de matematiske argumentene som ligger bak avgjørelsene, og samtidig har evnen til å reflektere over både de positive og negative konsekvensene som avgjørelsene kan føre med seg (Aguilar & Zavaletta, 2012). Derfor er det spesielt viktig at alle mottar god matematikkundervisning, som gir kunnskapene som kreves til nettopp dette.

En viktig del av skolens oppgave er derfor å legge grunnlaget for at elevene skal kunne diskutere nettopp matematikken som former samfunnet. Eksempelvis er elevene daglig omgitt av resultater som er framkommet av matematikk gjennom media, både gjennom nyheter, politiske debatter, dokumentarer og på diverse nettsider. Det er viktig at elevene i skolen også lærer seg å kunne se kritisk på resultatene de får servert, og ikke bare godta de. Dette kan man også se nedfelt som et av hovedmålene i den lærerplanen for matematikk i kunnskapsløftet, der det står at «Et aktivt demokrati behøver borgere som kan sette seg inn i, forstå og kritisk vurdere kvantitativ informasjon, statistiske analyser og økonomiske prognoser» (Kunnskapsdepartementet, 2006).

Med henvisning til Skovsmose (2005) som deler inn de sosiale gruppene inn i rollene *constructors*, *operators*, *consumers* og *disposables*, ut fra gruppenes tilknytning til matematikken, skriver Jablonka og Gellert (2007) følgende.

There is a threat to democracy because of a widening gap of mathematical knowledge between constructors and consumers. The constructors not only provide the technical knowledge for developing solutions but also have the power to define the problems and to initiate new questions. The forming of opinions and political decisions become more and more dependant [sic] on their expertise. (Jablonka & Gellert, 2007, s. 14)

Dette betyr at maktfordelingen mellom de sosiale gruppene kan bli skjev, ved at de ulike gruppene ikke har de samme forutsetningene til å ta stilling til, og se konsekvensene av avgjørelser begrunnet i matematikk. Dette kan påvirkes utfra hvilke kunnskaper de ulike gruppene har.

Denne oppgaven legger fram resultatene av en studie, der jeg ønsket å undersøke hvordan arbeid med modellering kan brukes for å bidra til kritisk kompetanse. Dette ble gjort ved å ta utgangspunkt i matematisk modellering av et tema fra elevenes hverdag for å undersøke på hvilke måter elevene uttalte seg kritisk om resultatene de fikk underveis i arbeidet.

1.1 Bakgrunn for utarbeidingen av fokusområdet

Sommeren før arbeidet med masteroppgaven skulle settes i gang, var jeg i et samarbeid med FN-sambandet, med på utviklingen av matematikkoppgaver til et undervisningsopplegg kalt *Bærekraft*¹. Matematikkoppgavene hadde som mål å skulle bidra til å opplyse elevene i skolen om bærekraftig utvikling, og handlet om diverse viktige aspekter innenfor dette temaet. Temaer som flyktninger, klima, forbruk og miljø, ble tatt opp gjennom matematikkoppgavene, med utgangspunkt i reelle tall og statistikk. Målet med undervisningsopplegget var å gi skolen tilgang til oppgaver som kunne være både opplysende og kanskje til og med holdningsskapende, ved å la elevene arbeide med oppgaver om reelle tema og problem som omgir oss i verden. Selv om jeg ikke har sett oppgavene i bruk i praksis, fikk jeg gjennom utarbeidingen av dette undervisningsopplegget, et inntrykk av at matematikken har potensiale til å kunne forme holdninger, bevisstgjøre om viktige tema, og samtidig gjøre matematikken virkelighetsnær for elevene. Gjennom å arbeide med matematiske oppgaver om reelle tema og med virkelig statistikk, kan elevene både arbeide med matematiske begrep, og samtidig bli opplyst om tema fra virkeligheten. Dette var tanker som fulgte meg videre inn i arbeidet med masteroppgaven. For å kunne ta stilling til

¹ Undervisningsopplegget *Bærekraft* finnes for både 7. og 10. trinn:
<http://www.fn.no/Skole/Undervisningsopplegg>

argumenter, og delta i diskusjoner og dialoger om samfunnsaktuelle og virkelige tema, kreves kunnskap om modellering og evne til å sette seg inn i hva som ligger bak alle de matematiske modellene vi er omgitt av, skriver Hansen (2010). Disse evnene kommer inn under det som kalles kritisk demokratisk kompetanse, som er et begrep som er nært knyttet til viktigheten av å kunne ta stilling til matematikken som omgir oss. At elevene skal tenke kritisk over matematikken rundt seg, og at de skal komme med kritiske refleksjoner om resultatene de får, framstår for meg som et viktig mål med matematikkundervisningen. Hva jeg legger i kritisk demokratisk kompetanse kommer jeg tilbake til litt senere i oppgaven.

I løpet av lærerstudiet ved Høgskolen i Bergen har jeg deltatt på flere forelesninger med fokus på ulike måter matematikkopplæring kan foregå. Etter å ha observert ulike praksislærere, og med min egen erfaring fra jobb i skolen til grunn, har det blitt viktig å finne ut hva slags matematikklærer jeg ønsker å være. Etter forelesninger og pensum om matematisk modellering ble fordelen av at matematikken er knyttet til elevene sin virkelighet tydelig for meg. Jeg forstod at det å la elevene få jobbe utforskende med matematikk som særlig ligger nær deres virkelighet, kan bidra til at å la elevene oppleve at matematikken har nytteverdi, og ikke bare framstå som et abstrakt fag som de kun møter i klasserommet. I følge Julie (2002) er matematisk modellering en av arbeidsmåtene man kan benytte seg av for å nå målet om å gjøre matematikk relevant. Gjennom modellering blir situasjoner og problemer fra virkeligheten løst ved hjelp av matematikk. Modelleringsbegrepet vil også defineres ytterligere senere i oppgaven, men det handler kort fortalt om at matematikk brukes til å forklare eller løse et problem fra virkeligheten.

Med lite erfaring med modelleringsoppgaver i skolen selv, pirret dette området min nysgjerrighet. Kunne modellering bidra til at elevene så kritisk på matematikken rundt seg? I LK06 står det «For at barna skal oppleve matematikken som eit reelt verktøy dei kan gjere seg nytte av i dagleglivet, må dei møte oppgåver og problemstillingar der løysingane får konsekvens for dei sjølve.» (Kunnskapsdepartementet, 2006). Etter å ha lest teori om modellering framstod dette for meg som en god arbeidsmetode for å gjøre matematikken relevant og virkelighetsnær, og det virket som en god måte å nå målet fra LK06. For å få elevene til å oppleve matematikken som et reelt verktøy, framstod det for meg som ideelt å la elevene arbeide med et problem fra virkeligheten som løses ved hjelp av matematikk. Dette la grunnlaget for at jeg i min masteroppgave ønsket å prøve ut matematisk modellering i praksis.

English har i sin forskning (se for eksempel English, 2003, 2004; English & Watters, 2004, 2005) arbeidet mye med modellering med barn. Hun påpeker viktigheten av at elevene møter autentiske oppgaver i matematikkfaget, om tema som de kan relatere seg til. Hun kritiserer problemløsningsoppgavene elevene har møtt i skolen de siste tiårene, fordi hun mener de gir elevene både løsningsmåten og målet, og frarøver elevene mye av tolkningsprosessen (English, 2004). I utforskende modelleringsoppgaver ligger muligheter for utforskning lignende det vi finner i undersøkelseslandskap (Skovsmose, 1994). Tradisjonene i skolen kritiseres også av Alrø og Skovsmose (2002), der de skriver at

Also in this case we find that the school mathematics tradition produces obstacles for making a critical turn. Breaking away from this tradition, including its bureaucratic absolutism linked to the exercise paradigm, and inviting students into a landscape of investigation, may provide resources for critical reflections about mathematics in action. (s. 238)

At elevene skal komme med kritiske refleksjoner er altså ikke noe som oppstår av seg selv. Det må legges til rette for en situasjon der ulike typer refleksjoner kan oppstå. Alrø og Skovsmose (2002, s. 191) skriver at slike refleksjoner har tendens til å forekomme lite i arbeid innenfor oppgaveparadigmet, når elevenes hovedoppgave er å finne fram til et riktig svar.

Sitatet fra Alrø og Skovsmose (2002) ble utgangspunktet for valget av denne masteroppgavens fokus. I sitatet skriver de at ved å bryte vekk fra tradisjonene med oppgaveparadigmet i skolen, og heller la elevene jobbe med utforskende oppgaver, *kan* kritiske refleksjoner om matematikk oppstå. Dette får også støtte av Bonotto (2013), som sier at modellering kan bidra til å vise fram det potensialet matematikken har som verktøy for å kunne se kritisk på samfunnet, noe som bør være et viktig mål for undervisningen. I utdraget nedenfor påpeker Vithal (1999) at det er mangel på empiriske studier hvor teorier settes i praksis i klasserommet.

There is now a considerable literature exploring the connections between mathematics education and democratic society, much of it theoretical about what could or should occur. The question is what happens when an attempt is made to deliberately realise such a link in a mathematics classroom. (Vithal, 1999, s. 27)

Hensikten med denne masteroppgaven er å bidra til å fylle det hullet som Vithal (1999) påpeker at finnes i forskningen på området. Med utgangspunkt i dette ønsket jeg å teste ut

modellering i praksis for å undersøke om det faktisk kan fungere som et godt verktøy for å identifisere aspekter av kritisk demokratisk kompetanse hos elevene.

Ut i fra dette ble følgende fokus for oppgaven formulert:

Å identifisere aspekter knyttet til kritisk demokratisk kompetanse når elever på mellomtrinnet jobber med modelleringsoppgave om et tema nær deres virkelighet.

For å undersøke dette fokuset har jeg i tillegg valgt å utarbeide tre forskningsspørsmål som jeg ønsker å ta utgangspunkt i:

Forskingsspørsmål 1: *Hvilke deler av modelleringsprosessen gjennomgår en gruppe elever fra mellomtrinnet når de skal modellere eget vannforbruk i forbindelse med dusjing?*

Forskingsspørsmål 2: *Hvilke typer knowing kan identifiseres når elevene modellerer eget vannforbruk i forbindelse med dusjing?*

Forskingsspørsmål 3: *Kan en modelleringsoppgave om hvor mye vann elevene bruker til å dusje, føre til at elevene viser aspekter av kritisk demokratisk kompetanse?*

Målet mitt med denne studien er å se hvordan modellering kan brukes, og hvorvidt aspekter av kritisk demokratisk kompetanse er en implikasjon av dette arbeidet, når det blir testet ut i praksis.

1.2 Begrepsavklaring

Modellering:

Når det i denne oppgaven snakkes om modellering, er det den matematiske modelleringen det tas utgangspunkt i. Modellering er et begrep som finnes innenfor flere fagfelt, men innenfor matematikken er modellering tett forbundet med utarbeiding og analysing av matematiske modeller (se for eksempel Blomhøj, 2003; Blum & Borromeo Ferri, 2009; Hansen, 2010). Når det senere snakkes om modellering i skolen, er det samtidig et viktig skille mellom matematiske modelleringsoppgaver og problemløsningsoppgaver som er viktig å presisere før man går videre. Som Hansen (2010) skriver, kan både modelleringsoppgaver og problemløsningsoppgaver ta utgangspunkt i reelle tema, men forskjellen ligger i at man i en modelleringssituasjon ofte må teste og vurdere resultatene sine opp mot situasjonen fra virkeligheten og vurdere om de kan være reelle.

Kritisk demokratisk kompetanse:

Kritisk demokratisk kompetanse forstås i denne oppgaven som evnen til blant annet å se konsekvensene av bruken av matematikk som omgir oss. Innenfor matematikkfeltet er det blant annet vanlig å betegne kritisk demokratisk kompetanse som evnen til å analysere, vurdere og kritisere anvendelser av matematikk i samfunnet (Blomhøj, 2003; Hansen, 2010). Kritisk demokratisk kompetanse kan også diskuteres innenfor flere fagområder, men i dette tilfellet blir det brukt med utgangspunkt i hvordan matematikk brukes i samfunnet (Hansen, 2009). Slik ønsker også jeg å benytte begrepet kritisk demokratisk kompetanse videre i denne oppgaven.

Knowing:

I forbindelse med denne oppgavens andre forskningsspørsmål brukes knowing her med utgangspunkt i Skovsmose (1994) sine definisjoner av begrepene. Han skiller mellom mathematical, technological og reflective knowing, og mener matematikkopplæringen må orientere seg rundt disse. De tre typene knowing vil jeg komme tilbake i avsnitt 1.3.2 Kritisk demokratisk kompetanse, og en ytterligere forklaring av de ulike typene vil bli gitt i kapittel 2.2.2 Mathemacy.

1.3 Tidligere forskning

Innenfor de to overordnede temaene som det forskes på i denne oppgaven, har det blitt gjort en del forskning som jeg vil legge fram før jeg går videre. I det følgende vil jeg gi en oversikt over noe av forskningen som finnes på feltet, både innenfor det som har med matematisk modellering og det som handler om kritisk demokratisk kompetanse. Disse to temaene er nært tilknyttet hverandre, men de forekommer ikke nødvendigvis sammen i all forskningen som legges frem nedenfor. I oversikten har det samtidig vært nødvendig å gjøre et utvalg av forskere på de ulike feltene, for å begrense litt. Her har jeg forsøkt å plukke ut de forskerne som har skrevet mye og oftest er referert til på feltet, og samtidig tatt med forskere som har fokusert på områder som var spesielt relevant for det som skal komme i resten av oppgaven. Dette avsnittet vil vise bredden i forskningen på feltet, og gi et innblikk i hva som forskes på innenfor de to temaene. Deler av forskningen som legges frem, vil utdypes ytterligere i teorikapittelet.

Jeg har valgt å strukturere kapittelet ved å dele inn i to deler, først en del om forskning innenfor modellering, og deretter en del om forskningen på kritisk demokratisk kompetanse. Innenfor delen om kritisk demokratisk kompetanse har jeg funnet tips og inspirasjon fra

Aguilar og Zavaletta (2012), som i sitt *literature review* har tatt for seg forskningen på feltet om demokrati. I artikkelen blir forskningen på feltet systematisk lagt fram, ved at de viser sammenhengen mellom matematikkopplæring og demokrati.

1.3.1 Modellering

En som har fokusert mye på hvordan modellering kan foregå og hvordan det kan anvendes i skolen, er Blomhøj (se for eksempel Blomhøj, 2003, 2006). Han har skrevet om sammenhengen mellom matematikk og virkelighet, og vist hvordan modelleringsprosessen kan forløpe. Hans framstilling av modelleringsprosessen viser ulike deler av modelleringsprosessen, i stegene fra et reelt problem til realisering av matematisk modell.

I Blomhøj og Skånstrøm (2006) beskrives et forsøk som ble gjennomført med fokus på å arbeide med modelleringsbegrepet i undervisning. Et av målene var å bevisstgjøre elevene om matematikken de er omgitt av, og dette ble gjort ved å be elevene registrere matematikken de opplevde i løpet av en morgen. Ut fra dette skulle de formulere egne problemstillinger som de skulle svare på og senere presentere for de andre. En av elevene valgte å regne ut hvor mange ganger man kan pusse tenner med innholdet i en tannkremtube. Senere regnet eleven ut hvor lang stripe man kan lage av en tube med tannkrem. En annen valgte å regne ut farten man måtte kjøre med for kun å treffe på grønne trafikklys på en strekning med flere lyskryss. Gjennom mange ulike modelleringsoppgaver fikk elevene muligheten til å koble matematikken til sin egen hverdag. Forskerne håpte før gjennomføringen av forsøket at elevene som deltok i studien skulle arbeide med matematisk modellering på en bevisst måte, og kunne reflektere rundt modelleringen. I artikkelen fremhever de at de ikke nådde målet slik de ønsket. Elevene fikk erfaringer med å bruke matematikk til å beskrive og forstå egen omverden, men de var derimot ikke bevisst på at de faktisk arbeidet med modellering, og forsøket manglet derfor elevenes refleksjoner rundt modelleringen. Forskerne legger videre frem hypotesen om at det kreves høyere faglig fokusering av modelleringsaktivitetene hvis kritiske refleksjoner skal kunne oppstå. Videre ble en plan langt fram over hvordan de ønsket å gjøre elevene i stand til å arbeide med modellering på en bevisst og reflektert måte, med fokus på oppstilling og kritikk av matematiske modeller. Gjennom et undervisningsforløp som er mer styrende og fastsatt håpet de at elevene ville få mulighet til å erfare noen gode modelleringsforløp i fellesskap. Planen var å jobbe systematisk med temaet hastighet, da dette ble ansett som et velegnet tema som mange elever hadde erfaringer med fra før (Blomhøj & Skånstrøm, 2006). I artikkelen skriver de at matematikkundervisning derimot handler om mer enn matematisk modellering, og at man som lærer må ta interessante og vanskelige

avgjørelser om man ønsker å gjøre matematikkundervisningen mer virkelighetsnær for elevene. Hvilke avgjørelser dette innebærer, er derimot ikke videre utdypet i artikkelen (Blomhøj & Skånstrøm, 2006).

Niss (2015) har i sin forskning valgt å skille mellom to ulike hensikter med å bruke modellering i skolen– nemlig descriptive modelling og prescriptive modelling. Tradisjonelt har forskning og undervisning fokusert mest på descriptive modelling, som handler om at modellering brukes til å forstå eller forklare et fenomen som ligger utenfor matematikkdomenet. Prescriptive modelling handler på sin side om å bruke modellering for å «(...) specify or design structures» (Niss, 2015, s. 69), og her lages det modeller for ting som ikke finnes allerede. Målet med prescriptive modelling er hovedsakelig å legge til rette for at avgjørelser kan tas i den virkelige verden med utgangspunkt i matematiske utregninger og overveielser. Han beskriver det som at målet her er å endre verden, ikke bare forstå den.

Når det gjelder forskning på bruk av modellering i skolen, har Blum, i samarbeid med flere forskere (se for eksempel Blum & Borromeo Ferri, 2009; Blum & Ließ, 2005, 2007), forsket på hvordan det bør arbeides med modellering i skolen, og hvilke faktorer som eventuelt kan påvirke resultatet av modelleringen. I Blum og Ließ (2005) er fokuset på hvordan lærerens innvendinger i modelleringsarbeidet både er uunnværlig for et godt resultat, men også hvor styrende lærerens innspill kan være for de valgene elevene tar i modelleringsarbeidet. De viste i sin studie at arbeidet med modelleringsoppgaver blir sterkt påvirket av lærerens forutinntatte forståelse av oppgaven, og påpekte viktigheten av at lærerens innspill er gjennomtenkte. Innvendingene må balanseres slik at de veileder elevene gjennom arbeidet, med åpne spørsmål og bidrag til samtalen, men uten å frata elevenes selvstendighet i arbeidet.

Bonotto (2013) har i sin forskning fokusert på viktigheten av at matematikkundervisningen blir knyttet til elevenes virkelighet. I artikkelen påpekes ansvaret lærere har for å knytte matematikken elevene møter i klasserommet, til reelle situasjoner som kan løses med matematikk. Her trekkes realistisk modellering fram som et godt verktøy, som handler om modellering som tar utgangspunkt i realistiske kontekster, og som krever at realistiske overveielser blir tatt. Dette mener hun bør implementeres så tidlig som mulig, allerede på barneskolen. Artikkelen legger fram en studie der en elevgruppe på fjerde trinn fikk arbeide med modellering om et tema som lå nær elevenes virkelighet. For at elevene skulle kunne ta hensyn til realistiske begrensninger, muligheter og «real world-knowledge» i resonnementene sine, ble oppgaven lagt til et tema som i nærmiljøet til klassen var veldig kjent. Mange av

foreldrene til elevene som deltok i studien, arbeidet i den lokale turistnæringen, i pizzeriaer, restauranter eller iskrem-butikker. Det ble derfor valgt å la elevene arbeide med prislister og menyer fra restauranter, som elevene var godt kjent med fra egen hverdag. Gjennom forsøket viste Bonotto (2013) potensialet bruk av matematisk modellering har til å hjelpe elevene til å se kritisk på nærmiljøet og samfunnet som omgir elevene. Resultatene viste også at arbeid med aktiviteter som elevene kunne relatere seg til, bidro til at elevene opplevde arbeidet som meningsfullt og motiverende. Selv elever med diverse læringsvansker, som for eksempel en elev med annen språklig bakgrunn, uttalte at arbeidet hadde vært motiverende, fordi arbeidet lot henne arbeide med tall i stedet for mange vanskelige ord. Samtidig var det knyttet til tema hun kunne forstå og relatere seg til.

En annen forsker som i likhet med Bonotto (2013) har trukket fram viktigheten av at barn møter modellering så tidlig som mulig, er English (2003, 2004, 2009). Hun har både alene og i samarbeid med Watters (se for eksempel English & Watters, 2004, 2005) gjort flere forsøk som viser at elever kan få erfaringer med modellering allerede på barneskolen, når elevene har de grunnleggende matematikkompetansene som behøves for å drive med modellering. Hun skriver om viktigheten av at elevene møter autentiske oppgaver i skolen, og kritiserer tekstoppavene og problemløsningsoppavene som de tradisjonelt møter. Tradisjonelle tekstoppavene kan ofte handle om et tema fra virkeligheten, men i måten de er utformet på, frarøver de elevenes tolkningsprosess i oppgaveløsningen. Gjennom modellering møter derimot elever oppgaver fra deres egen virkelighet, der de blir tvunget til å tolke veien selv i arbeidet med å løse oppgaven.

Mye av Barbosas forskning (se for eksempel Barbosa, 2009, 2010, 2012) har gjennom et sosio-kritisk perspektiv, fokusert på hvilke diskusjoner som oppstår i elevs arbeid med modellering. Han beskriver det som et sosio-kritisk perspektiv på modellering, fordi det fokuserer på matematiske modeller sin rolle i samfunnet (Barbosa, 2006). Ved å bruke begrepene *mathematical*, *technological* og *reflexive discussions*, hentet fra Skovsmose (1994), har han analysert diskusjonene som oppstår i elevs arbeid med modellering. Han har undersøkt hvilke kjennetegn de ulike diskusjonene har, og samtidig undersøkt hvilke tidspunkt i arbeidet disse vanligvis oppstår. Barbosa (2006) legger blant annet fram gjennomføringen av et modelleringsopplegg der han lot elever arbeide med modellering av et tema de kunne relatere seg til. Oppgaven handlet blant annet om å la elevene arbeide med fordeling av forskjellige goder (som korn og bønner) mellom menneskene i lokalsamfunnet. Gjennom modelleringsopplegget identifiserte han forekomsten av de ulike diskusjonstypene

som oppstod i arbeidet (Barbosa, 2006). Han har gjennom sin forskning kommet fram til at reflexive discussions har størst tendens til å oppstå når elevene diskuterer vilkårene som ligger bak utarbeidingen av en modell, samt når ulike grupper sammenligner sine resultater med hverandre (Barbosa, 2009).

I sammenheng med at forskning om modellering har blitt lagt fram, ønsker jeg å nevne Boaler (1993) sin forskning på bruk av reelle kontekster i matematikkopplæringen. Forskningen er på sin side ikke direkte knyttet til arbeid med matematisk modellering. Det er allikevel relevant for oppgaven, siden modellering også handler om virkelighetsnær matematikk, og matematikk satt i en reell kontekst. I artikkelen legger hun fram en kritisk tilnærming på bruk av virkelighetsnære oppgaver i matematikkundervisningen. Hun påpeker at bruk av reelle kontekster ikke skal anses som en forutsetning for at læring skal foregå, noe som er en vanlig oppfatning i skolen. Hun trekker fram at konteksten matematikkopplæringen foregår i har stor påvirkning på utfallet, men at det er flere ting som må ligge til rette. I artikkelen skriver hun at elever ikke nødvendigvis vil anse matematikkoppgavene som reelle utelukkende ut i fra at oppgaven inneholder begreper fra virkeligheten. Videre påpeker hun at det er en vanlig antakelse at all matematikk i utgangspunktet kan bli lært på skolen. Det finnes en tro om at elevene skal greie å bringe med seg kunnskapen de lærer i klasserommet ut i den virkelige verden, for så anvende det de har lært til et nytt og reelt problem (Boaler, 1993). I motsetning til denne troen, viser hun at overføringen fra en kontekst til en annen er helt avhengig av den individuelle oppfatning av konteksten og oppgaven.

1.3.2 Kritisk demokratisk kompetanse

Denne delen vil inneholde forskning der ulike begrep på kritisk demokratisk kompetanse er benyttet. Begreper som kritisk demokratisk kompetanse, critical competence og democratic competence kommer inn under det jeg legger i kritisk demokratisk kompetanse, og tilhørende forskning som bruker et av disse begrepene, skal presenteres her.

I sitt literature review har Aguilar og Zavaletta (2012) gitt en bred oversikt over forskningen innenfor det kritisk demokratiske feltet, der de viser sammenhenger mellom matematikkopplæring og demokrati. Den ene sammenhengen som trekkes fram, kaller de «mathematics education as a provider of critical mathematical skills» (Aguilar & Zavaletta, 2012, s. 5), og de skriver her om den viktige rollen matematikken spiller i samfunnet. Viktigheten av at samfunnets borgere får god matematikkopplæring, fremheves med særlig fokus på at de skal kunne ha evnen til å diskutere og forstå konsekvensene av ulike valg som

tas i samfunnet på grunnlag av matematiske utregninger. Her nevnes flere forskere som også har diskutert det politiske aspektet ved kritisk matematikkundervisning. Ofte legges omfattende rapporter fram, hvor en mengde avanserte tall og statistikk brukes for å begrunne avgjørelser som tas. For å ha et velfungerende demokrati må man dermed ha mulighet til å kunne kritisk analysere disse argumentene (Aguilar & Zavaletta, 2012, s. 5). Det er blant andre to sentrale forskere som fremheves i Aguilar og Zavaletta (2012), nemlig Skovsmose og D'Ambrosio, og deler av deres forskning blir presentert i de følgende avsnittene.

En av de kjente bidragsyterne i forskningen på kritisk demokratisk kompetanse, er Ole Skovsmose. Han har gjennom flere bøker og forskningsartikler (Skovsmose, 1990, 1994, 2005, 2011) lagt fram flere studier som fokuserer på hva som kjennetegner hvordan nettopp kritisk undervisning kan og bør foregå. Inspirert av Freires *literacy*-begrep har Skovsmose utviklet *mathemacy*, som et tilsvarende begrep innenfor matematikkfeltet (Skovsmose, 1994, s. 26). Da jeg finner det vanskelig å oppdrive en dekkende norsk oversettelse for begrepet, er det nettopp *mathemacy* jeg ønsker å benytte meg av videre i oppgaven. Som det blir lagt fram i Skovsmose (1994) og Alrø og Skovsmose (2002) har det i tilknytning til *mathemacy* blitt identifisert tre typer *knowing* som må være tilstede i matematikkundervisningen. Her ønsker jeg også å benytte meg av hans engelske begrep. Disse typene er *mathematical knowing*, *technological knowing* og *reflective knowing* (Alrø & Skovsmose, 2002; Skovsmose, 1994, 2005, 2011). Disse begrepene kommer jeg tilbake til senere i oppgaven. I Alrø og Skovsmose (2002) blir forsøket *Farlige små tall* lagt fram ved fokus på kritikk, og hvordan dette i sammenheng med refleksjoner kan komme til syne i elevers arbeid med en oppgave om spredning av salmonellabakterien.

D'Ambrosio (2003) har forsket på hvilken rolle matematikken spiller i utviklingen av et velfungerende og demokratisk samfunn. Han nevner både en politisk og en etisk dimensjon hvor matematikkundervisningen spiller en rolle i samfunnet. Den viktige oppgaven matematikklærere har til å lære elever til å se kritisk på for eksempel regler og holdninger i samfunnet som bryter med menneskerettighetene, framheves som viktig. Opplæringen skal balansere mellom å videreføre verdier fra fortiden, samt å vise hvilke rettigheter og ansvar man har for å opprettholde et velfungerende samfunn i fremtiden. Han mener skolepensumet bør orienteres rundt opplæring bestående av de tre tingene han kaller *literacy*, *mathemacy* og *technoracy*. «The three provide, in a critical way, the communicative, analytical, and technological instruments necessary for life in the twenty-first century» (D'Ambrosio, 2003, s. 237). *Literacy* beskrives kort sagt som evnen til å lese, forstå og tolke språk og tekst. I dagens

samfunn kan dette skje i form av lesing av muntlig og skriftlig språk, tall, grafer og tabeller, tv og media og ulike koder. Matheracy er derimot betegnelsen på en dypere forståelse av matematikken. Det kommer til syne gjennom evnen til å evaluere matematikken i en mer filosofisk refleksjon rundt menneske og samfunn, og bør få en større plass i skolen. Til slutt beskrives technoracy, som innebærer kritisk å forstå muligheter, farer og konsekvenser som kommer ved bruk av ulike teknologiske apparater, noe han skriver bør ha en essensiell plass i klasserommet fra en tidlig alder. Disse tre framheves som essensielle i opplæringen av borgere til et samfunn i utvikling (D'Ambrosio, 2003).

1.4 Avhandlingas struktur

Denne oppgaven er bygget opp av seks overordnede kapitler. I innledningskapitlet har fokuset for oppgaven, i tillegg til hensikt med studien og tidligere forskning, lagt grunnlaget for hva som skal legges fram i resten av oppgaven. I det følgende kapitlet vil relevant teori legges fram. Dette er teori som står i samsvar med fokuset som oppgaven tar utgangspunkt i. Oppgaven vil videre ta for seg metoden som ble brukt, og hvilke valg som ligger til grunn for datainnsamlingen. Det gis her en grundig innsikt i hvordan undervisninga som er bakgrunnen for studiens datainnsamling, foregikk. Her blir også etiske hensyn, utvalg av deltakere og feilkilder belyst. I resultatdelen som følger deretter, legges de endelige resultatene fra datainnsamlingen fram, for å gi et dypere innblikk i hva som kom ut av den gjennomførte datainnsamlingen. Resultatene vil senere analyseres i lys av relevant teori, og knyttes opp til oppgavens problemfokus. Etter diskusjon av resultatene og analysen, vil noen av studiens begrensninger belyses, før det hele til slutt oppsummeres og avsluttes.

2.0 Teori

I det følgende kapitlet vil denne oppgavens teoretiske grunnlag bli presentert. Dette vil senere benyttes som grunnlag for analysen av datamaterialet i kapittel 5.0 Analyse og diskusjon. Først vil jeg legge fram teori om matematisk modellering. Deretter følger en del om kritisk demokratisk kompetanse.

2.1 Modellering

For å sortere teorien som handler om modellering, har jeg valgt å strukturere det følgende kapitlet i fire deler. Først, er det viktig å diskutere hva som ligger i modelleringsbegrepet. I delen *2.1.1 Hva er modellering?* vil jeg dermed legge fram ulike definisjoner på hva modellering er, og hva det kan innebære å drive med modellering. Videre er det viktig å se på bruk av modellering i skolen. Grunner for at man skal arbeide med modellering, og ulike perspektiver på hvordan modellering kan brukes i skolen, vil legges fram under *2.1.2 Hva er formålet med modellering i matematikkundervisningen?* For å kunne implementere modellering i skolen er også viktig å diskutere hvordan selve modelleringen kan forløpe. Til slutt følger derfor delkapitlet *2.1.3 Hvordan foregår modellering?* som gir en oversikt over ulike forskere sine framstillinger over hvordan modelleringsprosessen foregår.

2.1.1 Hva er modellering?

Når man skal snakke om modellering er det nødvendig å begynne med det grunnleggende. Hva er egentlig en modell? Som definert av Blomhøj (2003) er en matematisk modell forholdet mellom noe matematisk (i form av matematiske ideer, objekter og relasjoner), og noe ikke-matematisk (2003, s. 53).

Det finnes mange forskere med ulike syn på hva modellering er (se for eksempel Barbosa, 2009; Blomhøj, 2003; Blomhøj & Skånstrøm, 2006; Bonotto, 2013; English, 2003). Blomhøj (2003) definerer matematisk modellering som den prosessen der en matematisk modell anvendes til å beskrive, forutsi eller forklare forhold som ligger utenfor matematikken. Blum og Borromeo Ferri (2009) beskriver modellering som prosessen der man oversetter mellom virkeligheten og matematikkens verden, i begge retninger. Felles for disse er at modellering i grunn handler om at modellering brukes til å beskrive forhold eller situasjoner fra virkeligheten.

Modelleringskompetansen har fått mer og mer fokus i undervisningssammenheng de to siste tiårene. Av Blum og Borromeo Ferri (2009) beskrives denne kompetansen som det å ha evnen

til å konstruere modeller gjennom de ulike stadiene i modelleringsprosessen (les mer om prosessen senere i kapittelet), så vel som å analysere og sammenligne gitte modeller.

2.1.2 Hva er formålet med modellering i matematikkundervisningen?

For å diskutere hva som er formålet med matematisk modellering, er det nødvendig å se generelt på bruken av modelleringsbegrepet først. Niss (2015) har skrevet følgende om hva som er den generelle hensikten med matematisk modellering:

Classically, the purpose of mathematical modelling is to capture, represent, understand, or analyze existing extra-mathematical phenomena, situations or domains, usually as a means of answering practical, intellectual or scientific questions – and solving related problems – pertaining to the domain under consideration. (s. 67)

Hensikten med matematisk modellering på et generelt plan, er altså å kunne forstå og analysere et ikke-matematisk fenomen eller situasjon, og modelleringen brukes ofte for å løse for eksempel vitenskapelige spørsmål.

Når det gjelder hensikten med modellering, sett i undervisningssammenheng, er det flere aspekter som trekkes fram. Blomhøj er en av forkjemperne for at modellering skal få en sentral plass i matematikkundervisningen. I Blomhøj (2003) presenterer han fire grunner til at modellering bør arbeides med i skolen. Det første han nevner, er at arbeid med modellering kan virke motiverende, ved at elevene gjennom arbeid med modeller og modellering får innblikk i hva matematikken har potensiale til å brukes til. For det andre er utviklingen av elevenes kompetanse til å gjennomføre og reflektere over modelleringsprosessen i seg selv et viktig mål for all matematikkundervisning. Arbeidet kan for det tredje gi innsikt i hvordan matematikken brukes i samfunnet, i dagliglivet og på andre områder. For det fjerde skriver han at arbeid med modellering kan bidra til utvikling av kritisk dømmekraft over oppstilling og ulike anvendelser av matematiske modeller (Blomhøj, 2003, s. 51-53). Disse argumentene er nært knyttet til utviklingen av kritisk demokratisk kompetanse, som jeg kommer tilbake til litt senere i kapittelet.

Arbeid med modellering foregår ofte i små grupper, noe som gjør at English (2004), og English og Watters (2004), påpeker at modellering også er en sosial erfaring. I en modelleringssituasjon er gruppesamarbeid, kommunikasjon og refleksjon viktig. Arbeidet med modellering lar elevene utvikle, vurdere og forberede seg på å presentere sitt modelleringsprodukt, og her oppstår både spørsmål, utfordringer, konflikter, revisjoner og

beslutninger underveis (English, 2004). Dette er positive erfaringer som elever kan ta med seg inn i andre områder i skolen og i hverdagen.

Tradisjonelt sett har ikke arbeid med modelleringsoppgaver blitt introdusert for elever før på ungdomstrinnet. Flere forskere har derimot kommet fram til at å introdusere elever for modellering tidligere enn dette ikke bare er mulig, men også ønskelig (Bonotto, 2013; English, 2003, 2004; English & Watters, 2004, 2005). English og Watters (2004) har i sin forskning kommet frem til at barn kan lære å modellere, generalisere og begrunne tidligere enn det tradisjonelt har vært antatt. De beskriver derfor viktigheten av at modelleringsoppgaver bør implementeres i matematikkundervisningen allerede i barneskolen, så fort elevene har opparbeidet seg de grunnleggende kunnskapene som behøves for å drive med modellering (English & Watters, 2005).

Et annet formål med modellering i skolen er fordelen med å la elevene jobbe med autentiske situasjoner kontra de tradisjonelle tekstopp-gavene. I følge English (2004) lar matematisk modellering elevene jobbe med autentiske situasjoner, som må tolkes, beskrives og omgjøres til matematikk. Hun skriver at de tradisjonelle problemløsningsoppgavene som elevene møter i skolen ofte ikke er aktuelle nok for samfunnet elevene er omgitt av. Dette støttes opp av Verschaffel, Dooren, Greer, og Mukhopadhyay (2010) som har påpekt at tekst-problemløsningsoppgavene i skolen ikke bidrar til at matematikken blir koblet til virkeligheten, og at de samtidig hindrer matematikken fra å bli meningsfull for elevene. De tradisjonelle problemløsningsoppgavene kan ofte ta utgangspunkt i reelle situasjoner, men gjennomføringen blir sjelden slik som den faktisk ville blitt gjort i den virkelige verden. English (2004) argumenterer videre for at arbeid med modelleringsoppgaver også er et viktig verktøy for å utvikle viktige matematiske ideer og problemløsning. Unge elevers erfaringer med problemløsning er veldig ofte lagt opp slik at de følger en kjent framgangsmåte eller løsningsvei for å komme fram til svaret. Ofte er målet til og med klart gitt, ved at det eksempelvis står «Lag et diagram» i oppgaveteksten. Det er da kun en måte å tolke veien på. I motsetning til i arbeid med modelleringsoppgaver, blir i disse tilfellene elevenes mulighet til å utforske og tolke minimal eller ikke-eksisterende (English, 2003). Det er viktig at modellene som jobbes med både er enkle å forstå og bruke, og at de samtidig er anvendelige til å bruke i andre, lignende situasjoner. Dette bidrar til at arbeid med modelleringsoppgavene vil oppleves som en realistisk og kompleks situasjon, der elevene får engasjert seg i ekte matematisk tenking (English & Watters, 2005). Dette kan være med på å gi matematikken nytteverdi, og bidra til å gjøre arbeidet med matematikk relevant for elevene.

At modellering bidrar til å gjøre at matematikken oppleves som nettopp relevant, er altså enda et formål med å bruke modellering i skolen. En av forskerne som har fokusert på å gjøre matematikken relevant for elevene er Julie (2002). Han skriver om viktigheten av at elevene kan relatere seg til oppgavene de møter, og at de skal kunne se at de kan bruke matematikken de lærer i virkelige situasjoner. Det å implementere modellering i matematikkundervisningen nevner han som en av måtene man kan gjøre dette på. I den forbindelse har han i sin forskning identifisert to forskjellige måter modellering brukes på av lærere i skolen. Han skriver om viktigheten av at elevene i skolen ikke bare møter modellering i sammenheng med innlæring av andre matematiske konsepter, noe han omtaler som *modellering som fartøy* (Modelling as vehicle). Hans funn viser at målet med modellering som fartøy ikke innebærer å konstruere matematiske modeller, men at det i stedet brukes en reell kontekst og i noen tilfeller en matematisk modell, for å lære elevene om andre matematiske konsept, prosedyrer og begrunnelser. I Hansen og Hana (2013) beskrives modellering som fartøy som et verktøy som benyttes for å lære matematiske emner, teknikker, prosedyrer, begreper og begrunnelser, og modelleringen derfor brukes som et «fartøy» for å nå målet. Julie (2002) har i sin forskning funnet ut at det er stor overvekt i bruken av denne type modellering. Han skriver at det er en vanlig oppfattelse at modellering som fartøy fører med seg at elevene ser matematikken som relevant. Dette kritiserer han, og han anser det som viktig at man i tillegg lar elevene få erfaringer med det han kaller *Modellering som innhold*, i arbeidet med å se relevansen av matematikken (Julie, 2002).

Modellering som innhold handler om konstruering av modeller uten at målet med arbeidet skal være å lære et matematisk konsept eller framgangsmåte. Det innebærer også kritikk, tolkning og granskning av allerede eksisterende modeller, men da er hensikten å forstå de underliggende mekanismene og prosessene som ligger bak utviklingen av modellene (Julie, 2002). Dette omtales også av Hansen og Hana (2013) som påpeker at modellering som innhold handler om å skaffe seg innsikt i hvordan modeller er bygget opp, hvordan de fungerer og hvordan de brukes. De peker videre på at både å jobbe med modellering selv, samt å studere andres modeller kan være nyttig for å lære om modellering (Hansen & Hana, 2013). Barbosa (2006) beskriver begrepet *modellering som innhold* som det at modellering brukes til å utvikle kompetansene man behøver for å kunne modellere reelle situasjoner. Her blir selve modelleringen sett på som målet for matematikkundervisningen, fordi modellering i seg selv anses som viktig på lik linje med innlæring av matematiske begreper og prosedyrer.

Barbosa (2006) har med utgangspunkt i de to perspektivene til Julie (2002) tilført et tredje perspektiv på hvordan modellering kan brukes. Han beskriver *Modellering som kritikk* som det å benytte modellering som et redskap for å reflektere over matematikkens rolle i samfunnet, samt å utvikle evnen til å se kritisk på modeller man er omgitt av (Barbosa, 2006). Dette perspektivet kommer inn under det som kalles det sosio-kritiske læringsperspektivet, der det å kunne forholde seg kritisk og reflektert til det man lærer, anses som en viktig del av læringen (Hansen & Hana, 2013). Mange argumenter og avgjørelser i samfunnet begrunnes med utgangspunkt i matematiske modeller, og det er viktig at elevene får muligheten til å diskutere opprinnelsen og rollen modellene spiller (Barbosa, 2006). Som Vethe (2015) skrev i sin avhandling kan modellering som kritikk anses som «(...) eit reiskap som i undervisning kan auke forståing av ein modell, auke elevar sitt kritiske blikk på modellar som til dømes er nytta i media, samt skape eit sunt, undrande miljø i matematikklasserommet» (Vethe, 2015, s. 21). Dette kan relateres til tanken om at matematikkundervisning skal bidra i utviklingen av kritiske og engasjerte samfunnsborgere, som det står mer om i kapittel 2.2 Kritisk demokratisk kompetanse i denne oppgaven.

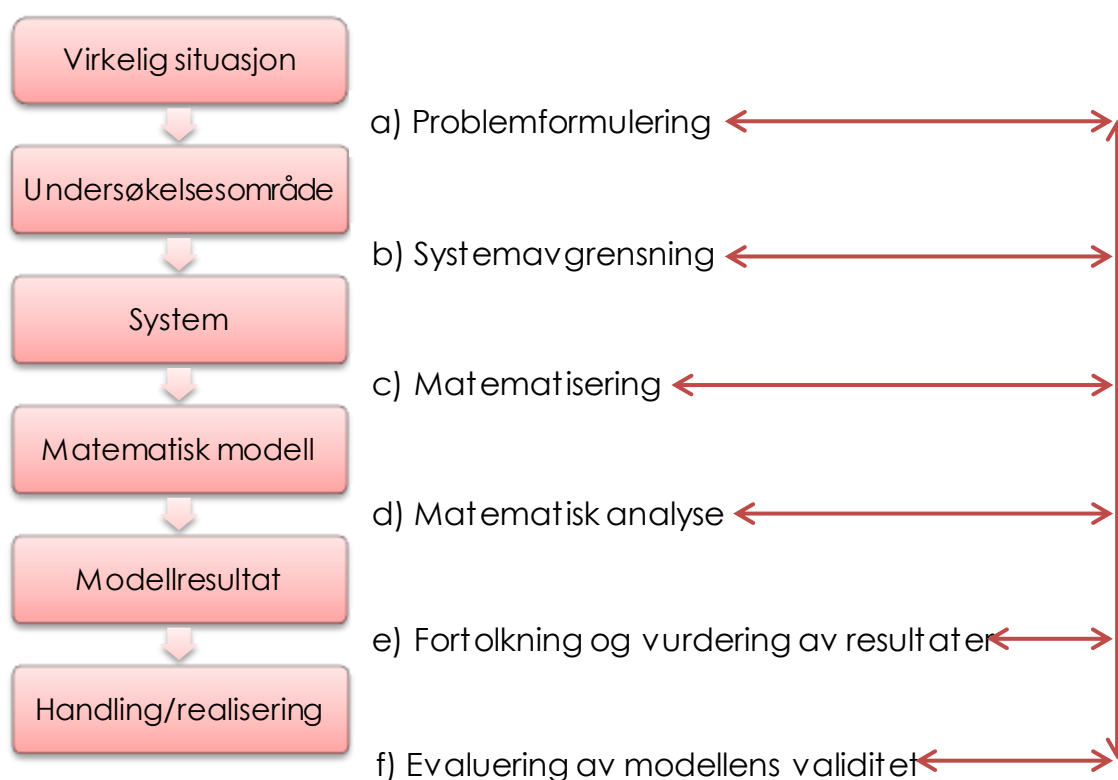
Dette fører meg fram til det siste formålet jeg ønsker å trekke fram i forbindelse med modellering i skolen. At elevene skal kunne se kritisk på virkeligheten rundt seg, trekkes fram som en viktig hensikt med modellering. I Bonotto (2013) argumenteres det også for at modellering har potensiale til å kunne vise elevene at matematikken kan brukes som et kritisk verktøy, og videre benyttes for å forstå samfunnet man er omgitt av. Dette mener hun at er et viktig mål med matematikkundervisningen. English (2004) påpeker også at elevene i skolen må få erfaringer som utvikler de evnene man behøver, for blant annet å kunne ta stilling til saker som står omtalt i media. Dette beskrives også i English og Watters (2004), der de skriver at å ha evnen til å tolke resultatene av matematikk som fremvises daglig, involverer viktige matematiske prosesser som tidligere har vært lite fokusert på i matematikkpensumet i skolen. Dette framheves som en viktig hensikt med tanke på hvor fort verden er i utvikling. For å utvikle disse evnene, skriver hun at det er viktig at elevene får erfaring med viktige matematiske prosesser som for eksempel konstruering, forklaring og antagelser. Da arbeid med modellering krever at elevene må forklare og argumentere for modellene, blir dette derfor sett på som et godt utgangspunkt for å utvikle nettopp disse evnene (English & Watters, 2005). Modellering er altså ansett som et nyttig verktøy for å gjøre matematikken virkelighetsnær for elevene, ved at elevene får erfaring med å måtte bruke matematikken som verktøy for å løse problemer de kan relatere seg til fra virkeligheten.

2.1.3 Hvordan foregår modellering?

Flere forskere har valgt å illustrere hvordan modelleringsprosessen foregår (for eksempel Blomhøj, 2003; Blum & Ließ, 2007; Niss, 2015). Framstillingene til disse tre forskerne ønsker jeg å se nærmere på i de følgende avsnittene. Nedenfor vil jeg legge fram de tre forskernes illustrerte framstilling av modelleringsprosessen, med en tilhørende forklaring av de ulike figurene. Jeg vil deretter sammenfatte disse tre framstillingene, for til en viss grad å kunne beskrive hvordan modellering foregår.

2.1.3.1 Blomhøj

Blomhøj (2003) har utarbeidet en modell som illustrerer modelleringsprosessen i seks ulike stadier (se figur 1 nedenfor).



Figur 1 Modell over en matematisk modelleringsprosess (Blomhøj, 2003, s. 67)

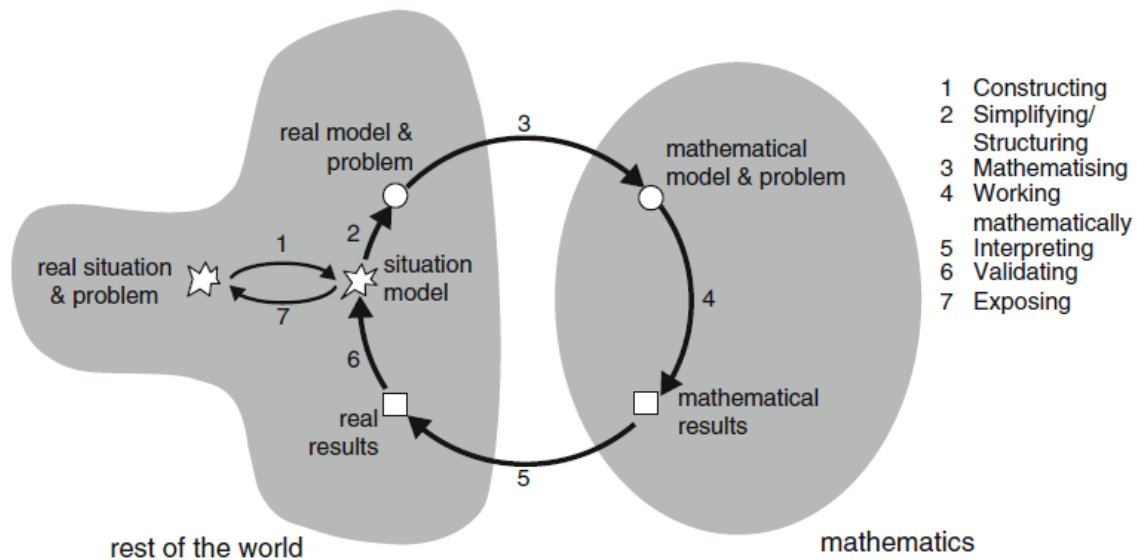
Blomhøj (2003) sin stadiemodell over modelleringsprosessen er bygget opp av to kolonner. Den venstre kolonnen representerer stadiene modelleringsprosessen består av, nemlig stegene man tar fra å ta utgangspunkt i en reell situasjon, og til stadiet handling og realisering, hvor

modellen iverksettes. I den høyre kolonnen kan man se de matematiske prosessene som man går gjennom for å bevege seg mellom stadiene i den venstre kolonnen.

Modelleringsprosessen altså tar som nevnt utgangspunkt i en situasjon fra virkeligheten, og ut i fra situasjonen formuleres et problem som man ønsker å finne svaret på (se punkt *a*) i figur 1). *Problemformuleringen* betegner altså den matematiske prosessen man gjennomgår for å komme seg videre til stadiet kalt undersøkelsesområde i den venstre kolonnen. Videre kommer prosessen som Blomhøj kaller *b) systemavgrensning*. Gjennom systemavgrensningen får man avgrenset problemet, ved å snevre inn til et fokus på det som er relevant i det man vil undersøke, slik at man kommer til stadiet System. Så kommer *c) matematisering*, som betegner det steget i prosessen hvor problemet blir tatt over til den matematiske verdenen. Her blir for eksempel problemet kvantifisert, og man kommer fram til en matematisk modell, som er det neste stadiet i modelleringen. Fra den matematiske modellen følger en *d) matematisk analyse*, som er prosessen der modellen blir brukt til komme fram til et modellresultat. Modellresultatet blir så vurdert og tolket i punkt *e*), hvor det her avgjøres om modellen er klar til stadiet Handling/realisering. Etter det siste stadiet følger prosessen, *f) Evaluering av modellens validitet*, og her blir fokuset på å se tilbake på de foregående stadiene, og vurdere om resultatene er gyldige, sett opp mot hva som er reelt (Blomhøj, 2003).

Blomhøj (2003) presiserer at oppstillingen ikke er ment å forstås som en oppskrift på hvordan modellering skal foregå. Modelleringsprosessen er ikke en prosess som følger rekkefølgen nedover i figur 1 fra punkt *a*) til *f*). I modelleringsprosessen jobber man som oftest fram og tilbake mellom stadiene, og må muligens vende tilbake til flere av stadiene *a*) - *f*) i løpet av prosessen for å endre betingelsene under de ulike stadiene (Hansen, 2010). Denne frie bevegelsen mellom stadiene er illustrert i figuren med piler i både horisontal og vertikal retning.

2.1.3.2 Blum og Ließ

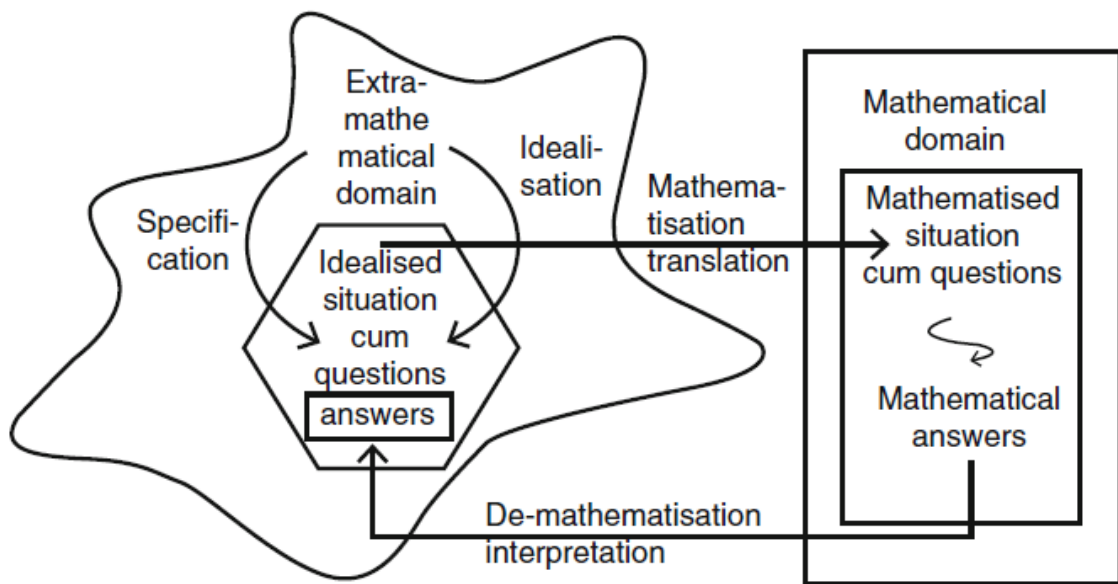


Figur 2 Blum og Ließ (2007) sin framstilling av modelleringsprosessen

Blum og Ließ (2007) har utarbeidet denne illustrasjonen av modelleringsprosessen, som viser sammenhengen mellom at modellering knytter enn reell situasjon til matematikkens verden (se figur 2). I illustrasjonen ser man først at problemet må forstås av den som løser oppgaven, og en *situation model* må konstrueres. Situasjonen må deretter omgjøres til en *real model*, ved at situasjonen forenkles og gjøres mer konkret. I det neste steget i syklusen, *mathematical model*, har situasjonen blitt kvantifisert og gjort om til et matematisk problem som skal løses. Ved å løse problemet kommer man fram til resultatene (*mathematical results*). Disse tolkes opp mot hva som er reelt, og blir dermed til det som på figuren kalles *real results*. Ved å sjekke gyldigheten til resultatene opp mot virkeligheten og det opprinnelige problemet, ser man om det er nødvendig å gå tilbake for å ta syklusen enda en runde, for å få alle aspekter av problemet (Blum & Borromeo Ferri, 2009). Punkt 1-7 til høyre i figuren viser, i likhet med Blomhøj (2003) sin framstilling (se figur 1), hvilke matematiske prosesser man går igjennom for å bevege seg mellom stadiene.

I figuren er de to grå områdene en illustrasjon av henholdsvis den virkelige verden på den ene siden, og matematikken på den andre. Ved å se på hele figuren kan man se at modelleringen kobler matematikken og virkeligheten sammen.

2.1.3.3 Niss:



Figur 3 Niss (2015) sin framstilling av modelleringsprosessen

I likhet med illustrasjonen til Blum og Ließ har også Niss (2015) valgt å illustrere modelleringen med en syklus. Han viser modelleringsprosessen ved å skille mellom det matematiske domenet og det ekstra-matematiske domenet.

Syklusen tar utgangspunkt i det Niss (2015) kaller det *ekstra-matematiske domenet*, som er illustrert med det bølgete omrisset til venstre i figuren. Herfra må man spesifisere situasjonen det tas utgangspunkt i, noe som innebærer å gjøre antakelser og formulere spørsmålene som man ønsker å finne svar på. I figuren har han valgt å illustrere den innsnevrede, ideelle situasjonen med en klart avgrenset heksagon. Fra dette punktet begynner matematiseringen, som innebærer å oversette problemet over til det matematiske domenet. Det matematiske domenet er illustrert med det store rektangelet til høyre i figuren. Det mindre rektangelet representerer de matematiske spørsmålene og tilhørende svar som hører til modellen. Med den bølgede pila mellom de matematiske spørsmålene og de matematiske svarene viser han til teknikkene og framgangsmåtene man må gjennom for å argumentere for svarene som kommer ut av matematiseringen. Deretter begynner av-matematiseringen, der resultatene fra de matematiske utregningene blir oversatt tilbake til det ekstra-matematiske domenet, og tolkes opp mot modelleringens utgangspunkt. Til slutt vurderes modelleringresultatet opp mot virkeligheten som finnes i det ekstramatematiske domenet, ved å vurdere kvaliteten og relevansen til resultatene. Denne vurderingen kan vise at man bør ta en ekstra runde i

syklusen, og da kan man for eksempel velge å ta hensyn til flere og/eller andre faktorer enn det ble gjort i første omgang, og dermed få andre resultat (Niss, 2015).

2.1.3.4 Sammendrag

De tre forskerens fremstillinger av modelleringsprosessen har flere likheter med hverandre. Alle tre viser stadiene som tas fra et reelt problem, og over til en matematisk modell, som stemmer godt med definisjonen på modellering som er lagt fram i kapittel 2.1.1 Hva er modellering?. Niss (2015) har i sin framstilling valgt å bruke en mengde symboler og figurer for å vise prosessen, mens Blomhøj (2003) har valgt en enklere fremstilling med stadiene systematisk vertikalt nedover. Niss (2015), og Blum og Ließ (2007) har likheter ved at de begge tydelig har valgt å illustrere et skille mellom den virkelige og den matematiske verden. Blum og Ließ (2007), og Blomhøj (2003) har på sin side likheter ved at begge tydelig har vist de matematiske prosessene som foregår mellom stadiene i prosessen.

Selv om de ulike forskerne har valgt å benytte seg av ulike betegnelser for de ulike stadiene i prosessen, kan man se at den overordnede modelleringsprosessen foregår på ganske samme måte i alle tre framstillingene. Ut i fra disse tre illustrasjonene kan man konkludere med at modelleringsprosessen foregår noenlunde på følgende vis: Ved å ta utgangspunkt i et problem fra virkeligheten, må først problemområdet snevres inn og spesifiseres. Dette foregår ved å gjøre antakelser og planlegge hva som skal undersøkes. Matematiseringen som følger, tar problemet fra virkeligheten over i matematikkens verden, ved at det kvantifiseres og regnes ut, slik at man sitter igjen med den matematiske modellen. Modellresultatene må deretter vurderes opp igjen mot det reelle problemet og hva som er reelt, for å se om resultatene kan være gyldige utfra situasjonen det ble tatt utgangspunkt i.

Videre i oppgaven ønsker jeg å benytte meg av Blomhøj (2003) sin framstilling av modelleringsprosessen. Den framstår for meg som en ryddig og oversiktlig illustrasjon av hvordan modellering forgår og egner seg godt for å vise alle delprosessene som man er innom i arbeid med matematisk modellering. Ved at han med pilene tydelig viser muligheten for å bevege seg mellom stadiene, synes jeg hans framstilling er den mest ryddige måten å vise bevegelsene man tidvis må gjennomføre mellom stadiene i modelleringen. I de to andre forskerne sine fremstillinger følger stadiene en syklus rundt, hvor man eventuelt må ta ekstra runder dersom det er behov for å gå tilbake.

2.1.4 Lærereens rolle i modelleringsprosessen

At lærereens rolle hadde innvirkning på elevenes modelleringsprosess, kom frem i gjennomføringen av datainnsamlingen til denne studien. Da jeg senere i oppgaven vil diskutere dette som en av studiens begrensninger, er følgende del om lærereens rolle tatt med for å ha teoretisk forankring til denne diskusjonen.

I Blum og Borromeo Ferri (2009) blir lærereens tilstedeværelse i modelleringsprosessen beskrevet som uunnværlig. Der er det spesielt viktig at læreren greier å finne balansen mellom innblanding i elevenes arbeid, og samtidig la elevene ha så stor selvstendighet som mulig. Dette drar de fram som spesielt viktig i arbeid med modelleringsoppgaver. Da er balansen best overholdt når lærereens innvendinger er tilpasset til situasjonen og bidrar til å fremme elevenes uavhengighet i læringsprosessen.

Læreren har altså en viktig rolle i modelleringsprosessen. I Blum og Ließ (2005) har de beskrevet hvor mye lærereens innvendinger har å si for resultatet av elevenes modelleringsoppgaver. I artikkelen presenteres en studie som viser forskjellen mellom to lærereens innvendinger i arbeid med en modelleringsoppgave som handlet om fylling av bensin. Lærerne som deltok hadde selv måtte løse modelleringsoppgaven på forhånd, før elevene deres skulle få prøve seg. Gjennom et eksempel fra den ene læreren sine innvendinger, viste (Blum & Ließ, 2005) blant annet at læreren tidlig i modelleringen ga elevene tydelige hint om framgangsmåten som skulle benyttes. På et spørsmål fra en elev som handlet om hvorvidt tiden var en faktor som måtte medregnes, motvirker læreren dette tankeløpet ved å si at det ikke kan medberegnes for mange antakelser. Eksempelet fra en annen lærer viser en situasjon der læreren tidlig i arbeidet presser elevene til å ta høyde for at nettopp tid og tap av verdi burde være med som faktor i utregningen. Gjennom eksemplene som legges fram i artikkelen, viser Blum og Ließ (2005) tydelig hvor mye lærereens oppfattelse av oppgaven påvirker innvendingene han kommer med i elevenes modelleringsarbeid. Til tross for at alle lærerne som deltok i den nevnte forskningen hadde fått klar instruks om at de skulle dyrke elevenes uavhengighet og selvstendighet i modelleringen så mye som mulig, og samtidig holde innvendingene på et minimum, var det tydelig at lærerne hadde hatt påvirkningskraft på elevenes arbeid (Blum & Ließ, 2005).

2.2 Kritisk demokratisk kompetanse

Eit aktivt demokrati treng borgarar som kan setje seg inn i, forstå og kritisk vurdere kvantitativ informasjon, statistiske analysar og økonomiske prognosar. På den måten

er matematisk kompetanse nødvendig for å forstå og kunne påvirke prosessar i samfunnet. (Kunnskapsdepartementet, 2006)

Utdraget er hentet fra kunnskapsløftet og beskriver målet som ble nevnt innledningsvis, som skolen har om å gjøre elevene til kritisk tenkende individer. For å nå dette målet er det viktig å vite hva det innebærer å være kritisk, eller å ha det som kalles kritisk demokratisk kompetanse. Derfor vil jeg i de følgende avsnittene legge et grunnlag for hva ulike teoretikere legger i kritisk demokratisk kompetanse, og samtidig legge fram hvordan jeg forstår begrepet. Dette vil jeg gjøre ved først å legge fram definisjonene fra ulike forskere som har mye erfaring med arbeid innenfor det kritiske undervisningsfeltet. For å kunne oppnå målet om kritisk demokratisk kompetanse, er det viktig å se nærmere på noe av det kompetansen er bygget opp av. Deretter knyttes derfor teorien opp mot begrepet *mathemacy*, og hvordan dette kan komme til syne gjennom elevenes diskusjoner. For å kunne svare på forskningsspørsmålet for denne oppgaven, er det viktig å få frem hvordan kritisk kompetanse kan identifiseres, og dette blir derfor fokuset i underkapittelet 2.2.3 Reflective knowing- å være kritisk og reflekterende.

2.2.1 Hva er kritisk demokratisk kompetanse?

For å kunne diskutere hva som ligger i begrepet kritisk demokratisk kompetanse, er det nødvendig å begynne med å se hva som ligger i de enkelte ordenes betydning. Ordet kritikk stammer opprinnelig fra gresk, og betyr «å avgjøre» eller «å dømme» (Greer & Skovsmose, 2012, s. 1, min oversettelse). Kritikk kan også handle om vurdering og analyse av et fenomen. I bresjen for forskningen på den kritiske matematikkundervisningen i Skandinavia står Skovsmose (se for eksempel Skovsmose, 1990; 1994; 2005; 2011), som definerer det å være kritisk som følger: «To be critical means to be directed towards a critical situation, and to look for alternatives, perhaps revealed by the situation itself» (Skovsmose, 1994, s. 17). Her forstås altså evnen til å være kritisk som det å kunne se etter alternativer og konsekvenser som en situasjon kan føre med seg.

For å kunne være kritisk innenfor matematikkfaget, trenger man evnene som Aguilar og Zavaletta (2012) beskriver som *critical mathematical skills*. Dette forklares som «kunnskapene som lar elevene bruke matematikk for å analysere sosiale problem og til å ta opp problem som er relevante til deres personlige liv.» (s. 7, min oversettelse). Gjennom denne kunnskapen kan elever bedømme matematikkens anvendelse og dens eventuelle konsekvenser, og det er gjennom dette at kritisk *demokratisk* kompetanse blir definert.

Av Murillo og Valero (1996), referert til i Aguilar og Zavaletta (2012, s. 4) defineres ordet demokrati som «(...) an ideal way social organization establishes a series of political, juridical, economic and cultural values, norms and behaviors aiming at providing a better society for the whole population of a given state.» Her defineres altså demokrati som et mål med organiseringen, der samfunnet er organisert slik at samtlige av samfunnets borgere har det best mulig.

Når vi videre skal definere *kritisk demokratisk kompetanse*, kan man ut fra de enkelte ordenes betydning forstå at det handler om en kobling mellom kritikk, altså det å kunne vurdere og å bedømme, og demokrati, som handler om hvordan samfunnet er organisert. Av Blomhøj (2003) defineres kritisk demokratisk kompetanse som evnen til å bedømme, analysere og være kritisk til resultater fremkommet ved anvendelser av matematikk i samfunnet (Blomhøj, 2003). I definisjonen kan man se en kobling mellom matematikk, kritikk og samfunn, ved at man kritisk skal kunne vurdere hvordan matematikken brukes i samfunnet. Her er altså kritisk demokratisk kompetanse knyttet til matematikkens rolle, og evnen til å vurdere hva som ligger bak matematikkens anvendelser i verden rundt oss.

Ut i fra disse definisjonene, forstår jeg kritisk demokratisk kompetanse som evnen til å kunne se på matematikken i samfunnet med et kritisk blikk, slik at man skal kunne ta stilling til de eventuelle konsekvensene ulike anvendelser av matematikk kan føre med seg. Det innebærer samtidig å ha kunnskap om modellering og evnen til å forstå matematikken som ligger bak modeller som former avgjørelser som tas i samfunnet.

Skovsmose (1994) skriver at skolen spiller en viktig rolle i utviklingen av elevens kritiske dømmekraft. Skolen må utdanne elevene til å bli kritiske samfunnsborgere, og utfordre elevene til å forstå at deres meninger og handlinger har innvirkning på det store bildet i samfunnet. Dette kan man også se at er et mål med opplæringen i skolen, dersom man ser tilbake på utdraget fra Kunnskapsdepartementet (2006). Der står det at «(...) matematisk kompetanse nødvendig for å forstå og kunne påvirke prosessar i samfunnet.» I utdraget ser man tydelig at skolen har som mål å bidra til at elevene skal forstå og påvirke prosesser i samfunnet, noe som er nært knyttet til den kritisk demokratiske kompetansen, slik som den har blitt definert over.

En kritisk opplæring må se på både konflikter og kriser i samfunnet, og legge til rette for at man skal reagere på kritiske situasjoner som omgir oss i samfunnet (Skovsmose, 1994). D'Ambrosio (2003) trekker også fram matematikkundervisningen i skolen som et viktig

bidrag i utviklingen av et rettferdig og demokratisk samfunn. Han framhever at skolen må bidra til å bevisstgjøre om at anvendelsene av matematikk i samfunnet både kan benyttes for å forbedre velferden, men også bidra til å øke forskjellene i samfunnet.

2.2.2 Mathemacy

Hvilke aspekter av matematikkundervisningen er viktig i utformingen av et rettferdig samfunn? Med utgangspunkt i Freire og hans literacybegrep (som blant annet kan beskrives som skrive- og lese-kyndighet), har Skovsmose (1994, 2005) foreslått *mathemacy* som et tilsvarende begrep innenfor matematikkfeltet. Matematikkyndighet kan nærme seg en norsk oversettelse, men i mangel på et norsk, helt dekkende ord, velger jeg å holde på hans engelske begrep videre i oppgaven. I begrepet *mathemacy* legger han evnen til å kunne «(...) calculate and use mathematical and formal techniques» (Skovsmose, 1994, s. 26), men ønsker i tillegg en utvidelse av begrepet til også å omhandle makten som kan ligge i bruken av matematikk (Skovsmose, 1994). I begrepet diskuterer han også om det kan tillegges en kritisk dimensjon, der *mathemacy* kan bidra til forståelse og endring i samfunnet og kultur. Videre skriver han at «If *mathemacy* has a role to play in critical education (...), then *mathemacy* must be seen as being composed of different competencies (...)», (Skovsmose, 1994, s. 117) og nevner *mathematical knowing*, *technological knowing* og *reflective knowing* som essensielle deler av denne kompetansen. Han begrunner valget av ordet *knowing* i stedet for *knowledge*, med at begrepet *knowledge* (på norsk; kunnskap) er for absolutt, og at ordet *knowing* bedre beskriver prosessen og det det fører med seg.

Matematikkundervisning må bestå av en kombinasjon av *mathematical*, *technological* og *reflective knowing*, og tilstedeværelsen av disse tre i skolen beskrives av Skovsmose (1994) som en forutsetning for å kunne utvikle *mathemacy* hos elever. Han spesifiserer at skillet mellom *knowing* utelukkende er til bruk i analysesammenhenger, og at det ikke vil være mulig å legge til rette for tre skilte aktiviteter som hver tar sikte på å utvikle en av de tre typene *knowing*. I Skovsmose (1994, s. 114) eksemplifiseres de tre typene *knowing* ved at han knytter de opp mot et undervisningsopplegg, der en del av opplegget handlet om å skaffe utstyr til en ungdomsklubb. Nedenfor vil jeg legge fram de tre typene *knowing*, med en beskrivelse av hva Skovsmose (1994) legger i disse. Eksemplene fra undervisningsopplegget hans tas med for å gjøre skillet mellom de tre typene tydeligere.

Mathematical knowing beskrives av Skovsmose (1994) som kunnskapen som handler om den rene matematikken. Dette innebærer de formelle matematikkferdighetene, med matematisk

tankegang, utregning av algoritmer og kalkuleringer, samt bevisføring og argumentasjon. Det handler også om hvordan man bruker matematikk for å løse et problem. I eksempelet fra undervisningsopplegget til Skovsmose (1994), kom elevenes mathematical knowing til syne når elevene skulle føre budsjett for 8000 DKr til kjøp av utstyr til ungdomsklubben.

Mathematical knowing kunne her knyttes til elevenes evne til å addere tallene i budsjettet, samt å svare på spørsmål som for eksempel: Hvor mange ganger er det mulig å addere 227 med 6,366 uten at summen overskrider 8000? (Skovsmose, 1994, s.114). Oppgaven kan svares på ved å bruke ren matematikk, med utregninger og algoritmer som her kan kobles til mathematical knowing.

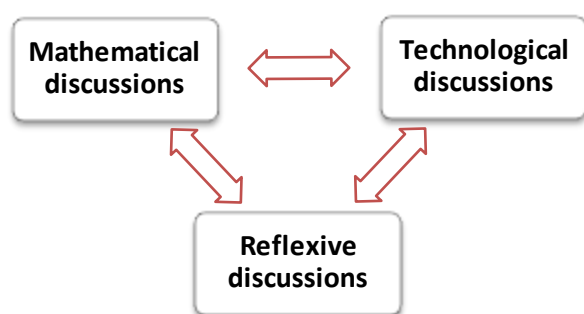
Technological knowing handler om evnen til å benytte seg av matematikken og formelle metoder for å oppnå teknologiske mål. Det handler om anvendelsen av matematikken, og om de evnene som kreves for å bygge en matematisk modell. Teknologiske ferdigheter kreves ikke bare i selve utviklingen av en teknologi, men også i utførelsen av visse handlinger knyttet til teknologien. I Skovsmose (1994) eksemplifiseres technological knowing gjennom at elevene med eget språk formulerer et mål som ligger forbi det som har med det rene matematikkfeltet å gjøre. I undervisningsopplegget ønsker elevene å undersøke hvor mange fotballer de kan kjøpe for resten av de pengene de sitter igjen med. Når elevene planlegger kjøpene sine på denne måten brukes technological knowing.

Reflective knowing handler å kunne evaluere teknologiske mål, og innebærer evnen til å kunne ta stilling i diskusjoner om teknologiske spørsmål og kunne se konsekvensene av ulike matematiske anvendelser. Det innebærer, ifølge Skovsmose (1994, s. 101), i tillegg de evnene som kreves for å fungere som en kritisk borger i samfunnet, for å kunne utvikle og opprettholde et demokratisk samfunn. «Reflective knowing has to be developed to provide mathemacy with an element of empowerment» (Skovsmose, 1994, s. 117). Ordet empowerment kan oversettes til myndighet, og bruken av uttrykket *empowerment* innenfor reflective knowing kan på den måten si noe om den påvirkningskrafta enkeltmennesket kan ha gjennom sine refleksjoner i matematikk. Skovsmose (1994) velger å eksemplifisere elevenes reflective knowing i sitt undervisningsopplegg gjennom spørsmål som for eksempel: Er forslaget som vi har lagt fram når det gjelder kjøp av utstyr tilfredsstillende? Hvordan er vårt forslag sammenlignet med de andre gruppene sine forslag? Kan vi ha gjort noe feil i utregningene, siden vi tilsynelatende har kjøpt mye mer utstyr enn de andre gruppene? Ved å diskutere spørsmål som dette, kan reflective knowing komme til syne, ved at det blir lagt til rette for at elevene kan reflektere rundt svarene sine. Gjennom å sammenligne med andre

grupper, og se kritisk på fremgangsmåten de selv har valgt, viser dette eksempler på hvordan reflective knowing kan se ut.

Skillet mellom technological og reflective knowing er derimot ikke nødvendigvis alltid tydelig. Selv om disse nevnes som to ulike typer, er de ikke uavhengige av hverandre. For å reflektere rundt matematikken som ligger bak en teknologi, trenger man kunnskap og innsikt i teknologiens oppbygning og bruk. Samtidig kan ikke en refleksjon bygges utelukkende opp av teknologiske evner og kunnskaper. For å reflektere kreves i tillegg etiske aspekter om hvordan teknologien anvendes. Technological knowing i seg selv kan ikke forutse og analysere konsekvensene og resultatene av egen produksjon, her må refleksjoner og reflective knowing inn i bildet (Skovsmose, 1994). Altså kan de tre typene knowing være vanskelige å skille, fordi de er avhengig av hverandre for å kunne oppstå.

En forsker som støtter Skovsmose (1994) i at de tre typene er vanskelige å skille er Barbosa (2006). Han har valgt å ta utgangspunkt i Skovsmose (1994) sine tre typer knowing, når han i sin egen forskning fokuserer på hvilke diskusjoner som oppstår i elevers arbeid med modellering. Han skriver derimot at han syns bruken av begrepet *knowing* beskriver noe som skjer på et indre plan, men at de tre typene knowing er noe som kommer til syne gjennom elevenes diskusjoner og ytringer. Han benyttet seg i stedet derfor av begrepene mathematical, technological og reflexive *discussions*, for diskusjoner om de tre typene. I likhet med Skovsmose (1994) beskriver Barbosa (2006, s. 297) at mathematical discussions kort fortalt er diskusjoner som handler om ideer innenfor det rene matematikkfeltet. Videre beskrives technological discussions, som diskusjoner om teknikkene som kreves for å bygge en matematisk modell. Og til slutt reflexive discussions som handler om vilkårene benyttet i utviklingen av modellen, og dets eventuelle konsekvenser. Diskusjonstypene har altså klar tilknytning til de tre typene knowing, som presentert av Skovsmose (1994). For å vise hvordan de tre diskusjonstypene virker inn på hverandre, legges det i Barbosa (2006) frem følgende figur (Figur 4).



Figur 4 Diskusjonstyper, (Barbosa, 2006, s. 298)

Figuren viser hvordan de tre diskusjonstypene er koblet sammen og påvirker hverandre. Barbosa (2006) skriver at hvilken av de tre typene som kan identifiseres i elevers arbeider, avhenger av hva læreren vektlegger fokuset på. Derimot vil ikke fokus på en type utelukke de andre to. Han støtter videre Skovsmose (1994) i at typene er avhengige av hverandre, gjennom at for eksempel mathematical discussions ofte brukes som verktøy for å ytre technological discussions, osv. Videre i oppgaven vil jeg derimot fortsette med å bruke Skovsmose (1994) sitt begrep, nemlig *knowing*.

Matematikken kan nærmest ubevisst være med på å endre utformingen og forståelsen av verden. Dette skjer gjennom det Skovsmose (1994) presenterer i begrepet *matematikkens formatterende kraft*. Begrepet handler om den muligheten matematisk tenking har til å endre hvordan man ser på og forstår verden rundt seg. Han presenterer refleksjoner rundt matematikkens formatterende kraft som en viktig del av å ha mathemacy eller det å være matematikkyndig, og skriver at reflective knowing bidrar til å identifisere den formatterende kraften matematikken har. I Yasukawa, Skovsmose og Ravn (2012) spesifiserer de at begrepet ikke handler om at matematikk i seg selv kan utøve en makt. Det trengs en sosial agent for å utføre den formatterende kraften matematikken har. I så tilfelle er det heller snakk om matematikk-baserte handlinger som er utøvd av mennesker. Sett på den måten kan matematikken indirekte ha makt.

Som nevnt av Skovsmose (1994) er mathemacy, med særlig fokus på reflective knowing, utpekt som kompetansen som definerer kritisk matematikkundervisning. Siden reflective knowing altså er en viktig del av mathemacy-begrepet og derfor en viktig del av kritisk demokratisk kompetanse, ønsker jeg i det følgende å gå litt nærmere inn på dette begrepet, og beskrive hvordan kritisk demokratisk kompetanse kan identifiseres.

2.2.3 Reflective knowing- å være kritisk og reflekterende

Reflective knowing handler som nevnt om å kunne se konsekvensene av ulike valg, og samtidig kunne ta stilling til matematikkens rolle i samfunnet. I sammenheng med at Skovsmose (1994) legger fram begrepet *mathemacy*, blir også den kritiske dimensjonen av begrepet definert, ved at han påpeker viktigheten av at man skal bli bevisst på makten som kan ligge bak matematiske anvendelser. Skovsmose (1994) skriver i sammenheng med dette at «*Mathemacy, with reflective knowing at its centre, has been specified as the competence which defines critical mathematics education*» (s. 141). I sitatet beskrives altså sammenhengen mellom *mathemacy*, *reflective knowing* og kritisk demokratisk kompetanse. Ut i fra sitatet kan man forstå at *reflective knowing* står sentralt, dersom man ønsker å oppnå kritisk demokratisk kompetanse i skolen.

For videre å kunne se nærmere på *reflective knowing*, er det nødvendig å vite hvordan dette kan komme til syne. I Skovsmose (1994) har elever og læreres refleksive utsagn blitt klassifisert i seks forskjellige refleksjonsnivåer. Han skriver at disse i seg selv resulterer ikke i demokratisk kompetanse, men er en del av det som kalles *reflective knowing* (Skovsmose, 1994).

1. Spørsmål om de matematiske aspektene i problemløsningsprosessen. For å svare på spørsmålene må man bevege seg tilbake i det matematiske feltet, og det blir reflektert rundt hva som har blitt gjort. Dette kan være spørsmål som; har vi gjort utregningen korrekt? Har vi fulgt algoritmen nøyaktig? Er det noen annen måte vi kan kontrollere om svaret er rett?
2. Har vi valgt den riktige utregningen? Er det mulig å velge mellom andre algoritmer? Er algoritmen pålitelig i alle sammenhenger? Har vi brukt en passende algoritme?
3. Refleksjonene kan også handle om påliteligheten til løsningen i en spesifikk kontekst. Til tross for at utregningene stemmer, behøver det ikke bety at resultatet bør stoles på. Spørsmål som; selv om vi har regnet riktig, og brukt algoritmen på en konsekvent måte, sitter vi nødvendigvis igjen med et resultat vi kan bruke? For at elevene skal ha mulighet til å stille denne typen spørsmål, er det nødvendig at oppgaven er lagt i en kontekst som gjør at elevene ser verdien av å undersøke det.
4. Dette punktet setter fokus på hvorvidt man egentlig trenger en formell utregning eller matematikk for å finne svaret på en oppgave. Spørsmål som; Er det passende å bruke en formell utregning i det hele tatt? Trenger vi egentlig matematikk? Kunne vi funnet

svaret uten å bruke matematikk? Er resultatet mer eller mindre pålitelig ved bruk av utregning enn en intuitiv tilnærming?

5. I dette refleksjonsnivået blir det reflektert rundt de bredere konsekvensene av å bruke spesifikke teknikker for å løse oppgaven. Hvordan kan bruk av en bestemt algoritme påvirke forståelsen av en del av verden? Dette punktet setter fokus på det Skovsmose kaller matematikkens formatterende kraft, som det står skrevet mer om litt senere i denne oppgaven. I dette nivået reflekteres det over hvordan matematikken er integrert i hverdagslivet, og matematikkens rolle i samfunnet som omgir oss.
6. Det siste punktet handler om å prøve å reflektere rundt egen refleksjon rundt bruken av matematikk.

De to første punktene reflekter rundt de matematiske verktøyene som er brukt. Her reflekteres det for eksempel rundt selve utregningene og tallene som er brukt. Det kan blant annet reflekteres rundt hvorvidt rett utregning har blitt valgt og om utregningen i så fall er utført korrekt eller ikke. Refleksjoner i disse nivåene kan inneholde spørsmål som kan svares på ved å bruke grunnleggende matematikkferdigheter. Det tredje refleksjonsnivået setter mer fokus på konteksten matematikken er brukt i, enn bare å se om for eksempel utregninger er utført rett eller feil slik som i første nivåene. Her blir det reflektert rundt hva som er målet med utregningene, og hvorvidt utregningene som er valgt gjør at man faktisk kan nå målet som er satt. I refleksjonsnivå nummer 4 blir det argumentert mot ideologien som handler om at formelle utregninger er foretrukket for å løse et problem. Formelle utregninger kan i noen tilfeller hjelpe oss lenger på vei mot målet, men det er ikke alltid den metoden som gir det beste svaret. Dette nivået kan gi innblikk i at det finnes andre løsningsmetoder enn den formelle utregningen, og i at det noen ganger er mulig å finne ut svaret på oppgaver uten å bruke matematikk (Skovsmose, 1994). Det femte refleksjonsnivået handler om evnen matematikken har til å endre synet på verden, og det blir reflektert rundt matematikkens rolle i samfunnet. Her reflekteres det bredere, ved at man ser forbi matematikken som foregår i klasserommet. Refleksjoner i dette nivået kan handle om matematikkens formatterende kraft, og hvorvidt valgene som har blitt tatt i arbeidet kan få konsekvenser for oppfatningen av verden. I det siste refleksjonsnivået kan man si at det reflekteres på en metanivå, altså at man reflekterer rundt selve refleksjonene.

Gjennom de seks refleksjonsnivåene kan man se at refleksjoner, selv bare innenfor matematikkfeltet, kan omhandle mye. De seks refleksjonsnivåene kommer inn under det Alrø og Skovsmose (2002) kaller *scope of reflection*, som handler om nettopp omfanget av hva

refleksjonene handler om. Refleksjoner kan handle om det aller meste, og gjennom de seks refleksjonsnivåene legger de fram seks dimensjoner disse refleksjonene kan ha. Videre skriver Alrø og Skovsmose (2002) om *subject of reflection*, der de beskriver hvordan ulike refleksjoner kan påvirkes av hvem som utfører de. De trekker fram hvordan refleksjoner ikke bare kan oppstå fra enkeltpersoner, men særlig også i dialog og samhandling med andre. I individuelle refleksjoner vil refleksjonene handle om prosessen der en person revurderer handlingene eller operasjonene han eller hun har gjort. Her blir det reflektert rundt tanker og handlinger som eventuelt blir omjustert. I det de kaller kollektive refleksjoner, ligger evnen to eller flere mennesker har til å reflektere sammen. Da handler ikke kollektive refleksjoner om en samling individuelle refleksjoner som er satt sammen, men heller om at refleksjoner oppstår som et resultat av dialogene. Gjennom interaksjon kan refleksjoner med spesielle kvaliteter oppstå, og det kan gjennom kollektive refleksjoner oppstå en viktig kobling mellom dialog og kritisk kompetanse. Alrø og Skovsmose (2002) skriver til slutt om at refleksjoner ikke bare påvirkes av hvem som reflekterer og hva det reflekteres om. De skriver videre om *context of reflection*, altså at konteksten refleksjonene oppstår i også spiller inn på refleksjonene. For eksempel trekkes oppgaveparadigmet fram som et eksempel på en kontekst der det har for størst vane å oppstå refleksjoner som handler om matematiske aspekter og framgangsmåter. Skovsmose (1994) viser også at konteksten kan sette grenser for refleksjonene ved at han skriver følgende om reflective knowing.

Reflective knowing cannot be transmitted from a stock of well-established reflective knowledge through a teacher-guided process. Situations have to be created which need reflections and which the children find important to reflect upon. (Skovsmose, 1994, s. 117)

Reflective knowing kan altså ikke oppstå i alle typer undervisningssituasjoner. Det må legges til rette for åpne situasjoner hvor elevene føler det er et reelt behov for å reflektere rundt de ulike aspektene ved situasjonene (Skovsmose, 1994). I sin forskning har Barbosa (2006, 2009, 2010, 2012) forsket på arbeid med modelleringsoppgaver som tar utgangspunkt i samfunnsaktuelle tema. Han skriver om viktigheten av at arbeid med modellering fokuserer på egenskapene til modellene og hvilken rolle de matematiske modellene spiller i samfunnet, og han interesserte seg som tidligere nevnt særlig for diskusjonene som oppstod i arbeidet med slike oppgaver. Med utgangspunkt i hans forskning, skriver han at refleksjoner tilknyttet reflective knowing vanligvis oppstår i to deler av elevens arbeid med modellering. Den ene er når elevene diskuterer vilkårene som valgt i utarbeidingen av modellen, og den andre er når

ulike elevgrupper kan sammenligne ulike modeller og resultater med hverandre. I den sistnevnte delen får elevene muligheten til å revidere modelleringsprosessen, og kan legge merke til hvordan ulike gruppers hypoteser kan resultere i ulike modeller og resultater (Barbosa, 2009). Her legges det altså til rette for at elevene kan diskutere og sammenligne sine resultater med de andre gruppene.

Flere forskere peker på dialog og kommunikasjon som viktig for å legge til rette for refleksjoner og reflective knowing (se for eksempel Alrø & Skovsmose, 2002; Barbosa, 2009, 2012; Skovsmose, 2011). Gjennom samhandling med andre og gjennom dialog, oppstår utfordrende spørsmål, noe som er viktig for å framprovosere refleksjoner. Alrø og Skovsmose (2002) og Skovsmose (2011) påpeker at man kan ha personlige refleksjoner, men at det i situasjoner der man krever matematisk innsikt og hvor man skal løse et matematisk spørsmål, spiller dialog en relevant rolle.

Man kan ut i fra de foregående avsnittene anta at reflective knowing har størst mulighet for å forekomme når elever møter åpne modelleringsoppgaver som krever at elevene reflekterer sammen for å løse oppgaven. Om man ønsker å identifisere og bidra til kritisk kompetanse, blir det derfor essensielt å legge til rette for at mathematical, technological og reflective knowing kan oppstå, og særlig la elever jobbe med oppgaver som krever refleksjon. Dersom de tre typene knowing, kritiske refleksjoner, og derav også aspekter av mathemacy kan identifiseres i elevenes arbeid med modellering, skal man kunne anta at man er på vei mot en kritisk demokratisk kompetanse hos elevene.

3.0 Metode

I dette kapitlet vil jeg presentere og argumentere for hvilken metode som ble brukt for å samle inn datamaterialet som ligger til grunn for denne studien. Jeg vil presentere hva slags grunnlag som ligger bak utvalget av deltakerne, og deretter se oppgaven i lys av feilkilder, reliabilitet og validitet.

3.1 Valg av metode

I forskning skilles det ofte mellom kvalitativ og kvantitativ forskningsmetode. Da denne oppgaven ville søke innsikt i aspekter av kritisk demokratisk kompetanse hos elevene, ble det naturlig å ta en *kvalitativ tilnærming* når det gjelder metode. Gjennom en kvalitativ tilnærming fikk jeg mulighet til å søke innsikt i hvordan elevene i studien ser på verden, og fikk et dypere innblikk i elevers erfaringer og opplevelser (Kvale & Brinkman, 2009). Ved at man i en kvalitativ metode tar utgangspunkt i kun et begrenset antall informanter, får man muligheten til å se nærmere på den enkelte informant, eller elev i dette tilfellet. Dette var hensiktsmessig i denne studien da jeg ville se på elevenes ytringer, og se på hvordan en liten gruppe elever ytret kritisk demokratisk kompetanse gjennom språket. Samtidig fikk jeg gjennom observasjonene mulighet til å se hvordan elevene samarbeidet og forholdt seg til hverandre (Thagaard, 2013). Det følgende avsnittet vil gi innblikk i hvordan selve datainnsamlingen ble gjennomført i skolen.

3.2 Datainnsamling

I samarbeid med en lærer i skolen, ble det valgt ut en gruppe på 14 elever fra 6. trinn, som skulle være en «fokusgruppe» for denne studien. Elevgruppen ble valgt på grunnlag av diverse praktiske årsaker, som blant annet timeplan og trygghet i forbindelse med filming. I tillegg ble det lagt opp til at elevgruppa skulle bestå av elever med ulikt faglig nivå, slik at det ikke skulle være overvekt av hverken faglig sterke eller faglig svake elever. Grunnlaget for dette valget kommer jeg tilbake til i kapittel 3.3 Utvalg av deltakere. Elevene i fokusgruppa fikk i løpet av en avgrenset periode på tre dager, arbeide med et undervisningsopplegg som tok utgangspunkt i en modelleringsoppgave om vannforbruk.

Undervisningsopplegget ble delt inn i tre ulike faser, der en fase varte i en skoletime på 45 minutter. Fasene har jeg valgt å kalle 1) introduksjonsøkt, 2) Modelleringsøkt og 3)

Diskusjonsøkt. Fasene ble gjennomført over tre sammenhengende dager, der en fase ble gjennomført per dag. Arbeid med matematisk modellering er en prosess som kan kreve tid.

Da tiden var begrenset, ble derfor en mindre tidkrevende oppgave valgt, slik at alle delene av

opplegget hadde tid til å kunne bli gjennomført. Da tre dager var den tidsperioden som var til rådighet i gjennomføringen av denne studien, ble det valgt å fordele fasene over alle tre dagene. Dette gjort for å gi elevene så god tid som mulig til å la oppgaven modnes mellom hver fase. Ved at elevene fikk litt tenketid, antok jeg at dette kunne gi elevene et mer reflektert grunnlag for å ta fatt på neste del av oppgaven. Samtidig ble hele undervisningsopplegget gjennomført i løpet et kort tidsrom, noe jeg tror bidro til at elevenes nysgjerrighet ble opprettholdt, og samtidig hindret at elevenes engasjement gikk tapt mellom hver fase. I de følgende avsnittene vil innholdet i de tre ulike fasene legges frem, for å gi et grundig overblikk i hvordan datainnsamlingen foregikk. I forkant av gjennomføringen hadde et samtykkeskjema blitt sendt ut til de 14 utvalgte elevene og deres foreldre (se Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeskjema til foreldrene).

Fase 1:

I den første fasen av opplegget ble alle 14 elevene i prosjektet tatt ut av sitt ordinære klasserom, og samlet på et grupperom, der elevene fikk en innføring i hva som skulle skje de kommende dagene. De fikk opplyst at denne første samlingen ville være en introduksjonsøkt, og at de deretter skulle få jobbe gruppevis med en oppgave dagen etter. Denne oppgaven skulle de få vite mer om senere. De fikk videre beskjed om at når de hadde løst oppgaven var planen at vi skulle samles igjen, og da kunne alle få fortelle hva de hadde kommet fram til og at vi da skulle sammenligne resultatene til de ulike gruppene. De fikk deretter en introduksjonsforelesning om temaet vannforbruk. Forelesninga tok utgangspunkt i FN's bærekraftsmål, med særlig fokus på målet om at alle har rett på *Rent vann og gode sanitærforhold* (FN-sambandet, u.å.). Temaet ble videre knyttet opp mot hvor mye vann som kreves for å produsere ulike varer som elevene er omgitt av. Dette inkluderte blant annet en tabell hentet fra en nettartikkel (se Vedlegg 2: Tabell over ulike varer sitt), som viste hvor mye vann som kreves i produksjon av ulike varer, som for eksempel kjøtt, brødkive, egg, elektronikk, bil, og ulike klær, som for eksempel jeans og bomulls-t-skjorte (Seehusen, 2013, 12. nov.).

Elevene ble deretter oppfordret til å diskutere mellom seg hva de trodde de selv brukte mest vann til i hverdagen. Flere av elevene nevnte da dusjing som et eksempel på en aktivitet som krevde mye vann, og det ble derfor en naturlig overgang til å fortelle om selve modelleringsoppgaven som de skulle arbeide med den kommende dagen. Oppgaven de fikk var nemlig at de skulle undersøke hvor mye vann som går til nettopp dusjing. Denne første

fase ble gjennomført for å pirre elevenes nysgjerrighet rundt temaet, og for å legge et godt grunnlag for arbeidet som skulle gjøres videre i fase 2 og 3.

Fase 2:

Den neste fasen innebar at elevene i små grupper skulle finne ut hvor mye vann som brukes når vi dusjer. Elevgruppene ble tatt ut av klasserommet etter tur, og de var totalt fire grupper med tre eller fire elever i hver gruppe. Etter å ha fått litt informasjon, samt en repetisjon av oppgaven, stod elevgruppene fritt til å velge løsningsmetode for å komme fram til et svar. Gruppen fikk samtidig opplyst at de hadde tilgang til en dusj i skolens garderobe dersom de trengte dette.

For at elevene skulle ha et sted å skrive ned resultatene fra arbeidet underveis, fikk elevene utdelt følgende skjema (se Figur 5 Skjema for elevenes resultater) som elevene skulle fylle ut i løpet av økta. Dette håpet jeg at ville gjøre det enklere å sammenligne resultatene i fase 3.

	En person	Trinnet	Skolen
En _____ minutters dusj			
I løpet av en måned (30 dager)			

Figur 5 Skjema for elevenes resultater

Fase 3:

I siste fase av undervisningsopplegget ble de 14 elevene tatt ut av klasserommet og samlet en siste gang. Denne økta skulle gruppene legge fram resultatene sine for de andre gruppene. Det ble samtidig lagt til rette for at elevene kunne diskutere om deres eget vannforbruk, og hva dette hadde å si for det totale vannforbruket på kloden. Oversikten over hvor stort vannfotavtrykk de ulike matvarene og tingene har (Vedlegg 2: Tabell over ulike varer sitt), ble nok en gang funnet fram på tavlen, slik at resultatet fra dusjingen kunne sammenlignes med tallene i tabellen.

Barbosa (2008) skrev om to stadier i modelleringsprosessen hvor reflective knowing har størst tendens til å oppstå. Når elevene diskuterer grunnlaget og kriteriene for modellen, samt når ulike grupper legger frem modelleringsresultatene sine for hverandre, var de to stadiene som

ble dratt frem. Det sistnevnte la grunnlaget for at jeg ønsket at elevene skulle gjennomføre nettopp denne siste fasen. Jeg ønsket å se om refleksive diskusjoner kunne oppstå når elevene fikk diskutere resultatene fra modelleringen med hverandre.

3.2.1 Videoopptak

I innsamlingen valgte jeg å benytte meg av videoopptak for å samle inn datamaterialet. Siden elevene arbeidet med en praktisk oppgave, ble det nødvendig å få med alle aspekter av elevenes kommunikasjon med hverandre. Christoffersen og Johannessen (2012) skriver at bruk av videoopptak sikrer dokumentasjon av både bevegelse og kroppsspråk, i tillegg til den verbale kommunikasjonen. Det var viktig for meg å få med alle detaljer i elevenes diskusjoner, slik at jeg ikke gikk glipp av viktige deler av arbeidet når jeg senere skulle sette i gang med analysen. En ytring kan bestå av både verbal og ikke-verbal kommunikasjon, som er viktig å ta stilling til når jeg senere skulle begynne med analyse av videoopptakene. Ved å velge videoopptak sikrer man seg muligheten til å kunne analysere det mellommenneskelige samspillet som oppstår (Kvale & Brinkman, 2009), noe jeg ønsket å ha muligheten til, dersom det senere skulle vise seg å bli behov for å ta med dette i analysen.

Det ble tatt videoopptak av alle tre fasene av elevenes arbeid. Videokameraet var for det meste av tiden stilt opp i en faststilt posisjon, noe som tillot meg til å fungere bedre som en observatør av det som skjedde foran meg, mer enn som en kameramann (Heath, Hindmarsh, & Luff, 2010). I helgruppesamtalene i fase 1 og 3 stod kameraet plassert slik at det best mulig fanget opp alle elevene. I fase 2 var kameraet fokusert mot bordet der elevene satt og jobbet. Det var utelukkende når gruppene valgte å bevege seg ned i dusjene, at kameraet ble håndholdt.

Med det å velge videoopptak som metode, kommer også kravet om samtykke fra foreldrene i henhold til personopplysningsloven, som jeg kommer tilbake til under delen 3.4 Etske hensyn.

En diktafon som utelukkende registrerte lyd, ble også plassert sentralt i rommet for å støtte opp sammen med videoopptakene. Da hele fokusgruppa var samlet, var jeg i forkant usikker på hvor god lyd kvalitet videokameraet ville gi. Diktafonen fungerte derfor som en ekstra forsikring, som kunne bistå videoopptakene dersom noe var utydelig eller av dårlig lyd kvalitet. Dette valget ble tatt for å sikre at elevens ytringer ble registrert med så stor nøyaktighet som mulig, og samtidig hjelpe i transkriberingsprosessen.

3.2.2 Observasjon

Samtidig som video- og lydopptakene gikk, fungerte jeg som en deltakende observatør mens elevene løste oppgaven. Av ulike praktiske årsaker, som for eksempel at jeg skulle ta elevene ut av klasserommet, ble det naturlig at jeg selv tok rollen som både observatør og lærer for undervisningen. Elevene fikk opplyst hva min rolle var, og at de ikke trengte legge seg opp i min tilstedeværelse mens de arbeidet. Da elevene begynte arbeidet, opplevde jeg det derimot som kunstig og unaturlig ikke å delta i elevenes samtaler. Jeg fungerte derfor som det Fangen (2010) kaller for en delvis deltakende observatør, som opptrådte som en interessert samtalepartner, som lyttet og fulgte opp eventuelle ting som ble sagt. For å kunne komme inn på elevene, og forstå situasjonen som utspilte seg, var det ut i fra situasjonen naturlig å være i nær samhandling og dialog med elevene, uten å delta direkte i arbeidet som ble utført (Fangen, 2010). Som Thagaard (2013) skriver, snakket jeg med elevene for å få tilbakemeldinger på de forståelsene jeg gjorde meg underveis, for å avkrefte usikkerhet og få dypere innsikt i elevenes arbeid. Gjennom kombinasjonen av at jeg deltok i samtalene og samtidig iakttok elevenes arbeid, oppstod også en mer naturlig atmosfære mens elevene arbeidet. Det kan derimot diskuteres om min deltakelse i elevenes arbeid påvirket hvilke resultater studien endte opp med, noe jeg vil diskutere ytterligere i delen 3.5 Validitet, reliabilitet og feilkilder.

3.2.3 Transkripsjon

I bearbeidingen av resultatene fra videoobservasjonen, var første steg å transkribere datamaterialet slik at den muntlige samtalen ble oversatt til skriftlig tekst. Ved å transkribere videoopptakene ble datamaterialet bedre egnet for analyseprosessen som følger.

Det er derimot flere aspekter av samtalene som kan gå tapt i transkriberingsprosessen. Det sosiale spillet mellom deltakerne i samtalen, og ting som kroppsspråk, stemmeleie og ironi kan være krevende å få med i skriftlig tekst. I følge Kvale og Brinkman (2009) kan transkripsjoner anses som «(...) svekkede, dekontekstualiserte gjengivelser» av de opprinnelige samtalene (Kvale & Brinkman, 2009), fordi man ikke får med alle aspektene av elevenes ytringer i transkripsjonene. I transkripsjonsprosessen kan man dermed sette spørsmål ved datamaterialets reliabilitet. Siden man i talespråket snakker i lange og sammenhengende ytringer, er det krevende arbeid å overføre tale til skrevne setninger (Kvale & Brinkman, 2009). At jeg fungerte som en deltakende observatør, som var til stede underveis i alle deler av elevenes arbeid, kan derimot være med på å forsterke transkripsjonens eventuelle svakheter. For å få transkripsjonene til å bli så gode beskrivelser av hendelsene som mulig,

ble transkripsjonene av videopptakene gjennomført umiddelbart etter dataene var samlet inn. Samtidig ble eventuelle uklarheter i elevenes uttalelser dobbeltsjekket ved å bruke lydopptakene som støtte til videopptakene.

Kvale og Brinkman (2009) skriver at plassering av punktum og komma i seg selv krever en fortolkningsprosess som kan gjøre at transkripsjonen viker fra den opprinnelige ytringen. Ved å bruke setninger på korrekt skriftlig form, blir uttalelsene mer lettleste (Kvale & Brinkman, 2009). Derfor ble transkriberingen gjennomført med forsøk på å gjøre den skriftlige versjonen av samtalen så nærliggende de muntlige uttalelsene til elevene som mulig. Samtidig ble de skrevet ned slik at de skulle være mest mulig lettleste.

3.3 Utvalg av deltakere

Valget av deltakere til denne forskningen er ikke tilfeldig. Det var visse kriterier og behov som var nødvendig at lå til rette i utførelsen av denne studien. Utvalget til denne studien ble gjennomført ut ifra en kombinasjon av det Thagaard (2013) kaller *strategisk utvalg* og det hun kaller *tilgjengelighetsutvalg*. Strategisk utvalg vil si at forskeren velger deltakere ut fra forskerens egne behov. Valget faller her på deltakere som har egenskapene og kvalifikasjonene som er strategiske i forbindelse med studiens natur. I denne studien spilte blant annet klassetrinn en rolle for datainnsamlingen. Samtidig falt valgene av deltakere under det hun kaller et tilgjengelighetsutvalg. For å rekruttere deltakere som er villige til å delta i studien ble det nødvendig å gå gjennom kontakter jeg hadde kjennskap til. I den forbindelse ble en mail med informasjon om prosjektet sendt ut til ulike lærere jeg kjente fra før, med håp om at noen ønsket å delta. Til slutt ble det derfor utført både et strategisk og tilfeldig utvalg, ved at elever med kvalitetene og egenskapene som var strategisk for forskningen, ble valgt ut fra hvilke som var tilgjengelig.

At data skulle samles inn på mellomtrinnet, ble valgt spesifikt fordi det i en modelleringsprosess ligger muligheter for å kunne ta i bruk ulike løsningsmetoder og framgangsmåter. På mellomtrinnet har elevene vært igjennom et bredere spekter av matematiske tema og metoder, og har derfor et mer solid utgangspunkt til å velge en variasjon av metoder, enn de har på småtrinnet.

At sjettetrinn ble valgt er derimot relativt tilfeldig. Læreren som responderte på mailen og ville delta i studien hadde vært med i et samarbeid med meg ved en tidligere anledning, og det ble derfor naturlig å forhøre seg med vedkommende da informanter til denne forskningen

skulle kontaktes. Da læreren tilfeldigvis var kontaktlærer for sjette-trinn dette året, ble det naturlig at det var disse som ble mine informanter i forskningen.

Sjette trinn på den utvalgte skolen bestod av 60 elever. I forbindelse med datainnsamlingen til denne oppgaven, ble det ikke ansett som nødvendig at alle disse elevene var deltakere i opplegget. I samarbeid med to av trinnets lærere, ble derfor en gruppe på 14 elever plukket ut, for at kvantiteten av data ikke skulle overskride hva jeg i etterkant hadde kapasitet og tid til å komme igjennom. Elevgruppen ble valgt ut på grunnlag av følgende kriterier:

- Elevene som deltok skulle være så trygge som mulig på å stå foran et kamera. Dette ble vurdert med utgangspunkt i lærernes tidligere erfaringer med å filme elevene i klassen. Jeg ønsket at elevenes arbeid skulle foregå på en så naturlig måte som mulig, og at elevene som ble med i studien ikke ble sjenert av kameraet. Læreren tok også med i vurderingen hvorvidt det var sannsynlig at foreldrene kom til å gi samtykke til elevenes deltakelse i opplegget og til bruk av videoopptak.
- Gruppen skulle bestå av en relativt lik fordeling mellom gutter og jenter, uten at dette nødvendigvis hadde noe videre å si for resultatene fra forskningen. Jeg ønsket ikke at fordelingen av kjønn skulle være en faktor videre.
- Gruppen skulle også inneholde elever av ulik faglig styrke. Grunnen til dette var at jeg ville ha et så reelt resultat som mulig, og jeg ønsket ikke at lærerne skulle plukke ut kun de mest reflekterte elevene. I så tilfelle ville ikke resultatene være like pålitelige.

3.4 Etiske hensyn

Når man skal holde på med forskning som innebærer barn, er det en del etiske hensyn man må ta stilling til. I forskning blir det ofte samlet inn informasjon som gjør at enkeltpersoner kan være identifiserbare. I forbindelse med at videoopptak ble benyttet som metode i denne forskningen, ville elevene være identifiserbare i datamaterialet ved at man kan se ansiktene i opptakene. I forkant av datainnsamlingen, ble det derfor nødvendig å få prosjektet godkjent av NSD (se Vedlegg 3: Godkjenning fra NSD). Dette var med på å sikre at personopplysningene om elevene ble riktig tatt vare på.

Siden videoopptak ble valgt, ble det som nevnt i henhold til personopplysningsloven (Personopplysningsloven, 2000) nødvendig å få samtykke fra elever og foreldre før arbeidet ble satt i gang. Den utvalgte gruppen med elever fikk derfor med seg et informasjonsskriv hjem til foreldrene, som forklarte hvem jeg som forsker var, hva som skulle foregå, og hva som skulle skje med videoopptakene i etterkant av innsamlingen (se Vedlegg 1:

Informasjonsskriv og samtykkeskjema til foreldrene). På informasjonsskrivet befant det seg også en samtykkeslipp, som foreldrene måtte undertegne for å la elevene delta. Samtykket defineres som «en frivillig, uttrykkelig og informert erklæring fra den registrerte om at han eller hun godtar behandling av opplysninger om seg selv» (Personopplysningsloven, 2000, §2). Derimot skal foreldre/foresatte samtykke på vegne av barn som ikke er fylt 18 år, når det gjøres undersøkelser med umyndige deltakere (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 43). I forbindelse med denne studien ble samtykkeskjema derfor sendt ut til foreldrene/foresatte i ukene før datainnsamlingen, med frist om når samtykkeskjemaet måtte være levert inn igjen. I skjemaet hadde foreldrene mulighet til å huke av på om de ønsket å la barnet bli tatt videoopptak av, og det ble utelukkende tatt videoopptak av barn der foreldrene hadde gitt sitt samtykke til at barnet kunne delta. Elevenes eget samtykke til deltakelse var også nødvendig å få på plass før prosjektet ble satt til verks. Elevene fikk i løpet av Fase 1 informasjon om prosessen, og om hva som skulle foregå. De fikk samtidig klar beskjed om at deltakelse var frivillig til tross for at foreldrene hadde godkjent bruk av videoopptak, og dette fungerte som innsamling av elevenes samtykke for å delta. De fikk også beskjed om at de hadde mulighet til å trekke seg ut av prosjektet når som helst.

I transkriberingsprosessen ble både skolens og elevenes navn anonymisert. Elevene ble gitt fiktive navn for å hindre muligheten for at noen av elevene kunne ble identifisert. Gjennom transkriberingsprosessen valgte jeg også å ta vekk skillet mellom kjønn. I analysen og diskusjonen blir derfor alle elevene omtalt som hankjønn. Dette er altså ikke fordi alle elevene er gutter, men fordi ordet *elev* er hankjønn.

3.5 Validitet, reliabilitet og feilkilder

For å sikre kvaliteten til forskning, er det nødvendig å se på studiens reliabilitet og validitet. I de følgende avsnittene vil jeg gjøre rede for hva som ligger i de to begrepene, og samtidig se på gjennomføringen av datainnsamlingen til denne studien, for å se hva som ble gjort for å styrke studiens reliabilitet og validitet.

Reliabilitet

Reliabilitet blir ofte beskrevet som oppgavens pålitelighet og troverdighet. Det handler om hvorvidt oppgavens data og gjennomføring er troverdig, og det blir ofte eksemplifisert med spørsmålet om hvorvidt en annen forsker kunne ha kommet fram til de samme resultatene, dersom forskningen hadde blitt gjennomført på nytt (se for eksempel Kvale & Brinkman, 2009; Thagaard, 2013). Kvale og Brinkman (2009) skriver at det er ønskelig med

gjennomgående høy reliabilitet i forskning, men at dette samtidig kan hindre variasjon og kreativitet dersom det blir for mye fokus på det.

I min studie ble datainnsamlingen gjennomført ved å observere, og samtidig delta i elevenes samtaler i arbeidet med modelleringsoppgaven. For å styrke reliabiliteten til studien, har jeg vært åpen om alle detaljene i prosessen, samt lagt fram framgangsmåten på en så oversiktlig måte som mulig. På den måten har studien høy reliabilitet, fordi det vil være mulig å gjennomføre studien igjen, ved å følge samme framgangsmåte som jeg har beskrevet i kapittel 3.0 Metode. For å styrke reliabiliteten ytterligere, viser jeg gjennomgående i analysen til utdrag fra elevenes diskusjoner og diskuterer hvordan disse ble analysert, slik at en annen forsker kan prøve å gjøre den samme analysen jeg gjorde. Det vil derimot være liten sannsynlighet for å oppnå de samme resultatene, da studien baserer seg på elevenes individuelle og kollektive utsagn. Utsagnene og konteksten tar utgangspunkt i subjektive kunnskaper og erfaringer hos elevene, noe som gjør at sannsynligheten er stor for å få andre utsagn dersom studien ville vært gjennomført igjen.

Fangen (2010, s.96) skriver at man i feltarbeid kan registrere det informantene sier når de snakker fritt, uten at du har ledet dem i en bestemt retning. Gjennom samhandling med elevene kan derimot min tilstedeværelse og rolle som deltakende observatør ha endt opp med ubevisst å lede elevene i arbeidet. Gjennom deltakelse i samtalene, kan dette ha påvirket studiens reliabilitet, fordi jeg gjennom ledende spørsmål kan ha påvirket svarene elevene kom med. På en annen side, til tross for at fokuset i studien er å analysere elevenes diskusjoner, fungerte jeg som lærer i elevenes arbeid. I rollen som lærer er det viktig å være til stede og stille spørsmål når elevene står fast, og hjelpe de til å komme videre i arbeidet.

Validitet

Validiteten til studien handler på sin side om gyldighet. Det settes her spørsmål om hvorvidt forskningen har målt det man i utgangspunktet ønsket at den skulle måle. Det handler i følge Thagaard (2013) om hvorvidt tolkningene forskeren kommer fram til er gyldige eller ikke. Viktigheten av å se kritisk på grunnlaget som ligger bak tolkningene er derfor viktig, for at gyldigheten til tolkningene blir så gode som mulig.

I gjennomføringen av denne studien ble deltakende observasjon valgt for å styrke validiteten så mye som mulig, ved at jeg gjennom deltakelse i samtalene, kunne få elevene til å utdype eventuelle uklarheter som oppstod underveis. For ytterligere å styrke validiteten, ble

videoopptak valgt som innsamlingsmetode, slik at analysen ikke utelukkende skulle baseres på subjektive observasjoner fra meg. I tolkningen av datamaterialet vil derimot «analysen [...] farges av forskerens egne erfaringer, opplevelser og teorier, som forskeren tar med seg inn i arbeidet med analysen» (Postholm, 2005, s. 86). For å styrke eventuelle svakheter i studiens validitet, har jeg så åpent og transparent som mulig lagt frem mine teorier og synspunkter underveis i de ulike delene av forskningen. I analysen legger jeg i tillegg fram hvilke verktøy jeg har valgt å bruke i analysen og beskriver hvordan disse er utformet med utgangspunkt i teorien som har blitt lagt fram. Videre kan mitt valg av rolle som deltakende observatør være med på å styrke validiteten ytterligere med tanke på at jeg var en del av erfaringene og opplevelsene som utspilte seg, men det var samtidig viktig at jeg var klar over egen rolle i innsamlingen.

Gjennom videoopptakene av elevene får jeg et innblikk i hva elevene sier, men enkelte ganger må man tolke hva de egentlig mener med det de sier. «Ved fortolkning av hva en handling eller ytring *betyr*, må handlingen eller ytringen ses i lys av sammenhengen den forekommer innenfor » (Fangen, 2010, s. 213). Gjennom denne fortolkningen kan det settes spørsmål ved oppgavens validitet, som handler om hvor gyldig datamaterialet er. Hvordan datamaterialet tolkes kan også påvirkes av det Christoffersen og Johannessen (2012) kaller den enkeltes forforståelse. Alle har erfaringer og en forståelse av verden som påvirker hvordan vi tolker en situasjon, og det vil alltid være en fare for at man har misforstått hva elevene egentlig mener med ytringene sine.

I transkriberingen av datamaterialet ble det derfor viktig for meg å forsøke å gjøre den skriftlige oversettelsen av dialogene mellom elevene så lik den muntlige som mulig. Som nevnt i kapittel 3.2.3 Transkripsjon, kan fortolkningsprosessen som kommer ved å oversette fra muntlig til skriftlig språk, påvirke reliabiliteten til oppgaven. Alt fra tegnsetting og tolkning av elevenes tonefall er med på å påvirke det skriftlige resultatet. Derfor har jeg i analysen valgt å vise til samtaleutdrag fra transskripsjonene, slik at jeg med åpenhet til dataene viser hvilke situasjoner tolkningene baserer seg på.

3.6 Metode for analysing av datamaterialet

For å analysere datamaterialet på søken etter aspekter av kritisk demokratisk kompetanse, måtte jeg ta utgangspunkt i teori som jeg ville analysere ut fra. Ved å ta utgangspunkt i transkripsjonene fra datamaterialet, ønsket jeg å kategorisere noen av utsagnene. Siden jeg var på jakt etter tegn på kritisk demokratisk kompetanse, måtte jeg ha klart for meg hvordan dette

kunne komme til syne i elevenes samtaler. Etter å ha lest om Skovsmose (1994) sine seks refleksjonsnivå, så jeg at de hadde likheter med hans tre type knowing. Refleksjonsnivåene kunne parvis plasseres innenfor mathematical, technological og reflective knowing. Jeg valgte derfor å utvikle denne tabellen, som viser en oversikt over de seks refleksjonsnivåene i kolonnen til høyre, når de er plassert innenfor de tre typer knowing som er presentert i den venstre kolonnen.

<i>Knowing</i>	Hva innebærer det?	Refleksjoner
Mathematical knowing	<ul style="list-style-type: none"> - Handler om de matematiske aspekter i problemløsningen. - Matematiske ferdigheter, utregninger, bevis og argumentasjon 	<ul style="list-style-type: none"> - Har vi gjort utregningen riktig? - Har vi fulgt algoritmen rett? - Har vi valgt rett algoritme? - Er algoritmen pålitelig?
Technological knowing	<ul style="list-style-type: none"> - Teknikkene for å bygge en matematisk modell. - Anvendelse av matematikken for å nå teknologiske mål 	<ul style="list-style-type: none"> - Kan vi stole på resultatet selv om utregningen er rett? - Kan svaret stemme med virkeligheten? - Måtte vi bruke formell matematikk for å løse oppgaven? Eller kunne vi brukt en intuitiv tilnærming? - Ville svaret vært mer eller mindre pålitelig dersom vi hadde brukt en annen tilnærming?
Reflective knowing	<ul style="list-style-type: none"> - Evaluering - Kritisk blikk på matematikkens rolle - Matematikkens formatterende kraft 	<ul style="list-style-type: none"> - Hvilken konsekvens har det at vi valgte å gjøre utregningene? - Hva har resultatene å si for forståelsen av verden?

<i>Knowing</i>	Hva innebærer det?	Refleksjoner
	- Konsekvens av ulike matematiske anvendelser	- Refleksjon rundt bruken av matematikk i samfunnet

Thagaard (2013) skriver at når man analyserer samtaler kan man få innblikk i hvordan mennesker forstår virkeligheten rundt seg, gjennom måten de velger å ordlegge seg på. For å undersøke hvordan elevene ordla seg med fokus på kritisk demokratisk kompetanse, valgte jeg derfor å spesifisere refleksjonene i kolonnen til høyre, slik at de spesifikt handlet om refleksjoner rundt utregningen av vannforbruket. Derfor er tabellen nedenfor (se figur 6) den jeg valgte å utarbeide, og ta med meg videre inn i analysearbeidet. Den eneste endringen er altså kolonnen til høyre.

<i>Knowing</i>	Hva innebærer det?	Refleksjoner om vannforbruk
Mathematical knowing	- Handler om de matematiske aspekter i problemløsningen. - Matematiske ferdigheter, utregninger, bevis og argumentasjon	- Har vi gjort utregningen korrekt? - Var det riktig å gange sammen disse tallene? - Er måten vi har regnet ut på pålitelig?
Technological knowing	- Teknikkene for å bygge en matematisk modell. - Anvendelse av matematikken for å nå teknologiske mål	- Betyr rett utregning at vi har funnet ut hvor mye vann vi bruker? - Kan svaret stemme med hvor mye vann vi bruker i virkeligheten? - Måtte vi egentlig bruke matematikk eller kunne vi ha funnet ut hvor mye vann som går til dusjing uten matematikk?

<i>Knowing</i>	Hva innebærer det?	Refleksjoner om vannforbruk
Reflective knowing	<ul style="list-style-type: none"> - Evaluering - Kritisk blikk på matematikkens rolle - Matematikkens formatterende kraft - Konsekvens av ulike matematiske anvendelser 	<ul style="list-style-type: none"> - Hva har resultatene av vårt vannforbruk å si for resten av verden? - Hva er konsekvensene av at vi valgte å finne svaret på hvor mye vann vi bruker på denne måten? - Hvilken rolle spiller resultatet for samfunnet rundt oss?

Figur 6 Knowing

4.0 Resultat

Resultatene i denne studien vil være selve gjennomføringen av modelleringsopplegget, samt utsagnene elevene kom med i arbeidet med oppgaven. I kapittel 5.0 vil jeg gå grundig og kronologisk gjennom opplegget som ble utført, og underveis komme med utdrag fra elevenes samtaler, som blir analysert i lys av teorien fra kapittel 2.0 Teori. Siden funnene blir lagt fram i forbindelse med analysen i neste kapittel, ønsker jeg å benytte dette kapittelet til å gi en kort oversikt over hva som faktisk ble gjort i gjennomføringen av de tre fasene av datainnsamlingen.

Fase 1:

Introduksjonsøkta ble gjennomført for å forsøke å danne en nysgjerrighet rundt temaet som modelleringsoppgaven skulle handle om, nemlig vannforbruk. Denne økta ble for det meste styrt av meg som lærer og forsker, ved at jeg hovedsakelig foreleste for gruppa og fortalte om FNs bærekraftsmål, vannforbruk generelt, vannforbruket som kreves i produksjon av ulike varer, osv. Elevene fungerte for det meste som aktive lyttere som deltok i samtalen når jeg åpnet opp for det. Siden de var så mange som 14 elever, var det krevende å få til en selvstyrt dialog mellom elevene, uten at det gikk via meg, og derfor var min lærerrolle tydelig i at jeg ledet elevene gjennom denne introduksjonen. Dialogen med elevene ble etter hvert ledet fram mot det som var elevenes oppgave i fase 2 og 3, nemlig at de skulle undersøke hvor mye vann som går til dusjing. Fase 1 fungerte mest som en informasjonstime, der jeg ønsket å skape nysgjerrighet hos elevene, samt å gi bakgrunnskunnskap om temaet de skulle jobbe med, nemlig vannforbruk. Dette ble gjort fordi jeg ønsket å legge et godt grunnlag for elevene når de i de senere fasene skulle diskutere og arbeide med modelleringsoppgaven. Da elevene først mot slutten av økta fikk informasjon om modelleringsoppgaven som skulle løses, var det lite modellering som foregikk i denne fasen.

Fase 2:

Dagen etter fase 1, ble en og en av gruppene tatt ut av sitt ordinære klasserom for å løse modelleringsoppgaven. Økta startet med en kjapp introduksjon fra meg, der jeg blant annet gjentok hva elevenes oppgave var, nemlig å finne ut eget vannforbruk i forbindelse med dusjing. Deretter tok elevene saken i egne hender, og tok ivrig for seg oppgaven med å finne ut hvor mye vann de bruker til å dusje.

Elevene bestemte raskt hvordan de ønsket å få svar på spørsmålet. Alle fire gruppene valgte å begynne med å avgjøre omtrent hvor lenge en dusj pleier å vare, og ønsket deretter å gå ned i garderobene for å måle hvor mye vann som går på en dusj. En gjennomgående ting hos alle gruppene var at elevene antok at målingene skulle utføres nede i elevgarderobene. Disse garderobene var utstyrt med dusjer med «trykknapp», altså at man trykker på en knapp, som får vannet til å renne i et gitt tidsintervall før det stanser, og man må deretter trykke en gang til dersom man har behov for mer vann. Gruppene planla derfor med dette som utgangspunkt at de ville måle opp hvor lang tid, samt hvor mye vann som gikk på et trykk, for deretter å multiplisere opp med antallet minutter en dusj varer.

I henhold til at vi skulle ta videoopptak, hadde vi derimot fått tilgang på en dusj der vi kunne være alene. Det ble gjort med utgangspunkt i kriterier fra NSD, som blant annet innebar at kun personer som hadde gitt samtykke til deltakelse, kunne oppholde seg i samme rom når filmingen skulle foregå. For å unngå å støte på andre klasser som hadde kroppsøvingsundervisning, hadde jeg på forhånd fått tildelt en dusj som vanligvis brukes av lærerne, der jeg kunne filme gruppene uten avbrytelser fra andre elever. I den gitte garderoben var det dusj med «vanlig» blandebatteri, der man kan regulere både styrke og temperatur. Når elevene kom ned i dusjen, måtte elevene derfor legge en ny plan over hvordan de ønsket å finne svar på oppgaven.

Fremgangsmåten som ble valgt av samtlige grupper var å måle hvor mye vann som gikk på et minutt, for så å multiplisere med varigheten på dusjen. Dette gjorde de ved å spyle vannet direkte ned i en bøtte som stod tilgjengelig. En stoppeklokke hjalp elevene til å måle et minutt. Resultatene varierte mellom gruppene, der det ble målt alt fra 7 til 9,5 liter vann på et minutt. Resultatet de fikk på denne målingen brukte gruppene til de videre utregningene.

Det var flere kritiske avgjørelser som måtte tas underveis i elevenes arbeid. I målingene som ble tatt i dusjen var noen av gruppene blant annet bevisst på at styrken de valgte på vannstrålen under målingene, ville virke inn på resultatene. To grupper valgte derfor å regulere styrken på strålen, for finne en gjennomsnittlig styrke som de trodde kunne passe til en gjennomsnittlig person, eller som kunne stemme med det de trodde flest mulig ville ha brukt.

Etter målingene i dusjen var gjort, valgte samtlige grupper å gå tilbake til grupperommet for å regne videre med utgangspunkt i resultatene sine fra dusjen. Den ene gruppen valgte å gå innom skolens administrasjon for å forhøre seg om hvor mange elever som gikk på skolen,

slik at resultatet videre skulle være så reelt som mulig. Informasjonen om antallet elever på skolen var informasjon de visste at de ville trenge videre i utregningene. Deretter begynte gruppene å arbeide med utregningene som skulle til for å fylle ut skjemaet de hadde fått utdelt (se Figur 5 Skjema for elevenes resultater i kapittel 3.2 Datainnsamling). Skjemaet ga elevene et oversiktlig sted å skrive ned resultatene, slik at de enkelt kunne se hvor mye vann som gikk til de enkelte tingene.

I løpet av denne fasen rakk alle elevene å fylle ut skjemaet, og komme fram til resultatene over hvor mye vann de bruker til dusjing. Elevgruppene brukte omtrent en skoletime hver, og alle fikk gjennomført fase 2 i løpet av samme dag.

Samtlige grupper ble overrasket over hvor mye vann som gikk med til en dusj. Dette førte med seg at noen av gruppene ønsket å gjøre noen ekstra utregninger. Den ene gruppen valgte blant annet å bruke resultatene sine for å regne ut hvor mye vann som gikk til å dusje dersom hele Bergen, hele Norge og hele verden tok en dusj. En av gruppene brukte også resultatet til å regne ut hvor stort vannforbruket til dusjing ville vært i løpet av et år.

Fase 3:

Dagen etter alle gruppene hadde gjennomført modelleringen av vannforbruket, ble alle gruppene samlet en siste gang. På en Power Point hadde jeg samlet de ulike elevgruppenes resultatskjema, slik at alle kunne se hva de ulike gruppene hadde kommet fram til. Ved å ta for seg en og en gruppe sitt skjema, fikk elevene muligheten til å legge fram hvordan de hadde tenkt, hva de hadde regnet ut, og hva de syntes om resultatene de hadde kommet fram til. Elevene diskuterte likheter og ulikheter mellom de ulike gruppens resultater, og her ble også eventuelle faktorer som kunne ha bidratt til forskjellene diskutert. Elevene trakk fram flere vilkår og valg som de ulike gruppene hadde gjort ulikt, som for eksempel valg av antall elever på skolen og trinnet, varigheten de hadde valgt på dusjen, og den ulike styrken på vannstrålen hos de forskjellige gruppene.

Flere ytret også her en forbauselse over at de brukte så store mengder vann og det ble diskutert eventuelle ting man kunne ha gjort annerledes for å minske vannforbruket. Ved spørsmål om hvorvidt de greide å se for seg hvor mye vann det egentlig var snakk om, var svaret nei. Med utgangspunkt i et forslag fra en av elevene, kom de fram til at de ønsket å regne ut volumet av grupperommet de satt i, for å kunne sammenligne hvor mye vann det hadde rommet. På den måten kunne de ha noe fysisk å sammenligne tallene med, for å se omfanget av vannforbruket. Gruppene gikk derfor sammen og regnet ut et overslag av

volumet av grupperommet. Elevgruppens resultat fra skjemaet, samt resultatet fra utregningen av grupperommets volum, ble videre sammenlignet med tallene fra lista over hvor mye vann ulike varer krevde for å produseres (se Vedlegg 2: Tabell over ulike varer sitt vannforbruk).

5.0 Analyse og diskusjon

For å svare på de tre forskningsspørsmålene som ble presentert innledningsvis, ønsker jeg i det følgende kapitlet å analysere datamaterialet i lys av teorien som ble lagt fram i kapittel 2. Kapitlet vil bli strukturert på følgende vis. Til å begynne med ønsker jeg å ta for meg det første forskningsspørsmålet, nemlig *Hvilke deler av modelleringsprosessen gjennomgår en gruppe elever fra mellomtrinnet når de skal modellere eget vannforbruk i forbindelse med dusjing?* Dette vil jeg gjøre ved å se på selve gjennomføringen av modelleringsopplegget, for å se hvordan den kan relateres til Blomhøj (2003) sin framstilling av modelleringsprosessen. For å svare på forskningsspørsmål 2: *Hvilke typer knowing kan identifiseres når elevene modellerer eget vannforbruk i forbindelse med dusjing?* følger så en analyse av datamaterialet, der jeg tar for meg de tre fasene nevnt i kapittel 3.2 Datainnsamling; 1) Introduksjonsøkt, 2), Modelleringsøkt og 3) Diskusjonsøkt. Innenfor de tre fasene vil jeg trekke fram utdrag fra transkripsjonene, og analysere disse for å identifisere tegn på mathematical, technological, og reflective knowing. Som nevnt i kapittel 2 er de tre typene knowing en del av den kritisk demokratiske kompetansen og kommer til syne gjennom elevenes refleksjoner. Dette legger grunnlaget for at jeg til slutt ønsker å analysere datamaterialet for å svare på det tredje og siste forskningsspørsmålet, *Kan en modelleringsoppgave om hvor mye vann elevene bruker til å dusje, føre til at elevene viser aspekter av kritisk demokratisk kompetanse?*

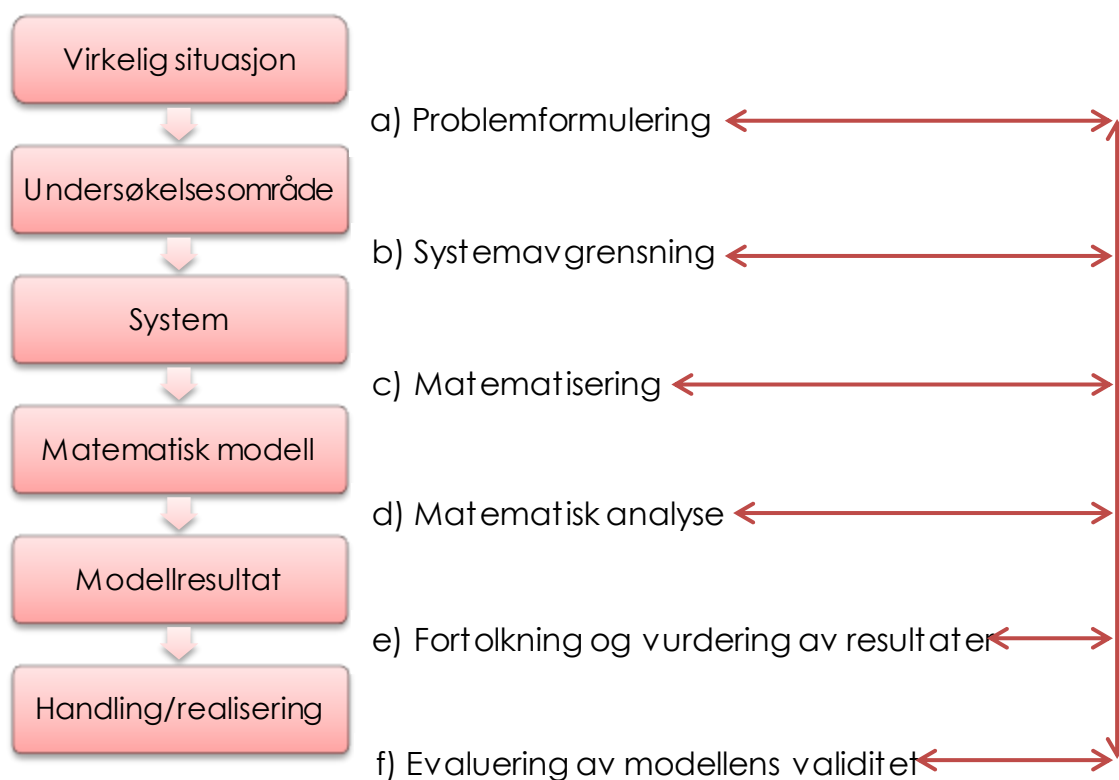
5.1 Modelleringsprosessen

Fokuset som ble formulert for denne oppgaven, nemlig *å identifisere aspekter knyttet til kritisk demokratisk kompetanse når elever på mellomtrinnet jobber med modelleringsoppgave om et tema nær deres virkelighet?* søker å finne svar på hvilke implikasjoner arbeidet med modellering kan ha. Det er derfor essensielt å sette fokus på hvordan gjennomføringen av modelleringsopplegget ble utført i forbindelse med datainnsamlingen. Dette vil bli gjort gjennom å svare på det første forskningsspørsmålet, *Hvilke deler av modelleringsprosessen gjennomgår en gruppe elever fra mellomtrinnet når de skal modellere eget vannforbruk i forbindelse med dusjing?*

Som nevnt i kapittel 2.2.3 Reflective knowing- å være kritisk og reflekterende, har Barbosa (2006) med utgangspunkt i Julie (2002) benyttet tre perspektiv på hvordan modellering kan benyttes. Utrykkene *modellering som innhold, modellering som fartøy og modellering som kritikk*, viser ulike formål med å bruke modellering i skolen. I utgangspunktet for denne

studien, ønsket jeg å ha spesielt fokus på modellering som kritikk, som altså handler om å bruke modellering for å bidra til kritiske refleksjoner rundt matematikken i samfunnet. Jeg ønsket, i likhet med Barbosa (2006, 2009) å se hvordan refleksive diskusjoner kunne oppstå, gjennom å ta utgangspunkt i perspektivet modellering som kritikk. Modelleringsoppgavene skulle ideelt sett framstilles på en sån måte at kritiske dialoger fikk muligheten til å oppstå mellom elevene i arbeidet (Hansen & Hana, 2013).

For svare på forskningsspørsmålet *Hvilke deler av modelleringsprosessen gjennomgår en gruppe elever fra mellomtrinnet når de skal modellere eget vannforbruk i forbindelse med dusjing?* har jeg valgt å analysere datamaterialet ved å ta for meg selve gjennomføringen av modelleringsopplegget. Gjennomføringen blir sett i lys av Blomhøj (2003) sin modelleringsprosess (se figur 1), som ble lagt fram i 2.1.3.1 Blomhøj.



Figur 1 Blomhøj (2003) sin framstilling av modelleringsprosessen

At elevene skulle finne ut hvor mye vann som gikk til dusjing var i utgangspunktet en oppgave som fulgte definisjonen på en modelleringsoppgave. Den tok utgangspunkt i en situasjon fra virkeligheten, som elevene gjennom modelleringen tok med over i den matematiske verden og gjorde om til et matematisk svar. Ved at elevene fikk beskjed om hva oppgaven innebar, hadde selve problemformuleringen av den reelle situasjonen allerede blitt

gjennomført av meg før elevene møtte oppgaven. Elevene startet dermed modelleringsprosessen med et undersøkelsesområde der problemet allerede var definert, nemlig at de skulle finne ut hvor mye vann som går til dusjing.

Prosessen startet med at elevene tok utgangspunkt i problemet, altså at de skulle finne ut hvor mye vann som brukes til dusjing, som er en situasjon som de hadde kjennskap til fra deres egen hverdag. Modelleringsoppgaven var en autentisk situasjon som elevene kunne relatere seg til, noe English (2003) trekker fram som en av fordelene med arbeid med modelleringsoppgaver i skolen. Oppgaven åpner muligheten for å bygge bro mellom den abstrakte matematikkverdenen og en autentisk situasjon fra hverdagen. Ved at elevene skulle arbeide med en situasjon de hadde godt kjennskap til fra hverdagen, tok det ikke lang tid før elevene kom i gang med modelleringsarbeidet. Dette var en av fordelene med at elevene fikk definert et problemområde som de skulle ta utgangspunkt i.

Med utgangspunkt i problemet de hadde fått utdelt, måtte deretter dette undersøkelsesområdet snevres inn. Med henvisning til figur 1 treffer dette det modelleringsstadiet som Blomhøj (2003) kaller systemavgrensning. Her skal problemet avgrensnes, og det må avgjøres hvem vannforbruket skulle regnes ut for. Gjennom at elevene fikk utdelt et skjema de skulle fylle ut, var allerede deler av denne systemavgrensningen utført av meg på forhånd. Grunnen til at skjemaet ble utdelt, tok utgangspunkt i at jeg ønsket at elevene skulle ha et konkret sted å fylle ut resultatene. Det var også en del av at jeg ville legge til rette for at sammenligningen av resultatene i fase 3, skulle bli mest mulig oversiktlig, og på den måten legge forholdene godt til rette for diskusjon. Ved at alle elevgruppene hadde fylt ut samme skjema, kunne elevene lett sammenligne resultatene mellom gruppene, siden skjemaene var identisk oppstilt.

	En person	Trinnet	Skolen
En _____ minutters dusj			
I løpet av en måned (30 dager)			

Figur 5 Skjema for elevenes resultater

I skjemaet stod det oppgitt hvem de skulle undersøke før, samt for hvilken tidsperiode. Som nevnt i kapitlet om teori, påpeker English (2003) at tolkningsprosessen til elevene blir

minimert i arbeid med tradisjonelle tekstoppgaver. I arbeidet ble noe av elevenes tolkningsprosess begrenset, ved at jeg hadde avgrenset hvem vannforbruket skulle regnes ut for. Det var allikevel flere kritiske avgjørelser som fortsatt opp til elevene. Elevene måtte vurdere selv hvor lang dusj de skulle ta utgangspunkt i, samt antall ganger en gjennomsnittlig person dusjet i løpet av en måned. Det var her elevenes systemavgrensing kom til syne ved at de måtte ta denne vurderingen før de skulle arbeide videre.

Den matematiske prosessen c) matematisering i oppstillingen til Blomhøj (2003) begynte allerede i elevenes diskusjoner om hvordan de skulle finne svar på oppgaven. Utdraget nedenfor er hentet fra Gruppe 1, der de blir enige om hvordan de skal løse oppgaven.

Elev 11 At vi kan bruke, kanskje dusjene nede i garderoben, og... [avbrytes av elev 10]

Elev 10 Vi skulle kanskje gjerne hatt en bøtte eller... [ser seg rundt i rommet, oppdager bøttene som står i hjørnet av rommet], ååå... [smiler]

Elev 11 [fortsetter] Hvis det er noe sånn gjennomsnittlig, og så måle hvor mye den slipper ut på et tidspunkt..

Elev 10 Mhm... Hvis den hadde fylt opp en halv vaskebøtte, så hadde vi jo visst hvor mye det var. Da hadde det jo vært 5 liter.

I utdraget kan man se elev 10 og elev 11 diskutere hvordan de skal finne svar på hvor mye vann som går til dusjing. Når elev 11 sier «Hvis det er noe sånn gjennomsnittlig, og så måle hvor mye den slipper ut på et tidspunkt...» viser eleven at de ønsker å løse oppgaven ved hjelp av matematikk, og allerede her begynner elevenes matematisering av situasjonen. Dette viser eleven ved at han velger å benytte seg av matematiske begreper som gjennomsnitt, måling, og tid i sitt utsagn.

Alle fire elevgruppene tok deretter med seg bøttene ned i dusjen for å måle resultatet av en et-minutts dusj, og her fortsatte matematiseringen av problemet. Ved at elevene fikk kvantifisert vannmengden og gjort det om til et tall, tok de med den reelle situasjonen over i matematikkens verden. De hadde nå et tall å ta utgangspunkt i, når de fortsatte matematiseringen ved å regne ut for de ulike delene av skjemaet (se Figur 5 Skjema for elevenes resultatertidligere i avsnittet).

Et viktig steg i modelleringsprosessen er vurderingen av resultatet opp mot situasjonen man tar utgangspunkt i. Ut i fra utsagnene så jeg ved flere anledninger at et par av gruppene vurdere om resultatene de hadde kommet fram til kunne stemme med hva som var reelt. Utdrag fra dette kommer jeg tilbake til i analysen av de ulike fasene. Dette var det derimot ikke alle elevgruppene som gjorde. Punkt d) til f) i stadiemodellen til Blomhøj (2003) kom derfor ikke til syne i alle gruppernes diskusjoner.

Da elevene hadde fylt ut skjemaet, var det noen som ønsket å undersøke med andre faktorer som utgangspunkt. Noen ønsket å regne ut vannforbruket til Bergen, Norge og/eller hele verden, og noen grupper ønsket å regne ut vannforbruket for et helt år. Her viser elevene at de er engasjert i oppgaven, og nysgjerrige etter å undersøke flere ting enn det oppgaven opprinnelig ber om. Ved å gjøre dette, viser elevene også at de beveger seg fritt mellom stadiene. Ved å velge å regne med andre faktorer, beveger de seg tilbake til undersøkelsesområdet, og utfører systemavgrensningen på nytt. De velger seg andre vilkår som skal ligge til grunn for utregningen, og beveger seg på ny mellom stadiene i modelleringsprosessen til Blomhøj (2003).

Som svar på forskningsspørsmålet har dette avsnittet vist hvilke deler av modelleringsprosessen elevene var innovert i arbeidet med å finne ut hvor mye vann de brukte til å dusje. I modelleringsarbeidet ble et problem fra virkeligheten avgrenset og tatt med over i matematikkens verden. Her ble det utviklet en matematisk modell, som noen av elevgruppene evaluerte og vurderte opp mot hva som er reelt.

5.2 Ulike typer knowing

For å svare på forskningsspørsmål 2: *Hvilke typer knowing kan identifiseres når elevene modellerer eget vannforbruk i forbindelse med dusjing?* velger jeg i den følgende delen å benytte meg av Skovsmose (1994) og hans tre typer knowing. Ved å analysere utsagnene til elevgruppene i lys av mathematical, technological og reflective knowing, vil jeg kunne se om elevenes utsagn viser aspekter av kritisk demokratisk kompetanse i arbeidet. Som beskrevet i kapittel 3, har den følgende tabellen blitt utviklet med utgangspunkt i Skovsmose (1994) sine tre typer knowing, samt hans seks refleksjonsnivå. Tabellen vil være utgangspunktet for analysen av elevenes knowing.

<i>Knowing</i>	Hva innebærer det?	Refleksjoner om vannforbruk
Mathematical knowing	<ul style="list-style-type: none"> - Handler om de matematiske aspekter i problemløsningen. - Matematiske ferdigheter, utregninger, bevis og argumentasjon 	<ul style="list-style-type: none"> - Har vi gjort utregningen korrekt? - Var det riktig å gange sammen disse tallene? - Er måten vi har regnet ut på pålitelig?
Technological knowing	<ul style="list-style-type: none"> - Teknikkene for å bygge en matematisk modell. - Anvendelse av matematikken for å nå teknologiske mål 	<ul style="list-style-type: none"> - Betyr rett utregning at vi har funnet ut hvor mye vann vi bruker? - Kan svaret stemme med hvor mye vann vi bruker i virkeligheten? - Måtte vi egentlig bruke matematikk eller kunne vi ha funnet ut hvor mye vann som går til dusjing uten matematikk?
Reflective knowing	<ul style="list-style-type: none"> - Evaluering - Kritisk blikk på matematikkens rolle - Matematikkens formatterende kraft - Konsekvens av ulike matematiske anvendelser 	<ul style="list-style-type: none"> - Hva har resultatene av vårt vannforbruk å si for resten av verden? - Hva er konsekvensene av at vi valgte å finne svaret på hvor mye vann vi bruker på denne måten? - Hvilken rolle spiller resultatet for samfunnet rundt oss?

Figur 6 Knowing

Videre tar jeg for meg gjennomføringa av de tre fasene av datainnsamlingen, og innenfor hver del vil utdrag fra elevenes utsagn analyseres for å se etter de tre typene knowing.

Fase 1: Introduksjonsøkt

Siden fase 1 fungerte mest som en informasjonsøkt der elevene fikk innføring i hva de skulle gjøre de neste dagene, var det lite i denne delen som hadde tilkobling til modelleringsprosessen elevene jobbet med i fase 2 og 3. For å svare på om elevene viser aspekter av kritisk demokratisk kompetanse i arbeidet med en modelleringsoppgave, velger jeg derfor å legge størst fokus på fase 2 og 3 i analysen. Fase 1 var derimot viktig å gjennomføre for gi elevene et innblikk i hva som skulle gjøres, og for å gi en innføring i temaet.

Som nevnt påpekte Barbosa (2010) at mathematical, technological og reflective knowing alle spiller en stor rolle i modelleringsprosessen, men at det ikke alltid vil komme til syne i elevenes diskusjoner. I Fase 1 var dette tilfellet, litt på grunn av øktas natur, og litt fordi dette ikke var hensikten med økta i utgangspunktet. Derimot viste elev 6 indirekte et tegn på den delen av technological knowing, hvor det reflekteres rundt hvorvidt man trenger formell matematikk for å løse oppgaven. I forkant av det kommende utdraget har elevene akkurat fått vite at oppgaven de skal jobbe med går ut på å finne ut hvor mye vann som går med til dusjing.

Elev 1 Hvordan i all verden har du tenkt at vi skal få til å finne ut hvor mye vi bruker i klasserommet, skal vi måle hver gang når vi dusjer og sånn?

Elev 6 To ting... Hvis vi skal måle så er det jo bare å sette inn sånn 12 litermåål ...

Når elev 1 sier «Hvordan i all verden har du tenkt at vi skal få til å finne ut hvor mye vi bruker i klasserommet (...)» kan det tyde på at eleven sliter med å se at oppgaven kan løses ved hjelp av matematikk. Gjennom uttalelsen kan det virke som eleven sliter med å se hvordan man skal finne svar på dette «(...) i klasserommet (...)» Eleven har vanskeligheter med å gå videre til matematiseringen av den reelle situasjonen som de har blitt bedt om å ta utgangspunkt i. Forskning har vist at noen elever kan ha vanskeligheter med å bevege seg mellom de ulike stadiene i modelleringsprosessen (se for eksempel Blum & Borromeo Ferri, 2009), noe det kan virke som er tilfellet her, om man ser på utsagnet til elev 1. På den annen

side kom dette utsagnet tidlig i prosessen, i forkant av inndelingen av elevene i mindre grupper, og før arbeidet egentlig hadde begynt ordentlig, og dette kan også ha spilt inn på elevens forvirring.

I denne lille samtaleutvekslingen mellom elev 1 og elev 6 viser sistnevnte at man egentlig ikke trenger å bruke en formell utregning for å finne svaret. Dette har tilknytning til *technological knowing*, hvor det reflekteres rundt hvorvidt man egentlig trenger å bruke matematikk for å løse oppgaven. Ved at elev 6 sier «Hvis vi skal måle så er det jo bare å sette inn sånn 12 litermål» viser han at i stedet for å regne det ut, kunne man bare ha satt en mengde målebeger inn i dusjen for å måle. Til tross for at eleven ikke direkte reflekterer rundt at man ikke trenger matematikk, viser han allikevel indirekte at det finnes måter å finne svaret på, som ikke krever en formell utregning. Derfor har jeg valgt å ta dette utsagnet med som et eksempel på *technological knowing*.

Fase 2: Modelleringsøkt

I analysen av modelleringsopplegget som ble gjennomført av elevene i fase 2, har jeg valgt meg ut to av elevgruppene som jeg vil fokusere analysen min på. Hvilke to av de fire gruppene som ble valgt var tilfeldig, men dette valget ble tatt for å begrense mengden datamateriale som skulle legges fram i analysen. For tydelig å skille disse to gruppene, vil jeg fra nå av kalle dem henholdsvis Gruppe A og Gruppe B. Jeg vil videre analysere gruppene for seg, for å se hvordan de gjennomførte modelleringen og hvilke typer *knowing* som kunne identifiseres i de to gruppenes arbeid.

Gruppe A

Den første gruppa, Gruppe A, bestod av tre elever, elev 3, elev 7 og elev 9. Etter Gruppe A hadde fått en introduksjon om hva de skulle gjøre, fikk de klarsignal til å sette i gang. Det følgende utdraget viser samtalen i gruppa helt i begynnelsen av utregningene. Her bestemmer elevene seg for at de skal gå ned i garderoben for å begynne å måle.

Elev 9 Det er der dusjene på skolen er. Kan måle hvor mange ganger det er i et trykk.
[viser trykkebevegelse med hånda]

Elev 7 Hvis vi har så så mange minutter, så kan vi ta tiden på hvor mye vann, så lar vi det renne i de minuttene, og ser hvor mye som har kommet.

Elev 9 På et trykk går det så så mye tid og det går så så mye vann.

Elevene er enige om at det er lurt å gå til garderoben for å ta målingene sine, og kommer i utdraget med forslag på hvordan de skal måle. Elev 9 viser, som nevnt i kapittel 4.0 at han tror målingene skal foregå i elev-dusjene, der de har dusjer med trykk-knapp. Når han sier «På et trykk går det så så mye tid og det går så så mye vann» viser han at han i utgangspunktet planla å måle hvor mye vann som går på et trykk. Gruppen er i gang med refleksjoner som handler om hvordan de skal finne svar på oppgaven. I utdraget kan man se at elevene diskuterer hvordan de skal få tak i dataene som trengs for dette, og planlegger hvordan de skal utføre selve målingen. De viser dermed at de er i gang med en matematisering av problemet som oppgaven tar utgangspunkt i. Underveis utveksler de refleksjoner om måten de kan løse dette på, for så å komme fram til en matematisk modell. Dette handler om matematiske aspekter i problemløsningen som de fortsetter videre med. Det er disse matematiske aspektene som tyder på at elevene viser mathematical knowing. Deretter begynner elevene å diskutere seg fram til hvor lang en dusj er. Her må de igjen stoppe og diskutere ulike variabler som kan spille inn på hvor lenge man dusjer.

Elev 3 Det kommer jo an på gutter og jenter, for jentene har jo mer hår å vaske som oftest.

Elev 9 Så de bruker litt lenger tid.

Her kan vi se at elev 3 tar med en variabel som kan være med på å bestemme hvor lang tid kan en dusj kan vare, nemlig kjønn fordi «jentene har jo mer hår å vaske som oftest». Disse er typiske avgjørelser og variabler som man må ta hensyn til når man jobber med matematisk modellering, og det er viktig at elevene viser bevissthet rundt aspekter som kan være med å påvirke resultatene.

Elev 7 Jeg bruker bare 3 minutt på å dusje.

Elev 3 Jeg bruker litt mer...

Elev 7 Hvor lang tid da?

- Elev 3 Ehm, eh, eh. Jeg vet ikke, jeg tar ikke tiden egentlig.
- Elev 7 Det er av og til hvis jeg glemmer meg helt bort, da kan jeg stå der i et kvarter.
- Elev 3 Jeg tror min lengste dusj er en halvtime.
- Elev 9 Jeg vet ikke hvor lang tid jeg bruker...
- Elev 7 Skal vi ta cirka 10 minutter da?
- Elev 9 Ja, fem til ti minutter, det er vel der det pleier å være.
- Elev 7 Sju minutter?
- Elev 3 Ja.

I utdraget ser vi et eksempel på en av de kritiske avgrensningene elevene måtte gjøre før de begynte med selve undersøkelsen. Her ser vi elevene reflektere rundt hvor lang en dusj er, en avgjørelse de må ta før de går ned i dusjene. Her reflekteres det rundt hvilke vilkår de skal velge å bruke for å finne svaret på oppgaven. Her viser elevene aspekter av technological knowing, hvor de diskuterer valgene som ligger bak oppbyggingen av modellen. I utdraget kommer det frem mange variasjoner av hvor lenge elevene dusjer. De nevner at en dusj kan vare alt fra tre minutter til en halv time, og de må derfor bli enige om et tall som kan gjelde flest mulig. Gjennom et kompromiss kommer elevene fram til at en dusj varer i omtrent sju minutter. Deretter velger gruppa å bevege seg ned i dusjen. Det er først da de får vite at de må gjøre målingene i en «vanlig» dusj, og de legger i det følgende en ny plan for hvordan de skal løse oppgaven.

- Elev 9 Å, er det den vi skal bruke?
- A² Ja.
- Elev 7 Men... Vi kan jo ta, vi kan ha dusjen på i ett minutt også gange det med syv.
- Elev 9 Ja, det var lurt, så slipper vi å bruke så mye vann.

² A er valgt som forkortelse for Anna, og brukes i forbindelse med mine utsagn i transkripsjonene.

Når elev 9 sier «Å, er det den vi skal bruke?», viser han til dusjtypen i garderoben jeg har vist de til. Videre kommer elev 7 med et forslag om hvordan de kan løse oppgaven, ved at han sier «Men... Vi kan jo ta, vi kan ha dusjen på i ett minutt også gange det med syv.». I utsagnet påpeker han hvilke matematiske utregninger de må gjøre for å løse oppgaven. Ved å foreslå gangning som fremgangsmåte, diskuteres det rundt det som har med utregninger og matematiske operasjoner å gjøre, noe som kan kobles til mathematical knowing. Mathematical knowing handler som nevnt om det som har med det rene matematiske feltet å gjøre, som vi kan se et eksempel på i elevens utsagn. Ved at elev 9 videre svarer «Ja, det var lurt, så slipper vi å bruke så mye vann» viser han en refleksjon over at det er unødvendig å sløse bort vann ved å la vannet renne lenger enn et minutt. Her uttrykker eleven bevissthet rundt konsekvensene av å bruke mye vann. Dette kan kobles til reflective knowing, ved at eleven påpeker konsekvensene å benytte seg av denne framgangsmåten.

Deretter spyler elevene vannet i bøtta, mens jeg hjelper til med å måle et minutt på en stoppeklokke. De kommer fram til at de bruker omtrent 8 liter vann på en et minutt lang dusj. Med utgangspunkt i at de i de tidligere utdragene har konkludert med at en dusj varer i sju minutter, regner de seg frem til at en dusj krever omtrent 56 liter vann. I det følgende utdraget er elevene i gang med å regne ut hvor mye vann som hadde blitt brukt dersom hele trinnet hadde dusjet i syv minutter.

- Elev 3 Først ...³
- Elev 9 Stykker på trinnet...
- Elev 3 Ja, trinnet ja...
- Elev 9 Da må vi ha 66 gange syv.
- Elev 3 56 ... [retter på elev 9] gange 66.
- Elev 7 Tar vi trinnet nå?
- Elev 9 Ja.
- Elev 7 Hvor mange er vi på trinnet?

³ Tre punktum «...» indikerer at eleven tar en pause i yttingen, eller at eleven drar på ordet før han eller hun fortsetter.

Elev 9 Vi er ca 66 stykker. Men skal vi gange med ... Ja, vi skal jo selvfølgelig gange med liter ja.

Når elev 9 sier «Da må vi ha 66 gange syv», og deretter blir rettet på av elev 3 som sier «56 ... [retter på elev 9] gange 66», er det fokus på selve utregningen, og det diskuteres hvilke tall som skal ganges sammen for å finne ut hvor mye vann som går når hele trinnet skal dusje. I elev 9 sitt utsagn sier eleven at antall stykker på trinnet, altså 66, må ganges med syv. Man kan anta at eleven tenkte man skulle multiplisere med tallet syv, på bakgrunn av de i oppstarten hadde avgjort at en gjennomsnittlig dusj har en varighet på syv minutter. Elev 3 retter på elev 9, og sier at det er heller 56 liter som skal ganges med antallet elever på trinnet, fordi de har funnet ut at det krever 56 liter for en person å ta en dusj á syv minutter. Det er de matematiske utregningene som ligger i fokus for dette utdraget, ved at elevene tar for seg det som har med den rene regningen og matematikken å gjøre, og dette kan plasseres inn under det som kalles mathematical knowing. Mathematical knowing handler, som nevnt i kapittel 2.2.2 Mathemacy, om diskusjoner og refleksjoner som har med den rene matematikken å gjøre.

Stille mens elev 3 regner ut.

Elev 3 Oisann... Og jeg håper jeg har feil... [Eleven skyver arket, der han har regnet ut $66 \cdot 56$ og fått svaret 3696, bort til elev 9]

Elev 9 Kan jeg bare prøve? [Eleven begynner å regne ut $66 \cdot 56$ på arket han også]

Elev 7 Hvor mye blir det?

Elev 9 Skal bare gange her... [indikerer at elev 7 må vente litt, til han er ferdig med å regne ut.]

Elev 9 fortsetter å regne ut mens de andre to snakker med hverandre.

Elev 3 Vi tror det blir...

Elev 7 Tretusensekshundre... [leser opp svaret som elev 3 opprinnelig kom fram til]

Elev 3 Og nittiseks. [=3696]

- Elev 7 Det ... er mye.
- Elev 3 Det må jeg si.
- Elev 9 [elev 9 er nesten ferdig med å regne ut] Tror jeg får samme svaret som deg...
- Elev 3 Har vi?
- Elev 9 Ja, 3696.
- Elev 7 Da må vi gange det med ... Hvor mange var det? 560?
- Elev 3 Vi var 559.

Når elev 3 videre sier «Oisann... Og jeg håper jeg har feil» impliserer han i en overraskende tone at resultatet av utregningen er høyere enn han trodde det skulle bli. Utsagnet kan også vise til en forbauselse over svaret, og at han synes det er mer vann som brukes til dusjing enn han hadde forventet på forhånd. Dette forsterker han ved å si seg enig med elev 7 som sier «Det... er mye». Ved at han håper på at svaret er feil, viser elev 3 samtidig en usikkerhet i om utregningen stemmer, og søker bekræftelse fra de andre på om svaret ble rett regnet ut. Elev 9 velger derfor å forsøke å gjennomføre utregningen selv, for å se om de kommer fram til samme svar. Ved at elevene til slutt regner seg fram til samme svar, får elev 3 bekræftelse på at utregningen stemmer. Med utgangspunkt i utdraget kan det tenkes at elev 3 ikke bare prøver å undersøke om svaret er riktig utført matematisk sett, men at han også reflekterer rundt om utregningen kan stemme med virkeligheten. Med utgangspunkt i tabellen i figur 6 kan denne type refleksjoner plasseres innenfor technological knowing, ved at det reflekteres rundt om resultatet elevene har kommet fram til stemmer med virkeligheten.

Refleksjonene fra utdraget kan også plasseres innenfor det første av stadiene i Skovsmose (1994) sine seks refleksjonsnivå, som ble lagt fram i kapittel 2.0 Teori. I stadiet nevnes refleksjoner som handler om de matematiske aspektene rundt oppgaven. Nedenfor er stadiet repetert.

1. Spørsmål om de matematiske aspektene i problemløsningsprosessen. For å svare på spørsmålene må man bevege seg tilbake i det matematiske feltet, og det blir reflektert rundt hva som har blitt gjort. Dette kan være spørsmål som; har vi gjort utregningen

korrekt? Har vi fulgt algoritmen nøyaktig? Er det noen anna måte vi kan kontrollere om svaret er rett?

Ved at elevene i utdraget ønsker å kontrollere om svaret er riktig, kan man se tydelig kobling til dette refleksjonsnivået. Elevene er usikre på om utregningene er gjort korrekt, og dermed om svaret stemmer. De velger å la elev 9 dobbeltsjekke svaret, ved å gjøre utregningen en gang til. Diskusjonene handler altså om det rene matematiske feltet, og gjennom at elevene sammenligner svarene for å se om utregningene er rett, kan elevenes utsagn på den måten også kobles til mathematical knowing. Videre fortsetter gruppa å reflektere over resultatet de fikk.

Elev 9 Bruker vi virkelig så mye?

Elev 3 Bare vårt trinn..

Elev 7 Over 3000 liter...

Elev 3 På en syv-minutters dusj.

Elev 9 Også gange, vent litt...

Elev 3 Dusj er jo... miljøvennlig... [ironisk tone]

Elev 7 Tror du 3000 liter hadde fylt dette rommet?

Elev 9 Ja, det tror jeg...

Elev 3 Hvis rommet hadde vært tett.

Når elev 9 sier «Bruker vi virkelig så mye?» er det et eksempel på at eleven, i likhet med elev 3 i forrige utdrag, reflekterer over hvorvidt resultatet faktisk kan stemme med mengden vann de bruker i virkeligheten. Dette kan plasseres innenfor technological knowing, ved at eleven reflekterer rundt om resultatet kan være reelt. Ved at elev 7 i enden av utdraget spør om «3000 liter hadde fylt dette rommet» kan det tenkes at eleven prøver å få et fysisk inntrykk av hvor mye 3000 liter er, for å konkretisere resultatet. Ved å fundere over om resultatene kunne fylt volumet av rommet, viser eleven at han ønsker å koble tallet til en konkret størrelse, ved å knytte tallet til noe han kan se visuelt for seg.

Ved at elev 3 sier «Bare vårt trinn» og senere «Dusj er jo... miljøvennlig...» kommer eleven med eksempler på refleksjoner som kan kobles til reflective knowing. Eleven reflekterer rundt konsekvensene av deres vannforbruk. I skjemaet står reflective knowing eksemplifisert med «Hva har resultatene av vårt vannforbruk å si for resten av verden?». Ved at eleven tenker på at dette «bare» er deres trinn, viser han refleksjoner rundt at det er flere enn bare deres trinn som dusjer. Gjennom å påpeke i en ironisk tone at «Dusj er jo... miljøvennlig» viser eleven at han tenker konsekvensen av at vannforbruket på trinnet er så stort som det er. Koblingen av resultatene fra eget vannforbruk til miljøet viser at eleven klarer å se forbi regningen som foregår i klasserommet, og koble resultatene til den virkelige verden. Han kobler matematikkresultatene til samfunnet, og viser i utsagnet et tegn på reflective knowing.

Elevene viser i utdraget en forbauselse over resultatene. De framstår som overrasket over den vannmengden som de har kommet fram til at kreves for at hele trinnet skal dusje. Når elev 7 spør «Tror du 3000 liter hadde fylt dette rommet?», viser eleven en nysgjerrighet til temaet, ved at han ønsker å undersøke noe som ligger utenfor den opprinnelige oppgaven elevene arbeidet med. Videre, da elevene fikk beskjed om at de kunne undersøke volumet av rommet dersom de ville, kom elev 3 med forslag om å utsette dette slik at alle gruppene kunne være med.

A Dere kan regne det ut volumet hvis dere vil?

Elev 3 Vi kan jo gjøre det sammen da, som en sånn gruppeting med alle.

I fase 3 ble dette fulgt opp, ved at alle elevgruppene gikk sammen og regnet ut volumet av rommet. Dette kommer jeg tilbake til i gjennomgangen av fase 3. Videre regnet gruppa raskt ut hvor mye vann skolen brukte, og fylte resultatet inn i rett rubrikk i skjemaet. Deretter begynte de på delen av skjemaet hvor antall dusjer i måneden måtte avgjøres, og deretter regnes ut for en person, skolen og trinnet.

Elev 7 Vi må finne ut hvor mange ganger vi dusjer i måneden ... først.

Elev 3 Åja, hva ... Hvor ...

Elev 7 Det varierer veldig. Hvis du går på trening hver dag, så dusjer du nesten hver dag...

- Elev 9 Jeg går cirka på trening to ganger i uken.
- Elev 7 Jeg går på trening hver dag i uken.
- Elev 3 Jeg går fire ganger i uken eller, ikke i helgene da.
- Elev 7 Jeg går hver dag i uken.
- Elev 3 Men det er jo noen som dusjer etter fysak på fredagen. Trener du på lørdager også?
- Elev 7 Ja.
- Elev 9 Skal vi se, i må ...[begynner å si «i måneden»] Tror det er folk som sier at man bør dusje annenhver dag, eller hver tredje dag. Så hvis vi tar å ganger...
- Elev 7 Tror vi tar annenhver dag.
- Elev 3 Annenhver dag er sikkert mest vanlig, siden det er jo mange som trener mye...
- Elev 7 Ja.
- Elev 9 Ja ... Annenhver dag i måneden, det blir femten?
- Elev 3 Femten ganger syv da.

Gjennom utdraget i diskusjonen kan man se elevene diskutere hvor mange ganger man dusjer i løpet av måneden. I likhet med et tidligere utdrag blir det også her diskutert hvilke vilkår som skal ligge til grunn for utregningene. Dette er kritiske refleksjoner som kan kobles til technological knowing, fordi valgene som ligger bak oppbygningen av modellen blir diskutert. Her er det flere kritiske avgrensninger elevene må gjøre. Det er variasjon i hvor mange ganger elevene dusjer innad i gruppa, og i utdraget ser man at elevene begynner resonnementet med å ta utgangspunkt i antall ganger de trener i løpet av en uke. Ved at elev 9 sier: «Skal vi se, vi må... Tror det er folk som sier at man bør dusje annenhver dag, eller hver tredje dag. Så hvis vi tar å ganger...» kobler han oppgave til noe han har hørt er vanlig, og elevene avgjør på den måten hva som kan være reelt for flere. Når elev 3 legger fram forslaget om at de må regne «Femten ganger syv (...)» har eleven tatt utgangspunkt i at det blir dusjet annenhver dag av månedens 30 dager, som blir 15. Ved at han sier at 15 må ganges med syv, viser han til avgjørelsen gruppen har tatt om at en gjennomsnittlig dusj varer i syv minutter.

For å komme fram til hvor mange liter vann som går til dusjing i løpet av 30 dager, måtte 15 ganges med 56 liter, ikke syv minutter. Dette kom elevene sammen fram i samtalen som fulgte etter utdraget og de fortsatte å regne videre. Når elevene hadde regnet ut alle svarene som skulle fylles ut i skjemaet, ble elevene spurt om hva de synes om resultatene så langt.

- A Er dere overraska over at det ble så store tall?
- Elev 7 Ja.
- Elev 9 [nikker og smiler] Men det er jo kanskje ikke at 7 minutt dusjer alle like mye, så det kan ... vise seg å være mindre.
- Elev 7 Jeg har aldri tenkt på ... at det ikke er lurt å ...
- Elev 3 Dusje?
- Elev 9 Så lenge?
- Elev 7 Ja, eller, [ler forsiktig] å bruke så mye vann. For man bruker jo veldig mye vann..
- Elev 9 Du tenker jo egentlig aldri skikkelig over det..
- Elev 3 Jeg ble først overrasket når vi så det ble 8 liter på 1 minutt dusj. Men da tenkte jeg jo at det kom til å bli store tall.

Når elev 9 sier «Men det er jo kanskje ikke at 7 minutt dusjer alle like mye, så det kan ... vise seg å være mindre» kan utsagnet plasseres innenfor technological knowing, ved at eleven tenker på vilkårene de har valgt å basere seg på i utregningen, og vurderer om resultatene de har kommet fram til kan stemme med virkeligheten. Senere viser elev 7 et eksempel på reflective knowing, ved at han sier at han aldri har tenkt på at det ikke er lurt å bruke så mye vann. Her viser eleven at han ser på resultatene fra sitt eget vannforbruk. Ved at han sier at det «ikke er lurt» viser det en refleksjon over resultatene sett i det større bildet. Deler av utdraget kan også ses på som et eksempel på det Skovsmose (1994) kaller matematikkens formatterende kraft, som ble nevnt i kapittel 2.2 Kritisk demokratisk kompetanse. Når elev 7 videre sier at «For man bruker jo veldig mye vann», og videre får svar av elev 9 i at han sier «Du tenker jo aldri skikkelig over det» kan det tenkes at de har fått et endret syn på eget og

andres vannforbruk av å arbeide med modelleringsoppgaven. Elevene uttaler seg om at de ble overrasket når de kvantifiserte vannforbruket sitt for en dusj slik som elev 3 sier «Jeg ble først overrasket når vi så det ble 8 liter på 1 minutt dusj». Refleksjoner som omhandler hva resultatene har å si for samfunnet kom også til syne i elevenes siste og avsluttende utsagn før timen var over.

- Elev 3 Oi, tenk om man skulle regnet hele Norge... Skummelt
- Elev 9 Det er jo en haug med vann folk bruker...
- Elev 3 Nå må jeg bare... [tar arket og ser på tallene]
- Elev 9 Så hele Norge kan bruke en haug med vann. Tenk hva hele verden bruker.
- Elev 3 Nå skal jeg gå og si dette til vennene mine. I am going to tell all my friends.
- Elev 7 Tror jeg husker det, 470 000...
- Elev 3 56 liter på en 7 minutters dusj for 1 person. [sitter med store øyne]

Det er flere av utsagnene i utdraget som kan plasseres innenfor kategorien *reflective knowing*. Elevene viser en refleksjon rundt resultatene og forundrer seg over hvor store tall de ville fått dersom de hadde regnet ut vannforbruket for Norge og hele verden. Gjennom utsagnene viser elevene at de klarer å generalisere resultatene sine, og forstår at dersom de selv bruker vannmengden lik resultatene de sitter med, så må i så fall hele verden bruke veldig mye. Her viser elevene at de nå klarer å se kritisk på noe så enkelt som dusjing, som de ofte gjør uten å tenke så mye over det i hverdagen. Ved å sette tall på vannforbruket er de i stand til å konkretisere og se det for seg hvor mye vann som blir brukt, «en haug med vann». Elev 3 sitter med store øyne og tenker over «56 liter på en 7 minutters dusj for en person». Når han sier «Nå skal jeg gå og si dette til vennene mine», viser eleven et ønske om å skape en endring, ved at han vil fortelle hva de har funnet ut til alle vennene sine.

Gruppe B

Så var det Gruppe B sin tur til å få gjennomføre modelleringen. Gruppen bestod av tre elever, elev 2, elev 4 og elev 5. Det lille samtaleutdraget som følger, viser en bit av samtalen mellom elevene på gruppen, der de har begynt arbeidet med å finne hvor mye vann som går til

dusjing. I utdraget holder de på med diskusjonen med å avgjøre hvor lang varighet en gjennomsnittlig dusj har.

Elev 2 Okei, hvor lenge dusjer vi?

Elev 5 Fem minutter ca. Eller fem til ti.

Elev 2 Vi kan si ti minutter da?

Elev 5 Ja.

Elev 2 Det varierer fra person til person, noen dusjer i en halvtime sikkert, også dusjer noen i to minutter...

A Hvordan vil dere finne ut av dette her da?

Elev 2 Kanskje måle hvor mye vann som brukes i løpet av en dag på dusjing.

A Skal vi gå ned i garderoben da? Har dere en plan for hva dere skal der nede?

Elev 2 Vi kan kanskje måle i et minutt og gange med ti?

Utsagnet til elev 2 «Det varierer jo fra person til person ...» viser at han kan reflektere over at utregningen ikke kan stemme for alle. Dette kan plasseres innenfor technological knowing, fordi eleven diskuterer om hvorvidt framgangsmåten fører de til et svar som stemmer overens med virkeligheten. Ved at eleven videre sier «(...) noen dusjer i en halvtime sikkert, også dusjer noen i to minutter», kommer han med to eksempler for å støtte opp første del av utsagnet, og underbygger dermed at det varierer fra person til person.

I utdraget kan man se at elevene velger samme framgangsmåte som gruppe A. Elevene ønsker å ta turen ned i garderoben for å utføre målingene sine. Der ønsker de å ta utgangspunkt i vannmengden som kommer i løpet av ett minutt, og deretter å multiplisere resultatet med varigheten de har valgt på en gjennomsnittlig dusj, nemlig ti. Elevene beveger seg ned i dusjgarderoben, spylor vann fra dusjen ned i en bøtte i et minutt, og leser av at svaret blir 9,5 liter. På vei opp igjen til grupperommet mens kameraet var slått av, sa elev 2 noe som han ble bedt om å gjenta når kameraet ble slått på igjen.

- A Kan ikke du si det en gang til hva du sa på vei opp, elev 2?
- Elev 2 At det ekstremt mye når en person bruker 95 liter på en dusj ...
- A Ja (...) også sa du noe om hva som var miljøvennlig?
- Elev 2 Ja, at kanskje de dusjene i garderoben er mer miljøvennlig fordi det kommer mindre ut og man må trykke på en knapp for at det skal komme mer vann.
- Elev 4 Også stopper det ofte.
- A Det er jo et poeng... Det går jo tydeligvis en del liter.
- Elev 2 Man trenger jo sikkert bare å dusje i et minutt da. Og kanskje to minutter hvis man vasker håret. Da bruker man 18-19 liter...

I utdraget har elevene allerede regnet seg fram til at det går 95 liter på en timinutters dusj, ved å gange de 9,5 literne de fikk på et minutt med ti. Når elev 2 sier «At det ekstremt mye når en person bruker 95 liter på en dusj», viser han allerede en forbauselse over resultatene.

I utsagnet til elev 2 «Ja, at kanskje de dusjene i garderoben er mer miljøvennlig fordi det kommer mindre ut og man må trykke på en knapp for at det skal komme mer vann» tolker jeg det som at han mener at dusjene i elevgarderoben med trykknapp er mer miljøvennlig enn dusjen de tok målingene sine i.

I utsagnet viser eleven tegn på både technological og reflective knowing. Skillet mellom technological knowing og reflective knowing er som nevnt ikke alltid like tydelig. Ved at eleven gjør koblingen med at det vil være forskjell på resultatene ut fra hvilken type dusj man benytter, viser han for eksempel tegn på technological knowing. Innenfor technological knowing diskuteres vilkårene som er valgt til grunnlag for utregningen av modellen, og her er dusj-typen variabelen som kan endre resultatet. Samtidig kan utsagnet passe innenfor reflective knowing fordi eleven ser konsekvensene resultatene deres har for samfunnet og miljøet. Refleksjonen begrunnes ved at det i elevgarderobene er dusj med trykknapp, slik at det er mindre vann som kommer om gangen.

I forkant av det neste utdraget, har elevene regnet ut hvor mye vann hele trinnet bruker på å ta en dusj. Elevene ba så om å få se på listen over hvor mye vann de ulike varene krevde for å produseres (se Vedlegg 2: Tabell over ulike varer sitt vannforbruk), fordi de ønsket å sammenligne tallene i tabellen med sine egne resultater. Listen det er snakk om, er listen over

vannfotavtrykket til ulike varer som produseres (blant tingene på listen var jeans, stål, bil, brødslike, egg, kjøtt og t-skjorte)

Elev 5 Et par jeans trenger jo mer vann enn når 64 personer trenger for å dusje...

Elev 4 Det er jo litt utrolig.

Elev 2 Så ...

Elev 5 Et par jeans ...

Elevene ble først overrasket over mengden vann som gikk med til at hele trinnet tok en dusj. At det derimot kreves enda mer vann for å lage kun en jeans, kom overraskende på denne gruppa. At de her kobler resultatene de har kommet fram til opp mot en større sammenheng, gjør at jeg plasserer dette utdraget innenfor reflective knowing. Det å kunne diskutere matematiske modeller, og matematikkens rolle i samfunnet, drar som nevnt Barbosa (2010) fram som mål med å arbeide med modellering, og han nevner reflective knowing som en måte å oppnå det på. Her knytter elevene på gruppa resultatene fra eget vannforbruk opp mot vannforbruket til en jeans, og sammenligner tallene. De viste derfor evnen til å se matematikkresultatene i en større sammenheng, ved å se vannforbruket opp mot noe annet i samfunnet.

Elevene på denne gruppa klarte å se resultatene sine opp mot en større sammenheng senere i arbeidet også. I utsagnet nedenfor diskuterer de igjen resultatene fra hele trinnet.

Elev 2 Så hver gang vi dusjer i garderoben så etter ... Assa hver mandag så bruker skolen så mye vann på at vi har gym? [måper]... Pluss at vi fyller drikkeflaskene våre og sånn...

Elev 4 Det er noen i garderoben vår som bare går inn i dusjen, står der i 0,1 sekund og hopper ut igjen.

Elev 2 Bra, der er jo miljøvennlig.

Elev 4 Ja, men den skrur seg ikke av dusjen ...

Utdraget ovenfor viser at elev 2 ser resultatene fra hele trinnets vannforbruk opp mot hva det har å si for miljøet. I det første utsagnet til elev 2 viser eleven en forbauselse over at elevene bruker så mye vann hver gang trinnet dusjer. Når eleven sier «(...) Pluss at vi fyller drikkeflaskene våre og sånn» viser eleven en refleksjon rundt faktumet at det ikke bare er i forbindelse med dusjing det brukes vann, men at vannforbruket også består av andre deler. Som kommentar til elev 4 sitt utsagn «det er noen i garderoben vår som bare går inn i dusjen, står der i 0,1 sekund og hopper ut igjen», svarer elev 2 at det er bra, fordi det er miljøvennlig. Dette viser at eleven tenker på de større konsekvensene av vannforbruket som går til dusjing. Han indikerer at han tenker at dess mindre vann man bruker, jo mer miljøvennlig er det. At han tenker reflekterende rundt konsekvensene av vannforbruket, viser at dette passer inn under reflective knowing. Samtidig viser også elev 4 en refleksjon rundt kommentaren fra elev 2. Ved å si «Ja, men den skrur seg ikke av dusjen» viser eleven en refleksjon rundt faktumet at selv om noen velger bare å dusje i «0,1 sekund», vil vannforbruket fortsatt være like stort. Her viser han til dusjene i elevgarderoben, der det er dusjer av typen man trykker på, og vannet renner kontinuerlig i et gitt tidsintervall. Her vil derfor ikke en kort dusj ha noe betydning, fordi vannet allikevel vil fortsette å renne til tidsintervallet på trykket er over.

Elevene på gruppa fortsetter utregningen som trengs for å fylle ut skjemaet. De har nå kommet til punktet hvor de skal regne ut hvor mye vann som går med til dusjing i løpet av en måned, og diskuterer hvor mange ganger man dusjer i løpet av måneden. Først forteller hver enkelt på gruppa hvor mange ganger i uken de dusjer. Ut i fra dette regner de kjapt ut gjennomsnittet, og bestemmer at de skal ta utgangspunkt i fem dager i uken videre i utregningen:

Elev 2 Da sier vi fem dager i uka.

Elev 2 Og det er fire uker i en måned, og det er det to dager man ikke dusjer i uken, og da blir det 8 dager, og 30 minus 8 er 22... Da blir det 22 ganger 95.

Da elev 2 ble spurt om å utdype hvordan han kom fram til at det ble 22 dager i måneden, svarte eleven følgende.

Elev 2 Fordi at ... Eh, jeg fant gjennomsnittlig dager, da var det $7+3+5$, det blir 15 også delte jeg på 3 siden vi er tre stykker og det blir fem, og da er det to dager

vi ikke dusjer i uka, og ganget fire det blir åtte, og åtte minus 30 det blir 22 ...

Elevenes diskusjon i utdragene over handler om det rent matematiske, og kan derfor plasseres innenfor mathematical knowing. Særlig i det sistnevnte utsagnet til elev 2, forklarer han den matematiske tankegangen som ligger valget om å regne med 22 ganger i måneden. Ved å se tilbake på skjemaet i begynnelsen av kapittelet, kan man se at slik matematisk diskusjon passer innenfor mathematical knowing, fordi det handler om den matematiske tankegangen som ligger bak utregningen. Han bruker matematiske begreper som for eksempel gjennomsnitt for å argumentere for valgene. Etter hvert som elevene regner seg videre, kommer de fram til at svaret blir 2090 liter.

Elev 5 Så 2090.

Elev 2 Så... Det der bruker en person i gjennomsnitt i uken [*mener måneden*]. Du bruker litt mer [peker på elev 4] og jeg bruker litt mindre.

Med at elev 2 sier «(...) en person i gjennomsnitt i uken» viser han at resultatene kun er regnet ut basert på et gjennomsnittlig antall dusjer i måneden. Han viser dermed at resultatet hadde blitt 2090 dersom alle hadde dusjet like mye. I den andre delen av utsagnet når han sier «Du bruker litt mer [peker på elev 4] og jeg bruker litt mindre» viser eleven forståelse for gjennomsnittsbegrepet, ved å forklare at han selv dusjer litt mer enn gjennomsnittet de har kommet fram til, og elev 4 dusjer litt mer. Fra et av de tidligere utdragene kan man se at elev 2 dusjer 3 ganger i uken, og elev 4 dusjer 7 dager i uken. Dermed kan man i utdraget ovenfor se at elev 2 antyder at selv om de har gjort utregningen rett, så gjelder ikke nødvendigvis resultatene for alle. Ved å se tilbake på tabellen i begynnelsen av kapittelet, kan man se at dette utdraget kan plasseres under technological knowing, fordi det handler om matematikken som er anvendt for å komme fram til resultatene. Utsagnet passer også innenfor det tredje av refleksjonsnivåene til Skovsmose (1994), som handler om refleksjoner rundt påliteligheten til resultatene, hvor det diskuteres om hvorvidt resultatet bør stoles på, til tross for at utregningene er riktig utført. I utsagnet tar han for seg påliteligheten til gruppas resultater, ved å påpeke at det bare er et gjennomsnittlig svar de har kommet fram til. Gjennom å være bevisst på hva utregning av gjennomsnitt innebærer, viser han at han vet at svaret ikke nødvendigvis gjelder akkurat seg selv og elev 4. Det blir dermed også reflektert om hvorvidt vannmengden fra utregningene stemmer med virkeligheten. Utsagnene viser bevisstheten om

at det vil være variasjon fra person til person, og at vilkårene de har valgt å regne med utelukkende gir et gjennomsnittlig inntrykk av vannforbruket til gjennomsnittet.

Når elevene på gruppa hadde regnet og fylt ut alle rubrikkene i skjemaet de hadde fått utdelt, var Gruppe B en av de gruppene som ønsket å regne ut dusj-vannforbruket i en større grad. I forkant av utdraget nedenfor har elevene regnet ut hvor mye vann som går med dersom hele Bergen hadde tatt en dusj.

Elev 4 Hvis du tar med hele Norge tror jeg det blir mer enn en milliard.

Elev 5 Det blir kanskje tolv-tretten milliarder.

Elev 2 Tenk hvis hele verden hadde brukt så mye vann...

Elev 5 Da hadde det blitt veldig lite.

Elev 4 Hvis hele verden hadde vært 55 ... Eller ...

Elev 5 Bare ti ganger så mye som mennesker på jorden.

A Dette er jo bare dusjing ...

Elev 2 Åneiii...

Elev 4 Bye bye world...

I utdraget over vises nok et eksempel på reflective knowing hos elevene på gruppa. Elevene greier å se matematikken som noe mer enn det som skjer i klasserommet. Dette viser elevene i utdraget, ved at de innser at vannforbruket hadde blitt veldig høyt, dersom hele Norge og hele verden hadde brukt like mye vann som elevene selv bruker, i forbindelse med dusjing. Ved at elev 2 sier «tenk hvis hele verden hadde brukt så mye vann» viser han en refleksjon rundt vannforbruket, og at dersom hele verden hadde brukt like mye så ville det gått med store mengder vann. Med tanke på at eleven sier «tenk hvis» viser eleven at han er klar over at alle i verden ikke bruker like mye i forbindelse med dusjing, men at det ville vært høyt forbruk dersom det faktisk hadde vært slik. Ved at elev 5 svarer, «Bare ti ganger så mye som mennesker på jorden» viser elevene evnen til å koble resultatene opp mot antall mennesker på jorda, og viser her en refleksjon rundt resultatene. Når elev 4 passende nok avslutter utdraget (og for øvrig hele regnearbeidet i fasen) med å si «Bye bye world», indikerer han på

dramatisk vis hvor stort han synes vannforbruket er, og samtidig hvor alvorlig et for stort vannforbruk kan være.

Fase 3: Diskusjonsøkt

Som nevnt ble diskusjonsøkta gjennomført for at elevene skulle ha muligheten til å få sammenligne resultatene sine. Etter å ha gått igjennom hver gruppe sine resultater fra modelleringsoppgaven, fikk elevene denne tabellen foran seg (se figur 7), som viste en oversikt over alle gruppene sine resultater. Uthevet med fet skrift er de valgene de ulike gruppene tok for å gjøre utregningene i rubrikkene i tabellen.

Gruppe 1	1 person	Trinnet (66 elever)	Skolen (600 elever)
En 10 minutters dusj	70 liter	4620 liter	42 000 liter
I løpet av 30 dager: 16 ganger	1120 liter	73 920 liter	672 000 liter
Gruppe 2	1 person	Trinnet (66 elever)	Skolen (559 elever)
En 7 minutters dusj	56 liter	3 696 liter	31 304 liter
I løpet av 30 dager: 15 ganger	840 liter	55 440 liter	469 560 liter
Gruppe 3	1 person	Trinnet (64 elever)	Skolen (559 elever)
En 10 minutters dusj	95 liter	6080 liter	53 105 liter
I løpet av 30 dager: 22 ganger	2090 liter	133 760 liter	1 168 310 liter
Gruppe 4	1 person	Trinnet (66 elever)	Skolen (600 elever)
En 10 minutters dusj	95 liter	6270 liter	57 000 liter
I løpet av 30 dager: 12 ganger	1140 liter	75 240 liter	648 000 liter

Figur 7 Tabell over elevenes modelleringsresultater

Etter elevene hadde fått noen minutter til å studere tabellen, ble elevene spurt om det var noe spesielt de la merke til når de så på resultatene.

Elev 3 Hele skolen, eller gruppe tre, 30 dager, hele skolen.

Elev 14 Det er jo ikke alle på skolen som dusjer 22 ganger på en måned.

A Nei, det er sant, hvilke andre faktorer kan ha påvirket at vi får litt forskjellige tall?

Elev 2 Gruppe 3, vi har jo tatt 64 på trinnet, mens de andre har tatt 66, det kan jo påvirke litt.

A Ja, absolutt. Andre ting?

Elev 1 Gruppe to og tre har bare ganget med 559 [elever på skolen], mens vi har tatt 600, så da får vi jo 41 poeng mer eller noe sånn.

Elev 3 Hvor mange ganger vi valgte å si at folk dusjet i måneden.

Elev 9 Hvor mange minutter.

A Ja.

Elev 2 Gruppe 1 og 4 har egentlig ganske like tall.

Når elev 3 sier «Hele skolen, eller gruppe tre, 30 dager, hele skolen», viser eleven til at resultatene til gruppe 3, hvor de har regnet ut at hele skolen bruker 1 168 310 liter i løpet av en måned, skiller seg ut fra de andre resultatene i skjemaet. Elev 14 påpeker da videre hva som kan være grunnen til at tallet har blitt så høyt, når han sier at «Det er jo ikke alle på skolen som dusjer 22 ganger på en måned». Ved at elev 14 sier dette, påpeker han at grunnlaget som gruppe 3 har valgt for utregningene, ikke stemmer for alle. Han viser til et av kriteriene gruppen har valgt i utregningen, som har ført til at resultatene er ulike. Dette kan kobles til technological knowing, fordi eleven her viser at han kan reflektere rundt vilkårene som ligger bak utregningene. Utsagn som dette viser en bevissthet rundt at resultatene ikke nødvendigvis er helt reelle, selv om utregningene er riktig utført, noe som kjennetegner utsagn innenfor technological knowing.

Ved at elevene blir spurt om andre faktorer som kan ha påvirket resultatene, svarer elev 2 med at «Vi har jo tatt 64 på trinnet, mens de andre har tatt 66, det kan jo påvirke litt», og viser her til at de ulike gruppene har valgt å bruke ulikt antall elever på trinnet. Dette bidrar også flere av de andre elevene med, for eksempel når elev 1 påpeker at gruppene har regnet med ulikt antall elever på skolen. Gruppe to har regnet med 559 elever mens hans egen gruppe har valgt å regne med 600 elever. Videre føyer elev 3 til at «Hvor mange ganger vi valgte å si at folk dusjet i løpet av måneden», og elev 9 foreslår at lengden gruppene har valgt på en dusj, også kan ha påvirket svaret. I utdraget kan man se elevene diskutere forskjellene mellom svarene hos de ulike gruppene. De diskuterer også hvilke valg som ligger bak utregningene, som har ført til at de ulike gruppene har like eller ulike svar. I likhet med i det forrige avsnittet, viser elevene her technological knowing, ved at elevene sammenligner resultatene, og viser bevissthet rundt de aspektene av utregningene som bidrar til ulikheter mellom gruppene.

Videre valgte jeg nok en gang å finne fram lista som viste hvor mye vann ulike varer krever for å bli produsert (se Vedlegg 2: Tabell over ulike varer sitt vannforbruk), slik at elevene nå fikk muligheten til å diskutere tallene på lista opp mot egne resultater. I fase 1 fikk de vite at et kilogram med biff krever 20 000 liter vann for å kunne produseres. Dette diskuterer de nå opp mot resultatene fra vannforbruket for elevene på trinnet.

Elev 1 Det betyr jo at hvis egentlig så er biffen, bruker biffen mer vann.

Elev 14 Hvis vi tar alle elevene ...

Elev 8 Det betyr jo at vi burde spise mindre kjøtt.

A Det er absolutt mange som mener det ja.

Elev 1 Men hvis vi slutter å spise kjøtt ... eller,

Elev 8 Spiser mindre...

Elev 1 Ja, hvis vi spiser mindre kjøtt så produserer jo også kjøtt, nei, eller meieriene, hva heter det, nei, det er melk og smør det ... Kjøtteriet.

A Kjøttindustrien.

Elev 1 Ja, da må kjøttindustrien slutte, nei produsere mindre kjøtt også ... La kua leve!

Når elev 1 sier «Det betyr jo at hvis egentlig så er biffen, bruker biffen mer vann.», har han sammenlignet resultatet fra vannforbruket til hele trinnet opp mot hvor mye vann som kreves for å produsere en kilo med biff. Han forstår at biffen bruker mer vann enn alle elevene på trinnet for å dusje, noe som bidrar til at elev 8 konkluderer med at man bør spise mindre biff. Dette argumenterer elev 1 videre for, ved at han viser forståelse for at dersom man spiser mindre kjøtt, må også produksjonen gå ned. Dette er et reflektert utsagn som viser at eleven skjønner koblingen mellom tilbud og etterspørsel, altså at produksjonen av varer styres av hva kundene kjøper. Gjennom at elevene tar utgangspunkt i resultatene fra dusjingen, greier de ut fra disse å diskutere aspekter rundt kjøttproduksjonen. Her viser elevene tegn på reflective knowing. Reflective knowing kjennetegnes altså ved at man ser konsekvensen av ulike matematiske anvendelser, samt at man kan se på matematikken og dens resultater opp mot samfunnet. Elevene viser altså reflective knowing i utsagnet over, fordi de greier å se forbi de matematiske utregningene sine, og benytte seg av disse for å se konsekvensene av en kritisk situasjon i samfunnet. De reflekterer rundt hva har resultatene av deres vannforbruk å si for resten av verden, og hva slags rolle resultatet spiller i samfunnet rundt dem. Elevenes kobling av egne resultater til kjøttproduksjonen i samfunnet viser reflective knowing.

Man kan altså se at elevene i utdraget diskuterer resultatene fra eget vannforbruk opp mot produksjonen av biff og kjøtt. Her mener jeg også at man kan indentifisere tegn på matematikkens formatterende kraft i elevenes utsagn. Som nevnt i teorikapittelet handler dette om at matematikkens evne til å endre holdninger og forståelsen av verden rundt oss. Det er altså en viktig del av matematikkopplæringen å gjøre elevene bevisst, og reflektere rundt påvirkningen matematikken har på oss. Matematikkens formatterende kraft er nært knyttet til reflective knowing. Dette er fordi elevens refleksjoner rundt konsekvenser, og matematikkens rolle i samfunnet, er et av stedene der matematikkens formatterende kraft kommer til syne. Gjennom at elevene som nevnt viser reflective knowing, kan matematikken bidra til at de ser annerledes på verden de er omgitt av, og ser kritisk på matematikkens rolle.

I utdraget ser man at eleven altså har brukt matematikkresultatene til å forstå at dersom man skal få minsket vannforbruket fra kjøttproduksjonen, må man spise mindre biff, slik at mindre produseres. Her kan man se et eksempel på hvordan matematikken kan ha bidratt til å endre

holdninger og meninger. Dette er det elev 1 som gir uttrykk for, når han sier «Ja, da må kjøttindustrien slutte, nei produsere mindre kjøtt også ...». I utdraget viser også elevene at de reflekterer over konsekvensene, og ønsker å ta i et tak og gjøre noe for å skape en endring. Diskusjonen viser at elevene ser hva som kan gjøres av dem som samfunnsborgere for å minske kjøttproduksjonen og vannforbruket.

Videre diskuterer elevene konsekvensene av resultatene, og planlegger hvordan de kan ta ansvar og gjøre en endring i menneskers vannforbruk.

Elev 1 Jeg snakket på å sende brev til statsministeren, jeg skal det. Vi burde skrevet et brev om hva vi syns om at vi bruker så mye vann, og så få rektor og alle på skolen til å underskrive, og så sende det til statsministeren.

Elev 3 Også legge oppi 100 kr for å bestikke de...

Elev 2 Men kan vi ikke bare skrive et sånn brev? Også få med de som er interessert på skolen?

A Jo, det syns jeg absolutt dere kan gjøre.

Når elev 1 foreslår at elevene kan sende et brev til statsministeren, viser eleven gode refleksjoner rundt eget vannforbruk og viser at han ser konsekvensene av at vannforbruket til elevene er så stort. Ved å forsøke å få med rektor og «(...) de som er interessert» på skolen, viser eleven et engasjement for oppgaven, ved at de må gjøre noe aktivt for å endre vannforbruket. Her har arbeidet med modelleringsoppgaven om dusjing lagt til rette for at de har blitt opplyst om eget og andres vannforbruk, og at noe må gjøres. Dette ønsker de å gjøre ved å ta saken videre til noen som er i en posisjon til å gjøre noe med det, nemlig statsministeren.

Elevene viser her reflective knowing, ved at de er bevisst på konsekvensene resultatene de har kommet fram til fører med seg. Ved at de tar utgangspunkt i noe så hverdagslig som hvor mye vann som går til dusjing, får de her vist evnen til å reflektere forbi utregningene som skjer i klasserommet, og de viser at dette gjelder noe større enn bare vannforbruket nede i dusjen i garderoben på skolen. De ser at dersom deres eget vannforbruk i dusjen er såpass stort, så betyr dette kollektivt sett at vannforbruket til for eksempel hele Norge er svært høyt. Elevene

ønsker å viderefremde til menneskene rundt seg hva de har funnet ut, fordi de ser at noe kan og bør gjøres.

I utdraget over kan man se at elevene ønsker å få til en endring, noe som også kan knyttes til evnen matematikken har til å bevisstgjøre og opplyse. Gjennom elevenes reflective knowing ser vi eksempel på det Skovsmose (1994) kaller *empowerment*. Her viser elevene at deres meninger kan gjøre en forskjell, slik Skovsmose (1994) som nevnt framhever som et viktig mål med å lære matematikk. Elevene viser at de kan sette seg inn i konsekvensene av resultatene, og at de kan bruke disse til å «(...) påvirke prosesser i samfunnet» slik det står i utdraget fra Kunnskapsdepartementet (2006). Her tar elevene eierskap over resultatene, og de viser selvsikkerhet i at de som borgere i samfunnet har evnen til å ta affære og gjøre en endring ut i fra resultatene de har fått.

5.3 Elevenes refleksjoner og kritisk demokratiske kompetanse

I de tidligere avsnittene i dette kapitlet har det blitt lagt fram eksempler på mathematical, technological og reflective knowing, ut fra elevenes arbeid med modelleringsoppgaven om vannforbruket ved dusjing. Det tredje forskningsspørsmålet for denne oppgaven er som nevnt: *Kan en modelleringsoppgave om hvor mye vann elevene bruker til å dusje, føre til at elevene viser aspekter av kritisk demokratisk kompetanse?*

For å svare på dette må vi se tilbake på definisjonen av kritisk demokratisk kompetanse. I kapittel 2.2.1 Hva er kritisk demokratisk kompetanse?, ble kompetansen forstått som evnen til å kunne se på matematikken i samfunnet med et kritisk blikk, slik at man skal kunne ta stilling til de eventuelle konsekvensene ulike anvendelser av matematikk kan føre med seg. Samtidig må man ha kunnskap og evne til å forstå matematikken som ligger bak modeller som former avgjørelser som tas i samfunnet.

Fordi kritisk demokratisk kompetanse er komplekst, vil det kun være naturlig å undersøke om aspekter av kompetansen kan identifiseres. Skovsmose (1994) skrev, som tidligere nevnt, at skolen spilte en viktig rolle i opplæringen av kritisk dømmekraft. Matematikkundervisningen måtte bestå av en kombinasjon av mathematical, technological og reflective knowing, noe som var en forutsetning for å kunne utvikle mathemacy eller matematikkyndighet hos elever i skolen. I analysen av datamaterialet på søken etter tegn på de tre typene knowing, kom alle disse til syne i elevenes arbeid.

Ved å se tilbake på analysen av typene knowing, kunne det i elevenes arbeid identifiseres både mathematical, technological og reflective knowing hos elevene. Elevene viste tegn på mathematical knowing i refleksjonene som handlet om de matematiske utregningene om hvor mye vann som gikk til dusjing. Når elevene diskuterte de vilkårene og valgene de hadde tatt i forkant av utregningen, viste elevene at technological knowing også kunne identifiseres. Når elevene greide å se forbi utregningene de holdt på med, og reflekterte rundt konsekvensene av vannforbruket sitt, viste elevene tegn på reflective knowing.

Ved at elevene fikk tildelt en oppgave de hadde kjennskap til fra egen hverdag, hvor elevene måtte regne ut hvor mye vann de brukte til å dusje, viste elevene altså refleksjoner som kan plasseres innenfor alle tre typene knowing. Oppgaven som ble valgt, la tydelig til rette for at elevene fant et reelt behov for å reflektere, slik Alrø og Skovsmose (2002) trekker fram som en forutsetning for at gode refleksjoner skal oppstå. Derimot er ikke tilstedeværelsen av knowing en automatisk indikasjon på at kritisk demokratisk kompetanse har blitt utviklet. Dersom man for eksempel utelukkende kan identifisere mathematical knowing i elevens refleksjoner, er det tvilsomt at aspekter av kritisk demokratisk kompetanse kan identifiseres i samme utsagn. Derimot kan refleksjoner med tilknytning til mathematical knowing brukes som verktøy for å fremme refleksjoner innenfor de andre typene, slik Barbosa (2009) beskriver.

Så hvordan kan elevenes ulike refleksjoner kobles til utviklingen av kritisk demokratisk kompetanse? Som nevnt av Skovsmose (1994) er det spesielt fokus på utviklingen av reflective knowing som danner grunnlaget for utviklingen av kritisk demokratisk kompetanse. Gjennom reflective knowing viser elever at de kan reflektere rundt matematikkens anvendelser, konsekvenser og rolle i samfunnet, og dette er viktige deler av den kritisk demokratiske kompetansen. Som man kan se i kapittel 5.2 Ulike typer knowing, viste analysen av datamaterialet at det var flere steder i elevenes arbeid der tegn på reflective knowing kunne identifiseres. Barbosa (2009) sin forskning viste at reflective knowing hadde størst tendens til å oppstå i modelleringsprosessen når elevene diskuterte vilkårene for modellen, samt når ulike elevgrupper fikk diskutere resultatene sine med hverandre. Det sistnevnte får støtte i resultatene av denne studien også. Analysen viste at mange av elevenes tegn på reflective knowing kunne identifiseres nettopp i arbeidet innenfor den tredje fasen, nemlig da elevgruppene fikk sammenligne og diskutere resultatene sine med hverandre.

Som nevnt av Alrø og Skovsmose (2002), kan elevenes refleksjoner påvirkes av hvem som utfører de, noe de som tidligere nevnt kaller subject of reflection. Når elevene fikk mulighet til å diskutere resultatene sine med hverandre i fase 3, kan interaksjonen mellom elevene ha bidratt til at elevene viste reflective knowing. Dette kaller Alrø og Skovsmose (2002) for kollektive refleksjoner. Her reflekterer elevene på grunnlag av hverandres refleksjoner og resultater, og sammen viser de reflective knowing i sine utsagn. I analysen av elevenes refleksjoner ble det både identifisert individuelle refleksjoner, samt noen kollektive som kom som resultat fra flere elevers refleksjoner.

Hvordan kom derimot scope of reflection og context of reflection til syne i elevenes arbeid? Gjennomgangen og analysen av de tre typene knowing, faller innenfor det Alrø og Skovsmose (2002) kalte scope of reflections, som tidligere ble nevnt i kapittel 2.2.3 Reflective knowing- å være kritisk og reflekterende, altså som handler om hva refleksjonene handler om. I gjennomgangen av de ulike fasene på søken etter tegn på de tre typene knowing, kunne man se at elevene viste et bredt spekter av refleksjoner. Elevene viste refleksjoner om alt fra enkle matematiske spørsmål, til refleksjoner om verdens vannforbruk og om hvordan de selv kunne bidra til å minske kjøttproduksjonen i Norge. Ved å ta utgangspunkt i en enkel oppgave om dusjing, viste elevene koblinger til refleksjoner som handlet om langt større tema. I arbeidet med modelleringsoppgaven viste altså elevene et bredt scope of reflection.

Når det gjelder context of reflection, var oppleggets utforming blant annet en del av konteksten som la rammene for hvordan elevene reflekterte rundt oppgaven.

Modelleringsoppgaven tok utgangspunkt i at elevene skulle regne ut vannforbruket sitt i forbindelse med dusjing, et tema som de hadde kjennskap med fra egen hverdag. I tillegg tok jeg valget om å presentere ekstra informasjon for elevene, der de fikk vite hvor mye vann som kreves i produksjon av ulike varer, slik at de hadde kunnskapene de trengte for å diskutere resultatene sine opp mot dette. Ved at denne informasjonen ble presentert i begynnelsen av gjennomføringen, ble forholdene lagt til rette for at elevene kom med refleksjoner knyttet opp mot en større sammenheng enn bare dusjing. Elevene så behovet for å reflektere rundt vannforbruket, de ble overrasket over resultatene, og de ønsket til og med å sende brev til statsministeren med informasjon om resultatene de hadde funnet ut. På den måten viser elevene tegn på kritisk demokratisk kompetanse, ved at de greier å se konsekvensene av egne resultater, og forstår at disse kan brukes til noe.

Gjennom at elevene i tillegg greide å koble sine resultater opp mot kjøttproduksjonen i Norge, viser elevene at de reagerer på en av samfunnets kritiske situasjoner. Dette trekker Skovsmose (1994) frem som en viktig del av å ha kritisk demokratisk kompetanse. Videre skriver Alrø og Skovsmose (2002) at engasjement er en forutsetning for at kritikk skal kunne oppstå.

Gjennom elevenes engasjement til oppgaven, viser de en forståelse for konsekvensene av eget vannforbruk, og viser gjennom dette et ønske om endring rundt kjøttproduksjonen i Norge. De forstår at de må spise mindre kjøtt dersom kjøttproduksjonen skal bli mindre. Dette kan knyttes til det Skovsmose (1994) betegner som empowerment, som handler om den påvirkningskrafta mennesker har til å få til endringer i samfunnet. Dette viser elevene gjennom refleksjonene de gjør rundt vannforbruk, samt refleksjonene de gjør om kjøttproduksjonen. Elevene tar utgangspunkt i resultatene sine fra utregningene av vannforbruk i dusjen, og forstår konsekvensene det har for et større bilde. Med utgangspunkt i disse resultatene vil de få til en endring, ved at de vil sende brev til statsministeren for å be folk bruke mindre vann. Gjennom elevenes refleksjoner når de sammenligner eget vannforbruk med vannmengden som kreves for å produsere biff, forstår de at man egentlig bør spise mindre kjøtt for å få til en endring. De drar også fram hvorvidt eget vannforbruk er miljøvennlig, og ser også på den måten konsekvensene av eget forbruk. Med utgangspunkt i elevenes utsagn viser de at de kan «å forstå og kunne påvirke prosessar i samfunnet» (Kunnskapsdepartementet, 2006), noe som er et viktig mål i kunnskapsløftet. Elevene viser også tegn på en holdningsendring, i at de vil gjøre en endring i eget og andres vannforbruk, samt spise mindre kjøtt. Dette har også tilknytning til Aguilar og Zavaletta (2012), som trekker dette fram som en av sammenhengene mellom matematikkundervisning og demokrati, nemlig at matematikk kan bidra til å endre holdninger og verdier. Arbeidet med modelleringsoppgaven førte altså med seg at elevene hadde andre holdninger til eget vannforbruk enn de hadde før begynnelsen av opplegget.

Hvis man nok en gang ser på forskningsspørsmål nummer 3, *Kan en modelleringsoppgave om hvor mye vann elevene bruker til å dusje, føre til at elevene viser aspekter av kritisk demokratisk kompetanse?* kan man ut, ifra de foregående avsnittene, se at det var mulig å identifisere aspekter av kritisk demokratisk kompetanse når elevene arbeidet med modelleringsoppgaven om dusjing. Elevene viste at de greide å bruke resultatene fra dusjmålingene sine til å se forbi matematikken de holdt på med i klasserommet, og reflektere rundt hva de kunne gjøre for å få vannforbruket mindre. Bevisstheten om at de som borgere i samfunnet har mulighet til å utgjøre en forskjell, viste de ved at de ville sende brev til

statsministeren og få til en endring i hvor mye vann som brukes. På den måten vil det altså være mulig å identifisere aspekter av kritisk demokratisk kompetanse når elevene jobber med en modelleringsoppgave om hvor mye vann de bruker til å dusje.

6.0 Begrensninger med studien

Det vil alltid ligge faktorer til grunn som påvirker resultatene av gjennomføringen av en studie. Nedenfor tar jeg for meg to av disse tingene som utpekte seg i gjennomføringen av min studie, nemlig hvordan jeg som lærer påvirket utfallet av elevenes modelleringsprosess, og tiden som var til rådighet.

6.1 Lærerens innblanding i modelleringsprosessen

Som nevnt i teorikapittelet ble det av Blum og Borromeo Ferri (2009) er lærerens tilstedeværelse i prosessen uunnværlig for et godt resultat, men det avhenger av at innvendingene fra læreren er bevisst og samtidig godt balansert mellom å styre og å hjelpe elevene å finne svaret selv. Innvendingene fra læreren må være independence-preserving, altså at de bevarer elevenes uavhengighet og selvstendighet i oppgaveløsingen.

I rollen som lærer i en undervisningssituasjon er det en viktig oppgave å lede elevene gjennom arbeidet, og hjelpe til der de eventuelt måtte stå fast. Etter å ha lest igjennom transkripsjonene fra datainnsamlingen, kan min rolle som lærer ha lagt føringer for hvordan modelleringen foregikk. Både ved at jeg for eksempel hadde plassert ut bøtter som elevene kunne bruke, samt ved at jeg hadde bestemt hvilken dusj som skulle benyttes, kan elevenes framgangsmåter ha blitt begrenset. Som i eksempelet fra Blum og Ließ (2005) kan også mine innvendinger være påvirket av framgangsmåten jeg selv hadde kommet til å benytte meg av dersom jeg hadde skulle gjøre oppgaven selv, og dermed kan arbeidet ha blitt ledet i den retningen.

Det vil alltid være ting man ser at kunne vært gjort eller sagt annerledes, og i retrospekt ser jeg at min rolle som lærer kanskje kan ha endt opp med å lede elevene mer enn nødvendig.

6.2 Tid

Tiden som var avsatt til denne studien la også noen av rammene for hvordan opplegget ble gjennomført. Ved å sette av et større tidsrom ville det ha vært spennende å se hvilke andre interessante ideer og resultater elevene kunne ha kommet fram til. Hvordan hadde resultatene sett ut dersom elevene fikk mulighet til å realisere flere av planene de ytret et ønske om? Hva hadde for eksempel elev 4 funnet ut, dersom han hadde hatt muligheten til å utføre spørreundersøkelsen for å finne svar på hvor mange ganger folk dusjer? Eller hvilke følger hadde det kunne fått, dersom elevene hadde skrevet brevet til både rektor og statsministeren med krav om å bruke mindre vann. Kanskje hadde de samlet inn underskrifter for å få til en endring i menneskenes vannforbruk, eller satt opp en bod utenfor en lokal butikk osv., slik

flere foreslo. På mange måter ble elevenes mulighet for det sistnevnte stadiet i modelleringsprosessen til Blomhøj begrenset, nemlig stadiet handling/realisering, ved at de ikke fikk iverksette resultatene sine gjennom handling. Derimot ble det indentifisert mange refleksjoner fra elevene rundt delene der handling og realisering ville være mulig.

7.0 Avslutning

Fokuset for denne oppgaven har vært *å identifisere aspekter knyttet til kritisk demokratisk kompetanse når elever på mellomtrinnet jobber med modelleringsoppgave om et tema nær deres virkelighet.*

For å undersøke dette ble en gruppe elever fra sjette trinn tildelt oppgaven om å finne ut hvor mye vann de bruker til å dusje. Dette var en modelleringsoppgave som elevene kunne relatere seg til, fordi den tok utgangspunkt i et tema de hadde kjennskap til fra egen hverdag. I tillegg valgte jeg å gi innlede arbeidet med å gi elevene ekstra informasjon om vannforbruk. Blant annet fikk elevene vite at diverse varer de er omgitt av i hverdagen (som for eksempel biff, jeans, biler og klær), også krever mye vann for å produseres. Grunnen til at jeg valgte å gi elevene denne tilleggsinformasjonen, var at jeg ønsket å legge til rette for at kritiske refleksjoner rundt eget og andres vannforbruk skulle forekomme i elevenes eget arbeid. Ved å gi elevene kunnskap om vannforbruket til andre ting, håpet jeg å bidra til at elevene så kritisk på eget vannforbruk og bruke denne informasjonen videre i sine refleksjoner.

Resultatene fra studien viste at elevene fant behovet for å reflektere underveis i arbeidet. Gjennom å ta utgangspunkt i Skovsmose (1994) sine tre typer knowing, ble elevenes refleksjoner plassert innenfor mathematical, technological og reflective knowing. Tilstedeværelsen av alle disse tre i undervisningen, med særlig fokus på reflective knowing, har tidligere blitt påpekt som en forutsetning for utviklingen av kritisk demokratisk kompetanse.

I modelleringsarbeidet ble alle tre typene knowing identifisert i elevenes refleksjoner. Oppgaven med å regne ut hvor mye vann elevene brukte til å dusje, la de til rette for at elevene kunne reflektere. Elevene ble overrasket over resultatene fra eget vannforbruk, og de viste refleksjoner rundt hva dette ville bety for vannforbruket i Norge, verden og miljøet. I diskusjonene dukket det opp et engasjement til temaet, der de ønsket å få til en endring. De ytre til og med et ønske å skrive et brev til statsministeren, med informasjon om resultatene sine. Elevene tok også i bruk tilleggsinformasjonen jeg hadde gitt dem, ved å sammenligne resultatene fra eget vannforbruk, med produksjonen av ulike varer. De greide blant annet å koble vannforbruket opp mot konsekvensene av kjøttproduksjonen i verden, og ville også her få til en endring med å spise mindre kjøtt.

Resultatene fra studien viser at elevene greide å se kritisk på noe så enkelt som dusjing. Ved at elevene fikk regne ut hvor mye vann de bruker til å dusje, viste de kritiske refleksjoner

rundt eget vannforbruk, og konsekvensene det ville kunne ha for samfunnet. På den måten viste elevene aspekter av kritisk demokratisk kompetanse, ved at de brukte de matematiske resultatene sine for å reagere kritisk på en situasjon i samfunnet, som de ville ta tak i og gjøre noe med. De viser samtidig en bevissthet om at man som borger i samfunnet har makt til å kunne påvirke situasjoner rundt seg.

I retrospekt vil det alltid kunne finne begrensninger som kan ha påvirket utfallet av en studie, og det vil alltid være mulig å se ting man burde gjort annerledes. Ved å gjøre det beste ut av de rammene som var satt, viste allikevel denne studien positive resultater. Ved at det ble gjennomført et modelleringsopplegg om et tema som elevene kunne relatere seg til, viste studien at det vil være mulig å identifisere aspekter knyttet til kritisk demokratisk kompetanse i arbeid med modellering. Studien er på ingen måte omfattende nok til å kunne generalisere resultatene til å påstå at dette gjelder alle liknende modelleringssituasjoner, men dette var heller ikke hensikten. Hensikten med denne studien var, slik denne oppgaven har vist, kun å undersøke hvilke aspekter av kritisk demokratisk kompetanse som kunne identifiseres i en gruppe elever sitt arbeid med en modelleringsoppgave om dusjing.

Referanser

- Aguilar, M. S., & Zavaletta, J. G. M. (2012). On the links between mathematics education and democracy: A literature review. *Pythagoras*, 33(2), 1-15.
doi:10.4102/Pythagoras.v33i2.164
- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 293 - 301. Hentet fra: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF02652812>
- Barbosa, J. C. (2009). Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions. I M. Blomhøj & S. Carriera (Red.), *Mathematics applications and modelling in the teaching and learning of mathematics; Proceedings of TSG21 at ICME11* (s. 133 - 143). Mexico: ICME
- Barbosa, J. C. (2010). The students' discussion in the modelling environment. I R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines, & A. Hurford (Red.), *Modeling students' Mathematical Modeling Competencies* (s. 365-372). Dordrecht: Springer.
- Barbosa, J. C. (2012). Towards reflexive discussions in mathematical modelling. I B. Di Paola & J. Díez-Palomar (Red.), *Facilitating access and participation: Mathematical practices inside and outside the classroom. Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)* (Vol. 22) (s. 229-232). Italy: G.R.I.M. - Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento/Apprendimento delle Matematiche.
- Blomhøj, M. (2003). Modelling som undervisningsform. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kan det virkelig passe? Om matematikklæring* (s. 51-71). København: L&R Uddannelse.
- Blomhøj, M. (2006). Mod en didaktisk teori for matematisk modellering. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes? -Om matematikklæring* (s. 80-109). København: Forlag Malling Beck A/S.
- Blomhøj, M., & Skånstrøm, M. (2006). Matematik Morgener - matematisk modellering i praksis. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes? - Om matematikklæring* (s. 7-23). København: Malling Beck A/S.

- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58. Hentet fra: <http://gorila.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/view/1620>
- Blum, W., & Ließ, D. (2005). „Filling Up“ – the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. I M. Bosch (Red.), *CERME-4 – Proceedings of the Fourth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 1623-1633). Hentet fra: https://www.researchgate.net/profile/Pauline_Vos2/publication/46672512_Assessment_of_Mathematics_in_a_laboratory-like_environment_the_importance_of_replications/links/53f5b9ea0cf22be01c3f98e9.pdf#page=13.
- Blum, W., & Ließ, D. (2007). How do students' and teachers deal with modelling problems? I C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Red.), *Mathematical Modelling (ICTMA12): Education, Engineering and Economics; proceedings* (s. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.
- Boaler, J. (1993). The Role of Contexts in the Mathematics Classroom: Do they Make Mathematics More "Real"? *For the learning of mathematics*, 13(2), 12-17. Hentet fra: http://www.jstor.org/stable/40248079?seq=1#page_scan_tab_contents
- Bonotto, C. (2013). Realistic Mathematical Modeling and Problem posing. I R. Lesh, P. L. Galbraith, & A. Hurford (Red.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (s. 399-408). Netherlands: Springer.
- Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene* (1. utg.). Oslo: Abstrakt forlag.
- D'Ambrosio, U. (2003). The role of mathematics education in building a democratic and just society. I B. L. Madison & L. A. Steen (Red.), *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges* (s. 235-238). United states of America: The National Council on Education and the Disciplines.
- English, L. (2003). Mathematical modelling with young learners. I S. J. Lamon, W. A. Parker, & S. K. Houston (Red.), *Mathematical modelling: a way of life. ICTMA11* (s. 3-17). Chichester: Horwood Publishing

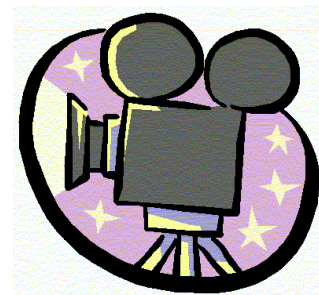
- English, L. (2004). Mathematical Modelling in the Primary School. I I. Putt, R. Faragher, & M. McLean (Red.), *Proceedings of the 27th annual conference of Mathematics Education Research Group of Australasia, Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010* (s. 207-214). Townsville: MERGA.
- English, L. (2009). Promoting interdisciplinarity through mathematical modelling. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 41(1), 161-181. DOI 10.1007/s11858-008-0106-z
- English, L., & Watters, J. (2004). Mathematical Modelling in The Early School Years. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 59-80. Hentet fra: <https://link.springer.com/article/10.1007%2F03217401?LI=true>
- English, L., & Watters, J. (2005). Mathematical modelling with 9-year-olds. I H. L. Chick & J. L. Vincent (Red.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (s. 297-304). Melbourne: PME.
- Fangen, K. (2010). *Deltagende observasjon* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.
- FN-sambandet. (u.å.). Hva er FNs bærekraftsmål? Hentet 13. mai 2017 fra <http://www.fn.no/Tema/FNs-baerekraftsmaal/Dette-er-FNs-baerekraftsmaal>
- Greer, B., & Skovsmose, O. (2012). Seeing the cage? The emerge of critical mathematics education. I O. Skovsmose & B. Greer (Red.), *Opening the cage. Critique and politics of mathematics education* (s. 1-19). Rotterdam: Sense Publishers.
- Hansen, R. (2009). Modelling og kritisk demokratisk kompetanse. *Tangenten* 23(4), s. 22-28.
- Hansen, R. (2010). Modeller, miljø og kritisk demokratisk kompetanse. *Tangenten*, 24(3), 29-35.
- Hansen, R., & Hana, G. M. (2013). "Det er ikke mulig å gjøre dette før..." Modellerings plassering i undervisningsforløp. I M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red.), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis. Bok II* (s. 153 - 169). Bergen: Caspar forlag.

- Heath, C., Hindmarsh, J., & Luff, P. (2010). *Video In Qualitative Research. Analysing Social Interaction in Everyday Life*. London: SAGE publications Ltd.
- Jablonka, E., & Gellert, U. (2007). Mathematisation and Dematematisation. I U. Gellert & E. Jablonka (Red.), *Mathematisation and Dematematisation: Social, Philosophical and Educational Ramifications*. (s. 1-18). Rotterdam: Sense Publishers.
- Julie, C. (2002). Making relevance in mathematics teacher education. I I. Vakalis, D. Hughes-Hallett, C. Kourouniotis, & C. Tzanakis (Red.), *Proceedings of the 2nd international conference on the teaching of mathematics at the undergraduate level* (s.1-8). Hoboken, NJ: Wiley.
- Kvale, S., & Brinkman, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.
- Niss, M. (2015). Prescriptive Modelling – Challenges and Opportunities. I G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Red.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice Cultural, Social and Cognitive Influences* (s. 67-80). Switzerland: Springer.
- Personopplysningsloven (2000). Lov om behandling av personopplysninger: Trådt i kraft 1. januar 2001, sist endret 1. oktober 2015. Hentet 13. mai 2017 fra <https://lovdata.no/dokument/NL/lov/2000-04-14-31>.
- Postholm, M. B. (2005). *Kvalitativ metode: en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Seehusen, J. (2013, 12. nov.). 20.000 liter vann går med til produksjon av én kilo biff. *Teknisk Ukeblad*. Hentet fra <https://www.tu.no/artikler/industri-20-000-liter-vann-gar-med-til-produksjon-av-en-kilo-biff/233913>
- Skovsmose, O. (1990). Reflective knowledge: Its relation to the mathematical modelling process. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 21(5), 765-779. doi:10.1080/0020739900210512
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer academic Publishers.
- Skovsmose, O. (2005). *Travelling Through Education. Uncertainty, Mathematics, Responsibility*. Rotterdam: Sense Publishers.

- Skovsmose, O. (2011). *An Invitation to Critical Mathematics Education*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitativ metode*. (4. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Kunnskapsdepartementet. (2006). *Læreplan i matematikk fellesfag. Føremål (MAT1-04)*. Oslo: Utdanningsdirektoratet. Hentet 13. mai 2017 fra: <https://www.udir.no/k106/MAT1-04/Hele/Formaal>.
- Verschaffel, L., Dooren, W. V., Greer, B., & Mukhopadhyay, S. (2010). Reconceptualising Word Problems as Exercises in Mathematical Modelling. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31, 9-29. doi:10.1007/s13138-010-0007-x
- Vethe, T. I. (2015). *Problem posing i matematikk i eit elevperspektiv* (Masteroppgave). Høgskolen i Bergen, Bergen.
- Vithal, R. (1999). Democracy and authority: A complementarity in mathematics education? *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 31(1), 27-36. DOI: 10.1007/s11858-999-0005-y
- Yasukawa, K., Skovsmose, O., & Ravn, O. (2012). Shaping and being shaped by mathematics: Examining a technology of rationality. I O. Skovsmose & B. Greer (Red.), *Opening the cage: Critique and politics of mathematics education* (Vol. 23, s.265-283). Rotterdam: Sense Publishers.

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeskjema til foreldrene

Samtykke for videoopptak og deltakelse i prosjekt



Kjære foresatt!

I forbindelse med min masteroppgave ved Høgskolen i Bergen ønsker jeg, Anna Rakstang, i samarbeid med lærerne på 6.trinn, å utføre et forskningsprosjekt med utgangspunkt i din sønns/datters klasse.

Beskrivelse av prosjektet:

Elevene skal arbeide med en åpen oppgave knyttet til et samfunnsaktuelt tema. Et eksempel på en slik oppgave kan være *Hvor mye søppel kaster vi?* Elevene skal sammen i grupper finne ut hvordan de kan bruke matematikk til å løse oppgaven.

Formålet med forskningen er å analysere diskusjonene som oppstår mellom elevene i gruppen når de jobber med oppgaven. Jeg ønsker å undersøke hvordan arbeid med slike oppgaver kan føre til kritiske diskusjoner rundt anvendelse av matematikk. Å ha evnen til å tenke kritisk står også sentralt i kunnskapsløftet:

«Et aktivt demokrati behøver borgere som kan sette seg inn i, forstå og kritisk vurdere kvantitativ informasjon, statistiske analyser og økonomiske prognoser.»

I den forbindelse ønsker jeg å ta videoopptak av elevene mens de arbeider med oppgavene. Videoopptakene vil transkriberes rett etter innsamlingen, og her blir elevene anonymisert (dette skal være gjort innen utgangen av februar). Opptakene vil tas trygt vare på, og blir slettet ved innlevert masteroppgave (innen 31.05.17).

Prosjektet vil være godkjent av NSD (Norsk senter for forskningsdata) før gjennomføringen av prosjektet.

Jeg presiserer at deltakelse i prosjektet er helt **frivillig**, og det er mulighet for å trekke seg fra deltakelse når som helst under hele prosjektet. Elever som ikke vil delta, vil få et alternativt opplegg når videoopptakene gjennomføres.

Vennligst fyll ut svarslippen på neste side, og lever tilbake til (lærers navn) innen ... (dato).

Tusen takk på forhånd!

Mvh Anna Rakstang

Spørsmål? [epostadresse]

Jeg samtykker i at mitt barn (barnets navn)
deltar i prosjektet, og at det i den forbindelse blir tatt digitale videoopptak av han/henne.

Signatur

JA

Vedlegg 2: Tabell over ulike varer sitt vannforbruk

Bildet nedenfor er et utklipp hentet fra følgende tidsskriftsartikkel:

Seehusen, J. (2013, 12. nov.). 20.000 liter vann går med til produksjon av én kilo biff. *Teknisk Ukeblad*. Hentet fra <https://www.tu.no/artikler/industri-20-000-liter-vann-gar-med-til-produksjon-av-en-kilo-biff/233913>

Så mye vann går det med til å produsere...

- En bil - 147.972 liter
- Et par jeans - 6814 liter
- En bomulls-t-skjorte - 1514 liter
- Et tonn stål - 234.696 liter
- En brødskive - 38 liter
- En kylling - 1893 liter
- En kopp kaffe - 132 liter
- Et egg - 1514 liter

Kilder: treehugger.com og [The USGS water science school](http://TheUSGSwater.science.school). Alle tall er omtrentlige og basert på globale gjennomsnitt. En mengde faktorer kan variere.

Vedlegg 3: Godkjenning fra NSD



Suela Kacerja
Avdeling for lærerutdanning Høgskolen i Bergen
Postboks 7030
5020 BERGEN

Vår dato: 19.12.2016

Vår ref: 50870 / 3 / ASF

Deres dato:

Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 01.11.2016. Meldingen gjelder prosjektet:

50870	<i>Modellering og Kritisk demokratisk kompetanse</i>
<i>Behandlingsansvarlig</i>	<i>Høgskolen i Bergen, ved institusjonens øverste leder</i>
<i>Daglig ansvarlig</i>	<i>Suela Kacerja</i>
<i>Student</i>	<i>Anna Rakstang</i>

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, <http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html>. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, <http://pvo.nsd.no/prosjekt>.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.05.2017, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Katrine Utaaker Segadal

Amalie Statland Fantoft

Kontaktperson: Amalie Statland Fantoft tlf: 55 58 36 41

Vedlegg: Prosjektvurdering

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.