Argumentasjon i algebra

En studie av elevers argumentasjon i arbeid med mønstre og generalisering i algebra

Argumentation in algebra

A study of pupils' argumentation while working with patterns and generalization in algebra

Martine Sletten

Veiledere: Kjellrun Hiis Hauge
Suela Kacerja

Master i undervisningsvitenskap med fordypning i matematikkdidaktikk

Avdeling for lærerutdanning

Innleveringsdato: 26.05.2015

Forord

Det å skrive masteroppgave har vært en berikende, givende og lærerik prosess. Samtidig har det vært krevende, utfordrende og slitsomt til tider. Jeg vil gjerne takke alle som har hjulpet meg gjennom denne prosessen. Noen må spesielt nevnes:

Jeg vil først rette en stor takk til to personer, mine veiledere Kjellrun Hiis Hauge og Suela Kacerja. Takk for gode veiledningstimer med utfordrende spørsmål og gode råd, og for at dere alltid har døren stående åpen! De siste månedene og ukene har vært kaotisk, men dere har gjort denne tiden levelig.

Takk til læreren og elevene som slapp meg inn i klasserommet slik at jeg fikk datamaterialet for å studere elevenes argumentasjon i møte med mønstre og generalisering i algebra. Takk til Vilde Emilie Aronsen som tok seg av det tekniske angående filmingen.

Takk til medstudenter på lesesalen i Møllendalsveien. Gode samtaler, av alle slag, har gjort hverdagen enklere.

Til slutt vil jeg rette en stor takk til familie, kjæreste og venner, for den enorme støtten og oppbakkingen, for hjelp med engelsken og korrekturlesing, og for at dere har vært der i tykt og tynt.

Martine Sletten
Bergen, Norway
26.05.2015

Sammendrag

I denne avhandlingen undersøker jeg nærmere hvordan elever argumenterer og samhandler i arbeid med mønstre og generalisering i algebra. Fokuset er på hvordan elevene argumenterer, men også på hvilke rolle elevene har i samhandlingen i argumentasjonen. Deltakerne i studien er fire elever i 10. klasse, og de arbeider med to oppgaver.

Med utgangspunkt i forskningsspørsmålene mine: *Hvordan argumenterer elever i arbeid med mønstre og generalisering i algebra?,* og *Hvordan samhandler elever i argumentasjonen, i arbeid med mønstre og generalisering i algebra?*, har jeg brukt Toulmins argumentasjonsmodell for å kategorisere og analysere argumentene til elevene, og for å karakterisere rollene til elevene i denne prosessen. Jeg ser også dette i lys av sosiokulturelt perspektiv på læring.

Avhandlingens funn indikerer at elevenes argumentasjon ofte er preget av at de stadig introduserer nye elementer i argumentasjonen. I startfasen av arbeidet med oppgaven er mange av påstandene deres basert på at de ser et mønster eller en sammenheng i oppgavene. Etter hvert er påstandene deres basert på at de bruker algebraiske symboler for å beskrive mønsteret de ser i form av en eller flere variabler. Når elevene skal støtte påstandene sine med data, bruker de spesialiseringer for å sjekke gyldigheten til påstanden. Dette viser seg også når de skal gjøre en tilkobling mellom påstand og data, i form av en understøtte. I en av oppgavene viser det seg at det blir en kjede av argumenter, fordi de bearbeider påstandene sine når de får innsigelser ved dem.

Avhandlingens funn indikerer også at elevene har forskjellige roller i samhandlingen. Alle elevene deltar i argumentasjonen, men det er særlig én elev som er styrende, i form av at han er den eleven som sier mest og som kommer med flest påstander i de forskjellige oppgavene. Denne eleven sitter også ofte i sine egne tanker, i sin egen bok, og er utforskende på egenhånd. Samtidig indikerer det at det er et samspill mellom elevene, ved at de er villige til å støtte påstandene sine ytterligere, i form av data eller understøtte, når det finnes innsigelser ved dem. Det viser seg at elevene samhandler fordi de *sammen* er i stand til å finne et generalisert uttrykk eller en generalisert regel i de forskjellige oppgavene.

Abstract

In this master thesis I examine closely how pupils argue and interact while working with patterns and generalization in algebra. The focus is on how pupils argue, but also on what roles pupils have in the interaction during argumentation. The participants in the study are four pupils in 10th grade, and they are working with two tasks.

Based on my research questions: *How does pupils argue while working with patterns and generalization in algebra?*, and *How does pupils interact in the argumentation, while working with patterns and generalization in algebra?*, I have used Toulmin´s argumentation model to categorize and analyze the pupils' arguments, and to characterize the roles pupils have in this process. I also see this in the light of a socio-cultural perspective on learning.

The thesis findings indicate that pupils' argumentation is often characterized by introduction of new elements in the argumentation steadily. During the preliminary phase of the work with the tasks, many of the pupils' claims are based on that they see a pattern or a relationship in the tasks. Gradually the claims are based on the use of algebraic symbols, in form of one or more variables, to describe the pattern they see. When pupils support their claims with data, they use specialization to check the validity of the claim. This is also apparent when they try to make a connection between the claim and data, in form of a warrant. In one of the tasks, it appears that there is a chain of arguments, where the pupils transform their claims when they get rebuttals to them.

The findings further indicate that pupils have different roles in the interaction. All pupils participates in the argumentation, but it is particularly one pupil who is guiding, in the sense that it is the pupil who says the most and that comes with the most claims in the different tasks. This pupil is also often in his own thoughts, in his own book, exploring on his own. Meanwhile, findings indicates that there is an interaction between the pupils, because they are willing to support their claims, in form of data and warrant, when there are rebuttals to them. It turns out that the pupils are interacting because they *together* are able to find a generalized expression or a generalized rule in the various tasks.

Innholdsfortegnelse

1. Innledning

1.1 Bakgrunn

> Lille Marius var Abrahams beste venn, og Abraham var lille Marius´ ideal. De pleiet å lese lekser sammen hjemme på Abrahams værelse; og det er ikke godt å vite hvorledes Marius ville klart seg på skolen, om han ikke hadde hatt denne støtte. For lille Marius var så dårlig i alt – unntatt i latin.
> De var nylig begynt på ligninger av første grad med en ubekjent, og lille Marius hadde tålmodig fulgt med gjennom mangfoldige eksempler, for å finne dette x. Han hadde hørt dem si at nu var det funnet, og sett dem stryke ut av tavlen, – ja hva mere var, han hadde endogså selv eksemplene oppskrevet i sin bok, og dog forble denne ene ubekjente ham like fjern og fremmed. Han holdt øye med dette x; han skrev trolig opp hvorledes det ble jaget som en rev fra linje til linje med multiplikasjoner, forkortninger, brøker og all verdens djevelskap efter sig, inntil det arme utmattede dyr endelig ble drevet alene over til venstre side, og så viste det seg, at dette fryktelige x var ikke annet enn et ganske fredelig tall – for eksempel 28. Marius kunne omsider til nød forstå at x kunne ha forskjellig verdi i de forskjellige eksempler. Men hva man så skulle med dette x? Hvortil alle disse omsvøp – hvorfor jage tavlen ned over stokk og sten efter denne ene ubekjente, når det ikke var annet enn for eksempel 28 – nei kanskje bare 15? – nei det kunne lille Marius virkelig ikke begripe. (Kielland, 1999, s. 14 og 32-33).

Lille Marius strevde med matematikken og algebraen. Min personlige betraktning er at en stor andel av norske elever sliter med algebra på samme måte som lille Marius.

Siden jeg startet min utdannelse ved NLA høgskolen, har matematikk blitt et fag jeg har fått en gryende interesse for. Men det har ikke alltid vært slik. Jeg var selv den eleven i grunnskolen og videregående skole som strevde med dette faget, og særlig emnet algebra. Gjennom matematikkfaget, ved først NLA høgskolen og nå Høgskolen i Bergen, har jeg blitt introdusert for en annen tilnærming til matematikk og algebra som jeg tidligere ikke har vært kjent med.

Som masterstudent ved Høgskolen i Bergen har jeg blitt introdusert for mange spennende og interessante emner og tema innenfor matematikkdidaktikk. Emnet jeg synes var mest interessant var det som omhandlet kommunikasjon i matematikk. Som student har jeg også hatt en del praksis i matematikk, både på barneskole og på ungdomsskole. Gjennom samtaler med lærere og med elever i praksis, har interessen for dette emnet blitt enda større. Muntlige ferdigheter i matematikk byr på mange muligheter.

1.2 Problemområde og forskningsspørsmål

Matematisk tenkning går inn under muntlige ferdigheter i matematikk. Carpenter, Franke og Levi (2003) skriver at det å utvikle matematisk tenkning innebærer ikke bare at du kan regne oppgaver, men at du utvikler matematiske ideer som du kan generere ved å prøve å rettferdiggjøre dem overfor deg selv og andre *gjennom* språket. Dette gjelder innenfor alle emner. Algebra er et utfordrende emne for mange elever i den norske skolen. Carpenter et al. (2003) skriver at algebra hindrer mange elever fra å studere og ta høyere utdannelse, men at ved å utvikle matematisk tenkning så kan det få dem til å lære matematikk med forståelse. Brekke, Grønmo og Rosén (2000) skriver at man må legge til rette for å la elevene oppleve å forstå i undervisningen. Elevene må ikke bare beherske en prosedyre, men de må få gjøre sine egne tanker om resultatene.

Standpunktet til Mason, Graham og Johnston-Wilder (2011) er at: «Å tenke algebraisk (spesielt ved å kjenne igjen og uttrykke generelle trekk) er innenfor rekkevidde for alle som lærer. Det er vitalt for alle som skal ta full del i samfunnet» (s. 8). Videre skriver Mason et al. (2011) at «alle elever som begynner på skolen allerede har vist at de har evnen til å generalisere og abstrahere fra enkelttilfeller. Dette er algebraens kjerne» (s. 15). Samtidig fremhever Yackel (2001) om nåværende interesse for matematikklæring som fokuserer på forståelse, matematisk resonnement og meningsskaping, og at det vil være et behov for å utvikle måter å analysere klasserom som fremmer denne type læring.

Med dette som utgangspunkt har jeg beveget meg inn i et forskningsområde hvor muntlige ferdigheter har vært i fokus, og da spesielt elevers argumentasjon. Hensikten med denne avhandlingen er å skape innsikt i hvordan en gruppe elever i 10.klasse samhandler og argumenterer om oppgaver som går på mønstre og generalisering i algebra. Til den hensikt har jeg forsøkt å finne svar på følgende forskningsspørsmål:

- Hvordan argumenterer elever i arbeid med mønstre og generalisering i algebra?
- Hvordan samhandler elever i argumentasjonen, i arbeid med mønstre og generalisering i algebra?

1.3 Oppbygging av oppgaven

Oppgaven er strukturert på følgende måte:

I kapittel to presenteres det teoretiske rammeverket for min oppgave. Først presenteres algebra, hvor jeg først gir et kort historisk overblikk over utviklingen av algebra. Deretter presenteres momenter fra kunnskapsløftet med fokus på algebra og argumentasjon i matematikk, for så å trekke frem mønstre og generalisering i algebra. Videre presenteres det sosiokulturelle perspektivet på læring, fordi datamaterialet i avhandlingen omhandler elevenes argumentasjon og samhandling med hverandre. I slutten av dette kapittelet presenteres tidligere forskning som jeg beveger og posisjonerer meg i forhold til.

I kapittel tre tar jeg for meg Toulmin (2003) sin modell for analysering av argumenter. Først presenteres generelt om modellen og dens bruksområder, før jeg trekker frem hvordan den er blitt brukt i matematikk. Denne modellen kommer jeg også til å bruke i analysen av argumentene til elevene.

I kapittel fire vil jeg ta for meg metode, hvor jeg først presenterer bakgrunn for valg av metode. Deretter redegjøres egen rolle og betydningen av den, etiske valg og undersøkelsens gyldighet og troverdighet.

Kapittel fem tar for seg tolkning og analyse av datamaterialet, hvor relevante momenter fra teori og analysemodell blir brukt som støtte. Deretter, i kapittel seks, vil jeg diskutere funn i analysen opp mot tidligere forskning.

2. Teori og tidligere forskning

I dette kapittelet vil jeg presentere det teoretiske perspektivet som jeg posisjonerer meg i forhold til. Jeg starter med å presentere algebra, hvor jeg først gir et kort historisk overblikk over utviklingen av algebra. Deretter presenteres momenter fra kunnskapsløftet, med fokus på algebra og argumentasjon i matematikk, for så å trekke frem mønstre og generalisering i algebra. Videre presenteres det sosiokulturelle perspektivet på læring, fordi datamaterialet i avhandlingen er preget av elevenes argumentasjon og samhandling med hverandre. Til slutt presenteres tidligere forskning som jeg beveger og posisjonerer meg i forhold til.

2.1 Algebra

2.1.1 Historisk utvikling

Algebraens utvikling og vekst har foregått over et meget langt tidsrom. Ifølge Birkeland (1997) stammer begrepet algebra fra tittelen på en bok skrevet rundt år 825 av den arabiske matematikeren al-Khwarizmî. Videre skriver Birkeland (1997) at «algebraen slik vi kjenner den fra skolen med symboler og notasjon, ble først ferdig utviklet etter 1600-tallet» (s. 5). Det er derimot delte meninger om når algebraen startet historisk sett. Sfard (1995), referert i Birkeland (1997), nevner fire stadier i utviklingen av algebra: retorisk, synkopert, viètansk symbolsk og abstrakt.

Det retoriske stadiet finner vi i tiden før Diofantos ca. 250 f.Kr., og er karakterisert ved at det ordinære språket ble brukt til å gi beskrivelser av utregninger. Birkeland (1997) skriver at her fant man verken tegn eller symboler til å representere ukjente. Dette kom først i synkopert algebra hvor problemene ofte ble gitt generelt, mens løsningen alltid ble forklart ved hjelp av talleksempler. En løsningsmetode ble dermed angitt med gitte tall. Den ukjente kunne i noen tilfeller gis ved en bokstav, selv om variabelbegrepet ikke var utviklet på denne tiden (Birkeland, 1997).

Viètansk symbolsk algebra hadde sitt utspring fra den franske matematikeren François Viète (1540-1603). Viète gjorde store fremskritt innen algebra ved å utvide symbolbruken. Bokstaver hadde blitt brukt tidligere, men Viète var den første som brukte bokstaver for et gitt tall (Birkeland, 1997). Innenfor dette stadiet regnet man med foranderlige størrelser i stedet for bare konstante tall.

Utover på 1800-tallet utviklet algebraen seg videre, og abstrakt algebra vokste frem. Nå skulle variabelbegrepet abstraheres til et høyere nivå. Fra å kun representere numerisk verdi, skulle den variable kunne representere hva som helst uten noen som helst tilknytning til et tall (Birkeland, 1997).

2.1.2 Læreplanverket for Kunnskapsløftet – Algebra og argumentasjon

«Den delen av algebra elever møter i grunnskole og videregående skole dreier seg om ligninger, funksjoner og formler» (Hinna, Rinvold & Gustavsen, 2011, s. 168). Algebra kommer først inn som et hovedområde med formulerte kompetansemål i læreplanverket for kunnskapsløftet (LK06) fra 5. årssteget. Etter 10. årssteget er målet for opplæringen at eleven skal kunne

- behandle, faktorisere og forenkle algebrauttrykk, knyte uttrykka til praktiske situasjonar, rekne med formlar, parentesar og brøkuttrykk og bruke kvadratsetningane
- løyse likningar og ulikskapar av første grad og likningssystem med to ukjende og bruke dette til å løyse praktiske og teoretiske problem. (Kunnskapsdepartementet [KD], 2013b).

I 2012 utga Kunnskapsdepartementet [KD] et rammeverk for de fem grunnleggende ferdighetene. Disse ferdighetene er «avgjørende redskaper for læring i alle fag og samtidig en forutsetning for at eleven skal kunne vise sin kompetanse» (KD, 2012, s. 5). *Muntlige ferdigheter* er en av de fem grunnleggende ferdighetene, og Kunnskapsdepartementet [KD] (2013a) definerer muntlige ferdigheter i matematikk følgende:

> *Munnlege ferdigheiter* i matematikk inneber å skape meining gjennom å lytte, tale og samtale om matematikk. Det inneber å gjere seg opp ei meining, stille spørsmål og argumentere ved hjelp av både eit uformelt språk, presis fagterminologi og omgrepsbruk. Det vil seie å vere med i samtalar, kommunisere idear og drøfte matematiske problem, løysingar og strategiar med andre. Utvikling i munnlege ferdigheiter i matematikk går frå å delta i samtalar om matematikk til å presentere og drøfte komplekse faglege emne. Vidare går utviklinga frå å bruke eit enkelt matematisk språk til å bruke presis fagterminologi og uttrykksmåte og presise omgrep. (KD, 2013a).

Videre trekker KD (2012) frem fire ferdighetsområder innenfor *muntlige ferdigheter*: forstå og vurdere, utforme, kommunisere, og reflektere og vurdere. Disse ferdighetsområdene kan igjen vurderes i fem nivåer:

Muntlige ferdigheter som grunnleggende ferdighet					
Ferdighets-områder	**Nivå 1**	**Nivå 2**	**Nivå 3**	**Nivå 4**	**Nivå 5**
Forstå og vurdere	Lytter etter informasjon og argumentasjon	Lytter etter relevant informasjon. Skiller mellom meninger og fakta.	Tolker muntlige tekster med konkurrerende informasjon. Skiller mellom informerende og argumenterende tekst.	Tolker komplekse tekster og reflekterer over formål og innhold.	Vurderer komplekse tekster kritisk og tar stilling til innhold og formål.
Utforme	Kombinerer verbalspråk med andre ressurser og virkemiddel.	Varierer verbalspråk, og bruker digitale og andre ressurser og virkemidler.	Bruker verbalspråk, og velger andre ressurser og virkemidler bevisst.	Tilpasser verbalspråk, andre ressurser og virkemidler til formål, situasjon og tilhørere.	Bruker verbalspråk, andre ressurser og virkemidler selvstendig og kritisk.
Kommunisere	Forteller om opplevelser og faglige emner. Uttrykker og begrunner egne meninger.	Beskriver faglige emner og erfaringer. Argumenterer for egne meninger.	Greier ut om faglige emner og prosesser. Argumenterer for egne synspunkter og tar ulike perspektiver. Bruker fagterminologi.	Reflekterer over faglige emner og prosesser. Bruker nyansert fagterminologi i lengre utgreiinger. Bygger opp saklig argumentasjon.	Drøfter komplekse faglige emner og prosesser med presis fagterminologi. Bygger opp en helhetlig argumentasjon.
Reflektere og vurdere	Tar ordet etter tur i samtaler og gir tilbakemeldinger. Gjengir innhold med egne ord og stiller oppklarende spørsmål.	Følger opp innspill fra andre i faglige samtaler. Stiller oppklarende og utdypende spørsmål.	Videreutvikler innspill fra andre og fremmer egne meninger aktivt. Støtter seg på andre og utnytter egne erfaringer i faglig arbeid.	Driver samtalen framover gjennom relevante innspill. Utveksler erfaringer og kunnskap og skaper mening i faglige fellesskap.	Gir respons og samtaler fleksibelt og effektivt i ulike faglige roller og situasjoner. Vurderer egen forståelse og velger relevante strategier.

(KD, 2012, s. 9).

Begrepet *argumentasjon* brukes både i definisjonen fra KD (2013a), og flere steder i tabellen hentet fra rammeverket for grunnleggende ferdigheter (KD, 2012). Det finnes i dag mange definisjoner på hva argumentasjon er. Meaney (2007) definerer det følgende: «A convincing argument makes a clear connection, using, reasoning, between what is known about a problem and the suggested solution» (s. 683). Krummheuer (1995) definerer det slik: «(…) the basic idea of the functionality of an argument is that one tries to support a questioned assertion by innferring it from another statement» (s. 240). Jeg velger å ta utgangspunkt i begge og vil definere matematisk argumentasjon som et sosialt fenomen, hvor man i samhandling med andre, uttrykker sitt standpunkt, og at man gjennom resonnering og grunngivning klarer å underbygge standpunktet sitt.

2.1.3 Mønstre og generalisering i algebra

Van Reeuwijk (2002), referert i Drijvers, Goddijn og Kindt (2011), beskriver algebra følgende:

> Algebra involves researching regularity, patterns and structure: seeing a pattern in apparently situations and recognizing a common algebraic structure. This may invite to generalization, including generalization across classes of situations and generalization and transfer to new situations. (s. 10).

Dette betyr at det å arbeide med mønstre i algebra innebærer og gjenkjenne algebraiske strukturer og se sammenhenger. Dette kan invitere til generalisering, som ifølge Mason et al. (2011), er når vi prøver å gi en mening til en antagelse eller formodning. Generalisering skjer spontant når noen forestiller seg en prosess som fortsetter. Det kan være så enkelt som å legge til én, om igjen og om igjen, noe som fører til generaliteten at det ikke kan eksistere et største heltall, siden du alltid kan «legge til en til» (Mason et al., 2011). Ved at en prøver ut enkelttilfeller, er man på den motsatte prosessen av generalisering, nemlig spesialisering. Begge prosessene er viktige ifølge Polya (1957), referert i Mason et al. (2011), og poengterer at «vi må ha en induktiv holdning (som) krever en klar oppstigning fra observasjoner til generalisering og en klar nedstigning fra de høyeste generaliseringene til de mest konkrete observasjonene» (s. 336). Grunnen til at man prøver spesialtilfeller av noe mer generelt er å prøve å se hva som skjer gjennom eksempelet, gjennom å se *hvordan du gjennomfører* eksempelet.

Ifølge Mason, Burton og Stacey (1982), referert i Hana (2014), er formodning, begrunnelse og ekstensjon, tre viktige bestanddeler i generalisering. Når en forsøker å se et mønster i noen spesialtilfeller som en tror kan utvides kalles det for en formodning. Det er derimot ikke nok å tro det, for en trenger også en begrunnelse for at det vil gjelde i andre tilfeller også. I tillegg er det nødvendig å vite akkurat hvilke andre tilfeller det vil gjelde for, og da ser en på ekstensjonen til generaliseringen. For da finner en ut «hvor det trolig er sant» (Mason et al.,1982, referert i Hana, 2014, s. 110).

Språket i generaliseringen er et viktig moment å ta med. Algebra sørger for et språk som kan brukes til å uttrykke generaliteter presist og konsist, i en slik grad at det kan manipuleres for å forenkle resonnementer. Ord som ofte blir brukt med tanke på generalitet inkluderer *enhver, alle,* og *når.* For eksempel «det finnes et tall som er mindre enn ethvert positivt heltall» eller «alle positive tall er større enn et annet tall». Disse to kan tolkes som like. Matematikere finner det mest praktisk, for å unngå tvetydighet, å plassere alle generaliseringer og eksistenspåstander i begynnelsen av et utsagn. Ved å la det henge bak, eller enda verre, noen i begynnelsen og noen på slutten, kan skape forvirring (Mason et al., 2011).

2.2 Sosiokulturelle perspektiver på læring

Med bakgrunn i andre forskningsspørsmålet mitt: *Hvordan samhandler elever i argumentasjonen, i arbeid med mønstre og generalisering i algebra?*, har jeg valgt å bruke sosiokulturelle perspektiver på læring som støtte til Toulmins argumentasjonsmodell[1] i analysen. Dette fordi

[1] Beskrivelse av modellen og dens bruksområde er i kapittel 3.
[2] Begrepene er definert i kapittel 3.

sosiokulturell teori legger vekt på at kunnskap konstrueres gjennom samhandling og i en kontekst (Dysthe, 2001).

Säljö (2001) skriver at i et sosiokulturelt perspektiv blir det grunnleggende bildet av menneskets utvikling sett annerledes på enn i forhold til de mer tradisjonelle perspektivene som behaviorisme og konstruktivisme. «Mennesker er født inn i og utvikles innenfor rammen for samspill med andre mennesker» (Säljö, 2001, s. 67). Fra første dag vi blir født gjør vi erfaringer sammen med andre. Det sosiokulturelle perspektivet bygger på hvordan et individ blir støttet av andre i en læringssituasjon. Det «å kunne» er knyttet til praksisfellesskapet og individets evne til å delta i disse (Dysthe, 2001).

Innenfor sosiokulturell læringsteori er begrepet *mediering* svært sentralt, og Säljö (2001) skriver følgende om mediering: «Mediering innebærer at vår tenking og våre forestillingsverdener er vokst fram av, og dermed farget av, vår kultur og dens intellektuelle og fysiske redskaper» (s. 83). Videre skriver Säljö (2001) at «menneskets aller viktigste medierende redskap er de ressursene som finnes i *språket* vårt» (s. 84).

2.1.1 Kommunikasjon i og mellom mennesker

I det sosiokulturelle perspektivet på menneskelig læring og utvikling er kommunikative prosesser helt sentrale. Säljö (2001) skriver at det er gjennom kommunikasjon individet blir delaktig i kunnskaper og ferdigheter.

> Språket er den mest unike bestanddelen i menneskelig kunnskapsbygging og, mer generelt, i vår evne til å samle erfaringer og kommunisere med hverandre. Ord og språklige utsagn medierer omverdenen for oss og gjør at den framstår som meningsfull. Ved hjelp av kommunikasjon med andre blir vi delaktige i måter å betegne og beskrive verden på som er funksjonelle, og som gjør at vi kan samspille med våre medmennesker i ulike aktiviteter. (Säljö, 2001, s. 84-85).

Det er altså et læringsfellesskap mellom mennesker, hvor de får ansvar og eierskap til eget arbeid, ved at det er et samspill mellom dem og at de lærer av hverandre. Innenfor sosiokulturell læringsteori kan et slikt samspill, hvor det er interaksjoner mellom dem, skape motivasjon (Dysthe, 2001).

Læring i sosiokulturelle perspektiv handler om måten vi resonnerer om og tolker den virkeligheten vi møter i interaksjoner, og hvordan vi bruker dette i senere situasjoner som ressurs for å forstå og kommunisere (Säljö, 2001). Det betyr at vi tar med oss erfaringer fra tidligere situasjoner videre til nye situasjoner, og at vi hele tiden er i utvikling. Säljö (2001) skriver at en grunntanke i et sosiokulturelt perspektiv er at «det er gjennom kommunikasjon at sosiokulturelle ressurser blir skapt, men det er også gjennom kommunikasjon de blir ført videre» (s. 22). Videre beskriver Säljö (2001) tre ulike forhold som en må være oppmerksom på dersom en skal studere læring i et sosiokulturelt perspektiv, og her trekkes også kommunikasjon frem: «kommunikasjon og de ulike måtene mennesker utvikler former for samarbeid på i ulike kollektive virksomheter» (s. 23). Det at kommunikasjon er nevnt både i grunntanken og som et av forholdene for å studere læring i et sosiokulturelt perspektiv, illustrerer hvor viktig kommunikasjon og interaksjoner er i dette perspektivet.

Vygotsky var en sentral person i sosiokulturell læringsteori. Vygotsky, referert i Säljö (2001), skriver at språket har gått under jorden når vi tenker. Det å tenke er en taus, indre prosess, som ikke kan observeres eller følges av noen andre. Tale derimot, er en ytre aktivitet som er mulig å observere. I et sosiokulturelt perspektiv skal tenking også være en kollektiv prosess, som «finner sted *mellom* mennesker så vel som *i* dem» (Lave, 1988, referert i Säljö, 2001, s. 111). Dysthe (2001) skriver at balansen mellom det individuelle og det sosiale er et kritisk aspekt i ethvert læringsmiljø, men at læring har med omgivelsene i vid forstand å gjøre, ikke det som skjer i hvert enkelt individs hode. I en samtale beveger man seg mellom å gi og motta meninger, og at vi tenker i grupper. Gjennom å bruke språket skal vi både forstå, men også uttrykke for andre at vi forstår (Dysthe, 2001). Det skal være en slags undersøkende samtale, hvor dialogen er fortsettende og spørrende. Dialog er, ifølge Alrø og Skovsmose (2006), referert i Rangnes (2012), samtaler som er undersøkende, uforutsigelige, risikofylte og likeverdige. Freire (1972), referert i Alrø og Skovsmose (2004), understreker betydningen av mellommenneskelige relasjoner i form av dialog. For Freire er ikke dialog hvilken som helst samtale, men fundamentalt for friheten til å lære. Freire påpeker videre viktigheten av samarbeid mellom handling og refleksjon og at hånd og hode må gå sammen. Uten refleksjon vil en handling ende opp i ren aktivisme, og uten handling vil en refleksjon resultere i verbalisme. I en dialog, derimot, kan handling og refleksjon berike hverandre (Alrø & Skovsmose, 2004).

I et sosiokulturelt perspektiv kan vi, ifølge Säljö (2001), studere hva mennesker sier, skriver eller gjør, som vil si de kommunikative eller fysiske praksiser. Säljö (2001) skriver at det er betydningsfullt å skille mellom tenking og kommunikasjon og ikke se dem som et speilbilde av hverandre. Først og fremst på grunn av at noen ganger kan det være vanskelig å forklare noe en forstår eller kjenner til. Vi kan for eksempel ha forstått et begrep, men når vi skal forklare det for andre, så egner ikke det gjeldende begrepet seg. En annen grunn er at tale og interaksjon ellers ikke vil framstå som situerte i menneskelige handlinger. Ifølge Vygotsky, referert i Säljö (2001), forhandler vi med våre samtalepartnere: «Alt vi sier og gjør, er avhengig av dynamikken i samtalen, hvilket forløp samtalen har og hvordan samtalepartnerne samarbeider» (s. 119). Det som skjer kan altså ikke bare tilbakeføres til partnerens tenking eller talehandlinger.

Som en løsning på dette dilemmaet, trekker Säljö (2001) frem at vi kan studere menneskelige handlinger og kommunikasjon som situerte praksiser. Vi kan ikke late som de avslører mer enn det de faktisk gjør, eller at de gir et innblikk i menneskets indre tanker. Säljö (2001) påpeker derimot at tenking er et sentralt forskningsfelt i et sosiokulturelt perspektiv, for «menneskelig kommunikasjon forutsetter og bygger på tenking som en vital komponent i forbindelsen mellom individet og omverdenen» (s. 121).

2.3 Tidligere forskning

Mangfoldige studier er gjort på området kommunikasjon og matematikk. Med ideer fra Rangnes (2012), har jeg laget en oversikt over tidligere forskning jeg beveger og posisjonerer meg i forhold til.

Forskningsområde	**Skrevet av**	**Fokusområde**
Algebraisk generalisering av figurmønstre	(Burheim, 2011)	Forskning som ser på typiske trekk for elevene i arbeid med generalisering av figurfølger, og hva som fungerer som støtte for elevene i dette arbeidet.
	(Hana, 2014)	Kapittel 3 i boken «Matematiske tenkemåter», hvor han ser på fire nærliggende prosesser: generalisering, spesialisering, abstraksjon og konkretisering. Eksemplene i kapittelet viser hvordan man som lærer kan ta i bruk disse prosessene.
	(Måsøval, 2011)	En casestudie, med to caser, som blir brukt som instrumenter for forståelsen av studenters generalisering av figurmønstre. Fokuset er å finne ut faktorer som begrenser studenters etablering av og bevis for formler og matematiske setninger som representerer generalitet i ulike figurmønstre.
	(Radford, 2006)	Undervisningsforskning som har to hovedmål 1) Et ønske om at elevene skal lære de algebraiske begrepene fastsatt av læreplanen 2) Å utdype forståelsen av fremveksten og utviklingen av elevenes algebraiske tenkning, vanskeligheter som elever møter når de engasjerer seg i praksis av algebra og de mulige måter å overvinne dem.

	(Stacey & MacGregor, 2001)	Presenterer ulike tilnærminger til algebra, både tradisjonelle og nye.
Kommunikasjon: Argumentasjon	(Cobb, 1995)	Forskning som undersøker elever som arbeider i toergrupper, hvor de ble observert både i gruppearbeid og gjennom individuelle samtaler.
	(Hansen, 2011)	Studie som tar for seg elevers relasjonsforståelse av variabler, og om argumentasjon kan bidra til å utfordre elevenes forståelse.
	(Krummheuer, 1995)	Analyse av argumentasjoner, hvor argumentasjon her er sett på som et sosialt fenomen, når samarbeidende individer prøver å justere sine intensjoner og tolkninger ved å verbalt presentere begrunnelsen for sine handlinger.
	(Schwarz, Prusak & Hershkowitz, 2010)	Fokuset er å analysere relasjonene mellom argumentasjon og bevisføring i matematikk.
	(Sfard & Kieran, 2001)	I denne artikkelen undersøker de nærmere på den nå populære påstanden om at i mange skolefag, inkludert matematikk, lærer man best på en interaktiv måte, gjennom samtale med andre.
	(Weber, Maher, Powell & Lee, 2008)	Hensikten med studien er å utdype deres forståelse av hvordan gruppediskusjon kan lette elevenes læring av matematikk.
	(Yackel, 2001)	I denne artikkelen vises hvordan konstruksjonen av sosiale- og sosiomatematiske normer (i et interaksjonistisk perspektiv), og Toulmins ordninger for argumentasjon (utdypet for matematikkdidaktikk av Krummheuer), gir oss et middel til å analysere aspekter av forklaring, begrunnelse og argumentasjon i matematikk-klasserom.

2.3.1 Algebraisk generalisering av figurmønstre

Stacey og MacGregor (2001) presenterer ulike tilnærminger i algebra. Tradisjonelt sett har algebra først blitt innført ved å bruke bokstavsymboler som ukjent tall. På denne måten får elevene først og fremst erfare reglene i bruken av bokstaver, gjennom å eksemplifisere og evaluere, lage enkle uttrykk og løse ligninger for å finne den ukjente. Deretter får elevene prøve seg på variabler og funksjonsuttrykk og nærme seg en generalitet. Nyere tilnærminger introduserer algebraiske bokstaver som generaliserte mønstre i stedet for spesifikke ukjente tall. Denne tilnærmingen er at man bruker forståelsen man har tilegnet seg gjennom generaliseringen, til å formulere og løse ligninger. Generaliteten kommer altså først (Stacey & MacGregor, 2001).

Radford (2006) sin artikkel går på elevers algebraiske tenkning og generalisering av mønstre, og blir sett i et semiotisk perspektiv. Radford (2006) definerer algebraisk generalisering av et mønster følgende:

> Generalizing a pattern *algebraically* rests on the capability of *grasping* a commonality noticed on som elements of a sequence S, being aware that this commonality applies to *all* the terms of S and being able to use it to provide a direct *expression* of whatever term of S. (s. 5).

Dette betyr at det å generalisere et mønster algebraisk hviler på å legge merke til et lokalt fellesskap som er generalisert til alle vilkårene i sekvensen. Dette skal igjen fungere som en garanti for å bygge opp et uttrykk for elementene i sekvensen som forblir *utenfor* det perseptuelle feltet (Radford, 2006).

Radford (2006) skriver at: «patterns activity has been justly considered as one of the prominent routes for introducing students to algebra. However, not all patterning activity leads there» (s. 15). Prøving og feiling, eller gjetting, går under det Radford (2006) kaller «inductive procedures». Denne prosedyren kan føre til bruk av symboler, men den skiller seg fra generalisering. Regler som blir formet på denne måten, blir heller kalt for hypoteser (Radford, 2006).

Radford (2006) sine studier viser ulike virkemidler som elevene bruker for å oppnå sine generaliseringer, sett i semiotisk lys av objektivering. Hana (2014) skriver at dette er ulike måter man kan komme frem til en regel for tallfølgen. Tilfeldig gjetning er for eksempel en måte, eller når man søker og prøver å beskrive et fellestrekk i mønsteret er en mer matematisk fremgangsmåte. Når elever finner lokale fellestrekk ved å studere noen figurer, men klarer ikke å overføre dette til å gjelde en vilkårlig figur, kalles for *aritmetisk generalisering* (Hana, 2014). Om elevene finner en regel som bunner i et fellestrekk de har oppdaget, kalles det for *saklig generalisering*. Generaliteten innenfor dette hviler på handlinger utført av tall, og handlingene blir styrt av ord, gester og perseptuell aktivitet. De har ikke kommet så langt at de klarer å navngi den ubestemte variabelen, men elevene har funnet en regel som bunner i et fellestrekk de har oppdaget. Det neste laget kaller Radford (2006) for *kontekstuell generalisering.* Generaliseringene er kommet dit at elevene klarer å navngi den ubestemte variabelen ved å henvise til konteksten. Hvis elevene til slutt klarer å formulere en regel med algebraiske symboler som for eksempel «x + 1» eller «(n – 1)» er det en *symbolsk generalisering,* fordi det generelle objektet og operasjonene gjort av dem er uttrykt ved hjelp av matematisk notasjon (Radford, 2006; Hana, 2014).

Hana (2014) beskriver generalisering og spesialisering som motsatte prosesser, og innenfor matematikkdidaktisk forskning har det vært tre hovedmåter å beskrive generalisering: «utvikling av en regel som sier noe om relasjoner eller egenskaper, generalisering som utvidelse av argumentasjon utover det tilfellet eller de tilfellene en ser på, og identifisering av likheter på tvers av tilfeller» (Ellis, 2001, referert i Hana, 2014, s. 86-87). Ifølge Hana (2014) ligger generalisering nær kjernen av matematikkens vesen, og det kan muliggjøre matematisk argumentasjon. Samtidig er det noe av det mange finner vanskelig ved matematikken. Kaput (1999), referert i Hana (2014), skriver at ved generalisering løftes «resonnement eller kommunikasjon til et nivå hvor fokuset ikke lenger er på tilfellene eller situasjonen i seg selv men heller på mønstre, prosedyrer, strukturer og sammenhenger på tvers mellom dem» (s. 111). Det er da viktig å legge til rette for at elevene møter slike type tilfeller.

Videre skriver Hana (2014, s. 107) at generalisering forbindes ofte med algebra, og at det algebraiske symbolspråket er velegnet til å uttrykke generelle resultater på en kortfattet måte. For en av grunnene til at vi generaliserer er nettopp at det forenkler presentasjonen av materialet.

Måsøval (2011) rapporterer fra en studie av undervisnings- og læringssituasjoner knyttet til algebraisk generalisering av figurmønstre. Hun har utformet en casestudie, med to caser, som blir brukt som instrumenter for forståelsen av studenters algebraiske generalisering av figurmønstre. Fokuset er å finne ut «faktorer som begrenser studenters etablering av og bevis for formler og matematiske setninger som representerer generaliteter i ulike figurmønstre» (s. 9). For å kunne danne seg en forestilling om kognisjon og læring har Måsøval (2011) brukt sosiokulturell teori som sitt teoretiske rammeverk. For å analysere sitt empiriske materiale, støtter hun seg i hovedsak til Brousseaus teori om didaktiske situasjoner (Brousseau, 1997, referert i Måsøval, 2011). Dette er en vitenskapelig tilnærming til problemene som utgjøres av undervisning og læring av matematikk, hvor det spesielle ved den kunnskapen som blir lært er engasjert og spiller en betydelig rolle. Måsøval (2011) bruker denne teorien for å få frem det triangulerende didaktiske forholdet: samspillet mellom læreren, studenten (eller i dette tilfellet, en gruppe studenter) og noe bestemt matematisk kunnskap. Resultatene av denne forskningen viser at studenters manglende bevissthet om skillet mellom eksplisitte og rekursive tilnærminger, studentenes svake flyt i å symbolisere relasjoner mellom variabler, og studentenes og lærerens manglende kjennskap til hverandres ulike «foci» (rekursiv versus eksplisitt) har begrenset prosessen med å representere algebraisk generalitet (Måsøval, 2011).

2.3.2 Kommunikasjon: Argumentasjon

Kaput og Blanton (2001), referert i Burheim (2011), ser på generalisering gjennom «overveid argumentasjon og å uttrykke generaliseringer som underliggende i alt arbeid vi gjør, og i tillegg som essensielt for å kunne bygge et referansesystem og mening for de symbolske objektene som manipuleres i algebra» (s. 14).

Schwarz, Prusak og Hershkowitz (2010) skriver at: «mathematical activity in the streets or in classrooms should involve substantial in addition to analytic arguments. (…) mathematics is a unique domain in which logical necessity should lead the judgement of arguments» (s. 103). Fokuset til Schwarz et al. (2010) er å analysere relasjonen mellom argumentasjon og bevisføring i matematikk. Når de skal definere hva de mener med argumentasjon, er det naturlig for dem og ha en definisjon som passer klasseromssituasjoner. En av definisjonene de tar for seg er følgende av Baker (2003), referert i Schwarz et al. (2010): «We see argumentative interaction fundamentally as a type of dialogical or dialectical game that is played upon and arises from the terrain of collaborative problem solving and that is associated with collaborative meaning-making» (s. 104). Fokuset her er på dialogen eller det dialektiske som et fundament i argumentative interaksjoner.

Schwarz et al. (2010) skriver at argumentasjon er viktig for elevene. Skolematematikken før i tiden, ble dedikert til drilling og øving, eller til rutineprosesser av problemløsning. Nåtidens matematikk skal først og fremst fostre matematiske resonnement og forståelse.

Yackel (2001) sin forskning ser nærmere på forklaring, begrunnelse og argumentasjon i matematikk-klasserom. Yackel (2001) forsøker å fortelle en historie som har hensikt å forklare noe om hva hun har erfart og lært om disse tre begrepene, fra alle matematikk-klasserom hun har studert. Yackel (2001) trekker frem at ved å se på dette gir det oss en måte å forklare hvorfor vekt på forklaring og begrunnelse i matematikk-klasserommet fører til matematikklæring som fremhever resonnement. I artikkelen diskuteres Krummheuers tilnærming til argumentasjon, og det som er interessant er at det som ble konstituert eller etablert som data, understøtte og dekning[2] var ikke fast eller forhåndsbestemt av innholdet eller instruktøren men ble forhandlet frem av deltakerne i interaksjonen.

Hansen (2011) ser nærmere på elevers relasjonsforståelse av variabler, og ser på om argumentasjon kan bidra til å utfordre deres forståelse. Hansen (2011) skriver at når diskusjon mellom elever fungerer så oppmuntrer dette til at elevene blir mer reflektert omkring sine egne resonnementer. Gjennom å sette ord på tanker og utvikle kommunikasjonskompetanse i matematikk vil det være med på styrke oppfatningen. Hansen (2011) skriver videre at «ved å teste sine egne ideer, lytter til andres ideer og vurdere hvorvidt ideene er gode og holdbare er med på å

[2] Begrepene er definert i kapittel 3.

utvikle refleksjonskompetanse og resonnementsforståelsen» (s. 22). Samtidig skriver Hansen (2011) at «gruppediskusjoner kan skape læringsmuligheter ved at elevers implisitte matematiske argumenter gjøres eksplisitte» (s. 22).

Weber, Maher, Powell og Lee (2008) gjennomførte en studie over tre år; fra elevene gikk i 6. klasse til 8. klasse, hvor hensikten var å studere hvordan gruppediskusjon kunne lette læring i matematikk. Weber et al. (2008) sin studie viser at når elevene utfordret hverandres begrunnelser så førte dette til en livlig debatt om viktige matematiske prinsipper, fordi gjennom å være uenig angående påstand, data og understøtte[3] utfordres elevene til å forsvare argumentene sine.

Sfard og Kieran (2001) undersøker nærmere på den nå populære påstanden om at i mange skolefag, inkludert matematikk, lærer man best på en interaktiv måte, gjennom samtale med andre. Forskerne håpet at denne typen forskning skulle stimulere og støtte elevenes algebraiske tenkemåter. I artikkelen ser Sfard og Kieran (2001) nærmere på en samtale mellom to gutter. Sfard og Kieran (2001) trekker frem effektiviteten av kommunikasjonen, hvor de skriver at kommunikasjonen ikke kan betraktes som effektiv hvis ikke alle deltakerne synes å vite hvilke objekter de snakker om, og føler seg trygg på at alle partene som er involvert refererer til de samme tingene når de bruker samme ordene. De konkluderer med at det ikke bare er fordeler med «learning-by-talking», for forskernes eksperiment viser at samspillet mellom de to guttene ikke var særlig hjelpsomt for noen av dem.

Cobb (1995) sin forskning går på elevers arbeid i toergrupper når de arbeider med addisjon. Cobb (1995) skriver at gjennom «multivokal» samhandling kan det oppstå læringspotensiale for en elev, eller begge. Cobb (1995) skriver videre at i de situasjonene hvor det oppstod et potensiale for læring, var når begge elevene insisterte på at sin egen forklaring var gyldig, og når de prøvde å overtale partneren sin. For gjennom dette arbeidet ble elevene nødt til å vurdere både sin egen og partneren sin forklaring. Cobb (1995) skriver videre at i de situasjonene hvor en elev dominerte med sine forklaringer, så oppstod det sjeldent et læringspotensiale for elevene. Dette kaller Cobb (1995) for univokale situasjoner.

[3] Begrepene er definert i kapittel 3.

3. Toulmins modell for analysering av argumenter

I dette kapittelet presenteres Toulmins (2003) modell for analysering av argumenter. Denne modellen har jeg brukt i avhandlingen for å analysere elevenes argumenter. Grunnen til dette er først og fremst fordi jeg interessert i å se hvordan elevene strukturerer argumentene sine, og Toulmins (2003) modell hjelper meg å klassifisere de forskjellige utsagnene til elevene på en strukturert måte. Samtidig er jeg også interessert i å se hvordan elevene samhandler, og Toulmins (2003) modell hjelper meg til å karakterisere de forskjellige rollene som elevene har i argumentasjonen.

Først presenteres den opprinnelige modellen og dens bruksområder, og så presenteres hvordan Krummheuer (1995) har brukt modellen i forskning knyttet til matematikk.

3.1 Generelt

Toulmin var en engelsk filosof og logiker som utviklet en universell analysemodell av argumenter. Toulmin (2003) sin originale hensikt med modellen var at den kunne være nyttig for å analysere argument som vi leser; det er en analyse av hvordan argumentene fungerer. Jørgensen og Onsberg (2008) skriver at denne modellen kan brukes på «alle, næsten alle, argumenter uanset hvilken sammenhæng de forekommer i» (s. 15).

Historisk sett er denne modellen en sammensmeltning og videreutvikling av de to klassiske argumentasjonsmodellene: syllogismen og ethymemet, hvor syllogismen representerer logikken og enthymemet representerer argumentasjonslæren i retorikken (Jørgensen & Onsberg, 2008). Toulmin (2003) skriver videre at hans modell også kan bli kalt praktisk argumentasjon, som er ment å fokusere på den rettferdiggjørende funksjonen av argumentet. Dette betyr at i stedet for å se på slutninger basert på et sett av prinsipper for å komme frem til en påstand, så vil praktisk argumentasjon først og fremst finne en påstand av interesse, for så å gi en begrunnelse for det.

Boken *The uses of argument*, av Toulmin (2003), er en utarbeidet versjon av en studie han selv startet på 1950-tallet. Toulmin (2003) beskriver denne studien følgende:

> The purpose of these studies is to raise problems, not to solve them; to draw attention to a field of inquiry, rather than to survey it fully; and to provoke discussions rather than to serve as a systematic treatise. (s. 1).

Toulmin (2003) skriver at argumentasjon er forskjellig fra hvilket felt du studerer i, men det starter som regel ved at en person gjør en antagelse om et eller annet. Toulmin (2003) presenter seks elementer i sin modell: «claim», «data», «warrant», «backing», «qualifier» og «rebuttal». Jørgensen og Onsberg (2008) og Kjeldsen (2004) bruker følgende begreper: «påstand», «belegg», «hjemmel», «ryggdekning», «styrkemarkør» og «gjendrivelse». Jeg har valgt å gjøre om på disse begrepene fordi jeg synes oversettelsen til Jørgensen og Onsberg (2008) og Kjeldsen (2004) først og fremst ikke dekker det de skal i forhold til Toulmins (2003) begreper. Videre synes jeg det er vanskelig å bruke begrep som jeg selv ikke har et forhold til. Grunnen til at jeg ikke bruker de engelske begrepene til Toulmin (2003), er på bakgrunn av at det er lettere for meg å analysere datamaterialet mitt ut i fra norske begreper som jeg forstår og har et forhold til. Jeg har valgt å bruke disse begrepene i avhandlingen: *påstand*, *data*, *understøtte*, *dekning*, *styrkemarkør* og *innsigelse*. Videre beskrivelse av disse begrepene er forklart i kapittel 3.1.1.

3.1.1 Beskrivelse av modellen

Jeg skal nå se på hvordan man, ifølge Toulmin (2003), kan studere driften av argumentene setning for setning. Toulmin (2003) skriver følgende: «A man who makes an assertion puts forward a claim – a claim on our attention and to our belief» (s. 11). Videre skriver Toulmin (2003): «A man who asserts something intends his statement to be taken seriously: and, if his statement is understood as an assertion, it will be taken so» (s. 11). Dette forstår jeg som at når vi gjør en antagelse eller når vi hevder noe, så er dette en *påstand*. Påstanden kan enten tas på alvor av den som hører, eller ikke. Om vi sier en påstand, forplikter vi oss til kravet som påstanden nødvendigvis innebærer. Blir denne påstanden utfordret er vi nødt til å etablere den – vi må gjøre den forsvarlig. Dette kan gjøres ved å støtte seg til fakta, som vi kan referere til som våre *data*.

Allerede nå er begynnelsen av modellen, som Toulmin (2003) presenterer, fremstilt: vi har *påstanden*, og de faktaene som vi refererer til som grunnlag for påstanden, som er våre *data*. Videre kan vi nå bli spurt om hvordan man kommer seg fra dataene til påstanden. Vi kommer inn på det jeg referer til som *understøtte*. En understøtte er en regel, som ofte er implisitt, som skal danne en bro mellom påstanden og data, som gjør at utfordreren kan akseptere påstanden på grunnlag av de dataene vi har produsert. Understøtten er på en måte tilfeldig og forklarende (Toulmin, 2003).

Jeg har nå vist de tre faste elementene i Toulmins (2003) analysemodell. Symbolsk representasjon av denne grunnmodellen kan du se i fig. 1.1, som er hentet fra Toulmin (2003, s. 92):

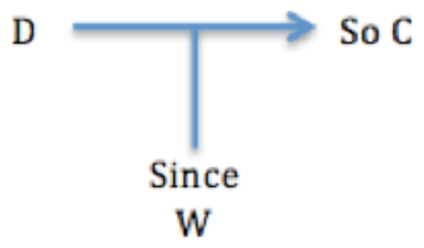


Fig. 1.1. Symbolsk representasjon av argumentene "D, so C", inkludert "warrant".

Grunnmodellen kan utvides ytterligere med tre elementer til. Toulmin (2003) presenterer disse tre som frie elementer som forekommer ofte, men ikke alltid. De to første elementene er de Toulmin (2003) kaller for «qualifier» og «rebuttal». Jeg kaller dem *styrkemarkør* og *innsigelse*. Av og til kan det være nødvendig å angi styrkegraden til data, påstand og understøtte, og da bruker man en *styrkemarkør*. Styrkemarkøren blir brukt på uttalelser som begrenser styrken av argumentet eller uttalelser som foreslår i hvilke vilkår argumentet er sant. Hvis vi har eksepsjonelle forhold som kan være i stand til å bekjempe understøtten, refereres de som *innsigelser*. Dette er illustrert i figur 1.2, som er hentet fra Toulmin (2003, s. 94):

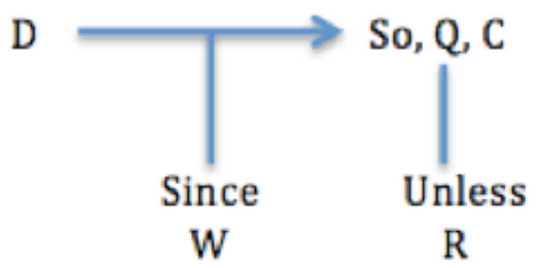


Fig. 1.2. Utvidet symbolsk representasjon av argumentene, inkludert "qualifier" og "rebuttal"

For å illustrere dette ytterligere har jeg hentet et eksempel fra Toulmin (2003, s. 94) som er vist i figur 1.3:

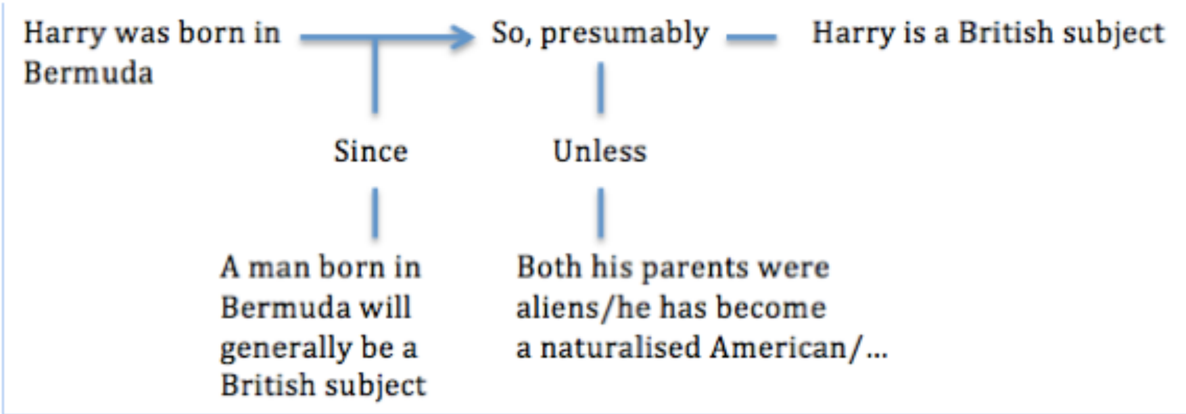


Fig 1.3. Eksempel på utvidet symbolsk representasjon av argumentene.

Videre kan det reises tvil om hvorvidt en understøtte kan aksepteres eller ikke. Når vi skal forsvare en påstand, kan vi produsere våre data og vår understøtte, og de relevante styrkemarkører og innsigelser, og likevel godtar ikke utfordreren dette. Det kan da være nødvendig å ytterligere dokumentere på hvilket grunnlag understøtten er etablert. Dette er det Toulmin (2003) kaller for «backing of our warrants», og som jeg kaller for *dekning*. Denne type støtte knytter seg direkte til understøtten. I figur 1.4, som er hentet fra Toulmin (2003, s. 97), er dette representert:

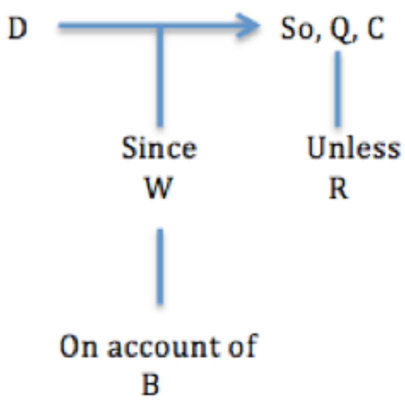


Fig. 1.4. Komplett symbolsk representasjon av argumentene, inkludert "backing".

Toulmin (2003, s. 97) fortsetter å illustrere dette med samme eksempel:

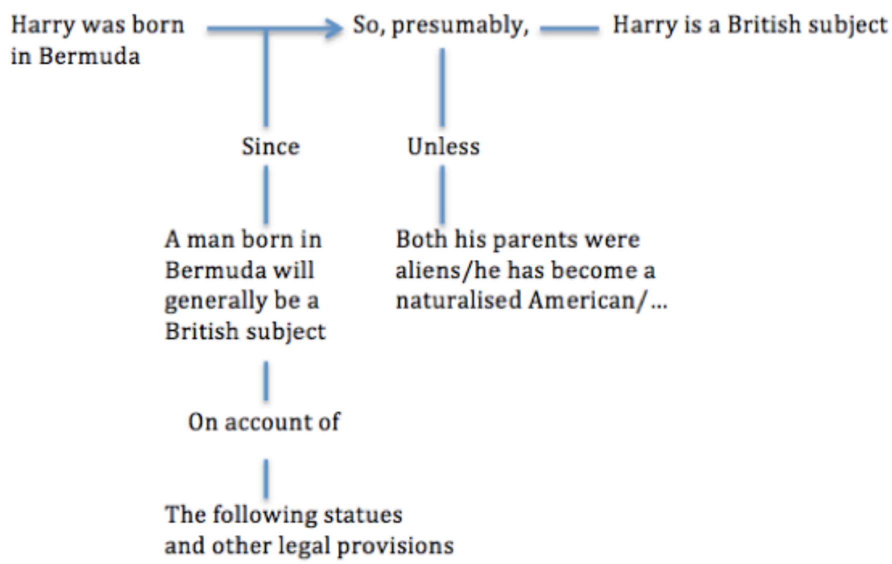


Fig. 1.5. Eksempel på komplett symbolsk representasjon av argumentene.

På samme måte som *data* støtter opp under påstanden, brukes *dekning* når vi må støtte opp understøtten. Disse to brukes derimot ikke på samme måte, de har forskjellige roller selv om de begge to er oppgitt som støtting med fakta. Toulmin (2003) skriver at data *må* produseres på en eller annen måte hvis det skal være et argument i det hele tatt. Hvis vi bare har en påstand, uten noe data produsert for å støtte, er det ikke et argument. *Dekningen* behøver derimot ikke å gjøres eksplisitt, i hvert fall ikke til å begynne med. For en understøtte kan bli sluppet inn uten utfordring, og deres støtte igjen forstått. For eksempel så kan en elev komme med et argument som klassifiseres som en understøtte, men så utfordres denne eleven til å ytterligere forklare. Eleven er da, ifølge Toulmin (2003), forpliktet til å produsere et annet argument i håp om å etablere aksept av den første understøtten, men produserer i stedet en ny understøtte. Eleven kan så bli utfordret igjen til å støtte, og slik kan det fortsette og fortsette. Dette betyr at eleven kan eksplisitt slippe inn en understøtte og implisitt tro at de som hører den aksepterer eller forstår det eleven kommer med. Hvis eleven derimot blir utfordret, må det eksplisitt produseres en *dekning* som argumenterer for det han eller hun har uttrykt i understøtten. Toulmin (2003) skriver videre at alle komponenter bør være med for at et argument skal være innholdsrikt.

3.2 Toulmins argumentasjonsmodell i matematikk

Ifølge Schwarz et al. (2010, s. 103), insisterte Toulmin på at hans modell for argumentasjon ikke kunne brukes i matematikk, og at i ren matematikk ville argumenter dømmes i henhold til logikkens lover. Schwarz et al. (2010) presiserer videre det faktum at mange matematikere bruker denne modellen i undervisningen sin og at forskere bruker den som et objekt i matematisk aktivitet i klasseromsdiskusjoner, anslår at Toulmins revolusjon gikk lenger enn det han selv kunne tro.

Krummheuer er professor ved instituttet for informatikk og matematikk i Frankfurt. Krummheuer (1995) diskuterer i sin artikkel flere teorier knyttet til argumentasjon, deriblant Toulmins argumentasjonsmodell. Argumentasjon er i denne artikkelen sett på som et sosialt fenomen, når samhandlende individer prøver å tilpasse sine intensjoner og tolkninger ved å verbalt presentere begrunnelsen av deres handlinger.

Krummheuer (1995) skriver at Toulmins presenterte en ideell modell for «substantial» argumentasjon, som vil si når kriteriene for evaluering av tilstrekkeligheten til argumentet er saklige. Dette fordi Toulmin utviklet denne modellen ved å analysere de mange anledninger av rasjonell virksomhet i flere felt. Modellen beskriver et felles grunnlag for disse forsøkene på argumentasjon (Krummheuer, 1995).

Krummheuer (1995) har brukt Toulmins argumentasjonsmodell i analyseringen av en kort transkripsjon som omhandler multiplikasjonsoppgaven 4 x 4 =__. Denne oppgaven ble gitt i prosjektklassen etter at elevene hadde blitt introdusert for multiplikasjon, og hvor Jack og Jaime akkurat hadde løst oppgaven 2 x 4 = 8. Utdraget som er analysert, er hentet fra Krummheuer (1995, s. 240):

1 Jack:	What´s 8 plus 8?
2 Jaime:	16. It´s 4 sets of fours, 8 (pause) 16.
3 Researcher:	Why did you say what´s 8 and 8 Jack?
4 Jaime:	´Cause 4 sets, um 4, 2 sets make 8.
5 Researcher:	Yes.
6 Jack:	(Holds up fingers on one hand) You have 2 more sets. Like it´s 2 and 2 make 4.
7 Researcher:	OK, OK, very good.

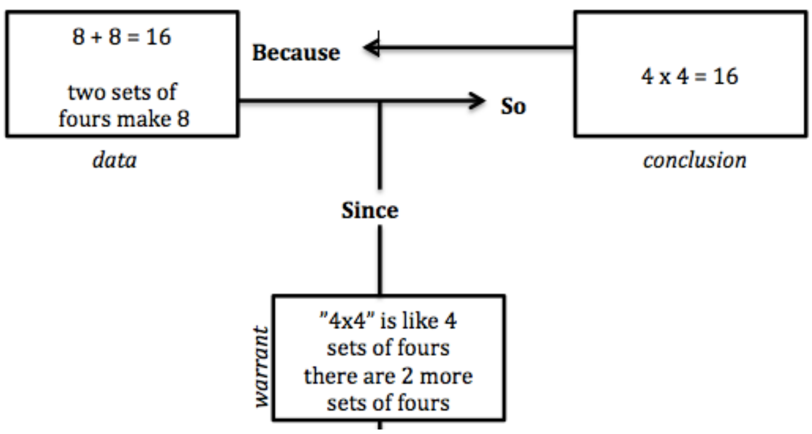
I analyseringen av dette utdraget begynner Krummheuer (1995) først med data og skriver følgende: «As we can see in the example, the two boys seem to refer to a (number) fact 8 + 8 = 16» (s. 241). Det er dette guttene refererer til og prøver å presentere som et fundament som påstanden deres er basert på. Påstanden deres er: «4 x 4 = 16». Krummheuer (1995) setter videre spørsmålstegn ved disse dataene. Det at Jack spør etter svaret i linje 1 kan indikere på at han ikke er helt sikker på den gitte løsningen. Om guttene ikke hadde kommet til enighet om gyldigheten til disse dataene, ville det være nødvendig med et nytt argument som ytterligere kunne støtte opp under påstanden (Krummheuer, 1995).

Bruken av *understøtte* diskuteres så videre. Krummheuer (1995) skriver at noen ganger kan vi være enig angående data, men klarer ikke å finne disse til å støtte påstanden. Da brukes det som kalles for *understøtte.* Denne trenger ikke å være eksplisitt. Den kan være implisitt ved at ingen utfordrer argumentene som tidligere er blitt uttrykt.

Av og til kan det derimot være nødvendig å gjøre understøtten eksplisitt. Krummheuer (1995) utdyper dette med et eksempel: «et barn kan si seg enig med at 8+8=16, men kan ha problemer med å se hva denne påstanden har å gjøre med 4x4=16» (s. 241, min oversettelse). I slike tilfeller er det nødvendig å gjøre en tilkobling mellom dataene og påstanden, og da må det produseres et nytt argument.

I utdraget fra transkripsjonen, tolker Krummheuer (1995) at andre del av utdraget i linje 2 er en understøtte: «It´s 4 sets of four, 8 (pause) 16». Krummheuer (1995) skriver at Jaime i dette tilfellet gjorde en forbindelse mellom tolkningen av 4 x 4 som 4 sett med firere og 8. Videre skriver Krummheuer (1995) at dette fortsatt er ugjennomsiktig, for den inneholder en mer generell tilnærming enn 8 + 8 = 16 gjør. Det refererer til en generell definisjon av multiplikasjon i form av sett slik det er innført i denne klassen (Krummheuer, 1995).

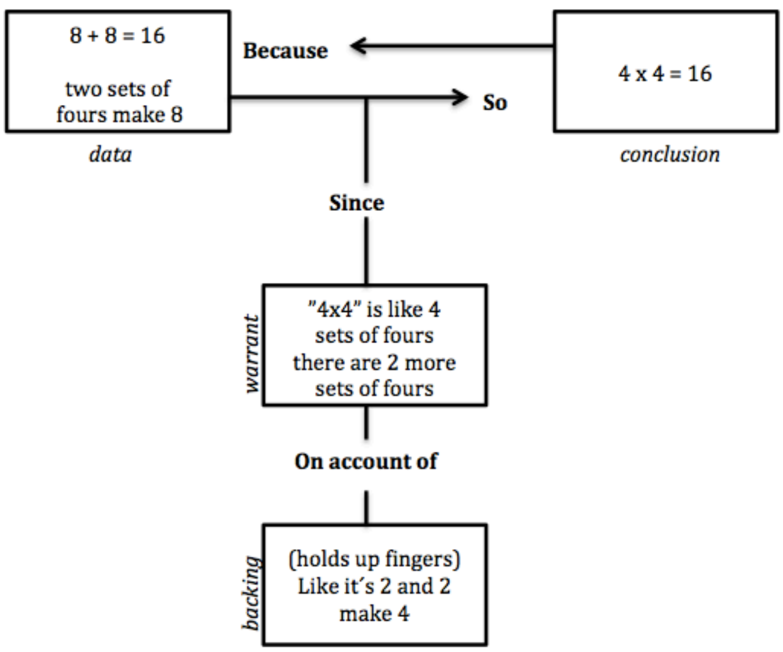
Krummheuer (1995) skriver at i linje 4 blir dette klarere når Jaime sier: «´Cause 4 sets, um 4, 2 sets make 8» (s. 242). Her viser Jaime hva tallet 8, som er produsert i data, har å gjøre med multiplikasjonen angående sett av fire. Det er resultatet av 2 sett med firere (Krummheuer, 1995). Ved at Jaime videre erklærte i linje 6 at vi har «2 more sets», beskriver Krummheuer (1995) som enda en understøtte, fordi denne ytringen er en garanti i den forstand at den aksepterer anvendelsen av 8+8=16. Krummheuer (1995, s. 243) har så plassert disse tre elementene inn i Toulmins argumentasjonsmodell:



Slik det vises i eksempelet hentet fra Krummheuer (1995), er ikke alltid bidragene elevene kommer med i samme rekkefølge som i modellen til Toulmin. Krummheuer (1995) trekker frem at det er viktig å tenke på at deltakerne i interaksjonen ikke nødvendigvis strukturerer bidragene sine i henhold til de funksjonelle kategoriene i modellen, og at det derfor kan være vanskelig å kategorisere de forskjellige bidragene.

Krummheuer (1995) trekker så frem et siste element i modellen, som Toulmin kalte for «backing», og som jeg kaller for *dekning*. I eksempelet til Krummheuer (1995) i linje 6 gir Jack en forklaring ved å holde opp fingre på en av hendene hans mens han sier: «You have 2 more sets. Like it´s 2 and 2 make 4» (s. 244). «You have 2 more sets» har Krummheuer (1995) allerede identifisert som en understøtte. Den ikke-verbale handlingen og ved at Jack sier «like it´s 2 and 2 make 4» blir tolket av Krummheuer (1995) som en *dekning* av denne understøtten.

Den siste understøtten Krummheuer (1995) har produsert sier at i 4 x 4 er det to flere sett med firere enn i 2 x 4. Jacks dekning av dette er at han refererer til den grunnleggende innsikt at en additivt kan dekomponere et nummer. I dette tilfellet kan altså 4 x 4 dekomponeres i 2 x 4 og 2 x 4, og dette demonstrerer han ytterligere ved å bruke fingrene sine. Krummheuer (1995) skriver at blant andre klassinger er det å telle med fingrene eller å symbolisere tall og/eller en av deres additive dekomposisjoner en av de mest tvilte og mest ratifiserte strategier for å bevise en aritmetisk uttalelse. Således tas denne med som en dekning (Krummheuer, 1995). Krummheuer (1995, s. 245) har videre plassert disse argumentene inn i Toulmins argumentasjonsmodell:



3.3 Mitt analyseverktøy – med ideer fra Toulmin og Krummheuer

Toulmins (2003) argumentasjonsmodell er blitt brukt i matematikkdidaktikk, men enkelte forskere, deriblant Krummheuer (1995) og Yackel (2001), har valgt å redusere denne modellen ved kun å bruke *påstand*, *data*, *understøtte* og *dekning*. Nardi, Biza og Zachariades (2012) skriver derimot at i nyere forskning, deriblant Inglis, Mejia-Ramos og Simpson (2007), og Inglis og Mejia-Ramos (2008), er det argumentert for viktigheten av å bruke hele Toulmins modell. For eksempel argumenterer Inglis et al. (2007) for at det kan være vanskelig å modellere nøyaktig hele spekteret av matematisk argumentasjon hvis man ikke bruker hele Toulmin sin modell. Inglis og Mejia-Ramos (2008) argumenterer for å bruke hele modellen, rett og slett fordi studien deres er så omfattende og den kan ikke gjennomføres ved hjelp av en redusert versjon. Med bakgrunn i dette har jeg valgt å bruke følgende modell:

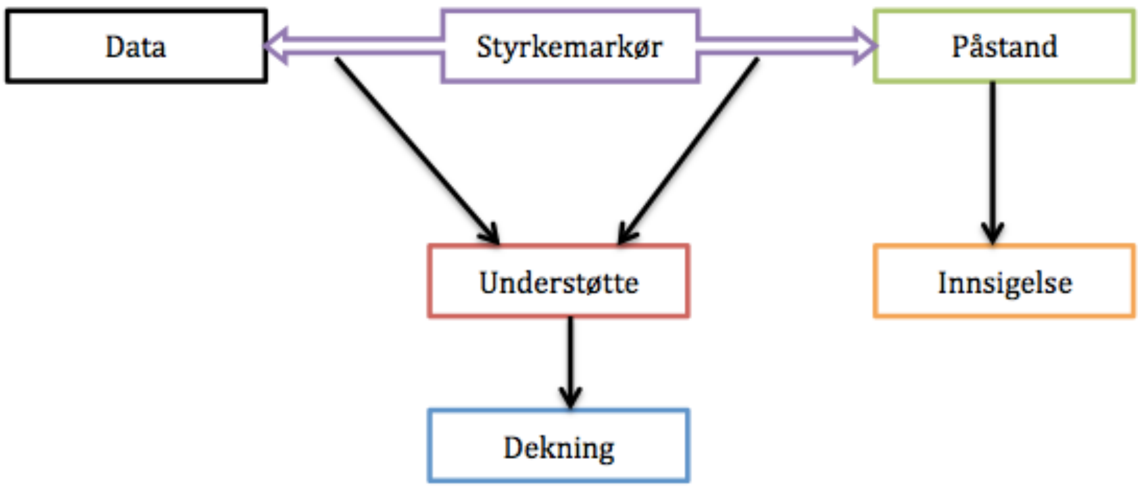


Fig. 1.6. Representasjon av min modell, med ideer fra Toulmin (2003) og Krummheuer (1995).

Som vist i figur 1.6 er det slik jeg kommer til analysere og klassifisere argumentene til elevene. Som tidligere nevnt har jeg brukt egne betegnelser på begrepene som Toulmin (2003) og Krummheuer (1995) bruker. Dermed er det på sin plass og komme med egen definisjon på hva jeg legger i begrepene som vil bli brukt.

Påstanden er en uttalelse som man argumenterer *for*. Det kan for eksempel være en uttalelse om en mulig løsning på en oppgave, at noen hevder noe osv. Det er på en måte konklusjonen. Når påstanden er gitt, er det nødvendig å gi en begrunnelse eller støttende bevis som styrker den gitte påstanden. Det kan for eksempel være at man viser at man kan bruke løsningsmetoden som er valgt, eller at man kan bruke løsningsmetoden på andre måter, eller sjekker en formel ved hjelp av tall osv. Data skal være fakta som styrker og støtter den gitte påstanden. Det kan også hende at påstanden som er gitt har unntak, eller at noen sier seg uenig og kommer med et motargument, og da får man en innsigelse.

Det neste elementet er understøtte, som skal gjøre en tilkobling mellom data og påstanden. Denne kan gjøres implisitt ved at ingen utfordrer hverken påstanden eller de dataene som er produsert som støtte for påstanden. Derimot hvis data blir utfordret må understøtte uttrykkes eksplisitt. Videre kan det være nødvendig å ytterligere produsere støtte. For eksempel hvis understøtten blir utfordret, må man produsere støtte eller forsøke å rettferdiggjøre understøtten ved å bruke en dekning.

Det siste elementet er styrkemarkør, og dette elementet er spesifikasjoner som angir styrkegraden til påstand, data og understøtte. Det kan for eksempel være spesifikasjoner som begrenser den gitte påstanden eller spesifikasjoner som styrker den. Jeg bruker styrkemarkør og innsigelse *kun* hvis det fremkommer slike argumenter i dialogene til elevene.

4. Metode

I dette kapittelet redegjøres valg av forskningsmetode, egen rolle og betydningen av den, datainnsamlingsmetoder og hvordan analysering av materialet har blitt gjennomført. I tillegg redegjøres etiske valg og undersøkelsens gyldighet og troverdighet.

4.1 Valg av metode

Cohen, Manion og Morrison (2007) skriver følgende: «The decision on which instrument (method) to use frequently follows from an important earlier decision on which kind (methodology) of research to undertake» (s. 83).

Mitt prosjekt blir posisjonert i et tolkende paradigme, som er et av de tre forskningsparadigmer Ernest (2009) skriver om i sin artikkel. Videre skriver Ernest (2009, s. 35) at i et tolkende paradigme er studiens interesse å forstå og skape mening i menneskenes verden. Fokuset er å utforske mening og deltakernes forståelse. Målet med denne avhandlingen er ikke å generalisere, men å søke å forstå og finne mening i argumenter elever kommer med når de arbeider med oppgaver i algebra. Jeg prøver altså ikke å finne svar på spørsmål som hva eller hvor mange, heller spørsmål som *hvordan* eller *hvorfor*. Med bakgrunn i dette ble kvalitativ metode valgt. Kvalitativ forskningsdesign og kvalitativ metode er, ifølge Krumsvik (2014), ofte preget av nærhet til feltet en studerer, og til feltarbeidet.

4.1.1 Observasjon, video- og lydopptak

Observasjon ble brukt som metode fordi den tilbyr forskeren muligheten til å samle «live» data fra naturlig forekommende sosiale situasjoner. På denne måten kan jeg, som forsker, se direkte på det som skjer i situasjoner (Cohen et al., 2007). Observasjoner gjør det mulig å samle data på flere områder. En av dem, er den Cohen et al. (2007) kaller: «The interactional setting», som for eksempel er interaksjoner som forekommer, formell eller uformell, planlagt eller ikke planlagt, verbal eller ikke-verbal, osv. Det er dette som har vært fokuset i datainnsamlingen, hvor jeg har sett på hvordan elever argumenterer når de arbeider med de ulike oppgavene de har fått utdelt. Min rolle, som observatør, vil jeg beskrive som strukturert før datainnsamlingen. Cohen et al. (2007) beskriver dette ved at du på forhånd vet hva du er på utkikk etter og vil ha observasjonskategorier utarbeidet på forhånd. Før jeg begynte med datainnsamlingen visste jeg at det var elevers argumenter jeg skulle dokumentere. Under datainnsamlingen beskriver jeg min rolle som passiv observatør, hvor jeg stod på «sidelinjen» og observerte situasjonene. Interaksjoner som ble observert ble dokumentert i skrivebok, hvor både verbal og ikke-verbal aktivitet forekommer. For å ytterligere dokumentere aktiviteten ble det også tatt i bruk video- og lydopptak.

Ifølge Alrø og Kristiansen (1997, s. 79) er kommunikasjon ofte blitt beskrevet med en isbergsmetafor, som skal illustrere, at det er en liten del, som man direkte kan iaktta, mens det er en større del under overflaten, som ikke er direkte tilgjengelig. Det er med andre ord det usagte og underforstående i kommunikasjonen, det som ligger mellom linjene, som man må analysere og fortolke seg frem til for å kunne få en dypere mening med det sagte. Med bakgrunn i dette, ble både lyd- og videopptak brukt. Lydopptak ble brukt for å dokumentere den verbale kommunikasjonen. Videre ble videoopptak brukt for å kunne dokumentere all aktivitet på gruppene. Bruk av videoobservasjon i kvalitativ forskning er, ifølge Krumsvik (2014), ikke noe nytt fenomen. Det er derimot noe man må tenke over før en gjennomfører slik forskning. Rasmussen (1997, s 64-67) trekker frem fire faser i tilretteleggingen av en videobasert forskning. Den første fasen er planleggingen av prosjektet; i hvilket omfang og til hvilket formål er det behov for empirisk materiale, kvalitativ eller kvantitativ metode – hvilke typer kvalitativ metode? Den andre fasen er tilretteleggelse av empirisk design; hvor er fallgruvene i den valgte metoden? Utvalg, personer, innhenting av tillatelse av deltakere, kameraets betydning; hvor skal kameraet være plassert? Den tredje fasen er utførelse i feltet; hva med lyd og lys? Skal elevene filmes inne i klasserommet eller skal jeg ta dem med på et eget rom? Den siste fasen er analysen; hvordan skal datamaterialet analyseres?

I forhold til planleggingen av prosjektet var det viktig for meg å kunne dokumentere all aktivitet på gruppene. Bruken av videoobservasjon gjør dette mulig, for da kan man se nærmere på hva som utspiller seg «in situ» (Krumsvik, 2014). «In situ» er når man studerer noe i sitt naturlige element gjennom for eksempel observasjon, videoobservasjon, i sin situerte praksis. Det samme gjelder også for lydopptak, som gir forskeren gode innganger til å analysere hva som egentlig skjedde, og hva som kan gjøres for å rette på det. Ifølge Krumsvik (2014) økes også *transparensen* i den kvalitative forskningen ved å bruke lyd- og videoopptak. Når forskningen er *transparens*, er det tydelig kommet frem hva du har gjort.

I forhold til den andre fasen, var kameraets betydning viktig. Hvilken innvirkning dette kan ha hatt på elevene er vanskelig å si noe om, men det kan ha tvunget frem annen atferd enn den de har til vanlig.

I henhold til utførelsen i feltet, foregikk datainnsamlingen inne i klasserommet. Elevene som ble filmet ble plassert langs vinduet, for å sikre godt lys. Med tanke på lyd, oppstod det noen problemer i etterkant. I denne klassen blir det brukt mikrofoner, fordi noen av elevene i klassen er hørselshemmet. Dette førte til at noe av det elevene sa på gruppene er vanskelig å tyde, fordi det er mye bakgrunnsstøy.

I forhold til den siste fasen, som Rasmussen (1997) presenterer, var det klart på forhånd at jeg skulle bruke Toulmins modell for å analysere argumentene. Tolkning og analyse av videomaterialet er ytterligere presentert i kapittel 4.5.

4.2 Utvalg

4.2.1 Valg av informanter

Hensikten med dette prosjektet er å søke innsikt i hvordan elever argumenterer når de arbeider med mønstre og generalisering i algebra.

En nødvendig forutsetning for å gjøre et slikt prosjekt, var å finne en lærer som har et stort fokus på kommunikasjon i klasserommet. Jeg tok kontakt med en lærer ved en skole på Vestlandet, og fikk positiv tilbakemelding på at denne læreren var interessert i å samarbeide med meg. Jeg har ikke hatt fokus på læreren i dette prosjektet, men hun har hatt betydning for datainnsamling ved at hun har lagt til rette for innhold og ved at hun deltar i samtaler med elevene som studeres. Forskeren i et slikt prosjekt kan ha innvirkning på resultatet. Min rolle, som forsker før datainnsamling, vil jeg beskrive som deltakende. Læreren hadde ansvaret for undervisningen, men i samarbeid med meg valgte vi oppgaver som fokuserte mønstre og generalisering i algebra.

12 elever deltok på prosjektet, og de var fordelt på tre grupper, men fokuset er kun på gruppe 1. Grunnen til dette er fordi det datamaterialet som jeg har av denne gruppen er så rikt, og byr på så mange muligheter.

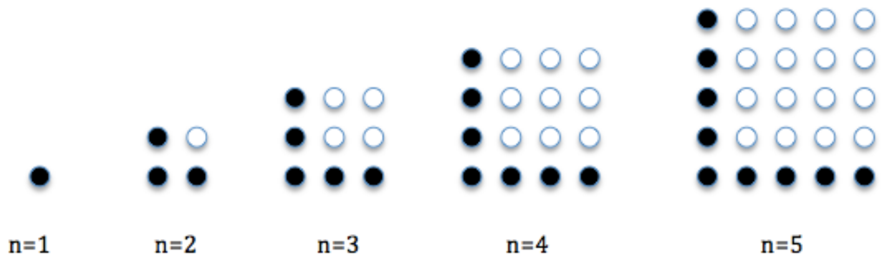
Elevgruppen har mye erfaring av å arbeide i grupper, for i matematikktimene sitter de alltid sammen enten to og to, eller flere. Elevene har aldri arbeidet med begrepet generalisering før, men er kjent med lignende arbeid ved at de har arbeidet mye med algebra. Figurtall har de arbeidet en del med, og fokuset til læreren har i det siste vært at elevene skal sette ord på sammenhengene og mønstrene de ser.

Elevene som hadde reservert seg fra prosjektet ble plassert på andre siden av klasserommet slik at de ikke ble filmet.

4.2.2 Valg av oppgaver

Temaet elevene skulle arbeide med er som tidligere nevnt mønstre og generalisering i algebra. En nødvendig forutsetning var da å finne oppgaver som var såpass åpne at de inviterte til akkurat dette. Den første oppgaven elevene arbeidet med er hentet fra Drijvers, Dekker og Wijers (2011, s. 90) og er som følger:

1)



a) Finn et uttrykk som beskriver forholdet mellom antall figurer (n) og antall sorte prikker på figuren.
b) Gjør tilsvarende for antall hvite prikker.

Denne oppgaven ble valgt fordi den inviterer til både å se mønstre, og til generalisering. Drijvers et al. (2011) argumenterer for at dette mønsteret ikke er et realistisk kontekstproblem, slik du kan møte i dagliglivet. Den er derimot realistisk i den forstand at den er tenkelig og meningsfull. Drijvers et al. (2011) trekker her fokuset til fasinasjonen ved oppgaven, og hvor tilfredsstillende det er å være i stand å løse slike problem, og at det er dette som er unikt for matematikk.

Jeg forventet at elevene skulle argumentere når de arbeidet med denne oppgaven. Det kan være utfordrende å arbeide med slike oppgaver, for den byr på så mange muligheter. De kan for eksempel se på sammenhengen mellom figurene, hva som karakteriserer utseendet til figurene osv. Selv om elevene kanskje ikke klarer å uttrykke det de ser symbolsk, så er det mulig å forklare med ord det de ser, og at de prøver seg frem. Det er utfordrende å jobbe med n, men ved at de sitter i gruppen kan de gjennom språket støtte seg til hverandre og være utforskende sammen.

Den neste oppgaven elevene arbeidet med er hentet fra Mason, Burton og Stacey (2010, s. 201):

4)
Generaliser følgende observasjoner:

$4 - 2 = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$ $\qquad$ $\frac{16}{3} - 4 = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$ $\qquad$ $\frac{49}{6} - 7 = \frac{49}{42} = \frac{7}{6}$

Grunnen til at denne oppgaven ble valgt er fordi fokuset i denne oppgaven er på generalisering, men den inviterer også elevene til å se etter mønstre. Mason et al. (2010) skriver at å arbeide med mønstrede relasjoner gir øvelse i både å subtrahere fraksjoner samt å uttrykke generalitet. I og med at elevene ikke har blitt introdusert for generalisering før de starter med denne oppgaven, hadde jeg ikke store forventninger til at de skulle klare å produsere en generell regel for de tre spesialtilfellene i oppgaven. Jeg forventet derimot at de argumenterte med hverandre på gruppen og at de gjennom argumentasjonen kanskje klarte å generalisere uten at de selv var klar over det selv.

4.3 Etikk

Robson (1993), referert i Cohen et al. (2007), hever ti tvilsomme praksiser i samfunnsforskning som utgjør problemet med etiske dilemmaer. De tre første omhandler studiens start; at man involverer mennesker uten deres viten eller samtykke, at man tvinger dem til å delta, at man holder tilbake informasjon om studien eller at du bedrar dem på andre måter. De seks siste omhandler når deltakeren er i studien; at du induserer dem til å begå handlinger som avtar deres selvtillit, at du krenker rettighetene deres til selvbestemmelse, at du utsetter deltakerne for fysisk eller psykisk stress, at du invaderer privatlivet deres, at du skjuler fordeler for noen deltakere, og at du ikke behandler dem rettferdig og med respekt (s. 63, min oversettelse). Jeg har forholdt meg til de fire første tvilsomme praksisene på følgende måte: I forkant av datainnsamlingen sendte jeg inn meldeskjema til Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS (NSD). Mitt forskningsprosjekt er meldepliktig etter personopplysningsloven, og NSD meldte tilbake at prosjektet var godkjent så lenge ikke navn forekommer. På bakgrunn av dette vil derfor skolens navn være anonymt. Elever og lærer som har deltatt i prosjektet har også få et pseudonym når de blir omtalt i avhandlingen, for å bevare deres identitet. Elevene på gruppe 1 har fått følgende pseudonymer: Anders, Simen, Ola og Benedicte.

Videre sendte jeg samtykkeerklæring til rektor ved den angitte skolen for godkjenning. Han ble kontaktet via mail og samtykket til dette skriftlig. Deretter ble samtykkeerklæring sendt til lærer, som igjen videresendte til foreldre/foresatte til elevene. Denne samtykkeerklæringen ga en beskrivelse av hva jeg ville med prosjektet, og uttrykte at det var ønskelig at flest mulig kunne delta, men at det var mulig å reservere seg. Noen av elevene er over 16 år og disse kunne samtykke på egenhånd på samme erklæring.

I forhold til de seks siste tvilsomme praksisene som Robson (1993), referert i Cohen et al. (2007), fremhever, snakket jeg med lærer i forkant av videoobservasjonen om hvordan jeg kunne gjøre dette. Elevene som reserverte seg fra studien, ble som tidligere nevnt plassert på andre siden av klasserommet slik at de ikke ble filmet. Elevene som samtykket til prosjektet, ble filmet med noe avstand. Jeg kjenner ikke elevene, og jeg ville ikke at jeg eller den som filmet for meg skulle stå for nære slik at dette påvirket dem negativt. Vi stod på en slik avstand at det var mulig å filme, og slik at det var mulig å få med seg det de gjorde og sa.

I etterkant ble video- og lydopptak overført til en minnepenn som ble plassert i et låsbart skap. I samtykkeerklæringen informerte jeg også om at opptakene ville bli tatt vare på til prosjektet var ferdig.

4.4 Transkribering

Ifølge Krumsvik (2014), kaller man prosessen med å skrive ned ordrett det som ble sagt i løpet av for eksempel en fokusgruppe eller et intervju, for transkribering. Alt tas med slik det forekommer i samtalene, både verbal og ikke-verbal aktivitet (latter, nøling og lignende). Det er viktig at gyldigheten blir sikret gjennom at man er nøye med transkripsjonen og gjengir akkurat det som blir sagt av informantene. I tråd med Parker (u.å.), referert i Kvale og Brinkmann (2009), ble video- og lydopptak transkribert og anonymisert for å beskytte deltakerne. Rasmussen (1997) trekker frem transkribering som en tidkrevende prosess. For hvilke kriterier skal det transkriberes etter? Det kan være vanskelig nok å transkribere den verbale aktiviteten gjennom lydopptaket, men gjennom videoopptak er problemet enda større siden vi ikke har et felles kodespråk for den ikke-verbale aktiviteten eller kommunikasjonen. I mine transkripsjoner er all den verbale aktiviteten dokumentert gjennom lydopptakene. Videre ble videoopptakene også analysert og brukt som støtte. Når man bruker lydopptak kan man ikke se hvem som sier hva, hvem som skriver noe i boken sin, eller hvor de peker når de sier ord som der, den, det osv. Det er her videoopptakene kommer inn i bildet. Den verbale aktiviteten på lydopptakene ble transkribert akkurat slik den forekom. Videoopptakene ble brukt som støtte hvis lydkvaliteten var dårlig på lydopptaket, og hvis det ble stillhet på gruppen eller hvis noen av elevene sier ord som «den der», «se på den», «det» og lignende. Handling er tatt med i transkripsjonen, men plassert i [hakeparentes].

4.5 Analysering

Etter transkriberingen ble materialet tolket og analysert av meg. Alrø og Kristiansen (1997) trekker frem en analysemodell med syv punkter, som man kan ta i bruk når man skal tolke og analysere et videodokument:

1. Intuisjon (ytre sansing, eksempler, distanse)
2. Iakttagelse (ytre sansing, eksempler, distanse)
3. Opplevelse (indre sansing, eksempler, innlevelse)
4. Identifikasjon (teoretiske begreper, distanse)
5. Argumentasjon og diskusjon (analyse, innlevelse og distanse)
6. Fortolkning (funksjon i kontekst, innlevelse og distanse)
7. Mønstre og strategier (konklusjon, innlevelse og distanse)

(Alrø & Kristiansen, 1997, s. 84-87).

Jeg brukte denne modellen til en viss grad i analyseringen av datamaterialet. Jeg startet med en ytre sansing når jeg så på videofilmen for å prøve og finne ut av hva som egentlig foregår. Alrø og Kristiansen (1997) beskriver dette ved at vi prøver å finne eksempler i teksten som vi skal bruke som dokumentasjon i den etterfølgende analysen. Når jeg hadde studert videoene grundig, valgte jeg ut hvilke sekvenser jeg videre ville analysere ved hjelp av Toulmins analysemodell.

Alrø og Kristiansens (1997) punkt som går på fortolkning ser på funksjonen i kontekst, og her er det viktig å tydelig skille mellom det som faktisk sies og gjøres i kommunikasjonen fra det som sies mellom linjene og fra den måten vi tolker samtalen på. Dette er avhengig av hvilket perspektiv vi bruker når vi ser på kommunikasjonen (Alrø og Kristiansen, 1997). Som tidligere nevnt har jeg valgt det sosiokulturelle perspektivet på læring. Dermed er fokuset på hvordan elevene argumenterer og samhandler med hverandre i de forskjellige sekvensene. Analysen går altså på hvordan elevene i samhandling bygger opp sine argumenter, og hvordan de støtter seg til hverandre i dette arbeidet.

4.6 Undersøkelsens gyldighet og troverdighet

Som tidligere nevnt, er det noen faktorer som spiller inn på undersøkelsens gyldighet og troverdighet. Cohen et al. (2007) trekker frem to typer validitet eller gyldighet i observasjonsbasert forskning. Den første er den ytre gyldigheten, som går på hvordan vi vet at resultatene av det vi forsker på er aktuelt i andre situasjoner. Målet med denne studien er, som tidligere nevnt, ikke å generalisere, men å søke å forstå og finne mening i samtaler elever har når de arbeider med oppgaver i algebra. Datamaterialet som fremkommer fra video- og lydopptaket med de fire deltakerne på den ene gruppen lar seg ikke generalisere til å gjelde for flere elever. Funnene i analysen sier noe om hvordan de fire elevene argumenterer og samhandler med hverandre, og kun dem. Likevel er studien nøye planlagt med veiledere og lærer, både når det gjelder valg av oppgaver og valg av analyseverktøy. Dette kan gjøre det mulig for andre å utføre samme type forskning i en annen setting.

Den andre typen validitet eller gyldighet i observasjonsbasert forskning som Cohen et al. (2007) trekker frem, er indre gyldighet. Den omhandler selve observatøren og dens engasjement i gruppen; hvordan vet vi at resultatene av denne typen forskning representerer det ekte produktet? Andre faktorer, som Cohen et al. (2007) trekker frem, er hvordan observatøren påvirker informantene. Det å være tilstede og observere en gruppe kan påvirke forskningen og denne tilstedeværelsen kan bringe frem forskjellig atferd i gruppen. En annen faktor som kan påvirke er når observatøren blir for knyttet til gruppen. Den indre gyldigheten i min studie er påvirket av min tolkning av det som blir sagt og gjort av elevene. Det at vi stod to «ukjente» personer og observerte, kan ha påvirket resultatet. Det kan ha fått elevene til å føle seg ukomfortabel og føle et press. Vi holdt derimot noe avstand fra gruppen, både jeg og hun som filmet, slik at vi ikke stod for nærme. Dette fordi det var første gang vi traff elevene, og jeg ville at elevene skulle arbeide slik de er vant til, slik at det blir naturlig for dem å snakke sammen. Derimot, så har denne elevgruppen vært med i forskningsprosjekt tidligere. Læreren og elevene har siden 8. klasse deltatt i forskningsprosjekter, og det gjør at de har erfaring fra det å ha observatører inne i klasserommet.

Denzin (1970a), referert i Cohen et al. (2007), foreslår en triangulering av datakilder og metode for å sikre studiens gyldighet og troverdighet. Triangulering forekommer når forskeren enten bruker flere metoder, ulike datakilder eller andre uavhengige personer eller forskere for å styrke undersøkelsens troverdighet. Triangulering har, i dette tilfellet, blitt ivaretatt ved at jeg først og fremst har fått en medstudent til å filme for meg. Dette gjorde at fokuset mitt var på elevene, ikke på filmopptaket. Triangulering har også blitt ivaretatt ved at jeg har snakket med lærer, og hun som filmet, både før og etter videoobservasjonen.

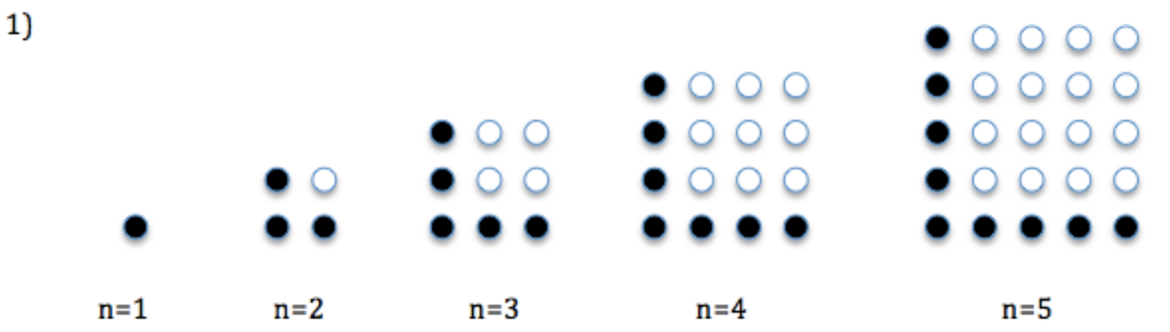
5. Analyse

I dette kapittelet vil jeg tolke og analysere datamaterialet. Utdragene jeg har tatt for meg er gruppe 1 sitt arbeid med oppgave 1 og oppgave 4. Kapittelet er delt opp i tre delkapitler, hvor jeg i første delkapittel tolker og analyserer gruppe 1 sitt arbeid med oppgave 1 a). Videre, i andre delkapittel, vil jeg tolke og analysere gruppe 1 sitt arbeid med oppgave 1 b), og i siste delkapittel tolker og analyserer jeg gruppe 1 sitt arbeid med oppgave 4. Jeg har konsekvent valgt å ikke ta med alle funnene i datamaterialet, men å ta utgangspunkt i noen interessante sekvenser. Grunnen til dette er på bakgrunn av at datamaterialet jeg har valgt ut, er når samme gruppe arbeider med to forskjellige oppgaver. Dette gjør at jeg kan sammenligne funnene ved å se etter likheter og ulikheter i argumentasjonen og samhandlingen mellom elevene.

I de tre delkapitlene vil jeg analysere utdragene fra transkripsjonen, linje for linje, ved å bruke Toulmins (2003) modell for analysering av argumenter. Videre vil jeg se argumentene til elevene i lys av Radfords (2006) tre lag av generalitet. I tillegg vil jeg analysere hvordan elevene samhandler og hvilke roller de har i samhandlingen, ved å se det i lys av det sosiokulturelle perspektivet på læring.

5.1. Gruppe 1 – oppgave 1 a)

Før elevene får utdelt oppgavearket får de beskjed fra lærer at de skal løse oppgavene som et team, og at de må huske på at de er fire på gruppen. Den første oppgaven elevene arbeidet med er som følger:



a) Finn et uttrykk som beskriver forholdet mellom antall figurer (n) og antall sorte prikker på figuren.
b) Gjør tilsvarende for antall hvite prikker.

Elevene har fått utdelt oppgavearket og de har sett på oppgavene en liten stund. Elevene har arbeidet med oppgaven i fem minutter før jeg kommer bort og observerer. Før observasjonen har elevene kommet frem til et uttrykk som de tror kan være en løsning på oppgave 1 a), og det er $2n - 1$. Simen er den første som sier noe:

(1) Simen:	Vi må først sjekke om det fungerer med alle…
(2) Ola:	Ja det fungerer med alle.
(3) Benedicte:	Hva? 2n – 1?
(4) Anders:	Ja.
(5) Simen:	Da var det mye enklere enn jeg hadde trodd![4]
(6) Ola:	Ja!
(7) Simen:	[Ler litt] Du skrev ned formelen på oppgave 1 a)?
(8) Benedicte:	Men hvordan skal du bruke det da? 2n – 1?

Utdraget starter med at Simen sier at han vil sjekke om uttrykket fungerer med alle n. Simen refererer her til figurene når han bruker ordet alle. Ola (2) avfeier dette med å si «ja det fungerer med alle». Uttalelsen til Benedicte i sekvens (3) kan på en side tyde på at hun ikke forstår hva Simen og Ola tidligere har sagt, ved at hun setter spørsmålstegn til det gitte uttrykket. Derimot, i forhold til det hun uttrykker i sekvens (8) «men hvordan skal du bruke det da? $2n - 1$?» tyder det på at hun ikke forstår hvordan uttrykket kan brukes.

Simen (5) sin uttalelse «da var det mye enklere enn jeg hadde trodd!», tyder på at når elevene starter med denne oppgaven synes Simen at oppgaven var krevende. Samtidig kan det også tyde på at han så en utfordring med å kunne løse denne oppgaven i starten, men at når de først satt i gang så var det enklere enn han hadde trodd.

Uttrykket elevene foreslår som beskriver forholdet mellom antall figurer (n) og antall sorte prikker, er $2n - 1$. Dette uttrykket kan betraktes som en *påstand*. Det at Benedicte (8) stiller spørsmålet om hvordan de kan bruke uttrykket de har produsert, gjør at de andre på gruppen blir utfordret til å ytterligere forklare dette uttrykket, og Simen er den første som svarer henne:

(9) Simen:	Ok, sjekk da, n=1 der sant… [peker på figur 1]
(10) Anders:	Ja? [stemmen viser at han er spørrende]

---

[4] Følgende transkriberingskoder er brukt når jeg presenterer utdragene:
[ ] - Beskrivelse av handling
… - Kort pause
! – Ved imperativer eller utrop som uttrykker overraskelser, aggresjon, enighet osv.

(11) Simen:	og hvis du ganger 1 med 2 så får du 2, også minuser vi 2 med 1 og da får vi 1, som tilsvarer de…
(12) Ola:	Svarte prikkene.
(13) Benedicte:	Ja?
(14) Simen:	Så n=2 på neste, da har vi fire prikker og tre av de er svart [peker på figur 2]. Så når n=2, så blir det 2 ganger 2, det blir 4, og minus 1, det blir 3.
(15) Benedicte:	3 ja.
(16) Simen:	Det tilsvarer de 3 prikkene, og sånn fortsetter det hele veien.

Simen, som sitter ved siden av Benedicte, snur stolen sin mot Benedicte i det han starter forklaringen sin i sekvens (9): «Ok, sjekk da. n=1 der sant», mens han peker på figur 1 i oppgaven. Simen støtter seg til påstanden ved å utføre regneoperasjonene muntlig, slik det er vist i sekvens (11). Dette kan betraktes som data, fordi det er dette Simen støtter seg til og bruker som sine «fakta» som påstanden $2n - 1$ er basert på. Representasjon av disse argumentene er illustrert i figur 2.1.

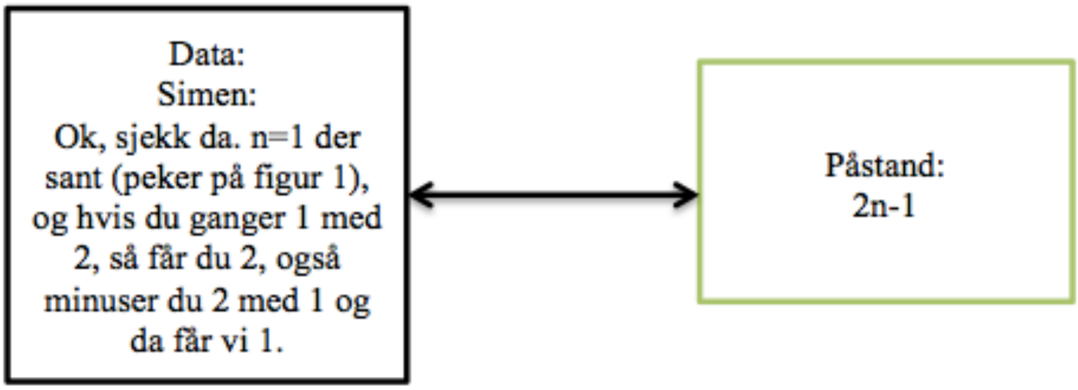


Fig 2.1. Representasjon av argumentene i eksempel fra transkripsjon.

Videre i utdraget forsterker Simen argumentet sitt ytterligere når han knytter det han har sagt til figurnumrene og figurene i oppgaven. I sekvens (14) og (16) forsøker han å knytte data og påstanden sammen, ved at han i sekvens (14) går videre til neste figur, og setter inn tallet 2 for «n» i uttrykket slik at det blir en ligning. Argumentet som Simen her kommer med kan klassifiseres både som *data* og *understøtte*. De dataene han produserer er når han bruker ligningen, og gjør akkurat det samme med «n=2», som med «n=1». I tillegg kan dette utsagnet klassifiseres som en understøtte, fordi han gjør en tilkobling mellom de tidligere produserte data og den gitte påstanden. Dette gjør at han forsterker påstanden sin ytterligere. Når Simen (16) sier «og det tilsvarer de 3 prikkene der» viser det at han støtter dette ved å knytte det han argumenterer *for* til figurene. Simen har her produsert en understøtte som er implisitt. Toulmin (2003) skriver at en understøtte kan være implisitt hvis den hørende ikke utfordrer den. Den hørende er i dette tilfellet Benedicte, for det er hun som uttrykker gjennom oppgaven at hun ikke forstår den gitte påstanden. Ut i fra Benedicte sin uttalelse i sekvens (15) tyder det på at hun godtar argumentasjonen til Simen knyttet til denne oppgaven. Simen har nå argumentert for uttrykket som er produsert, ved å knytte dette til figurene i oppgaven også. Argumentene til Simen er illustrert i figur 2.2.

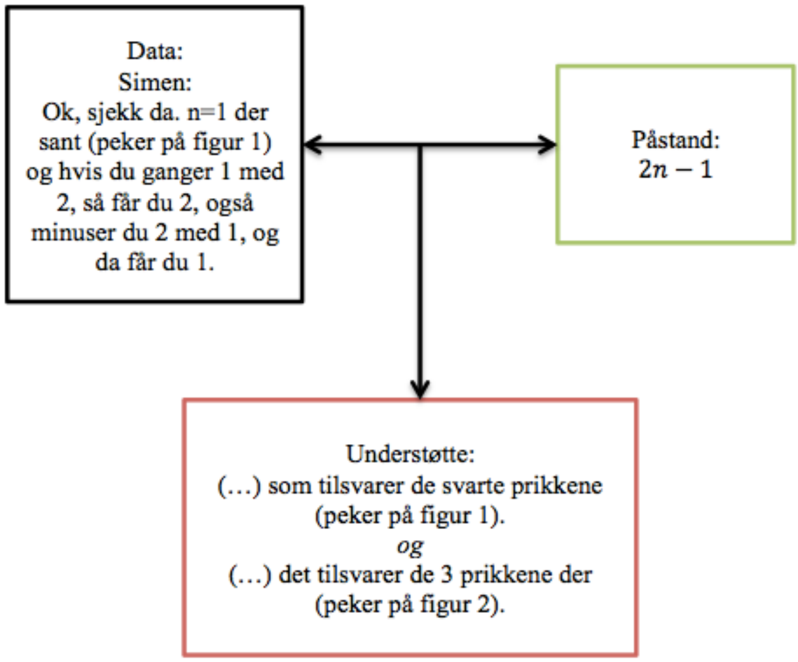


Fig. 2.2. Representasjon av argumentene i eksempel fra transkripsjon.

Uttrykket $2n - 1$ er et generalisert uttrykk, og Simen eksemplifiserer dette ved å bruke uttrykket som en ligning for å komme frem til antall sorte prikker i figurene. I starten av argumentasjonen tyder det på at Simen bruker kontekstuell generalisering som et virkemiddel for å oppnå generaliseringen. Dette fordi den ubestemte variabelen har fått en navn, men han forsøker å forklare ved å henvise tilbake til konteksten, altså oppgaven. Samtidig tyder det på at han også bruker symbolsk generalisering som virkemiddel, fordi Simen har formulert regelen med algebraiske symboler, $2n - 1$, og bruker matematisk notasjon for å sjekke om spesialiseringene han foretar seg stemmer overens med det generaliserte uttrykket. Simen beveger seg fra generalisering (uttrykket) til spesialisering (ved å henvise til de sorte prikkene), og tilbake igjen til generalisering ved at han sier i sekvens (16): «(…) og sånn fortsetter det hele veien». Han har funnet et generelt uttrykk som kan benyttes for å finne antall sorte prikker av vilkårlig størrelse. Samtidig tyder det på at spesialisering brukes for å sjekke at generaliseringen stemmer.

5.1.1 Elevenes roller i samhandlingen – Oppgave 1 a)

I utdragene viser det seg at elevene samhandler i produseringen av argumentene sine. Elevene har i starten av utdraget, før sekvens (1), foreslått et uttrykk som beskriver forholdet mellom antall figurer (n) og antall sorte prikker. Benedicte er den personen på gruppen som sier minst. I sekvensene viser det seg derimot at hun også tar del i fellesskapet, når hun for eksempel setter spørsmålstegn til den gitte påstanden Simen kommer med. Dette uttrykker hun også direkte i sekvens (8) når hun spør: «Men hvordan kan du bruke det da?». Simen forsøker videre å støtte påstanden sin når han produserer data, som er vist i figur 2.1. Det kan tyde på at han ønsker å støtte Benedicte i dette tilfellet. Han har tidligere uttrykt at dette var «enklere enn han hadde trodd», og viser i argumentene sine at han forstår uttrykket som er foreslått. Det kan tyde på at han gjennom sine argumenter ønsker å hjelpe Benedicte for å få henne til å forstå det gitte uttrykket de har foreslått. Samtidig så kan Benedicte sine spørsmål til de andre på gruppen ha hatt en positiv innvirkning på læringsprosessen deres. Ved at hun stiller spørsmål til den gitte påstanden, utfordrer hun en av de andre på gruppen til å forklare ytterligere, noe som kanskje kan ha vært med på å styrke læring hos den enkelte eleven.

Simen bruker ofte det han har argumentert *for*, i seinere situasjoner. For eksempel, i figur 2.2, utvider Simen sitt argument. Han støtter seg til det han har sagt i forhold til figur 1, og knytter dette videre til figur 2 og figur 3, og forklarer så at «sånn fortsetter det hele veien». Dette kan tyde på at han gjennom å forklare dette for Benedicte så ønsker han å få henne til å forstå uttrykket. Det kan også tyde på at han selv forsøker å forstå det bedre. De to andre guttene på gruppen, Anders og Ola, støtter seg også til Simen sine argumenter. Det tyder på et samspill når de gjentatte ganger svarer «ja», som kan indikere på at de forstår. Samtidig uttrykker Anders og Benedicte til tider noen spørrende «ja». Dette kan indikere på at de ikke forstår argumentene til Simen, eller at de ikke godtar dem slik at det blir en oppfordring til Simen om at han må videreutvikle forklaringene sine slik at de blir overbevist.

Det tyder på elevene blir en del av et læringsfellesskap knyttet til denne oppgaven. Ved at elevene støtter seg til hverandres argumenter, og ved at de får arbeide selvstendig med oppgavene, tyder på at de har fått et eierskap til dette arbeidet. For eksempel viser dette seg tydelig når Ola støtter Simen i sekvens (12) ved å hjelpe ham når han står litt fast i sin forklaring. Dette indikerer også at det er et godt samarbeid innad i gruppen. Det kan også sees i slutten av sekvens (15), når Benedicte også blir en del av samspillet på gruppen. Da uttrykker hun at hun har forstått det Simen har argumentert for, ved å svare «3 ja».

5.2 Gruppe 1 – Oppgave 1 b)

Nå skal jeg vise eksempler fra transkripsjonen når samme gruppe arbeider med oppgave 1 b), hvor de skal gjøre tilsvarende for antall hvite prikker i figurene. De skal altså finne et uttrykk som beskriver forholdet mellom antall figurer (n) og antall hvite prikker på figuren, og Simen er den første som sier noe:

(25) Simen:	Da må vi vel lage en ny n må vi ikke, eller nei, nei, nei…
(26) Anders:	Vi må endre på hva n er.
(27) Simen:	Nei, eller jo vi må vel det?
(28) Benedicte:	Jo sånn at n blir svaret på de hvite prikkene.
(29) Simen:	n=0, n=1, n=4, eh, nei…
(30) Ola:	Nei det er fortsatt det samme [peker på figurnumrene under figurene].
(31) Simen:	Det er fortsatt det samme ja.
(32) Ola:	[Har fortsatt på det samme uttrykket som i sted, 2n – 1, prøver å endre dette]. Nei dette gikk ikke, jeg prøvde å snu den forrige.
(33) Simen:	n=1 der [peker på figur 1]. Det kan være x – 1 kanskje..? n=2 der… [peker på figur 2] x – 1, da blir det…
(34) Ola:	Ja, men det går ikke der [peker på figur 4].
(35) Simen:	Eh, nei. 2x…

I sekvens (25) starter Simen med å si: «Da må vi vel lage en ny n må vi ikke». Han refererer til at de har funnet et uttrykk med «n» i oppgaven i a), og uttalelsen hans er nokså upresis. Anders (26) uttrykker omtrent det samme, men litt klarere når han sier: «Vi må endre på hva n er». Dette kan tyde på at Simen og Anders mener at de må finne en avhengig variabel som beskriver antall hvite prikker, eventuelt at de tenker at «n» er en ny uavhengig variabel de skal bruke for å uttrykke antall hvite prikker. Samtidig viser Simen noe usikkerhet i sekvens (27) når han sier: «Nei, eller jo vi må vel det?» Verken Simen eller Anders uttrykker presist hva de mener «n» representerer, mens Benedicte (28) uttrykker at «n» har med antall prikker å gjøre når hun sier: «Jo sånn at n blir svaret på de hvite prikkene». Hun responderer på det Simen og Anders sier ved å fortolke uttalelsene deres. Det kan tyde på at de tre elevene ikke ser på «n» som en uavhengig variabel, men den avhengige: antall hvite prikker. Mens de har brukt «n» til å finne ut forholdet mellom figurnummeret og antall sorte prikker under 1 a), så ser de ikke at de skal bruke «n» når de skal finne forholdet her også, altså at antall hvite prikker er igjen en funksjon av figurnummer «n». Elevene famler med formuleringene sine, noe som tyder på at de nå er usikre på hva «n» egentlig representerte i oppgaven i 1 a). De hjelper hverandre med å omformulere hverandres utsagn. Det at Benedicte uttaler såpass klart at hun forstår «n» som antall hvite prikker bidrar kanskje til at Simen (29) begynner å prøve ut hva «n» blir i de ulike figurtallene. Han teller de hvite prikkene i sekvens (29): «n=0, n=1, n=4, (…)». Dette forsterker inntrykket av at de tenker på «n» som den avhengige variabelen. Tellingen av de hvite prikkene er kanskje med å tydeliggjøre for Ola (30) og Simen (31) at «n» ikke representerer den avhengige variabelen. Når Ola (30) sier: «Nei det er fortsatt det samme», tyder det på at han mener at «n» representerer fortsatt det samme. Dette indikerer at Ola har forstått at «n» er en uavhengig variabel som de fortsatt skal bruke. Simen slutter seg til dette i sekvens (31) når han sier: «Det er fortsatt det samme ja».

Videre i sekvens (31) har Ola begynt å skrive i boken sin. Han har fortsatt på uttrykket som de fant i oppgave 1 a), som er 2n - 1, og forsøker nå å endre på dette, men kommer ikke videre. Det virker som om Simen (33) fortsatt ikke helt forstår at «n» er en variabel som kan brukes i denne oppgaven òg når han sier: «n=1 der. Det kan være x – 1 kanskje?». «x» synes likevel å ha samme funksjon som «n» når han foreslår «x – 1». Simen bruker uttrykket som en ligning for de to første figurtallene og det virker som om han konkluderer med at det stemmer før Ola (34) sier at det ikke går for figur 4.

Simen sitt utsagn om at «x – 1» kanskje kan brukes, kan klassifiseres som en påstand. Han tester denne påstanden med både «n=1» og «n=2». Ola sin uttalelse i sekvens (34): «Nei, men det går ikke der», indikerer at han responderer på Simen sin påstand, men at han ser at det ikke fungerer i alle tilfeller for «n». Utsagnet kan klassifiseres som en innsigelse. Dette er illustrert under i figur 2.3:

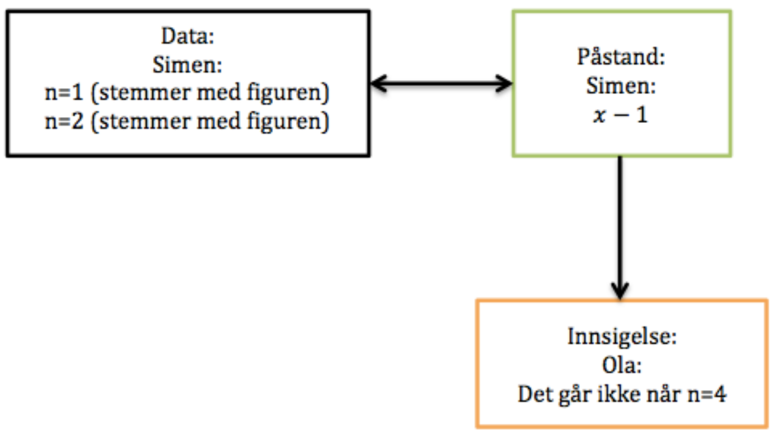


Fig. 2.3. Representasjon av argumentene.

I forkant av de neste utsagnene har det vært noen minutters stillhet på gruppen, hvor Simen og Benedicte har sett på figurene og Anders og Ola har regnet i bøkene sine. I argumentasjonen som er illustrert over har de funnet ut at «x – 1» ikke gjelder i alle tilfeller, og nå forsøker de å gå videre fra dette. Ola er den første som uttaler seg:

(36) Ola:	Vi må i hvert fall bruke n [skriver n i boken sin].
(37) Simen:	Ja det vet vi, men vi kunne jo prøvd å ta utgangspunkt i andre veien da, altså begynne på n=5, da snakker vi 16 av 25 er hvit, og n=5.
(38) Ola:	[Skriver et uttrykk i boken sin, $n - n^2$, prøver dette med tall, $1 - 1^2 = 0$, også $2 - 2^2 =$] …nei det blir feil [rabler over].
(39) Simen:	Det er jo om å gjøre å få 0 på den første, 1 på den andre og…

I sekvens (36) starter Ola starter med å si: «Vi må hvert fall bruke n», samtidig som han skriver «n» i boken sin. Dette styrker Ola sitt argument i forrige utdrag om at han mener at «n» fortsatt representerer figurnumrene, og at «n» også kan brukes for å finne uttrykket i oppgave 1 b). Simen bekrefter uttalelsen til Ola ved å si i sekvens (37): «Ja det vet vi». Samtidig er han videre spørrende og sier: «Vi kunne jo prøvd å ta utgangspunkt i andre veien da», og eksemplifiserer dette ved å si: «Altså begynne med n=5, da snakker vi 16 av 25 er hvit». Simen gir her uttrykk for at han forstår at det er denne sammenhengen oppgaven er ute etter, og det kan tyde på at han ser flere muligheter ved å starte med et større tall. Det kan også tyde på at han synes det er vanskelig å finne et uttrykk som beskriver forholdet mellom figurnummeret «n=1» og antall hvite prikker, når det ikke er noen hvite prikker å forholde seg til.

I sekvens (38) viser det seg at Ola sitter i sine egne tanker, i sin egen bok, og regner. Uttrykket han skriver er «$n - n^2$», og han spesialiserer dette ved å lage en ligning med «n=1». Uttrykket som Ola skriver kan klassifiseres som en påstand. Når han bruker figurnummeret «n=1» for å spesialisere, kan det klassifiseres som data. Videre forsøker han med «n=2», men da finner han ut at uttrykket hans kun gjelder i det første tilfellet. Det betyr at påstanden hans «$n - n^2$» har unntak, for uttrykket gjelder kun for figurnummer 1. Unntaket kan klassifiseres som en innsigelse. Dette er illustrert i figur 2.4.

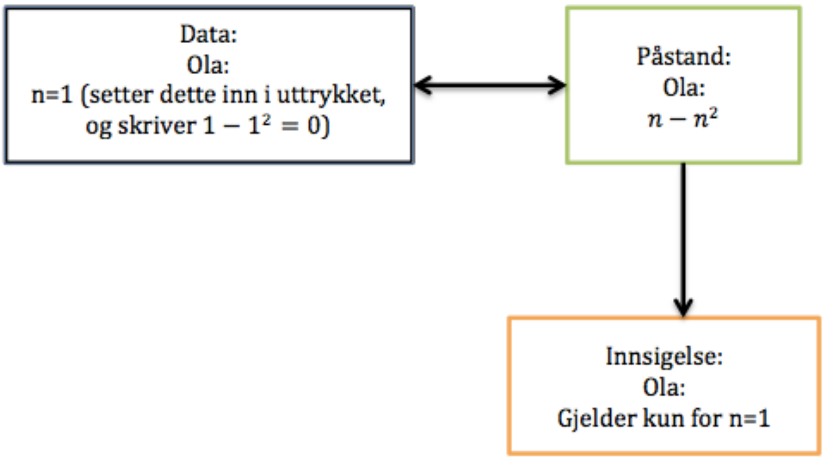


Fig. 2.4. Representasjon av argumentene.

I neste utdrag viser det seg at Ola fortsetter i samme spor som tidligere; han forsøker seg frem til et svar:

(40) Ola:	Nei, vent litt, vent litt. Nei se, hvorfor skrev jeg 2? n – 1, vi har parentes, opphøyd i andre… [skriver uttrykket $(n-1)^2$ i boken sin].
(41) Simen:	Ja det kan faktisk gå, eller n – 1, 0 ganger 0. Eh, nei… [prøver uttrykket som Ola har foreslått med n=1]. Ja det fungerer jo, det må jo kanskje være det.
(42) Ola:	Ja det kan det være.
(43) Simen:	Men sjekk om 3…
(44) Ola:	[Skriver inn n=3 i uttrykket]. Ja det fungerer det…og da får man jo kvadratnumrene.
(45) Ola:	n – 1 opphøyd i andre.
(46) Simen:	Ja 4 i andre blir jo 16 [peker på figur 5].
(47) Ola:	Ja nettopp.

I sekvens (40) starter Ola med å igjen komme med en innsigelse på den forrige påstanden sin når han sier: «Nei, vent litt, vent litt. Nei se, hvorfor skrev jeg 2?» Dette kan indikere at han nå begynner å nærme seg et nytt uttrykk for en generalitet når han videre sier: «n – 1, vi har parentes, opphøyd i andre», mens han skriver uttrykket «$(n-1)^2$» i boken sin. Simen sin uttalelse i sekvens (41) tyder på at han støtter seg til uttrykket som Ola nå har skrevet. Måten Simen støtter Ola på er at han knytter det til figur 1, og bruker «n=1» i uttrykket som Ola har skrevet. Samtidig tyder det på at han er fortsatt noe usikker når han sier i sekvens (41): «Ja det fungerer jo, det må jo kanskje være det».

I sekvens (43) viser det seg at Simen vil utdype støtten ytterligere når han sier: «Men sjekk om 3 da…». Det indikerer på at han vil at Ola skal teste med «n=3». Det kan være på grunnlag av at tidligere påstander ikke har vært gjeldende når de har testet uttrykkene med andre tall enn 1 for «n». Dette viser seg også i sekvens (46) når Simen forsøker med «n=5» også. Argumentene som Simen og Ola her produserer for å støtte påstanden til Ola, kan klassifiseres som data. Dette er illustrert i figur 2.5.

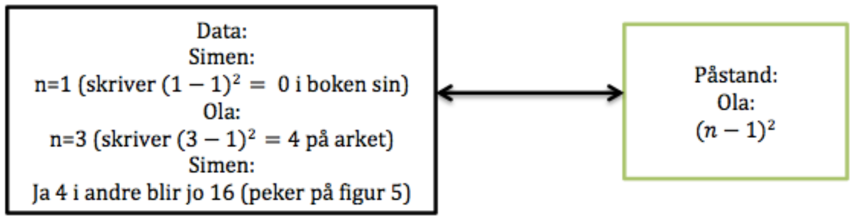


Fig. 2.5. Representasjon av argumentene.

Både Simen og Ola klarer i dette tilfellet og produsere støtte som gjør at påstanden kan aksepteres. I utdragene under viser det seg at de vil ta det et steg videre fra dette:

(48) Simen:	Det stemmer, da får vi bare kvadrattallene oppover da.
(49) Ola:	Ja, vi får det forrige kvadrattallet liksom, for det tallet vi har.
(50) Benedicte:	Hvilken formel bruker dere?
(51) Ola:	n – 1, opphøyd i andre.
(52) Anders:	Det som jeg lå merke til med engang liksom, at her bruker man bare de forrige kvadrattallene liksom.
(53) Ola:	Ja hvis du kan…
(54) Anders:	Ja det er liksom sammenheng.
(55) Ola:	Vi kan forresten bare skrive det og [skriver uttrykkene de har funnet på oppgavearket]. På 1a er svaret $2n-1$ og på 1b er svaret $(n-1)^2$.
(56) Simen:	Skal vi gå videre da?

I sekvens (48) sier Simen: «Det stemmer, da får vi bare kvadrattallene oppover da». Det virker som at Simen ser en ytterligere sammenheng mellom den gitte påstanden og de forskjellige dataene de har produsert. Simen ser her at svarene de får, ved å sette inn «n=1» og «n=2» i uttrykket, så kan det knyttes til begrepet *kvadrattall*. Når Simen viser dette, klarer han å begrunne dataene som er produsert som støtte til påstanden. Ola sitt utsagn i sekvens (49) tyder på at han ser det samme som Simen, samtidig som at han er tydeligere på hvilke kvadrattall det er snakk om når han sier: «Ja, vi får det forrige kvadrattallet liksom, for det tallet vi har». Uttalelsene til Simen og Ola kan klassifiseres som understøtter, på bakgrunn av at de ytterligere gjør en tilkobling mellom dataene og den gitte påstanden. Simen og Ola blir ikke i dette tilfellet utfordret til å forklare eller rettferdiggjøre det de tidligere har sagt, men de ser flere sammenhenger mellom påstanden og data når de knytter det til begrepet kvadrattall. I figur 2.6 er understøtten illustrert i forhold til data og påstand.

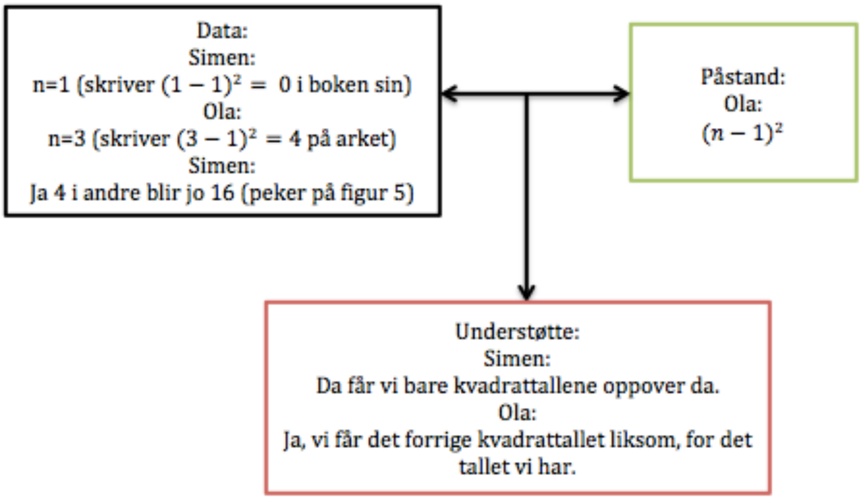


Fig. 2.6. Representasjon av argumentene.

5.2.1 Elevenes roller i samhandlingen – Oppgave 1 b)

I utdragene viser elevene igjen at de samhandler i fremstillingen av argumentene sine, men i noe mindre grad enn i forrige utdrag, for i arbeidet med denne oppgaven er det færre deltakere i diskusjonen. I starten tyder det på at det er en undersøkende samtale mellom Ola og Simen. I tilknytning til figur 2.3 så forsøker Simen og nærme seg en generalitet når han foreslår «x – 1». Han produserer data som støtte, men Ola argumenterer i mot. Dette tyder på at det er en dialog mellom dem som er spørrende og utforskende ved at de bygger videre på hverandre sine argumenter.

I tilknytning til sekvensene fra (36) til (39) kan det settes spørsmålstegn til samspillet på gruppen. Simen forsøker å fremstille gode argumenter som de andre kan akseptere, men hans innspill passer ikke i Toulmins modell. Simen viser at han uttrykker sammenhenger i oppgaven, men han kommer ikke med noen påstander som fremhever utsagnene sine. Dette kan ha gjort at Ola ikke slutter seg til fremgangsmåten til Simen, og dermed sitter i sine egne tanker, i sin egen bok og regner. Samtidig så tyder det på at Ola vil være utforskende på egenhånd. I tråd med det sosiokulturelle læringsperspektivet skal tenking også være en kollektiv prosess, hvor man i samtalen skal bevege seg mellom å *gi* og *motta* mening. I dette tilfellet er det Ola som kommer med en påstand, hvor han produserer data som støtte, også kommer han med en innsigelse til sine egne argumenter. Simen forsøker i sekvens (37) å få Ola på andre tanker, når han foreslår at de kanskje burde starte med en annen figur. Det tyder på at Simen ønsker å ta del i prosessen til Ola, og at de skal være utforskende sammen.

Fra sekvens (40) tyder det på at det er et bedre samspill. På en side virker det som at Ola ønsker å se om påstanden hans er gyldig, før han eventuelt ønsker kommentarer fra de andre på gruppen. På en annen side kan det også tyde på at Ola vil finne ut av problemet på egenhånd. I tilknytning til figur 2.5 er det igjen Ola som kommer med en påstand. Simen er i dette tilfellet støttende ved at han bruker uttrykket som Ola foreslår når han tester den med «n=1», «n=2» og «n=5». Sammen fremstiller de også hver sin understøtte for å danne en bro mellom påstanden til Ola, og de dataene som Simen bruker som støtte.

Anders og Benedicte sine roller i tilknytning til denne oppgaven er ulik Simen og Ola sine. Simen og Ola er de to som tar ordet, men det betyr ikke at Anders og Benedicte ikke er en del av samspillet selv om. Dette viser seg tydelig i slutten av arbeidet med denne oppgaven når Anders prøver å finne en mening i argumentene til Ola og Simen. Benedicte gjør det på en litt annen måte. Hun stiller spørsmål hvis det er noe hun er usikker på. Det tyder på at hun gjennom å stille spørsmål både vil at de andre skal forklare ytterligere, eller for å uttrykke at hun ikke forstår. Samtidig kan hennes spørsmål, igjen, være positivt for de andre på gruppen. For når hun stiller spørsmål er det nødvendig at Ola og Simen rettferdiggjør eller begrunner argumentene sine ytterligere. Det kan ha fått dem til å forstå sine egne argumenter bedre.

5.3 Gruppe 1 – Oppgave 4

I kommende utdrag vil jeg tolke og analysere dialogen som utspiller seg når samme gruppe arbeider med følgende oppgave:

4)
Generaliser følgende observasjoner:

$$4 - 2 = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} \qquad \frac{16}{3} - 4 = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} \qquad \frac{49}{6} - 7 = \frac{49}{42} = \frac{7}{6}$$

Utdragene som er trukket frem fra transkripsjonen er etter at Ola har foreslått en regel som han tror kan passe til de tre spesialtilfellene i oppgaven. Regelen Ola foreslår er $\frac{y}{z} - x = \frac{y}{xz} = \frac{x}{z}$, og lærer har nå spurt om de kan lage et nytt spesialtilfelle. Anders er nå den første som sier noe:

(98) Anders:	Ja, det er jo bare til å bruke…helt samme tall. Sånn 26 ganger…
(99) Ola:	[Skriver 26 på arket]
(100) Anders:	også må vi ha et tall for z.
(101) Simen:	Ta 8.
(102) Ola:	[Skriver $\frac{26}{8}$].
(103) Simen:	Nei, ta et eller annet som er i 6 gangen, nei et eller annet sånn at du får 26.
(104) Ola:	Nei, vi bare tar 8. Minus hva for noe…?
(105) Anders:	Minus 12…12 var x sant?
(106) Ola:	Eh, ja. Er lik 26 delt på 12 ganger 8, det blir jo…
(106) Anders:	Bruk formelen!
(107) Ola:	Ja…
(108) Anders:	8 ganger 12…
(109) Simen:	Det blir vell sånn 96.
(110) Ola:	Eh, ja det kan stemme [skriver $\frac{26}{96}$ på arket], som er lik [skriver $\frac{12}{8}$ på arket]. Nei, hva er det nå vi har gjort? Det blir jo ikke $\frac{12}{8}$.
(111) Anders:	Nei, z er ikke, eh, jo det skal bli rett…
(112) Simen:	Eh, ja.
(113) Anders:	Ja, det skal bli rett, men det er jo så feil at det går ikke.
(114) Simen:	Det er fordi jeg tror ikke 8 og 26 hører i lag sånn egentlig, generelt [peker på første leddet i spesialtilfellet som de har laget].

Anders (98) starter diskusjonen med å trekke fokuset til hvilke tall de kan bruke: «Ja det er jo bare til å bruke…helt samme tall. Sånn 26 ganger…». Hvor han får tallet 26 fra er vanskelig å si noe om, men man kan anta at han starter fra begynnelsen av regelen som begynner med «y», slik at han setter 26 inn for «y». Siden han senere (sekvens 100) etterlyser «z», er det rimelig å anta at 26 ikke representerer «z». Simen (101) responderer på Anders sitt utsagn og svarer kontant «ta 8». I sekvens (103) derimot viser det seg at han argumenter i mot seg selv når han sier: «Nei ta et eller annet som er i 6 gangen, nei et eller annet sånn at du får 26». Det kan tyde på at Simen tror at de må bruke et tall i 6 gangen for å lage et nytt spesialtilfelle. Samtidig så kan det tyde på at ettersom de har arbeidet med figurtall i oppgave 1, hvor figurene har vært i en rekke (n=1, n=2, n=3 osv.), så tror Simen at tallet de velger her også må være i en rekke. Det kan tyde på at Simen tror at de må bruke et tall i 6-gangen for å lage et nytt spesialtilfelle. Samtidig, ved at han trekker fokuset til tallet 26, og at de må velge et tall slik at de får 26, indikerer at Simen ser en sammenheng mellom «y», «z» og «x». Det kan tyde på at Simen ser at det må være en sammenheng, en relasjon, mellom tallene de velger for «y», «z» og «x». Ola, derimot, vil fortsette med tallet 8, og vil nå gå videre til neste ledd, som er «x». Anders kommer med forslag om at 12 kan brukes for «x». Ola bekrefter Anders forslag og skriver 8 for «z» i regelen. Videre regner han seg frem til de neste leddene, og står igjen med følgende utregning: $\frac{26}{8} - 12 = \frac{26}{96} = \frac{12}{8}$.

Ola (110) stopper opp etter å ha fullført utregningen, og stiller spørsmålstegn til det han har gjort. Det tyder på at han oppdager at det er noe i utregningen eller i regelen som ikke stemmer overens med de tre spesialtilfellene i oppgaven. Anders (113) bekrefter dette når han uttrykker: «Ja det skal jo bli rett, men det er jo så feil at det går ikke». Det virker som at både Ola og Anders forstår at det er noe som ikke stemmer, men de klarer ikke helt å se eller sette ord på hva. Simen (114) derimot kommer med et forslag til hvorfor det ikke stemmer når han sier: «Det er fordi jeg tror ikke 8 og 26 hører i lag sånn egentlig, generelt», samtidig som han peker på det første leddet ($\frac{26}{8}$) i utregningen deres. Igjen kommenterer Simen relasjonen mellom de forskjellige leddene i spesialtilfellet. Dette forsterker hans tidligere utsagn, og inntrykket av at han ser at det skal være en sammenheng mellom leddene i regelen. Han antyder det samme som han tidligere har uttrykt (103), at han tror at de må bruke et tall som går i lag med tallet 26.

Regelen som Ola har foreslått kan karakteriseres som en påstand. Utregningen tyder på at de ønsker å lage et spesialtilfelle for å støtte denne påstanden, og dette kan klassifiseres som data. I dette tilfellet finner Ola og Anders ut at det er noe som ikke stemmer, men klarer ikke å sette ord på hva. De argumenterer mot utregningen, og det kan klassifiseres som innsigelser. Samtidig kan utsagnet til Simen (114) også klassifiseres som en innsigelse. Dette fordi det er en bemerkning både til selve utregningen og til innsigelsen til Ola og Anders. I figur 2.7 er dette illustrert.

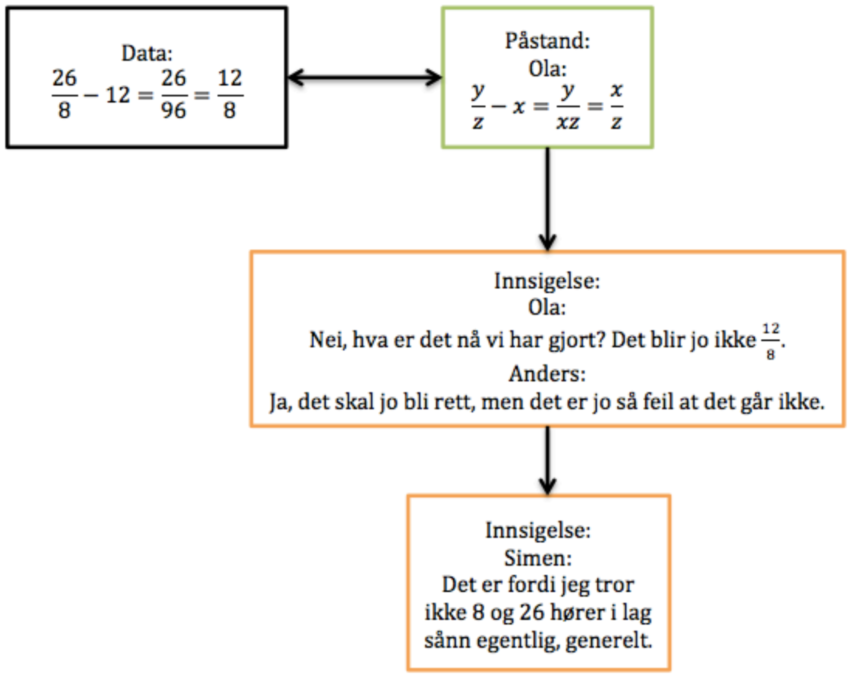


Fig. 2.7. Representasjon av argumentene

I neste utdrag forsøker elevene å komme seg videre fra der de er nå, og Anders fortsetter å kommentere tidligere utsagn:

(115) Anders:	Jeg tror kanskje vi må ha en mer, en eller annen…
(116) Simen:	Vi må ha et eller annet som går i lag med 26, sånn 2.
(117) Anders:	Ja det er sånn det eneste [Anders og Simen ler]
(118) Ola:	[Har visket ut alt utenom 26, skriver 26 delt på 2] minus…
(119) Anders:	13?
(120) Simen:	Bruk et annet tall enn 26 da…
(121) Ola:	[Fortsetter på samme spesialtilfellet]. Ok, er lik, y, det var 26, delt på…
(122) Simen:	x sant, som blir 13. 13 ganger 2…
(123) Ola:	26… [fortsetter å fylle inn i samme regel som forrige gang]. Eh, nei, dette går ikke, jeg tror det er noe feil med formelen vår…
(124) Simen:	Tror ikke dette var helt riktig nei…altså jeg tror ikke vi har funnet noen generell formel, jeg tror vi har funnet en formel for akkurat det der [peker på første spesialtilfelle i oppgaven].

(125) Ola:	Ja, akkurat alle de tre tallene [peker på samme spesialtilfelle som Simen].
(126) Simen:	Ja…

Anders sitt utsagn i sekvens (115) tyder på at han er noe usikker til hvordan de skal komme seg videre fra der de er nå. Simen (116) derimot, trekker igjen fokuset til at de trenger et tall 26 er delelig med, eller en faktor i 26. Det tyder på at Simen fortsatt har troen på at tallet 26 kan brukes for «y», men at de må finne andre tall for «x» og «z». Anders (117) og Ola (118) slutter seg til dette. Videre blir 13 foreslått av Anders som et tall for «x». Han indikerer at 2 er det eneste som 26 er delelig med, eller kanskje ser han at det andre leddet i de tre uttrykkene i oppgaven er delelig med telleren i første ledd. Når Anders sier dette viser han i praksis at det er en sammenheng mellom «y», «z» og «x».

Simen (120) sitt utsagn «bruk et annet tall enn 26 da…», tyder på at han begynner å se at tallet 26 kanskje ikke kan brukes for å lage et nytt spesialtilfelle. Ola avviser dette, og fortsetter å fylle inn tallene som er foreslått. Ola har til nå skrevet $\frac{26}{2} - 13 = \frac{26}{26}$ på arket. Det virker som at Ola vil at de andre skal komme med forslag til tall for «y», «z» og «x», noe som indikerer på at han er noe usikker til hvordan de skal bruke regel som han har foreslått. Samtidig så kan det tyde på at han vil at de skal være utforskende sammen.

I sekvens (123) har Ola fylt inn tallene som er foreslått for «y», «z» og «x», men igjen stopper han opp og sier: «Eh, nei, dette går ikke», samtidig som han konkluderer med at han tror det er noe feil med regelen. Dette indikerer at han ser at det er noe som ikke stemmer med det nye spesialtilfellet i forhold til spesialtilfellene i oppgaven. Simen (124) responderer på dette når han adresserer til første spesialtilfelle i oppgaven og påviser at han tror at de ikke har funnet en generell regel, men kun noe som passer til det spesialtilfellet. Ola (125) sier seg enig i dette.

I diskusjonen kommer elevene med flere parallelle utsagn. Det virker som at Ola og Anders vil forsøke med nye tall hver gang det ikke fungerer, mens Simen vil at de skal revurdere regelen de har laget. Til slutt slutter Ola seg til det Simen sier. I og med at de hele tiden motargumenterer seg selv og hverandre i sekvensene, så er det ikke hensiktsmessig å plassere dette inn i argumentasjonsmodellen. Det virker som elevene er i en utforskende fase, hvor de forsøker forskjellige metoder for å lage nye spesialtilfeller. Derfor er de viktig å ha med, for fremtidige utsagn kan bygge videre på denne utprøvingen. For eksempel har elevene, til nå, forsøkt med flere tall og de har funnet ut at regelen de har laget kanskje ikke gjelder i alle tilfeller – at det ikke er en generell regel. Samtidig har de funnet en regel som gjelder for spesialtilfellene i oppgaven, og i neste utdrag beveger de seg fra dette og prøver å gå videre til neste steg:

(127) Anders:	Er det mulig å finne en generell formel?
(128) Ola:	Vi kan bruke formelen som vi har laget.
(129) Anders:	Ja, men det er jo med tall som allerede finnes…
(130) Ola:	Ja, ja, men… [skriver første spesialtilfellet fra oppgaven i boken sin]. Hvorfor fungerer det med disse tallene da…?
(131) Anders:	Det er fordi disse tallene her…vi vet jo at formelen vår er lik den [peker på første spesialtilfellet]. Det virker ikke fordi det tallet der [peker på 4]…må være delelig på det tallet her [peker på 2].
(132) Simen:	Ja, men 26 delt på 12, det blir jo 3 det.
(133) Anders:	Wow! Jo se her, det står alltid et tall under [peker på nevnerne].
(134) Ola:	Aha! Da trenger vi ikke z lenger [visker ut «z» fra regelen sin]. Det er x + 1.
(135) Simen:	Eh, ja…
(136) Ola:	Ja, det er ikke z, det er x + 1.
(137) Simen:	Ok, nå begynner formelen vår å ligne på noe…

Anders stiller et direkte spørsmål i sekvens (127) om det er mulig å finne en generell regel. Frem til nå har Anders sett at det må være en sammenheng mellom tallene for «y», «z» og «x». Det at han spør dette spørsmålet indikerer derimot at han er noe usikker til om de kan lage en regel som beskriver relasjonen mellom variablene. Ola (128) mener at de fortsatt kan bruke regelen, men Anders (129) slutter seg til tidligere utsagn når han kommer med en innsigelse på at regelen er laget på bakgrunn av tall som allerede finnes. Det jeg tror han mener her er at regelen Ola har foreslått, fungerer hvis man bruker tallene som er brukt i spesialtilfellene i oppgaven. Det indikerer at Anders ser at det er en sammenheng, men klarer ikke å uttrykke hvilken sammenheng det er mellom tallene. Ola (130) henvender seg så til de andre når han spør hvorfor den fungerer med tallene i oppgaven. Pausene han tar når han uttrykker seg, og det at han skriver første spesialtilfelle i boken sin, indikerer at han er forvirret og at han ikke forstår hva han kan gjøre for at regelen skal være gyldig. Regelen Ola har foreslått gjelder kun fordi den er laget på bakgrunn av tallene i spesialtilfellene i oppgaven. De tror de kan lage et nytt spesialtilfelle på bakgrunn av vilkårlige tall som de velger for «y», «z» og «x». De ser ikke at det er en ytterligere sammenheng mellom tallene de må ha for «y», «z» og «x».

Anders (131) henvender seg til Ola når han knytter det han sier til første spesialtilfelle i oppgaven. Det indikerer at han vil hjelpe Ola til å forstå, når han peker på første spesialtilfelle, og antyder at det må være sammenheng mellom tallene i første og andre ledd. Utsagnet til Simen i sekvens (132) indikerer at han har begynt å se det samme som Anders. Selv om dette er feil utregning så er det kanskje med på å få Anders til å se flere sammenhenger når han i sekvens (133) retter blikket mot nevnerne i spesialtilfellene, og refererer til at i første ledd i tilfellene så er det alltid et tall under. Ola (134) slutter seg til dette, og forsøker å koble det til regelen han har foreslått. Når Ola bytter ut «z» med «x + 1», indikerer det at det at han ser en sammenheng mellom nevneren i første ledd og tallet i andre ledd. Simen sitt utsagn (137) tyder på at han godtar endringen som Ola gjør i regelen.

I diskusjonen over er elevene fortsatt utforskende. Nå har de funnet ut at noen endringer i regelen er en nødvendig forutsetning for å gå videre, og de forsøker igjen med tall:

(138) Anders:	Vi prøver på nytt…
(139) Simen:	Ja vi prøver oss på nytt med 26…
(140) Anders:	Ok, 26 delt på x, eh, x + 1, eh, x – 1…
(141) Simen:	Pluss 1!
(142) Anders:	Nei, minus.
(143) Simen:	Ja, men hvorfor bruker vi x nå…
(144) Ola:	For du sa det…
(145) Simen:	Ja, sorry.
(146) Ola:	Hvilket tall bruker vi som x…?
(147) Simen:	Eh, vi bruker 12, gjør vi ikke det?
(148) Anders:	Jo vi brukte 12, så da blir det 11.
(149) Ola:	Minus 12, er lik…
(150) Anders:	26, delt på 12…
(151) Ola:	Eh, 12 ganger 11…
(152) Anders:	Eh, ja, hva er 12 ganger 11…
(153) Simen:	Eh, 132…
(154) Ola:	[Skriver $\frac{26}{132}$] er lik… 12-11-deler.. neeei! Dette går ikke…
(155) Anders:	[Ler]

Simen (139) vil igjen forsøke med tallet 26 for y. Anders (140) slutter seg til dette, og sammen med Ola har de nå endret «x + 1» til «x – 1». Denne endringen viser at Ola og Anders ser at det er en sammenheng mellom andre ledd i første del av regelen og nevneren i første del. Når de foreslår «x +1» og «x – 1», henviser de også til den tidligere regelen, de vil erstatte «z» i deres «yzx»-regel. Dette viser at de generaliserer deler av regelen. Regelen de arbeider med nå, som Ola også

har skrevet ned i boken sin, er følgende: $\frac{y}{x-1} - x = \frac{y}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1}$. Det tyder på at Ola har begynt å se relasjonen mellom leddene de tidligere har kalt for «z» og «x», og nå ser at det er en sammenheng mellom disse to variablene. Ved å justere variabelen «z» til «x – 1», viser han denne relasjonen. Tallet de bruker for «x» er 12, og de står igjen med følgende utregning:
$\frac{26}{11} - 12 = \frac{26}{132} = \frac{12}{11}$.

Den bearbeidede regelen som Ola har skrevet kan klassifiseres som en påstand, og utregningen hans kan klassifiseres som data, fordi det er dette Ola bruker som støtte til påstanden sin. De får et spesialtilfelle som stemmer overens med regelen de har laget, men utsagnet til Ola (154) «neeei! Dette går ikke» indikerer at det igjen er noe som ikke stemmer, og at de igjen må gjøre noen endringer. Dette kan klassifiseres som en innsigelse. Dette er illustrert under i figur 2.8.

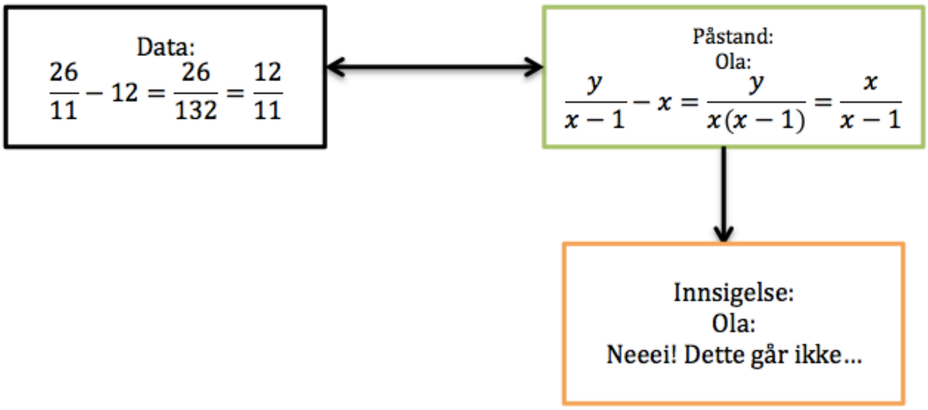


Fig. 2.8. Representasjon av argumentene.

I fortsettelsen kommer Ola med enda en påstand om en mulig løsning. Dialogen under er fra Ola har justert regelen sin, og når de forsøker å se på gyldigheten av denne:

(156) Ola: Nei, er det enda mer… [visker ut det han har skrevet]. Nei, jeg vet det, vi trenger ikke y engang. Det er $\frac{x^2}{(x-1)} - x = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{(x-1)}$ [mens han skriver samme regel i boken sin]

(157) Anders: Ja!

(158) Ola: Ja nå begynner det å ligne på noe…

(159) Anders: Nå ble det «advanced».

(160) Simen: Nå beveger vi oss på fare vann!

Ola (156) foreslår en ny regel som han mener kan være riktig. Han har nå funnet ut at «y» ikke er nødvendig lenger, og det tyder på at han, gjennom å tidligere endre på «z» til «x – 1», nå ser at det er en sammenheng mellom leddene «x» og «y» også. Gjennom å endre på «y» til «x^2», viser han denne variabelens relasjon til variabelen «x». Anders (157) responderer på dette med et «ja!», høyere enn hans normale tale, og det indikerer at han er enig i regelen som Ola foreslår. Olas utsagn i sekvens (158) indikerer at han er fornøyd med den nye regelen. Samtidig tyder det på at Anders (159) og Simen (160) synes at dette er en vanskelig regel. Spesielt Simen sitt utsagn «nå beveger vi oss på fare vann!», forsterker usikkerheten han tidligere har uttrykt i forhold til denne oppgaven, og det indikerer at han synes regelen er vanskelig å forstå.

Videre presenteres utdrag hvor elevene har bestemt seg for å bevise ligningen som Ola har produsert:

(161) Ola:	Ok, men hva skal x være nå?
(162) Simen:	x kan være… [blir stille]
(163) Anders:	26!
(164) Simen:	12!
(165) Anders:	Nei, vi må jo gå med samme utgangspunkt!
(166) Simen:	Ja, ok, vi skal få det til med 26.
(167) Anders:	Ja, det må være 26.
(168) Ola:	Er x 26?
(169) Anders:	Nei, x er ikke 26.
(170) Ola:	Jo x må være 26.
(171) Simen:	ja, x må være 26
(172) Anders:	Nei, vi må ha et kvadrattall.
(173) Simen:	Ja, men vi tar sånn 16 da…
(174) Ola:	x er 16?
(175) Anders:	Nei, det blir jo likt som den [peker på andre spesialtilfelle i oppgaven]. Vi må liksom ikke ha et kvadrattall, men et kvadratnummer.
(176) Ola:	Men hva er x´en?
(177) Anders:	Ok, vi kan ta sånn 7 for eksempel… nei, ikke 7, jo 7.
(178) Simen:	Nei, 7 er jo brukt her [peker på tredje spesialtilfelle i oppgaven].
(179) Anders:	Ok, ta sånn 9 da.
(180) Ola:	Ok, 9… [begynner å fylle inn i regelen sin]. $\frac{81}{8} - 9 = \frac{81}{}$, eh…

(181) Anders: Ja x ganger, ja det blir 9 ganger 8.

(182) Ola: [Fortsetter å fylle inn] $\frac{81}{72} = \frac{9}{8}$, ja!

(183) Anders: Ja, dette går jo. Det er rett!

(184) Simen: Da tror jeg vi har det… [ler]

(185) Anders: Wow!

Ola (161) trekker fokuset mot «x» og henvender seg til de andre på gruppen og ber om et forslag ha kan sette inn for «x». Anders (163) vil fortsette å bruke tallet 26, mens Simen (164) vil at de skal bruke tallet 12. Anders begrunner forslaget sitt (165) ved å si: «Nei, vi må jo gå med samme utgangspunkt». Tallet 26 har tidligere blitt brukt for «y», og det tyder på at Anders vil at de skal fortsette med dette tallet siden de har arbeidet så lenge med det. Simen og Ola slutter seg til Anders sitt forslag, men så snur Anders tvert om i sekvens (169). Han forklarer hvorfor i sekvens (172) når han sier: «Nei, vi må ha et kvadrattall». Dette tyder på at Anders ser en sammenheng mellom tallet de må ha for «x», og at for å lage et nytt spesialtilfelle må de ha et kvadrattall. Anders viser at han ser et mønster i tallene de har brukt i spesialtilfellene i oppgaven.

Videre foreslår Simen i sekvens (173) et nytt tall for «x». Utsagnet til Anders (175) forsterker tanken om at han ser en sammenheng. For når Simen foreslår tallet 16 for «x», henviser Anders til første ledd i det andre spesialtilfellet i oppgaven. Videre kommer Anders (175) med en forklaring på hvordan de kan finne ut hvilket tall de kan bruke i regelen: «Vi må liksom ikke ha et kvadrattall, men et kvadratnummer», og foreslår at de kan bruke tallet 7. Det forsterker indikasjonen om at Anders ser et mønster i tallene de har brukt for «x» i spesialtilfellene i oppgaven, for tallene de har brukt for «x» i oppgaven er et kvadrattall. Det virker nå som at Simen (178) responderer på det Anders «ser», for nå henviser han til tredje spesialtilfelle i oppgaven, og at «x=7» er brukt i det tilfellet.

Anders (179) kommer igjen med et forslag til at de kan bruke tallet 9 for «x». Ola (180) slutter seg til dette og begynner å fylle inn i regelen. Han står igjen med følgende utregning: $\frac{81}{8} - 9 = \frac{81}{72} = \frac{9}{8}$. De etterfølgende utsagnene tyder på at guttene er fornøyd med utregningen. Utsagnet til Anders (185) indikerer at han er fornøyd med egen/felles innsats, eller at han er overrasket at det gikk til slutt når han bruker betegnelsen «wow».

Regelen Ola foreslår kan igjen klassifiseres som en påstand. I samhandling finner Anders ut at «x» kan være 9. Dette kan klassifiseres som data for det er det elevene forsøker å støtte påstanden sin med. Videre er utsagnet til Anders i sekvens (175): «Vi må liksom ikke ha et kvadrattall, men et kvadratnummer» et viktig moment. Anders viser her styrker ved dataene som er produsert. Det virker som at Anders styrker påstand og data ved å se at regelen har «x^2», og at han ser en kobling mellom det og spesialtilfellene i oppgaven. Når Ola (180) begynner å fylle inn «x=9» i regelen, tyder det på at han forsøker å danne en bro mellom påstanden og de dataene som er produsert som støtte. Dette kan klassifiseres som understøtte, for gjennom å «teste» regelen, så sjekker han om de andre argumentene faktisk er gyldig. Argumentasjonen er illustrert i figur 2.9:

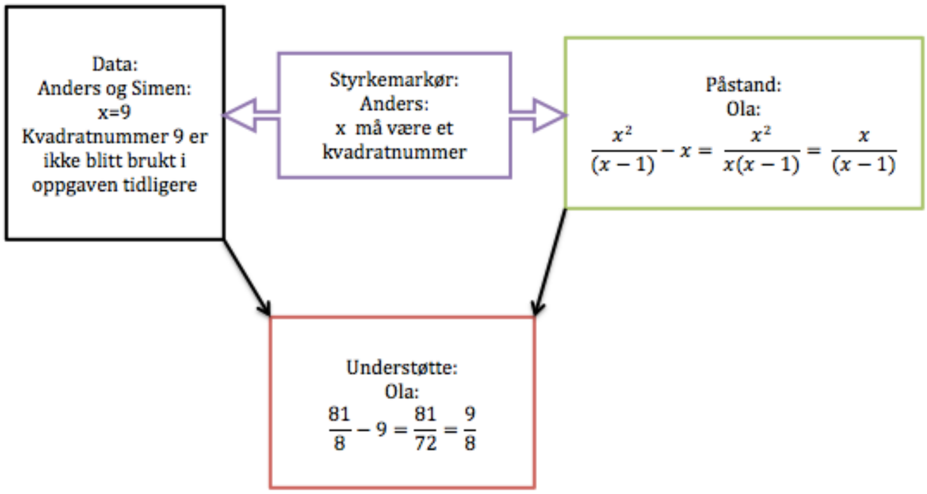


Fig. 2.9. Representasjon av argumentene.

I arbeidet med denne oppgaven identifiseres en kjede av argumenter hvor påstanden for en slutning blir til data for et nytt argument. Det som viser seg knyttet til argumentasjonen i oppgave 4 er at de ikke forkaster påstandene sine når de får innsigelser, de bearbeider den. Gjennom argumentasjonen ser de først relasjonen mellom «x» og «z», for så å se relasjonen mellom «x» og «y». Det indikerer at den første påstanden $\frac{y}{z} - x = \frac{y}{xz} = \frac{x}{z}$, er bakgrunn for den påstanden elevene står igjen med, og som de klarer og støtte fullt ut. Dette er illustrert under i figur 2.10, som viser prosessen elevene har vært igjennom når de arbeidet med oppgave 4.

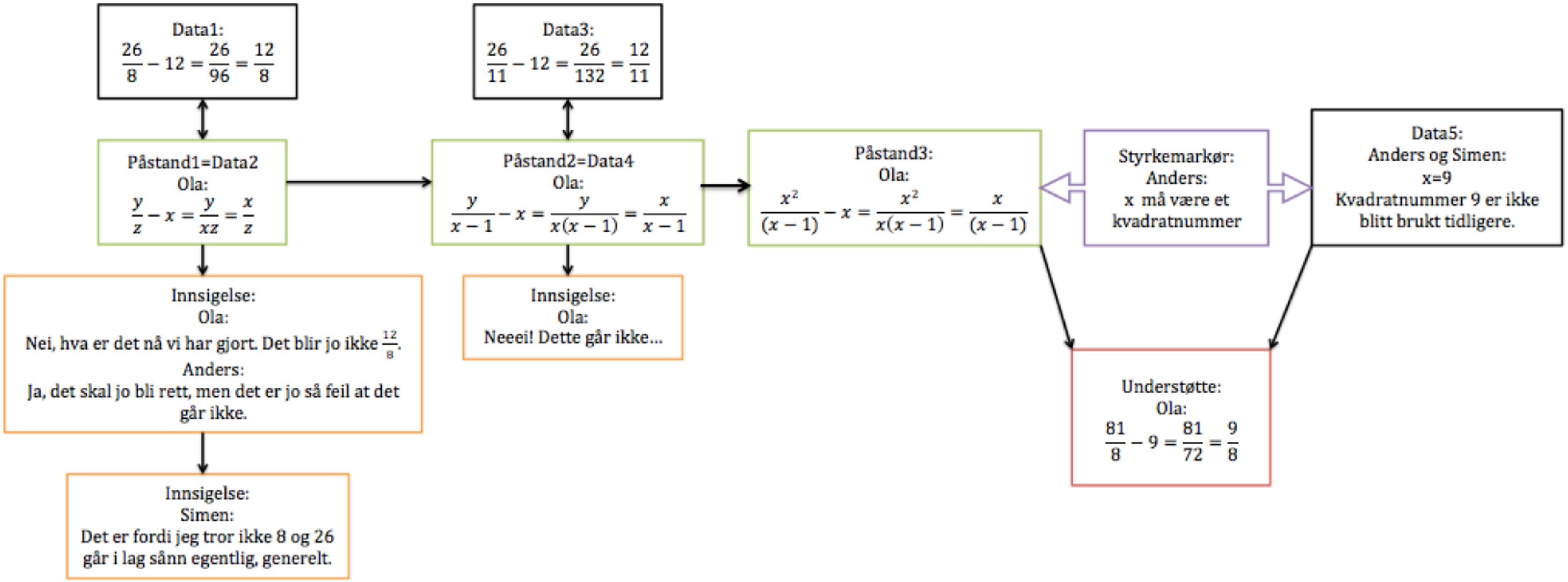


Fig. 2.10. Representasjon av hele argumentasjonen.

I argumentasjonen tyder det på at elevene bruker flere virkemidler for å oppnå en generalitet knyttet til denne oppgaven. I forhold til den første påstanden Ola kommer med, $\frac{y}{z} - x = \frac{y}{xz} = \frac{x}{z}$, tyder det på at symbolsk generalisering er brukt. Ola har funnet en regel med algebraiske symboler som gjelder for uttrykkene i oppgaven. Samtidig tyder det på at er grad av saklig generalisering er brukt som virkemiddel, for regelen er uttrykt gjennom konkrete handlinger til de bestemte spesialtilfellene i oppgaven. Dette viser seg også når Ola bearbeider regelen og får $\frac{y}{(x-1)} - x = \frac{y}{x(x-1)} = \frac{x}{(x-1)}$.

I forhold til den siste påstanden, $\frac{x^2}{(x-1)} - x = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{(x-1)}$, som de også klarer å produsere data og understøtte til, brukes også symbolsk generalisering, fordi regelen er uttrykt ved hjelp av algebraisk notasjon. Samtidig tyder det på at Simen bruker kontekstuell generalisering som virkemiddel når han navngir den ubestemte variabel og henviser til konteksten. I tråd med Hana (2014) ser elevene det spesielle i det generelle, og det generelle i det spesielle, ved at de beveger seg fra en generalisert regel ($\frac{x^2}{(x-1)} - x = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{(x-1)}$), til spesialisering (x=9), også tilbake igjen til generalisering når de knytter påstanden og dataene til begrepet *kvadrattall*.

5.3.1 Elevenes roller i samhandlingen – Oppgave 4

Måten elevene bearbeider påstandene sine i arbeidet med denne oppgaven, og ved at de kommer med nye påstander når de støter på hindringer eller når det er unntak ved en påstand, indikerer at det er en utforskende samtale. Samtidig så tyder det også på at det er et godt samspill mellom elevene på gruppen, på bakgrunn av at de vil ta del i interaksjonen. For eksempel er det Ola som styrer mye av arbeidet med denne oppgaven. Det er han som gjentatte ganger kommer med påstander når de støter på hindringer eller finner unntak ved en påstand. Samtidig så tyder det på at han inviterer de andre inn i prosessen når han stiller spørsmål eller når han er usikker på sine egne argumenter. For eksempel i sekvens (89) henvender han seg til de andre på gruppen når han spør: «Hvilke tall bruker vi?» Det kan tyde på at han vil at de andre skal ta del i prosessen også. Samtidig kan det også tyde på at han ikke ønsker å stå alene i denne prosessen for oppgave 4 er utfordrende.

I sekvensene fra (103) kommer det også frem at det er uenighet i gruppen angående fremgangsmåte. Ola og Anders er fast bestemt på at de skal bruke tallet 26 for å lage et nytt spesialtilfelle, mens Simen setter spørsmålstegn til dette. Denne uenigheten tyder på at samspillet på gruppen er godt, fordi de *sammen* klarer å produsere nye påstander som de enten understreker ved å støtte fakta til dem eller ved at de får innsigelser.

Benedicte sier ikke så mye i arbeidet med denne oppgaven heller. Det kan tyde på at hun synes oppgaven er vanskelig, eller at hun ikke henger med på hva de andre sier. Det kan også tyde på at siden de tre guttene hele tiden forsøker å overbevise hverandre om at argumentene deres er gyldig, så hun melder ut seg ut av diskusjonen. Det kan også tyde på at hun kanskje samtykker i stillhet. Samtidig så indikerer stillheten hennes på at samspillet skorter til tider. Hun forsøker derimot å komme med kommentarer når hun ikke helt forstår fremgangsmåten til guttene.

6.4 Oppsummering av funn i analysen

I henhold til første forskningsspørsmål: *Hvordan argumenterer elever i arbeid med mønstre og generalisering i algebra?,* viser det seg at elevene argumenter forskjellig i arbeid med oppgave 1 og oppgave 4. Det som viser seg knyttet til oppgave 1 er at når elevene får innsigelser ved påstandene sine, så forkaster de dem. Dette gjør at nye påstander ikke er basert ut i fra det de tidligere har antatt. Dette viser seg spesielt knyttet til oppgave 1 b). Knyttet til oppgave 4 er det litt annerledes. Det som viser seg er at det blir en kjede av argumenter som blir bearbeidet jo mer elevene arbeider med oppgaven. Når elevene får innsigelser ved påstander de kommer med, så bearbeider de regelen sin i stedet for å forkaste den.

Ut over i arbeidsprosessen viser det seg også at argumentene til elevene blir sterkere, fordi de kommer med bedre påstander, data, understøtte og innsigelse, jo mer de arbeider med oppgavene. Dette gjenspeiler seg også ved at de generaliserer på forskjellige måter, ut i fra hvor de er i arbeidsprosessen. I startfasen, i arbeidet med oppgavene, er mange av påstandene deres knyttet til å gjenkjenne et mønster eller en sammenheng i oppgavene. Etter hvert er påstandene deres basert på at de bruker algebraiske symboler for å beskrive dette mønsteret som de ser, i form av en eller flere variabler. Data er ofte preget av at de bruker spesialiseringer som støtte til påstanden. Enten stemmer spesialiseringene deres, og de forsøker å spesialisere enda dypere, i form av understøtte, for å sjekke gyldigheten. Eller så får de innsigelser som ofte er preget av at de ser unntak ved spesialiseringene de har brukt for å sjekke om generaliseringene er gyldig.

I forhold til andre forskningsspørsmål: *Hvordan samhandler elever i argumentasjonen, i arbeid med mønstre og generalisering i algebra?*, viser det seg også forskjeller knyttet til oppgave 1 og oppgave 4. Det som viser seg i tilknytning til oppgave 1, er at det er én elev som tar styringen: Simen i oppgave 1 a) og Ola i oppgave 1 b). De kommer med påstander som enten får unntak, eller at de støtter de ytterligere. Knyttet til oppgave 4 derimot, viser det seg at det er en undersøkende samtale, hvor de er utforskende sammen. Dette viser seg ved at flere deltar i diskusjonen, og selv om det kun er Ola som kommer med påstander, så henvender han seg til de andre på gruppen i etterkant av påstandene sine.

Det som er likt i arbeidsprosessen er at de har noenlunde like roller i argumentasjonen. Ola er den som oftest kommer med påstander om mulige løsninger til oppgaven. Simen er den som søker etter forklaringer i påstandene til Ola. Han vil forstå bedre, og det tyder på at han vil at de andre også skal forstå (forklaringen hans til Benedicte, knyttet til oppgave 1 a). Anders søker litt på samme måte som Simen etter forklaringer i påstandene til Ola, men han gjør det på en litt annerledes måte. Han sier ikke så mye, og stiller heller spørsmål til Ola eller Simen hvis det er noe som er uklart. Benedicte sier ikke så mye hun heller. Hun forsøker å ta del i diskusjonen ved å stille spørsmål hvis noe er uklart eller når hun ikke forstår.

6. Diskusjon

I dette kapittelet diskuteres funn i analysen med utgangspunkt i forskningsspørsmålene: *Hvordan argumenterer elever i arbeid med mønstre og generalisering i algebra?* og *Hvordan samhandler elever i argumentasjonen, i arbeid med mønstre og generalisering i algebra?*

Første delkapittel tar for seg og diskuterer tre gjentagende trekk jeg har kommet frem til for elevene jeg observerte i hvordan elevene argumenterer. Det første trekket handler om hvordan oppgavene har påvirket samspillet på gruppen, og at dette gjenspeiles ved at elevene stadig introduserer nye elementer i argumentasjonen. Det andre trekket er at elevene brukte forskjellige virkemidler for å oppnå generalisering ut i fra hvor de er i arbeidsprosessen. Det tredje trekket handler om hvordan effektiviteten eller styrken i argumentasjonen til elevene påvirker samspillet i gruppen.

I andre delkapittel diskuteres bruken av Toulmins argumentasjonsmodell. Da drøfter jeg hva den hjalp meg til å se i forbindelse med elevenes argumentasjon. Det diskuteres også hvordan modellen får frem viktige poeng for læringsprosesser i et sosiokulturelt læringsperspektiv. I tillegg diskuterer jeg når modellen var vanskelig å bruke, og knytter dette til studiens gyldighet og begrensninger. Videre ser jeg arbeidet mitt i en større sammenheng, hvor jeg diskuterer hvorfor min forskning er viktig for praksis, og hva mine resultater kan brukes til.

6.1 Hva fant jeg ut?

6.1.1 Elever introduserer nye elementer i argumentasjonen

Elevenes argumentasjon er ofte preget av at de stadig introduserer nye elementer knyttet til argumentasjonen. Disse elementene representerer flere av kategoriene i Toulmins argumentasjonsmodell. Det som er interessant er at elevene ikke bare kommer med påstander, men at de er i stand til å utvikle argumentene sine. Dette gjorde at enkelte argumenter i argumentasjonen ble klassifisert som data, understøtte og innsigelse, alt ettersom hvilke type argument de kom med.

Analysen viser at elevene var i stand til å underbygge eventuelle påstander. Dette klarer de enten ved å videreutvikle dem selv, at de ble videreutviklet av en medelev, eller ved at de uttrykte innsigelser ved påstandene deres. For eksempel påstanden til Ola ($n - n^2$), knyttet til oppgave 1 b). I dette tilfellet foreslår Ola et generalisert uttrykk som kan beskrive forholdet mellom figurnumrene og antall hvite prikker. Ola produserer i dette tilfellet egne data som støtte, for så å komme med en innsigelse til sin egen påstand. Videre endrer Ola på uttrykket og foreslår et nytt. Simen forsøker så å produsere data som kan støtte den gitte påstanden, og sammen klarer de også å produsere understøtte. Ingen av elevene utfordret understøtte i dette tilfellet, derfor er det ingen av argumentene som er klassifisert som dekning. Det som ble vurdert som et gyldig argument for elevene, var når de selv aksepterte dem. Dette er i samsvar med Yackel (2001) sin forskning, hvor det elevene etablerte som data, understøtte og dekning ikke ble forhåndsbestemt av innholdet eller av instruktøren, men ble forhandlet frem av deltakerne i interaksjonen.

Ola og Simen viser begge evner til å komme med påstander om mulige løsninger på oppgavene, men de er ikke alltid enig i fremgangsmåte. Ola påstår som oftest et uttrykk eller en regel som de kan gå ut i fra, mens Simen vil se på strukturen, sammenhengen og mønsteret i oppgavene. Cobb (1995) skriver at det oppstår et potensiale for læring når elever utfordrer hverandre og er uenige. Måten Ola og Simen går frem på i argumentasjonen er noe forskjellig. Ola er veldig ofte sikker i sin sak og er utforskende på egenhånd (spesielt knyttet til oppgave 1 b), ved at han ofte kommer med påstander, og ved at han prøver ut påstandene ved å sette inn tall i regelen han foreslår (data). Simen derimot, bruker språket sitt ved at han henvender seg til Ola (og de andre på gruppen), og stiller spørsmål om de skal forsøke å se sammenhenger på andre måter. Alrø og Skovsmose (2006), referert i Rangnes (2012) skriver at det i en dialog så skal det være rom for å gi og motta meninger, og ved at Ola og Simen er uenige kan ha åpnet opp for at de ser sammenhenger mellom figurene i oppgave 1 og spesialtilfellene i oppgave 4. For eksempel viser Simen, i oppgave 1, at han er i stand til å knytte påstanden $2n - 1$ til figurene i oppgaven. Ved at han forklarer dette for de andre på gruppen, så kan argumentene hans ha åpnet opp for ytterligere refleksjon både hos han selv, og hos de andre på gruppen.

6.1.2 Ulike virkemidler for å oppnå generalisering

Elevene bruker forskjellige virkemidler for å oppnå generalisering ut i fra hvor de er i arbeidsprosessen. For eksempel er som oftest påstandene elevene kommer med et resultat av at de bruker symbolsk generalisering som virkemiddel. Når elevene produserer data som støtte, og når de forsøker å danne en bro mellom påstand og data, brukes ofte en blanding av symbolsk og kontekstuell generalisering. De bruker både matematisk notasjon (algebraiske symboler) og henvendelser til konteksten (oppgavene), når de skal «bevise» uttrykket eller regelen. Elevene løfter da blikket fra det generelle uttrykket eller regelen, til det spesifikke de holder på med, slik at det spesifikke blir en del av det generelle (Hana, 2014).

Ifølge Alrø og Skovsmose (2006), referert i Rangnes (2016), er en dialog en samtale som er undersøkende, uforutsigelig, risikofylt og likeverdig. Dette viser seg også noen steder i min forskning. For eksempel knyttet til oppgave 1 b), når Ola mener at n representerer figurnumrene, og at de ikke kan endre på n. Simen slutter seg til innsigelsen til Ola, men samtidig foreslår han uttrykket «x – 1» som en mulig løsning. Det som viser seg er at det er en dialog mellom Simen og Ola, for Ola kommenterer påstanden til Simen og kommer med en innsigelse igjen. Dette viser at diskusjonen er uforutsigelig, fordi elevene stadig kommer med nye elementer i argumentasjonen. Den er også risikofylt på bakgrunn av at elevene aldri vet hvordan argumentet sitt blir tatt i mot av de andre på gruppen. Det kan enten ende med at argumentet blir legitimert, eller med løsrivelse fra påstanden. I tillegg viser det seg at dialogen til tider er likeverdig. For eksempel knyttet til oppgave 1 a), hvor Simen forklarer og begrunner påstanden, $2n - 1$, for Benedicte. Han støtter seg til påstanden ved å produsere data, og produserer også en understøtte som gjør en tilkobling mellom data og påstand. Simen tar ansvar knyttet til denne oppgaven, og ved å bruke både symbolsk og kontekstuell generalisering som virkemiddel kommer han frem til en generalitet (uttrykket). Spesialiseringene blir brukt for å sjekke at generaliseringene stemmer, og dette gjør at Simen underbygger sitt matematiske argument (Hana, 2014).

6.1.3 Effektiviteten i argumentasjonen påvirker elevenes samhandling

Effektiviteten i argumentasjonen har påvirket hvordan elevene samhandler med hverandre. For eksempel vil Simen, knyttet til oppgave 1 b), starte med figur 5 i stedet for figur 1. I diskusjonen viser det seg at når elevene argumenterer for sine påstander, så snakker Ola og Simen om to forskjellige ting. Ola ser på figur 1 og Simen på figur 5. Dette samsvarer med Sfard og Kieran (2001) om at kommunikasjonen ikke er effektiv dersom ikke alle deltakerne synes å vite hvilke objekter de snakker om, og føler seg trygge på at alle refererer til de samme tingene når de bruker de samme ordene. Sfard og Kieran (2001) skriver også at samhandling med andre ofte kan virke mot sin hensikt, fordi det er vanskelig å holde en godt fokusert samtale gående når man også prøver å løse problemer og være kreative om dem. Sfard og Kieran (2001) trekker frem at sterk motivasjon er en nødvendig forutsetning for å engasjere seg i matematiske samtaler og for å få det til å fungere. Det som viser seg i dette tilfellet er at Ola og Simen er motivert for å klare det, fordi de *vil* at det skal fungere. For når Ola først har foreslått en mulig løsning på oppgaven, så henvender han seg til de andre på gruppen.

Til tider viser elevene også misoppfatninger knyttet til variabler. For eksempel i starten av arbeidet med oppgave 1 b), klarer verken Simen eller Anders og uttrykke presist hva de mener n representerer. Dette viser seg også knyttet til oppgave 4, når elevene lager en ligning med både «y», «z» og «x». Dette viser seg også i Måsøval (2011) sin forskning, hvor studentene viste en svak flyt i å symbolisere relasjoner mellom variabler. Samtidig viser dette seg kun i starten av arbeidet med oppgaven. Jo mer elevene arbeider med oppgaven, jo bedre blir argumentene deres, og jo mer er de i stand til å symbolisere relasjonen mellom variablene. For eksempel knyttet til oppgave 4. Den første påstanden til Ola er $\frac{y}{z} - x = \frac{y}{xz} = \frac{x}{z}$, men gjennom å få innsigelser ved påstandene så bearbeider de regelen til å først se relasjoner mellom «x» og «z», for så å se relasjoner mellom «x» og «y». Hana (2014) skriver at generalisering åpner muligheten for fremtidig spesialisering. Utgangspunktet til elevene var påstanden til Ola ($\frac{y}{z} - x = \frac{y}{xz} = \frac{x}{z}$), og det var generalisert ut i fra de tre uttrykkene i oppgaven. Gjennom argumentasjonen, ved å sjekke spesialtilfeller, fant elevene ut noe spesielt ved tilfellene de sjekket, og bearbeidet regelen først til $\frac{y}{(x-1)} - x = \frac{y}{x(x-1)} = \frac{x}{(x-1)}$, og så videre til regelen de antok som gyldig, $\frac{x^2}{(x-1)} - x = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{(x-1)}$. Hana (2014) skriver at når tilfellet en velger er tilfeldig, så vil det forsterke troen på formodning. Dette viser seg også knyttet til oppgave 1 a), når Simen argumenterer for påstanden $2n - 1$. Det virker naturlig for Simen i dette tilfellet å formode at denne regelen eller dette uttrykket stemmer. Simen sjekker det derimot med alle figurene, og det samsvarer med Hana (2014) om at når en har kommet frem til en formodning, så er det vanligvis lurt å sjekke flere tilfeller for å se om formodningen holder da og.

6.2 Hvordan fungerte Toulmins argumentasjonsmodell?

Hensikten med studien til Toulmin var å trekke oppmerksomheten til et undersøkende felt av argumentasjon, hvor fokuset var å fremheve problemstillinger, i stedet for å svare på dem (Toulmin, 2003). Hensikten med min studie var å trekke fokuset til hvordan elevene argumenterer og samhandler i arbeid med mønstre og generalisering i algebra. I tilknytning til forskningsspørsmålene mine brukte jeg modellen for å klassifisere argumentene til elevene, og for å karakterisere de forskjellige rollene elevene har i samhandlingen når de argumenterer. Det jeg ser etter å ha brukt denne modellen, er at noen ganger var den krevende å bruke, og at det ble påvirket av min oppfatning av de forskjellige begrepene i modellen. For eksempel i klassifiseringen av argumenter i form av *data* og *understøtte*. Data var vanskelig å klassifisere på bakgrunn av at det elevene presenterte som data kanskje skiller seg fra de fakta en matematikklærer ville brukt som støtte til en eventuell påstand. Enkelte ganger ble data klassifisert ut i fra det elevene støttet påstanden sin med. Dette viser seg også i Hansen (2011), hvor elevenes argumenter ofte omhandlet at de satt inn tall i uttrykkene. I min studie fungerte disse dataene, men av og til var disse dataene kun gyldig i det første tilfellet, og så fikk de innsigelser. Data skal være støtte i form av fakta, men når regelen kun gjelder i enkelte tilfeller, kan ikke dette egentlig klassifiseres som data. Understøtte var krevende å bruke for denne kan slippes inn både implisitt og eksplisitt. Dette gjorde at jeg måtte studere nøye elevenes argumenter for å se om de forsøkte å «danne en bro» mellom det de brukte som støtte til påstanden sin. Det er ingen av argumentene i argumentasjonen som klassifiseres som *dekning*. Det viser seg ved at elevene aksepterer argumenter før dette er nødvendig. Hadde elevene utfordret hverandre enda mer, så hadde jeg kanskje fått bruk for denne kategorien også.

Videre stiller jeg meg spørsmål om noen av utsagnene kan plasseres i flere kategorier. For eksempel i tilknytning til påstanden $\frac{y}{z} - x = \frac{y}{xz} = \frac{x}{z}$ (se figur 2.7 og figur 2.10), hvor Simen kommer med innsigelse både til selve utregningen og til innsigelsen til Ola og Anders. Slike innsigelser kunne kanskje vært klassifisert som en understøtte av innsigelsen, fordi Simen ser en ytterligere sammenheng både i utregningen og i forhold til innsigelsen til Ola og Anders. Samtidig viser jeg utdrag hvor jeg ikke har brukt modellen, men som er interessante for samspillet/rollene til elevene i utforskingen. Det som viser seg, spesielt i tilknytning til oppgave 4 er at det blir en kjede av argumenter, for tidligere påstander blir bakgrunn for fremtidige påstander. Elevene bruker altså argumenter som de tidligere har uttrykt og tolket, i seinere situasjoner i argumentasjonen *for å forstå*.

Det som er viktig å understreke er at gruppe 1 (Anders, Simen, Ola og Benedicte) er en gruppe med sterke elever. Dette viser seg ved at de gjør det veldig bra i arbeidet med disse oppgavene, og at de faktisk kom frem til riktig uttrykk i oppgave 1 og riktig regel i oppgave 4 uten særlig hjelp fra læreren. Det som er interessant er at selv om arbeidsprosessen (spesielt i tilknytning til oppgave 4) er lang, så gir de ikke opp. De fortsetter når de får innsigelser ved påstandene sine, og de er utforskende sammen. Dette gjaldt derimot ikke alle elevene som deltok i studien. De to andre gruppene som ble filmet fikk stadig hjelp fra læreren, og brukte lengre tid på å løse oppgavene. De kom heller ikke så langt som gruppe 1 i arbeid med oppgavene. Det som kunne vært interessant å se videre på er hvordan disse elevene (gruppe 2 og 3) argumenterte og samhandlet i arbeid med oppgavene, for å se om de argumenterte og samhandlet på samme måte som gruppe 1, og om alle elevene fikk like godt læringsutbytte.

Det at jeg ikke fikk gjennomført et pilotprosjekt før studiens start medfører at jeg ser forbedringspotensialer ved min studie. Det er for eksempel Simen og Ola som styrer mye av arbeidet med de to oppgavene. De kommer med flere påstander om mulige løsninger, men av og til var det vanskelig å tyde hva de egentlig mener med påstandene sine. Benedicte og Anders sa lite i arbeidet med oppgavene. Om det var fordi de ikke forstod dem, eller om det var andre grunner til dette, er vanskelig å si noe om, men det kunne vært interessant og fått elevenes refleksjoner rundt dette. Jeg kunne gjort dette i form av et intervju eller kunne jeg brukt en metode som er kalt for «stimulated recall», hvor elevene hadde fått sett videosekvenser av seg selv. Dette kunne gjort at jeg fikk en begrunnelse for hvorfor de uttrykte det de gjorde i videoen, eller hvorfor de skrev akkurat det de skrev i bøkene sine. På denne måten kunne jeg sett nærmere på hvordan de argumenterte om sitt eget arbeid, og se om argumentene deres ble sterkere eller svakere ved at de måtte forklare seg ytterligere. Dette kunne også ha gjort at noen av argumentene kunne blitt klassifisert som dekning.

Videre ser jeg at gruppesammensetning er viktig. I diskusjonen er det to elever (Simen og Ola) som spesielt tar ansvar, mens de to andre (Benedicte og Anders) ikke tar fullt så mye ansvar. Kanskje hadde for eksempel Benedicte tatt mer ansvar og diskutert mer med de andre på gruppen hvis hun hadde vært på en annen gruppe. Samtidig kan denne gruppesammensetningen ha gjort at elevene har blitt utfordret til å argumentere mer fordi det var noen som stilte spørsmål og som utfordret dem til å ytterligere støtte eventuelle påstander de kom med.

I starten av avhandlingen begynte jeg med «lille Marius», og at han synes algebra var et utfordrende emne i matematikk, og at min personlige betraktning var at dette også er gjeldende for mange norske elever i dag. Jeg tror min forskning er viktig for praksis for den viser at selv om elever synes at oppgaver i algebra er krevende, så er det mulig og oppnå mye ved at de sitter sammen i grupper, og diskuterer og argumenterer med hverandre. Gjennom diskusjonen, og ved at elevene argumenterer for sine påstander, så kan det ha gjort at elevene opplevde en form for meningsskaping, engasjement og forståelse for det de holder på med. Å tenke algebraisk er ifølge Mason et al. (2011) noe som er innen rekkevidde for alle som lærer. Ved at elevene får tenke algebraisk og får uttrykke sine matematiske ideer, så kan læreren avdekke mye av elevenes forståelse og bruke det videre i seinere situasjoner. Det kunne derfor også vært interessant å studere nærmere på lærerens rolle i elevenes argumentasjon. Dette har ikke vært fokus i min studie, men det kunne vært interessant å undersøke om læreren har hatt noen innvirkning på elevenes argumenter, eller om læreren har innvirkning på når elevene godtar sine egne argumenter. Jeg tror at om læreren er bevisst på dette så kan læreren oppklare mye av elevenes forståelse.

7. Referanser

Alrø, H., & Kristiansen, M. (1997). Mediet er ikke budskapet – video i observation af interpersonel kommunikation. I H. Alrø & L. Dirchinck-Holmfeld (Red.), *Videoobservation* (s. 73-99). Aalborg: Aalborg Universitetsforlag.

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2004). *Dialogues and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Birkeland, P. A. (1997). *Algebra i skolen: Algebra som et redskap for matematisk tenkning for elever i grunnskolen.* (Masteravhandling), *Høgskolen* i Agder, Kristiansand.

Brekke, G., Grønmo, L. S., & Rosén, B. (2000). *Veiledning til algebra: F, H og J*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

Burheim, O. T. (2011). *Generalisering av figurfølger i algebra: En casestudie om typiske trekk for elever på 7. Trinn i arbeidet med figurfølger.* (Masteravhandling, Høgskolen i Sør-Trøndelag). Hentet 03.03.2015, fra http://brage.bibsys.no/xmlui/handle/11250/148787

Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic & algebra in elementary school*. Portsmouth: Heinemann.

Cobb, P. (1995). Mathematical learning and small-group interaction: Four case studies. I P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), *The emergence of mathematical meaning making: Interaction in classroom cultures* (s. 25-129). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6. edition). Abingdon: Routledge.

Drijvers, P., Dekker, T., & Wijers, M. (2011). Patterns and formulas. I P. Drijvers (Red.), *Secondary algebra education: Revisiting topics themes and exploring the unknown* (s. 89-100). Doi: 10.1007/978-94-6091-334-1_1.

Drijvers, P., Goddijn, A., & Kindt, M. (2011). Algebra education: Exploring topics and themes. I P. Drijvers (Red.), *Secondary algebra education: Revisiting topics themes and exploring the unknown* (s. 5-26). Doi: 10.1007/978-94-6091-334-1_1.

Dysthe, O. (2001). Sosiokulturelle teoriperspektiv på kunnskap og læring. I O. Dysthe (Red.), *Dialog, samspel og læring* (s. 33-79). Oslo: Abstrakt forlag.

Ernest, P. (2009). What is the first philosophy in mathematics education? I M. Tzekaki, M. Kaldrimdou & H. Sakonidis (Red.), *Proceedings of the 33rd conference of the international group for the psychology of mathematics education* (s. 25-40). Thessaloniki, Greece: PME.

Hana, G. M. (2014). *Matematiske tenkemåter: Matematikk for lærerutdanningen.* Bergen: Caspar Forlag AS.

Hansen, E. K. S. (2011). Elevers diskusjon om variabler: Kan deres argumenter utfordre forståelsen? (Masteravhandling, Universitetet for Miljø- og Biovitenskap). Hentet 12.05.2015, fra http://brage.bibsys.no/xmlui/handle/11250/188750

Hinna, K. R. C., Rinvold, R. A., & Gustavsen, T. S. (2011). *QED 5-10: Matematikk for grunnskolelærerutdanningen*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Inglis, M., & Mejia-Ramos, J. P. (2008). How persuaded are you? A typology of responses. *Research in mathematics education, 10*(2), 119-133. Doi: 10.1080/14794800802233647.

Inglis, M., Mejia-Ramos, J. P., & Simpson, A. (2007). Modelling mathematical argumentation: The importance of qualification. *Educational studies in mathematics, 66*(1), 3-21. Doi: 10.1007/s10649-006-9059-8.

Jørgensen, C., & Onsberg, M. (2008). *Praktisk argumentation* (3. Utgave). København: Nyt Teknisk Forlag.

Kielland, A. L. (1999). *Gift*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag ASA.

Kjeldsen, J. E. (2004). *Retorikk i vår tid: En innføring i moderne retorisk teori.* Oslo: Spartacus.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. I P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), *The emergence of mathematical meaning making: Interaction in classroom cultures* (s. 229-270). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Krumsvik, R. J. (2014). *Forskningsdesign og kvalitativ metode: ei innføring.* Bergen: Fagbokforlaget

Kunnskapsdepartementet [KD]. (2012). *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter.* Hentet 20.01.2015, fra http://www.udir.no/Lareplaner/Forsok-og-pagaende-arbeid/Lareplangrupper/Rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/

Kunnskapsdepartementet [KD]. (2013a). *Læreplan i matematikk fellesfag: MAT1-04: Grunnleggjande ferdigheiter*. Hentet 19.03.2015, fra http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter/

Kunnskapsdepartementet [KD]. (2013b). *Læreplan i matematikk fellesfag: MAT1-04: Kompetansemål etter 10. årssteget*. Hentet 19.03.2015, fra http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Kompetansemaal?arst=98844765&kmsn=583858936

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* (2. Utgave). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically* (2. Edition). Edinburgh: Pearson Education Limited.

Mason, J., Graham, A., & Johnston-Wilder, S. (2011). *Å lære algebraisk tenkning* (J. Lie, Trans.). Bergen: Caspar Forlag AS.

Meaney, T. (2007). Weighing up the influence of context on judgements of mathematical literacy. *International journal of mathematical and science education, 5*(4), 681-704. Doi: 10.1007/s10763-007-9093-8.

Måsøval, H. S. (2011). *Factors constraining students´ establishment of algebraic generality in shape patterns: A case study of didactical situations in mathematics at a university college.* (Doktoravhandling), Universitetet i Agder, Kristiansand.

Nardi, E., Biza, I., & Zachariades, T. (2012). Warrant´ revisited: Integrating mathematics teachers´ pedagogical and epistemological considerations into Toulmin´s model for argumentation. *Educational studies in mathematics, 79*(2), 157-173. Doi: 10.1007/s10649-011-9345-y.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. I S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Sáis, & A. Méndez (Red.), *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American chapter of the international group for the psychology of mathematics education, 1*. Hentet 02.03.2015, fra http://www.luisradford.ca/pub/60_pmena06.pdf

Rangnes, T. E. (2012). *Elevers matematikksamtaler: Læring i og mellom praksiser.* (Doktoravhandling), Universitetet i Agder, Kristiansand.

Rasmussen, T. A. (1997). Video mellom samtale og observasjon. I H. Alrø & L. Dirchinck-Holmfeld (Red.), *Videoobservation* (s. 51-71). Aalborg: Aalborg Universitetsforlag.

Schwarz, B. B., Prusak, N., & Hershkowitz, R. (2010). Argumentation and mathematics. I K. Littleton & C. Howe (Red.), *Educational dialogues: Understanding and promoting productive interaction* (s. 103-127). Abingdon: Routledge.

Sfard, A., & Kieran, C. (2001). Cognition as communication: Rethinking learning-by-talking trough multi-faceted analysis of students´ mathematical interactions. *Mind, culture, and activity, 8*(1), 42-76. Doi: 10.1207/S15327884MCA0801_04.

Stacey, K., & MacGregor, M. (2001). Curriculum reform and approaches to algebra. I R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell, & R. Lins (Red.), *Perspectives on school algebra* (s. 141-153). New York: Kluwer Academic Publishers.

Säljö, R. (2001). *Læring i praksis: Et sosiokulturelt perspektiv* (S. Moen, Trans.). Oslo: Cappelen Akademiske Forlag.

Toulmin, S. E. (2003). *The uses of argument* (Updated Edition). New York: Cambridge University Press.

Weber, K., Maher, C., Powell, A., & Lee, H. S. (2008). Learning opportunities from group discussions: Warrants become the objects of debate. *Educational studies in mathematics, 68*(3), 247-261. Doi: 10.1007/s10649-008-9114-8.

Yackel, E. (2001). Explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. I M. van den Heuvel-Panhuizen (Red.), *Proceedings of the 25th conference of the international group for the psychology of mathematics education, 1*. Hentet 01.05.2015, fra http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED466631.pdf

Vedlegg 1

Til foreldre/foresatte og elever

Elevers arbeid med algebra – hvordan argumenterer de?

Mitt navn er Martine Sletten og jeg går på mastergradsstudium, undervisningsvitenskap med fordypning i matematikk, ved Høgskolen i Bergen. Jeg ønsker å følge [redacted] sin 10. Klasse, ved [redacted], sitt arbeid med algebra i klasserommet. Jeg er opptatt av elevers arbeid med algebra og hvordan de argumenterer når de arbeider med ulike oppgaver. Algebra er utfordrende for mange elever. Innføringen av bokstavsymboler, som x, er spesielt krevende, men for noen er dessuten forståelsen av hva likhetstegnet representerer begrenset. Jeg ønsker å få nærmere innsikt i hvordan elever uttrykker både kompetanser og utfordringene for å kunne tilpasse undervisning i algebra.

For å få innsikt i elevers argumentasjon ønsker jeg å samle inn data ved hjelp av observasjon av undervisning og intervju med elever. Jeg er særlig opptatt av å dokumentere muntlige matematikkaktiviteter knyttet til når elevene arbeider med algebra. I forbindelse med dette vil det bli tatt lydopptak og videoopptak. Opplysningene jeg får vil være av samme type som en lærer normalt får gjennom sitt arbeid. Observasjonene vil ikke ha innvirkning på elevene sine eventuelle karakterer, de er heller ikke rettet inn mot evaluering av enkeltelever. Som forsker og lærer er jeg underlagt taushetsplikt. All informasjon vil bli behandlet konfidensielt og alle navn vil bli erstattet med pseudonym eller et nummer. Det er kun lærer, veileder og jeg som har tilgang til dette.

Datainnsamlingen er planlagt avsluttet ved utgangen av høsten 2014. For å studere det innsamlede materialet, ønsker jeg å ta vare på video- og lydopptak til masteroppgaven er ferdig i mai/juni 2015. Prosjektet er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste (NSD).

Jeg ber om tillatelse fra foreldre/foresatte til elever som er under 16 år. Elever som er over 16 år kan signere selv. Deltakelse i prosjektet er frivillig, og det er selvsagt mulig å reservere seg. Opptaksutstyr blir plassert slik at det blir ikke foretatt opptak av dem som reserverer seg. Jeg ber om at svarslippen som er lagt ved, returneres til matematikklæreren. Dette kan gjøres gjennom elevene, i vanlig post, e-post eller ved foreldresamtale.

Jeg søker gjennom dette å lære mer om hvordan vi best mulig kan legge til rette for god læring i matematikk. Det er viktig for meg at flest mulig deltar, så jeg håper på velvilje fra elever og foresatte. Jeg er takknemlig for hjelpen jeg får ved at elevene deltar og har tro på at deltakelsen kan være til hjelp for å legge bedre til rette for matematikklæring i skolen.

Jeg utvikler faglig samarbeid med matematikklæreren gjennom dette prosjektet. Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta gjerne kontakt med henne, meg eller med veileder Suela Kacerja.

Vennlig hilsen

Martine Sletten

✂ --

Svarslipp:

Angående prosjektet *Elevers arbeid med algebra – hvordan argumenterer de?*

Jeg har gjort meg kjent med informasjonen om prosjektet og tillater deltakelse.

Dato: __________

Elevens navn: ________________

Foresatte sin underskrift:________________________

Eleven sin underskrift:_______________________

Skole: ______________________

Svar kan en levere til eleven sin matematikklærer eller sende i posten. Har de spørsmål kan de ta kontakt via e-post til martinesletten@hotmail.com, Kjellrun.Hiis.Hauge@hib.no eller Kacerja.Suela@hib.no.

Vedlegg 2

Mail til rektor

From: martinesletten@hotmail.com

To: [redacted]

Subject: Forskning til masteroppgave

Date: Fri, 31 Oct 2014 11:02:11 +0100

Rektor ved [redacted]

Mitt navn er Martine Sletten og jeg går på mastergradsstudium, undervisningsvitenskap med fordypning i matematikk, ved Høgskolen i Bergen. Jeg planlegger å gjøre en studie i [redacted] sin klasse. [redacted] kan fortelle at du har godkjent at jeg tar opptak i klassen. Dette er jeg veldig takknemlig for. I henhold til norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste (NSD) sine regler, bør jeg ha en litt mer formell godkjenning fra deg. Jeg tenker det er nok at du svarer på denne eposten. Vedlagt finner du et utkast til brev til foreldrene. Ser dette greit ut?

Vennlig hilsen

Martine Sletten

Vedlegg 3

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

Harald Hårfagres gate 29
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47-55 58 21 17
Fax: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Kjellrun Hiis Hauge
Senter for utdanningsforskning Høgskolen i Bergen
Landåssvingen 15
5096 BERGEN

Vår dato: 11.11.2014 Vår ref: 40541 / 3 / MSS Deres dato: Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 31.10.2014. Meldingen gjelder prosjektet:

40541	*Elevers arbeid med algebra - hvordan argumenterer de?*
Behandlingsansvarlig	*Høgskolen i Bergen, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Kjellrun Hiis Hauge*
Student	*Martine Sletten*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 01.06.2015, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Katrine Utaaker Segadal

Marie Strand Schildmann

Kontaktperson: Marie Strand Schildmann tlf: 55 58 31 52
Vedlegg: Prosjektvurdering
Kopi: Martine Sletten martinesletten@hotmail.com

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Avdelingskontorer / *District Offices:*
OSLO: NSD. Universitetet i Oslo, Postboks 1055 Blindern, 0316 Oslo. Tel: +47-22 85 52 11. nsd@uio.no
TRONDHEIM: NSD. Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 7491 Trondheim. Tel: +47-73 59 19 07. kyrre.svarva@svt.ntnu.no
TROMSØ: NSD. SVF, Universitetet i Tromsø, 9037 Tromsø. Tel: +47-77 64 43 36. nsdmaa@sv.uit.no

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 40541

Utvalget og foreldre informeres skriftlig om prosjektet og samtykker til deltakelse. Elever som er fylt 16 år samtykker selv til egen deltakelse. For elever under 16 år samtykker både foreldre og elev. Informasjonsskrivet mottatt den 10.11.2014 er godt utformet.

Personvernombudet legger til grunn for sin vurdering at elever som ikke ønsker å delta/ikke har fått samtykke, ikke filmes i forbindelse med observasjonsstudien. Dette bør foregå på en diskret måte slik at det ikke oppleves vanskelig for den enkelte.

Personvernombudet legger til grunn at forsker etterfølger Høgskolen i Bergen sine interne rutiner for datasikkerhet. Dersom personopplysninger skal lagres på privat pc/mobile enheter, bør opplysningene krypteres tilstrekkelig.

Forventet prosjektslutt er 01.06.2015. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres. Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å:
- slette direkte personopplysninger (som navn/koblingsnøkkel)
- slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger som f.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn)
- slette lyd- og videoopptak