Høgskulen på Vestlandet

Masteroppgave

M120UND509

Predefinert informasjon

Startdato:	06-05-2017 09:00	**Termin:**	2017 VÅR
Sluttdato:	15-05-2017 14:00	**Vurderingsform:**	Norsk 6-trinnsskala (A-F)
Eksamensform:	Masteroppgave	**Studiepoeng:**	45
SIS-kode:	M120UND509 1 MG		
Intern sensor:	(Anonymisert)		

Deltaker

Kandidatnr.: 707

Informasjon fra deltaker

Tro- og loverklæring *:	Ja	**Jeg godkjenner avtalen om tilgjengeliggjøring av masteroppgaven min *:**	Ja

MASTEROPPGAVE

Konkreter og begreper i matematikk:

en casestudie om en lærers bruk av konkreter i fjerdeklasse

Manipulatives and concepts in mathematics:

a case study of a teacher's use of manipulatives in Year 4

Tone Strand Saltvedt

Master i undervisningsvitenskap med fordypning i matematikk

Avdeling for lærerutdanning

Veileder: Troels Lange

Innleveringsdato: 15.05.2017

Forord

Etter fem år på lærerutdanningen ved Høgskulen på Vestlandet kan jeg nå endelig levere denne masteroppgaven som en avslutning på en spennende og lærerik studietid. Arbeidet med oppgaven har vært interessant, men til tider veldig krevende. Oppgaven har tatt mye plass i tankene mine det siste året, både på dagtid og nattestid. Jeg sitter nå igjen med mye ny og interessant kunnskap som blir viktig for meg når jeg nå skal ut i arbeid i skolen.

Mange har hjulpet meg i arbeidet med denne masteroppgaven. Først og fremst vil jeg takke min veileder Troels Lange som har gitt meg gode og konstruktive tilbakemeldinger. Det har vært mange løse tråder i prosessen, men veiledningstimene hjalp meg til å samle disse trådene. Takk for et godt samarbeid!

Jeg vil rette en stor takk til min informant og fjerdeklassingene som velvillig slapp meg inn i klasserommet slik at jeg kunne gjøre videoopptak til oppgaven. Jeg er veldig takknemlig for at informanten i tillegg tok seg tid til å bli intervjuet av meg i løpet av en travel arbeidsdag.

Jeg vil også takke mine foreldre som var så ivrige etter å få lese oppgaven min og stilte opp som korrekturlesere ettersom det er lett å bli blind på egen tekst. Takk for støttende ord gjennom hele prosessen!

Til slutt vil jeg også gi litt oppmerksomhet til mine herlige studievenner som gjorde året på lesesalen litt lettere. De mange matpausene vi delte var gode for å lette litt på frustrasjonene og dele litt tanker angående våre oppgaver. Takk for gode samtaler og mange latterkuler innimellom arbeidet!

Tone Strand Saltvedt

Bergen, mai 2017

Sammendrag

Konkreter er fysiske, virtuelle og visuelle hjelpemidler som blir brukt i skolen i matematikkundervisningen for å gjøre matematikken tydeligere for elevene. Formålet med denne masteroppgaven er å undersøke hvordan disse blir brukt i undervisningen i arbeid med matematiske begrep. Oppgaven vil også fokusere på lærerens hensikt med denne bruken. Datamaterialet ble innhentet i en fjerdeklasse hvor jeg fulgte en lærer i hans matematikktimer.

Følgende forskningsspørsmål ligger til grunn for oppgaven:

1. Hvordan bruker læreren konkreter i matematikkundervisningen?
2. Hvordan begrunner læreren bruken av konkreter?
3. Hvordan kan denne bruken og begrunnelsen forstås i et sosial-konstruktivistisk perspektiv?

Denne studien har en kvalitativ tilnærming. Forskningsspørsmålene ble besvart ut fra videoobservasjon i klasserommet og et intervju med læreren. Datamaterialet ble innhentet gjennom videoobservasjon gjennom tre matematikkøkter. Her ble lærerens arbeid med konkretene observert. I etterkant av videoobservasjonene ble læreren intervjuet på bakgrunn av noen av videoklippene fra undervisningen. Analyseringen av datamaterialet ble gjort ut fra et sosial-konstruktivistisk perspektiv med fokus på Vygotskys teori om begreper og bruk av språk som en forutsetning for at læring kan skje.

Funnene fra studien viste at lærerens bruk av konkreter var variert og reflektert. Det kommer tydelig frem at læreren har en klar hensikt ved å bruke konkretene i undervisningen, men er bevisst på at det kan være utfordrende for elevene å forstå matematikken som ligger bak arbeidet med disse. I lys av et sosial-konstruktivistisk perspektiv legger læreren til rette for at læring kan skje gjennom sosial samhandling i arbeid med konkretene. Språket som brukes av læreren og hans oppfordring til elevene om å sette et matematisk språk på arbeidet med konkretene, kan ha vært av stor betydning for elevenes læring av de matematiske begrepene som var i fokus.

Abstract

Manipulatives are physical, virtual and visual artefacts that are used in school in mathematics teaching to make the mathematics clearer for the students. The purpose of this thesis is to study how manipulatives are used by teachers in mathematics to teach students mathematical concepts. The thesis also focuses on the teacher's purpose with these manipulatives. The data collection was completed in Year 4 where I followed a teacher in his mathematics lessons.

This study is based upon the following research questions:

1. How does the teacher use the manipulatives in mathematics?
2. How does the teacher justify the use of manipulatives?
3. How can this use and the justification be understood in the light of a social-constructivist perspective?

This study has a qualitative approach. The research questions are answered based on video observation in the classroom and interview with the teacher. The video observation was completed during three mathematics lessons. The focus was on the teacher's use of the manipulatives. After the video observation was completed, I did an interview based on some of the video clips. The analysis in this study is based on a social-constructivist perspective. Vygotsky's theory of concepts and his belief that the use of language is a precondition for learning to take place, is the focus in the analysis.

The results of this study showed that the teacher's use of manipulatives was varied and reflected. It is clearly that the teacher has a clear intention of using the manipulatives in his teaching. He is aware that it may be challenging for the students to understand the mathematics that the manipulatives represent. In the view of a social-constructivist perspective, the teacher facilitates learning through social interaction in the work with the manipulatives. The language used by the teacher and his encouragement to let the students put a mathematical language on their work with the manipulatives, may have been of great importance to the students's learning of the mathematical concepts that were meant to be taught.

Innholdsfortegnelse

Oversikt over figurer

Innledning

> Although kinesthetic experience can enhance perception and thinking, understanding does not travel through the fingertips and up the arm. (Ball, 1992, s. 47)

På denne måten setter Deborah Loewenberg Ball et kritisk blikk på bruk av konkreter i matematikk. Konkreter i matematisk sammenheng defineres av Bartolini og Martignone (2014) på denne måten: “Mathematical manipulatives are artifacts used in mathematics education: they are handled by students in order to explore, acquire, or investigate mathematical concepts or processes and to perform problem-solving activities drawing on perceptual (visual, tactile, or, more generally, sensory) evidence” (Bartolini & Martignone, 2014, s. 365). Konkreter ses her på som hjelpemidler som skal være en støtte for elever når de arbeider med begreper og ulike oppgaver i matematikk. Konkreter kan være fysiske, virtuelle og visuelle gjenstander. Det som kommer frem av Balls utsagn er at konkreter ikke bare kan deles ut til elever slik at læreren kan regne med at elevenes utforskning av disse etterhvert vil føre til matematisk forståelse. Hun er ikke alene om å mene at konkreter ikke automatisk gir bedre forståelse av matematikk. Clements (1999) skriver at ved hjelp av konkreter i matematikk har elever mulighet til å skape matematisk mening, men dette krever god refleksjon over konkretenes matematiske representasjon fra både elevers og lærerens side.

Figur 1: Numiconbrikker (2017)

Våren 2016 gjennomførte jeg sammen med en medstudent en studie med fokus på konkretiseringsmateriellet Numicon i 1. klasse. Numicon består av et sett med brikker hvor hver brikke representerer et tall fra 1-10 vist ved antall hull i brikken (Figur 1). Atkinson, Tacon og Wing (2005) hevder at Numiconbrikkene utnytter barns evne til å lære gjennom handling, ved å se og deres evne til å se mønster. I vår studie undersøkte vi om mye bruk av Numiconbrikker i en periode kan utvikle elevers tallforståelse. Vi oppdaget både positive og negative sider ved bruk av konkretiseringsmateriellet, men kunne konkludere med at Numicon kan bidra til utvikling av tallforståelse. Vi ble overrasket over at flere av de matematiske sammenhengene vi ønsket å demonstrere ved hjelp av Numicon, ikke var så logiske for elevene som vi hadde trodd. Dette gjaldt blant annet arbeid med tiervenner. Det så ut til at elevene stort sett hadde kontroll på begrepet tiervenner og var klar over at dette var to tall som til sammen fikk summen ti. Da de skulle bygge tiervenner ved hjelp av Numiconbrikker, bygget flere av elevene tiere ved hjelp av mer enn to brikker. De visste at summen av brikkene ble ti, men ettersom de klarte å bygge tiere ved hjelp av flere enn to brikker trodde de at de hadde bygget tiervenner. Om det var elevenes forståelse av begrepet tiervenner som ikke var helt klart eller om det var Numiconbrikkene som skapte forvirring, ble vi ikke helt kloke på. I arbeidet vårt fant vi ut at språket vi brukte sammen med konkretene hadde stor betydning for elevenes forståelse av Numiconbrikkenes matematiske representasjon. Dette så vi blant annet da en elev skulle utføre et subtraksjonsstykke ved hjelp av Numiconbrikker. Vi ga oppgaven muntlig til eleven som var 4 – 2. Vi la frem en firerbrikke og en toerbrikke og uttrykte til eleven at «hvis du har fire og skal ta bort to, hvor mange har du igjen da?». Eleven tok dermed bort hele toerbrikken og satt igjen med en firerbrikke. Da skrev eleven ned følgende på arket sitt: 4 – 2 = 4. Vi innså her at selv om vi prøvde å gjøre regnestykket enklere ved at eleven kunne benytte Numiconbrikker som støtte, ble eleven mer villedet på grunn av språket vi brukte sammen med brikkene.

Studien vår vekket min interesse for hvordan ulike konkreter kan bidra til utvikling av elevers matematikkforståelse. Tidligere i praksis på lærerutdanningen min har jeg observert at de fleste klasserom har ulikt konkretiseringsmateriell tilstede, men jeg har ikke observert dette i bruk. Jeg ønsket derfor å undersøke mer om hvordan dette materiellet kan benyttes sammen med elevene. Jeg har hørt uttalelser fra lærere om at dette ofte benyttes sammen med elever med matematikkvansker, men jeg er interessert i å se hvordan det kan benyttes i matematikkundervisning for en hel klasse.

Lærere ønsker gode undervisningsmetoder for å skape forståelse av matematikken blant elevene. Å lette overgangen mellom det kjente og det ukjente for elever i matematikk er noe lærere streber etter og i denne sammenhengen blir ofte konkreter benyttet i undervisningen. Uttal, Scudder og DeLoache (1997) mener at mange studier om konkreter i matematikk har feilet når det gjelder å vise konkretenes effektivitet. Som jeg vil komme tilbake til senere finnes det flere studier som tyder på at bruk av konkreter fører til bedre resultater blant elevene, men hvordan denne økte prestasjonen forekommer er imidlertid ikke tydeliggjort i alle studiene. Ut fra resultater er det dermed blitt kjent at å benytte seg av konkreter i undervisningen fører til gode prestasjoner. Uttal et al. (1997) er ikke uenig i denne påstanden, men ønsker å fremheve slik som Ball (1992) uttrykte, at konkretene i seg selv ikke lærer elevene matematikk. De krever støtte fra læreren og gode undervisningsmetoder for å kunne være hensiktsmessige for utvikling av elevers matematikkforståelse. Det er nettopp dette som er fokuset i min masteroppgave. Jeg ønsker å undersøke nærmere hvordan lærere benytter seg av muligheten ulike konkreter tilbyr til matematikkundervisningen.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Den norske skolen har fått en del kritikk for at matematikkundervisningen er for dårlig. I følge internasjonale tester i matematikk har norske elevers resultat vært forholdsvis lave sammenlignet med andre europeiske land (Kunnskapsdepartementet, 2013). Resultatene fra TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) for 2015 viser derimot noe annet. Norske elever skårer høyt i matematikkfaget og er nå blant de beste i matematikk sammenlignet med de ca. 60 landene som deltar (Bergem, 2016). Selv om de norske elevene presterer godt i matematikk, kan det ut fra resultatene fra TIMSS se ut til at motivasjonen for faget bør få mer fokus. Elevenes motivasjon for matematikk synker i perioden fra småtrinnet til ungdomstrinnet, noe som har vært gjeldene ved flere av TIMSS rapporter. Motivasjon i TIMSS måles gjennom indre og ytre motivasjon og selvtillit og det ser ut til at det er en sammenheng mellom disse aspektene og elevers prestasjoner (Kaarstein & Nilsen, 2016). I følge TIMSS fra 2015 viser det seg at elevenes motivasjon for matematikk synker mest fra 4. til 5. tinn, men hvorfor det er slik, er TIMSS ikke designet for å svare på. For noen kan den synkende motivasjonen kanskje grunnes i store endringer fra småtrinnet til mellomtrinnet. Disse endringene innebærer gjerne at elever får nye lærere og pensum blir vanskeligere og annerledes enn på småtrinnet (Kaarstein og Nilsen (2016). Dersom dette er tilfelle for den synkende motivasjonen til elevene vil det være viktig for lærere å lette denne overgangen.

I følge TIMSS skårer elever på 4. trinn godt i de fleste matematiske emner, men under emnet «Tall» skårer de lavere (Bergem, 2016). Dette emnet omfatter de fire regneartene (addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon), brøk og desimaltall. Dette er grunnleggende begreper i matematikk og noe elevene bør beherske for å kunne utvikle sine matematikkunnskaper. Fokus på en god grunnleggende opplæring i matematikk vil være viktig for at elevene skal være forberedt til overgangen til mellomtrinnet (Bergem, 2016). Hva som er god opplæring vil derimot være individuelt fra elev til elev. I idédokumentet for matematikkfaget utgitt av Kunnskapsdepartementet (2010), hevder Kunnskapsdepartementet at elever lærer på ulike måter og at matematikkundervisningen må tilpasses deretter. Undervisningen skal derfor varieres med ulike arbeidsmåter for å treffe alle elevene. Her trekkes det frem bruk av konkretiseringsmateriell og med henvisning til forskning påpekes det at dette viser seg å ha betydning i elevers utvikling av matematisk kompetanse. Det uttrykkes tydelig at «lærerne må ha klart for seg hvorfor de bruker konkretiseringsmidler. Forarbeid og etterarbeid er viktig i denne sammenheng» (Kunnskapsdepartementet, 2010, s. 15). Konkretiseringsmateriellet skal altså brukes dersom læreren selv mener at det kan være hensiktsmessig.

I den norske skolen står kravet om tilpasset opplæring sentralt. I Opplæringsloven paragraf 1-3 står det at «opplæringa skal tilpassast evnene og føresetnadene hjå den enkelte eleven» (Opplæringslova, 1998). Tilpasset opplæring innebærer blant annet å tilpasse undervisningen ved å benytte varierte arbeidsmetoder for å treffe elevenes individuelle evner og læringsstrategier (Utdanningsdirektoratet, 2016). I følge Armstrong (2003) har elever intelligenser på ulike områder og noen intelligenser fremtrer sterkere enn andre. Armstrong deler intelligensene inn i syv ulike områder, hvor en av intelligensene er kroppslig-kinestetisk intelligens. Denne intelligensen innebærer at eleven gjerne har et behov for å bruke kroppen for å tilegne seg ny kunnskap. Dette kan være ved fysisk aktivitet, bevegelse, berøringsbevegelser og praktiske oppgaver (Armstrong, 2003). Å jobbe med fysiske konkreter kan derfor treffe spesielt disse elevene som trenger å arbeide med praktiske oppgaver. Ved å variere undervisningen med ulike arbeidsmetoder som Utdanningsdirektoratet (2016) fremhever, kan dette treffe elevenes mange ulike intelligenser og kanskje påvirke motivasjonen for faget. Konkreter ser ut til å ha en viktig rolle i matematikkfaget. Jeg er derfor interessert i å undersøke nærmere hvordan lærere selv ser på konkretene som et positivt bidrag til undervisningen og hvordan de benytter seg av disse.

1.2 Presentasjon av problemstilling

Det er allerede gjort mye forskning på ulike typer konkreter som er brukt i matematikkundervisning. Bartolini og Martignone (2014) skriver at det fremdeles er områder som gjerne trenger mer utforskning. Her nevnes det utforskning av ulike konkreters potensiale for matematikkundervisning. Det trekkes også frem at studie av konkreter i klasseromspraksis med fokus på hvordan konkretene benyttes, er et viktig område som har plass til mer forskning. Jeg ønsker at min forskning kan være med på å bidra til noe nytt innenfor området som omhandler konkreter. Jeg valgte derfor at min forskning til masteroppgaven skulle ta utgangspunkt disse to områdene Bartolini og Martignone (2014) her nevner, altså ulike konkreters potensiale og klasseromspraksis med konkreter. Målet med masteroppgaven min er derfor å undersøke og belyse konkreters potensiale og læreres bruk og tanker rundt ulike konkreter. Problemstillingen for oppgaven er dermed følgende:

Hvordan bruker og begrunner lærere konkreter i matematikkundervisningen på småtrinnet i arbeid med matematiske begrep og hvordan kan bruken og begrunnelsen forstås i et teoretisk perspektiv?

Jeg vil undersøke denne problemstillingen med en casestudie om en lærers bruk av konkreter i matematikkundervisningen sin i en fjerdeklasse. Her vil jeg ta utgangspunkt i de tre følgende forskningsspørsmålene:

1. Hvordan bruker læreren konkreter i matematikkundervisningen?
2. Hvordan begrunner læreren bruken av konkreter?
3. Hvordan kan denne bruken og begrunnelsen forstås i et sosial-konstruktivistisk perspektiv?

For å finne svar på forskningsspørsmålene mine vil jeg ut fra datamateriale jeg innhenter drøfte mine funn ut fra relevant teori. Datamaterialet mitt innhentes gjennom videoobservasjoner fra et klasserom og et intervju med læreren for denne klassen.

1.3 Oppgavens oppbygning

Oppgaven er bygd opp av sju kapitler. Kapittel 1 gjør rede for studiens tema, formål og bakgrunn for studien. I kapittel 2 blir det gjort rede for ulike definisjoner av konkreter, konkretenes hensikt, tidligere forskning på konkreter og et teoretisk rammeverk som gir et grunnlag for analysen og diskusjonskapitlet. Kapittel 3 presenterer forskningens metode som ble brukt i forbindelse med innsamling av data og analyse. Studiens reliabilitet og validitet diskuteres også. Kapittel 4 legger frem resultatene av datainnsamlingen. Her presenteres de ulike videoopptakene og intervjuet med læreren. Kapittel 5 er en analyse av datamaterialet med hjelp av det teoretiske rammeverket. I kapittel 6 diskuteres studiens funn og analyse i lys av teoretisk grunnlag og tidligere forskning på konkreter. Kapittel 7 oppsummerer studiens funn og dens svar på forskningsspørsmålene.

2 Teori

I dette kapittelet vil det teoretiske rammeverket som er grunnlaget for analysen presenteres. Kapittelet vil først ta for seg en oversikt over de ulike typer konkreter som finnes. Disse deles inn i tre hovedkategorier som vil være en viktig kategorisering for analysen av datamaterialet mitt. Videre vil tidligere forskning på konkreter presenteres. Hovedvekten i teorikapittelet vil ligge på det sosial-konstruktivistiske perspektivet og konkretenes betydning innenfor denne tankegangen. Vygotskys synspunkter som regnes som en viktig del av sosial-konstruktivistisk læringsteori, vil være i fokus.

2.1 Matematiske konkreter

I litteratur som omhandler konkreter i matematikk kan en finne mange ulike definisjoner på hva som regnes som matematiske konkreter. Rystedt og Trygg (2010) oppsummerer forskningslitteratur som omhandler konkreter i matematikk og her presenteres en rekke ulike definisjoner på begrepet som setter fokus på ulike egenskaper ved matematiske konkreter. Definisjonen fra Bartolini og Martignone (2014) som ble nevnt i innledningen, er en tydelig definisjon på matematiske konkreter og som jeg synes er mest aktuell for oppgaven min med tanke på konkretene som ble brukt under datainnsamlingen til oppgaven. Bartolini og Martignone (2014) inkluderer både fysiske og virtuelle konkreter. Fysiske konkreter er gjenstander som fysisk kan tas på og manipuleres av elever på ulike måter. Her får elevene benytte sin taktile sans ved berøring av konkretene og som tidligere nevnt vil flere elever ha et stort utbytte av dette dersom deres kroppslig-kinestetiske intelligens er fremtredende (Armstrong, 2003). Virtuelle konkreter er digitale gjenstander som kan manipuleres på ulike måter slik som fysiske konkreter, men uten den taktile erfaringen disse tilbyr. Virtuelle konkreter kan ved hjelp av datamus eller berøring på en digital skjerm flyttes på og på den måten ligne fysiske konkreter (Bartolini & Martignone, 2014).

Bruk av virtuelle konkreter har i de siste årene vokst i stor grad. Ettersom den digitale utviklingen endres, har det også blitt utviklet flere muligheter for bruk av virtuelle konkreter enn det som fantes tidligere (Bartolini & Martignone, 2014). Virtuelle konkreter er lett tilgjengelig dersom en PC eller andre digitale hjelpemidler er tilgjengelige. De kan også være tidsbesparende sammenlignet med fysiske konkreter, og kan virke motiverende på elever som vokser opp i en stadig mer digitalisert hverdag (Bartolini & Martignone, 2014). Fysiske konkreter kan være mer tilgjengelige enn virtuelle konkreter i den forstand at ikke alle klasserom er utstyrt med PC eller nettbrett slik at hver enkelt elev selv får styre og manipulere konkretene.

Bartolini og Martignone (2014) deler disse to typene med konkreter i kategoriene historisk-kulturelle konkreter og kunstige konkreter. Historisk-kulturelle konkreter er konkreter som har en lang historisk fortid i matematikk og som benyttes for å utforske eller løse matematiske problem (Bartolini & Martignone, 2014). Eksempler på historisk-kulturelle konkreter kan være terninger, geometriske puslespill, måleverktøy som linjaler og matematiske maskiner som for eksempel kalkulatorer. Kunstige konkreter vil si konkreter som er designet for bruk i spesifikke undervisningssituasjoner (Bartolini & Martignone, 2014). Eksempler på dette er Numicon, Centikuber, Cuisenairestaver og lignende. Szendrei (1996) deler konkreter inn i to kategorier som hun kaller *educational material* og *common material*. Educational material beskrives av Szendrei på en tilsvarende måte som Bartolini og Martignones (2014) kunstige konkreter. Common material er konkreter som har sammenheng med menneskers hverdagsliv. Dette er hverdagslige konkreter som ikke trenger å ha tilknytning til matematikk, men som kan benyttes i matematikkundervisning (Szendrei, 1996). Eksempler på hverdagslige konkreter kan være byggeklosser, steiner, flasker og lignende.

Holm (2012) skiller ut visuelle konkreter som en egen kategori som kalles semikonkreter. Ut fra Holms beskrivelse av begrepet konkreter, er dette fysiske gjenstander som kan brukes i matematikk og som gir rom for bruk av både den visuelle og taktile sansen til elevene. Semikonkreter defineres som konkreter hvor det i hovedsak er den visuelle sansen som benyttes (Holm, 2012). Dette kan være bilder, tegninger og lignende.

2.1.1 Representasjoner i matematikk

Konkreter som brukes i matematikklæring fremstår som representasjoner. En representasjon er noe som står for noe annet (Hana, 2015). Ved bruk av konkreter i matematikk er en hensikt at disse skal representere en matematisk idé. Det finnes mange ulike representasjoner, men disse deles inn i to hovedkategorier. Interne representasjoner er mentale bilder som en person danner seg ut fra et objekt eller en prosess. Eksterne representasjoner er representasjoner som kan fysisk uttrykkes og brukes i kommunikasjon mellom mennesker (Hana, 2015). Det vil si at representasjonen kan fysisk vises frem, enten som et bilde, tegn/symboler og fysiske ting og matematikken kan dermed uttrykkes gjennom disse. Konkreter regnes som eksterne representasjoner. Dette innebærer både fysiske, virtuelle og semikonkreter. Hana (2015) hevder at det ikke er mulig å uttrykke matematikk eller å gjøre matematiske aktiviteter uten at representasjoner (både interne og eksterne) brukes. Dette begrunner han i at representasjoner kun *representerer* matematiske objekt, de *er* ikke det matematiske objektet. Et matematisk objekt er ikke et fysisk objekt, men et fysisk objekt kan representere det matematiske objektet (Hana, 2015). Dette vil si at kunnskapen om og egenskaper til matematiske objekt må kommuniseres ved hjelp av ulike representasjoner.

2.2 Tidligere forskning på konkretiseringsmateriell

Forskning som er gjort på konkreter i matematikk har vært et utgangspunkt for min egen studie da jeg ønsket å tilføye noe innenfor dette området. I dette kapittelet ønsker jeg å presentere noe av den forskningen som allerede finnes, slik at dette kan diskuteres opp mot min egen forskning.

Mye av forskningslitteraturen som omhandler konkreter har vært svært positive til bruk av disse i matematikkundervisning. Flere forskere har gjennom sine studier lagt frem resultater hvor elever som benytter konkreter har prestert bedre enn elever som ikke bruker dette. Manches og O'Malley (2016) gjennomførte en studie av barn i 4-7 årsalderen, hvor de forsket på hvilke fordeler fysiske konkreter kunne ha for barns løsningsstrategier av matematiske oppgaver. De fant ut at det fysiske materiellet hadde iboende egenskaper som endret barnas strategier i løsningene sine. Studien konkluderte med at barna fant flere løsninger på oppgavene når de hadde tilgang på konkreter. Også Suh og Moyer (2007) konkluderte med at bruk av konkreter hadde ført til at elevene presterte bedre. Forskningen deres hadde fokus på tredjeklassingers bruk av konkreter i algebra. Tester som ble gjennomført i etterkant viste et betydelig bedre resultat hos elevene som hadde brukt ulike typer konkreter enn de som ikke benyttet disse. Elevene refererte aktivt til ulike konkreter i sine løsningssvar, noe som kunne tyde på at konkretene var til hjelp for disse elevene.

Til tross for mye forskning som kan tyde på at konkreter hjelper elever til å prestere bedre i matematikk, er det også diskutert om konkretene gjør mer skade enn de gir støtte til elevene. Szendrei (1996) problematiserer den store avstanden mellom konkretene og det matematiske symbolet/begrepet de skal støtte opp om. Det diskuteres om konkretene blir et mer villedende ledd i elevenes læring fordi de er såpass langt fra den abstrakte matematikken de skal representere. Med abstrakt matematikk menes det her matematikk som krever mentale operasjoner for å arbeides med, i motsetning til den konkrete matematikken som kan opereres med ved hjelp av ulike konkreter (Szendrei, 1996). Uttal et al. (1997) deler dette synet om konkretenes avstand til den abstrakte matematikken. De skriver at dersom konkretene skal fungere som et konkretiserende hjelpemiddel, må det komme tydelig frem hvordan konkretene representerer den skriftlige/symbolske matematikken. For elevene er det ikke alltid like enkelt å forstå at de konkrete hjelpemidlene kan representere noe abstrakt ettersom det gjennom undervisningen presenteres som noe konkret. Ved å tydeliggjøre hvordan dette fungerer kan elevene få mulighet til å se matematikken i konkretene og ikke bare som noe spennende de kan ta på og «leke» med (Uttal et al., 1997).

Clements (1999) refererer til forskning gjort om læreres arbeid med konkreter og trekker frem lærernes mangel på refleksjon over eget arbeid. Som Ball (1992) poengterte, hjelper det ikke å bare overlevere konkreter til elevene og forvente læring. Clements (1999) poengterer viktigheten av læreres refleksjon over bruken av konkretene både før og etter undervisningen. De må være klar over hva de ønsker at konkretene skal bidra med i undervisningen og vurdere sin formidling av sammenhengen mellom konkretene og matematikk (Clements, 1999).

Moyer (2001), Szendrei (1996) og Riesbeck (2013) er blant de som har undersøkt hvordan lærere bruker konkreter i matematikk. Studiene hadde læreren i fokus og det ble blant annet undersøkt hvordan, hvor ofte og hvorfor lærerne benyttet konkreter i undervisningen. Det var veldig varierende hvordan lærerne benyttet konkretene og hvor hensiktsmessig bruken så ut til å være. Moyer (2001) observerte lærere som benyttet konkretene som belønning dersom elevene jobbet godt i timen. Lærerne påpekte at elevene syntes det var veldig spennende å arbeide med konkreter og ble dermed mer motiverte til å jobbe med matematikk. At elevene ble mer motiverte for matematikk når de fikk benytte konkreter var positivt for elevenes muligheter til å forstå matematikken bedre. Det ble derimot observert at noen lærere brukte «vanlig» matematikk som straff dersom elevene ikke gjorde det de skulle med konkretene. Elevene fikk på denne måten en oppfatning av at arbeid med konkreter var gøy matematikk, mens arbeid uten var kjedelig matematikk (Moyer, 2001).

Ut fra disse tre studiene (Moyer, 2001; Szendrei, 1996; Riesbeck, 2013) ble det notert flere hensiktsmessige bruksområder med konkreter. De ble blant annet brukt som en strategi til å løse problemløsningsoppgaver og de ble brukt av læreren til å demonstrere matematiske sammenhenger i ulike tema i matematikk. Læreres rolle i arbeid med konkreter ble i Szendrei (1996) sine forskningsresultater beskrevet som todelt. Det ble observert at lærerne opptrådte enten ved å gi elevene tydelige forklaringer og ledet dem til å se matematiske sammenhenger eller ved at de lot elevene arbeide med konkretene for selv å oppdage disse sammenhengene.

Szendrei beskriver begge rollene som brukbare, men så at det var viktig at lærerne oppfordret elevene til refleksjon over arbeidet som ble utført. Også Riesbeck (2013) poengterte viktigheten av elevenes refleksjon i studien. Hun undersøkte hvordan både lærere og elever benyttet et matematisk språk sammen med ulike typer konkreter og hvordan dette kunne lede elevene mot en konstruksjon av mening. Hun så hvordan språket endret seg i ulike arbeidssituasjoner og hvordan lærerne oppfordret elevene til å uttrykke sine tanker muntlig. Ut fra studien konkluderte hun med at dersom elevene klarte å aktivt bruke et matematisk og abstrakt språk sammen med konkretene, da kunne en si at de hadde begynt å lære matematikken ved hjelp av konkretene. Moyer (2001), Szendrei (1996) og Riesbeck (2013) hadde i utgangspunktet ulike fokusområder da de studerte læreres bruk av konkreter i matematikk. Likevel kunne alle konkludere med at å benytte konkreter i seg selv ikke gir et positivt resultat for elevenes læring, men at det viktigste var hvordan konkretene ble brukt.

I likhet med Riesbeck (2013) har også Clements (1999) fokus på språkbruk og konkreter. Han skriver om viktigheten av kommunikasjon mellom lærer og elev for at elevene skal kunne oppfatte den sammenhengen konkretene har med matematikken. Til tross for tilstrekkelig kommunikasjon, drar Clements frem at elevene ikke alltid oppfatter det læreren ønsker at de skal oppfatte. I tillegg til at lærerne formidler sin kunnskap, understrekte han viktigheten av at elevene får uttrykke sin forståelse (Clements, 1999). John Holt, referert i Clements (1999), forteller om sin erfaring med konkretiseringsmateriellet «Cuisenairestaver». Han var veldig entusiastisk for dette fysiske materiellet fordi han så tydelige sammenhenger med disse stavene og hvordan tall opptrer og henger sammen. Han regnet derfor med at elevene også ville oppdage denne sammenhengen, noe de ikke gjorde like enkelt som Holt hadde trodd. Holt innså at dersom han selv ikke hadde visst hvordan tall henger sammen, ville han kanskje ikke oppdage disse sammenhengene i Cuisenairestavene likevel. Dette handler om konkreters «gjennomsiktighet» som vil si hvor lett det er å se den matematikken som konkretene skal representere (Bartolini & Martignone, 2014). Konkretene er ikke magiske hjelpemidler, så det er ikke en selvfølge at elever ser en sammenheng mellom konkreter og matematikk, noe som grunnes i konkretenes gjennomsiktighet (Bartolini & Martignone, 2014; Szendrei, 1996; Uttal et. al., 1997).

Uttal et al. (1997) er opptatt av å fremheve viktigheten av en godt gjennomtenkt undervisning for at konkreter skal kunne fremtre som hjelpemiddel i matematikken. Uttal et al. (1997) refererer til DeLoaches forskning hvor barns forståelse av symboler ble undersøkt. Barna i studien var rundt 2-5 år gamle, altså litt yngre enn de barna som vanligvis møter konkretiseringsmateriell. Ut fra forståelsen av at konkreter kan opptre som ulike symbol, kunne DeLoache finne paralleller mellom sin studie og bruk av konkreter (Uttal et al., 1997). Studien viste at små barn hadde vanskeligheter med å tolke modeller og bruke disse som et hjelpemiddel for å løse en oppgave i en praktisk kontekst. De eldste barna som deltok i studien hadde derimot større suksess. Konklusjonen som ble trukket ut fra denne studien var at små barn ikke alltid forstår hvordan en modell fungerer som en representasjon av noe fra virkeligheten. Dette overfører Uttal et al. (1997) til eldre barn og arbeid med konkreter. Det påpekes at lærere må ta hensyn til konkretenes gjennomsiktighet og at det for elever også kan være vanskelig å se sammenhengen mellom konkretene og matematikken de er ment for å representere. Det hevdes at om konkreter fungerer effektivt for elever avhenger om elevene ser og tar dem for å være representasjoner av noe annet og forstår det naturlige i det representative forholdet (Uttal et al., 1997). Lærere som benytter konkreter i undervisningen må altså være klar over at konkretene ikke bare kan hjelpe elevene i matematikkforståelsen, men kan også skape forvirring og misoppfatninger.

Felles for mye av forskningen som finnes om konkreter er at studiene er gjort over relativt korte perioder. Dette kan være fra noen uker og opptil et år, men lite forskning er gjort i perioder over flere år. Uribe-Flórez og Wilkins (2016) gjorde en studie hvor de fulgte elever fra skolestart og til og med 5. klasse hvor fokuset var på konkretenes sammenheng med elevenes matematikklæring. De ønsket å gjøre en langvarig studie av konkreter fordi de mente at det var først da man virkelig kunne få innblikk i om konkretene kunne ha noe effekt på elevenes læring. I forskningen ble det satt fokus på forskjellen mellom læring (learning) og prestasjon (achievement). Det ble henvist til flere forskningsresultater som viser mest til elevers prestasjon fremfor elevers læring, fordi resultatene kom i form av før- og ettertester. Manches og O'Malley (2016) og Suh og Moyer (2007) er blant de som har målt elevers utbytte av konkreter gjennom før- og ettertester. De så at elevene som hadde benyttet konkreter presterte bedre på ettertestene enn de som ikke hadde benyttet seg av konkreter. Dette mener Uribe-Flórez og Wilkins (2016) viser elevenes prestasjoner ved hjelp av konkreter, og ikke elevenes læring. Den femårige studien deres målte både prestasjon og læring hos elevene, men målet var å få mer oversikt over elevenes læring fordi dette er dypere kunnskap enn det elevene kan vise gjennom tester. Forskningen viste at elevenes prestasjoner ofte baserte seg på tilfeldigheter og det varierte hvor godt elevene presterte på testene på ulike trinn og i ulike perioder av året. De mente at om de hadde vurdert sammenheng mellom konkreter og prestasjoner på hvert klassetrinn, ville de ut fra sine observasjoner konkludert med at det ikke var noe sammenheng. De mener at det derfor er viktig med langvarige studier, fordi en først da kan se grundigere på utviklingen i elevers prestasjoner som kan tilsi om elevene oppnår læring ved hjelp av konkretene. Læring reflekterer en prosess som har foregått over lengre perioder, mens prestasjoner viser til kun et kort øyeblikk og kan dermed ikke fremstille elevenes kunnskap like nøyaktig (Uribe-Flórez & Wilkins, 2016).

Tidligere forskning på konkreter tyder på at konkreter kan være nyttige for å skape en bredere forståelse i matematikk. Selv om det diskuteres om konkretene er en et nyttig virkemiddel i matematikkundervisningen, ser det ut til at de har mye å bidra med dersom de brukes på en hensiktsmessig og effektiv måte. Hva som er effektivt og hensiktsmessig er ikke i seg selv opplagt og ettersom elevene er ulike blir det viktig å variere undervisningsmetodene. Forskningen understreker at det er viktig at læreren reflekterer over egen undervisning for å vurdere om elevene kan få utbytte av konkretenes egenskaper. Det blir også trukket frem viktigheten av tydelig kommunikasjon sammen med konkretene. Å la elevene uttrykke sine tanker når de jobber med konkretene kan gi læreren innblikk i om elevene oppfatter hjelpemidlene slik de er tiltenkt.

2.3 Konkret kunnskap i matematikk

Oppfatningen av begrepet *konkret* kan variere ut fra hvilken sammenheng dette begrepet benyttes i. I matematikkundervisning henviser dette ofte til konkreter og arbeidet med disse for å gjøre matematikken tydeligere og lettere å forstå for elevene (Holm, 2012). Clements (1999) hevder at dersom konkreter blir sett på som effektive fordi de er konkrete i den forstand at de kan tas på av elever, kan dette være problematisk i matematikkundervisningen. Med en slik oppfatning av fysiske konkreter, forventes det at elevene skal kunne «lese av» matematiske begrep ved hjelp av konkretene. Som tidligere nevnt er det ikke tilstrekkelig å la elevene sitte å jobbe med konkretene uten noen form for instruks fra læreren. Clements (1999) påpeker at selv om elever finner koblinger mellom konkreter og begynnende matematiske ideer, kan arbeid med konkreter føre til andre mentale handlinger enn det læreren ønsket at elevene skulle lære. Han henviser her til et eksempel hvor det ble arbeidet med en tallinje (som kan defineres som en semikonkret) og addisjon. I eksempelet fikk eleven regnestykket 5 + 4. Eleven fant tallet 5 på tallinjen. Deretter telte eleven seg fire hakk oppover på denne måten «1, 2, 3, 4» og leste av tallet 9 på tallinjen. Til tross for riktig svar, hadde ikke tallinjen hjulpet eleven til å løse problemet mentalt. Da måtte eleven ha telt videre fra tallet 5 på denne måten «6, 7, 8, 9» samtidig som eleven måtte telle hvor mange tall som skulle legges til. Det er altså ikke de fysiske egenskapene som innebærer de matematiske ideene (Clements, 1999).

For å forstå hvilken rolle konkretene som ble benyttet i min forskning kan ha for elevenes matematikkforståelse, er det nødvendig å forstå hva begrepet konkret innebærer. Å ha konkret forståelse er ikke alltid en referanse til konkreter. Clements (1999) refererer til to typer konkret kunnskap, *sensorisk-konkret kunnskap* og *integrert-konkret kunnskap.*

Sensorisk-konkret kunnskap beskrives som den forståelsen en har dersom en trenger å bruke konkreter for å gi mening til en matematisk idé (Clements, 1999). For eksempel kan små barn bare telle, legge sammen og trekke fra dersom de har fysiske gjenstander fremfor seg. Sensorisk-konkret refererer altså til kunnskap som krever støtte fra konkrete gjenstander og barns kunnskap om å benytte disse gjenstandene (Clements, 1999).

Integrert-konkret kunnskap beskrives som en mer sammensatt kunnskap. Her er separate matematiske ideer kombinert i en sammenhengende struktur av forståelse (Clements, 1999). Dersom en har integrert-konkret kunnskap vil en kunne se koblinger mellom disse matematiske ideene. Hos elever som har en slik sammenhengende kunnskap, vil fysiske gjenstander, handlinger utført med dem og abstraksjoner være koblet sammen i en sterk mental struktur (Clements, 1999). Elevene er dermed ikke avhengig av å ha ulike konkreter fremfor seg for å gi mening til en matematisk idé, men erfaringene med dem kan brukes for å utføre mentale operasjoner (Clements, 1999).

En matematisk ide er ikke enten konkret eller ikke konkret. Det er avhengig av hvilken relasjon en har med kunnskapen (Clements, 1999). Det er viktig å bli kjent med flere representasjoner av samme matematiske idé. Et tall trenger for eksempel flere representasjoner for at en kan å få en bredere forståelse av tallet. Ved å bruke konkreter i matematikkundervisningen kreves det at elevene forstår denne representasjonen for at den matematiske ideen skal gi mening og bli integrert-konkret kunnskap (Clements, 1999). Integrert-konkret refererer til begrep som er konkrete på et høyere nivå fordi de er koblet sammen med annen kunnskap. Dette kan være både fysisk kunnskap som har blitt abstrahert og distansert fra konkrete gjenstander og abstrakt kunnskap av ulike typer (Clements, 1999).

2.4 Konkreters funksjon innen representasjonsteori og konstruktivisme

Konkreters funksjon innen matematikklæring kan ses på og tolkes ulikt ut fra flere forskjellige synsvinkler. Frostad (1995) så på denne funksjonen i lys av to teoretiske retninger som begge belyser læringseffekten av konkreter i matematikk; representasjonsteori og konstruktivisme. Et hovedpoeng ved konstruktivismen er at kunnskap ikke overføres fra et individ til et annet, men at kunnskap utvikles ved at hvert enkelt individ skaper seg en mening basert på sin mentale forstilling av virkeligheten (Frostad, 1995). Kunnskap ses dermed på som en tolkning av verden, og ikke en representasjon. Representasjonsteorien står i kontrast til dette ved at læring blir forstått som en prosess hvor individet skaper internaliserte mentale representasjoner som gjenspeiler den ytre verden (Frostad, 1995).

Bruk av konkretiseringsmateriell vil ha ulik betydning og funksjon i matematikkundervisning dersom det ses ut fra disse to retningene. I representasjonsteorien blir læring knyttet opp mot hvor stor overensstemmelse det er mellom eksterne og interne representasjoner, altså den ytre verden og individets mentale forestillinger (Frostad, 1995). Når konkretiseringsmateriell benyttes for å illustrere ulike matematiske ideer antas det at denne ideen er en egenskap ved materiellet. Læreren har ikke tolket og tillagt materiellet denne ideen, men ideen ligger implisitt i materiellets utforming. Her vil alle måtte se det samme i materiellet og det ses dermed på som en ekstern representasjon som skal være til hjelp for å internalisere et prinsipp (Frostad 1995).

Innen konstruktivistisk tenkning er det fokus på individets tolkning av konkretiseringsmateriellet. Dette gjøres ut fra utformingen av materiellet, instruksjoner fra andre, sosiale konvensjoner og egne kognitive strukturer (Frostad, 1995). Selv om en lærer tolker materiellet og ser tydelige sammenhenger i dette, vil ikke det automatisk si at elevene tolker materiellet på samme måte. Kommunikasjon sammen med konkretiseringsmateriell vil derfor være av stor betydning for å oppnå enighet blant lærere og elever om hva materiellet symboliserer (Frostad, 1995).

2.4.1 Sosial-konstruktivisme

Som et teoretisk rammeverk for analysen i min studie benyttes et sosial-konstruktivistisk perspektiv. Dette er en retning innenfor konstruktivismen. Konstruktivisme er, som nevnt ovenfor, en læringsteori med fokus på hva kunnskap er og hvordan læring skjer (Imsen, 1998). *Kunnskap* blir sett på som noe som ikke kan overføres til andre, men at mennesker selv velger ut, tolker og tilpasser ny informasjon til sine allerede ervervede kunnskaper og forestillinger om verden (Imsen, 1998). I skolesammenheng betyr dette at elevene ikke tar imot kunnskap fra læreren, men at de selv konstruerer den. Læreren kan kun legge til rette for og hjelpe til for at denne konstrueringen skal skje. Holm (2012) påpeker at rollen til lærere i matematikk ut fra et konstruktivistisk perspektiv, blir å veilede elever til å gjøre egne erfaringer og gjennom disse erfaringene konstruere kunnskap ved hjelp av tenkning og konstruksjon. *Læring* innenfor et konstruktivistisk perspektiv beskrives som «et resultat av hva mennesket gjør med stimuleringen og ikke et resultat av hva stimuleringen gjør med mennesket» (Imsen, 1998, s. 35). Læring ses både som noe individuelt og sosialt, noe som har resultert i at teorien skiller mellom to retninger; kognitiv og sosial-konstruktivisme (Imsen, 1998).

Kognitiv-konstruktivisme ser læring som en prosess hvor individet alene tolker verden rundt seg og skaffer seg mening i tilværelsen. Sosial-konstruktivismen skiller seg fra dette ved at det sosiale aspektet spiller en viktig rolle for at læring skal skje (Imsen, 1998). Psykologen Lev Vygotsky er en viktig person innenfor denne retningen. Han regnes i hovedsak som en teoretiker innen den sosiokulturelle tradisjonen, men hans synspunkter har også blitt viktig innen sosial-konstruktivismen (Imsen, 1998). Vygotskys teori om språkets betydning for at læring skal skje, er et viktig fokus innen sosial-konstruktivismen.

> Han legger vekt på at kunnskap er noe som skapes sosialt, ikke enkeltvis. Det skjer først og fremst ved at *språket* bidrar til å forme våre måter å forstå verden på. Læring er et sosialt fenomen som skjer i en sosial situasjon, og både språk og sosiale forhold bidrar til å utforme kunnskapen. Læring er derfor primært et sosialt anliggende. (Imsen, 1998, s. 36)

Språket ses på av Vygotsky som menneskers felles referanseramme, altså et felles redskap som brukes for å forstå verden med. Kunnskap konstrueres ikke individuelt, men gjennom språkformene vi uttrykker oss med (Imsen, 1998). Vygtskys synspunkter innen en sosial-konstruktivistisk tankegang vil være en viktig del av analysen av min forskning.

2.5 Begrepsutvikling ved hjelp av konkreter

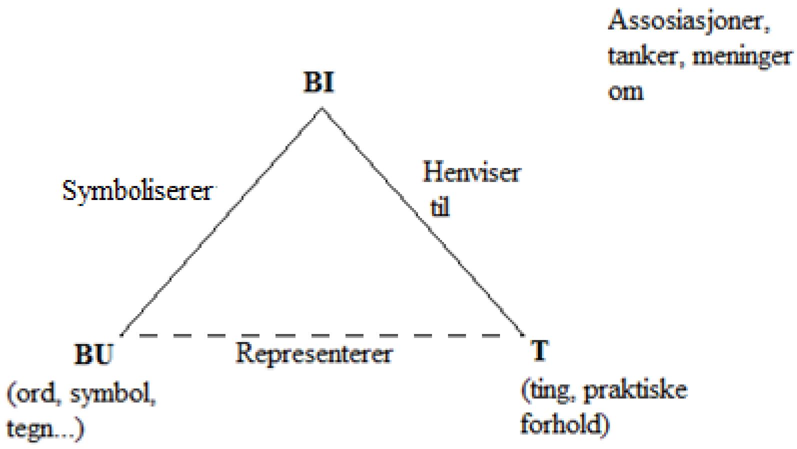
Problemstillingen for oppgaven min tar for seg hvordan det arbeides med konkreter i arbeid med matematiske begrep. Derfor vil jeg videre presentere Vygotskys teori om begrepsutvikling.

Hvordan mennesker oppfatter et begrep, er individuelt. Dette er avhengig av hvilken kjennskap og erfaring vi har knyttet til det spesifikke begrepet (Vygotsky, 2001). I følge Vygotsky (2001) er begrepsuttrykk (BU) alle uttrykk for tanken, altså måten vi uttrykker tankene våre på. Dette kan være muntlig språk, tegn og kroppsspråk. Høines (1999) nevner i denne sammenhengen at konkretiseringsmateriell også kan fungere som språkbruk dersom elever eller lærere uttrykker seg gjennom disse. Begrepsinnhold (BI) er tankene og meningene om et begrep (Vygotsky, 2001). Begrepsuttrykket er en del av begrepsinnholdet ettersom språkbruken vår i forbindelse med et begrep også blir en del av våre tanker om begrepet (Høines, 1999). Som Vygotsky (2001) hevder, er det gjennom språket at både begrepsuttrykk og begrepsinnhold utvides og utvikles, så språkbruken har en stor rolle i vår mentale utvikling. Det er ikke mulig å utvikle begrepsinnholdet uten at en utvikler et språk for dette (Høines, 1999), noe som tilsier at et begrep består av både et begrepsinnhold og et begrepsuttrykk.

Vygotsky (2001) hevder at begreper kan endre betydning dersom vi får nye erfaringer knyttet til dette begrepet. Det er derfor begrepsinnholdet vil være forskjellig fra menneske til menneske. Erfaringer avgjør hvordan en oppfatter og tolker et begrep. Som Vygotsky hevder, kan det derfor være at vi ikke alltid oppfatter og forstår det som blir uttrykt av andre, slik som de egentlig vil at vi skal oppfatte det. Tolkning av et begrep gjøres ut fra vår erfaringsbakgrunn (Vygotsky, 2001). For at et budskap som sendes til en mottaker skal oppfattes slik det var tenkt av sender, må mottakers begrepsinnhold stå nær senders begrepsinnhold (Høines, 1999). Som sender av et budskap, kan en altså ikke være sikker på at mottaker tolker budskapet akkurat slik det var tiltenkt av senderen. Gjennom dialog som beveger seg aktivt mellom partene kan en få et inntrykk av hvordan mottaker har oppfattet vårt budskap. Likevel vil det som Høines (1999) hevder, aldri bli helt samsvar mellom tankene mottaker gjør seg om budskapet og senderen av budskapet sine egne tanker.

Vårt begrepsinnhold står adskilt fra tingene i seg selv og deres innbyrdes forhold, og begrepsinnhold om en og samme ting kan derfor være ulikt fra menneske til menneske (Høines, 1999). ”Vi legger altså våre tolkninger i situasjoner og gjenstander avhengig av erfaringsart og allerede ervervede kunnskaper” (Høines, 1999, s. 79). Miljøet rundt oss har også stor betydning for hvordan vi tolker omverdenen. I ulike situasjoner vektlegger vi forskjellige ting i tolkningen basert på miljøet rundt oss. Eksempelet Høines (1999) trekker frem her, er at begrepet *olje* kan oppfattes ulikt avhengig av situasjonen. Olje oppfattes på forskjellige måter dersom det er i forbindelse med for eksempel baking eller på et bilverksted.

Ved bruk av konkretiseringsmateriell som begrepsuttrykk, vil det ikke være sikkert at elevene oppfatter dette på den måten læreren ønsker at de skal oppfatte dette. Høines (1999, s. 84) presenterer utviklingen av vårt begrepsinnhold, ut fra Vygotskys teori, i en figur (Figur 2) hvor det tydeliggjøres hvordan flere faktorer spiller inn på hvordan vi oppfatter et begrep. I figuren refererer T til ting og praktiske forhold som omgir oss. Disse blir oppfattet av oss ut fra erfaringer vi har med dem. Tankene om erfaringene våre kan vi utvikle et språk for og dette språket representerer ting/praktiske forhold. Språket vårt (begrepsuttrykket) symboliserer tanken vår (begrepsinnholdet) og ikke tingen i seg selv. Derfor er grunnlinjen i trekanten stiplet. Et begrep utvikles gjennom språkbruken og erfaringene våre. Derfor kan det sies at et et begrep dannes ut fra begrepsinnholdet og begrepsuttrykket til et individ (begrep = BI + BU) (Høines, 1999).



Figur 2: Utvikling av begrepsinnhold.

Vygotsky (2001) skiller mellom begreper knyttet til skolens undervisning og begreper knyttet til dagliglivet. Han kalte begrepene som inngikk i skolesammenheng for vitenskapelige begreper, og de hverdagslige begrepene for spontane begreper. Vygotsky poengterer viktigheten av at barn har utviklet spontane begreper før de kan bygge videre på disse og utvikle vitenskapelige begreper. Barnets tenkning er avhengig av et møte med erfaringene og kunnskapen fra hverdagslivets konkrete sammenhenger, og den systematiske, abstrakte og teoretiske kunnskapen fra skolens undervisning (Vygotsky, 2001). I arbeid med konkretiseringsmateriell i matematikkundervisning kan det derfor være en fordel å bygge dette arbeidet på erfaringer fra elevenes hverdag. Å bruke konkreter av kategorien som Szendrei (1996) kaller for hverdagslige konkreter kan gjerne være et godt utgangspunkt for å nærme seg matematiske begrep.

I arbeid med konkretiseringsmateriell kan det være Cobb, Yackel og Wood (1992) hevder at selv om det legges opp til arbeidsmåter og forklaringer på elevenes premisser, er det likevel ikke sikkert at konkretiseringsmateriell som benyttes i matematikkundervisning vil føre til forståelse av matematikken. Konkretiseringsmateriell er av konkret karakter ved at de kan manipuleres av lærere og elever, men har også en symbolsk karakter (Frostad, 1995). Dette vil si at konkreter som benyttes i matematikken er ment for å representere en matematisk idé, altså at de er eksterne representasjoner som Hana (2015) beskriver dem som. Hvordan denne ideen presenteres, gjennom konkretiseringsmateriellets utforming og ved hjelp av lærers instruksjoner og støtte, er avgjørende for å bygge en bro mellom det kjente og ukjente i matematikken (Frostad, 1995). Konkretiseringsmateriell kan vise tydelige sammenhenger dersom man på forhånd er kjent med den matematiske ideen som materiellet skal representere. Eksempelet med John Holt (referert i Clements, 1999) sine erfaringer med Cuisenairestaver som ble nevnt tidligere, tydeliggjør dette. Frostad (1995) hevder at dersom konkretiseringsmateriell brukes for å tydeliggjøre matematiske ideer, vil ikke elever se denne matematiske ideen dersom de ikke allerede er kjent med ideen. Det betyr ikke at konkretiseringsmateriellet ikke er nyttig i det hele tatt, men at det er avhengig av hvordan det tas i bruk (Frostad, 1995).

2.6 Språkets betydning for læring

Vygotsky (2000) uttrykker at språket vårt er et nødvendig verktøy for å kunne etablere ny kunnskap. Han refererer til forskning gjort av aper og hvordan deres atferd og praktisk intelligens (arbeid med praktiske oppgaver) har blitt sammenlignet med barns. Den store forskjellen var barns bruk av språk som et verktøy på vei mot å nå et mål (Vygotsky, 2000). Vygotsky (2000) mener at den mest avgjørende faktor i den intellektuelle utviklingen hos mennesker finner sted når språk og praktisk intelligens forenes. Han nevner her et eksperiment gjort av hans kollega Levina om barn i 4-5 årsalderen. De skulle få tak i godteri fra et skap som var så høyt at de trengte hjelpemidler for å få tak i det. De hadde en krakk og en pinne tilgjengelig. Det som ble observert var at barna brukte språket for å resonnere seg fram til løsningen. De prøvde først ut et hjelpemiddel av gangen, men ved å snakke med seg selv og henvende seg til de voksne i rommet, klarte de å resonnere seg fram til at de var nødt til å bruke begge hjelpemidlene. Vygotsky (2000) konkluderte ut fra dette eksperimentet at barnets språk spiller en like viktig rolle som selve handlingen de gjør for å nå målet. Jo mer kompleks en oppgave er, jo viktigere blir språket. Han skriver at barn løser praktiske oppgaver ved hjelp av tale, så vel som med deres øyne og hender.

Barn bruker mye egosentrisk tale, det vil si at de ikke tenker på en mottaker, men mer diskuterer med seg selv. Ved å utsette barn for komplekse oppgaver som krever flere operasjoner for å nå løsningen kan dette føre til at den egosentriske talen blir mindre automatisk, og mer intelligent fordi språket krever da mer tenkning (Vygotsky, 2000). Når elever står fast i en oppgave henvender de seg ofte mot lærere for å få hjelp, her ved sosial tale. Når barn klarer å anvende språket sitt til et redskap for problemløsning, altså indre tale, da har det skjedd en stor utvikling. Den sosiale talen som tidligere ble vendt mot voksne, kan da brukes i egen indre tale for å stille seg selv spørsmål og prøve å resonnere seg frem til en løsning. Det er derfor viktig at lærere oppfordrer til å la elever bruke språket sitt for å forklare egen tenkning og sette egne ord på sin forståelse.

2.6.1 Språk av 1. og 2. orden

Høines (1999) setter fokus på hvordan lærere må tilpasse seg elevenes tenkning og språk. Elever kan ofte bruke språk de egentlig ikke er fortrolig med fordi de har fått inntrykk av at dette er begrep som verdsettes på skolen. Elevene plukker gjerne opp ord og uttrykk og bruker disse uten å egentlig ha forståelse for dem. For en lærer kan det dermed virke som om eleven forstår et begrep, men for eleven kan begrepet likevel ha et lite utviklet begrepsinnhold (Høines, 1999). Elever kan altså utvikle begrepsuttrykk som tilsvarer de læreren benytter uten at begrepsinnholdet deres er på samme plan som det som læreren ønsker at det skal være. Høines poengterer derfor viktigheten av at elever oppfordres til å uttrykke seg innen språkformer som er kjent for dem selv. Hun refererer her til Vygotskys begrep «språk av 1. og 2. orden». Språk av 1. orden vil kort sagt si språk som er kjent for en og en trenger ikke hjelp til å forstå hva som ligger i dette. Ved at språk som uttrykkes står i direkte kontakt med begrepsinnhold, vil dette for oss være et språk av 1. orden (Høines, 1999). Det vil si at hvis noen uttrykker seg gjennom en språkform som vi med en gang kan knytte til vårt begrepsinnhold, er dette et språk av 1. orden for oss. Dersom en ordlyd (muntlig språk) eller et ordbilde (skriftlig språk) kan knyttes direkte opp mot ens tanker og meninger rundt dette ordet, vil dette være et språk av 1. orden dersom dette tolkes direkte uten at en trenger en annen språkform som støtte (Høines, 1999).

Som Vygotsky (2001) poengterer er begrepsinnholdet i stadig utvikling. Selv om en har utviklet begrepsinnhold for et begrep, er det godt mulig at en har flere ulike begrepsinnhold for det samme begrepet. Høines (1999) eksemplifiserer dette ved et eksempel hvor et barn utvikler forståelse for et begrep knyttet til bestemte situasjoner. Dersom et barn har utviklet et begrepsinnhold for begrepet *femti*, kan dette gi mening for barnet i noen bestemte situasjoner, for eksempel i sammenheng med å betale femti kroner på bussen. Dersom begrepet femti dukker opp i en situasjon som handler om å telle til femti, er det ikke sikkert at dette vil knyttes opp til barnets begrepsinnhold om begrepet femti. Barnet kan utvikle et nytt begrepsinnhold for denne nye situasjonen uten at barnet ser sammenhengen mellom å telle til femti og å betale femti kroner på bussen. Ved videre utvikling av begrepet femti vil gjerne barnet etterhvert klare å knytte disse begrepsinnholdene sammen og se sammenhenger (Høines, 1999). Å utvikle et begrep kan dermed ta lang tid. Selv om språkuttrykk fungerer som et språk av 1. orden for noen, vil det ikke dermed si at begrepet er godt utviklet, men det kan stå i direkte kontakt med begrepsinnholdet i enkelte situasjoner. Vi kan ha mange begrepsuttrykk, men hvert uttrykk vil ikke nødvendigvis trekke frem de samme assosiasjonene. Som Høines (1999) forklarer, bygger vi opp vår begrepsverden ved å dra nytte av kunnskaper utviklet i en situasjon over i andre situasjoner og samle å bygge ut helheter ved å generalisere.

Språk av 2. orden fungerer som et fremmedspråk. Dette er språkuttrykk som krever en oversettelse for å komme i kontakt med begrepsinnholdet (Høines, 1999). Å tenke i et språk av 2. orden vil ikke la seg gjøre og dermed kan språk av 1. orden fungere som et oversettelsesledd. Oversettelsesleddet er et bindeledd mellom det nye språket og barnets begrepsverden. På samme måte som et individ tillegger en ting en mening, vil også språkets funksjon gi mening dersom mennesket selv har gitt det mening (Høines, 1999). Det vil si at «samme språkform fungerer på ulike nivå hos forskjellige elever» (Høines, 1999, s. 91). I matematisk sammenheng kan noen elever tenke gjennom å benytte siffertegn og dette fungerer dermed som et språk av 1. orden. For andre vil siffertegnene ikke gi mening uten en oversettelse, noe som gjør siffertegnene til et språk av 2. orden for disse elevene (Høines, 1999). Et formelt matematikkspråk innebærer i stor grad et skriftlig symbolspråk. Høines (1999) trekker frem at ved å synliggjøre elevers muntlige språk, kan læreren klare å utvikle et bindeledd mellom deres språk og det skriftlige symbolspråket i matematikken.

I skolesammenheng kan lærere benytte seg av elevenes begrepsinnhold for å kunne hjelpe elevene til å forstå det nye språket av 2. orden. Høines (1999) trekker også frem bruk av konkretiseringsmidler som en form for oversettelsesledd, men at det er viktig at læreren er klar over hvilken funksjon en ønsker at konkretiseringsmaterialet skal ha i undervisningen. Som lærer kan en ikke automatisk vite hvordan elevers tenkning er utviklet, noe som kan skape problemer for læreren med å uttrykke seg på en måte som står i kontakt med elevenes begrepsinnhold (Høines, 1999). Ved å la elever uttrykke sine egne tanker og forståelse kan læreren få innsikt i deres tenkning og tilpasse sitt språk deretter. Høines understreker at det er viktig å la elevene arbeide med matematikk innenfor kjent språkbruk. Læreren bør derfor prøve å tilrettelegge situasjoner der de kan tenke med det språket de har, samtidig som det nye språket legges tilgjengelig.

2.6.2 Språkets betydning i arbeid med konkreter

Som Riesbeck (2013) konkluderte med gjennom sin studie, er det først når elever klarer å aktivt bruke et matematisk og abstrakt språk sammen med konkreter, at konkretene har vært til hjelp i matematikkforståelsen. Riesbeck så dette språket og konkretene som verktøy i en konstruksjon av mening for elevene. Hun satte språkets verdi høyt i utviklingen av matematikkforståelsen og påpekte at lærere bør sette fokus på å utvikle et godt matematisk språk i klasserommet. Når lærere benytter seg av konkreter i undervisning må de derfor ha fokus på hvilke dialoger de ønsker skal oppstå i klasserommet (Riesbeck, 2013). Når konkreter benyttes er det viktig at lærere bevisst bruker et korrekt matematisk språk sammen med konkretene. På denne måten kan elevene plukke opp dette språket og selv benytte det i sitt eget arbeid og sammen med medelever.

Å uttrykke seg muntlig i et klasserom trenger ikke nødvendigvis være rettet mot en lærer, men også mot medelever. Pijls og Dekker (2011) fokuserte på elevdialoger i sin studie og så hvilke fordeler elevene kunne hente ut fra slike dialoger. I studien ønsket de at elevene skulle benytte *prosesshjelp* fremfor *produkthjelp*. Produkthjelp beskrives som at læreren responderer til elever med matematiske hint for å lede dem mot en løsning på oppgaver. Prosesshjelp innebar i denne studien at elevene skulle gjennomføre nøkkelaktiviteter for å nærme seg en forståelse av matematikken. Nøkkelaktivitetene handlet om at elevene i dialog med medelever skulle vise sitt arbeid, forklare dette for medelevene, vurdere sitt arbeid og eventuelt rekonstruere dette (Pijls & Dekker, 2011). Resultatene fra studien viste at både elever og lærere var positive til prosesshjelp. Lærerne var spesielt positive da de så hva elevdialogene medførte. Det oppstod gode diskusjoner og elever som snudde egen tankegang og hjalp hverandre i deres matematikkforståelse. De så at språket her var viktig for elevenes matematiske løsninger og ved å sette ord på sine tanker hjalp det dem til å selv oppdage eventuelle misoppfatninger og å få bedre forståelse av egne tanker. Lærerne mente også at elevene hadde godt av å få hjelp fra medelever som var på samme nivå ettersom lærernes forklaringer gjerne ble lagt frem på et nivå som ikke møtte elevenes tankegang (Pijls & Dekker, 2011). Resultatene fra denne studien kan knyttes opp til arbeid med konkreter, ettersom elevene gjerne kan få et bedre matematisk utbytte av konkretene dersom de får satt ord på sin oppfatning av disse. I samarbeid med medelever, kan de da få arbeidet med konkretene ut fra et språk som ligger nært opp til hverandres nivå.

3 Metode

I dette kapittelet vil jeg presentere min metode i forbindelse med datainnsamlingen. Begrepet «metode» kan forstås på ulike måter i ulike sammenhenger, men som Halvorsen (1989) fremstiller, handler metode i forbindelse med forskning om en systematisk måte å undersøke virkeligheten på. Ettersom jeg skulle forske på undervisning i skolesammenheng, bygget jeg forskningen min på en samfunnsvitenskapelig forskningsmetode. Dette handler om hvordan vi innhenter informasjon om den sosiale virkeligheten, hvordan informasjonen analyseres og hva den forteller oss om samfunnsmessige forhold og prosesser (Christoffersen & Johannessen, 2012).

3.1 Forskningsdesign

Ut fra min problemstilling valgte jeg å benytte en kvalitativ tilnærming. Denne tilnærmingen har som utgangspunkt å gå i dybden av et tema. Temaet for min oppgave handler om bruk av konkreter i matematikk og denne dybden ble viktig for å kunne svare på mine forskningsspørsmål. Det ble viktig å komme tett på en lærer for å undersøke hvordan det arbeides med konkreter i matematikkundervisningen og hva læreren tenkte om denne bruken. Det som i stor grad skiller kvalitative og kvantitative metoder er graden av fleksibilitet (Halvorsen, 1989). En kvalitativ metode er veldig fleksibel, noe som passet meg godt da jeg skulle innhente data til oppgaven. Med en kvalitativ tilnærming hadde jeg mulighet til å benytte metoder med rom for spontanitet og tilpasning i interaksjonen mellom forsker og deltakere (Christoffersen & Johannessen, 2012).

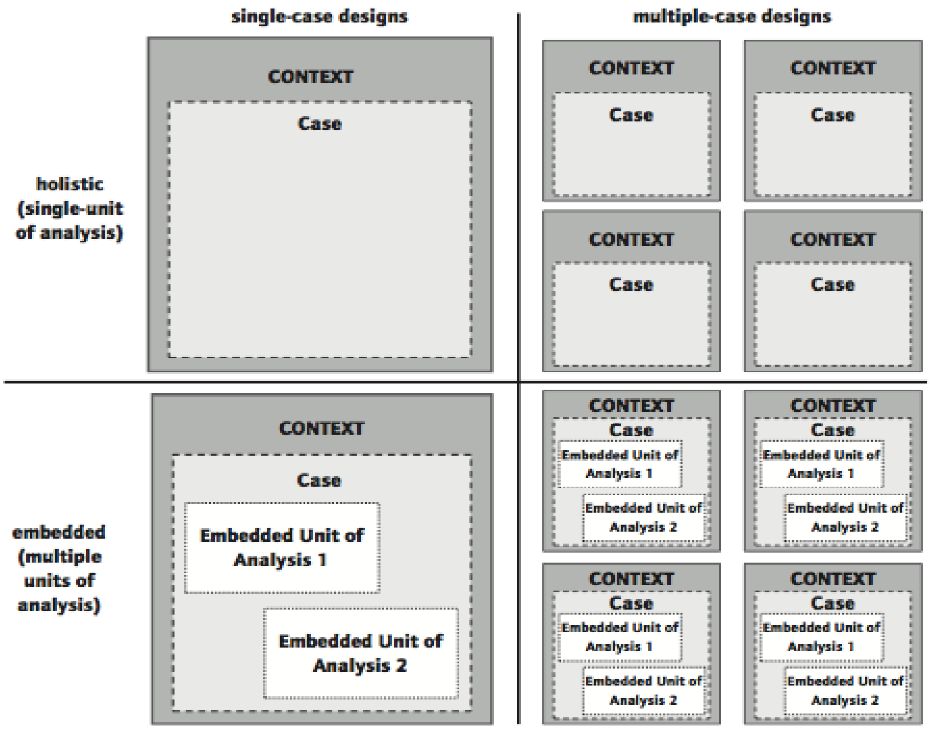
For å svare på forskningsspørsmålene mine var et kvalitativt forskningsdesign relevant for å få innblikk i en lærers tanker og meninger angående bruk av konkreter. Spørsmål i kvalitative metoder er ofte mer åpne slik at deltaker kan komme med utfyllende og detaljerte svar, noe som var viktig for min forskning (Christoffersen & Johannessen, 2012). Før datainnsamlingen ble gjort, var det mye usikkerhet rundt hva jeg ville møte da jeg skulle studere en lærers praksis. Det at den kvalitative tilnærmingen gir rom for tilpasning underveis i prosessen ble derfor veldig hensiktsmessig for at innsamlingen av data ble så grundig og relevant som mulig.

3.1.1 Casestudie

For å finne svar på forskningsspørsmålene mine valgte jeg å gjøre en casestudie. En casestudie vil si en studie av en eller noen få undersøkelsesenheter. Disse enhetene kan være for eksempel et individ, en organisasjon, et hendelsesforløp, en handling, et dokument eller et land (Andersen, 2013). Ordet *case* kommer fra det latinske ordet *kasus* som betyr tilfelle, og i casestudier er en opptatt av å forske på et tilfelle av noe (Wæhle & Sterri, 2016). Ettersom jeg ønsket å gå i dybden på en lærers arbeid innenfor et klasserom, ble det relevant for meg å gjøre en slik studie. Casestudier er ifølge Andersen (2013) gunstig å benytte dersom en ønsker å få en dypere forståelse og forklaringer på ulike handlinger og prosesser. Det var nettopp dette å få en dypere forståelse og forklaring for en lærers handlinger jeg ønsket å oppnå gjennom min studie.

I min casestudie valgte jeg å benytte videoobservasjon og intervju basert på videoopptakene for å innhente data. I casestudier benyttes stort sett kvalitative metoder for datainnsamling og det valgte også jeg å benytte (Andersen, 2013). Bruken av videoobservasjon ville kunne besvare mitt forskningsspørsmål angående hvordan læreren brukte konkretene. Intervjuet ga grunnlag for å besvare forskningsspørsmålet angående hvordan læreren begrunnet bruken av konkretene. Casestudier kan bygges opp på mange måter og ulike metoder kan benyttes. Metodene som benyttes definerer ikke om studiet er en casestudie eller ikke, det avgjøres av det tydelige fokuset på en case (Stake, 2005).

Min studie tar utgangspunkt i én case, altså fokuset på en lærers bruk av konkreter i matematikk. Jeg valgte å følge kun én lærer for å undersøke denne casen, altså valgte jeg kun én analyseenhet. Dette beskrives ifølge Yin (2012) som et case-design med en holistisk analyse av en enkeltcase. I figuren nedenfor (Figur 3) beskriver Yin (2012) sine fire case-design en kan velge mellom i arbeid med en casestudie. Disse beskrives ut fra to dimensjoner. Den ene dimensjonen tar for seg om det er en enkeltcase eller flere caser som studeres. Den andre dimensjonen handler om hvilken tilnærming til studien som benyttes, altså om det er en holistisk (én analyseenhet) eller en analytisk (flere analyseenheter) (Yin, 2012).



Figur 3: Ulike casedesign (2012)

Dataene jeg fikk i forbindelse med datainnsamlingen til oppgaven min kan tolkes på ulike måter og analyseres ut fra hvilke teoretiske perspektiv jeg har valgt å ta utgangspunkt i. Yin (2012) skiller mellom to analysestrategier innen casestudie; analyse basert på teoretiske antakelser og beskrivende casestudium. I min casestudie er analyse basert på teoretiske antakelser relevant ettersom min case er styrt ut fra allerede fastsatt teori og den analyseres heretter. I analysen og tolkningen av funnene mine må altså det teoretiske grunnlaget benyttes. Analysen tar utgangspunkt i sosial-konstruktivismen med fokus på Vygotskys synspunkter (se kapittel 2.4.1 Sosial-konstruktivisme s. 14). Her kan teorien hjelpe meg til å forstå mine funn og som Yin (2012) skriver, kan dette kanskje danne grunnlag for ny teori. En beskrivende casestudie benyttes stort sett dersom en ikke har noen særlige teoretiske antakelser på forhånd. I analysen min vil datamaterialet analyseres i hovedsak ut fra et teoretisk grunnlag, men i tillegg vil det analyseres ut fra sunn fornuft (dette kommer jeg tilbake til senere i kapittelet). Derfor vil analysestrategien preges noe av et beskrivende casestudium ettersom ikke hele analysen baseres på det teoretiske grunnlaget.

Ved at jeg valgte å benytte en casestudie hadde jeg den fordelen at jeg som forsker, kunne gå i dybden av en enhet og komme frem til detaljerte og inngående beskrivelser av et fenomen. Det som derimot kan være en svakhet ved bruk av casestudier er at det kan være en begrensing og en analytisk utfordring å trekke generelle slutninger på bakgrunn av studie av én enhet (Andersen, 2013). Det som kommer frem fra en studie av et fenomen trenger ikke være tilfelle i alle andre lignende fenomen. På grunn av at jeg valgte å benytte en casestudie, må jeg derfor ikke generalisere slik at det overskrider hva min studie faktisk kan fortelle.

3.2 Informanter

Til datainnsamlingen min måtte jeg finne informanter som kunne hjelpe meg til å finne svar på problemstillingen min. Jeg trengte derfor et samarbeid med lærere som lot meg delta i matematikkundervisningen sin for å observere bruken av konkreter. Læreren måtte dermed være villig til å la meg filme i klasserommet og å bli intervjuet i etterkant for å reflektere rundt undervisningen som fant sted. Da jeg skulle finne informanter benyttet jeg et strategisk utvalg. Dette vil si at informantene velges ut fra visse kriterier som forskeren tenker kan ha betydning for det som skal undersøkes (Repstad, 2007). Jeg ønsket å samarbeide med en eller flere lærere som til vanlig underviser i matematikk. Jeg ønsket også å finne lærere som hadde jobbet noen år slik at de hadde en del erfaring fra undervisning i skole.

Da jeg skulle søke etter informanter som ønsket å bidra til min masteroppgave valgte jeg å sende ut mail til rektorer og avdelingsledere på ulike skoler slik at de kunne forhøre seg blant lærerne om noen kunne tenke seg å hjelpe meg. Jeg ble nødt til å sende ut ganske mange mailer i flere kommuner da jeg fikk mange avslag. De fleste tilbakemeldingene jeg fikk var at skolene hadde det travelt og hadde dermed ikke tid til å ta imot meg. Jeg fikk også en del tilbakemeldinger på at lærerne var skeptiske til at jeg ville filme i klasserommet deres. Dette ble av noen grunnet i at lærerne syntes det var mye arbeid med at det da måtte søkes tillatelse fra elevenes foreldre dersom elevene skulle bli filmet. Etter mye frem og tilbake fikk jeg positivt svar gjennom tidligere bekjentskap og hadde da sikret meg en lærer jeg kunne samarbeide med. Jeg ønsket i utgangspunktet å samarbeide med 3-4 lærere hvor jeg kunne observere hver av dem i én matematikktime. Ettersom jeg hadde brukt mye tid på å finne informanter, bestemte jeg meg for å kun følge denne ene læreren, men da å være tilstede i flere matematikktimer. Informanten i oppgaven min er en lærer som har jobbet i ca. fem år. Han har erfaring fra både småtrinnet og mellomtrinnet. Klassen han nå jobber i er en fjerdeklasse og disse elevene har han fulgt siden de begynte på skolen. Det var i denne klassen jeg var tilstede i da jeg gjennomførte videoobservasjon.

3.3 Videoobservasjon

Grunnen til at jeg ønsket å gjøre observasjon i forbindelse med datainnsamlingen min var for å komme tett på informanten og det jeg ønsket å forske på. Dette er det som kjennetegner observasjon i kvalitativ forskning (Repstad, 2007). Ut fra min problemstilling så jeg det hensiktsmessig å benytte videoobservasjon fordi det ga meg mulighet til å komme ordentlig i dybden på mitt undersøkelsesfelt. Ved hjelp av videoobservasjon kunne jeg studere videoopptakene av matematikkundervisningen flere ganger. I følge Fennefoss og Valvik (2001) er hensikten med videoobservasjon å fastholde autentiske situasjoner for å bruke disse til videre analytisk bearbeiding. Videoobservasjon i mitt tilfelle gjorde derfor at jeg fikk videomateriale som jeg kunne studere nøye og analysere slik at forskningen min kunne få mer dybde enn det jeg kanskje hadde fått sammenlignet med observasjon uten videoopptak. Videoopptakene fra undervisningen ga meg mulighet til å fokusere på kommunikasjonen i klasserommet. Dette var særlig relevant ettersom jeg ønsket å se hvordan læreren brukte konkreter i arbeid med matematiske begrep. Språket læreren brukte sammen med konkretene var derfor interessant for meg å studere. Muligheten til å studere enkelte videosekvenser flere ganger gjorde at jeg kunne fange opp bakenforliggende forhold for de ulike situasjonene og samtalene som fant sted. Dersom jeg hadde gjennomført observasjon uten videoopptak hadde jeg gjerne ikke oppfattet slike detaljer, fordi en da fokuserer på selve handlingen og ikke det som skjer rundt (Repstad, 2007).

Å bli «overvåket» av et videokamera er noe mange synes kan være litt ubehagelig. Det fikk jeg bekreftet i mitt forsøk på å skaffe frivillige informanter. I videoobservasjonen min måtte jeg dermed som forsker ta hensyn til noen punkter i tolkningen og analysen av videoopptakene. Den eller de som blir observert i forskningsarbeid kan gjerne både bevisst og ubevisst endre atferd fordi de vet at de blir observert (Alrø & Kristiansen, 1997). Denne atferden kan gjøre at jeg som forsker ikke får helt tak på hvordan min informant ville ha opptrådd uten meg som observatør og med videokamera tilstede. Som en observatør som kommer utenfra, er respekten for informantene utslagsgivende for hva som festes på båndet (Fennefoss & Valvik, 2001). Det vil si at en som forsker må gjøre informantene trygge på at du som forsker ikke er der for å lete etter feil ved det personene gjør, eller å misbruke observasjonene på noen som helst måte. Jeg prøvde å gjøre dette ved å informere informanten både i informasjonsskrivet (vedlegg 3) og gjennom samtaler, at jeg ønsket å lære mer om bruken av konkreter i matematikk. Gjennom intervjuet var jeg tydelig på at jeg ville høre læreren sine egne tanker rundt bruken av konkreter og jeg prøvde å stille spørsmål som ikke virket kritiske ovenfor det arbeidet læreren hadde gjennomført i undervisningen. Fennefoss og Valvik (2001) tydeliggjør at informantene også må få beskjed om at informasjon forskeren innhenter vil bli behandlet konfidensielt. Dette kom tydelig frem i samtykkeskjemaet (vedlegg 3) som min informant skrev under på. Her presiserte jeg blant annet at navn og andre personopplysninger som kom med på video- og lydopptak ville bli anonymisert i oppgaven, at video- og lydopptak ville bli lagret på en passordbeskyttet lagringsenhet og at filene ville bli slettet etter at oppgaven ble godkjent.

I forskningen min var jeg opptatt av at læreren som ble observert skulle få vite hvorfor og hva jeg ønsket å observere, altså var observasjonen min åpen. Åpen observasjon skiller seg fra skjult observasjon ved at deltakerne vet at de blir observert, mens de i skjult observasjon ikke vet at observasjon foregår. En åpen observasjon kan være åpen i ulik grad. I noen tilfeller vet deltakerne at de blir observert, men de vet gjerne ikke hvorfor (Repstad, 2007). Jeg ønsket å informere informanten i min forskning om hvorfor han ble observert. Jeg tenkte at dette kunne gjøre at det føltes tryggere å ha meg i klasserommet og dermed samtykke til å bli filmet. Det som kan være en konsekvens ved åpen observasjon er at deltakeres handlinger endres. I mitt tilfelle visste læreren at jeg ønsket å studere hans bruk av konkreter og læreren påpekte i etterkant at han gjerne hadde brukt litt flere konkreter enn han vanligvis gjør. Likevel fikk jeg sett hvordan læreren benyttet seg av disse konkretene og fikk innblikk i hans tanker angående denne bruken.

Jeg valgte å være en passiv observatør i klasserommet. Det vil si at jeg satt på «sidelinjen» og ikke deltok i opplegget som ble gjennomført (Repstad, 2007). Jeg valgte å være passiv fordi jeg ønsket at undervisningen skulle være så ordinær som mulig, slik at jeg kunne undersøke i størst mulig grad hvordan informanten min ville ha arbeidet om jeg ikke hadde vært tilstede. Ved å være tilstede i klasserommet kunne jeg også passe på at teknikken fungerte som den skulle. I tillegg kunne jeg, som Alrø og Kristiansen (1997) poengterer, fange opp hendelser som gjerne ikke kom tydelig frem på videoopptaket, men som kunne ha innvirkning på de ulike situasjonene i klasserommet.

3.3.1 Utførelse av videoobservasjon

Da jeg gjorde videoobservasjon var jeg tilstede i tre matematikkøkter i løpet av en uke. I den første undervisningsøkten begynte læreren på et nytt kapittel som handlet om brøk og desimaltall og fortsatte med dette temaet i de to neste øktene også. Før jeg gjennomførte videoobservasjonen måtte jeg ta noen vurderinger på forhånd angående litt praktiske ting. Dette handlet blant annet om hvordan jeg skulle sikre at lyd og bilde ble såpass bra til at jeg kunne få utbytte av videoopptakene i ettertid. Jeg valgte å kun bruke ett kamera. Jeg ville ha fokus på læreren hele veien og så dermed ikke store fordeler med å benytte flere kamera. Kameraet kunne flyttes dersom det var behov, men ettersom det var vidvinkel på kameraet kunne det fange opp nesten hele klasserommet i bildet. Jeg valgte å plassere kameraet langt fremme i klasserommet med fokus på læreren, samtidig som jeg kunne se hva elevene gjorde. Lyden på kameraet visste jeg på forhånd at var veldig god, men jeg var redd at mye støy i klasserommet kunne gjøre det litt vanskelig å høre hva læreren sa hele tiden. Jeg valgte derfor å ha en ekstern lydopptager som læreren festet rundt halsen. På denne måten kunne jeg høre på lydopptakene dersom lyden fra videoene noen steder var utydelig.

Ettersom jeg skulle filme i et klasserom med elever på 9-10 år, var det viktig for meg å informere disse om hvorfor jeg skulle være tilstede for å filme. Dette kommer jeg mer tilbake til i kapittelet om etiske hensyn. Barn kan ofte synes det er stas og bli filmet og derfor var jeg litt redd for at det ville være forstyrrende for undervisningen å ha meg tilstede med kameraet. Dette så jeg at ikke ble noe problem. I den første undervisningen jeg skulle filme fikk jeg litt tid til å hilse på elevene og fortelle at jeg skulle begynne å filme. Elevene syntes dette var veldig spennende og en del av dem ville vise seg frem for kameraet. Da læreren overtok timen og startet undervisningen, ble kameraet fort glemt. Kameraet stod mesteparten av timen i ro og siden det var et veldig lite kamera, så det ikke ut til at elevene tenkte mer over at de ble filmet. I friminuttene fikk jeg snakket litt med elevene og bli bedre kjent med dem. Jeg fikk inntrykk av at de synes det var trygt og helt greit at jeg var tilstede inne i klasserommet.

3.4 Intervju

Jeg valgte å benytte et intervju for å få tak i informantens egen tolkning av det som ble observert i undervisningen. Et kvalitativt intervju var det jeg tok utgangspunkt i fordi en her har fokus på åpne spørsmål som gir rom for å avdekke informanters meninger og opplevelser av det aktuelle temaet (Kvale & Brinkmann, 2009).

Jeg valgte å benytte meg av et *video-stimulert tilbakekallende intervju*. Stimulert tilbakekalling beskrives av Lyle (2003) som forskningsprosedyrer hvor kognitive prosesser kan undersøkes ved å la personer se videoopptak av deres egne handlinger for å gjengi deres tenkning i de ulike situasjonene. Stimulert tilbakekalling kan gjennomføres på ulike måter.

For eksempel kan personene som har blitt observert selv velge hvilke deler av videoen de ønsker å kommentere og hvilke tema de ønsker å fokusere på. Jeg ønsket å selv styre samtalen til en viss grad og selv velge ut hvilke videosekvenser vi skulle snakke om. Denne måten for tilbakekalling kalles *fokusert feedback* (Johannessen, 1990). Jeg valgte å styre samtalen med et semistrukturert intervju. Dette er et kvalitativt intervju som innebærer en intervjuguide hvor noen spørsmål eller stikkord for samtalen på forhånd er satt opp. Rekkefølgen på samtaleemnene trenger ikke være i en bestemt rekkefølge og intervjuet kan underveis tillegges oppfølgingsspørsmål (Kvale & Brinkmann, 2009).

Videosekvensene som var utgangspunkt for intervjuet ble valgt på grunn av mine antakelser om at de kunne gi meg svar på problemstillingen min. Sekvensene som ble valgt ut var situasjoner hvor jeg ble ekstra nysgjerrig på hva læreren hadde tenkt i øyeblikket og hva han i etterkant tenkte angående bruken av konkretene og deres bidrag til elevenes læring. Ut fra disse videoklippene formet jeg spørsmål som kunne hjelpe meg til å forstå undervisningen enda bedre og få frem lærerens tanker og meninger rundt de ulike situasjonene. Intervjuguiden min (vedlegg 4) startet med noen generelle spørsmål angående lærerens bruk av konkreter Dette handlet blant annet om lærerens tilgang på konkreter på skolen og hans tidligere erfaringer med bruk av konkreter. Videre i intervjuguiden satte jeg opp spørsmål ut fra de utvalgte videosekvensene jeg hadde valgt ut.

3.4.1 Utførelse av intervju

Intervjuet jeg hadde med informanten min ble gjennomført ca. to uker etter siste videoobservasjon. Intervjuet ble dokumentert ved hjelp av en lydopptager. I intervjuet startet jeg med de generelle spørsmålene angående lærerens tidligere erfaringer med bruk av konkreter for å få et inntrykk av hans syn på dette. Videre tok vi for oss et og et videoklipp. Som regel startet jeg med å stille et spørsmål og informanten svarte på dette. Jeg var tydelig på at han selv kunne komme med kommentarer utenom spørsmålene og videoklippene, noe han fulgte opp ettersom han hadde mange tanker rundt temaet. Som forsker og intervjuer prøvde jeg å være en aktiv lytter ved å høre på hva informanten sa og respondere på dette. Spørsmålene hadde jeg prøvd å forme slik at de ikke gjenspeilet min tolkning av undervisningen, men som spørsmål jeg virkelig var interessert i å høre hans tanker og meninger om.

3.5 Etiske hensyn

Når forskning skal gjennomføres må en ta hensyn til en del etiske vurderinger i forbindelse med prosjektet. Dette er spesielt viktig når prosjektet involverer mennesker, fordi forskningen skal ikke oppfattes som en belastning for deltakerne. Den *Nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora* (NESH) har satt noen etiske retningslinjer som må følges dersom forskning skal gjennomføres (Christoffersen & Johannessen, 2012). *Informanters rett til selvbestemmelse og autonomi* er et viktig punkt som må være tydelig for deltakere før forskningen starter. Dette innebærer at deltakerne kan bestemme over sin deltakelse. Å velge å delta er frivillig, og en kan når som helst trekke seg uten å begrunne dette og uten noe ubehag eller negative konsekvenser (Christoffersen & Johannessen, 2012). Personopplysningsloven stiller krav til samtykke dersom enkeltpersoner kan identifiseres gjennom data som innhentes (Christoffersen & Johannessen, 2012). Deltakerne i et forskningsprosjekt skal føle seg ivaretatt og komfortabel med å være en del av prosjektet.

Deltakerne i min forskning ble godt informert om hva prosjektet mitt gikk ut på, hvorfor jeg skulle gjennomføre det og at all data ville bli behandlet konfidensielt og deltakerne ville bli anonymisert i oppgaven. Jeg informerte rektor på skolen jeg var på, i tillegg til læreren og foreldre/foresatte til elevene i klassen. Før min forskning kunne begynne måtte jeg be om samtykke fra både elever og læreren om at de var villige til å delta (vedlegg 2 og 3), og jeg måtte informere om deres rettigheter i forbindelse med deltakelsen. Ettersom elevene var under 18 år måtte også foreldre/foresatte skrive under på samtykke for elevene (se vedlegg 2). Ved at jeg informere godt om prosjektets hensikt og hvordan behandling av data ville foregå, kunne dette gjøre at det føltes tryggere å delta (Alrø & Kristiansen, 1997). Selv om det ikke var et krav til at elevene selv måtte skrive under på et samtykkeskjema, valgte jeg å likevel sende ut et skjema til dem med aldersrettet informasjon. Ved å gjøre dette kunne de føle retten til å ta egne avgjørelser og slippe å føle det ubehagelig å bli filmet dersom de egentlig ikke hadde lyst. Heldigvis ønsket alle elevene i klassen å være tilstede da jeg skulle filme. Dersom ikke alle hadde samtykket til deltakelse hadde jeg og læreren blitt nødt til å få til et eget opplegg for disse elevene, eller å passe på at elevene ikke kom med på videoopptaket.

Siden jeg skulle gjøre videoopptak av elever og en lærer var jeg nødt til å få tillatelse fra Personvernombudet for forskning, Norsk senter for forskningsdata AS (NSD). NSD har som oppgave å bidra til at ulike institusjoner kan ivareta lovpålagte plikter knyttet til internkontroll og kvalitetssikring av egen forskning. Dette innebærer blant annet å forhåndsvurdere forskningsprosjekter i henhold til personopplysnings- og helseregisterloven (NSD, i.d.). Selv om deltakerne anonymiseres i min oppgave måtte jeg likevel søke om tillatelse til gjennomføring, fordi personopplysninger om deltakerne lagres i en periode og de kan gjenkjennes gjennom videoopptakene. Jeg kunne først begynne datainnsamling etter at søknaden til NSD var godkjent (vedlegg 1).

3.6 Validitet og reliabilitet

Et spørsmål som jeg som forsker måtte stille meg når jeg skulle gjennomføre forskningen var hvor pålitelige og hvilken relevans dataene mine ville ha. I forbindelse med forskning kalles dette reliabilitet (pålitelighet) og validitet (relevans). Reliabilitet handler om datamaterialets nøyaktighet, hvilke data som benyttes, måten det blir samlet inn på og hvordan bearbeidingsprosessen foregår (Thurén, 2012). Validitet handler om hvor relevante dataene er. Her er det viktig å vurdere om det er relasjon mellom fenomenet som skal undersøkes og dataene som innhentes (Kvale & Brinkmann, 2009).

Med tanke på reliabilitet i min oppgave var jeg nøye på hvordan jeg behandlet datamaterialet mitt på. Jeg måtte være forsiktig når det gjaldt å ikke vri om på det informanten min fortalte i intervjuet og hvordan han opptrådde i videoopptakene. Ut fra lydopptak og videoopptak gjorde jeg transkribering av det som ble sagt. På denne måten arbeidet jeg videre med datamaterialet på en slik måte at det samsvarte med det informanten sa, noe som gir oppgaven høy reliabilitet. Under intervjuet stilte jeg noen oppklaringsspørsmål for å sikre at jeg hadde forstått hva informanten min mente. På denne måten kunne jeg slippe å gjøre feiltolkninger av det informanten hadde fortalt. Intervjuet gjorde også at jeg kunne få begrunnelser på hva som skjedde i undervisningstimene og unngikk dermed å tolke undervisningen ut fra feil premisser. Som Kvale og Brinkmann (2009) påpeker, skal forskeren være en pålitelig kilde og en skal kunne stole på at tolkningene gjøres i tråd med det som faktisk skjer. Ved at jeg som lærerstudent har tidligere erfaring med undervisning kan dette til en viss grad styrke oppgavens reliabilitet ettersom tolkninger reguleres på bakgrunn av erfaring i feltet. Det kan også trekke reliabiliteten i negativ retning ettersom dette kan ha gjort meg blind for dette feltets fastsatte normer.

Å teste en forsknings reliabilitet handler om hvorvidt resultater kan reproduseres av andre forskere til en annen tid (Kvale & Brinkmann, 2009). Siden forskningen min er kvalitativ er dette vanskelig å teste fordi det i mitt tilfelle var en spesifikk kontekst rundt innhenting av datamaterialet. Likevel kan reliabilitet ses i måten datamaterialet fremkommer på. I mitt tilfelle handler det for eksempel om hvordan intervjuet ble gjennomført, hvorvidt spørsmålene var ledende, og hvor objektiv jeg som forsker opptrådte.

For å vurdere min forsknings grad av validitet ble jeg nødt til å tenke over om mitt datamateriale har relevans ovenfor problemstillingen og forskningsspørsmålene. Jeg måtte tenke gjennom hva jeg egentlig ønsket å finne ut og dermed ha fokus på kun dette for å oppnå en tydelig relasjon mellom fenomenet som skulle undersøkes og datamaterialet mitt. Ved at jeg benyttet en casestudie var det viktig at jeg var klar over at generaliseringer kan være en svakhet ved forskningen (Andersen, 2013). Ettersom mitt datamateriale hentes fra kun en informant måtte jeg være forsiktig med å generalisere for mye uten grunnlag til dette. Det kan svekke resultatenes relevans i forhold til teorigrunnlaget. Det som derimot kan gi min casestudie høy validitet er at den går i dybden på et område og gir meg som forsker omfattende og detaljert kunnskap på området (Andersen, 2013). Ettersom jeg brukte flere metoder for å undersøke samme fenomen kan dette styrke oppgavens validitet.

3.7 Analysering av forskningens datamateriale

Da jeg skulle gå i gang med analysering av datamaterialet var transkriberingen et viktig utgangspunkt. Transkribering ble gjort av både intervjuet og videoopptakene. Istedenfor å hele tiden måtte studere videoopptakene og lydopptaket, kunne jeg benytte transkripsjonene til å studere det som ble sagt uten andre forstyrrelser. Transkripsjoner skal være identisk med det som blir sagt og dermed kan en velge ut noen deler som kanskje er mer relevante for videre analyse (Kvale & Brinkmann, 2009). I transkriberingen av videoopptakene noterte jeg det som ble sagt i tillegg til å beskrive hva som foregikk i videoklippene.

For å tolke mitt datamateriale valgte jeg å følge Kvale og Brinkmann (2009) sine tre fortolkningsnivåer som er *selvforståelse, kritisk forståelse basert på sunn fornuft* og *teoretisk forståelse*. Det første steget jeg måtte gjennomføre var arbeidet med selvforståelse. Dette innebar at jeg måtte prøve å oppfatte min informants mening ut fra det som ble sagt i undervisningen og under intervjuet (Kvale & Brinkmann, 2009). Dette presenteres i neste kapittel som en *meningsfortetting*. Det vil si en forkortelse av det som ble sagt hvor «den umiddelbare mening i det som er sagt, gjengis med få ord» (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 212). En meningsfortetting skal prøve å hente frem det som allerede ligger i teksten, i mitt tilfelle i transkriberingene (Kvale & Brinkmann, 2009).

Det neste steget i tolkningsprosessen var kritisk forståelse basert på sunn fornuft. Dette vil si at «fortolkningen går her lenger enn til å omformulere den intervjuedes selvforståelse – hvordan de selv opplever og hva de mener om et emne - men holder seg innenfor konteksten av det som er en allment fornuftig fortolkning» (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 221). Her kunne fortolkningene ha «bredere forståelsesramme enn intervjupersonens egen» (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 221). Her kunne jeg stille meg kritisk til innholdet i datamaterialet og ha fokus på uttalelsers innhold eller på personen bak uttalelsene. Allmenn kunnskap kan inkluderes for å berike og presisere fortolkningene (Kvale & Brinkmann, 2009).

Det siste nivået i fortolkningsprosessen var arbeidet med teoretisk forståelse av datamaterialet. Dette innebærer at en teoretisk ramme benyttes i fortolkningen, og datamaterialet tolkes ut fra denne (Kvale & Brinkmann, 2009). Fortolkningen beveger seg dermed «lenger enn til intervjupersonens selvforståelse, og også lenger enn en fortolkning basert på sunn fornuft» (Kvale & Brinkmann, 2009, s.222). Min teoretiske ramme for analyseringen blir et sosial-konstruktivistisk perspektiv. Materialet vil analyseres ut fra sentrale synspunkter i teorien. Her vil Vygotskys teori om begrep være i fokus og hans meninger om språkets funksjon for at læring kan skje.

4 Presentasjon av datamaterialet

I dette kapittelet vil jeg presentere mitt datamateriale i form av meningsfortettinger av videoopptak og intervju. Dette tilsvarer Kvale og Brinkmann (2009) sitt første nivå i fortolkningen av datamaterialet. Jeg vil først presentere videoopptakene og deretter intervjuet.

4.1 Presentasjon av videoopptak

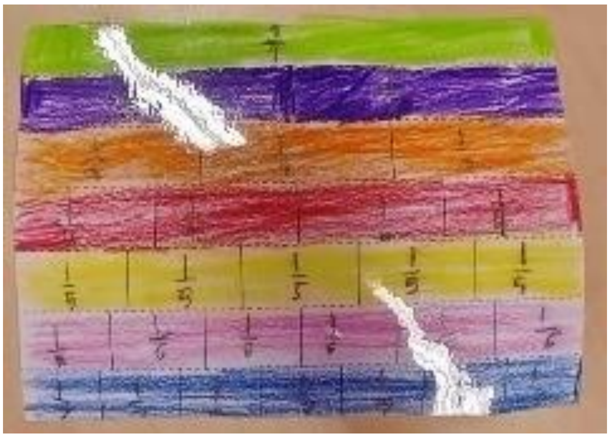
Videre følger en presentasjon av hver av de tre matematikkøktene jeg deltok i. Øktene hadde ulik varighet, men alle øktene ble gjennomført i løpet av samme uke, fordelt på tre dager.

4.1.1 Presentasjon av videoopptak fra 1. økt

Den første matematikkøkten varte i 60 minutter. I begynnelsen av timen fortalte læreren elevene at de skulle begynne på et nytt tema i matematikk som var brøk og desimaltall. Han fortalte at målet for timen var å «vite hva en brøk og et desimaltall er, og få oversikt over kapittelet». Læreren og elevene snakket sammen om brøk og desimaltall, hva dette er, hvor vi møter det og hva det brukes til. Dialogen om brøk og desimaltall varte i ca. 30 minutter. Etter dette satte læreren på en video som han kalte for *Brøkmysteriet.* Filmen ble spilt på en SMART Board som er en digital tavle. SMART Board kan styres ved hjelp av en PC eller ved berøring på selve tavlen (Interactive Norway, i.d.). I filmen som ble spilt av fikk elevene en oppgave hvor de skulle finne ut hvilke brusflasker i filmen som hadde like mye innhold av brus. På flaskene var det etiketter hvor det var påskrevet enten et desimaltall eller en brøk på. Elevene kom med forslag til hvilke brusflasker som hadde like mye innhold og læreren flyttet deretter disse flaskene rundt på skjermen. I de siste 10 minuttene av timen fikk elevene sitte sammen to og to og bla i matematikkboken sin for å bli kjent med kapittelet om brøk og desimaltall.

4.1.2 Presentasjon av videoopptak fra 2. økt

Den andre økten jeg deltok i varte også i 60 minutter. Læreren startet økten med å fortelle at målet for denne timen var «jeg vet hva likeverdige brøker er». Læreren spurte elevene om de visste hva ordet *likeverdig* betyr. En elev foreslo at det betydde «like mye verdt eller det samme». En annen elev ga et eksempel på to likeverdige brøker («to av fire og en av to»). Læreren viste noen eksempler på likeverdige brøker på SMART Board, både ved å bruke standard brøk-notasjon (tallsymbol vist ved teller og nevner) og rektangler delt inn i ulike brøkdeler. Etterpå sa læreren at elevene skulle lage en brøkguide over ulike brøker. Læreren viste på SMART Board hvordan de skulle gjøre dette. Elevene fikk utdelt et ark med et ferdig inndelt skjema. De ble bedt om å være nøye med at brøkene som var like store skulle ha samme farge og at de måtte fylle inn navnet på hver brøkdel (Figur 4). Elevene jobbet i 30 minutter og fikk laminert sin brøkguide da de var ferdige. Læreren sa at de skulle ta vare på den slik at de kunne ta den frem og bruke den igjen senere. De siste 10 minuttene spilte elevene et spill som læreren kalte *Førstemann til en hel*, hvor de spilte sammen tre og tre. Alle fikk utdelt hvert sitt spillebrett som var lik brøkguiden de nettopp hadde lagd, men uten farger og brøknavn på de ulike delene (Figur 5). Læreren fortalte at elevene skulle trille to terninger. Hver terning representerte teller eller nevner på en brøk. Hvis de fikk for eksempel en ener og en firer på terningene, kunne de fargelegge en rute som representerte en fjerdedel på spillebrettet sitt. Den som først klarte å fargelegge hele spillebrettet hadde vunnet.



Figur 4: Oversiktsguide over brøker og størrelsesforhold mellom dem.

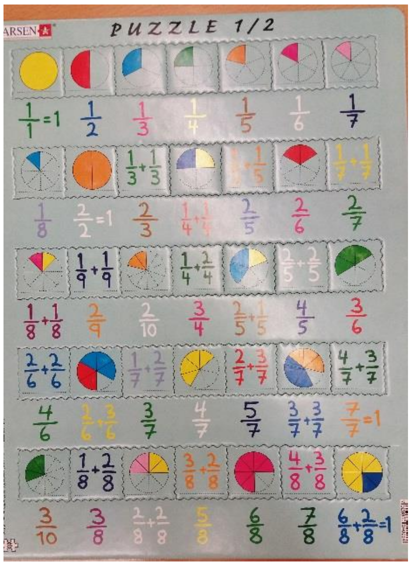
Figur 5: Spillet "Førstemann til en hel".

4.1.3 Presentasjon av videoopptak fra 3. økt

Den tredje økten jeg var tilstede i var delt opp i to undervisningsbolker hvor den ene varte i 90 minutter og den andre i 45 minutter, med 15 minutters pause i mellom. Helt på starten av første undervisningsbolk begynte læreren å legge ut ulike brøksirkler (sirkler som er inndelt i like deler) laget av papp på gulvet fremme i klasserommet samtidig som han snakket med elevene om andre ting. Etterpå presenterte han målet for matematikkøkten som stod på tavlen. Dette var «jeg kan bruke en del av en mengde til å finne hele mengden». Læreren viste noen eksempler på SMART Board hvor han benyttet ulike brøksirkler for å vise hvordan en kunne finne ut hvor stor en hel mengde var dersom han visste hvor stor en del av mengden var. Dette gjorde han ved å legge små røde kvadrater inni en eller flere av brøkdelene i sirkelen. Han ga elevene en oppgave om å finne ut hvor stor hele mengden var dersom de visste at ¼ av sirkelen inneholdt 2 kvadrater. Etter noen slike oppgaver ba læreren elevene jobbe sammen to og to og lage oppgaver til hverandre på samme måte som de nettopp hadde gjort sammen på SMART Board, men her ved hjelp av centikuber. Centikuber er små klosser i ulike farger som kan settes sammen med hverandre. Læreren forklarte at en elev skulle legge frem en mengde med centikuber og si hvor stor del av helheten denne mengden representerte. Deretter skulle medeleven finne ut hvor stor hele mengden var. Før elevene begynte på denne oppgaven viste læreren et eksempel på hvordan det skulle gjøres sammen med en elev. Etter at de hadde arbeidet med disse oppgavene i ca. 15 minutter skulle de begynne å jobbe i stasjoner. De var fire elever på hver gruppe og skulle innom fem stasjoner hvor de skulle arbeide i 10 minutter på hver. Læreren fortalte og viste hva de skulle gjøre på hver stasjon. På stasjon 1 arbeidet elevene med å finne ulike representasjonsformer for samme mengde ved hjelp av fire små tavler hvor elevene kunne bytte ut hvilket ark som hang fremst (Figur 6). En tavle viste brøksirkler, en viste desimaltall, en viste prosent og en viste en brøk skrevet med tall. En elev skulle ordne en av tavlene slik at de viste ønsket mengde. En medelev skulle dermed ordne de tre andre tavlene slik at disse viste samme mengde, men her med ulike representasjonsformer. På stasjon 2 og 4 skulle elevene spille brøkbingo (Figur 7). På spillebrettene var det skrevet ulike brøker og elevene skulle snurre en pil som pekte på ulike brøker. Hvis elevene hadde en rute på spillebrettet som inneholdt denne brøken kunne de dekke over ruten med en brikke. Førstemann som hadde dekket alle rutene på spillebrettet sitt vant. På stasjon 3 var det et puslespill. Her skulle elevene få på plass ulike puslespillbrikker som passet sammen med brøken som stod skrevet ovenfor hver puslespillrute (Figur 8). På stasjon 5 spilte elevene brøk og prosentdomino. Her skulle de spille med dominobrikker som på ene halvdelen hadde en påskrevet en brøk og på andre halvdel en prosent (Figur 9). Elevene la etter tur ned en dominobrikke. Brikkene måtte

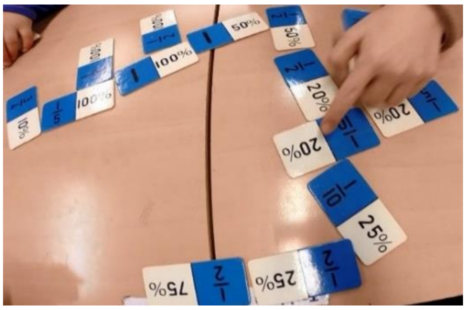
Figur 6: Tavler med ulike representasjonsformer.

Figur 7: Brøkbingo.



Figur 8: Brøkpuslespill.

ha en halvdel som var lik eller representerte samme mengde som en av halvdelene til brikkene som allerede lå på bordet. Det gjaldt å bli først kvitt alle brikkene sine.



Figur 9: Brøk og prosentdomino.

4.2 Presentasjon av intervju

I intervjuet med læreren fikk jeg høre hans tanker bak ulike videoklipp og hans refleksjoner rundt bruk av konkreter i matematikkundervisning. I løpet av de årene han har jobbet som lærer hadde han fått en del erfaring med bruk av konkreter. I sjetteklassen han overtok for noen år siden ble det derimot ikke brukt mye konkreter. Han ønsket å bruke det, men elevene var veldig algoritmiske i tenkningen, altså at de visste hva de skulle gjøre, men ikke hvorfor. Bruk av konkreter ble dermed tungvint fordi elevene ikke så nytteverdien i det. Fjerdeklassen som læreren nå var kontaktlærer for, var blitt vant til å bruke ulike typer konkreter. Han la ofte frem konkreter som elevene kunne benytte når de arbeidet og de var vant til at de kunne gå og hente seg det de trengte. Læreren ba ofte elevene om å finne seg noen konkreter dersom de stod fast på matematikkoppgaver fordi han visste at mange av elevene fikk utbytte av å ha noe fysisk foran seg. I økten hvor han la frem brøksirkler uten å si noe om dem, var tanken at elevene kunne bruke disse senere i timen dersom de følte de fikk støtte i dem. Hovedpoenget med å legge dem frem var derimot at han brukte dette som en fokusfanger, noe han ofte gjorde. Han ønsket at elevene selv skulle koble seg på, begynne å tenke matematikk og fundere over brøksirklene uten at han ba dem om dette.

Læreren brukte selv mye virtuelle konkreter når han foreleste. Det var enklere å få oppmerksomheten til alle elevene dersom han viste noe på SMART Board. Ved å stå fremme i klasserommet med små fysiske konkreter for å demonstrere et poeng, var det ikke så lett for alle elevene å få det med seg. De virtuelle konkretene var veldig tidsbesparende og nøyaktige og med SMART Board hadde han tilgang på veldig mange ulike konkreter. I arbeid med brøk var dette spesielt viktig fordi brøk kunne fremstilles i ulike former slik at elevene ikke fikk den oppfatningen om at brøk alltid var sirkelformede. Læreren brukte også mye fysiske konkreter, men disse ble mer brukt av elevene enn av han selv. Ved å fremstille konkreter på SMART Board som lignet på de fysiske konkretene elevene var vant til å bruke, kunne elevene kjenne dette igjen og forstå at de kunne gjøre det samme med fysiske konkreter som med virtuelle konkreter. Elevene trengte støtte i både fysiske og virtuelle konkreter.

At elevene skulle forklare tenkningen sin ved å bruke et matematisk språk var læreren opptatt av. Med utgangspunkt i videoklippet hvor elevene skulle lage oppgaver med centikuber, ville læreren at de skulle uttrykte seg med et matematisk språk. Dette fordi elevene lærte veldig mye av å sette ord på sine tanker ettersom de da måtte sortere tankene sine for å kunne uttrykke seg tydelig. Ved at de måtte forklare med et matematisk språk hva de gjorde med centikubene for en læringsvenn[1], ville både de selv og læringsvennen ha utbytte av dette. Videoklippet fra arbeidet med brøksirklene på SMART Board fikk meg til å undre på måten læreren benyttet begrepet «klosser» da han refererte til de røde kvadratene. Dette var et begrep som var så godt innarbeidet i klassens språk, at når læreren snakket om klosser forstod elevene at det var snakk om disse centikubene som de hadde arbeidet mye med. Centikubene var en veldig hensiktsmessige konkret. De var lette å tegne og å fremstille etterligninger av på SMART Board. I tillegg hadde de store mengder med centikuber slik at alle elevene kunne arbeide med disse samtidig.

Poenget med at elevene skulle lage en brøkguide i den andre økten var for at elevene skulle kunne bruke den i senere arbeid med brøk. Elevene hadde i ettertid brukt den en del, både ved instruks fra læreren, men noen hadde også valgt å finne den frem selv. Ved å lage brøkguiden selv lærte elevene mer i forhold til om de bare hadde fått utdelt en ferdig utgave.

Poenget med stasjonene i den tredje økten var i hovedsak for at elevene skulle få en slags overstimulering av brøk. Å spille spill var noe elevene syntes var veldig gøy og ved brøkbingoen fikk de spille spill samtidig som de litt ubevisst måtte tenke matematikk. Fordelen med brøkpuslespillet var at de fikk svar med en gang på om tenkningen deres var riktig. Dersom brikken passet var svaret rett, ellers måtte de tenke på nytt. Dominospillet var litt vanskelig for elevene. Det ble litt for abstrakt for elevene å måtte koble brøk til prosent. De fire tavlene fungerte forholdsvis greit, men også her kunne det være litt vanskelig for elevene å koble sammen ulike representasjoner.

På grunn av mange ulike arbeidsmetoder og strategier, kunne konkretene som ble brukt i matematikkøktene ha hjulpet elevene til å nå målene i hver økt. Brøk ble arbeidet med på ulike måter og med ulike typer konkreter, så dersom elevene ikke fikk utbytte av den ene arbeidsmetoden så kanskje de hentet seg inn ved bruk av en annen metode eller andre konkreter. Ved arbeid med fysiske og virtuelle konkreter kunne denne erfaringen benyttes

[1] «En læringsvenn er en medelev som en elev kan samarbeide med og snakke med for å reflektere over læring» (Slemmen, 2010, s. 182).

videre i deres arbeid. Noen elever trengte ofte å hente seg fysiske konkreter, mens andre klarte oppgavene uten eller ved å tegne matematikken.

5 Analyse

I dette kapittelet vil datamaterialet mitt bli analysert og tolket for å kunne svare på problemstillingen og forskningsspørsmålene for oppgaven. Dette gjøres ut fra Kvale og Brinkmanns (2009) andre og tredje fortolkningsnivå. Her vil deler av datamaterialet trekkes frem og analyseres først ut fra sunn fornuft og deretter ut fra en teoretisk forståelse. Formålet med studien er å undersøke hvordan en lærer benytter konkretiseringsmateriell i arbeid med læring av matematiske begrep. Den teoretiske forståelsen baseres på en sosial-konstruktivistisk læringsteori med fokus på Vygotskys teori om begreper og synet på språk som redskap for at læring kan skje.

Datamaterialet vil bli analysert ut fra tre perspektiver. Det første perspektivet tar for seg en kategorisering av de ulike konkretene som ble brukt i undervisningen. Ut fra dette vil jeg analysere lærerens hensyn til konkretenes gjennomsiktighet. Her vil derfor lærerens bruk av konkretene analyseres for å se hvordan han knytter disse opp til matematikken som skal formidles til elevene. Det andre perspektivet vil sette fokus på brøkbegrepet som skulle læres i undervisningen. Her vil jeg se på hvilke aspekt ved brøkbegrepet læreren velger å fokusere på i undervisningen og hvordan konkretene benyttes som hjelpemiddel for at elevene kan få forståelse for begrepet. Det tredje perspektivet handler om språkets funksjon i forbindelse med konkretene. Her vil fokuset være hvordan læreren uttrykker seg når han benytter konkretene og hvordan han arbeider for å la elevene uttrykke sin matematiske tenkning sammen med konkretene. Helhetlig vil analysen ta for seg hvordan læreren brukte konkretene for å skape en læringsarena for elevene i lys av den sosial-konstruktivistiske læringsteorien.

I kapittelet vil deler av transkripsjonene brukes i forbindelse med analysen. Disse er nummerert for å gi leseren et inntrykk av når de ulike dialogene har funnet sted. Nummereringen vil vise til hvilken av de tre matematikkøktene dialogene er hentet fra og dette er vist ved tallet bak komma. Det vil si at nummer 2.1 er hentet fra den første økten. Tallet foran komma henviser til sitatets nummer i rekken av sitater. Det vil si at nummer 2.1 er den andre uttalelsen som fant sted i den første matematikkøkten. I undervisningen ble flere av elevenes navn nevnt underveis. For å anonymisere dette, markeres elevers navn slik i dialogene: #navn#.

5.1 Konkretene og deres gjennomsiktighet

For å lage en oversikt over de ulike konkretene som ble brukt i undervisningen har jeg laget en tabell (Figur 10) hvor konkretene kategoriseres etter hvilken type konkret de regnes som. Disse kategoriene er basert på Bartolini og Martignone (2014), Szendrei (1996) og Holms (2012) definisjoner på konkreter (se delkapittelet om 2.1 Matematiske konkreter s. 6).

	Fysiske konkreter	**Virtuelle konkreter**	**Semikonkreter**
Historisk-kulturelle konkreter	Terninger (ifm. spillet Førstemann til en hel).		
Kunstige konkreter	Brøksirkler. Centikuber. Brøkbingo. Brøkpuslespill. 4 tavler med representasjoner. Brøk og prosentdomino.	Brøksirkler.	Rektangler ifm. likeverdige brøker. Brøkguide. Førstemann til en hel (spillebrettet).
Hverdagslige konkreter	Vannflaske.	Brusflasker i brøkmysteriet.	

Figur 10: Oversikt over de ulike konkretene som ble brukt

Av tabellen kommer det tydelig frem at det var flest fysiske konkreter som ble brukt i undervisningsøktene. Selv om det ut fra tabellen kan se ut som at det var fysiske konkreter som dominerte undervisningen, var ikke dette tilfellet. På grunn av stasjonsarbeidet ble det benyttet mange fysiske konkreter, noe som utgjorde et overtall av disse. Tidsmessig ble nok virtuelle konkreter brukt like mye. Tabellen er gjerne ikke et representativt resultat for lærerens generelle bruk av konkreter, ettersom han selv uttrykte at han likte å bruke mest virtuelle konkreter når han underviste og at de fysiske konkretene ble helst brukt av elevene.

Bruken av konkretene i undervisningen ble gjort på mange ulike måter. Det varierte mellom undervisningssituasjoner hvor læreren selv brukte konkretene for å demonstrere matematiske poeng og undervisningssituasjoner hvor elevene selv fikk styre bruken av konkretene. Læreren uttrykte selv at han syntes det var veldig viktig å variere mellom konkreter og arbeidsmåter med disse. Han var tydelig på at han trodde at bruken av konkreter var nyttig for mange av elevene, men at noen ikke hadde like stor nytte av dette. Det kan tyde på at dette var noe han er opptatt av og at han dermed planlagte undervisningen deretter. Dette kan ses igjen i hans tanke om at han ofte ønsket å ha konkreter tilgjengelige for elevene i klasserommet. Ved at elevene kunne gå fritt og hente seg konkreter, legger han til rette for god støtte for de som ønsker å tydeliggjøre matematikken, for eksempel ved å bygge mengder med centikuber.

Som læreren fortalte, brukte han helst virtuelle konkreter når han selv foreleste grunnet praktiske hensyn. De var tidsbesparende og enkle å bruke i mange ulike tema i matematikken. De var også hensiktsmessige ved at det var lett for alle elevene å følge med ettersom de virtuelle konkretene ble brukt på SMART Board som var synlig for alle. Også de fysiske konkretene hadde praktiske fordeler som læreren benyttet seg av i undervisningen. Han var opptatt av at elevene skulle bruke læringsvenn aktivt, altså at de skulle spørre læringsvennen sin om hjelp dersom de stod fast på enkelte oppgaver. Læreren nevnte at han flere ganger ba elevene hente seg ulike konkreter dersom de ikke fikk til oppgavene. På denne måten kunne de få et ekstra verktøy til hjelp i oppgavene og læreren fikk dermed mer tid til overs ettersom det ble færre elever han trengte å hjelpe. Det kan virke som om læreren var bevisst på slike praktiske hensyn og nyttige sider ved konkretene. På denne måten kan han ha ordnet seg ekstra tid til å nå ut til alle elevene i en travel hverdag. Han kan også ha fått et innblikk i elevenes forståelse av konkretene. Dersom elevene fremdeles trengte hjelp etter å ha brukt konkretene, kunne læreren gjerne se at konkretene kanskje ikke fungerte som et hjelpemiddel til akkurat denne eleven.

Ikke alle konkretene som ble brukt i undervisningen var like tydelige på matematikken de skulle representere. Noen av konkretene viste sammenhenger med matematikken som for eksempel brøkbingoen og brøkpuslespillet. På disse konkretene var det tydelig at de skulle brukes til brøk ettersom det var påskrevet standard brøk-notasjoner. Det vil ikke nødvendigvis si at elevene oppfattet denne forbindelsen til matematikken ettersom brøk var relativt nytt for dem og disse representasjonene av brøk ikke nødvendigvis ga matematisk mening for dem. Konkreter som centikubene var ikke like tydelige på at de skulle representere matematikk ettersom de ser ut som vanlige byggeklosser. I undervisningen var det derfor viktig at læreren klarte å tydeliggjøre matematikken sammen med alle konkretene, for at elevene skulle kunne få læringsutbytte.

5.2 Analyse ut fra et sosial-konstruktivistisk perspektiv

Den konstruktivistiske læringsteorien ser kunnskap som noe som ikke kan leveres fra en person til en annen, men som en kan velge å ta del i og selv tilpasse det til sin allerede ervervede kunnskap (Imsen, 1998) (se kapittelet om 2.4.1 Sosial-konstruktivisme s. 14). Ut fra konstruktivistisk tankegang ses konkreters funksjon som materiell som blir tillagt mening av hvert enkelt individ ved hjelp av materiellets utforming, instruksjoner fra andre, sosiale konvensjoner og egne kognitive strukturer (Frostad, 1995). For min oppgave er nettopp dette med instruksjoner fra andre et viktig poeng. Jeg ønsket å undersøke hvordan læreren benyttet konkreter i undervisningen og dermed vil jeg se nærmere på hvordan han la til rette for at elevene skulle få matematisk utbytte av konkretene som ble brukt. Ettersom jeg har valgt å analysere datamaterialet mitt ut fra et sosial-konstruktivistisk perspektiv, blir det sosiale læringsmiljøet et viktig element for analysen, men også elevenes egne kognitive strukturer må tas hensyn til.

Videre vil jeg gå nærmere inn på hver av konkretene for å analysere hvordan læreren brukte disse for å skape en læringsarena i matematikk. Fokuset ligger på bruken av konkretene og hvordan konkretenes gjennomsiktighet ble ivaretatt. Gjennomsiktighet handler som tidligere nevnt, om hvor lett det er å se matematikken gjennom konkretene (Bartolini & Martignone, 2014). Ettersom den konstruktivistiske tankegangen mener at matematisk mening må tillegges konkretene, vil jeg dermed ha et tydelig fokus på hvordan læreren arbeidet for å formidle matematikken gjennom konkretene.

5.2.1 Fysiske og virtuelle flasker

I forbindelse med samtalen rundt desimaltall i den første matematikkøkten, ble vannflasken som en fysisk konkret trukket inn av læreren for å fremme et matematisk poeng. Videre følger et utdrag fra denne samtalen hvor læreren bruker vannflasken til en elev for å poengtere viktigheten av desimaltall. Før dette utdraget har læreren snakket litt med elevene og spurt dem hva de tror et desimaltall er.

68.1 Lærer: Kommaet viser oss liksom hvordan vi kan se at det der er et desimaltall. Men hva betyr det?

69.1 Elev: Er desimal det samme som å måle desiliter?

70.1 Lærer: Desiliter. Ja, vi skal bruke masse desiliter når vi skal finne ut av desimaltall. Men et desimaltall det er rett og slett et tall som ligger mellom to hele tall. For eksempel sånn som #navn# sa, du sa 5,3 sant? *(skriver på tavlen: 5, 5.3, 6).* 5,3 er større enn 5, men mindre enn 6. Enig?

71.1 Elev: Ja.

72.1 Lærer: Det har gått forbi 5, så det er større enn 5, men det er mindre enn 6. Så det er dermed mellom to hele tall og på vei enten oppover eller nedover mot et helt tall alt etter hvilken type regning vi holder på med. Og derfor er det sånn som #navn# sa at vi bruker desilitermål eller centilitermål fordi vi skal ha mindre enn en hel eller mellom to hele. Det hadde vær veldig vanskelig å bake et brød for eksempel hvis vi hadde bare et mål på en liter. Veldig mange oppskrifter sier at du skal ha litt mer eller litt mindre enn en liter. Sånn som når jeg baker pizza så bruker jeg 0,3 liter vann. Så hvis litermålet mitt bare stoppet på en liter, det var ingen sånne små streker imellom, så hadde det vært veldig tilfeldig om jeg traff eller ikke. Da måtte jeg ha målt med øyet ikke sant. Så hvis vi tar flasken til #navn# *(tar en vannflaske frem og holder den opp).* Den er 0,65 liter står det. Så hvis du skulle ha brukt denne til å finne ut hva 0,3 er, så kunne du har fått det ganske nøyaktig, men du er liksom ikke sikker. Så derfor trenger vi disse desimaltallene hele veien opp, for eksempel til baking og til veldig mange andre ting.

Vannflasken i seg selv har ingen direkte forbindelse med matematikken ettersom det er en hverdagslig konkret, men eksempelet viser hvordan læreren tillegger flasken en matematisk mening. Det kommer frem at desimaltall er et litt uklart begrep for elevene, men de vet at det har komma i seg som viser at det er et desimaltall. Det kan tyde på at elevene kjenner utformingen av et desimaltall, men ikke har forståelsen som trengs for å definere et desimaltall. Elevene kjenner dermed til noen begrepsuttrykk for desimaltall, men begrepsinnholdet er ikke så godt utviklet. En elev kobler ordet desimaltall til desiliter og lurer på om dette betyr det samme. Om denne koblingen grunnes at ordene ligner hverandre eller at eleven har hørt noe om dette før, kommer ikke frem. Læreren benytter dette eksempelet til å koble begrepet desimaltall til noe som kan være mer kjent for elevene. Et eksempel om baking trekkes inn, noe som sannsynligvis mange av elevene har erfaringer med. Her kobler han viktigheten av litermålet, ettersom oppskrifter ofte etterspør ingredienser i desimaltall. Han understreker at strekene på litermålet er viktig for å få nøyaktig mengde ingredienser. Her er vannflasken et viktig virkemiddel, fordi læreren poengterer at denne ikke hjelper oss på samme måte til å arbeide med desimaltall. Han uttrykker dette slik:

76.1 Lærer: Den er 0,65 liter står det. Så hvis du skulle ha brukt denne til å finne ut hva 0,3 er så kunne du har fått det ganske nøyaktig men du er liksom ikke sikker. Så derfor trenger vi disse desimaltallene hele veien opp, for eksempel til baking og til veldig mange andre ting.

Ved å knytte begrepet desimaltall til erfaringer som kan være kjente for elevene, kan dette være med på å knytte dette ukjente begrepet til situasjoner som elevene allerede er kjent med. Vygotsky fremhever at erfaringer er med på å utvide et begrepsinnhold, noe læreren her legger til rette for. Vannflasken som en konkret knyttes inn i samtalen om desimaltall for å legge til rette for at elevene kan konstruere en mening i det læreren sier slik at det passer inn i deres kunnskapsstrukturer. Læreren prøver å få dem til å forstå poenget om at vannflasken ikke kan brukes som et nøyaktig mål for å finne et tall som ligger mellom to hele tall og at det er derfor vi trenger litermålet som hjelper oss til å måle opp mengder av ingredienser skrevet i desimaltall.

Videre i økten kan denne vannflasken ha fungert som et referansepunkt når elevene jobbet med desimaltall. I filmen Brøkmysteriet fikk elevene igjen arbeide med flasker, men nå i form av virtuelle konkreter. Før denne oppgaven hadde elevene sammen med læreren snakket om både brøk og desimaltall og nå skulle disse begrepene kobles sammen. Den følgende dialogen er et utdrag fra arbeidet med denne koblingen:

85.1 Lærer: Ok. Her ser vi jo allerede det #navn# sa til å begynne med, at brøk og desimaltall er det samme. Vi ble jo enige om at det ikke er helt det samme for da kunne vi jo bare hatt et ord, ikke sant? Vi ser jo her også (*peker på SMART Board*) at det er jo ikke helt det samme. Men det representerer like mye. Og det er det vi skal klare å koble sammen her. Hvilke flasker inneholder like mye? Det eneste vi har fått vite er jo et desimaltall på noen av dem, og en brøk på noen av de andre. Er det noen som umiddelbart ser noen som henger sammen her?

86.1 Elev: En halv i brøk.

87.1 Lærer: Hvordan sier vi en halv i brøk?

88.1 Elev: Det har jeg glemt.

89.1 Lærer: Hvis du leser det sånn det står der (*henviser til SMART Board*). En todel (*peker mens han sier tallene*). Sant, en del av to deler. En todel, ja det var en halv i brøk. Og det hører sammen med?

90.1 Elev: 0,50.

91.1 Lærer drar disse to flaskene inntil hverandre.

92.1 Lærer: Så de to her vil du sette sammen? Er det noen som er uenig? Nei ingen er uenig med #navn#, da går vi for å holde de to sammen. Ok, #navn# har du sett noe?

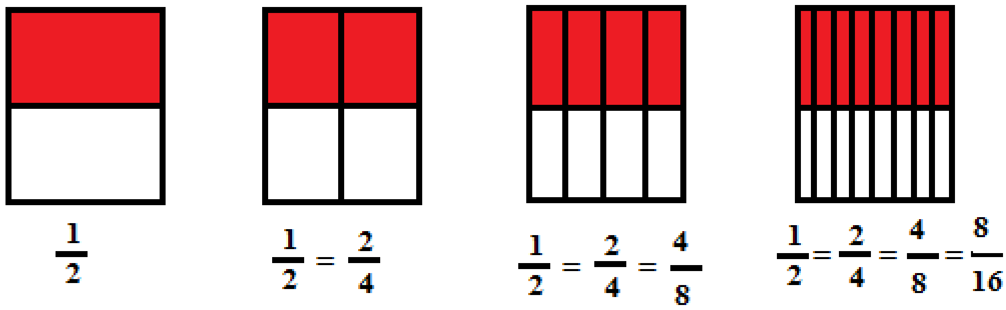
Ved at læreren bruker denne oppgaven i samme økt som vannflasken ble dratt inn i samtalen om desimaltall, legger han til rette for at elevene kan koble sammenhenger mellom vannflasken og brusflaskene. Selv om desimaltallene og brøkene som er skrevet på brusflaskene kanskje ikke direkte gir mening til elevene, kan de gjennom å koble dette opp mot ekte flasker få forståelse for mengdebegrepet som tallene representerer. En elev ser at en flaske har brøken ½ påskrevet. Dette er et skriftlig begrepsuttrykk som eleven har koblet til det muntlige begrepsuttrykket «en halv». Dette begrepet ble det snakket om tidligere i undervisningsøkten hvor det muntlige begrepsuttrykket «en todel» ble knyttet opp mot en halv kake. I samtalen om hva brøk er, var et utsagn fra læreren:

14.1 Lærer: Ja hvis du tenker brøken en over to, altså en halv.

Her koblet læreren to begrepsuttrykk «en over to» og «en halv» som senere i samtalen ble snakket om i forbindelse med å dele kaker i halve deler. I undervisningen ble ikke det skriftlige begrepsuttrykket ½ presentert før elevene fikk møte det i forbindelse med de virtuelle brusflaskene. Samtalen om denne brøken kan kanskje ha bidratt til at eleven i dialogen over klarte å koble det muntlige begrepsuttrykket «en halv» opp mot det skriftlige begrepsuttrykket ½ på flasken. Ettersom elevene hadde lært noe om brøk tidligere, er det mulig at han fra før av hadde forståelse for koblingen av disse begrepsuttrykkene. Likevel kan det ha gitt mer forståelse for brøken ettersom den var en stor del av samtalen tidligere i økten. Ved at læreren benyttet en fysisk vannflaske tidligere i økten kan dette ha gjort det tydeligere for elevene hva de ulike matematiske mengdebegrepene faktisk henviser til. Læreren knytter disse matematiske begrepene opp til noe som for elevene er kjent fra før og som dermed kan knyttes til deres begrepsinnhold om brøk og desimaltall. Når klassen senere skal arbeide med matematikken skriftlig, kan flaskene kanskje være med på å gi mer mening til de skriftlige matematiske uttrykkene.

5.2.2 Rektangler i forbindelse med likeverdige brøker

I samtalen om målet for den andre økten, ble det arbeidet med likeverdige brøker på SMART Board. Dette ble gjort ved bruk av semikonkreter i form av rektangler. Disse brukte læreren for å visualisere likeverdige brøker. Rektanglene har en sammenheng med matematikk ved at de er geometriske figurer, men at elevene skal forstå at disse rektanglene har en sammenheng med brøk er ikke opplagt. For å lage en kobling mellom rektanglene og brøkbegrepet, er læreren tydelig på å hele tiden skrive opp det skriftlige begrepsuttrykket for brøkene som konkretene er ment for å representere. Dette gjorde han slik som i Figur 11.



Figur 11: Lærerens representasjoner av likeverdige brøker.

På denne måten uttrykte læreren matematikken både gjennom begrepsuttrykk basert på tallsymbol og rektangler. Læreren legger til rette for at elevene kan finne en kobling mellom disse begrepsuttrykkene. Læreren tydeliggjør at det første rektangelet tilsvarer brøken ½. Dette gjør han ved å benytte seg av en elevs eksempel på likeverdige brøker. Eleven uttrykker med et muntlig begrepsuttrykk at brøken «en av to» er likeverdig med brøken «to av fire». Det er tydelig at eleven utviklet sitt begrepsinnhold om brøk, til tross for at begrepsuttrykkene til eleven ikke er matematisk korrekt. Det kan tyde på at elevens begrepsinnhold om brøken ½ og 2/4 inneholder det skriftlige begrepsuttrykket for disse brøkene, men at det muntlige uttrykket ikke er ordentlig etablert. Læreren benytter elevens språk og henviser til det første rektangelet som «en av to» etter at han har fargelagt halvparten rød. På denne måten benytter han det samme språket som eleven benyttet for å visualisere denne brøken. Videre blir etter hvert et matematisk korrekt språk lagt frem av læreren. Han henviser til det første rektangelet med det muntlige begrepsuttrykket «en todel» og «en halv». På denne måten blir et språk som kanskje for noen elever fungerer som et språk av 2. orden, lagt tilgjengelig på en måte som elevene kan knytte opp mot sitt språk av 1. orden for denne brøken. Læreren formidler sin kunnskap ut fra elevenes forutsetninger ved at han bygger på elevenes utsagn. Han legger til rette for at elevene kan etablere ny matematisk kunnskap ved å koble sammen ulike begrepsuttrykk for brøk som kan føre til at elevene oppdager sammenhenger med sitt begrepsinnhold om brøk.

5.2.3 Brøkguide og Førstemann til en hel

I den andre matematikkøkten ble det arbeidet mye med å lage en brøkguide/brøkdiagram. Mye tid av timen gikk til å lage brøkguiden. Jeg tenkte at det ville ha vært mer praktisk å gi elevene en kopi av brøkguiden for å spare tid, men dette var noe som læreren hadde tenkt nøye igjennom. Han poengterte i intervjuet at han ønsket at elevene skulle lage brøkguiden selv fordi han mente at de dermed ville få mer utbytte av den. Han sa også at elevene var veldig vant til å få utdelt ulike ark i undervisningen, men disse ble som regel lagt til side uten at elevene fikk studert disse i stor grad. Det virket som at denne oppgaven var godt gjennomtenkt. Det kan tyde på at læreren mener at han legger mer til rette for at elevene kan tilegne seg matematisk kunnskap ved at de selv lager brøkguiden enn om de hadde fått utdelt en ferdig kopi. Lærerens valg av arbeidsmetode med disse semikonkretene ga elevene mulighet til å oppdage sammenhenger mellom de ulike representasjonene av brøker. Ved at de selv måtte fylle inn skjemaet med standard brøk-notasjoner, fikk de kjennskap til disse ulike uttrykkene. Dermed kan de kjenne dem igjen senere, selv om de der og da ikke hadde utviklet en god forståelse for dem. Ettersom deres begrepsinnhold utvikles vil de kanskje oppdage nye sammenhenger og brøkguiden kan gi mer matematisk mening for dem.

Før læreren ba elevene om å lage brøkguiden hadde de sammen snakket om likeverdige brøker. Flere av disse likeverdige brøkene kunne ses igjen på brøkguiden, noe læreren påpekte da han forklarte hvordan brøkguiden skulle lages:

49.2 Lærer: Vi begynner på toppen av dette brøkdiagrammet. Og dette viser oss at veldig mange brøker er … altså alle begynner med en hel og så viser det oss hvilke som er likeverdige og hvilke av de som ikke er det og hvor stor plass hver bruker i en hel. Den på toppen er jo en endel. Enig?

Læreren legger her opp til at elevene kan oppdage likeverdige brøker når de selv skal begynne å lage denne. Det konstruktivistiske synet på konkreter handler om at vi selv må tillegge mening i konkretene. Selv om det for læreren er tydelige sammenhenger mellom brøkene, er det ikke sikkert elevene ser denne sammenhengen ettersom brøk er et forholdsvis nytt begrep for dem. Deres begrepsinnhold om brøk er gjerne ikke så godt utviklet enda, noe som kan gjøre det vanskelig å koble disse sammenhengene opp mot deres nåværende begrepsinnhold.

Læreren bekreftet i intervjuet at han var usikker på hvor mye elevene fikk ut av arbeidet med brøkguiden. Han var klar over at det kanskje ikke ga mening for alle elevene der og da, men fortalte at de i etterkant hadde brukt brøkguiden i undervisningen. Han fortalte at som regel var det han som hadde bedt elevene om å finne frem brøkguiden, men også at det var elever som selv fant den frem for å studere den. Det kan tyde på at brøkguiden kan ha hjulpet elevene til å se flere sammenhenger etter hvert. Læreren fortalte at elevene hadde brukt den mye da de arbeidet med regning med brøk. Her kan det hende at brøkguiden for noen kan ha fungert som et språk av 1. orden, altså at brøkguiden ga mening for dem og kunne brukes som et oversettelsesledd i arbeid med regning med brøk.

Videre i den samme økten fikk elevene jobbet med brøkguiden på en litt annerledes måte gjennom spillet Førstemann til en hel. Her var spillebrettet formet på samme måte som brøkguiden, men uten farger og påskrevne brøker. Brøkguiden elevene selv hadde lagd, kunne brukes som støtte i spillet. Det ble derfor mulighet for at elevene kunne sette seg enda mer inn i systemet i brøkguiden og utvikle mer forståelse for denne. Samtidig kan det hende at brøkguiden gjorde at elevene slapp å tenke like mye matematikk, ettersom de kunne herme etter brøkguiden for å se hvilke ruter som representerte hvilken brøk. Det kan tolkes som at spillet krevde en viss forståelse av matematikken som lå bak, ettersom terningene representerte teller og nevner. Disse måtte forstås som tallet over og under brøkstreken for å kunne overføre dette til spillebrettet og brøkguiden. Ved at læreren valgte å la elevene spille litt på slutten av økten, la han opp til en læringsarena hvor elevene måtte bruke det de hadde arbeidet med i timen på en annen måte. Lærere la altså til rette for at elevene kunne få mulighet til å konstruere mer mening i brøkguiden ettersom spillet krevde at elevene kunne overføre tallene på terningene over til et skriftlig begrepsuttrykk som passet inn på spillebrettet.

5.2.4 Fysiske og virtuelle brøksirkler

Læreren benyttet både fysiske og virtuelle brøksirkler. De fysiske brøksirklene ble benyttet på starten av tredje økt. Disse ble lagt utover på gulvet og læreren fortalte i intervjuet at dette var en «fokusfanger. Så kobler elevene seg på og om de vil eller ikke, så begynner de jo å tenke matematikk når det ligger brøksirkler på gulvet». Dette kan tolkes som at brøksirkler er noe elevene er kjent med fra før og at utformingen er en kjent representasjon av brøk for elevene. Ettersom det hang brøksirkler designet som pizza i klasserommet, kan det ses på som at elevene er vant til å se brøk som sirkelformede figurer inndelt i «pizzastykker». De fysiske brøksirklene som læreren legger fremfor elevene kan dermed gi assosiasjoner til det elevene har erfart med brøk fra før og kan koble dette opp mot sitt begrepsinnhold.

De virtuelle brøksirklene ble brukt i forbindelse med målet for den tredje økten. Her skulle brøksirklene hjelpe elevene til å forstå at dersom en kjenner en del av en helhet, kan man finne helheten ved hjelp av denne delen. Brøksirkelen representerte her helheten av en brøk. Da læreren koblet de virtuelle brøksirklene opp mot begrepet «helhet», ble matematikken fremstilt som noe visuelt og kjent for elevene. Det kan tolkes som at læreren tenkte at elevenes erfaring med brøksirkler som en representasjon kunne gjøre det lettere for elevene å forstå den nye matematikken.

5.2.5 Centikuber

Centikubene som ble brukt i den tredje økten var konkreter som krevde en tydelig kobling opp mot matematikken. Utseende på centikubene ga ingen tydelig referanse til matematikk i seg selv. Ut fra intervjuet med læreren fikk jeg inntrykk av at han var veldig fornøyd med de mulighetene han hadde med centikuber. Han uttalte blant annet at «de er veldig lette å gjengi både på papir for elevene og på tavlen for meg, så de er veldig hensiktsmessige. Og så har vi sinnsykt mange så nesten uansett hva vi gjør, så er det nok til at alle kan få gjøre det selv». Han fortalte at de var mye brukt og uttalte at elevene forbandt dem ikke med et spesifikt tema i matematikk siden de var brukt i så mange ulike sammenhenger. De var ikke låst på at centikubene kun ble brukt til telling eller at de bare representerte lengder eller mengder. I undervisningen la jeg merke til at læreren var tydelig på at centikubene i denne økten skulle brukes for å representere mengder innenfor brøk. Målet for timen var å kunne bruke en del av en mengde til å finne hele mengden. I følgende utdrag diskuteres timens mål og hva dette innebærer:

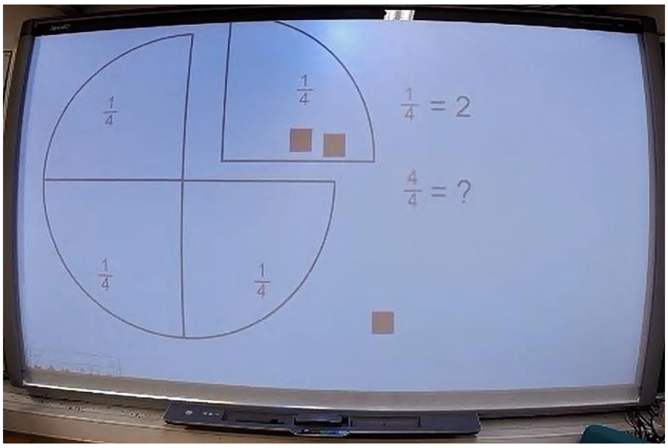
11.3 Elev: Altså for eksempel hvis man sier en tredjedel av noe.

12.3 Lærer: Mhm.

13.3 Elev: Da har man en brikke av tre deler og da kan man finne ut hvor mange brikker man trenger for å få en hel tredjedel. Tre tredjedeler.

14.3 Lærer: Veldig bra, det var helt riktig sagt. Vi kan se litt på denne for eksempel *(finner frem en figur på SMART Board. Det er en sirkel delt inn i fire like deler. Ved siden av sirkelen er det skrevet: ¼ = 2 og 4/4 =? Det er også et lite rødt kvadrat ved siden av sirkelen). S*om #navn# sa, eller her er det fjerdedeler og ikke tredjedeler, men hvis du vet noe om den ene eller flere av delene og du vet hvor stor del det er av den hele så kan du finne ut hvor mange den hele er. For eksempel her så står det en fjerdedel er lik to. *(Drar to røde kvadrater inni den ene delen av sirkelen (når han tar fingeren bort på det røde kvadratet kan han dra ut så mange kvadrater han vil)).*

15.3



Figur 12: Brøksirkel.

16.3 Lærer: Ok, da vet vi at inni en sånn fjerdedel så bor det to klosser, og dere ser jeg har klosser her (*holder opp en boks med centikuber*) og det er derfor vi skal tenke klosser nå når vi tenker også. Så en fjerdedel, det er to klosser. Da skal vi bruke en del av en mengde til å finne hele mengden. Vi skal bruke den delen vi vet om som er en av fjerdedelene *(drar en fjerdedel litt ut av sirkelen slik at ¼ er løsrevet fra resten av sirkelen (*Figur 12*))* til å finne alle fire. Hvordan kan vi gjøre det? Noen som har en god matematikkstrategi til å finne hele mengden her nå?

Læreren henviser til centikubene uten noe ekstra forklaring, noe som kan tolkes som at læreren tenker at elevene forstår centikubenes rolle som en representasjon. Det kan forstås som at centikuber kan fungere som et språk av 1. orden for elevene og at læreren derfor kan benytte disse som et oversettelsesledd for å forstå seg på språkuttrykk som fungerer som et språk av 2. orden for elevene.

Læreren virker fortrolig med at elevene forstår antallsbegrepet i forbindelse med centikubene. Læreren uttalte i intervjuet at arbeidet med centikubene var introvennlige oppgaver. Med dette mente han at oppgaven var grundig forklart ettersom de først arbeidet med oppgaven virtuelt på SMART Board og deretter at læreren viste et eksempel sammen med en elev med fysiske konkreter. På denne måten kan læreren ha gitt elevene et godt utgangspunkt før de selv skulle arbeide sammen med en medelev for å nærme seg timens mål. Den virtuelle gjennomgangen kan ha vært veldig viktig for elevenes selvstendige arbeid. Ettersom de arbeidet kun med fysiske centikuber uten en brøksirkel å putte dem inn i, kan det kanskje ha blitt litt fjernt for å forstå hva centikubene er en del av. For å forstå denne helheten kan brøksirkelen kanskje ha hjulpet med dette. Erfaringen de fikk med å fylle opp en sirkel med ulike menger, kan være et hjelpemiddel for å se for seg at de selv skulle fylle opp en slik helhet ved hjelp av de fysiske centikubene.

Det kan forstås som at læreren går ut fra at elevene er komfortable med å arbeide med centikubene ettersom de hadde brukt de gjennom hele skoleløpet. Det kunne tolkes som at læreren mente at konkretene var godt innarbeidet og at det dermed ble naturlig for læreren å bruke disse for å arbeide med nye begrep.

5.2.6 Stasjonsarbeid

I stasjonsarbeidet var flere av konkretene påskrevet standard brøk-notasjoner som fikk frem en tydelig kobling mellom konkretene og matematikken. For at elevene skulle kunne se denne koblingen, var det forutsatt at disse uttrykkene var en del av elevenes begrepsinnhold om brøk.

Før stasjonene ble satt i gang hadde lærer en kort intro for hver stasjon. Her ble fremgangsmåten på stasjonene forklart og det matematiske innholdet i konkretene ble kort forklart. Lærerens intro var her viktig for at elevene kunne forstå matematikken gjennom konkretene. Til tross for en kort intro var også elevgruppen viktig for at det skulle oppstå en matematisk læringsarena. For at elevene skulle finne en forbindelse mellom konkretene og matematikken, kan interaksjonen mellom elevene ha vært av stor betydning ut fra et sosial-konstruktivistisk perspektiv. Det kan forstås som at læreren la til rette for en læringsarena ved at elevene må snakke sammen om oppgavene på stasjonene for å finne løsninger på dem. Selv om noen av stasjonene kanskje var litt vanskelige så tidlig i arbeidet med brøk og desimaltall, påpekte læreren i intervjuet at han håpet de fikk ett eller annet matematisk utbytte av de ulike konkretene. Synet på at kunnskap er noe som skapes sosialt gjennom at språket bidrar til å forme våre måter å forstå verden på, ligger derfor til grunn for at stasjonsarbeidet kan bidra til læring.

Stasjonsarbeidet ble av læreren kalt en overstimulering av brøk. Stasjonene var siste del av ukens siste økt i matematikk. De fikk her arbeidet på ulike måter med brøk og desimaltall som hadde vært tema hele uken. Brøkpuslespillet var en god oppgave for elevene ettersom de fikk svar med en gang på om tenkningen sin var riktig. Dersom puslespillbrikkene passet ville det tilsi at deres matematiske tenkning var korrekt. Denne konkreten var dermed en god oppgave med tanke på at elevene fikk bekreftelse på om de forstod matematikken gjennom denne konkreten. Brøkbingoen ga ikke et like tydelig svar på om deres matematiske tenkning var korrekt, men de fikk arbeidet med å sette et språk på de ulike brøkuttrykkene på bingobrettet. De kunne her utvide sitt begrepsinnhold ved å uttrykke brøkuttrykkene muntlig. Dermed kunne de utvikle nye begrepsuttrykk for brøk selv om de gjerne ikke fikk full forståelse for de ulike brøkuttrykkene. Både stasjonen med de fire tavlene og stasjonen med brøk og prosentdomino handlet om å koble sammen ulike representasjoner som tilsvarte samme mengde. Læreren uttrykte at disse stasjonene var litt vanskelig for elevene. Ettersom både brøk, desimaltall og prosent var relativt nye begrep for elevene, ble det vanskelig for dem å koble disse sammen. Her kunne likevel elevenes samtaler seg imellom føre til at de sammen utviklet forståelse for noen av koblingene.

5.3 Konkretenes bidrag til forståelse av brøkbegrepet

Brøk og desimaltall var temaet i de tre matematikkøktene, men hovedvekten var på brøkbegrepet. Videre vil jeg undersøke på hvilken måte læreren la opp til at konkretene kunne bidra til at elevene fikk utvidet sin forståelse av dette begrepet. Clarke, Roche og Mitchell (2010) beskriver brøk som et begrep med mange ulike tolkninger, representasjoner og symbolske konvensjoner som derfor gjør at begrepet er en utfordring å lære bort til elever. Brøk kan blant annet ses på som en del/helhet, et forholdstall, tall på en tallinje og en divisjon (Clarke et al., 2010). For å forstå brøkbegrepet trengs dermed en forståelse av de ulike tolkningene av begrepet. Clarke et al. (2010) henviser til en rekke ulike arbeidsmetoder som lærere kan benytte for at elevene skal kunne få oppleve brøkens mange egenskaper. Bruk av ulikt konkretiseringsmateriell og forskjellige representasjonsformer er et viktig punkt i arbeidet. Det påpekes derimot at dette ikke i seg selv er nok, fordi begrepet også krever andre tilnærmingsmetoder.

I undervisningen var det forståelsen av brøk som en del/helhet som stod i fokus. Ettersom brøk var et relativt nytt begrep for elevene kunne denne tilnærmingen til begrepet være en god innfallsvinkel. Læreren brukte eksempler fra hverdagen om ting som kunne deles i like deler, noe som kan ha gjort at begrepet ikke virket så fremmed. Samtalen om brøk i den første økten handlet blant annet om å dele kaker og pizzaer opp i ulike deler. Her følger et utdrag fra denne samtalen:

16.1 Lærer: Er det noen som har et forslag, hva er en brøk? Det er et ord vi stort sett bare bruker i matematikken. Men brøker finner vi nesten overalt. Jeg er nesten sikker på at dere har sett noen brøker i dag. Som ikke har noe med skole å gjøre. Og dere vil nok se flere i løpet av dagen som dere ikke tenker er skole. Brøk finner vi overalt, men ordet brøk bruker vi mest i matematikken. #Navn#, hva er en brøk?

17.1 Elev: Det kan være en pizza eller en kake som man kan dele opp i brøkdeler.

18.1 Lærer: Ja, pizza og kake kan deles opp i brøkdeler. Absolutt gode eksempler på brøk. Men hva betyr da brøk? Si at vi deler en kake opp i to deler, hvor mange brøkdeler har vi da?

19.1 Elev: To?

20.1 Lærer: To brøkdeler. Hva kan vi kalle de brøkdelene, hva heter hver av de brøkdelene?

21.1 Elev: Kake?

22.1 Lærer: Det heter kake ja, men det kunne ha vært hva som helst.

23.1 Elev: Halv kake.

24.1 Lærer: Halv ja. Halve, halve halvparter når det er det i to. Men hva kaller vi da kaken før vi deler den?

25.1 Elev: En. En endel.

26.1 Lærer: En endel ja. Eller en hel. Så hel og halv er de to først brøkene på en måte sant.

Figur 13: Brøksirkler som pizza

Da læreren spurte elevene om hva de trodde en brøk var svarte en elev at det kan være en kake eller pizza. Det kan tyde på at elevene har lært noe om brøk tidligere hvor kanskje kake og pizza har blitt brukt som eksempel. Som nevnt tidligere var det hengt opp brøksirkler som var designet som pizzaer i klasserommet (Figur 13). Det kan virke som at disse brøksirklene har blitt brukt i forbindelse med brøk tidligere, noe som kan gi eleven en oppfatning om at brøk og pizza henger sammen. Læreren uttrykte i intervjuet at han ikke var så fan av å bruke pizza i forbindelse med brøk. Han mente at dette kunne føre til at elevene fikk en oppfatning om at brøk alltid var sirkelformede ettersom pizza ofte fremstilles slik på bilder og tegninger. Han mente likevel at pizzaer var et godt eksempel i begynnelsen av brøkopplæringen fordi elevene da forstod poenget med å dele inn i like deler. Videre i dialogen benytter læreren dette eksempelet eleven kom med for å nærme seg begrepet brøkdeler. Eleven tenker fremdeles på kaker, men det kan tolkes som at læreren prøver å snu tanken om brøk til et mer generelt plan. Han sier at det kunne ha vært hva som helst som ble delt inn i brøkdeler, og prøver å få elevene til å tenke mer generelt. En elev sier at det kan kalles en halv kake. Læreren prøver å få elevene til å generalisere dette. En elev uttrykker at en hel kake kunne blitt kalt en hel eller en endel. Læreren griper tak i dette og forteller at begrepet en endel som er det samme som en hel og begrepet en halv er to typer brøker. På denne måten får læreren koblet hverdagsuttrykkene hel og halv til matematikkbegrepet brøk. Læreren er tydelig på at brøk ikke bare brukes i skolesammenheng, men også i hverdagslivet. Dialogen tyder på at læreren ønsker at elevene skal få inntrykk av at det de nå skal lære om brøk også er viktig å kunne i hverdagslivet og ikke bare på skolen. I den første økten benyttes ikke så mange konkreter for å nærme seg brøkbegrepet, men samtalen handler om fysiske ting. Elevene ser for seg kaker og pizzaer som dermed kan oppfattes som en fysisk hverdagslig konkret som elevene opererer med mentalt. Læreren skaper her en læringsarena hvor elevene tenker på brøk ved hjelp av å se for seg fysiske ting.

I hver av de tre matematikkøktene presenterte læreren et mål for timen. Disse hadde et tydelig fokus på brøk. De to første målene handler om å bli kjent med og vite hva en brøk er. Det siste målet handler mer om å kunne bruke brøk. Matematikkøktene var tydelig preget av timenes mål. De to første øktene handlet i stor grad om dialoger rundt hva en brøk er og hva likeverdige brøker er. I den andre økten ble det noe selvstendig arbeid hvor elevene lagde brøkguiden og spilte spill ved hjelp av denne etterpå. Den siste økten var preget av enda mer arbeid med brøk. Dette var oppgaver som klassen gjorde i plenum, men også arbeid hvor elevene måtte arbeide sammen. Læreren brukte mye konkreter da det ble arbeidet med brøk, både i sammenheng med dialogene om brøk, men mest da elevene arbeidet selv. Flere av konkretene ble brukt flere ganger og på ulike måter. Det kan gjerne ha ført til at elevene som ikke forstår bruken til å begynne med forstod det etter hvert. Matematikktimene denne uken var preget av mye samtale mellom læreren og elevene, men i stasjonsarbeidet fikk elevene arbeide en god stund på egenhånd. Ved å bruke flere stasjoner med ulikt konkretiseringsmateriell kunne elevene bruke det de hadde lært om brøk i løpet av uken.

5.4 Analyse ut fra et sosial-konstruktivistisk perspektiv

Læreren har et tydelig fokus i de tre matematikkøktene, nemlig at elevene skal lære mer om brøk. I følge den sosial-konstruktivistiske tankegangen kan ikke læreren bare overføre kunnskapen han selv har, over til elevene. Det krever sosial samhandling og elevenes egen bearbeiding av det som formidles. Læreren legger opp til en undervisning hvor det er rom for mye prat rundt brøkbegrepet og som Vygotsky poengterer er språket et viktig redskap for å forme vår forståelse av verden og tingene rundt oss. Ved at læreren leder elevene inn på samtaler om brøk, kan han hjelpe dem til å konstruere sin forståelse av begrepet.

Dialogene fra undervisningen preges av at læreren starter med å stille elevene spørsmål om hva de selv tenker om ulike begrep, og deretter bygger læreren videre på disse tankene. I dialogen 16.1 – 26.1 ønsket læreren å vite hva elevene visste om brøk fra før. En elev fortalte at brøk kan være en pizza eller kake som kan deles i brøkdeler. Elevens erfaringer om brøk er knyttet til kake og pizza som kan være vanlige eksempler som blir brukt i matematikkundervisning om brøkdeler. Læreren bygger videre på elevens erfaringer og prøver å lede dialogen inn på de matematiske betegnelsene på ulike brøkdeler. Sett fra Vygotskys teori om hvordan vårt begrepsinnhold utvikler seg, legger læreren her opp til en situasjon som er et godt utgangspunkt for utvikling av elevenes forståelse av brøkbegrepet. Han velger å benytte elevenes tidligere erfaringer om brøk som hjelp til å utvikle deres begrepsinnhold.

Læreren leder dialogene om brøk ved hjelp av hverdagslige begrep og ting som eksempler. Som Vygotsky (2001) poengterte er det viktig at barn utvikler spontane begrep (hverdagslige begrep) før de vitenskapelige begrepene (begrep i skolesammenheng) kan utvikles. Han understrekte at barnet er avhengig av et møte mellom de hverdagslige erfaringene og sammenhengene og skolens systematiske og teoretiske undervisning. Læreren gir her rom for et slikt møte. Han forsøker å koble elevenes tidligere erfaringer opp mot nye matematiske begrep. I den følgende dialogen er læreren ute etter å få høre elevenes tanker om hva som går an å deles i brøkdeler:

36.1 Lærer: Kan alt deles opp? Kan vi lage brøk av alt? Jeg hører både nei og ja. Få et ja svar da. Hvem sa ja? #navn# du sier ja, hvorfor det? Få høre!

37.1 Elev: Fordi hvis det er fem biter så kan du dele det i en halv.

38.1 Lærer: Men hvis du begynner med en bit.

39.1 Elev: Kan dele den i to?

40.1 Lærer: Ja. Biter av hva?

41.1 Elev: Kake.

42.1 Lærer: Kake, ja kjempebra. Kaker kan absolutt deles opp i brøkstykker. Få høre noen fra nei siden da, hvem var det som sa nei? #navn#

43.1 Elev: Man kan jo ikke bare dele opp et hus.

44.1 Lærer: Ikke? Du tenker at et hus det er vanskelig å dele opp i brøker? Må vi dele det for å kunne tenke brøk?

45.1 Elever: Nei.

46.1 Lærer: Må vi inn med sag og sage det nyoppussede huset til #navn# i to? Hvis vi skal bruke brøkstykker til det?

47.1 Elever: Nei.

48.1 Lærer: Nei. Vi kan tenke brøkstykker uansett. Hvordan gjør vi det da? Kan vi lage brøk av et hus?

49.1 Elev: Tror det.

50.1 Lærer: Ja, tror det. Huset mitt er delt i brøker.

51.1 Elev: Kult.

52.1 Lærer: Og det er det nødt til å være fordi i kjelleren min bor det to mennesker som ikke er meg. Så når vi kommer inn døren vår, så kommer det to nye dører. Og så går de inn til sitt hus i kjelleren og så går jeg opp til mitt hus oppe. Og når vi får strømregningen i posten så er det jo veldig urettferdig hvis de skal betale alt eller hvis jeg skal betale alt. Så da har vi sett på, hvor stort er dette huset til sammen, så har vi funnet ut at jeg bor i tre femtedeler av huset og de bor i to femtedeler av huset. Så når strømregningen kommer så betaler jeg tre femtedeler av den, og så betaler de to femtedeler av den. Hvor mange femtedeler er det til sammen? *(Skriver på tavlen: 3/5 og 2/5).* Jeg betaler tre femtedeler av den og naboen betaler tre femtedeler. #navn# hvor mye er det til sammen?

53.1 Elev: Fem femtedeler og det er det samme som en hel.

54.1 Lærer: Fem femtedeler og det blir en hel. Veldig fint svar #navn#. Så til sammen betaler vi hele regningen, men vi har delt huset opp i brøker, uten å bruke sag, bare ved bruke tall. Så man kan rett og slett dele opp hva som helst.

> Man kan dele det i tid, eller man kan dele det i prosenter. Så man kan altså dele hva som helst.

Dialogen viser et møte mellom spontane begrep og vitenskapelige begrep. Brøkdeler knyttes opp mot kake og hus som kan deles inn i deler. Læreren spør elevene om vi kan lage brøk av alt og ønsker å høre ulike sider fra elevene. En elev tenker med en gang på kake som kan deles opp. Det er tydelig at elevene trenger å se for seg fysiske ting i tanken om å dele opp noe i brøkdeler. De tenker på fysiske biter av noe. En elev mener at et hus ikke kan deles i biter. Elevens erfaring med at det er vanskelig å fysisk dele opp et hus i deler fører til at eleven tenker at huset ikke kan deles i brøkdeler. Læreren beveger seg inn på et eksempel om brøkdeler som går litt bort fra den fysiske forestillingen. Hans hverdagslige eksempel med at husleien deles mellom to huseiere handler ikke om fysiske biter av noe, som elevene til nå har koblet opp mot brøkdeler. Læreren bruker et hverdagslig eksempel som de fleste elevene mest sannsynlig klarer å forstå. Det er et tydelig eksempel på at det trenger ikke være en fysisk ting som deles i deler selv om det heter brøkdeler. På denne måten knytter læreren inn et matematisk språk ved å nevne to og tre femtedeler. For noen elever vil gjerne disse matematiske betegnelsene virke fremmed, men det hverdagslige eksempelet både med hus og med kaken kan hjelpe dem til å få en forståelse for dette. Kaken og huset kan fungere som et oversettelsesledd for å forstå disse matematiske begrepene. Læreren tilbyr et språk som gjerne er av 2. orden for noen elever, men bygger dette på et språk av 1. orden for elevene.

Med utgangspunkt i Høines (1999) sin fremstilling av Vygotskys teori om begrepsutvikling (Figur 2) kan denne dialogen ha vært et godt utgangspunkt for at elevene kunne få utviklet sitt begrepsinnhold om brøk. Husleien som ble delt i to deler i eksempelet over tilsvarer tingen. Denne representerer begrepsuttrykkene to femtedeler og tre femtedeler. Disse symboliserer elevenes begrepsinnhold som vil si elevenes tanker og meninger om brøkdeler. Elevene opplever en ny erfaring og kan skaffe seg nye assosiasjoner til husleien som ble delt, og læreren gir dem her mulighet til å knytte denne delingen opp til sitt begrepsinnhold om brøkdeler. Ettersom et begrep består av begrepsuttrykk og begrepsinnhold vil begrepsinnholdet utvides dersom eleven får nye begrepsuttrykk for dette begrepet. Elevene kan dermed ha utviklet språk for å uttrykke brøkdeler uten at det trenger å ligge en dyp forståelse til grunn. Selv om elevene kan uttrykke seg muntlig ved å si «to femtedeler» og «tre femtedeler» betyr ikke det at de dermed vil forstå de skriftlige brøkuttrykkene for disse brøkdelene. Det vil gjerne kreve et oversettelsesledd for å koble det skriftlige til det muntlige.

Arbeidet med de ulike konkretene videre i undervisningsøktene kan ha bidratt til nye erfaringer med brøk. Det vil ikke si at elevene direkte vil koble disse erfaringene opp til sitt begrepsinnhold om brøk, men læreren legger til rette for at slike koblinger kan finne sted. Ved at flere av arbeidsmetodene foregår i samhandling med andre, legges det ifølge Vygotsky opp til at læring kan finne sted. Han påpeker at det er nødvendig med sosial samhandling og bruk av språket som hjelpemiddel for at læring skal kunne skje. De tre undervisningsøktene bygget i stor grad på samtale mellom en eller flere parter som kan ha gitt et godt potensiale for læring ifølge den sosial-konstruktivistiske teorien.

I den andre matematikkøkten var fokuset på likeverdige brøker og målet var å vite hva dette er. Her følger et utdrag fra denne dialogen hvor rektangler var et viktig virkemiddel i formidlingen fra læreren:

4.2 Lærer: Jeg vet hva likeverdige brøker er. Vi vet jo hva brøk er nå og likeverdig, hva betyr det ordet? #navn#

5.2 Elev: Like mye verdt, eller det samme.

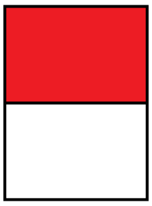
6.2 Lærer: Ja, like mye verdt, eller det samme. Det var veldig bra du sa «det samme» for det er et ord vi bruker mye når vi snakker om dette her. *(Elev rekker opp hånden og lærer lar eleven få ordet*).

7.2 Elev: Altså, det kan være to av fire eller en av to.

8.2 Lærer: To av fire eller en av to.

9.2 Elev: (Samme eleven) de er likeverdige brøker.

10.2 Lærer: Kjempebra, vet du, vi skal tegne de opp og så ser vi på dem etterpå. Du sa #navn#, en av to, sant, da kan vi ta det med en firkant i dag, trenger ikke alltid være rundinger selv om vi snakker om brøk vet du. (*Tegner opp en firkant på smartboard som han etterpå drar en horisontal strek gjennom slik at firkanten er delt i to (*Figur 14*))*. Så en av to, hvis vi da fargelegger denne rød, så har vi en av to. Enig? (*Fargelegger halvparten rød, og skriver ½ ved siden av*).

11.2 

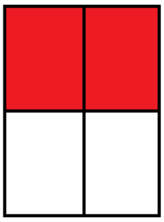
Figur 14: Rektangel i forbindelse med likeverdige brøker (1)

12.2 Elever: Ja.

13.2 Lærer: Ja. Får se om vi får fargelagt hele så ser det litt bedre ut. (*fargelegger*). Dere skjønner at dette skal være fint og flott når dere gjør det sant, da skal det se helt fantastisk ut. En av to sa #navn# er det samme som, hva var det du sa #navn#?

14.2 Elev: To av fire.

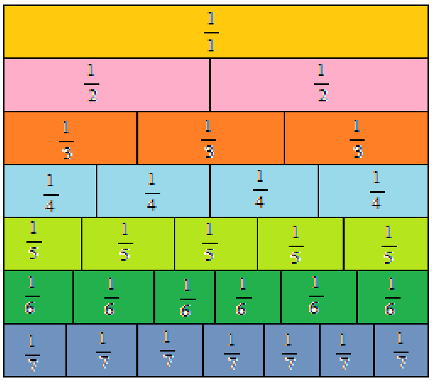
15.2 Lærer: To av fire. Og det kan vi jo vise superraskt ved å rett og slett bare gjøre … (*Drar en vertikal strek gjennom hele firkanten fra midten slik at hele firkanten deles i fire like store deler (*Figur 15*)*).

16.2 

Figur 15: Rektangel i forbindelse med likeverdige brøker (2)

17.2 Elev: Eller tolv av seks.

I denne delen av undervisningen valgte læreren å benytte rektangler fremfor sirkler og poengterer for elevene at brøk ikke alltid trenger å vises som sirkelformede figurer. På denne måten kan elevene bli kjent med flere representasjoner for brøk, noe læreren bekreftet i intervjuet at han mente var viktig å tydeliggjøre. Dialogen viser at begrepet *likeverdige brøker* er noe som i hvert fall en elev har noe kjennskap til. Eleven forklarer med egne ord hva dette betyr og læreren understreker at det var viktig at eleven sa «det samme». Det kan tolkes som at læreren er opptatt av at språket som her brukes skal være et språk som er kjent for elevene. «Det samme» vil nok for elevene skape mer forståelse enn «likeverdig» som kan være et mer fremmed uttrykk for elevene. Læreren knytter inn det skriftlige brøkuttrykket ½ ved å skrive dette opp ved siden av rektanglet hvor halvparten er fargelagt rødt. Han refererer til rektangelet som «en av to». I den første økten var det mye snakk om nettopp denne brøken som fikk det muntlige begrepsuttrykket «halv» og «en todel» av elevene. Dette gir et godt utgangspunkt for å lære om likeverdige brøker ettersom denne første brøken er noe kjent for elevene. Brøkuttrykket 2/4 fremstilles ved å dele rektanglet i fire like deler. Læreren bruker uttrykket «det samme» for å understreke at begrepsuttrykket «en av to» og «to av fire» er det samme, altså likeverdige brøker. Mens han uttrykker disse begrepsuttrykkene muntlig skriver han også opp de skriftlige begrepsuttrykkene på SMART Board (1/2 og 2/4). Ved hjelp av rektanglet blir dette tydeliggjort for elevene ved at elevene ser at det røde feltet er like stort selv om rektanglet nå er delt i fire deler og ikke to.



Figur 16: Brøkguiden

I arbeidet med brøkguiden (Figur 16) i denne økten, poengterte læreren at også her kunne de se hvilke brøker som var likeverdige. Læreren forklarer ikke hvordan dette vises i brøkguiden, men ved å poengtere dette kan han ha gitt elevene mulighet til å oppdage disse sammenhengene selv. Ettersom de fant ut at brøken ½ og 2/4 var likeverdige, kan kanskje elevene oppdage at ruten i brøkguiden som ble kalt ½ er like stor som to ruter med ¼. Dette forutsetter at det gir mening og kan tilpasses deres begrepsinnhold om brøk. Læreren bekreftet at han ønsket at elevene skulle oppdage sammenhenger i brøkguiden ved at de selv lagde den. Han sa i intervjuet at de da «må se forskjell på de nederste brøkene selv om de er like store. Altså at to todeler er det samme som en endel. Og de må faktisk farge dem i forskjellige farger selv om de egentlig er like sånn helhetlig».

I arbeidet med å lage en brøkguide startet læreren med en felles gjennomgang av hvordan dette skulle gjøres. Utdraget fra denne samtalen var følgende:

49.2 Lærer: Vi begynner på toppen av dette brøkdiagrammet. Og dette viser oss at veldig mange brøker er, altså alle begynner med en hel. Og så viser det oss hvilke som er likeverdige og hvilke av de som ikke er det og hvor stor plass hver bruker i en hel. Den på toppen er jo en endel. Enig?

50.2 Elever: Ja.

51.2 Lærer: Den er hele linjen, det er den vi måler ut fra på dette diagrammet. De som kommer under, hvilke brøker er det #navn#?

52.2 Elev: Hm…

53.2 Lærer: De som kommer på neste rekke her (peker på smartboard). Hvor mange deler er den, hvor mange deler er den delt opp i?

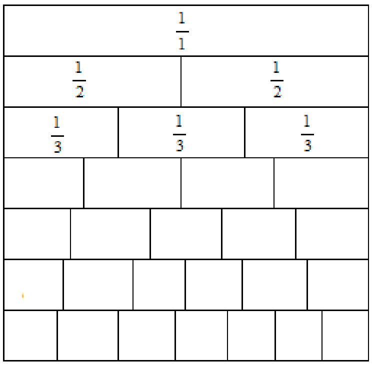
54.2 Elev: To… ?

55.2 Lærer: To ja. Så da har vi en todel her og en todel her. Kjempebra. Ok, så er det neste linjen. Den er delt i hvor mange deler #navn#?

56.2 Elev: Eh … En av tre?

57.2 Lærer: Ja, den er delt i tre, så hver bit er en av tre, men hele linjen til sammen er tre av tre. Enig? (Fyller inn i diagrammet (Figur 17)).

58.2

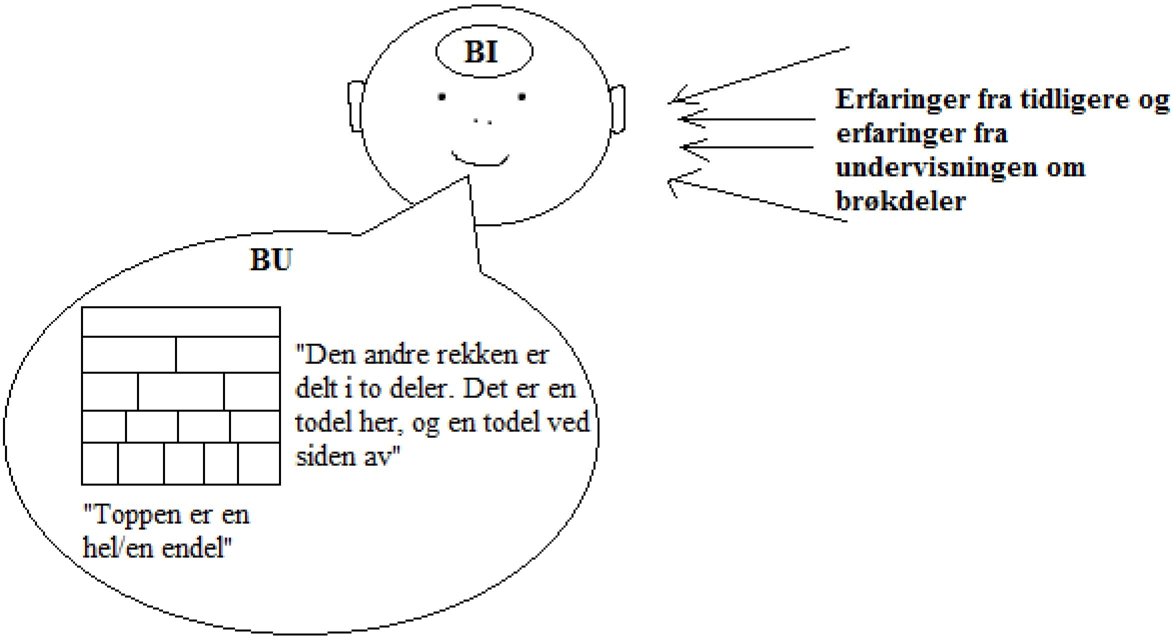


Figur 17: Utforming av brøkguide

59.2 Elever: Ja.

60.2 Lærer: Og sånn fortsetter dette systemet nedover. Dere skal fargelegge hver linje i ulike farger, ikke hver firkant, for todelene må ha samme farge, endelen må ha sin farge, tredjedelene må ha sin farge og så videre nedover.

I utdraget uttrykker læreren seg gjennom diagrammet for å uttrykke hvordan brøkene henger sammen. Diagrammer fungerer her som et begrepsuttrykk sammen med andre begrepsuttrykk. Han refererer til toppen av diagrammet som en «hel» og en «endel». Videre forklarer han brøkforholdene ved å referere til hvor mange av de ulike delene av diagrammet som kan fylle opp en annen del. På denne måten bruker han dette brøkdiagrammet som begrepsuttrykk for brøk. De ulike delene av diagrammet fungerer som representasjoner av ulike brøkstørrelser. Ettersom elevene videre i undervisningen skulle lage sin egen brøkguide på denne måten, kan læreren her ha lagt et grunnlag for at elevene kan bruke denne semikonkreten som et begrepsuttrykk. Ved at representasjoner av brøker legges frem gjennom denne konkreten kan elevene knytte disse til sitt begrepsinnhold om brøk og bruke denne erfaringen i videre arbeid med brøk. Dette kan ut fra Vygotskys teori om begrepsinnhold (BI) og begrepsuttrykk (BU) vises som i Figur 18.



Figur 18: Brøkguide som begrepsuttrykk

Figuren viser hvordan lærerens bruk av brøkguiden som et begrepsuttrykk også kan overføres til elevene i deres arbeid med brøkguiden og spillet Førstemann til en hel. Brøkguiden kan brukes som et begrepsuttrykk i samtale om brøk dersom elevene uttrykker seg gjennom denne. Det blir gjerne naturlig at andre begrepsuttrykk for brøk også kobles til dette begrepsuttrykket.

Bruken av konkreter kan ha vært til nytte for elevene på flere måter i læringen av brøkbegrepet. Ut fra Vygotskys teori om begrepsinnhold kan det tenkes at elevenes begrepsinnhold kan ha utviklet seg til en viss grad i løpet av de tre øktene på grunn av at elevene fikk nye erfaringer tilknyttet brøkbegrepet. Læreren brukte mange ulike konkreter i arbeid med brøkbegrepet. Disse kan ha fungert som ulike begrepsuttrykk dersom elevene uttrykte sine tanker gjennom disse. Ved at elevene arbeidet mye sammen med medelever, kan læreren her ha lagt til rette for at elevene kunne benytte konkretene for å uttrykke sine tanker til medelevene. Dersom elevene utviklet nye begrepsuttrykk vil dette ha utvidet deres begrepsinnhold på grunn av disse. Det kan gjerne tenkes at selv om elevene ikke fikk et matematisk utbytte av konkretene i de tre øktene, kan det hende at de drar nytte av disse erfaringene senere innenfor brøk og desimaltall.

5.5 Språkets betydning sammen med konkretene

I intervjuet med læreren kom det frem at han var opptatt av at elevene skulle utvikle et godt matematisk språk. Dette hadde vært et fokus siden elevene begynte på skolen og i undervisningen kom dette til syne flere ganger. I dialogen om å definere brøk og desimaltall viste dette seg i hans uttalelser da han sa «det er ikke feil, men vi må være litt grundigere når vi skal forklare hva det er». Dette tyder på at han er opptatt av at elevene skal få god forståelse for matematiske begrep. Læreren tok seg tid til å snakke med elevene om begrepene for at de skulle komme frem til en god definisjon på hva disse begrepene innebærer. Ved å bruke et tydelig matematisk språk, kan dette kanskje ha ført til at elevene fikk en bedre forståelse. I arbeid med konkretene hadde læreren også fokus på et tydelig matematisk språk. I oppgaven med centikubene uttrykte læreren at det var viktig at elevene satte ord på hva de gjorde med centikubene og at de forklarte hvorfor det de gjorde ga riktig svar.

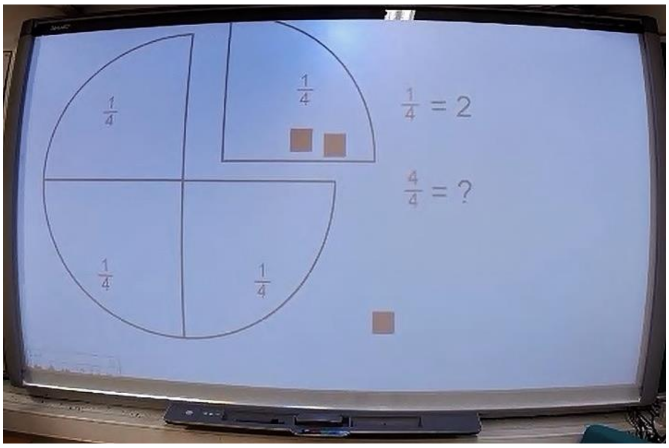
Lærerens tydelige fokus på å la elevene alltid forklare sin tenkning, enten til læreren eller til en læringsvenn, kan forstås som at læreren ser at dette gir gode fordeler for elevene. I undervisningen så jeg at læreren benyttet mye samarbeid mellom elevene da de arbeidet med de ulike konkretene. Her ble de nødt til å snakke sammen om bruken av konkretene, noe som førte til matematiske diskusjoner. Gjennom intervjuet kunne lærerens uttalelser forstås som at han mente at å uttrykke sine tanker for medelever ga læringsutbytte for begge parter. Ved å la elevene snakke sammen om konkretene, kan det forstås som at læreren ønsker at dette kan føre til en bedre forståelse av konkretene. Dette kommer også frem i hans uttalelse om stasjonsarbeidet hvor han påpekte at selv om ikke konkretene ga mening med en gang, kunne diskusjonene rundt dem føre til et matematisk utbytte. Ved at elevene fikk sette ord på sine tanker, kan det hende at de oppnår bedre forståelse av matematikken.

5.6 Analyse ut fra et sosial-konstruktivistisk perspektiv

Det at læreren legger opp til samarbeid mellom elever i arbeid med konkretene kan i lys av Vygotskys teori forstås som et godt utgangspunkt for en matematisk læringsarena. Å uttrykke sine tanker gjennom språket støttes av Vygotsky som mener at språket og interaksjon med andre er nødvendig i konstruksjon av mening. Videre vil jeg fokusere på oppgaven med de virtuelle brøksirklene og oppgaven med centikubene for å undersøke hvordan lærerens fokus på et matematisk språk i forbindelse med disse konkretene kan ha ført til en matematisk læringsarena for elevene.

I arbeidet med de virtuelle brøksirklene var målet å finne helheten dersom en kjente en del av helheten. Et eksempel på dette ble gjort ved å putte røde kvadrater inn i en brøksirkel (dialog 11.3-16.3, se delkapittel 5.2.5 Centikuber s. 51). Etter dette eksempelet skulle elevene selv få gjøre dette med centikuber. I forbindelse med de virtuelle brøksirklene har læreren følgende uttalelse:

15.3



Figur 19: Brøksirkel.

16.3 Lærer: Ok, da vet vi at inni en sånn fjerdedel så bor det to klosser, og dere ser jeg har klosser her (*holder opp en boks med centikuber*) og det er derfor vi skal tenke klosser nå når vi tenker også. Så en fjerdedel, det er to klosser. Da skal vi bruke en del av en mengde til å finne hele mengden. Vi skal bruke den delen vi vet om som er en av fjerdedelene *(drar en fjerdedel litt ut av sirkelen slik at ¼ er løsrevet fra resten av sirkelen (*Figur 19*))* til å finne alle fire. Hvordan kan vi gjøre det? Noen som har en god matematikkstrategi til å finne hele mengden her nå?

17.3 Elev: Eh, vi kan … ta to sammen. To fjerdedeler.

18.3 Lærer: To fjerdedeler sammen, sånn at du får en halvpart?

19.3 Elev: Mhm.

20.3 Lærer: Ja. Det kan vi gjøre. Hvor mange ville du hatt da, hvis du hadde to fjerdedeler?

21.3 Elev: Eh, fire klosser.

22.3 Lærer: Fire klosser. Men har vi funnet hele mengden da, eller har vi fortsatt en del av mengden?

23.3 Elev: Fortsatt en del av mengden.

24.3 Lærer: Fortsatt en del av mengden. Da har vi funnet halvparten, sant? Veldig bra. #Navn#?

25.3 Elev: Jeg vet hvordan vi kan få alt sammen, hele mengden.

26.3 Lærer: Få høre.

27.3 Elev: Gange med fire.

28.3 Lærer: Kan gange det med fire ja. Det kan vi, men hvis vi skal bruke ikke bare skriftlig matematikk, eller inni hodet-matematikk, sånn at vi skal gjøre det med klossene også, hvilken teknikk ville du brukt da #navn#?

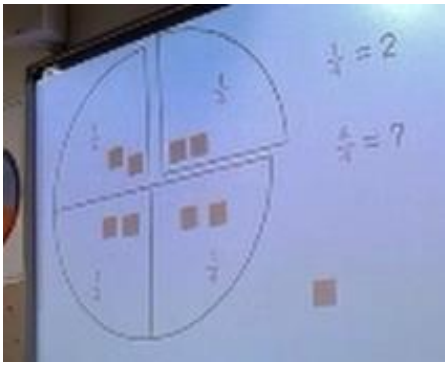
29.3 Elev: Eh, jeg ville brukt to gangen på en måte.

30.3 Lærer: To gangen ville du brukt. Hvordan tenker du da?

31.3 Elev: Eh, hvis du først tar to, og så tar du en til da har du fire.

32.3 Lærer: At vi legger inni disse også? Like mange? *(Drar to røde kvadrat inn i hver av delene av sirkelen (*Figur 20*)).*

33.3



Figur 20: Brøksirkel

34.3 Elev: Så får du seks. Og da til slutt får du åtte.

35.3 Lærer: Ja, vi fyller opp de andre mengdene. Vi vet jo når det er brøk så er alle mengdene nøyaktig like store, Hvis vi da kjenner til en, eller to eller tre, så kan vi også fylle opp de andre. Så fire fjerdedeler det er ikke et spørsmålstegn, det er?

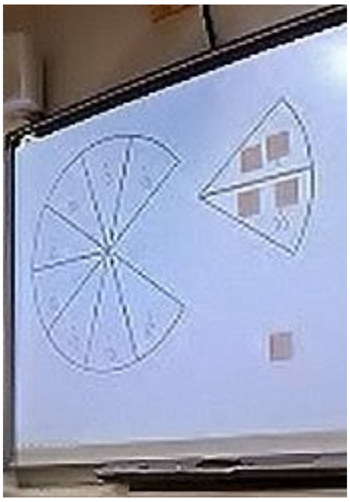
36.3 Elev: Seks.

37.3 Elev: Åtte.

38.3 Lærer: Åtte. Altså, vi bruker en del av mengden. Veldig mange tok den bare i hodet, men vi kan også legge opp klossene.

Her omtales de røde kvadratene som «klosser» og læreren refererer til centikuber. Han ønsker at elevene skal tenke på oppgaven med brøksirklene ved hjelp av fysiske centikuber. Dette kan forstås som at elevenes erfaringer med centikuber benyttes av læreren som et oversettelsesledd i samtalen. Ettersom oppgaven med å finne en helhet ved hjelp av en del kan virke fremmed for elevene, knytter læreren dette opp til noe som elevene har mange erfaringer med. Språket som blir brukt i forbindelse med oppgaven kan gjerne fremkomme som et språk av 2. orden for elevene, men læreren bruker begrepet «klosser» for å snakke i et språk som fungerer som et språk av 1. orden for elevene. Læreren legger opp til en samtale hvor begrepet «klosser» fungerer som et matematisk språk for elevene i denne sammenhengen. Han bygger dermed samtalen på grunnlag av en fysisk forestilling. Dette ses videre i samtalen hvor en elev begynner å tenke ved hjelp av «skriftlig matematikk» eller «inni hodet-matematikk» som læreren kaller det. Selv om elevens fremgangsmåte er matematisk riktig, ønsker læreren å fortsette samtalen ved at elevene tenker ved hjelp av fysiske klosser. På denne måten fortsetter samtalen gjennom et språk av 1. orden for elevene. Utdraget kan se ut til at mange av elevene forstår oppgaven uavhengig av de fysiske klossene. Det kan tolkes som at læreren er klar over at flere av elevene trenger denne fysiske støtten og velger dermed å holde samtalen i gang ved hjelp av disse. Det kan også ha gitt et godt grunnlag for oppgaven etterpå som elevene skal gjøre ved hjelp av centikuber. I det følgende utdraget blir det forklart nærmere hva oppgaven centikubene går ut på og et eksempel blir vist hvor læreren og en elev gjennomfører en slik oppgave.

40.3 Lærer: Ok, det dere skal få gjøre litt nå, sammen med en læringsvenn, er at dere skal få litt klosser av meg og så skal dere gi hverandre sånne oppgaver. Så bruker vi et kvarters tid på å gi hverandre annenhver oppgave. For eksempel så kunne jeg sagt til #navn# at to tideler *(drar ut to deler av brøksirkelen og legger de inntil hverandre litt utenfor sirkelen*) er det samme som fire klosser *(drar to røde kvadrater inn i hver av disse to delene han har dratt ut til siden (Figur 21)).*

41.3 

Figur 21: Brøksirkel.

42.3 Lærer: Hvor mange er den hele mengden? Og så må #navn# bygge den hele mengden, bygge med klosser hva hun tenker og vise at hun har forstått hva oppgaven er. Og da holder det faktisk ikke å bare si: det blir sånn. Det blir to. Det blir fire. Du må si, vise med klossene at du klarer å bygge mengdene og også forklare underveis, hva er det egentlig jeg gjør nå. Hvis vi går tilbake igjen til den her. *(Finner frem den den første sirkelen på powerpointen, den som er delt inn i fire like deler).* Og #navn# gir meg en sånn en, sant, okei #navn#, en fjerdedel er to klosser, *(legger to centikuber på en elevs pult).* Da har jeg fått vite av #navn# at disse to klossene er en fjerdedel. Bygg hele mengden. Ok, da kan jeg enten velge å bygge fire like store mengder, sånn *(legger fire par med to klosser på pulten*), og så telle de sammen. Her viser jeg veldig tydelig for #navn# at jeg har forstått det du spør meg om. Du spør om en hel mengde av fjerdedeler og jeg får vite at den ene er sånn *(peker på et av parene med to klosser (klossene er bygget sammen slik at de er en enhet)).* Men dere trenger ikke gjøre det så lett. Begynne litt enkelt for hverandre. Så kan jeg si til #navn# at disse seks klossene her *(legger en haug med seks centikuber på elevens pult og på kanten av pulten legger han en liten haug med centikuber).*

43.3 Elev: Ja.

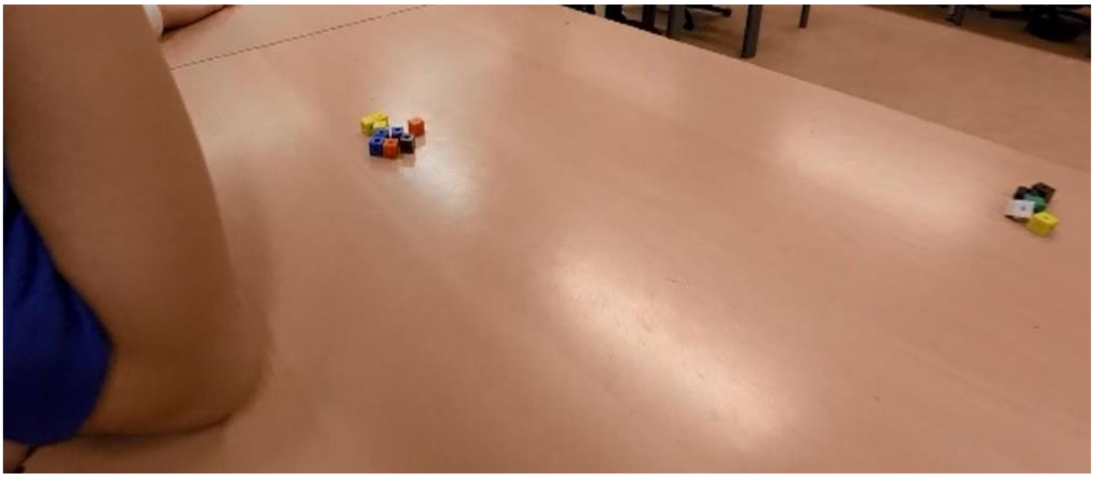
44.3 Lærer: Det er to tredjedeler, kan du bygge hele mengden for meg?

45.3 Elev: Ok, jeg kan prøve.

46.3 Lærer: To tredjedeler er den mengden der (*peker på haugen med seks klosser i*).

47.3 Elev: Skal vi se, to tredjedeler er denne. *(Tar litt på haugen med seks klosser. Deretter tar han tre nye centikuber fra den andre haugen og legger de i haugen med seks cenikuber (Figur 22)).* Sånn?

48.3



Figur 22: Oppgave med centikuber (lærer og elev).

49.3 Lærer: Kjempebra, og nå vet jeg at du har det rette svaret, men kan du vise det enda tydeligere for meg?

50.3 Elev: Altså her har vi tre *(legger tre centikuber i en egen haug).*

51.3 Lærer: Ja.

52.3 Elev: Og her har vi også tre *(legger tre centikuber i en ny haug).*

53.3 Lærer: Ja.

54.3 Elev: Og så her har vi også tre *(legger tre centikuber i enda en haug)*, og da har vi tre og du sa jo at dette her var tre toendedeler *(legger to hauger med tre centikuber ved siden av hverandre).*

55.3 Lærer: To tredjedeler ja.

56.3 Elev: Ja, to tredjedeler, og så måtte jeg bare dele opp dette her til halvparten *(viser at han deler haugen med seks centikuber i to like store hauger (med tre))*, så så jeg hvor mye det var da, og da tok jeg tre til (*legger de tre siste sammen med de seks centikubene).*

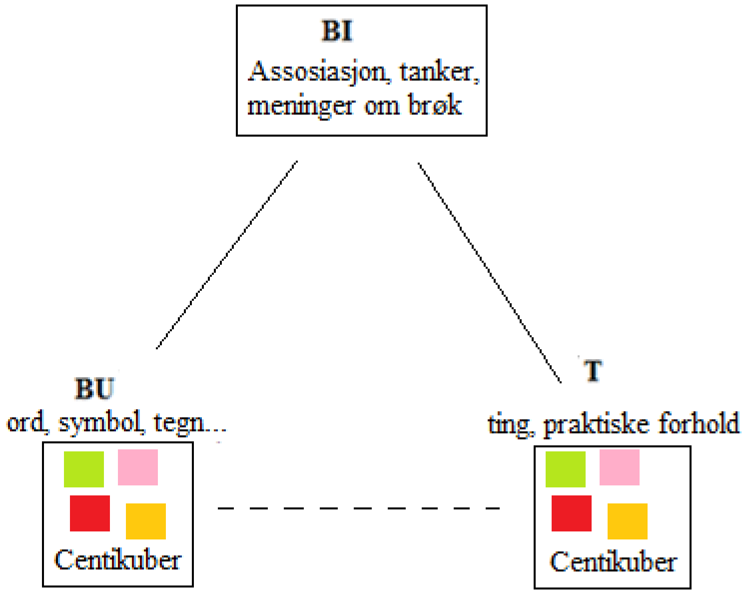
57.3 Lærer: Ja, for du visste at det manglet en tredjedel til. Kjempebra. Og den type språk, skal vi bruke nå. Sette ord på det vi gjør, øve på å forklare læringsvennen vår hva du tenker, for selv om det er kjempelogisk inni hodet ditt, så kan det godt hende at læringsvennen din ikke helt ser hva du gjør. Hvis du bare gjør «ehh, ja det er sånn». Hvorfor det? Det er riktig, men hvorfor det? Er dere med?

Lærerens fokus på at elevene skal uttrykke sin tenkning er her tydelig. Han påpeker flere ganger at det holder ikke å kun gi et svar på oppgaven, men at de skal begrunne hva de gjør og hvorfor det er slik. Han påpeker at de må vise tydelig med klossene hva de gjør og sette ord på disse handlingene. Dette kan ses i lys av Vygotskys teori om barn løser praktiske oppgaver ved hjelp av talen så vel som med hender og øyne. Det kan forstås som at ved at elevene her blir bedt om å sette ord på sine handlinger, kan dette skape en bedre forståelse av oppgaven. De får satt ord på tankene sine som ifølge Vygostky kan hjelpe dem til å resonnere seg frem til en løsning.

Læreren viser et eksempel på hvordan oppgaven kan gjennomføres, sammen med en elev. Læreren lar eleven bruke det språket som faller han naturlig. Eleven prøver først ved å vise svaret raskt med centikubene uten at han forklarer ved hjelp av noe særlig begrepsuttrykk for brøk. Læreren ber ham derfor om å prøve å forklare hvorfor svaret hans er riktig. Dermed prøver han på nytt og er tydeligere når han setter et matematisk språk på handlingene sine. Her bruker han noen begrepsuttrykk for brøk når han forklarer. Læreren lar eleven forklare oppgaven med det språket eleven selv mestrer, men tilføyer noen matetiske korrigeringer for at forklaringen skal bli enda mer presis. Eleven gjentar lærerens korrigeringer og fanger opp noen av begrepene som læreren legger tilgjengelig for eleven. På denne måten viser læreren at eleven kan uttrykke sine egne tanker, men legger til rette for et enda tydeligere matematisk språk som elevene kan tilegne sin matematiske tanker dersom det korresponderer med deres begrepsinnhold.

Læreren gjentar på slutten at han ønsker at de skal bruke den type språk som eleven brukte. Han påpeker at det er viktig å forklare grundig for at medelevene kan forstå hvordan elevene tenker. Det kan forstås som at læreren er klar over at elevenes begrepsinnhold om brøk er forskjellig fra hver elev og det derfor kan være kan være vanskelig for dem å uttrykke seg på en måte som blir forstått av mottakeren. Ved at han tydeliggjør at elevene må være nøye når de forklarer, blir derfor viktig når elevene skal sette et matematisk språk på bruken av centikubene.

Konkreter kan fungere som begrepsuttrykk dersom de brukes for å uttrykke våre tanker gjennom dem. I utdraget ovenfor fungerer centikubene som begrepsuttrykk ettersom eleven uttrykker sin matematiske tenkning gjennom dem. Med utgangspunkt i Høines (1999) sin figur basert på Vygotskys teori om begreper, kan centikubenes rolle presenteres slik som i Figur 23:



Figur 23: Centikuber som begrepsuttrykk

Figuren viser at centikuber både opptrer som en fysisk ting samtidig som de kan være begrepsuttrykk. Dette vil si at centikubene som en fysisk ting blir oppfattet ut fra elevens erfaringer med dem. Tankene (begrepsinnholdet) eleven har om disse centikubene blir det her utviklet et språk for, altså et begrepsuttrykk. Her er dette språket uttrykt både ved elevens handlinger med centikubene, men også elevens muntlige matematiske uttrykk om brøk, for eksempel uttrykket «to tredjedeler». Her kan det forstås som at eleven har koblet dette muntlige uttrykket til haugen med seks centikuber som han refererer til som «to tredjedeler». Disse begrepsuttrykkene står dermed i kontakt med hverandre og symboliserer det samme begrepsinnholdet. Ettersom elevene ifølge læreren har erfaringer med centikuber i ulike sammenhenger, kan centikuber også henvise til begrepsinnhold om andre begrep. Et begrep utvikles gjennom språkbruken og erfaringene våre. På grunn av oppgaven med centikubene kan dermed læreren ha lagt til rette for at elevenes begrepsinnhold utvides ettersom elevene fikk nye erfaringer og begrepsuttrykk for brøkbegrepet.

6 Diskusjon

Formålet med denne studien var å undersøke en lærers bruk av konkreter i matematikkundervisningen i arbeid med matematiske begrep. Med bakgrunn i funnene fra min forskning vil jeg i dette kapittelet diskutere disse opp mot teoretisk bakgrunn og tidligere forskning på konkreter.

6.1 Variasjon av konkreter

Som funnene i min forskning viser, bruker læreren mange konkreter i undervisningen. Disse er av ulike kategorier og brukes på ulike måter. Det å ha en variert undervisning ligger som et krav innenfor læreryrket. Som opplæringsloven påpeker, skal undervisningen tilpasses hver enkelt elev og deres forutsetninger (Opplæringslova, 1998). Det at læreren varierer med ulike typer konkreter og arbeidsmåter kan begrunnes i Armstrongs (2003) beskrivelse av elevers ulike læringsstrategier. Lærerens variasjon kan ha truffet elevenes ulike evner og kan dermed ha lagt til rette for en læringsarena som kan passe for hver enkelt elev. Om konkretene har gitt mening for alle elevene er ikke sikkert, men ved at læreren kombinerte arbeid med konkreter sammen med andre arbeidsmåter kan han i hvert fall ha nådd ut til flere av elevene. I lys av den konstruktivistiske læringsteorien er det en forutsetning at elevene klarte å tolke og tilegne seg den nye informasjonen i undervisningen til sin etablerte kunnskap for at de kunne etablere ny kunnskap.

Selv om det å variere undervisningen er et krav i yrket, var læreren tydelig på hvorfor han valgte de ulike arbeidsmetodene og hvorfor det var nødvendig med variasjon. Han uttrykte at noen elever trengte å bruke konkreter, mens andre klarte seg ofte uten. Derfor valgte han å benytte mange konkreter i undervisningen ettersom han mente at alle elevene kunne få utbytte av det på en eller annen måte. Læreren var opptatt av å ha konkreter tilgjengelig i klasserommet slik at elevene kunne bruke dette dersom de ønsket. Læreren ønsket at elevene gjennom bruk av konkreter kunne utvikle flere angrepsmåter på oppgaver og benytte ulike læringsstrategier. Dette støttes av Manches og O'Malley (2016) sine resultater på sin forskning. De dokumenterte at fysiske konkreter førte til at elevene fikk flere løsningsstrategier i oppgaveløsning. Dette kan dermed tilsi at elevene som benytter seg av konkreter som læreren legger tilgjengelig, får en mulighet til å utvikle flere løsningsstrategier.

Ved å legge konkretene tilgjengelig for elevene, kunne de som følte at de fikk nytte av dette velge å bruke dem. Læreren fortalte at han av og til ville at alle elevene skulle benytte konkreter og at de ofte fikk beskjed om å tegne matematikken. Her kan det være at det for noen føltes unødvendig å tydeliggjøre matematikken på denne måten dersom de klarte å gjøre matematiske operasjoner uten den fysiske og visuelle støtten. Likevel kan de få erfaringer med disse arbeidsmåtene som de i senere anledninger kanskje får behov for. I undervisningen jeg deltok i la læreren opp til at alle elevene skulle arbeide med konkretene. I følge Vygotsky (2001), kan dette arbeidet dermed ha ført til at elevene fikk nye erfaringer med brøk og desimaltall og dette arbeidet kan dermed ha vært med på å utvikle elevenes begrepsinnhold om disse matematiske begrepene.

I undervisningen brukte læreren flere konkreter som var spill-preget, samtidig som de var ment for å lære matematikk. Han forklarte at spill var noe elevene syntes var gøy å bruke i undervisningen og at de da litt ubevisst lærte matematikk uten å egentlig tenke over at de gjorde det. På en side kan dette gjerne føre til at elevene får mer motivasjon for å lære matematikk ettersom dette er noe de synes er kjekt. Stasjonsarbeidet som læreren kalte en overstimulering av brøk, kan kanskje ha gjort det lettere å forstå brøk ettersom elevene syntes at stasjonene som var spill-preget, var annerledes og spennende. På en annen side kan det hende at elevene ikke tenkte så mye over matematikken i konkretene som ble brukt. Ettersom elevene arbeidet i grupper kan det være lett for at enkelte tar styringen og andre hermer etter disse eller får beskjed om hva de skal gjøre slik at de slipper å tenke selv. Likevel kan den sosiale interaksjonen mellom elevene ifølge sosial-konstruktivistisk tankegang, ha vært et godt utgangspunkt for at læring kunne skje. Brøkbingoen i stasjonsarbeidet krevde i utgangspunktet ikke så mye forståelse for brøk, når de spilte på nivå 1. Her kunne de beherske spillereglene ved å kun se på utformingen av brøkene og sammenligne om disse var like. Likevel kan de ha fått mer kjennskap til brøkene og gjerne dra nytte av dette arbeidet med konkretene. Gjennom studien til Moyer (2001) kom det frem at lærere brukte ulike konkreter som «premie» til elever som hadde arbeidet godt. Resultatet av dette ble at elevene oppfattet konkreter som gøy matematikk og vanlig arbeid i matematikkboken ble kjedelig matematikk. I matematikkøktene jeg deltok i, fortalte læreren meg at elevene var vant til å arbeide veldig variert og at de var vant til å arbeide mye med praktiske oppgaver, men at de ikke hadde problemer med å arbeide i arbeidsboken etterpå. Det kan tolkes som at elevene var såpass vant til å bruke konkreter, at det ikke ble et stort skille mellom arbeid med konkreter og arbeid i arbeidsboken.

Konkretene læreren brukte varierte mellom fysiske, virtuelle og semikonkreter. Denne variasjonen støttes av Clements (1999) som påpeker at ulike konkreter kan gi en bredere forståelse av et matematisk begrep. Dette grunnes i at de ulike konkretene på hver sin måte representerer det matematiske objektet og dermed kan elevene møte matematikken på ulike måter. Læreren var bevisst på at elevene trengte variasjon. Han fortalte at han ikke var så glad i å bruke pizza som en visuell representasjon for brøk, ettersom han var redd elevene skulle tenke at brøk alltid var sirkelformet. Lærerens variasjon i arbeidsmåter og konkreter i undervisningen kan ha gitt et grunnlag for at elevene kunne bygge opp en integrert-konkret kunnskap (se kapittel 2.3 Konkret kunnskap i matematikk, s. 12). I følge Clements (1999) kan de ulike erfaringene med konkretene ha hjulpet elevene til en bredere forståelse av brøkbegrepet og lagt et grunnlag for at de kan arbeide med brøk i mentale operasjoner hvor erfaringen med konkretene benyttes som et hjelpemiddel. Det stilles derimot et krav om at elevene forstod de matematiske sammenhengene konkretene var ment for å representere og at de i etterkant klarer å forestille seg arbeidet med konkretene uten at de har dem fysisk foran seg. Ved at læreren legger konkreter tilgjengelig i klasserommet, vil elevene som har en sensorisk-konkret kunnskap få støtte av konkretene og dermed arbeide mot en utvikling av integrert-konkret kunnskap.

Disse nye erfaringene med konkreter i arbeid med brøk i undervisningen kan ha blitt tilknyttet elevenes begrepsinnhold om brøk. Læreren kan ha lagt til rette for at elevene kunne utvide sitt begrepsinnhold dersom de kobler den nye informasjonen opp mot sitt begrepsinnhold om brøk. Som Vygotskys teori understreker (se kapittel 2.5 Begrepsutvikling ved hjelp av konkreter s. 15), kan elevene utvikle flere begrepsinnhold som omhandler samme begrep, uten at disse begrepsinnholdene står i kontakt med hverandre. For at elevenes begrepsinnhold skulle bli utvidet er det dermed avhengig av at arbeidet i undervisningen samsvarte med elevenes etablerte kunnskap om brøk.

6.2 Konkretenes gjennomsiktighet

I undervisningen var det viktig for elevene at læreren tydeliggjorde matematikken som konkretene han brukte var ment for å representere. Lærerens vurdering av konkretenes gjennomsiktighet (se definisjon av *gjennomsiktighet* i kapittel 2.2 Tidligere forskning på konkretiseringsmateriell s. 8) kunne her spille en viktig rolle. I følge konstruktivismen er det individet selv som tillegger konkretene en matematisk mening. I lys av dette kan det hende at lærerens bruk av konkreter i undervisningen ikke nødvendigvis har hjulpet elevene til å forstå begrepene om brøk og desimaltall. Ettersom desimaltall og brøk var matematiske begrep som elevene ikke var så godt kjent med, var lærerens vurdering av sin undervisning spesielt viktig.

Som Frostad (1995) påpekte, kan det være vanskelig for elevene å se de samme matematiske sammenhengene som læreren ser dersom de ikke kjenner det matematiske som ligger til grunn bak konkretene. For elevene kan det derfor ha vært utfordrende å tillegge en matematisk mening til konkretene selv. Ved at læreren uttrykte at han var opptatt av å la elevene sette ord på tankene sine, kan læreren dermed få et innblikk i hvordan elevene oppfatter konkretenes.

Gjennom de tre matematikkøktene så jeg at læreren arbeidet mye med å koble skriftlig matematikk opp mot konkretene når han underviste. Både i arbeid med de virtuelle brøksirklene og rektanglene på SMART Board, skrev læreren opp det skriftlige brøkuttrykket som representerte brøkdelene som konkretene fremstilte. På denne måten la læreren opp til at elevene kunne koble sammenhenger mellom ulike representasjoner av brøk som kunne kobles til deres begrepsinnhold om brøk. I store deler av undervisningen styrte læreren samtalene rundt konkretene og prøvde å skape tydelige koblinger mellom konkretene og matematikken. Han la også opp til arbeidsmetoder hvor elevene selv arbeidet med konkretene hvor han ønsket at de skulle se ulike sammenhenger med matematikken. Som resultatene i studien til Szendrei (1996) viste, kan begge disse rollene læreren valgte å ha, føre til gode læringsarenaer. Som det ble dokumentert i studien hennes, var det nødvendig at elevene ble oppfordret til refleksjon over arbeidet slik at læreren kunne få innblikk i hva konkretene hadde bidratt med. Jeg la merke til flere situasjoner i undervisningen hvor læreren ba elevene forklare og begrunne sine svar på arbeidet, noe som kan ha gitt læreren noe inntrykk av hvordan elevene oppfattet konkretene som ble brukt.

Læreren uttalte i intervjuet at han helt siden 1. klasse hadde arbeidet mye med konkreter sammen med klassen sin. På denne måten kan elevene ha blitt vant til å knytte konkretene opp mot matematiske begrep. Lærerens utsagn i intervjuet kan tolkes som at han var bevisst på at konkreter ikke alltid var til nytte for elever. Suh og Moyer (2007) dokumenterte gjennom før- og ettertester at elever som hadde brukt konkreter i en periode presterte bedre på ettertesten enn de som ikke hadde brukt konkreter. Til tross for at studier tyder på at konkreter fører til bedre prestasjon blant elever vil ikke dette nødvendigvis være en selvfølge for alle elever. Ettersom læreren valgte å ikke bruke så mye konkreter i sjetteklassen han tidligere var lærer for, kan det tolkes som at hans vurdering av konkretene her var at de ikke hadde så stor nytteverdi. Som Hana (2015) understreker kan konkreter også brukes sammen med eldre elever, men det er kun lønnsomt dersom elevene klarer å knytte arbeidet opp mot matematikken. Som læreren fortalte, var det krevende å bruke konkreter i sjetteklassen siden de ikke var vant til å bruke dette og det ble mer tidkrevende enn lønnsomt.

I undervisningen valgte læreren at elevene skulle lage brøkguiden selv fordi han mente at elevene dermed kunne få bedre forståelse for den. Dette virket som en godt gjennomtenkt oppgave fra lærerens side. Han ønsket at de skulle oppdage sammenhenger i brøkguiden selv. Ettersom han informerte elevene om at de blant annet kunne finne likeverdige brøker i brøkguiden, kan han ha påvirket elevene til å studere brøkguiden godt for å prøve å finne disse. Ettersom brøk var et relativt nytt begrep for elevene kan det være vanskelig for dem å oppdage disse systemene i brøkguiden. Ved at de fikk spille spillet Førstemann til en hel, ble det lagt til rette for å oppdage flere sammenhenger ettersom spillet var utformet slik som brøkguiden. For elever kan det hende at konkreter av og til skaper forvirring og misoppfatninger i matematikk istedenfor støtte til å forstå matematikken (Uttal et al., 1997). Ved at elevene skulle ta vare på brøkguiden for å bruke den igjen senere, får de flere muligheter til å forstå brøkguiden og eventuelt rette opp i misoppfatninger som kunne ha oppstått. Som læreren fortalte, var det flere elever som på egenhånd hadde funnet frem brøkguiden i ettertid for å studere denne. I følge læreren kunne det tyde på at de hadde oppdaget sammenhenger mellom brøkene som hjalp dem i forbindelse med oppgaver. Det kan se ut til at læreren har reflektert over brøkguidens hensikt og bidrag til undervisningen, noe som understrekes av Clements (1999) at er nødvendig dersom en skal bruke konkreter i undervisningen. På denne måten kan læreren vurdere om konkretene var til nytte og på hvilken måte.

6.3 Språkbruk i forbindelse med konkreter

Funnene fra forskningen min viste at læreren hadde et tydelig fokus på at elevene skulle bli vant til å hele tiden begrunne sine matematiske svar og sin tenkning. Dette fokuset på å uttrykke sine tanker muntlig for å skape et læringsmiljø, støttes av Vygotsky som mente at språkbruk var nødvendig for at læring skal kunne skje (Imsen, 1998). Læreren var også opptatt av å benytte læringsvenn for å la elevene diskutere sammen om matematikken. Sett i lys av Piljs og Dekkers (2011) studie, kan dette føre til at elevene får utvidet sin matematikkforståelse ved å forklare sin tenkning for medelever og få respons på denne. Som Piljs og Dekker (2011) konkluderte med, kunne prosesshjelp snu elevers tankegang i matematikk ved hjelp av å sette ord på egne tanker og få respons fra medelever. Ettersom læreren i undervisningen lot elevene arbeide og diskutere mye sammen med medelever, kan det hende at elevene forstod matematikken bedre ved å høre medelevers matematiske tenkning og forklaringer i arbeid med konkretene. Dette kan støttes av Vygotskys teori om språk av 1. og 2. orden. Elevene kan gjerne klare å forklare matematikken på et språk som for en medelev fungerer som et språk av 1. orden ettersom elevenes erfaringer med matematikken samsvarer bedre med hverandre enn med læreren.

I undervisningen var det flere av arbeidsmetodene med konkretene som innebar samarbeid blant elever. Dette var arbeid i par og i større grupper. På denne måten la læreren til rette for sosial samhandling som ifølge sosial-konstruktivismen gir et godt grunnlag for at læring kan skje (Imsen, 1998). Interaksjonen mellom elevene i undervisningen kan dermed ha vært et godt grunnlag for at elevene har fått læringsutbytte. Dersom elevene ikke forstod hensikten med konkretene, kunne de ved hjelp av medelevene diskutere oppgaven og på denne måten uttrykke sin tenkning og få respons på dette. I noen av oppgavene var det lett for at ikke alle elevene fikk deltatt like mye i oppgavene. Ettersom noen elever tenkte raskere enn andre kan det hende at enkelte elever ikke klarte å følge med i samtalene og dermed fikk de kanskje ikke så mye utbytte av konkretene. Det kan også hende at elevene hermet etter hva de andre elevene gjorde slik at det fra avstand kunne se ut til at alle elevene forstod oppgavene. I følge Clements (1999) og Szendreis (1996) forskningsresultater vil derfor kommunikasjon mellom lærere og elever være viktig for å få innblikk i elevenes tanker. Ved at læreren var opptatt av at elevene skulle uttrykke sin matematiske tenkning og begrunne sine svar, kunne han få et inntrykk av hvordan konkretene var til nytte for elevene og hvordan de oppfattet matematikken i denne bruken.

Læreren var opptatt av at elevene tidlig skulle bli vant til å bruke et matematisk språk i undervisningen. I arbeidet med brøk i undervisningen la jeg merke til at læreren ofte brukte et hverdagslig språk og eksempler fra hverdagslige situasjoner. Han brukte eksempler som kake, pizza, baking og husleie for å lede elevene inn mot en forståelse for brøkbegrepet. I følge Vygotsky er slike hverdagslige begrep (spontane begrep) viktig å bygge på for å kunne utvikle begreper i skolesammenheng (vitenskapelige begrep). På denne måten kan læreren ha lagt til rette for at elevene kunne tenke gjennom et språk som var kjent for dem for å nærme seg det matematiske språket. Vygotskys teori om språk av 1. og 2. orden underbygger denne læringsstrategien. Læreren bygde på et hverdagslig språk og benyttet elevenes egne uttalelser for å holde formidlingen sin i et språk som for elevene ga mening. Ved at læreren brukte et språk som for elevene ikke krevde så mye oversettelse for å forstå, kunne han legge det matematiske språket som gjerne var av 2. orden for elevene tilgjengelig slik at elevene kunne tilegne seg dette dersom det ga mening for dem. Læreren ledet også elevene mot å tenke matematikk ved hjelp av forestillinger av fysiske ting, noe som kan ha gjort arbeidet med de fysiske konkretene lettere å forstå ettersom disse også skulle representere matematikken.

Gjennom oppgaven med centikubene fikk elevene arbeidet mye med å sette et matematisk språk på arbeidet de utførte med konkretene. I følge Riesbeck (2013) sin studie, var det først når elevene klarte å uttrykke seg med et matematisk språk sammen med konkreter, at en kunne konkludere med at elevene hadde lært matematikken ved hjelp av konkretene. I lys av dette kan oppgaven med centikubene ha lagt til rette for at læreren kunne få et godt innblikk i om elevene hadde fått et matematisk utbytte av konkretene. Læreren tydeliggjorde for elevene at språket de brukte sammen med deres handlinger med centikubene var viktig for at medelevene skulle forstå deres matematiske tenkning. Lærerens fokus på denne tydeliggjøringen kan grunnes i Vygotskys teori om at menneskers begrepsinnhold ikke alltid samsvarer med hverandres. Derfor ble det viktig for elevene å uttrykke seg tydelig slik at de fikk forklart sin tenkning slik at medeleven kunne få et innblikk i dette og respondere på dette med utgangspunkt i sitt eget begrepsinnhold.

Selv om det ble jobbet med mange forskjellige typer konkreter i undervisningen trenger ikke det nødvendigvis bety at elevene fikk læringsutbytte av disse. Det er avhengig av hvordan elevene knyttet dette arbeidet med konkretene opp til sin tidligere kunnskap. Deres tidligere erfaringer med brøk og desimaltall vil også ha spilt en rolle for hvordan dette arbeidet passet med deres begrepsinnhold om disse begrepene. På grunn av at undervisningstimene var preget av mye samtaler og diskusjoner mellom læreren og elevene, og elevene seg imellom, kan dette ifølge sosial-konstruktivistisk teori ha lagt til rette for gode læringsarenaer for elevene.

7 Avslutning

Formålet med denne studien var å undersøke hvordan konkreter kan benyttes i matematikkundervisning i arbeid med matematiske begrep. Problemstillingen for oppgaven var følgende:

Hvordan bruker og begrunner lærere konkreter i matematikkundervisningen på småtrinnet i arbeid med matematiske begrep og hvordan kan bruken og begrunnelsen forstås i et teoretisk perspektiv?

Gjennom en casestudie ble det undersøkt hvordan en lærer brukte konkreter i sin matematikkundervisning, hvordan han begrunnet denne bruken og hvordan denne bruken og lærerens begrunnelse kan forstås ut fra et sosial-konstruktivistisk perspektiv.

Studien min bygger på tre undervisningsøkter i matematikk, hvor jeg fikk studert en lærers bruk av konkreter i arbeid med temaet brøk og desimaltall. Det ble observert bruk av både fysiske, virtuelle og semikonkreter i lærerens formidling av de matematiske begrepene. Læreren brukte virtuelle konkreter når han selv foreleste, mens elevene brukte både fysiske konkreter og semikonkreter i selvstendig arbeid og samarbeidsoppgaver med medelever. Det kom frem gjennom intervjuet at læreren gjorde reflekterte valg i arbeid med konkreter. Hans hensikt med flere av konkretene var nøye gjennomtenkt. Med tanke på konkretenes gjennomsiktighet var læreren tydelig på å koble flere representasjonsformer av matematikken. På denne måten kunne elevene danne seg nye mentale forestillinger i forbindelse med de matematiske begrepene, noe som kan ha vært med på å utvide deres begrepsinnhold om disse begrepene. Det ble også observert tilfeller hvor læreren la opp til at elevene kunne etablere nye begrepsuttrykk for brøk ved at elevene måtte uttrykke sin matematiske tenkning ved hjelp av konkreter. På denne måten kunne deres begrepsinnhold utvikles.

Ut fra et sosial-konstruktivistisk perspektiv kan læreren ha lagt til rette for gode læringsarenaer i matematikk. Undervisningen bygget på mange sosiale situasjoner hvor språket som ble brukt kan ha hatt en stor rolle i elevenes læring. Konkretiseringsmateriell i lys av et sosial-konstruktivistisk perspektiv ses på som materiell som mennesket selv må tillegge mening. Ettersom kunnskap ses på noe som ikke kan overføres fra læreren til elevene, var likevel lærerens rolle som formidler viktig. Det at læreren i undervisningen bygget på elevers erfaringer i læring av de matematiske begrepene og samtidig ga dem nye erfaringer med konkreter, kan ifølge Vygotsky (2001) føre til utvikling av elevers begrepsinnhold om disse begrepene. Lærerens formidling av matematikken foregikk i stor grad gjennom et språk som lå tett opp mot elevenes hverdagslige språk. På denne måten kan bruken hans av konkretene kanskje ha fungert som et oversettelsesledd for å forstå matematikken bak disse.

Som Bartolini og Martignone (2014) nevner, trengs det mer forskning på konkreters potensiale i matematikk og klasseromspraksis hvor konkreter benyttes. Dette var noe av bakgrunnen for at jeg valgte det fokuset jeg hadde i oppgaven. På denne måten kan min studie gjerne ha tilføyd noe på akkurat dette feltet.

Gjennom studien har jeg fått bedre forståelse av Ball (1992) sitt utsagn i forbindelse med konkreter om at læring ikke finner sted gjennom en reise fra fingertuppene og oppover armen. Bruk av konkreter i matematikkundervisningen krever vurdering av konkretenes hensikt og deres gjennomsiktighet og forståelse for at elevene selv må gi mening til konkretene med bakgrunn i sin allerede etablerte forståelse av matematikkens verden.

Litteraturliste

Alrø, H. & Kristiansen, M. (1997). Mediet er ikke budskabet – video i observation af interpersonell kommunikation. I H. Alrø & L. Dirckinck-Holmfeld (Red.), *Videoobservation*. (s. 73-100). Aalborg: Aalborg Universitetsforlag.

Andersen, S. S. (2013). *Casestudier: forskningsstrategi, generalisering og forklaring* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Armstrong, T. (2003). *Mange intelligenser i klasserommet.* Oslo: Abstrakt forlag.

Atkinson, R., Tacon, R. & Wing, T. (2005). *Numicon. Grunnsett: Lærerveiledning.* Søgne: Numicon Ltd.

Ball, D. L. (1992). Magical hopes: manipulatives and the reform of math education. *American Educator, 16(2),* 14-18, 46-47.

Bartolini, M. G. & Martignone, F. (2014). Manipulatives in mathematics education. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of mathematics education* (s. 365–372). London: Springer.

Bergem, O. K. (2016). Hovedresultater i matematikk. I O. K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (Red.), *Vi kan lykkes i realfag – analyser fra TIMSS 2015*. (s. 22-43). Oslo: Universitetsforlaget.

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene.* Oslo: Abstrakt forlag.

Clarke, D. M., Roche, A. & Mitchell, A. (2010). Tio sätt att göra bråk levande. *Nämnaren, 2,* 37-44. Hentet fra: http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/3744_10_2.pdf

Clements, D. H. (1999). 'Concrete' Manipulatives, Concrete Ideas. *Contemporary Issues in Early Childhood, 1* (1), 45-60. Hentet fra http://cie.sagepub.com/content/1/1/45.full.pdf+html

Cobb, P., Yackel, E. & Wood, T. (1992) A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23, 2-33.

Frostad, P. (1995). Konkretiseringsmateriell – veien til matematikkinnsikt? *Tangenten*, 6(2), 9-17. Hentet fra http://www.caspar.no/tangenten/1995/frostad_295.html

Halvorsen, K. (1989). *Å forske på samfunnet: en innføring i samfunnsvitenskapelig metode* (2. utg.). Oslo: Bedriftsøkonomens forlag.

Hana, G. M. (2015). *Matematiske tenkemåter*. Bergen: Caspar Forlag.

Holm, M. (2012). *Opplæring i matematikk*. (2.utg). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Høines, M (1999). *Begynneropplæringen* (2.utg.). Bergen: Caspar Forlag.

Imsen, G. (1998). *Elevens verden – Innføring i pedagogisk psykologi* (3. Utg.). Oslo: Tano Aschehoug.

Johannessen, E. (1990). *Gruppekonsultasjon med barnehagepersonalet* (Doktoravhandling). Barnevernsakademiet i Oslo.

Kaarstein, H. & Nilsen, T. (2016). Motivasjon. I O. K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (Red.), *Vi kan lykkes i realfag – analyser fra TIMSS 2015*. (s. 63-77). Oslo: Universitetsforlaget.

Opplæringslova. Lov 1998-07-17-61 om tilpassa opplæring og tidleg innsats.

Kunnskapsdepartementet. (2010). *Matematikk for alle,… men alle behøver ikkje å kunne alt – Idedokument 01.06.2010. Oslo: Kunnskapsdepartementet.* Hentet fra www.udir.no/Upload/Rapporter/2010/5/Matematikk_for_alle_2.pdf

Kunnskapsdepartementet. (2013, 3. desember). PISA 2012: Svakere resultater i matematikk og naturfag. Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/pisa-2012-svakere-resultater-i-matematikk/id747180/

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* (2.utg.). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.

Lyle, J. (2003). Stimulated recall: a report on its use in naturalistic research. *British Educational Research Journal*, *29*(6), 861-878. doi:/10.1080/0141192032000137349/

Manches, A., & O'Malley, C. (2016). The effects of physical manipulatives on children's numerical strategies. *Cognition and Instruction, 34*(1), 27-50.

Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 47(2),* s. 175–197.

NSD. (i.d.). Om oss. Hentet 27.10.16 fra http://www.nsd.uib.no/personvern/om/om_oss.html

Pijls, M., & Dekker, R. (2011). Students discussing their mathematical ideas: the role of the teacher. *Mathematics Education Research Journal*, *23*(4), 379-396. doi: 10.1007/s13394-011-0022-3.

Repstad, P. (2007). *Mellom nærhet og distanse: kvalitative metoder i samfunnsfag.* Oslo: Universitetsforlaget.

Riesbeck, E. (2013). The use of ict to support children's reflective language. I B. Ubuz, Ç. Haser & M. A. Mariotti (red.), *Proceedings from the Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8),* (s. 1566–1575). Ankara: European Society for research in mathematics education. Hentet fra: http://www.mathematik.unidortmund.de/~erme/index.php?slab=proceedings

Rystedt, E., & Trygg, L. (2010). *Laborativ matematikundervisning: vad vet vi?* Gøteborg: Göteborgs universitet.

Slemmen, T. (2010). *Vurdering for læring i klasserommet* (2. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Stake, R. E. (2005). Qualitative case studies. I N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Red.), *The sage handbook of qualitative research* (3. Utg). (s. 443-466). California: Sage Publications.

Suh, J. & Moyer, P. (2007). Developing students' representational fluency using physical and virtual algebra balances. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 26(2), 155–173.

Szendrei, J. (1996). Concrete materials in the classroom. I A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, C. Laborde (Red.), *International handbook of mathematics education - part two.* (s. 411-434). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Thurén, T. (2012). *Vitenskapsteori for nybegynnere* (2. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Uribe-Flórez, L. J., & Wilkins, J. L. (2016). Manipulative Use and Elementary School Students' Mathematics Learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-17.

Utdanningsdirektoratet. (2016, 2. februar). Hva er tilpasset opplæring? Hentet 14.03.2017 fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/tilpasset-opplaring/hva-er-tilpasset-opplaring/

Uttal, D. H., Scudder, K.V. & DeLoache, J. S. (1997). Manipulatives as symbols: A new perspective on the use of concrete objects to teach mathematics. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 18, 37–54.

Vygotsky, L. S. (2000). Verktøj og symbol i barnets udvikling. I K. Illeris (Red.), *Tekster om læring*. (s. 83-94). Frederiksberg: Roskilde Universitetsforlag.

Vygotsky, L. S. (2001). *Tenkning og tale*. Oslo: Gyldendal Akademisk.

Wæhle, E. & Sterri, A. B. (2016). Case-studie. I *Store norske leksikon*. Hentet fra https://snl.no/case-studie

Yin, R. K. (2012). *Application of case study research* (3. Utg). California: SAGE Publication.

Bildereferanser

Numiconbrikker. [Bilde] (2017). Hentet fra: http://www.resurrection.manchester.sch.uk/classes/reception/maths-1

Ulike casedesign. [Bilde] (2012). Hentet fra: https://mjcoonkitt.wordpress.com/category/case-study/

Vedlegg

Vedlegg 1: Kvittering fra NSD

Vedlegg 2: Informasjon og samtykkeskriv til foreldre/foresatte/elever

Vedlegg 3: Informasjon og samtykkeskriv til informant

Vedlegg 4: Intervjuguide

Vedlegg 1: Kvittering fra NSD

NSD

Troels Lange
Avdeling for lærerutdanning Høgskolen i Bergen
Postboks 7030
5020 BERGEN

Vår dato: 24.11.2016 Vår ref: 50461 / 3 / MSS Deres dato: Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 09.10.2016. Meldingen gjelder prosjektet:

50461	*Konkretisert begrepsinnlæring i matematikk: en case-studie om læreres bruk av konkreter i undervisningen*
Behandlingsansvarlig	*Høgskolen i Bergen, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Troels Lange*
Student	*Tone Strand Saltvedt*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 01.01.2018, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Katrine Utaaker Segadal

Marie Strand Schildmann

Kontaktperson: Marie Strand Schildmann tlf: 55 58 31 52

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS Harald Hårfagres gate 29 Tel: +47-55 58 21 17 nsd@nsd.no Org.nr. 985 321 884
NSD – Norwegian Centre for Research Data NO-5007 Bergen, NORWAY Faks: +47-55 58 96 50 www.nsd.no

Vedlegg 2: Informasjon og samtykkeskriv til foreldre/foresatte/elever

Informasjon om videoopptak i klasserommet

HØGSKOLEN
I BERGEN

Til foreldre/foresatte

Hei, jeg heter Tone Strand Saltvedt og går nå mitt 5. år på lærerutdanning ved Høgskolen i Bergen. Jeg jobber med en masteroppgave innen matematikk og skal derfor gjøre undersøkelser i skolen. Fokuset mitt for masteroppgaven er å undersøke hvordan lærere benytter seg av ulike konkretiseringsmateriell i matematikkundervisningen. Jeg ønsker derfor å samle inn informasjon til masteroppgaven ved å gjøre videoopptak i klasserommet. Jeg kommer til å benytte ett videokamera som vil ha hovedfokus på lærer. Dette kommer til å plasseres slik at det stort sett bare er læreren som er i bildet. Dersom elevene sitter og jobber ved pultene sine, vil jeg nok flytte kameraet rundt slik at jeg kan filme det de arbeider med. Jeg vil hele tiden prøve å unngå å få med elevenes ansikter dersom det lar seg gjøre. I selve oppgaven min ønsker jeg å kanskje bruke noen stillbilder fra videoopptakene, men da vil eventuelle ansikt på elever fjernes slik at ingen kan gjenkjennes.

Opplysningene som jeg vil få vil være av samme type som en lærer normalt får gjennom sitt arbeid. Som forsker og lærer er jeg underlagt taushetsplikt. All informasjon vil bli behandlet konfidensielt og navn på elever vil bli erstattet med andre navn i den skriftlige oppgaven eller eventuelt et nummer. Det er kun lærer, min veileder og jeg som har tilgang til informasjon som jeg samler inn til min oppgave. Datainnsamlingen er planlagt å gjennomføres i januar. Jeg vil beholde videoopptakene frem til masteroppgaven er godkjent, da senest 01.01.18.

Gjennom mitt prosjekt ønsker jeg å lære mer om hvordan en kan tilrettelegge for god matematikklæring. Jeg håper at de fleste er villig til å delta i prosjektet for å få best mulig utbytte av datainnsamlingen.

Prosjektet mitt er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk senter for forskningsdata AS (NSD). Jeg ber ved dette om tillatelse fra foreldre/foresatte til å gjøre denne datainnsamlingen ettersom elevene er under 18 år. Det er frivillig å delta i studien, og dere kan når som helst trekke deres samtykke uten å oppgi noen grunn. Jeg ønsker også at elevene skal få velge selv om de ønsker å delta i prosjektet mitt eller ikke, derfor legger jeg ved et eget skriv rettet mot elevene og to svarslipper, en for foreldre/foresatte og en som eleven selv skriver under på. Disse svarslippene returneres til kontaktlærer snarest. Før jeg begynner med videoopptak vil jeg eller lærer informere elevene mer om prosjektet mitt og la de vite at deltakelse er helt frivillig. Dersom noen ikke ønsker å delta i prosjektet vil vi ordne dette uten at eleven skal gå glipp av undervisning.

Dersom dere har spørsmål til mitt masterprosjekt kan dere ta kontakt med meg eller min veileder Troels Lange (troels.lange@hib.no).

Mvh
Tone Strand Saltvedt
Epost: tone.strand.saltvedt@haugnett.no
Tlf.: 90759451

Samtykke til deltakelse i studien

Svarslipp for foreldre/foresatte:

Elevens navn:

Mitt barn kan delta i videoopptak ☐

(Signert av foreldre/foresatte, dato)

Informasjon om videoopptak i klasserommet

Til eleven

Hei, jeg heter Tone.
Jeg skal bli lærer, og derfor har jeg veldig lyst til å se
hvordan læreren deres og dere elever jobber med matematikk. Jeg tror jeg kan lære masse av dere slik at jeg kan bli en god lærer. Jeg ønsker derfor å filme litt i klasserommet når dere har matematikk.

Dersom du ikke har lyst til å bli filmet er det helt greit, men dersom du synes det er greit å bli filmet kan du sette kryss i firkanten nedenfor og levere denne lappen til læreren din.

Svarslipp for eleven:

Jeg synes det er greit at jeg blir filmet i klasserommet ☐

(Skriv ditt navn over denne linjen).

Vedlegg 3: Informasjon og samtykkeskriv til informant

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

«Prosjekttittel: Konkretisert begrepsinnlæring i matematikk: en case-studie om læreres bruk av konkreter i undervisningen»

Hei, jeg heter Tone Strand Saltvedt og er masterstudent ved Høgskolen i Bergen. Jeg skal skrive en masteroppgave om bruk av konkreter i matematikkundervisningen på småtrinnet. Jeg henvender meg til deg for å spørre om du vil være deltager i mitt prosjekt.

Bakgrunn og formål
Formålet med prosjektet er å lære mer om læreres bruk av konkreter i matematikkundervisning. Problemstillingen for oppgaven er foreløpig følgende:

Hvordan bruker lærere konkreter i matematikkundervisningen på 1. – 4. trinn, hvordan begrunner de bruken av disse og hva kan bruken av konkreter bidra med i elevers begrepsinnlæring?

Hva innebærer deltakelse i studien?
Deltakelse i dette studiet innebærer at du og din klasse blir filmet i noen matematikktimer hvor konkreter blir benyttet. Her vil videoopptaket blir benytte for å se hvordan du som lærer benytter konkretene i denne undervisningen. Jeg ønsker veldig gjerne å filme i undervisningstimer hvor det skal introduseres et nytt matematisk begrep/tema hvor du som lærer benytter konkretene i denne sammenhengen. Med konkreter tenker jeg på alt fra byggeklosser, viskelær, kongler osv. til konkretiseringsmateriell som er laget med tanke på bruk i matematikkundervisning (Numicon, Cuisenairestaver, centikuber, Abakus osv.). I etterkant av undervisningen (gjerne noen dager etter at siste undervisning og videoopptak er gjennomført), ønsker jeg å gjøre et intervju/ha en samtale med deg hvor vi snakker om dine tanker rundt din egen bruk av konkreter i undervisningen. Her ønsker jeg å høre hvorfor du valgte å bruke de konkretene som ble brukt, hvilke tanker du gjorde deg om bruk av konkretene i forkant av undervisningen, og hva du tenker i etterkant. I samtalen vil jeg gjerne plukke ut deler av videoen som vi kan snakke om sammen.

Hva skjer med informasjonen om deg?
Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Samtalen/intervjuet vil bli dokumentert ved lydopptak. Navn og andre personopplysninger som eventuelt kommer med på video/lydopptak vil bli anonymisert i oppgaven. Video og lydopptak vil bli lagret på en passordbeskyttet ekstern harddisk. Det er kun jeg som student som har tilgang til video og lydopptak, og eventuelt min veileder. Prosjektet skal etter planen avsluttes i mai 2017 og video og lydopptak blir slettet etter at oppgaven er godkjent.

Frivillig deltakelse
Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn.

Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta kontakt med Tone Strand Saltvedt. Telefon: 90759451, e-post: tone.strand.saltvedt@haugnett.no. Veileder for dette prosjektet er Troels Lange, førsteamanuensis ved Høgskolen i Bergen. Telefon: 48476151, e-post: troels.lange@hib.no.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

----
(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 4: Intervjuguide

Intervjuguide

Innledende spørsmål

Har du tilgang til mange ulike typer konkreter på skolen?

Hvem er det som bestemmer hvilke konkreter som skal finnes på skolen?

Har du mulighet til å selv velge hva du ønsker at skolen skal bestille?

Har du fått noe opplæring med tanke på bruk av de konkretene som finnes på skolen og hva de kan være nyttige for?

Du fortalte at du har jobbet en del på småtrinnet, men at du også har litt erfaring fra mellomtrinnet. Kan du fortelle litt om dine tanker rundt bruk av konkreter på de ulike trinnene? (egne og andres erfaringer). Brukes det mest på småtrinnet eller benyttes det også på mellomtrinnet?

Hvor ofte benytter du deg av konkreter i matematikkundervisningen og på hvilken måte bruker du disse?

Spørsmål ut fra videoene

<u>Klipp nr. 1</u>

Video: 1. økt, «film 1»

Tid: 13:00 – 13:40

Før klippet har du gått igjennom hva likeverdige brøker er og vist litt eksempler på smartboard. Etterpå forteller du elevene at de skal lage sin egen guide over hvordan brøker henger sammen. Dere går igjennom litt av oversiktsguiden sammen.

Spørsmål:

Hvorfor valgte du at elevene skulle lage denne brøkguiden selv?

Har elevene brukt denne brøkguiden i ettertid?

På hvilken måte tenkte du den skulle være nyttig for elevene i videre arbeid?

Klipp nr. 2

Video: 3. økt, «intro og centikuber»

Tid: 00:24 – 00:45

Dette er helt i begynnelsen av timen.

Spørsmål:

På starten av denne økten begynte du å legge frem ulike brøksirkler på gulvet fremme i klasserommet. Hva var tanken bak dette? *(jeg observerte at de ikke ble brukt i timen)*

Brøksirklene (pizzaene) som hang på tavlen gjennom denne perioden jeg var hos dere, ble de hengt opp i løpet av denne perioden dere jobbet med brøk og desimaltall eller henger de der til vanlig også?

Hva er tanken bak disse?

Klipp nr. 3

Video: 3. økt, «intro og centikuber»

Tid: 05:00 - 07:17

Spørsmål:

Du refererer til og vil at elevene tenke i klossene/centikuber når dere jobber med brøksirkelen. Hvorfor?

Her benytter du deg av en virtuell konkret (altså på PC, det vil si figurer som kan flyttes rundt på og beveges som om det skulle vært fysiske gjenstander). Hvilke muligheter/begrensninger ser du ved å bruke virtuelle konkreter sammenlignet med fysiske konkreter?

Hvilken type tror du at du bruker du mest?

Har du merket endringer i bruk av virtuelle konkreter i den perioden du har jobbet som lærer?

<u>Klipp nr. 4</u>

Video: 3. økt, «intro og centikuber»

Tid: 08:55 – 10:40

Spørsmål:

Da du planlagte undervisningen, hva tenkte du denne oppgaven med centikubene kunne bidra med i elevenes forståelse?

Du er opptatt av språket elevene benytter når de skal gjennomføre oppgaven, hvorfor ville du at det var et viktig fokus i oppgaven?

Hva tenker du rundt dette om elevene forstår forbindelsen mellom konkretene og den skriftlige matematikken de har/eller skal jobbe med i ettertid (i samme emne)?

Hva kan centikubene ha bidratt til for videre arbeid?

<u>Klipp nr. 5</u>

Video: 3. økt, «Film elevarbeid»

Tid: 02:47 – 03:55

Fra stasjonsarbeid (minus puslespillet)

Spørsmål:

Hvordan tenkte du i planleggingen av stasjonene med tanke på hvilke konkreter du ønsket å benytte?

Hva tenkte du disse konkretene kunne bidra med i elevenes læring?

Tror du at elevene fikk det utbyttet du ønsket?

Hvordan tror du overgangen fra å arbeide med konkretene til å arbeide skriftlig arbeid videre vil bli? *(har blitt?)* Hvilke muligheter eller begrensninger kan de ha fra å ha jobbet mye med konkreter?

Fordeler/ulemper med å benytte flere forskjellige konkreter i samme tema?

<u>Klipp nr. 6</u>

Video: 3. økt, «intro og centikuber»

Tid: 03:04 – 04:22

Spørsmål:

Du begynner alltid med å presentere målet for timen. Hva er hensikten med dette?

Hvordan og i hvor stor grad tenker du at konkretene dere brukte i denne timen kan ha vært til hjelp for å nå målet? *(I denne timen jobbet elevene to og to med centikuber, og etterpå var det ulike stasjoner, (også jobbet med brøksirkel på tavlen). Målet var: «Jeg kan bruke en del av en mengde til å finne hele mengden»).*