



HØGSKOLEN STORD/HAUGESUND

VURDERINGSINNLEVERING

Opplysningene finner du på StudentWeb under Innsyn – Vurderingsmelding

Emnekode: LU2-PEL415

Emnenavn: Pedagogikk og elevkunnskap 2b 5-10

Vurderingsform: Bacheloroppgave

(mappe, hjemmeeksamen..)

Navn: Gisle Halleraker

Leveringsfrist: 16.05.2013

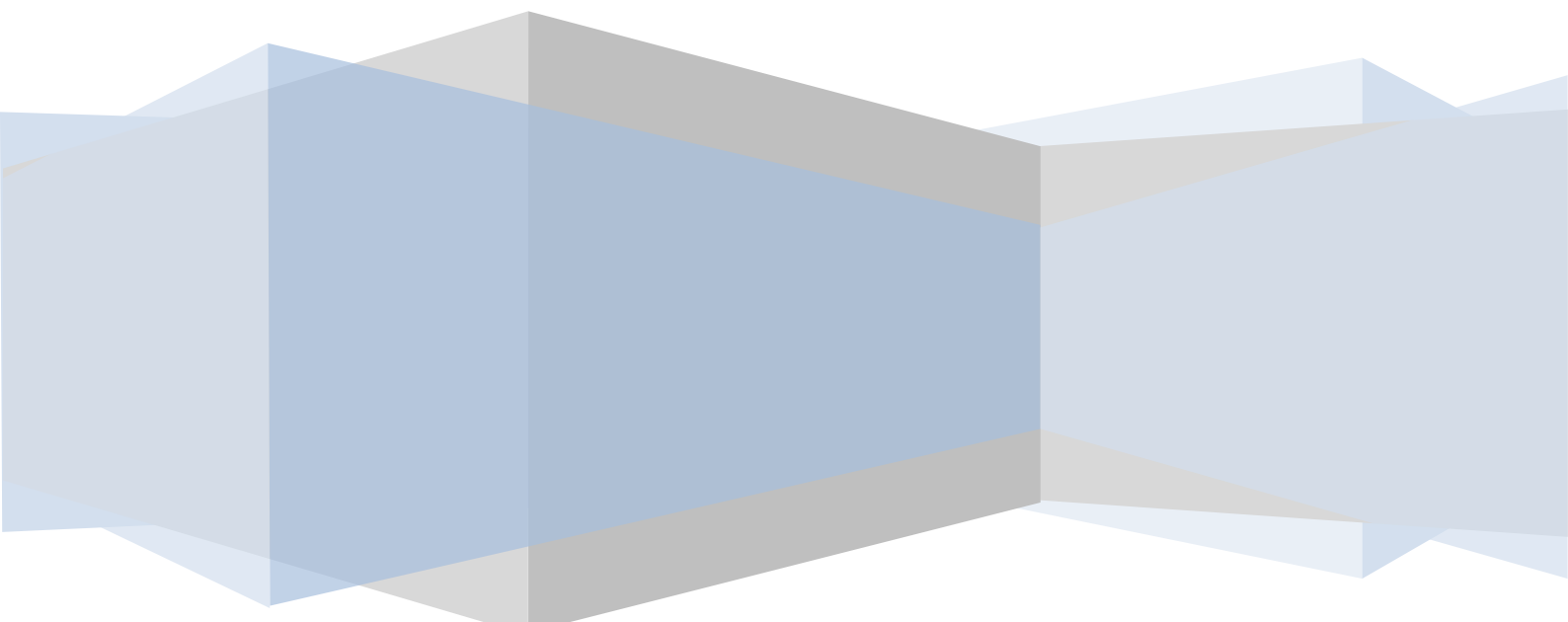
Ordinær eksamen eller kontinuasjon: Ordinær

Fagansvarlig (Veileder dersom veiledet oppgave): Kirsti
Angvik Frugård og Andreas Christiansen

Bacheloroppgave i pedagogikk og elevkunnskap

Algebra – Elevers forståelse av likninger

Høgskolen Stord/Haugesund Våren 2013



Av: Gisle Halleraker GLU3, 5-10

Forord

Denne bacheloroppgaven er skrevet av Gisle Halleraker, som går på grunnskolelærer 5-10 ved Høgskolen Stord/Haugesund avdeling Stord. Oppgaven er skrevet på vårsemesteret tredje året. Temaet for oppgaven er elevers forståelse av likninger og om det har problemer med overgangen fra konkret til abstrakte likningssett. Det har vært en utfordrende og spennende oppgave, som har gitt mange erfaringer som blir nyttige i fremtiden. I forbindelse med oppgaven vil jeg takke skolen i Haugesund for å ha vært til stor hjelp i datainnsamlingen.

Jeg vil også takke veilederne mine fra HSH, Kirsti Angvik Frugård og Andreas Christiansen. De har vært til mye hjelp i denne hektiske tiden og har kommet med gode konstruktive tilbakemeldinger i skriveprosessen.

Gisle Halleraker

Haugesund

14. mai 2013

Sammendrag

I denne oppgaven har jeg tatt for meg elevers likningsforståelse og om de har problemer når det gjelder overgangen mellom konkret og abstrakt likningsløsning. Dette er for at jeg i min fremtid som lærer vil være best mulig rystet til å hjelpe elevene mine med forståelse innen dette temaet. Mye av fokuset i denne oppgaven har derfor vært på hva det er som gjør at elever er i stand til å løse og forstå likninger, samt ulike faktorer som er viktige å ha med seg når en skal planlegge undervisning.

Gjennom de ulike kvalitative og kvantitative metodene jeg har brukt i datainnsamlingen min, har jeg kommet frem til både statistiske og kvalitative data. Dette datamaterialet er så blitt drøftet i lys av teori og litteratur basert på blant annet PISA 2006, Richard R. Skemp, Stieg Mellin-Olsen, Antje Meier og Jerome S. Bruner. Dette er teori som tar opp blant annet matematisk forståelse, forutsetninger for likningsløsning og ulike teorier bak læreverk innen matematikk.

Ved å se nærmere på de ulike resultatene fra undersøkelsene finner vi gjennom drøftingen at elevene som var respondenter på undersøkelsene, som oftest har en instrumentell forståelse av likninger. En spørreundersøkelse gjennomført av blant annet læreren til disse elevene forsterker dette inntrykket. Elevene gjør det bra på enkle likningssett av første grad, men får problemer når de møter oppgaver hvor likningene inneholder for eksempel brøker. Å gjøre problemløsningsoppgaver om til likninger er også noe lærerne presiserer som spesielt vanskelig for elevene.

Ser vi på PISA testen fra 2006 viser denne tydelig at norske grunnskoleelever er svake når det kommer til matematikk. Spesielt på området som dekker grunnleggende regneferdigheter skårer norske elever svakest av alle de nordiske landene. Dette kan være en av grunnene til at elevene i mine undersøkelser har problemer med å forstå abstrakte likningssett.

Innhold

Sammendrag.....	III
1.0 Innledning	1
1.1 Bakgrunn for oppgaven.....	1
1.2 Valg av problemstilling.....	1
1.3 Tidligere forskning og det teoretiske grunnlaget.....	1
1.4 Oppgavens oppbygging.....	2
2.0 Teori.....	3
2.1 Kunnskapsløftet og ulike læreverker	3
2.1.1 Emnebasert læreverk	3
2.1.2 Repeterende læreverk	4
2.1.3 Spiralprinsippet	4
2.2 Algebraforståelse	5
2.2.1 Rasjonell og Instrumentell forståelse	5
2.2.2 Fornuftsgrunnlag, regeloppfatning og strukturoppfatning	5
2.2.3 Konkreter i algebra.....	7
2.3 Undervisning i likninger	8
2.3.1 Introduksjon av likninger	8
2.3.2 Likhetstegnets rolle	8
2.4.3 Didaktiske kontekster.....	9
2.3.4 Grunnleggende ferdigheter	9
2.4 Kommunikasjon i matematikken.....	11
2.4.1 Klasseroms kommunikasjon.....	11
2.4.2 IC-Modellen.....	11
2.5 RME – Realistisk matematikkundervisning.....	12
2.6 PISA 2006	13
3.0 Metode	14

3.1 Kvalitativ og kvantitativ forskning	14
3.1.1 Kvalitativ metode.....	14
3.1.2 Kvantitativ metode.....	15
3.2 Utvalget.....	15
3.3 Datainnsamling.....	16
3.4 Vurdering av resultatet.....	17
3.4.1 Feilkilder.....	17
3.4.2. Etikk rundt forskning.	17
4.0 Presentasjon av data.....	18
4.1 Før og etter test.....	18
4.2 Undervisningsopplegget.....	19
4.3 Spørreundersøkelse for elever	19
4.3.1 Spørsmål 1	20
4.3.2 Spørsmål 2	20
4.3.3 Spørsmål 3	21
4.3.4 Spørsmål 4	22
4.4 Spørreundersøkelse for lærere.....	22
4.4.1 Likningsforståelse og læreverk	23
4.4.2 De ulike forutsetningene ved likningsløsning	24
5.0 Drøfting.....	25
5.1 Drøftingskapittelets oppbygging	25
5.2 Læreverk i matematikk	25
5.3 Forståelse av likninger	26
5.3.1 Spørreundersøkelsene.....	26
5.3.2 Før og etter testene og undervisningsopplegget	26
5.4 Introduksjonen til likninger og de ulike forutsetningene	27
5.5 De grunnleggende ferdighetene og PISA-testen	29

5.6 RME, kommunikasjon og didaktiske kontekster.....	29
6.0 Konklusjon	30
6.1 Elevers forståelse av likninger.....	30
6.2 Veien videre	31
7.0 Bibliografi	32
8.0 Vedlegg	34
8.1 Vedlegg 1: Informasjon til foresatte	34
8.2 Vedlegg 2: Forespørsel om deltakelse på undersøkelse.....	35
8.3 Vedlegg 3: Før og etter test	36
8.4 Vedlegg 4: Spørreskjema om likningsforståelse for elever	38
8.5 Vedlegg 5: Spørreskjema om likningsforståelse for lærere	39

1.0 Innledning

1.1 Bakgrunn for oppgaven

Denne bacheloroppgaven er skrevet i fagene matematikk og pedagogikk. Gjennom min egen skolegang har jeg alltid likt matematikkfaget spesielt godt, og et av mine favoritt tema innen dette faget er algebra. På grunn av dette viste jeg tidlig at jeg ville arbeide med et tema innenfor algebraen. Når det gjelder hvorfor valget falt på akkurat «elevers likningsforståelse», er dette fordi jeg har erfaringer, både fra egen skolegang og praksissituasjoner, med at elever på ungdomskolenivå ofte har problemer med å forstå meningen bak den ukjente i et abstrakt likningssett. Dette står i kontrast til erfaringer jeg har hvor elever på mellomtrinnet ikke har videre problemer med å løse mer konkrete likninger. Eksempler på dette kan være likninger hvor den ukjente representeres av et tomt felt og ikke en bokstav. Siden jeg som fremtidig lærer i matematikkfaget skal gjennomgå dette temaet mange ganger, mener jeg at det er viktig å prøve å få en innsikt i hva som gjør at dette temaet gir så stor utfordring for elevene. Jeg vil med hjelp av ulike datainnsamlingsmetoder prøve å få tak i hva disse faktorene kan være, og med bakgrunn i teori komme frem til mulige metoder jeg kan bruke for å hjelpe elevene i fremtiden.

1.2 Valg av problemstilling

Når det kom til valget av problemstilling var dette et område hvor jeg møtte stor utfordring. Jeg var tidlig sikker på hva det var jeg ville finne ut av, men hadde problemer med å få formulert dette med ord. Ved å fokusere på elevenes overgang fra det konkrete til det abstrakte ved likningsløsning, kom jeg til slutt frem til problemstillingen: «Er det slik at elever ofte har vansker med overgangen fra konkret til abstrakt likningsløsning». For kunne svare på denne problemstillingen vil det blant annet også være viktig å se på elevers generelle forståelse av likninger.

1.3 Tidligere forskning og det teoretiske grunnlaget

I arbeidet med å finne teori til oppgaven var det naturlig å lete etter forskning falt innenfor temaet elevers matematikk og likningsforståelse. Det var bemerkelsesverdig lite masteroppgaver samt annen forskning rundt dette av temaet fra nyere tid. Derfor har jeg valgt å fokusere teorien for oppgaven rundt læreplanverket for kunnskapsløftet, og hva det sier om algebra og likninger. Vi skal også se på litteratur som omfatter elevers generelle matematikkforståelse. Et av formålene mine med oppgaven er også å øke min egen

kompetanse rundt det å formidle temaet likninger for elevene. Derfor vil det presenteres teori som har med matematikkundervisning å gjøre. Oppgaven vil også ta for seg rapporten fra PISA-undersøkelsen fra 2006. Dette er for å få en oppfatning av hvordan norske elever ligger an når det kommer til algebra.

1.4 Oppgavens oppbygging

Først i oppgaven kommer det et teorikapittel som omfatter det teoretiske grunnlaget som trengs for drøfting av datamaterialet. Etter at teorien er presentert kommer det et metodekapittel hvor de ulike metodene som brukes i datainnsamlingen presenteres. I dette kapitlet finner en også det teoretiske grunnlaget for valg av disse metodene. Kapitlet som følger vil presentere det datamaterialet som er resultatet fra de ulike undersøkelser og forsøk jeg har gjennomført. Videre vil jeg i kapittel 5 drøfte disse ulike resultatene opp imot teorien som blir presentert i kapittel 2. Det siste kapitlet vil ta for seg en konklusjon og hvordan veien videre vil være.

2.0 Teori

2.1 Kunnskapsløftet og ulike læreverker

Med fokus på algebra og skoleelevers forståelse av likninger må det først ses på hva læreplanverket for kunnskapsløftet sier og dette. Kompetansemålene for 10. årstrinn på matematikk fellesfag sier at for tall og algebra er målene at eleven skal kunne: «behandle og faktorisere enkle algebrauttrykk og rekne med formlar, parentesar og brøkuttrykk med eitt ledd i nemnaren» og å kunne «løyse likningar og ulikskapar av første grad og enkle likningssystem med to ukjende» (Utdanningsdirektoratet, 2006). Videre står det i veiledningen for kunnskapsløftet at regning med bokstaver, likninger og ulikheter på 8.-10. trinn krever at elevene på de tidligere trinnene har utviklet en god tallforståelse gjennom den treningen de har hatt med hoderegning, tallmønster og bruken av regneark. (Utdanningsdirektoratet, 2006).

2.1.1 Emnebasert læreverker

Kodex (Christensen, 2006) er et emnebasert læreverker. Ifølge forfatteren vil emnebasert si at de emnene som skal gjennomgås gjennom ungdomskolen deles opp slik at det blir fire hoved emner hvert år. Det vil si at en på 8. trinn lærer om statistikk, tall og tallære, brøk, prosent og promille. Elever på 9. trinn lærer om algebra, likninger og ulikheter og geometri. På det siste året på ungdomskolen altså 10. trinn gjennomgår læreverker kombinatorikk, sannsynlighetsregning og funksjoner, den siste boka for 10. trinn inneholder også en stor del med repetisjon som skal forberede elevene til eksamen. Noe som læreverker har gjort felles for alle tre årene er at de har et felles hoved emne som kalles matematikken rundt oss. Videre skriver forfatteren om den pedagogiske bakgrunnen til læreverker at ettersom læreplanverket for kunnskapsløftet krever at undervisningen skal unngå å ha direkte gjentakelse av mål, gi elevene en omfattende matematisk kompetanse og ha en tydelig progresjon har de valgt å gå bort i fra spiralprinsippet i *KodeX*. Dette resulterer i at elevene får bedre tid til å sette seg inn i de ulike emnene matematikken har å by på, og ettersom året bare er delt inn i fire emner står læreren mye friere når han/hun skal velge hvor lenge en holder på med de ulike emnene. Hvilken metode som brukes for innlæring av nytt fagstoff er også et område hvor en kan lettere velge ettersom emnet begynner og slutter i samme året.

2.1.2 Repeterende læreverk

Grunntall (Bakke & Bakke, u.å.) er et læreverk hvor en i oppstarten av et nytt tema repeterer stoff fra de tidligere trinnene, i denne repetisjonene er det også oppgaver. Forfatterne av læreverket skriver at fordeler elevene kan ha av dette er at:

- De som sliter i faget, kan arbeide på sitt nivå med den samme boken som de andre elevene.
- De som ikke har arbeidet så godt tidligere, kan få lært seg det de har gått glipp av.
- Alle kan ta en rask repetisjon for å komme inn i temaet igjen før de går videre til sitt faglige nivå (Bakke & Bakke, u.å.).

Læreverket er bygget opp slik at det har mange oppgaver med ulik vanskelighetsgrad.

Oppgavene er differensierte med fargekoder slik at alle elever har like stor forutsetning for å få utfordringer. Blå oppgaver er for de svakeste elevene, røde for elever som er rundt middels og litt over middels og de grønne oppgavene er beregnet for de elevene som ligger godt over middels. Tanken bak differensieringen er at alle elevene begynner med de enkleste oppgavene for så selv å bestemme hvilket fargenivå som gir best utfordring på det gitte temaet. Dette er ment å ivareta faktumet at elever kan ha forskjellige forutsetninger på de ulike matematiske temaene. For elever som sliter med selv de blå oppgavene finnes det egne basisoppgaver i lærernes resursperm, disse oppgavene er utviklet for at elevene skal tilegne seg de mest grunnleggende ferdighetene de trenger senere i livet

2.1.3 Spiralprinsippet

Gunn Imsen (2010) skriver i «Elevens verden» om spiralprinsippet at Bruner mente at metoden hviler på at en i alle fag har noen grunnleggende, men enkle ideer som en kan finne i både kompliserte og enkle former. Tanken er at elevene skal oppdage en «kjerne» i problemet som de gjennom nærmere undersøkelser skal kunne bygge og analysere. Det var Bruners ønske at disse grunnleggende ideene kan være en byggestein for hvordan undervisningen blir lagt opp allerede for tidlige klassetrinn. Grunnlaget for at dette skal gå er at ideene er slik at de kan utformes på mange måter. Dette kalte Bruner «Learning by discovery». Videre gir Imsen en definisjon på «tanken bak *spiralprinsippet*, som sier at en og samme idé kan gjentas flere ganger etter som barnet blir eldre, bare i en stadig mer avansert form». (Imsen, 2010, s. 326). Bruner (1977, s. 52) skriver selv om «the spiral curriculum» i boken «The Process of Education»: «If one respects the ways of thought of the growing child, if one is courteous

enough to translate material into his logical forms and challenging enough to tempt him to advance, then it is possible to introduce him at an early age to the ideas and styles that in later life make an educated man”. Dette viser også igjen i kunnskapsløftets eksempler på læringsmål som er å finne i veiledninger til kunnskapsløftet. For eksempel blir likninger fordelt over 8., 9. og 10. trinn. På 8. trinn foreslås det at elevene skal «løse likninger av første grad med en ukjent», på 9. trinn utvides dette ved at de skal «løse likninger med parenteser og brøk og flere ledd» og på 10. trinn skal elevene «kunne stille opp og løse to likninger med to ukjente på ulike måter» (Utdanningsdirektoratet, 2006).

2.2 Algebraforståelse

2.2.1 Rasjonell og Instrumentell forståelse

Før vi går dypere inn på spesifikk likningsforståelse, kan vi se litt nærmere på matematikkforståelse på et generelt plan. En av de mest sentrale personene når det gjelder dette er Rickhard R. Skemp (2006) som snakker om de to forskjellige terminologiene, instrumentell og rasjonal matematikkforståelse. I Skemps artikkel «Relational Understanding and Instrumental Understanding» forklarer han rasjonell forståelse med at det har den betydningen de fleste av oss legger i ordet forståelse, nemlig det at en vet hva man skal gjøre for å løse et gitt problem, men også hvorfor dette vil fungere. Instrumentell forståelse blir av Skemp forklart som «rules without reason», med det så menes det at for mange er forståelse i matematikk for eksempel det å kunne lære seg en formel og hvor en skal bruker den, men en vet ikke hva som er bakgrunnen til at formelen fungerer.

2.2.2 Fornuftsgrunnlag, regeloppfatning og strukturoppfatning

Hvis vi ser litt på bakgrunnen til Skemps artikkel kan vi gå til norske Stieg Mellin-Olsen og se på hans tanker rundt elevens fornuftsgrunnlag og det han definerer som regeloppfatning og strukturoppfatning. Mellin-Olsen skriver i sin bok «Eleven, matematikken og samfunnet» om fornuftsgrunnlag: «Elevene har et fornuftsgrunnlag for læring, og dette fornuftsgrunnlaget er avgjørende for hvordan læringen foregår.» (Mellin-Olsen, 1984, s. 22) Han nevner også rasjonalitet som alternativt ord for fornuftsgrunnlag, videre skriver han at rasjonaliteten er knyttet til vår miljø og kultur. Mellin-Olsen knytter også fornuftsgrunnlaget opp mot tenkningen til G. H. Mead, som går ut på at vi mennesker utvikler oss gjennom hvordan vi opplever at andre reagerer på oss. Andres reaksjoner på oss er med på å forme vårt selvbilde

og vår identitet, alle disse faktorene er så med på å utvikle vårt fornuftsgrunnlag for hvordan vi opptrer i ulike situasjoner (Mellin-Olsen, 1984). Mellin-Olsen gir et eksempel på dette:

Dersom et barn opplever seg sjøl som stort og sterkt gjennom sine nærmeste, får det betydning for dets sjølbilde og for hvordan det opptrer i verden.

Dersom bestemte kunnskaper og oppfatninger er framtrædende i et miljø, vil et barn oppleve det positivt når det tilegner seg disse kunnskapene og oppfatningene. Barnet vil på den måten få et fornuftsgrunnlag. (Mellin-Olsen, 1984, s. 24)

Når vi nå skal se litt på regeloppfatning og strukturopfatning finner vi dette under det Mellin-Olsen kaller for et instrumentelt fornuftsgrunnlag for læring. Dette forklares som situasjoner der elevene er mer opptatt av å finne svarene på de gitte oppgavene enn å finne ut hva oppgaven virkelig dreier seg om. Videre kan vi lese at regeloppfatning defineres som kunnskaper om hvordan en i matematikken bruker for eksempel regler og prinsipper i praksis. Strukturopfatning derimot går ut på at en har en forståelse av hvordan strukturen til en regel er bygget opp og hva der er vi egentlig gjør når vi bruker denne regelen. Boken gir oss et eksempel på regeloppfatning hos en elev som skal løse likningen :

Jon: Det er jo lett. Vi flytter først x-en over på venstre side, og 3-tallet over på høyre.

Slik:

Lærer: Riktig. Men hvorfor skifter du tegnene når du flytter over?

Jon: Skifter tegnene? Vi må jo den når vi flytter over.

Lærer: Men hvorfor har du lov til å skifte tegnene?

Jon: Lov? Det er jo regelen, det. Når vi flytter over, må vi skifte tegn.

Lærer: Ja, men hvorfor er regelen riktig?

Jon: (irritert) Klart den er riktig. Vi har ikke lov til å flytte over dersom vi ikke skifter tegn (Mellin-Olsen, 1984, s. 31).

Hvis Jon her hadde hatt en strukturopfatning av likningsløsning ville han kanskje svart læreren at regelen er riktig fordi det vi gjør når vi flytter over fra den ene siden av likhetstegnet til den andre, er at vi adderer og subtraherer på begge sider av likhetstegnet.

2.2.3 Konkreter i algebra

«Forskere i matematikdidaktikk har snakket om et sprang mellom tallregning og algebra. Det ble en svært krevende utfordring når man på ungdomskolen plutselig skulle begynne med algebra i form av ligninger og uttrykk (Rindvold, 2010, s. 7).» Dette er med i innledningen til Rindvolds artikkel om konkreter i læring av algebra hvor han blant annet skriver, « Idéen er at algebra handler om mer enn bokstaver og symboler (Rindvold, 2010, s. 7)». Reinert Rindvold er en av flere som mener at vi burde bruke flere konkreter i algebraundervisningen. En annen av disse er Else Aarø (2006) hun forteller i sin artikkel «Kort som hjelpemiddel i begynneropplæring i algebra og likninger» om hvordan hun i en utstyrsfattig skole måtte finne på kreative metoder for å jobbe med konkreter i matematikken. En av disse metodene var at hun brukte vanlige spillekort i kombinasjon med blanke kort som hun skrev på eller lot stå blanke. Aarø skriver at etter hennes erfaring fungerer det godt å dele elevene inn i grupper som er noenlunde likestilte i evner og matematikkinteresser. Dette begrunner hun med at det gjør arbeidet med konkretiseringsmateriellet lettere, det er også viktig at de forskjellige gruppene får jobbe med kortene så lenge de har utnyttet av det. Videre forklares det at kortene også brukes sammen med oppgaveark hvor det er problemer som passer til kortbruken. Aarø sier også at det er viktig å ta pauser i det hun kaller «leken» for å diskutere hvilke strategier som blir brukt for å løse de ulike problemene (Aarø, 2006). Når hun kommer inn på hvordan kort kan brukes til å utvide elevens forståelse av likninger skriver hun; «Kort er et greit supplement til pinner, esker og vekter.» (Aarø, 2006, s. 26). Det som kan være lurt å gjøre er at man lager seg store kort som er lett synlige når en skal jobbe med dette på tavlen. Bruken av konkreter gjør at en lett kan variere vanskelighetsgrad og elevene kan også lage oppgaver for hverandre.

Svein H. Torkildsen (2006) mener at vår tradisjonelle undervisning i henhold til algebra er for smal. I artikkelen «Veier til algebra» stiller han spørsmål til om algebra virkelig dreier seg om bare det å omforme ferdige algebraiske uttrykk eller likninger. Torkildsen mener at elevene ikke nødvendigvis trenger å lære seg hvordan en omformer algebraiske uttrykk før de bruker dem. Algebraen går jo ut på at en bruker symboler for variabler eller ukjente størrelser, derfor mener Torkildsen at det er viktig at elevene første gang de møter algebra gjør det i en sammenheng der symbolbruken virker meningsfull. Måter Torkildsen mener vi kan løse dette på er for eksempel at vi kan bruke retorisk algebra i samarbeid med reglene vi har for areal og omkrets av geometriske figurer, for så å bruke dette som en overgang inn i den symbolske

algebraen. Ser vi på innholdet i «Veier til algebra» er det altså viktig med en god og trygg vei inn i algebraens verden.

2.3 Undervisning i likninger

2.3.1 Introduksjon av likninger

Når det gjelder introduksjonen til likningsrekning kan dette være utfordrende for både lærere og elever. Går vi igjen til veiledningen til kunnskapsløftet finner vi under tall og algebra i matematikk et eksempel på et detaljert undervisningsopplegg. Dette eksempelet inneholder mange punkt som er viktige å ta med seg i en hver situasjon hvor en arbeider med likninger. Blant annet nevnes det noen viktige forutsetninger som må være på plass. Den første av disse er at en behersker «de fire regneartene», eksempelet nevner at under introduksjonen av likninger kan det være lurt å arbeide med oppgaver der en bruker hele tall for å finne løsningen. Men det at elevene behersker «de fire regneartene» er en forutsetning for å løse et hvilket som helst likningssett. Den neste forutsetningen som tas opp er at elevene behersker å uttrykke rasjonale tall som både brøk og desimaltall, for selv om en i introduksjonene bare jobber med heltallsoppgaver kan en oppleve at en får et rasjonalt tall som svar. Elevene må da ta stilling til om det er mest hensiktsmessig å representere dette som brøk eller desimaltall. Prioriteringsreglene er det neste utdanningsdirektoratet legger fokus på, at elevene vet om de skal addere eller multiplisere først er en viktig forutsetning når en arbeider med likninger (Udir, 2006).

2.3.2 Likhetstegnets rolle

Undervisningsopplegget tar også med viktigheten av likhetstegnet når en har med likninger å gjøre. Eksempelet presiserer at i et likningssett leses det som står på hver side av likhetstegnet som et uttrykk. Selv om dette uttrykket kan være satt sammen av et enkelt tall eller flere tall satt sammen av regneoperasjoner, har dette uttrykket en bestemt verdi. Men inneholder uttrykket tall og bokstaver/variabler har det ikke noen bestemt verdi, men vi kan gi det en verdi vet å sette inn tall for variabelen. For at en likning skal kunne løses må elevene først finne verdien av uttrykket på høyre og venstre side ved innsetting av tall, får vi da samme tall på begge sider av likhetstegnet har vi funnet riktig verdi for de eventuelle bokstavene/variablene (Udir, 2006).

En annen som skriver om likhetstegnets rolle i algebra er Antje Meier (2009). Hun skriver i sin masteroppgave «Likhetstegnet i elementær algebra» blant annet om likhetstegnets ulike betydninger. Hun deler det i hovedsak opp i *Operasjonell* og *Relasjonell* betydning, der hun

med operasjonell sikter til når vi bruker likhetstegnet som et tegn på at vi vil ha svar på noe. Dette gjør vi oftest i ulike regnestykker hvor svaret følger bak selve regnestykket. Meier skriver også at det er den operasjonelle betydningen for likhetstegnet som ofte kommer lettest for barn. Den relasjonelle betydningen, som er den betydningen som er mest relevant for min oppgave, bygger nemlig på det at likhetstegnet har en rolle som ekvivalens og at uttrykkene som står på høyre og venstre side av det har samme verdi. Relasjonell forståelse av likhetstegnet er ifølge Meier avgjørende for at elever skal kunne se strukturen i algebraiske problem og for å løse disse problemene. Masteroppgaven tar også opp at vi i norske skoler kan ha et for stort fokus på operasjonell forståelse av likhetstegnet i barneskolen, og når elevene så kommer på ungdomskolen og skal lære seg algebra vil de få problemer med dette siden de ikke har den relasjonelle forståelsen. Meier skriver at: «Ved å lære elevene flere betydninger av likhetstegnet helt fra begynnelsen av, vil en senere (nesten umulig) forandring av konseptet ikke være nødvendig» (Meier, 2009, s. 14)

2.4.3 Didaktiske kontekster

Går vi tilbake til Mellin-Olsens (1984) bok «Eleven, matematikken og samfunnet» kan vi se at også her tas det opp en del viktige punkt en kan ta med seg når en arbeider med innføring av blant annet likninger i skolen. Forfatteren ser på hvordan didaktiske kontekster spiller inn i elevenes arbeid. La oss for eksempel se for oss at vi i en time arbeider med å lære likningsløsning og vi er kommet til punktet i undervisningsøkten hvor en ofte velger å la elevene arbeide med oppgaver. Det Mellin-Olsen her tar opp er at det da er viktig både for lærer og elev å vite hvilke didaktiske kontekster disse oppgavene har, det kan da være viktig å stille seg noen spørsmål som for eksempel: Har oppgavene valgfri løsningsmetode? Gir oppgavene en mulighet for problemløsning, eller skal elevene øve på en spesiell metode? Eller er dette bare oppgaver elevene må beherske før en går videre? Når læreren har funnet svaret på disse spørsmålene er det også viktig at han viderefører dette til elevene. Boken understreker da at: «Det å kjenne denne funksjonen hjelper elever og lærere til å arbeide mer målrettet med de ulike sekvensene av undervisningen» (Mellin-Olsen, 1984, s. 57).

2.3.4 Grunnleggende ferdigheter

Læreplanverket for kunnskapsløftet har høy fokus på de fem grunnleggende ferdighetene å kunne lese, regne, uttrykke seg muntlig og skriftlig og bruke digitale verktøy. Disse ferdighetene gjelder også for løsning av likninger. Å kunne gjøre likninger om til hele setninger ved at man leser symboler og setter dem sammen er en forutsetning for å drive med likningsløsning. Og hva annet gjør man ikke under den løsningen enn at man skriver opp linje

for linje av samme likning ettersom man med de ulike strategiene vi har kommer nærmere løsningen. For å fortelle andre svaret en har fått eller for å spørre om hjelp må man ha evnen til å lese likninger høyt, man må også gjøre dette når man for eksempel diskuterer løsningsstrategier med andre. En kan også bruke kalkulatorer og andre digitale verktøy som hjelpemiddel i likningsløsning (Udir, 2006).

Studerer vi nærmere den grunnleggende ferdigheten «Å kunne regne» i matematikkfaget, finner vi at Bjørnar Alseth (2009) viser til at dette gjennom Stortingsmelding nummer 30 knyttes opp i mot det å takle privat økonomi og ta aktivt del i den demokratiske utviklingen av samfunnet. Alseth trekker frem at spesielt de fire regneartene og tallforståelse forbindes med det Stortingsmeldingen definerer som «å kunne løse et bredt spekter av oppgaver og utfordringer i både daglige og faglige situasjoner» (Kunnskapsdepartementet, 2003-2004). For at elevene skal ha mulighet til å møte disse situasjonene skriver Alseth at de der har ferdigheter innen to ulike nivå. Det elementære nivået som krever at en kan bruke faktakunnskaper, utføre rutinemessige prosedyrer og mestre algoritmer. På et mer avansert nivå kreves det at elevene har evnen til å gjenkjenne og utnytte sammenhenger, mønstre og strukturer. Gjennom å mestre disse nivåene vil elevene utvikle regneferdigheter som er i tråd med det stortingsmeldingen foreskriver. Alseth (2009, s. 108) beskriver det som «noe som angår hver enkelts evne til å identifisere, forstå og kunne bruke fakta og ferdigheter, strukturer og sammenhenger i dagligliv, yrkesliv og samfunnsliv».

2.4 Kommunikasjon i matematikken

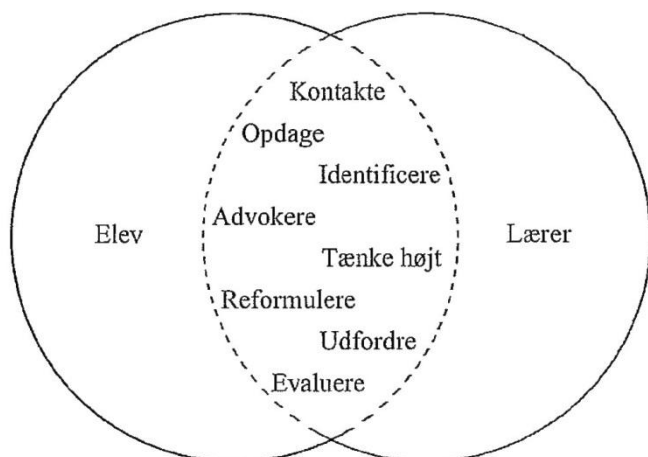
2.4.1 Klasseroms kommunikasjon

En god klasseromkommunikasjon er viktig i alle fag og boken «Matematik for lærerstuderende» tar for seg kommunikasjon i matematikken. Skott, Jess og Hansen (2009) skriver at ikke bare er kommunikasjon i matematikken viktig for å forstå hvordan elever tenker når de løser oppgaver, men også kan det være med på å videreutvikle og systematisere den faglige tenkningen til elevene. Dette gjøres i kraft av at i tillegg til å finne svare på oppgaver kan elevene gi forklaringer på hvorfor svaret må bli slik det ble. Også ved å utfordre andre elevers og læreres forklaringer vil elever kunne videreutvikle seg via kommunikasjon.

Men ikke bare er kommunikasjon et middel for å øke læring, det er også et læringsmål i seg selv. Mange av opplæringsmålene i Læreplanverket for kunnskapsløftet er basert på elevenes evne til å kommunisere, et av disse er for eksempel fra Geometri på 10. trinn og der står det at eleven skal kunne: «utforske, eksperimentere med og formulere logiske resonnement ved hjelp av geometriske idear, og gjere greie for geometriske forhold som har særleg mykje å seie i teknologi, kunst og arkitektur» (Utdanningsdirektoratet, 2006). Skott et al. (2009) skriver også at kommunikasjonen er en viktig faktor i elevenes evne til å lære seg matematisk argumentasjon, samtidig som det vil hjelpe elevene og kjenne igjen hva som kjennetegner og er strykene ved matematisk symbolbruk.

2.4.2 IC-Modellen

Læring kan ikke overføres, det er en aktivitet som oppstår mellom den som skal lære og det organet som formidler. Dette organet kan for eksempel være lærer, Youtube video, brukermanual eller lærebok, men det som er viktig hvis læring skal skje er at de rammer og forutsetningene som skal til er på plass i høyest mulig grad. Også i matematikkundervisning er dette viktig, derfor kan det å jobbe i et undersøkelseslandskap hvor elevene skal løse problemer som på forhånd ikke har noen definerte svar være med på å øke læringen som foregår i matematikklasserommet. Til hjelp for dette kan vi bruke IC-Modellen, som er en kommunikasjonsmodell. Akrø og Skovsmose (2006) refererer til i «Undersøkende samarbejde i matematikundervisning – utvikling af IC-Modellen». Når en arbeider i et undersøkelseslandskap er *dialogen* en viktig del av læringen, med dialog mener forfatterne at «en dialog er et *et led i en undersøgelse*, at den er *risikovillig*, at den er *uforudsigelig*, og at den er basert på *ligeværd*» (Akrø & Skovsmose, 2006, s. 112).



Figur 1: IC-Modellen

Ser vi videre på selve IC-Modellen og dens oppbygning ser vi den inneholder åtte forskjellige «dialogiske talehandlinger» (Alrø & Skovsmose, 2006, s. 112), disse mener forfatterne er en indikator på en dialog som kan finnes når en driver med undersøkende prosesser. Hvis en undervisningstime inneholder dialoger med elementer hentet fra IC-Modellen kan dette styrke undervisningen og elevenes læring, men bare hvis det samtidig er tatt hensyn til at elevene får drive med undersøkende aktiviteter.

2.5 RME – Realistisk matematikkundervisning

Hans Freudenthal er kjent som en av matematikdidaktikkens største individuelle innflytelseskilder. En av prestasjonene han gjorde i løpet av sitt liv var å opprette skolen som etter hans død fikk navnet Freudenthal Institutet. Denne skolen har en spesiell fagdidaktisk retning som lyder av navnet *realistisk matematikkundervisning*. Retningen baserer seg på at elever i istedenfor å arbeide med matematiske oppgaver i lærebøker blir tildelt scenarier som er hentet ut fra virkeligheten. Skott, Jess og Hansen (2009) gir et eksempel på dette som et foreldremøte elevene skal planlegge. Elevene skal for eksempel beregne hvor mye bordplass og stoler det er bruk for på foreldremøtet. Selv om dette foreldremøtet er et fiktivt møte, er scenariet realistisk nok til at elevene kan bruke sine erfaringer ifra virkeligheten for å løse de ulike utfordringene. Det er nettopp det at elevene bruker sin erfaring fra dagliglivet som er tanken bak scenariet. Situasjonene elevene blir satt i trenger nødvendigvis ikke være så realistiske som eksempelet ovenfor, et scenario hvor elevene blir bedt om å sette seg inn i et eventyr kan være like effektivt så lenge det gis en mulighet for at elevene kan forestille seg,

og eventuelt se seg selv som en del av scenariet. Skott et al. (s. 386) skriver at «Det realistiske refererer til en levende, men evt. forestillet virkelighet for elevene».

2.6 PISA 2006

Hvis vi ser på PISA-undersøkelsen (Kjærnsli, Lie, Olsen, & Roe, 2007) i fra 2006, finner vi at innenfor matematikkfaget ligger de norske prestasjonene godt under det som er gjennomsnittet for OECD-landene. På et nordisk nivå presterer norske elever svakest. Dette gjelder spesielt for området «Tall og mål», som er et av fire sentrale ideer PISA-prosjektet har brukt til å definere de tilfeller hvor matematikk er vesentlig. Videre kan vi i PISA-rapporten se at denne sentrale ideen blant annet dekker hovedområdet «Tal og algebra» i læreplanverket for kunnskapsløftet. Dette gjør at det blir et sentralt område når det gjelder elevers likningsløsning. Når vi så ser på definisjonen av «Tal og Måling» finner vi at Kjærnsli et al.(2007, s. 157) skriver:

Tall og mål (quantity): Den tredje sentrale ideen er knyttet til beskrivelsen av fenomener og erfaringer som kan gjøres ved hjelp av tall, som antall, hyppighet og størrelse. Man kan utvikle beskrivelser av dette kvalitativt ved å relatere ting til hverandre, for eksempel «større enn» og «relativt ofte».

Det er herfra tydelig at de fleste av oppgavene som omfatter denne sentrale ideen, krever ferdigheter som er helt grunnleggende når det kommer til regning. Og det er derfor veldig bekymringsverdig at Norge skårer så svakt på dette området.

3.0 Metode

3.1 Kvalitativ og kvantitativ forskning

Når en skal i gang med forskning finnes det to forskjellige forskningsstrategier. Den kvantitative metoden baserer seg på talldata og en bruker som oftest ulike former for spørreundersøkelser til å samle inn dataen som ofte blir presentert i grafer eller tabeller. Forskningsstrategi nummer to er den kvalitative metoden, her er det tekstdataen som uthentes og dette kan for eksempel gjøres ved observasjon eller samtaleintervju. Når en arbeider med den kvalitative metoden kan en presentere dataen ved hjelp av for eksempel sitater (Ringdal, 2013). I min oppgave har jeg benyttet meg litt av begge forskningsstrategiene og vil under forklare litt på hvilken måte og hvorfor denne strategien er valgt.

3.1.1 Kvalitativ metode

Den kvalitative metoden jeg har benyttet meg av i min undersøkelse kan best beskrives som en feltundersøkelse, hvor jeg var en deltakende observatør på grensen mot fullstendig deltaker. Noe av utfordringen her ble at jeg selv gjennomførte undervisningen og dermed ikke kunne få med meg "alt" som skjedde i løpet av timen. Ringdal (2013) skriver at denne formen for observasjon kan være problematisk ved at man har vanskeligheter for å notere under selve observasjonen. Denne utfordringen kan løses ved at en i ettertid sorterer og analyserer det en opplevde i observasjonen.

Grunnen til at jeg valgte å arbeide med denne formen for datainnsamling er at jeg vil bruke det til å styrke den dataen jeg får fra de kvantitative undersøkelsene mine. Valget om å være så nær det jeg observerer, er et resultat av at det i den perioden datamaterialet mitt er samlet inn ikke var noen på min praksisskole som arbeidet med innføring av likninger. Derfor valgte jeg å bruke en av mine egne undervisningstimer i 10. klasse for å repetere grunnleggende likningsløsning.

I tillegg til observasjonen har jeg valgt å ha noen åpne spørsmål i det ene settet med spørreundersøkelser jeg gjennomførte, disse spørsmålene er av kvalitativ karakter ved at de har en intervjuende utforming. Formålet med disse spørsmålene er at «Respondenten sees på som en informant som sitter inne med kunnskap og livserfaringer» (Ringdal, 2013, s. 242) og det er nettopp dette jeg ønsker å hente ut fra faglærerne som er respondenter i den aktuelle spørreundersøkelsen.

3.1.2 Kvantitativ metode

Ved et nærmere innblikk i den kvantitative dataen min kan det sies at den er tredelt hvor alle delene har en form for tverrsnittsdesign. Med dette menes det at innsamling av dataen har foregått gjennom et begrenset tidsrom. Når en arbeider med forskning som har et tverrsnittsdesign er det viktig at man tar stilling til at det da bare gis et øyeblikksbilde og at an ikke gjør slutninger som kan speile tilbake på prosesser som utfolder seg i tid (Ringdal, 2013). I mitt tilfelle vil det i forhold til den første delen av datamaterialet være snakk om én enkel matematikktime hvor jeg samlet inn en før og etter test som et subsidie til feltundersøkelsen nevnt ovenfor. Den andre og tredje delen av den kvalitative dataen min er på to spørreundersøkelser basert på selvutfyllingsskjema. Ringdal (2013, s. 190) definerer en spørreundersøkelse ved at det «er en systematisk metode for å samle inn data fra et utvalg personer (bedrifter, organisasjoner) for å gi en statistisk beskrivelse av den populasjonen utvalget er trukket fra».

Grunnen til at valget falt på disse formene for datainnsamling er blant annet som nevnt tidligere mangelen på tilgang av elever som var i begynneropplæringen av likningsløsning. Videre gav disse metodene en måte å få innblikk i elevers forståelse av likninger på et skriftlig plan ved hjelp av en før og etter test. Jeg kunne også undersøke om de samme elevene virkelig syntes likninger var vanskelig med å bruke spørreskjema. Jeg ønsket også å kartlegge hvilke deler av likningsløsning elevene synes var vanskeligst. Valget falt på spørreundersøkelser, fordi det da er letter å få med et større antall elever enn ved for eksempel intervju. Den siste grunnen til at så mye av datamaterialet mitt har utgangspunkt i kvantitativ metode er at tiden jeg hadde til innsamling var begrenset og dette gav en mer effektiv datainnsamling.

3.2 Utvalget

Utvalget mitt består av en 10. klasse men 19 elever og to faglærere hvor den ene av disse er faglærer i matematikk for den gitte klassen. Bakgrunnen for at undervisningsopplegget ble gjort i denne klassen var at jeg gjennom to praksisperioder hadde knyttet gode relasjoner til dem og mente at dette ville være med på å styrke gjennomføringen av opplegget. Når det gjelder spørreundersøkelsen var det min opprinnelige intensjon å gjennomføre den med bare et utvalg av klassen, men jeg valgte heller å bruke hel klasse ettersom dette ville gi meg mer data å sammenligne. Tidlig i planleggingsfasen var jeg også inne på tanken om å gjennomføre undervisningsopplegget i en annen 10. klasse ved en annen skole, men jeg valget ikke å gjøre det grunnet mangel på tid. Grunnen til at jeg valgte å gi spørreskjema til to faglærere var at

siden de var lærere for parallellklasser, har de et tett samarbeid og jeg ville se om deres tanker rundt elevers forståelse av likningsløsning var like.

3.3 Datainnsamling

Den første metoden jeg brukte var av kvalitativ struktur i form av et undervisningsopplegg med elementer av kvantitativ innsamling (før og etter testene). Undervisningsopplegg ble gjennomført i en 10. klasse, hvor jeg både før og etter undervisningsopplegget gjennomførte en test på fem minutter. Før-testen var utviklet med hensikt å undersøke elevenes evne til å løse likninger både av oppgavestruktur og problemløsningsstruktur. Samtidig ville jeg teste elevene i noen av de områdene jeg tidligere har nevnt som viktige forutsetninger for likningsløsning. Etter-testen var utviklet for å kontrollere i hvor stor grad elevene hadde utbytte av undervisningsopplegget. Oppgavene i etter-testen har derfor samme struktur som oppgaven i før-testen, men med andre tall i oppgavene slik at elevene skulle få nye utfordringer.

Selve undervisningsopplegget var utviklet med utgangspunkt i Utdanningsdirektoratets eksempel som er nevnt i teorikapittelet. Jeg valgte også å fokusere på forståelse fremfor algoritmene rundt likningsløsning. Derfor som i testene fokuserte jeg på de forutsetningene for likningsløsning jeg fant i utdanningsdirektoratets eksempel for undervisningsopplegg. Det jeg la mest vekt på er likhetstegnets rolle og hva som virkelig skjer med fortegn og operatører når en flytter et tall, symbol eller variabel fra den ene siden av likhetstegnet til den andre. Videre diskuterte vi de forskjellige måtene vi bruker de fire regneartene når det kommer til likninger. Til sist tok vi opp prioriteringsreglene og hvilken rolle disse spiller i likningsløsningen.

For å utvide dataene jeg fikk fra før og etter test samt undervisningsopplegget valgte jeg å gjennomføre to spørreundersøkelser. Den første var en kvantitativ spørreundersøkelse hvor elevene i den samme 10. klassen var respondenter. Denne undersøkelsen gikk ut på elevenes erfaringer rundt likninger og hvilke av de tidligere nevnte forutsetningene som gav størst utfordring for dem. I tillegg valgte jeg å legge inn et spørsmål hvor respondentene svarte på hvilken utnytte de hadde av undervisningsopplegget mitt. Den andre spørreundersøkelsen var av både kvalitativ og kvantitativ struktur hvor to faglærere i matematikk svarte på hvilke forutsetninger det etter deres mening er elever sliter mest med, og hvordan en kan jobbe med disse utfordringene for å øke elevers generelle forståelse rundt likningsløsning. For å undersøke dette brukte jeg både åpne og lukkede spørsmål som lærerne svarte på.

3.4 Vurdering av resultatet

3.4.1 Feilkilder

Med bakgrunn i at mye av innholdet i min oppgave går ut på elevers forståelse av likninger er dette noe som er vanskelig å måle. Dette sammen med at mye av datamaterialet er kvantitativt gjør at mulige feilkilder oppstår rundt om det er instrumentell eller rasjonell forståelse det er snakk om. Det at utvalget er basert på en 10. klasse som allerede har erfaring fra likningsløsning vil bli en feilkilde rundt de punktene som omhandler introduksjon til likninger. Også det at utvalget er begrenset rundt en enkel 10. klasse må nevnes og tas med som mulig feilkilde når en trekker konklusjoner ut av datamaterialet.

3.4.2. Etikk rundt forskning.

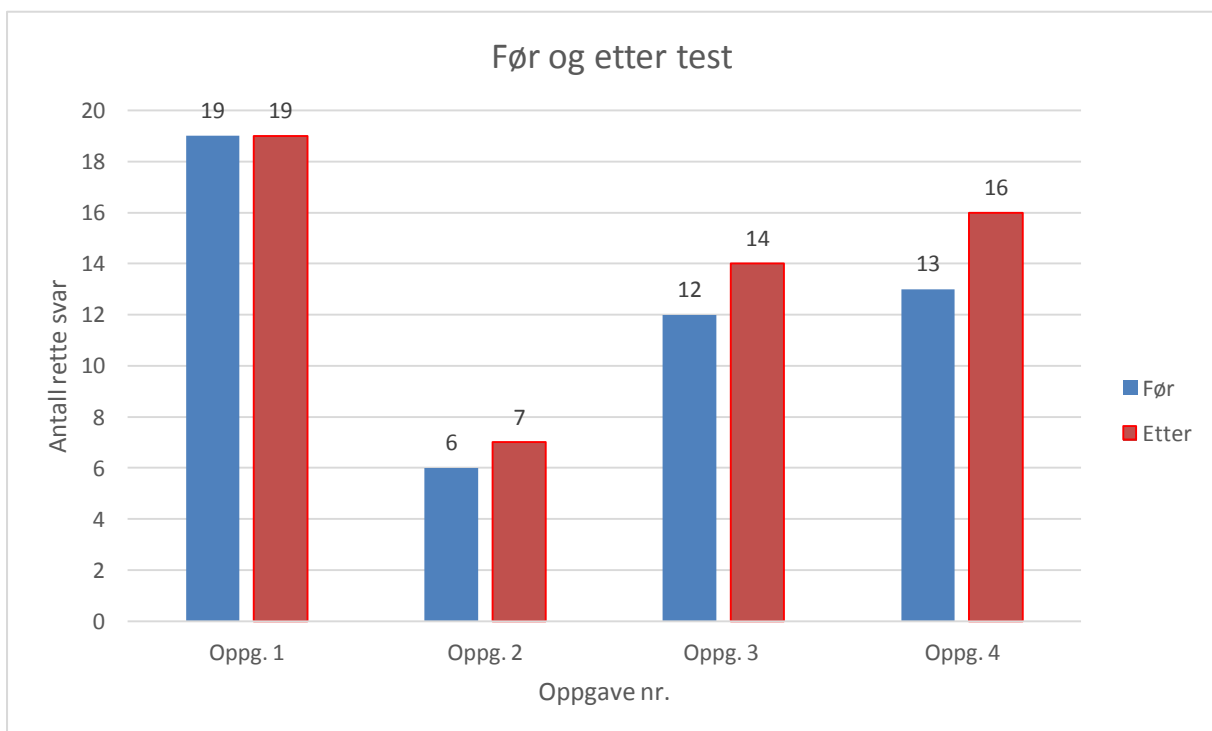
Når det gjelder etikken rundt det å drive med forskning har jeg blant annet tatt utgangspunkt i Edvard Befrings (2002) bok «Forskningsmetode, etikk og statistikk». Han nevner blant annet viktige faktorer som krav om informert samtykke, anonymisering, oppbevaring av datamateriale, innsynsrett og taushetsplikt fra de som har arbeidet rundt forskningen. For å imøtegå de to første punktene, har jeg før forskningen min begynte bedt rektor ved skolen om lov til å drive med forskning der. Samtidig har jeg sendt skriv hjem til elevenes foreldre der forskningens hensikt kommer frem i tillegg til at det opplyses om at deltagelse er anonymt og dersom elev eller foresatt ikke ønsker og delta er dette greit. Det var ingen av elevene i mitt utvalg som ikke ville delta eller hvor foreldrene sa nei. Begge dokumentene nevnt ovenfor er å finne i oppgavens vedlegg. Når det gjelder oppbevaring av data er denne oppbevart på en trygg plass som er skjermet for de som ikke har noe med oppgaven å gjøre, når oppgaven er levert og bestått vil det innsamlede datamateriale bli makulert.

Metodisk og etisk troverdighet er også to viktige faktorer som må tas med. Når det gjelder metodisk troverdighet skriver Befring(2002, s. 37) at «Det krev nødvendig innsikt og kompetanse til å satse på dei best moglege tilnærmingane og unngå dei størst fagleg-metodiske fallgruvane. Det handlar om å unngå, eller minimalisere, utilsikta feil». På dette punktet vil jeg støtte meg på teori og hjelp fra veiledere slik at oppgaven blir sterkest mulig. Når det gjelder den etiske troverdigheten vil jeg prøve å styrke denne ved å forklare de tanker og valg jeg har gjort i løpet av oppgaven på en best mulig måte.

4.0 Presentasjon av data

4.1 Før og etter test

Elevene hadde en test før og etter gjennomføring av undervisning. Når resultatene fra disse testene skulle sorteres ble dette gjort ved at det først ble laget en fasit til hvert av oppgavesettene. Deretter ble alle innleveringene rettet i henhold til fasitene, hvor kun besvarelser med korrekt svar gav rett på oppgaven. Denne måten å rette på kan gi mulige feilkilder ettersom elevene kan ha vært inne på rett svar. Siden det er forståelsen vi er ute etter, kan det at elevene er i nærheten av å løse oppgaven tyde på at de har en liten grad av forståelse. Grunnen til at rettingen ble gjennomført på denne måten er at oppgavestrukturen var av en så enkel form at det å gi delpoeng ble vurdert som problematisk. I tillegg ble denne formen å rette på vurdert til å gi en bedre representasjon av dataen. Etter at alle oppgavene var rettet ble resultatene samlet i én tabell for før testen og én tabell for etter testen. I diagrammet nedenfor sammenlignes de to tabellene.



Figur 2: Diagram over resultater til før og etter test

Tabellen viser antall rette svar blant de nitten elevene som deltok på de fire ulike oppgavene. Ser vi på hver oppgave separat kan vi se at det er bare på oppgave 1 at alle de nitten elevene svarte korrekt, dette går igjen i både før og etter testen. Oppgave 2 er den oppgaven med lavest svarprosent, ser vi på selve oppgaven (vedlegg 3) har den bakgrunn i en problemløsningsoppgave basert på formelen for arealet av en trekant. Oppgave 3 og 4 er helt

identiske oppgaver med unntak av at bokstavene som representerer den ukjente er forskjellige, tross dette kan vi se i diagrammet at svarprosenten varierer. Det er også på disse to oppgavene at det er størst økning i svarprosent fra før til etter testen.

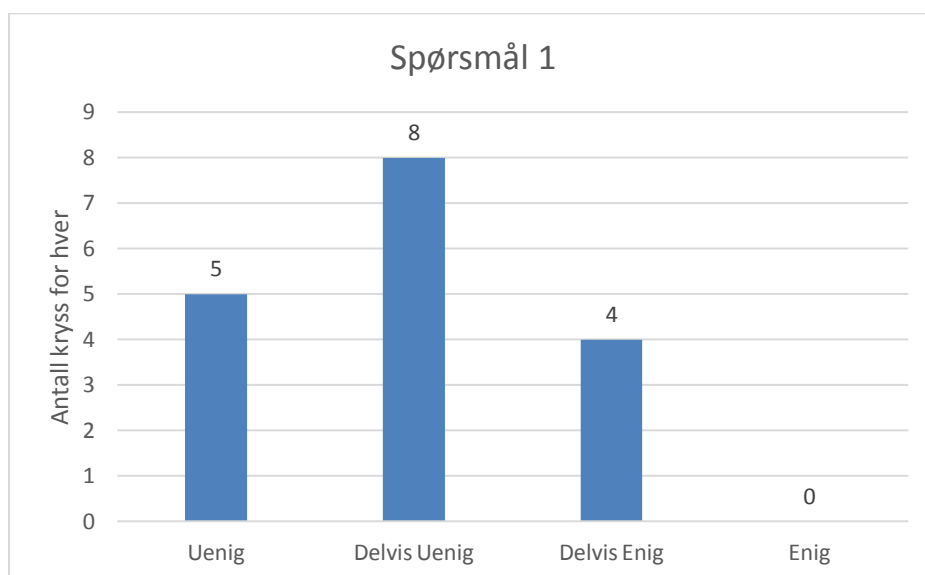
4.2 Undervisningsopplegget

Når det gjelder datamaterialet fra undervisningsøkten har jeg valgt å ha mindre fokus på dette enn på de andre datasettene mine. Det er to ulike grunner til dette, den første grunnen er som nevnt i kapittel 3.1.1 at grunnet min sterke medvirkning i selve undervisningstimen ble det vanskelig å ta gode notater fra undersøkelsen. Den andre grunnen er at ettersom undervisningsøkten ble gjennomført som en repetisjonstime i 10. klasse. Ikke som en introduksjonstime i en 8. eller 9. klasse, var mange av eksemplene som ble gjennomgått så elementære for elevene at progresjonen i timen fremtrådte mye hurtigere enn jeg hadde forestilt meg. På grunn av dette ble jeg nødt til å improvisere noe av innholdet undervegs i økten og muligheten til å tenke gjennom hvordan dette ville bidra til å øke elevenes forståelse var ikke tilstede på samme måte.

4.3 Spørreundersøkelse for elever

Denne undersøkelsen besto av fire spørsmål (vedlegg 4) som gikk på elevenes ulike tanker rundt likningsløsning og på lærebøkernes rolle i dette. Dataene fra spørreskjemaene ble sortert på samme måte som før og etter testene. Dette ble gjort ved at jeg samlet dataene fra spørreskjemaene inn i tabeller for så å bli fremstilt i diagrammer som passet til dataen. I motsetning til før og etter testene var det bare sytten av elevene som var med på spørreundersøkelsen, årsaken til dette er at to av elevene var borte.

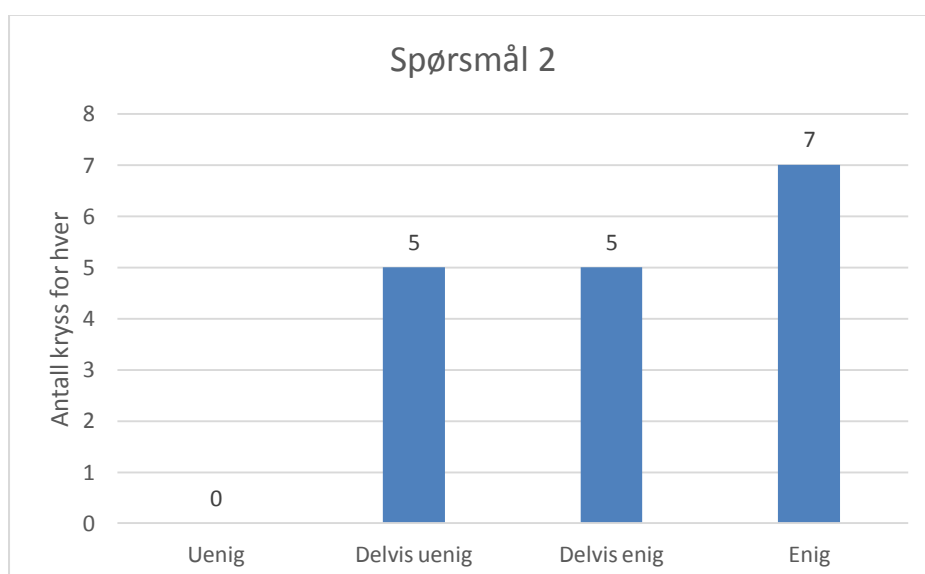
4.3.1 Spørsmål 1



Figur 3: Diagram over antall avkryssninger for spørsmål 1

I spørsmål 1 ble elevene bedt om å krysse av for hvor enig de var i påstanden om at «Likninger er et av de temaene i matematikken som er vanskelig å forstå». Diagrammet viser hvor mange som har krysset av for hver av de fire ulike gradene av enighet. Ser vi så på diagrammet kan vi se at flesteparten av elevene var uenig eller delvis uenig i denne påstanden. Og ikke én eneste elev var enig i påstanden.

4.3.2 Spørsmål 2

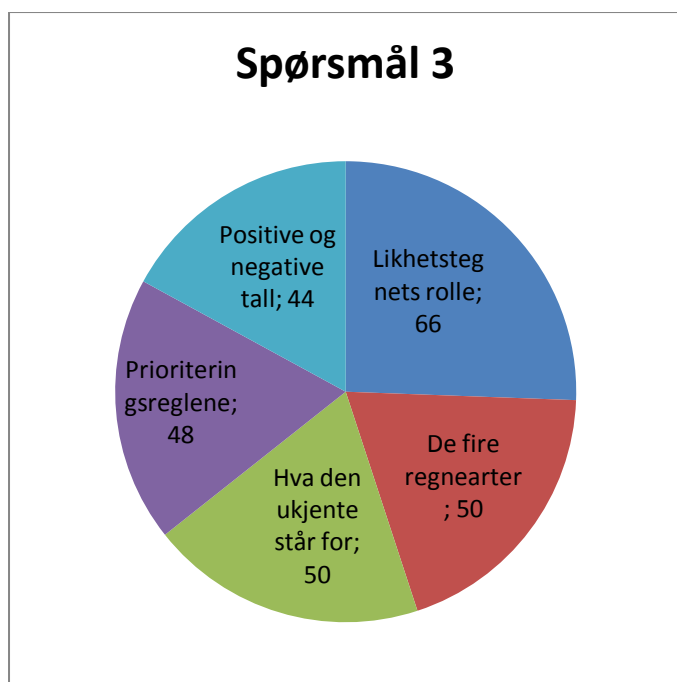


Figur 4: Diagram over antall avkryssninger for spørsmål 2

Likt som med spørsmål 1 ble elevene bedt om krysse av for hvor enig de var i påstanden: «Læreverket KodeX skriver om likninger med først en grundig gjennomgang i 9. klasse, så

repetisjon før eksamen i 10. klasse. Dette er med på å øke din forståelse for likninger» Likt som i diagrammet for spørsmål 1, representerer stolpene i dette diagrammet hvor mange elever som har krysset av for de ulike gradene av enighet. Hvis vi da ser på hva dette betyr for påstanden, kan vi se at syv av de sytten elevene er enige i at læreverket KodeX er med på å øke deres forståelse for likninger. Dette tilsvarer 41 % av elevene i den gitte klassen.

4.3.3 Spørsmål 3

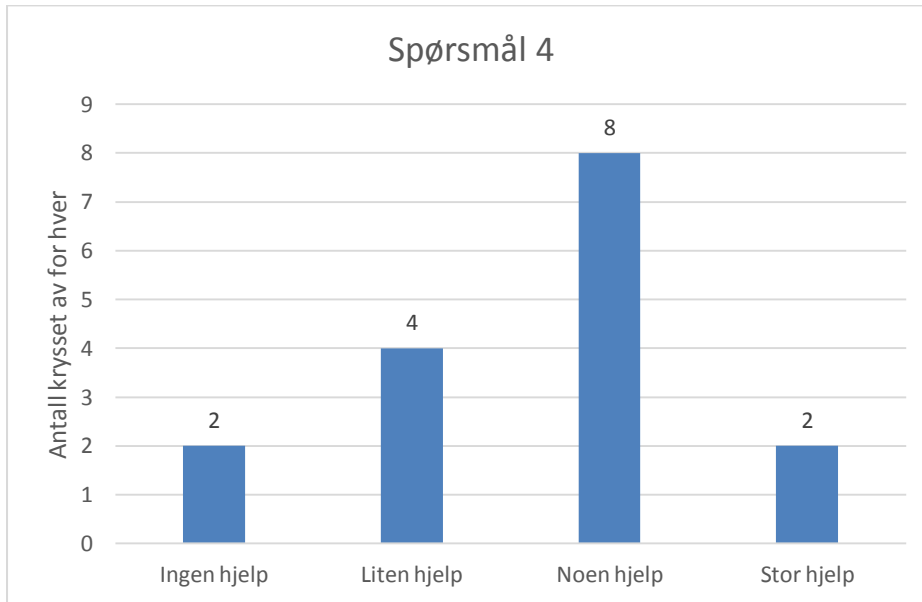


Figur 5: Sektordiagram av totalpoeng for forutsetninger ved likningsløsning

Det tredje spørsmålet i undersøkelsen hadde en litt annerledes struktur enn de to første. Her fikk elevene spørsmålet: «Hva syntes du er mest vanskelig med å løse og forstå likninger?». I tillegg til dette fikk de presentert fem ulike forutsetninger som jeg hadde kommet frem til med utgangspunkt i teorien i kapittel 2.3.1 og 2.3.2 i denne oppgaven. Hensikten var her at elevene skulle nummerere forutsetningene fra 1 til 5 hvor 1 er vanskeligst og 5 er lettest. Ettersom elevene her har krysset av veldig ulikt ble det en utfordring å presentere dette på en god måte. Jeg har derfor valgt å la diagrammet i figur 5 vise totalpoeng for de fem ulike forutsetningene. Den forutsetningen med flest poeng er den forutsetningen som klassen totalt sett ser på som den letteste forutsetningen for likningsløsning. Når vi da studerer diagrammet nærmere finner vi at respondentene klassifiserer likhetsstegnets rolle som den forutsetningen som er enklest å forstå, mens prioriteringsreglene, den ukjentes betydning og de fire regneartene gir ifølge respondentene middels stor utfordring. Det som er det vanskeligste å forstå for elevene som

har vært respondenter i denne undersøkelsen er positive og negative talls rolle i likningsløsning. Hvorfor dette er tilfellet vil jeg komme tilbake til i kapittel 5.

4.3.4 Spørsmål 4



Figur 6: Diagram over antall avkryssninger for spørsmål 4

Det siste spørsmålet i undersøkelsen som ble gjort blant elevene, tok for seg undervisningsøkten vi gjennomførte og hvor stort utbytte de følte de fikk ut av den. Dette ble gjort ved at respondentene fikk spørsmålet «Hvor mye hjalp undervisningsøkten om likninger deg til å få bedre forståelse for likninger» og deretter ble bedt om å krysse av for hvor stor eller liten hjelp de mente det var. Resultatene her er målt på samme måte som i spørsmål 1 og 2. Antall avkryssinger for grad av hjelp respondentene syntes det var i undervisningsøkten ble samlet i en tabell og deretter fremstilt i et stolpediagram. Ser vi på diagrammet i figur 6 kan vi se at 50 % av respondentene på dette spørsmålet syntes at undervisningsøkten gav noen hjelp til å øke deres forståelse av likninger.

4.4 Spørreundersøkelse for lærere

I den andre av de to spørreundersøkelsene (vedlegg 5) jeg gjennomførte var respondentene to faglærere i matematikk. Disse faglærerne jobber tett sammen på tvers av to parallellklasser og vil herav bli betegnet som lærer A og lærer B. Når det gjelder selve undersøkelsen er denne bygget opp av fem spørsmål med både avkryssing og mulighet for lengre svar. Selve innholdet går på de samme elementene som i spørreundersøkelsen som ble gjennomført blant elevene. Der hvor det er stor variasjon av hva lærerne har svart på de ulike spørsmålene vil jeg skrive et kort sammendrag av hva hver av dem svarte på de ulike spørsmålene. Der hvor det

er avkryssing vil jeg skrive ned hva lærerne har krysset av på ettersom datamengden er så liten at det vil være unødvendig å fremstille det i et diagram.

4.4.1 Likningsforståelse og læreverk

Spørsmål 1 til 3 i undersøkelsen tar for seg den generelle likningsforståelsen hos elever og litt om læreverket som brukes ved den skolen lærerne er ansatt. I spørsmål 1 ble respondentene spurt om å svare så utfyllende så mulig på følgende spørsmål: «Ut fra din erfaring, er likninger et tema hvor elevene sliter med forståelse? Hvorfor/hvorfor ikke?»

Lærer A mener at dette kan variere, de fleste elevene klarer å bruke eller pugge algoritmene for likningsløsning, men en del av disse kan ha problemer med å gjøre om problemløsningsoppgaver til likninger.

Lærer B mener at elever kan slite med å forstå hva likninger er og hvordan en løser dem. Han sier videre at det da må arbeides med matematiske uttrykk, lage mange uttrykk som står for det samme, slik at det blir sagt på ulike måter. Da er det lurt å bruke enkle likninger uten brøk eller parenteser, disse klare de fleste elevene å løse. Lærer B mener at problemet oftest ligger på et regneteknisk nivå.

Videre i spørsmål 2 blir lærerne bedt om å krysse av for hvor enige de er i den samme påstanden som elevene: «Læreverket KodeX introduserer likninger med først en grundig gjennomføring i 9. klasse, så repetisjon før eksamen i 10. klasse». Her har lærer A krysset av på både delvis enig og enig, mens lærer B har krysset av på enig. Spørsmål 3 henger tett sammen med spørsmål 2 og her blir respondentene bedt om å svare så utfyllende de kan på spørsmålet: «Hvordan synes du dette er med på å øke elevenes forståelse for temået?»

Lærer A mener at et læreverk i seg selv er en død ting så lenge faglæreren ikke blåser liv i det. Boken tar opp emnet likninger på en bra måte, men forståelse henger også mye sammen med hvordan fagstoffet blir presentert av faglærer. Lærer A skriver at boka er et godt hjelpemiddel, men ikke det eneste når elever skal få bedre forståelse for likninger.

Lærer B skriver at bokas oppbygning er grunnen til at de har valgt den. Den gir mulighet til en god gjennomgang i 9. klassen samtidig som elevene repeterer opp imot prøver. Det er også god repetisjon i 10. klasse.

4.4.2 De ulike forutsetningene ved likningsløsning

For å forstå likninger er det noen forutsetninger som er viktige. Elevene må kunne «de fire regneartene», «likhetstegnets betydning», «hva den ukjente står for» «prioriteringsreglene» og å regne med «positive og negative tall», spørsmål 4 og 5 dreier seg om dette. Lærernes tanker om konkretisering i henhold til likningsløsning blir også tatt opp. På spørsmål 4 blir respondentene bedt om å nummerere de fem ulike forutsetningene (vedlegg 5) fra 1 til 5 hvor 1 er vanskeligst og 5 er lettest. Dette skal de gjøre ut i fra spørsmålet: «Hvilken av disse fem kategoriene føler du er den største hindringen for elever når det gjelder introduksjon til og forståelse av likninger?». Her har lærer A krysset av på at hva den ukjente står for er det som er den største hindringen for elever. Lærer B mener at både de fire regnearter og prioriteringsreglene er utfordringer, men de fire regneartene er rangert som den største utfordringen. Videre blir respondentene også spurt om å besvare så utfyllende som mulig på spørsmålet «Er det noe du har erfart som kan hjelpe dem til å overkomme denne hindringen?».

Lærer A svarer her at å bruke problemløsningsoppgaver og sammen oversette dette til matematisk språk, samt bruke konkretiseringsmateriale som skålvecter og oversette dette til matematisk språk kan være gode hjelpemidler når det gjelder å overkomme denne hindringen.

Lærer B mener dette er vanskelig å svare på. Siden mange elever klarer de letteste likningene, ligger problemet i likninger med brøk og parenteser. Arbeid med de fire regneartene, spesielt multiplikasjon, divisjon og prioriteringsreglene kan hjelpe på dette.

Spørsmål 5 tar for seg konkretiseringsmidler og her ble respondentene spurt om å krysse av for hvor enige de er i påstanden: «Er du enig i at mer praktiske eksempler og konkretisering av likninger vil være med på å øve elevers forståelse for temaet». Her mener lærer A at konkretisering og praktiske eksempler vil hjelpe i stor grad, mens lærer B mener dette vil hjelpe i noen grad.

5.0 Drøfting

5.1 Drøftingskapittelets oppbygging

Når jeg nå har presentert datamaterialet, skal dette drøftes i henhold til teorien som er presentert i kapittel 2. Siden jeg i mine undersøkelser har valgt å bruke så mange ulike metoder vil dette kapittelet bli delt opp i henhold til temaene som omtales i teorikapittelet. Videre vil så det datamaterialet som måtte være relevant for de ulike temaene bli trukket inn og diskutert.

5.2 Læreverkk i matematikk

Ser vi så på første del av teorikapittelet i denne oppgaven, kan vi se at det i hovedsak dreier seg om emnebasert og repeterende læreverkk. Ettersom skolen hvor mine undersøkelser ble gjennomført bruker det emnebaserte læreverkk KodeX, vil jeg starte med å se på dette. I spørsmål 2 i spørreundersøkelsene ble respondentene spurt om å svare på en påstand om hvorvidt KodeX var med på å øke forståelse for likninger. Bare 41 % av elevene som svarte på undersøkelsen sa at de var enige i den påstanden. Læreverkket KodeX legger opp til en tydelig progresjon (Christensen, 2006) hvor likninger er et av tre nye tema som skal læres i løpet av et år. Med dette i bakhode kan det diskuteres om den tydelige progresjonen dette læreverkket legger opp til fører til at det oppstår et tidspress. På grunn av den begrensede perioden en får til å gå gjennom et omfattende tema som likninger, forårsaker dette tidspresset at forståelse kan vike plass for progresjon. Resultatene fra lærer- og elevundersøkelsene viser at når det gjelder dette læreverkket så er det ingen av respondentene som krysser av for at de er helt uenige med påstanden. Det kommer frem fra lærerundersøkelsen at forståelse i matematikk ikke kan oppnås bare fra læreverkk, men at det også henger mye sammen med lærerens presentasjon av dette fagstoffet. Ved å trekke inn disse to faktorene kan en ikke utelukke at læreverkket KodeX er et godt verktøy for å oppnå forståelse i likninger, men at læreverkket i seg selv ikke er nok.

Ettersom jeg av tidsmessige grunner ikke har data som kan trekkes opp imot den repeterende formen for læreverkk og dens sterke sammenheng med Bruners *spiral prinsipp*, vil drøfting innenfor dette bare bli spekulasjoner fra min side og jeg velger derfor ikke å gå noe dypere inn i det.

5.3 Forståelse av likninger

5.3.1 Spørreundersøkelsene

Når jeg nå skal drøfte rundet det datamaterialet som har med likningsforståelse å gjøre er det naturlig å begynne med det som allerede har blitt presentert i forrige delkapittel. En mulig forklaring på den store spredningen som er å finne blant respondentenes avkryssing på spørsmål 2 i elevundersøkelsen kan rett og slett være at elevene har ulike syn på hva forståelse er. Ser vi tilbake på Skemps (2006) rasjonelle og instrumentelle forståelse sammen med Mellin-Olsens (1984) regel- og strukturopfatning kan det godt tenkes at elevene ikke har kjennskap til disse begrepene. Da kan det også godt tenkes at de av elevene som har krysset av for delvis uenig eller delvis enig på påstanden, tenker på forståelse som det vi legger i begrepene rasjonell forståelse eller strukturopfatning. Hvis vi så videre ser på spørsmål 1 i elevundersøkelsen, hvor størsteparten av respondentene har svart «delvis uenig» eller «uenig» på påstanden om at «likninger er et av de temaene i matematikken som er vanskelig å forstå». En mulig årsak til dette utfallet kan rett og slett være at elevene mener det er andre temaer i matematikken som er vanskeligere å forstå enn likninger. Men også her kan det tenkes at den store spredningen i avkryssinger (figur 3) er på grunn av at elevene har forskjellige meninger om hva forståelse er. Spørsmål 1 i lærerundersøkelsen kan være med på å indikere dette. Det kommer her frem fra respondentene at elevene ofte ved å pugge algoritmer og gjentatt øvelse klare å utvikle strukturopfatning/ instrumentell forståelse. Men når det kommer til problemløsning og derav rasjonell forståelse/ strukturopfatning kan en del av elevene få problemer.

På det siste spørsmålet i lærerundersøkelsen ble respondentene bedt om å ta stilling til hvorvidt arbeid med praktiske situasjoner og konkretisering kan være med på å øke elevens forståelse for temaet likninger. Ettersom begge lærerne var forholdsvis enige i denne påstanden kan vi se på dette som en bekreftelse av det Aarø (2006) og Torkildsen (2006) skriver om hvordan konkretiseringsmateriale er med på å hjelpe elever ved innkjøring av likninger og algebra.

5.3.2 Før og etter testene og undervisningsopplegget

Ved å se på resultatene fra før og etter testene kan det også vurderes om elevene som deltok på dem for det meste har en instrumentell/ regeloppfatning eller rasjonell forståelse / strukturopfatning av likningsløsning. Jeg har valgt å se bort i fra oppgave 1 som var av en så konkret struktur det ikke en gang var behov for å bruke likning for å løse den. Av de

resterende oppgavene har jeg valgt å starte ved å sammenligne oppgave 3 og 4. Som nevnt tidligere var disse oppgavene av identisk struktur, men med to forskjeller (vedlegg 3). Den første av de to forskjellene i oppgavene gikk ut på at elevene ble testet i konvensjonen

. Andre forskjell var at i oppgave 3 hadde den ukjente bokstaven X, mens den hadde bokstaven G i oppgave 4. Oppgave 3 har en lavere svarprosent en oppgave 4 både i før og etter testen. Dette kan igjen tyde på at elevene ikke har stor nok rasjonell forståelse/strukturoppfatning til å ha kjennskap til konvensjonen nevnt ovenfor, men de hadde kunnskap nok om den ukjentes rolle til å vite at det ikke spiller noen rolle hvilken bokstav den representeres av. Det kan også nevnes at svarprosenten økte i begge oppgavene fra før til etter testen. Dette tyder på at undervisningsopplegget i noen grad var med på å øke noen av elevenes rasjonelle forståelse/strukturoppfatning.

Når vi nå skal se videre på oppgave 2, må det nevnes at det er den oppgaven med desidert minst svarprosent i begge testene. Det er også den oppgaven som setter høyest krav til rasjonell forståelse/strukturoppfatning. Oppgavestrukturen gikk ut på at elevene skulle bruke formelen for areal av en trekant til å løse et problem (vedlegg 3). En av grunnene til at det er så liten svarprosent i denne oppgaven var at mange av elevene så ut til ikke å kunne formelen for å finne arealet til en trekant etter som denne ikke var oppgitt. Men det var også tydelig at mange av elevene ikke hadde høy nok grad av rasjonell forståelse/strukturoppfatning til at de klarte å gjøre om formelen ved likningsløsing. De fikk problemer når de ikke kunne bruke den vanlige algoritmen ved å flytte fra den ene siden av likhetstegnet til den andre. Dette igjen tyder på at de har en instrumentell forståelse/regeloppfatning av likninger. Det kan også tas med at også her økte svarprosenten fra før til etter testen, om enn i liten grad.

5.4 Introduksjonen til likninger og de ulike forutsetningene

Introduksjonen til et nytt tema i matematikk er ofte et veikryss når det kommer til forståelse av dette temaet. Hvis en introduserer for eksempel temaet likninger for en gruppe elever, vil elever som ikke forstår noe ved introduksjonen også få problemer med forståelse også på et senere tidspunkt. Dette kan vi forhindre ved å bryte ned temaet slik av vi ved introduksjonen får alle med oss. Ser vi så på de erfaringene respondentene fra lærerundersøkelsen min deler med oss. Finner vi i spørsmål 4 at en av dem skriver at når det kommer til likningsløsning er en av de største utfordringene elevene blir stilt ovenfor, det at de ikke er sikre nok når det kommer til «de fire regneartene». Ved å sammenligne denne uttalelsen med eksempelet på undervisningsopplegg som Udir (2006) har i sin veiledning til kunnskapsløftet, finner vi at også her blir «de fire regneartene sett på som en av de viktigste forutsetningene når det

kommer til introduksjon av likninger. En annen forutsetning som deles av både Utdanningsdirktoratets undervisningsopplegg og respondentene fra lærerundersøkelsen er prioriteringsreglene. Denne forutsetningen finner vi også i elevundersøkelsen, hvor respondentene rangerer den som nummer to av forutsetninger som er vanskelige å forstå ved likningsløsning.

Hvis vi videre tar en nærmere titt på den forutsetningen elevene kategoriserer som den letteste av de fem, finner vi i kapittel 4.3.3 at dette er «likhetstegnets rolle». Grunnen til at akkurat denne forutsetningen blir rangert som den laveste tror jeg ligger i det at de fleste av respondentene på undersøkelsen har den forståelsen av likhetstegnet, som Meier (2009) kategoriserer som operasjonell forståelse. Selv om det i introduksjonen av likninger blir lagt vekt på at likhetstegnet har funksjon som for eksempel en skålvekt, ser fortsatt mange av elevene på likhetstegnet som et tegn hvor meninger er å komme frem til et svar. Mange elever som lærer å løse ligninger gjør dette ved å automatisere algoritmen som går ut på at vi sortere slik at vi får alle de ukjente verdiene på en side likhetstegnet og tallverdiene på den andre siden av likhetstegnet. Denne algoritmen fungerer så bra på enkle likninger av første grad at elever som har en operasjonell forståelse av likhetstegnet ikke vil ha problemer med å løse disse likningene. Ser vi på oppgave 3 og 4 i før og etter testene, hvor oppgavene er av første grad. Kan vi ved å gå tilbake til figur 2 kan vi se at over halvparten av elevene har rett på begge oppgavene både i før og etter testen. Sammenligner vi dette med oppgave 2 som har en oppbygning mer lik en problemløsningsoppgave, ser vi at kun rundt en tredjedel av elevene har svart rett på både før og etter testen. Strukturen i oppgave 2 gjør at det kreves en relasjonell forståelse av likhetstegnet og elevene klarer derfor ikke å bruke algoritmen nevnt ovenfor på samme måte. I kapittel 4.4 svarer Lærer A på spørsmål 1 i lærerundersøkelsen at: «de fleste elevene klarer å bruke eller pugge algoritmene for likningsløsning, men en del av disse kan ha problemer med å gjøre om problemløsningsoppgaver til likninger»

Går vi igjen tilbake til den av de fem utfordringene som blir rangert som vanskeligst, finner vi i figur 5 at dette er positive og negative tall. Grunnen til at denne forutsetning er et så stort problem for mange av elevene, mener jeg også kan ha sitt opphav i deres operasjonelle forståelse av likhetstegnet. For å løse likningssett med positive og negative tall kreves det at en klarer å skille mellom når et pluss og/eller minus tegn brukes som operatør eller fortegn. Videre må en da bruke likhetstegnets relasjonelle egenskap til å manipulere disse tegnene slik at en til slutt kan finne verdien av den ukjente. Hvis elevene har en operasjonell forståelse av

likhetstegnet vil en slik manipulasjon bli vanskelig og de positive og negative tallene kan skape problemer for den videre sorteringen av de ulike verdiene i likningssettet.

5.5 De grunnleggende ferdighetene og PISA-testen

Lærer B svarte i spørsmål 1 (kapittel 4.4.1) i spørreundersøkelsen for lærere at når det kommer til likninger kan elevene ofte «slite med å forstå hva likningene er og hvordan en løser dem». Videre skriver han også at «problemet ofte ligger på et regneteknisk nivå». Sammenligner vi dette med rapporten fra PISA 2006 finner vi at utsagnet til Lærer B stemmer overens med den sentrale ideen Kjærnsli, Olsen og Roe (2007) skriver at norske elever er spesielt svake på når vi sammenligner alle de nordiske landene. Ved å se nærmere på det Alseth (2009) skriver om den grunnleggende regneferdigheten i matematikk, kan vi se at denne ferdigheten inneholder mange av elementene PISA-prosjektets sentrale idee «Tall og mål» omhandler. Et av problemene elevene kan møte når de skal lære seg likninger er altså at de ikke har nok kompetanse innen denne grunnleggende ferdigheten.

5.6 RME, kommunikasjon og didaktiske kontekster.

Det siste emnet fra teorikapittelet jeg vil reflektere rundt er realistisk matematikkundervisning og hvordan det kan være med på å øke elevens forståelse for likninger. Går vi igjen tilbake til spørreundersøkelsen som ble gjennomført av lærere kan vi i flere av spørsmålene se at respondentene henviser til arbeid med praktiske situasjoner som godt verktøy for likningsløsning. Med bakgrunn i dette vil jeg trekke frem min mening om at RME kan være med på å øke elevens rasjonelle forståelse for likninger hvis det brukes i introduksjonsprosessen. De realistiske scenariene som er en del av Hans Freudenthals fagdidaktisk retning kan være med å forklare det elevene ofte føler blir så abstrakt når det skal forstå hva den ukjente er.

For at undervisning basert på denne didaktiske tankegangen skal være så effektiv som mulig forutsetter det at læreren på forhånd har satt seg inn i hvordan en best mulig kan kommunisere med elevene. Her vil IC-modellen til Alrø og Skovsmose (2006), og de åtte forskjellige «dialogiske talehandlinger» denne modellen tar opp, være et utmerket hjelpemiddel for en lærer som skal gjennomføre arbeid i et undersøkelseslandskap med bakgrunn i realistisk matematikkundervisning. Det vil også være viktig for læreren i planleggingsarbeidet å tenke over hvilke didaktiske kontekster (Mellin-Olsen, 1984) han ønsker at oppgavene rundt undersøkelseslandskapet skal ha.

6.0 Konklusjon

6.1 Elevers forståelse av likninger

Hvis vi ser på den norske skolen er det allmennkunnskap at vi som nasjon stiller mye svakere i matematikkfaget på grunnskolenivå i forhold til mange andre land i Europa og resten av verden. Dette vet vi fordi både media og regjering har et stort fokus på det norske skolesystemet, og gjennom dette på ulike undersøkelser som for eksempel «Nasjonale prøver», «PISA» og «TIMS». Tidligere i denne oppgaven har jeg tatt en nærmere titt på PISA-testen fra 2006. Her observerte jeg at noe av det norske skoleelever er aller svakest på, er de områdene som er viktigst når det kommer til forståelse av likninger. Det er altså viktig at både lærere og fremtidige lærere, jobber mot å legge til rette undervisning slik at forholdene ligger til rette for at norske skoleelever kan få en økning av forståelse og ferdigheter rundt matematikk.

For så å kunne svare på problemstillingen vil jeg først gå tilbake til begynnelsen av denne oppgaven hvor jeg nevnte noen faktorer jeg mente var viktige for å komme frem til et svar. Når det kommer til elevers generelle forståelse av likninger har jeg gjennom denne oppgaven funnet ut at det i matematikken skilles mellom to ulike former for forståelse. Instrumentell forståelse eller regeloppfatning og rasjonell forståelse eller struktuoppfatning. I tillegg har jeg også kommet frem til ulike faktorer som jeg føler er viktige å ha med seg for å legge til rette for at elever skal ha best mulig utbytte av undervisning rundt emnet likninger. Jeg fikk også prøvd noe av dette selv gjennom undervisningsøkten jeg gjennomførte. Gjennom datamaterialet har jeg prøvd å komme frem til et svar på spørsmålet «Er det slik at elever ofte har vansker med overgangen fra konkret til abstrakt likningsløsning?» Med utgangspunkt i datamaterialet jeg har samlet inn vil jeg svare ja på dette spørsmålet. I både før og etter testene jeg gjennomførte viste elevene stor evne til å løse de konkrete likningssettene, derimot var det en tydelig nedgang i svarprosent ettersom oppgavene ble mer og mer abstrakte. Jeg har også et inntrykk av at mesteparten av elevene har en instrumentell forståelse av likninger. Dette baserer jeg både på svarene fra før og etter testene og de besvarelser som blir gjort av både lærer og elever i de to spørreundersøkelsene. Det at elevene har en instrumentell forståelse av likninger, sammen med en operasjonell oppfatning av likhetstegnet gjør at de vil klare å løse konkrete og enkle likningssett av første grad, men de vil få problemer når de kommer til mer abstrakte likninger basert på for eksempel problemløsningsoppgaver. Det må til slutt presiseres at denne konklusjonen er hentet ut fra mitt begrensede datamateriale og kan

ikke generaliseres på noen som helst måte. Den gjelder kun for den klassen hvor undersøkelsene ble gjennomført. For å finne ut om en vil få det samme resultatet på et mer generelt plan må det gjennomføres en mye mer omfattende undersøkelse enn det er mulig å gjennomføre i en bacheloroppgave.

6.2 Veien videre

Ser jeg nå for meg hvordan denne oppgaven vil spille inn i min vei videre som lærer. Føler jeg at jeg gjennom denne arbeidsprosessen har tilegnet meg mye nyttig kunnskap som vil hjelpe meg og mine fremtidige elever til å komme et skritt nærmere en løsning på koden rundt elevers likningsforståelse. Erfaringen jeg har fått av å jobbe så tett med en oppgave over en så lang tidsperiode, håper jeg også kan være med på å stryke meg i mine mange fremtidige planleggingsøker som lærer.

7.0 Bibliografi

- Aarø, E. (2006). Kort som hjelpemiddel i begynneropplæringen i algebra og likninger. *Tangenten 1/2006*, ss. 24-27.
- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). Undersøgende samarbejde i matematikundervisningen: utvikling af IC-Modellen. I O. Skovsmose, & M. Blomhøj, *Kunne det tænkes?* (ss. 110-126). København: Malling Beck.
- Alseth, B. (2009). Kompetanse og grunnleggende ferdigheter i matematikk. I H. Traavik, O. Hallås, & A. Ørving, *Grunnleggende ferdigheter i alle fag* (ss. 104-128). Oslo: Universitetsforlaget AS.
- Bakke, I. N., & Bakke, B. (u.å.). *Grunntall*. Hentet April 15, 2013 fra Grunntall 8 Brukerveiledning:
<http://www.grunntall.no/misc/Produkter/Ungdomstrinnet/Ressurspermer/Trinn8/Brukerveiledning-Grunntall8.pdf>
- Befring, E. (2002). *Forskningsmetode, etikk og statistikk*. Oslo: Det Norske Samlaget.
- Bruner, J. S. (1977). *The Process of Education*. Cambridge: Harvard University Press.
- Christensen, A. S. (2006). *KodeX*. Hentet November 20, 2012 fra Fagbokforlaget:
<http://kodex.fagbokforlaget.no/documents/005-019.pdf>
- Imsen, G. (2010). *Eleven verden - Innføring i pedagogisk psykologi 4. utgave*. Oslo: Universitetsforlaget AS.
- Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R. V., & Roe, A. (2007). *Tid for tunge løft*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Kunnskapsdepartementet. (2003-2004). *Stortingsmelding nr. 30 Kultur for læring*. Hentet Mai 14, 2013 fra Regjeringen:
<http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/dok/regpubl/stmeld/20032004/stmeld-nr-030-2003-2004-/4.html?id=404455>
- Meier, A. (2009, Juni 03). Masteroppgave i elementær algebra. *Likhetstegnet i elementær algebra : en studie av tiendeklasse-elevs forståelse av likhetstegnet ved bruk av algebralæringsprogrammet Aplusix*. Norge: Universitetet i Agder.

- Mellin-Olsen, S. (1984). *Eleven, matematikken og samfunnet - En undervisningslære*. Rud: NKI-forlaget.
- Rindvold, R. (2010). Konkreter i læring av algebra. *Tangenten 1/2010*, ss. 7-10.
- Ringdal, K. (2013). *Enhet og mangfold - Samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode (3. utg.)*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Skemp, R. R. (2006). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching in the middle school, 12(2)*, ss. 88-95.
- Skott, J., Jess, K., & Hansen, H. C. (2009). *Matematikk for lærerstuderende - Delta Fagdidaktik*. Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur.
- Torkildsen, S. H. (2006). Veier til algebra. *Tangenten 1/2006*, ss. 11-14.
- Udir. (2006). *Utdanningsdirektoratet*. Hentet Mars 22, 2013 fra Likninger - en introduksjon på 8. trinn:
http://www.udir.no/PageFiles/Veiledninger/Matematikk/Undervisningsopplegg/2/likninger_uo.pdf
- Utdanningsdirektoratet. (2006). *Udir*. Hentet november 17, 2012 fra Bokstavregning og likninger: <http://www.udir.no/Lareplaner/Veiledninger-til-LK06/Matematikk2/Matematikk/Eksempel-til-hovedområdet-i-tall-og-algebra/Trinn-10/Bokstavregning-og-likninger/>

8.0 Vedlegg

8.1 Vedlegg 1: Informasjon til foresatte

Jeg er en student som går 3. året på grunnskolelærerutdanning på HSH, Rommetveit. I uke 5, 6 og 8 skal jeg være i praksis på 10. trinn på Skåredalen Skole. Dette semesteret skal jeg skriva en bacheloroppgave i pedagogikk og elevkunnskap med fordyping i Matematikk faget.

Temaet for bacheloroppgava er Algebra – Likningsforståelse

Jeg vil i løpet av praksisperioden bruke spørreskjema og gjennomføre et undervisningsopplegg for å få inn data om dette. All data vil forbli konfidensielt, ingen navn eller kjennetegn på elevene vil bli brukt.

Dette er frivillig, og dersom du/dere ikke vil ha barnet med, ta kontakt med kontaktlærer, dette gjelder også om barnet selv ikke ønsker å være med.

Dersom du/dere ønsker mer informasjon kan du/dere ta kontakt med meg.

Med vennlig hilsen

Gisle Halleraker

8.2 Vedlegg 2: Forespørsel om deltakelse på undersøkelse

Jeg er 3. års lærerstudent ved Høgskolen Stord/Haugesund. Denne våren skal jeg gjennomføre en undersøkelse i forbindelse med min bacheloroppgave i pedagogikk og elevkunnskap. Jeg sender deg derfor en forespørsel om å få lov til å gjennomføre en undersøkelse blant Lærerne og elevene

Temaet for oppgaven er Algebra – Likning-forståelse. Dette ønsker jeg å skrive om for å få tak i noen gode metoder å tilnærme meg dette på når jeg skal ut i arbeid. Jeg vil spørre/observere lærer(e) om metoder og erfaring, og elever om deres erfaringer(tanker) omkring dette.

Det vil ta omtrent ti minutt å delta på undersøkelsen. Det er frivillig å delta.

Datamaterialet jeg innhenter i undersøkelsen kommer bare til å bli brukt i arbeidet med bacheloroppgaven der jeg vil analysere funnene/datamaterialet og sammenligne resultatene med annen forskning på område og pedagogisk/fagdidaktisk teori.

Jeg er gjennom høgskolen underlagt taushetsplikten og all informasjon som blir samlet inn gjennom denne undersøkelsen vil behandles konfidensielt og anonymt og vil bli makulert etter at materialet er analysert og oppgaven er levert.

Jeg vil ta kontakt i praksisperioden og kan da gi mer informasjon.

Om du har noen spørsmål om undersøkelsen, kan du ta kontakt med undertegnende på mail:

Med vennlig hilsen

Gisle Halleraker

8.3 Vedlegg 3: Før og etter test

Test i likning forståelse

Bruk likninger til å løse tekstoppgavene, du trenger ikke sette prøve.

1) Anna og Per er tilsammen 7 år. Anna er 3 år, hvor gammel er Per?

2) En trekant med areal lik 6 har høyde lik 4 cm. Hvor lang er grunnlinja?

Løs likningene under, du trenger ikke sette prøve.

3)

4)

Test i likning forståelse

Bruk likninger til å løse tekstoppgavene, du trenger ikke sette prøve.

5) Knut og Kari er tilsammen 9 år. Kari er 5 år, hvor gammel er Knut?

6) En trekant med areal lik 9 har grunnlinje lik 3 cm. Hvor høy er trekanten?

Løs likningene under, du trenger ikke sette prøve.

7)

8)

8.4 Vedlegg 4: Spørreskjema om likningsforståelse for elever

I dette spørreskjemaet vil jeg prøve finne ut av dine erfaringer rundt likninger og din forståelse rundt dette temaet. Alle besvarelser i denne undersøkelsen er anonyme

1. Kryss av for hvor enig eller uenig du er i denne påstanden

Likninger er et av de temaene i matematikken som er vanskelig å forstå.	Uenig	Delvis uenig	Delvis enig	Enig
--	-------	--------------	-------------	------

2. Kryss av for hvor enig eller uenig du er i denne påstanden

Læreverket <i>KodeX</i> skriver om likninger med først en grundig gjennomgang i 9. klasse, så repetisjon før eksamen i 10. klasse. Dette er med på å øke din forståelse for likninger.	Uenig	Delvis uenig	Delvis enig	Enig
---	-------	--------------	-------------	------

3. Nummerer fra 1 til 5 hvor 1 er vanskeligst og 5 er lettest

Hva syntes du er mest vanskelig med å løse og forstå likninger.?		Likhetstegnets rolle(=)
		De fire regneartene()
		Hva den ukjente står for
		Prioriteringsreglene
		Positive og negative tall

4. Kryss av for hvor stort eller liten hjelp.

Hvor mye hjelp undervisningsøkten om likninger deg til å få bedre forståelse for likninger?	Ingen hjelp	Liten hjelp	Noen hjelp	Stor hjelp
--	-------------	-------------	------------	------------

8.5 Vedlegg 5: Spørreskjema om likningsforståelse for lærere

I dette spørreskjemaet vil jeg prøve finne ut av dine erfaringer rundt elevs likningsforståelse. Alle besvarelser i denne undersøkelsen er anonyme

5. Svar så utfyllende du kan

Ut ifra din erfaring, er likninger et tema hvor elevene sliter med forståelse? Hvorfor/hvorfor ikke?

8. Nummerer fra 1 til 5 hvor 1 er vanskeligst og 5 er lettest og svar så utfyllende du kan

Hvilken av disse fem kategoriene føler du er den største hindringen for elever når det gjelder introduksjon til og forståelse av likninger?		Likhetstegnets rolle
		De fire regneartene
		Hva den ukjente står for
		Prioriteringsreglene
		Positive og negative tall
Er det noe du har erfart som kan hjelpe dem til overkomme denne hindringen?		

9.

Er du enig i at mer praktiske eksempler og konkretisering av likninger vil være med på å øke elevers forståelse for temaet?	Nei	I liten grad	I noen grad	I stor grad
--	-----	--------------	-------------	-------------