HØGSKOLEN STORD/HAUGESUND

VURDERINGSINNLEVERING

Emnekode:	LU1-MAT415 og LU1-PEL415
Emnenamn:	Matematikk 2B og Pedagogikk og elevkunnskap 2B, 1-7
Vurderingsform:	Heimeeksamen/bacheloroppgåve
Kandidat namn:	Linda Jacobsen og Marianne Grindheim
Leveringsfrist:	Torsdag 16. Mai 2013, kl. 14.00

Ordinær eksamen

Fagansvarleg :	Gry Anette Tuset og Marit Kulild

HØGSKOLEN STORD/HAUGESUND

Strategibruk i multiplikasjon

Kva slags strategiar brukar elevar på 4. trinn for å rekne ut einsifra multiplikasjonsstykke? Utviklar desse strategiane seg over ein halvårsperiode?

Og korleis løyser to elevar med ulik strategibruk multiplikasjonsoppgåver?

Av

Linda Jacobsen og

Marianne Grindheim

Bacheloroppgåve

I faga Matematikk 2B og

Pedagogikk og elevkunnskap 2B, 1-7

Våren 2013

Samandrag

I vårt forskingsarbeid ønska me å finne meir ut om multiplikasjonsstrategiar i skulen. Me valde å ikkje fokusera på elevar med matematikkvanskar for å avgrensa oppgåva vår. Problemstillinga me enda på var: «Kva slags strategiar brukar elevar på 4. trinn for å rekne ut einsifra multiplikasjonsstykke? Utviklar desse strategiane seg over ein halvårsperiode? Og korleis løyser to elevar med ulik strategibruk multiplikasjonsoppgåver?».

Når me skulle velje tema til oppgåva vår, var det mykje att og fram. Etter og ha vore innom fleire ulike tema, fann me ut at det var strategibruk i multiplikasjon me ville skriva om. Det var etter samtale med praksislærar og vegleiar, at me byrja å undersøkja meir om dette tema. Det å hente fram strategiar hjå elevar i skulen meiner me er viktig. Det er fordi ein blant anna kan finne ut av kven som tek i bruk tungvinte strategiar, slik at ein kan hjelpa dei til å få meir effektive strategiar. Me har sjølv lært oss nokre nye strategiar innan multiplikasjon etter at me byrja på høgskulen, som har gjort rekninga mindre tungvint.

Når det gjeld teorigrunnlaget tek me føre oss blant anna: utvikling av multiplikativ tenking, kva som ligg i strategiomgrepet, ulike strategiar i multiplikasjon og korleis strategiane utviklar seg.

Me brukte ein kvalitativ metode for å henta inn datamaterialet. Der me tok i bruk eit spørjeskjemaintervju som blei gjennomført tre gonger, der utvalet var seks elevar. Me gjennomførte også eit halvstrukturert intervju der utvalet var to elevar. Der den eine eleven brukte tungvinte strategiar og den andre eleven brukte effektive strategiar. Utvalet henta me frå 4.trinn.
Resultata frå vårt forskingsarbeid viser at strategiane elevane brukar varierer frå test til test og at dei utviklar seg over tid. Me fann og ut at to elevar med ulike strategiar klarte å vidareføra strategibruken i like stor grad. Men slik me tolkar det hadde ikkje eleven som brukte tungvinte strategiar like stor forståing. Me vil til slutt poengtera at resultata me kjem fram til berre kan knytas til elevane i utvalet og til det aktuelle tidsrommet.

Innhald

1. Innleiing

Me har valt å skriva om strategiar i multiplikasjon i vårt forskings og utviklingsarbeid (FoU-arbeid). Korleis tenkjer barn når dei løyser multiplikasjonsstykke? Endrar strategiane seg etter kvart som tida går? Korleis løyser ein elev med tungvinte strategiar multiplikasjonsoppgåver, samanlikna med ein elev som brukar effektive strategiar? For å finne ut av desse spørsmåla har me gjort fleire undersøkingar blant elevar på 4. trinn. Eit av måla var å kartleggja strategibruken til elevane.

Ein strategi blir i følgje Søvik (sitert i Askeland, 2009, s. 56) definert som framgangsmåten ein nyttar når ein skal løyse eller lære ei oppgåve. Når det gjeld inndeling av strategiar nemner Ostad (2003, s. 21-22) at den vanlegaste måten å klassifisera dei på, er å skilja mellom retrievalstrategiar og backupstrategiar. Retrievalstrategiar går ut på at eleven automatisk hentar fram løysinga frå eit kunnskapslager, oppgåva og løysinga er lett tilgjengeleg. Når eleven tek i bruk ein backupstrategi blir ikkje løysinga henta direkte frå eit kunnskapslager, eleven må til dømes ta i bruk teljestrategiar. I forbinding med strategiar i multiplikasjon, er multiplikativ tenking eit sentralt emne. I følgje Solem, Alseth og Nordberg (2010, s. 173) handlar det om korleis multiplikasjonsferdigheitene blir utvikla, frå å telje eit og eit objekt, til å vera fortruleg med multiplikasjonstabellen.

Er det slik at automatisering er det optimale når det gjeld den litle multiplikasjonstabellen? Dersom elevane har automatisert tabellen, kjem dei raskt fram til løysinga utan å måtte bruka tungvinte strategiar, dei tek med andre ord i bruk retrievalstrategi. I følgje Fosnot og Dolk (2001, s. 85-86) er automatisering det optimale, men det er viktig å ikkje fokusera på drill og pugg, men på korleis dei ulike områda i matematikken heng saman. Når det gjeld automatisering kjem me seinare i oppgåva til å kome inn på våre meiningar om emnet.

Mesteparten av forskinga innan strategibruk i multiplikasjon er gjort i utlandet. Men i dei seinare åra er forskinga også blitt gjennomført i Noreg. Gamst-Nergård (2006) har kartlagt strategibruken i multiplikasjon hjå elevar i 5. og 7. klasse. Her var ho blant anna ute etter å sjå om strategibruken endrar seg frå 5. til 7. klasse. Ho fann ut at bruken av retrievalstrategi aukar minimalt, men at dei mest primitive backupstrategiane blei redusert, noko ho synast var positivt. Ei som og gjennomførte ein liknande undersøking er Ekker (2007), men ho tok utgangspunkt i 4. og 7. klasse. Resultata hennar samsvarar med det Gamst-Nergård (2006) fann ut, at dei yngste brukte dei meir primitive backupstrategiane i større grad enn dei eldste.

Korleis blir det då me resultata våre? Kan me sjå tendensar til utvikling sjølv om me berre held oss til eit trinn?

1.1 Bakgrunn for val av tema

Å høyre korleis elevar tenkjer når dei løyser oppgåver har alltid vore spennande og lærerikt. Me har erfart i praksis at elevar er flinke til å forklara korleis dei tenkjer og at dei har forteljarglede. Det har vore ein lang prosess for å finne tema til oppgåva vår. Me har vore innom mange ulike tema, som til dømes konkretiseringsmiddel i matematikk og om det er noko forskjell på korleis gutar og jenter lærer matematikk. Til slutt enda me på strategibruk i multiplikasjon. Ein av grunnane til at me enda på dette temaet var på grunn av samtale med praksislærar og vegleiar. Me blei også meir og meir interessert i tema etter meir me las. Når strategibruken til elevane blir henta fram kan ein finne ut korleis ein kan hjelpa elevar med å gå frå tungvinte strategiar, til dei meir effektive. Me har sjølv erfart at me har lært nye strategiar etter at me byrja på høgskulen, noko som har gjort rekninga meir effektiv.

Sidan me i vårt FoU-arbeid rettar fokuset mot strategiar og utvikling av strategiar, har me valt å ikkje fokusera på barn med matematikkvanskar. Dette valet gjorde me for å avgrense oppgåva vår.

1.2 Problemstilling

Heilt frå me starta med vårt FoU-arbeid har dei to første spørsmåla i problemstillinga vår vore ganske klare. Men likevel blei ikkje problemstillinga endeleg før heilt i slutten av perioden. Problemstillinga vår blei til slutt slik:

Kva slags strategiar brukar elevar på 4. trinn for å rekne ut einsifra multiplikasjonsstykke? Utviklar desse strategiane seg over ein halvårsperiode? Og korleis løyser to elevar med ulik strategibruk multiplikasjonsoppgåver?

1.3 Vidare oppbygging av oppgåva

Først i oppgåva kjem me inn på relevant teori i forhold til vår problemstilling. Her går me blant anna inn på utvikling av multiplikativ tenking, kva som ligg i strategiomgrepet og utvikling av strategiar. Det neste kapittelet me går inn på er metode. Her nemner me kva metodar me har teke i bruk, korleis undersøkinga blei gjennomført, m.m. Etter dette presenterer me våre data, der resultata frå undersøkingane våre blir framstilt. Vidare drøftar me våre resultat i lys av teori og nyare forsking. Før me til slutt avsluttar med ein liten oppsummering og konklusjon av vårt FoU-arbeid.

2. Teorikapittel

I dette kapittelet kjem me til å presentera teori me følar er relevant i forhold til vårt FoU-arbeid. Det første me går inn på er multiplikasjon, og korleis barn utviklar multiplikativ tenking. Vidare seier me noko om kva som ligg i strategiomgrepet, nokre utvalde strategiar innan multiplikasjon og nyare forsking innan temaet. Dernest går me inn på korleis barn lærer og korleis dei utviklar strategiar. Det neste me kjem inn på er hukommelse, som har sterk samanheng med læring. Her nemnar me blant anna korleis hukommelse heng saman med strategiar. Til slutt seier me noko om kunnskapsløftet, der me går inn på den generelle delen av læreplanen og nokre grunnleggjande ferdigheiter.

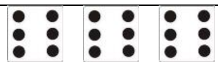
2.1 Multiplikasjon

I dag blir det lagt mykje meir vekt på forståing i multiplikasjon, i motsetning til tidlegare. Solem, Alseth og Nordberg (2010, s. 171-172) skriv i boka *Tall og tanke* om multiplikasjon. Dei peikar på at det tidlegare var meir bruk for å kunne rekna med store tal, det var viktig å kome fram til riktig løysing og at det skulle skje fort. Det blei brukt mykje tid på standardalgoritmane, der addisjon og subtraksjon fekk liten plass, medan multiplikasjon og divisjon tok mykje plass. Dette på grunn av at dei er meir kompliserte, dei består av fleire ledd og er meir abstrakte slik at ein ikkje ser tydeleg kva som skjer. Dei seier og at det blei brukt meir tid på å læra seg multiplikasjonsstykka utanåt, og ikkje særleg vekt på forståing. I dag er omstende annleis meiner dei, mykje fordi at alle har med seg ein kalkulator til ei kvar tid. Det er fortsatt viktig at elevane blir flinke til å rekna i hovudet, men det blir lagt mykje meir vekt på forståing.

2.1.1 Utvikling av multiplikativ tenking

Multiplikativ tenking handlar om korleis ein utviklar ferdigheiter i multiplikasjon, frå å måtte telje eit og eit objekt, til å vera fortruleg med multiplikasjonstabellen. Dette er ein krevjande prosess for elevane. Når det gjeld multiplikativ tenking beskriv Solem et. al. (2010, s. 173) fire utviklingstrinn, og meiner elevar allereie på det første utviklingstrinnet kan arbeida med multiplikasjon ved å ta i bruk teikning eller konkretar, som til dømes klossar eller perler. Ei oppgåve kan vera: I ein tyggegummipakke er det seks bitar. Kor mange bitar er det i tre sånne pakkar? Her kan elevane finne ein kloss for kvar tyggegummibit eller teikna kvar bit. Til slutt tel dei for å finne ei løysing. Det blir her fokusert på kvart enkelt objekt. Dette er ein framgangsmåte som fungerer best for mindre tal, men som blir lite formålstenleg når tala blir større. På dei tre første trinna brukar elevane teljing og additiv tenking. Det er ikkje før dei kjem på det fjerde trinnet at dei har utvikla multiplikativ tenking.

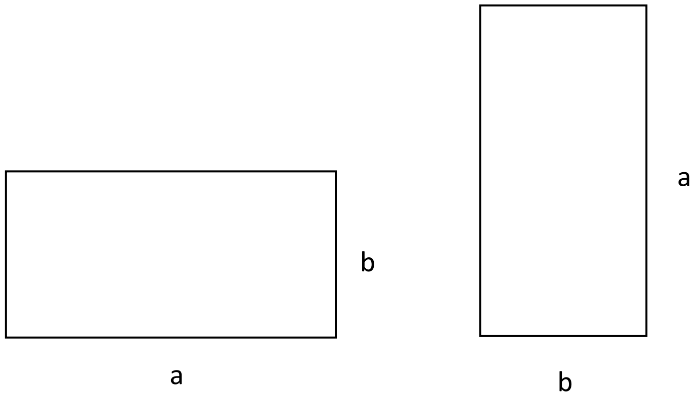
Når ein kjem til det neste trinnet i multiplikativ tenking, har ikkje eleven lenger behov for å telja kvart objekt. Eleven kan bruka kunnskapar om dobling. Viss ein ser på dømet ovanfor kan eleven tenkja at 6+6=12 (dobling) og dernest telja seg seks oppover fram til løysinga: 13, 14, 15, 16, 17, 18. Han kan og bruka kunnskapar om gjenteke addisjon, då reknar eleven først at 6+6=12 og så +6=18. I det tredje utviklingstrinnet blir det ikkje fokusert på kor mange det er i kvar einskild gruppe, men kvar gruppe blir sett på som ei eining (Solem, et.al., 2010, s. 173-174). Dette er det Fosnot og Dolk (2001, s. 11 og 34-35) kallar unitizing. Eit døme dei trekk fram er når elevane blir spurt om kor mange kjeksar det totalt er i tre posar, som alle inneheld seks kjeksar kvar. Her må ein klara å sjå på seks kjeks som ein pose. Det er forståinga av at seks samtidig kan vera ein, og at det er tre grupper med seks, som er *unitizing*. Ein fokuserer ikkje berre på mengd objekt, men og på mengd grupper. For å visa tydeleg skilnad på dei tre utviklingstrinna ovanfor har me valt å ta med ein tabell (tabell 1) frå *Tall og tanke*. Her har dei teke i bruk eit terningkast som gav tre seksarar:

		
Telling	**Addisjon**	**Multiplikasjon**
Eleven teller alle 18 prikkene, én for én.	Antall prikker er seks pluss seks pluss seks.	Dette er tre seksere.

Tabell 1: Terningkast. Henta frå *Tall og tanke* av Solem, et.al., (2010) s. 174

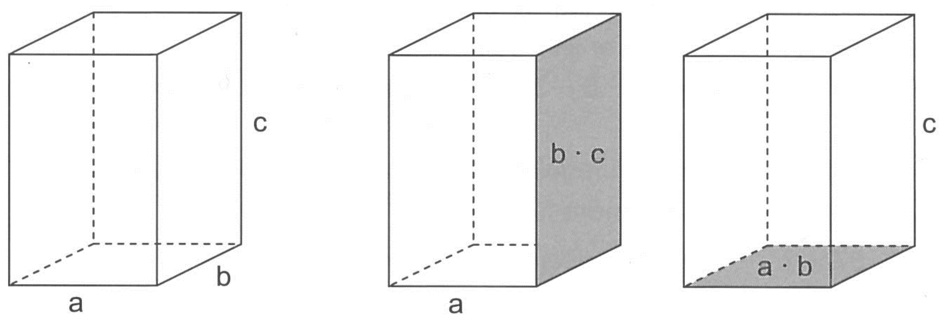
Når elevane er på det fjerde utviklingstrinnet er dei i følgje Solem, et. al. (2010, s. 175-176) fortruleg med talsymbola og delar av multiplikasjonstabellen. Det er på dette trinnet at elevane brukar multiplikativ tenking. Dei seier elevane utviklar reknemetodar som i hovudsak er knytt til desse tre reglane for multiplikasjon:

- *Den kommutative lov:* Når to faktorar vert multiplisert har rekkjefølgja på faktorane inga tyding for løysinga. $6 \cdot 3$ får den same løysinga som $3 \cdot 6$. Her er det viktig å presisera at sjølv om løysinga er den same, er det skilnad på at tre personar får seks pizzastykke og at seks personar får tre pizzastykke. Den kommutative lov kan me skrive som $a \cdot b = b \cdot a$. Nedanfor i figur 1 kan du sjå ein modell som illustrerer det.



Figur 1: Modell som illustrerer den kommutative lov.

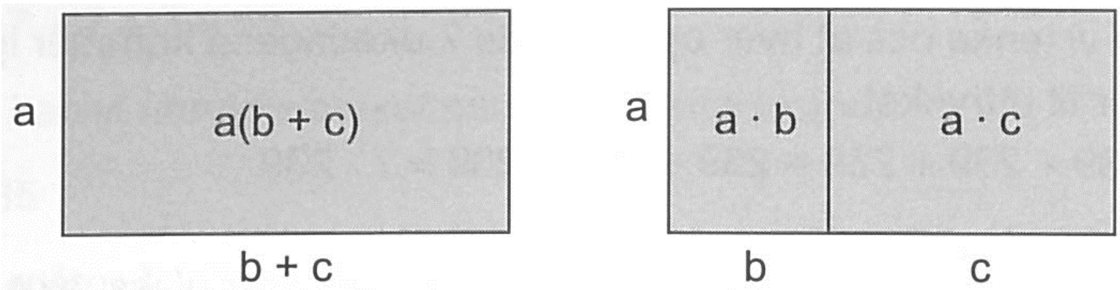
- *Den assosiative lov:* Når tre faktorar skal multipliserast har det inga tyding kva to faktorar ein multipliserer først. Viss ein brukar tala 2, 4 og 5, kan ein byrja med å multiplisera 2·4=8, dernest 8·5=40. Eller ein kan byrja med å multiplisera 4·5=20, dernest 20·2=40. Me kan og bruka den assosiative lov til å faktorisera den eine faktoren når me skal multiplisera to tal. Eit døme på dette kan vera 16·3, der du faktoriserer 16 til 8·2, då blir reknestykket 8·2·3. Dahl (2013, s. 18) knytt strategien dobling og halvering saman med den assosiative lov. Ho trekk fram døme med 12 posar med 50 klinkekuler, og visar med den assosiative lov korleis ein kan nytte dobling og halvering. 12·50=(6·2)·50=6·(2·50)=6·100. Altså 12 er halvert til 6, medan 50 er dobla til 100 (12·50=6·100). Sollervall (2012, s. 29) illustrerer den assosiative lov (figur 2), ved å bruka formel for volum av eit rektangulært prisme. Volumet for prismet i midten er arealet av den rektangulære grunnflata b·c, multiplisert med høgda over grunnflata, som er a. Volumet av rektangelet er altså a·(b·c). På prismet til høgre er arealet av grunnflata a·b, medan høgda over grunnflata er c, volumet er (a·b)·c. Me har nå to måtar å uttrykkja same volum på, det vil seie at (a·b)·c=a·(b·c).



Figur 2: Modell som illustrerer den assosiative lov. Henta frå *Tall og de 4 regneartene av* Sollervall, (2012) s. 29

- *Den distributive lov:* «Den sier at vi kan dele opp den ene faktoren i en sum og så multiplisere hvert ledd i summen med den andre faktoren» (Solem, et. al., 2010, s.

176). Eit døme kan vera når ein skal multiplisera 14 med 20. Då delar me 14 opp i 10+4, dernest multipliserer ein både 10 og 4 med 20 ($10\cdot20+4\cdot20$). For å illustrere den distributive lov brukar Sollervall (2012, s. 28) areal av rektangel som døme. I figur 3 nedanfor er dette vist med ein modell. På det venstre rektangelet er arealet $a\cdot(b+c)$, medan det høgre rektangelet har to mindre rektangel med areal $a\cdot b$ og $a\cdot c$. Det totale arealet av dei to mindre rektangla er $a\cdot(b+c)$. Sidan areala av dei to rektangla nedanfor er like, stemmer det også at $a\cdot(b+c)= a\cdot b+a\cdot c$.



Figur 3: Modell som illustrerer den distributive lov. Henta frå *Tall og de 4 regneartene av* Sollervall, (2012) s. 28

Desse tre reglane, samt unitizing, blir i følgje Fosnot og Dolk (2001, s. 36) kalla big ideas innan multiplikativ tenking. Dei definerer *big ideas* som «(…) the central, organizing ideas of mathematics – principles that define mathematical order» (Fosnot & Dolk, 2001, s. 10). Desse ideane er altså sterkt knytt til strukturane i matematikken. Dei er og karakteristiske for endringane i elevars resonnering (til dømes endring i perspektiv og logikk). Fosnot og Dolk seier også at desse ideane er kritiske for å forstå multiplikativ tenking, og er store utviklingstrinn i elevars resonnering. Det handlar dermed om store endringar i elevars tenkjemåte. Me har nå skildra fire utviklingstrinn. I følgje Solem et. al (2010, s. 175-176) startar elevane på det lågaste trinnet og utviklar seg gradvis mot høgare trinn. Sjølv om eleven har kome på eit høgare trinn, kan han fortsatt ta i bruk kunnskapen frå dei lågare trinna. Det kan vera nyttig dersom tala blir høgare, til dømes dersom eleven er kjend med einsifra tal, og skal rekne med tal som er fleirsifra.

2.2 Strategi

Omgrepet *strategi* er av gresk opphav og tyder stor krigfører («strateg») (Askeland, 2009). I pedagogiske samanhengar definerer Søvik (sitert i Askeland, 2009, s. 56) ein strategi som: «Den framgangsmåten et individ nyttar når det bevisst går inn for å løse eller lære en oppgave». Når ein snakkar om strategiar i matematisk samanheng har Siegler og Jenkins (1989, s. 11) si forsking stor tyding. Dei definerer omgrepet som kvar og ein aktivitet som er målretta og som ikkje er obligatorisk. Eit døme dei trekkjer fram kan vera når ein person skal ta heisen frå første til andre etasje. Aktiviteten er retta mot eit bestemt mål, men sidan personen berre har ein moglegheit blir det ein obligatorisk aktivitet. Aktiviteten er derfor ikkje ein strategi. Men skal personen løyse oppgåva $2 \cdot 3 =$, fins det fleire framgangsmåtar personen kan velje mellom for å kome fram til løysinga. Framgangsmåten er difor ein strategi, sidan aktiviteten har eit bestemt mål og ikkje er obligatorisk.

Ein måte ein kan dela strategiar opp på i følgje Goldman (sitert i Ostad, 2003, s. 21), er generelle strategiar og oppgåvespesifikke strategiar. Det er dei sistnemnde me kjem til å leggje vekt på. I følgje Ostad (2003, s. 21-22) viser *generelle strategiar* til korleis elevane kan styra sin eigen læreprosess og vera medvitne på metodar i opplæringa og i fagbøker. Medan *oppgåvespesifikke strategiar* går ut på dei alternative framgangsmåtane som blir teke i bruk av elevane når det gjeld oppgåveløysning, som til dømes enkle multiplikasjonsoppgåver. Han skil mellom ulike typar strategiar, desse kan både bli brukt åleine, og saman med andre strategiar. Ostad nemner og at den vanlegaste måten å klassifisera dei ulike strategitypane på er å skilja mellom retrievalstrategiar og backupstrategiar.

Retrievalstrategiar går ut på at eleven automatisk hentar fram løysinga frå eit kunnskapslager. Eit døme kan vera at eleven får oppgåva $9 \cdot 6 =$, og ser med ein gong at løysinga er 54. Oppgåva og løysinga er lett tilgjengeleg, dermed tek han i bruk ein retrievalstrategi. Derimot når løysinga ikkje blir henta direkte, tek eleven i bruk ein *backupstrategi*. Dersom ein brukar det same døme, $9 \cdot 6 =$, klarar ikkje denne eleven å henta fram løysinga automatisk. Ein backupstrategi eleven kan bruka i dette tilfellet er at han ser på reknestykket som: $9+9+9+9+9+9=$, og tel seg fram til at løysinga er 54. (Ostad, 2004, s. 72). Eleven kan også bruke den assosiative lov ved å faktorisera 9, til $3 \cdot 3$, og dernest multipliserer $3 \cdot (3 \cdot 6) =$, og kjem fram til at løysinga er 54.

2.2.1 Strategiar i multiplikasjon

Innanfor dei oppgåvespesifikke strategiane finst det ulike måtar å kategorisera kva slags strategiar elevane brukar i multiplikasjon. Nokre som har kategorisert desse strategiane er Ostad (sitert i Askeland, 2009, s. 61), og Fosnot og Dolk (2001, s. 35). Me har valt å ta utgangspunkt i Ostad sin inndeling, men me kjem først til å nemne kort nokre av strategiane Fosnot og Dolk presenterer. Den første «counting-by-ones», er ein strategi der eleven til dømes tel seks klossar, så seks klossar til, før han til slutt tel alle klossane og kjem fram til at løysinga er tolv. Ein anna strategi er «doubling», her kan eleven til dømes seie at åtte pluss åtte er seksten, og at seksten pluss seksten er trettito. Dei to neste strategiane kan koplast til tabell 2, der «skip-counting» koplast til talseriestrategien, og «repeated addition» til gjenteke addisjon. Derimot har Ostad delt opp i fem ulike strategiar, som du kan sjå i tabellen nedanfor (Askeland, 2009, s. 61).

Strategiar	**Beskriving**	**Døme**
Gjenteke addisjon	Adderer det eine leddet så mange gonger det andre leddet vis.	6·3= Tel seks fingrar, tre gonger.
Talseriestrategien	Brukar talserien som er lært, og seier/syng den til han kjem til rett løysing.	6·3= Tel/syng slik: «Tre-seks-ni-tolv-femten-atten.»
Regelstrategien	Brukar ein regel for å koma fram til løysinga.	6·0= «alt du gongar med null, blir null.»
Dekomposisjonsstrategien	Brukar noko som er kjend, for å løyse ei ukjend oppgåve.	6·3= Kjenn att 5·3=15, «Femten pluss tre er atten.»
Direkte retrieval	Løysing, eller oppgåve og løysing blir henta fram direkte frå langtidsminnet.	6·3= «er atten».

Tabell 2: Strategiar i multiplikasjon. Henta frå *Å regne i alle fag av* Askeland, (2009) s. 61

Dei fire første i tabell 2, er innanfor backupstrategiane, medan den femte er ein retrievalstrategi. Siegler og Jenkins (1989, s. 27-29) seier at strategiane i tabellen utviklar seg frå dei primitive (enkle) backupstrategiane, til ein meir avansert bruk av backupstrategiar, og til retrievalstrategi. Dei seier og at når ein tek i bruk meir avanserte strategiar, forsvinn ikkje dei primitive strategiane. Dei nye strategiane fungerer i eit fellesskap med dei «gamle». Sjølv om ein har utvikla retrievalstrategiar på nokre område, hendar det at ein må gå tilbake å ta i bruk backupstrategiar. Skal ein kopla strategiane i tabellen saman med dei fire utviklingstrinna som beskriven tidligare i kapittelet, kan ein seie at det ikkje er før elevane tek i bruk dekomposisjon og direkte retrieval at dei har kome til det fjerde utviklingstrinnet. Dei har her gått frå å bruke multiplikasjon til å utvikle multiplikativ tenking.

For at elevar skal kunne multiplisera raskt og utan å bruke tungvinte strategiar, er det viktig at elevane har automatisert den litle multiplikasjonstabellen (tal frå 1 til 10), altså bruk av direkte retrieval. Automatisering blir det optimale, men i følgje Fosnot og Dolk (2001, s. 85-86) er det viktig å tenkja på korleis ein lærer. I staden for drill og pugg, må ein fokusera på forholda i matematikken, altså korleis dei ulike områda heng saman. Slik me tolkar dette, er automatisering viktig, men at ein samstundes må fokusera på forståinga til elevane.

2.2.2 Nyare forsking

Når det gjeld forsking på strategibruk i multiplikasjon er dette blitt mest utført i utlandet. Men i dei seinare åra er fleire observasjonsstudie blitt gjennomført i Noreg. Me har i vårt FoU-arbeid valt å ta mest utgangspunkt i norske studie på dette området. Det på grunn av at me hadde kjennskap til desse studia frå før, og synst dei var relevante for oss. Me vil no i hovudsak gjengi nokre av resultata frå desse observasjonsstudia.

Gamst-Nergård (2006) har blant anna kartlagt strategibruk i multiplikasjon hjå elevar i 5. og 7. klasse, der ho tok i bruk ein kvantitativ tilnærming. Det var 57 elevar som var med i undersøkinga, der det var 29 elevar frå 5.klasse og 28 elevar frå 7.klasse. Det var frivillig å delta, og deltakarprosenten låg på 80 % i begge klassane. Resultata hennar blant elevar i 5. klasse, viste at retrivalstrategi gjennomsnittleg blir brukt på ca. 7 av 12 oppgåver. Det var berre 4 elevar som brukte retrieval som einaste strategi. 22 av 29 elevar brukte retrieval på halvparten eller fleire av oppgåvene. Når det gjeld 7. klasse, auka bruken av retrieval til nesten 8 av 12 oppgåver. Berre 8 av elevane brukte denne strategien som einaste strategivariant. 24 av 28 elevar brukte retrival på halvparten eller fleire oppgåver. Gamst-Nergård seier at sjølv om bruken av retrivalstrategi aukar minimalt frå 5. til 7. klasse, er det positivt at dei mest primitive backupstrategiane blir redusert etter kvart som elevane eldast.

Ekker (2007) gjennomførte ein liknande undersøking som Gamst-Nergård. Ho brukte ein kvantitativ metode, der ho kartla til saman 53 elevar på ein skule, 25 elevar i 4. klasse og 28. elevar i 7. klasse. Ho fann ut at alle elevane brukte retrievalstrategiar i ulik grad, men backupstrategiane spelte framleis ei viktig rolle. Dei yngste brukte i større grad dei meir primitive backupstrategiane enn dei eldste. I 4. klasse var det ingen av elevane som brukte direkte retrieval som einaste strategi, medan det i 7. klasse var berre 4 (av 28). Resultata hennar frå 4. klasse vis at gjennomsnittleg 45 % av elevane brukte retrievalstrategi, medan gjennomsnittet i 7. klasse var 65 %. Ekker hadde forventa at bruken av retrievalstrategiar skulle liggje høgare hjå 7. klasse. Ekker peikar på at personlege eigenskapar hjå nokon av elevane kan gjer at dei i staden vel trygge strategiar for å få riktig løysing, enn å vera effektiv å ta ein risiko. Ho skriv og at ein kan sjå i undersøkinga at det er dei enklaste oppgåvene elevane har automatisert.

2.2.3 Utvikling av strategiar

Me har valt å ta med noko om det teoretiske perspektivet kognitiv konstruktivisme. Det er fordi me meiner det kan bli knytt til vårt FoU-arbeid, der me er ute etter korleis strategiane utviklar seg. Jean Piaget (1896-1980) var ein sveitsisk filosof og psykolog, og er ein av dei mest kjende teoretikarane innan kognitiv konstruktivisme. Det som kjenneteiknar *kognitiv konstruktivisme* er at dei under læringa ser på barnets mentale strukturar. Altså at læringa skjer «i hovudet» til den som skal lære (Imsen, 2005, s. 38-39). Det som skjer ute i verda kan ikkje kallast kunnskap før det er kome inn i oss. Eit døme kan vera talet 7. «At tallet 7 symboliserer en mengde på 7, er et fenomen i verden, men kunnskap er det først når eleven har forstått denne sammenhengen» (Hinna, Rinvold & Gustavsen, 2012, s. 77).

Piaget snakkar om tre aspekt som kjenneteikna læringsprosessen:

- Den indre representasjonen: Skjema
- Læringsprosessen: Assimilasjon og akkommodasjon
- Drivkrafta i prosessen: Likevektsprinsippet

Her kjem me til å ta utgangspunkt i dei to første aspekta. Årsaka til det er at det tredje aspektet dreiar seg om motivasjon, noko som ikkje er relevant i forhold til vår problemstilling. Det første aspektet, *den indre representasjonen*, går ut på at me erfarer den ytre verda gjennom handling og utforsking. Døme på det kan vera når barn prøvar å opne ein fjernkontroll, eller ein kulepenn for å sjå korleis det ser ut inne i den. Handlinga sit igjen som eit aktivt handlingsmønster. Handlingsmønstra blir ofte knytt saman til lengre handlingssekvensar, det kallar Piaget *skjema*. Piaget snakkar om fleire typar skjema, men me kjem til å konsentrere oss om *kognitive skjema*. Det er bevisste skjema som kan hentast fram, og brukast i situasjonar som er annleis frå der dei er blitt brukt før. Det vil med andre ord sei at barnet kan tenkje før det handlar. Han nemner og *kognitive strukturar*, som er når fleire skjema som er like på kvarandre veks saman (Imsen, 2005, s. 231). Det er slike endringar som fører til at barn lærer. Døme på skjema barn utviklar i matematikk kan vera tal, plassverdisystemet, tiarovergangar og multiplikasjon. Barns skjema blir utvikla når dei får nye erfaringar i lærestoffet (Hinna et al., 2012, s. 775).

Det andre aspektet, læringsprosessen, handlar om individets samhandling med omgjevnadane. Her bruker ein erfaringar som å prøve og feile, og sansar som å lukta og smaka, som reiskapar i læringsprosessen. Dette blir i følgje Piaget kalla adaptasjon (tilpassing). Det skjer gjennom to prosessar, assimilasjon og akkommodasjon. *Assimilasjon* handlar om å tilpassa den nye informasjonen til dei gamle skjema. Denne informasjonen er ikkje ukjend, og er dermed lett å tilpasse til dei gamle. Eit døme kan vera når ein elev får presentert fleire ulike firkantar, som rombe og trapes. Han har allereie eit skjema om eigenskapane til firkanten, og brukar assimilasjon for å føye til den nye kunnskapen. Den andre prosessen, *akkommodasjon*, er motsett. Her strekker ikkje dei gamle skjema til, så barnet må forandre på dei. Eit døme på det kan vera ein misoppfatning i matematikk om at «det lengste talet» er størst, som blir eit problem når dei støytar borti desimaltal. Til dømes at 5,2554 er større enn 5,6. (Hinna, et. al., 2012, s. 775-776). Fosnot og Dolk (2001, s. 10 og 25) seier at ein kan knyte strategiar saman med desse skjema. Dei seier at når elevane prøvar å forstå «kor mange det er» i ulike situasjonar, brukar dei assimilasjon. Det kan til dømes vera når dei skal forstå kor mange boksar ein treng når ein har 296 drops, og det skal vera 10 drops i kvar boks. Fosnot og Dolk seier at når elevane prøver å forstå situasjonen og konteksten, tolkar og organiserer dei utifrå idear og strategiar dei allereie har. I dropsdømet seier dei at det er mange startpunkt, elevane kan gå frå å telja ein og ein, til å pakka boksar med ti drops, til å arbeida med den totale mengda av drops først, og til å arbeida med den individuelle dropsen ved å bruka plassverdi. Strategiane elevane tek i bruk vil etter kvart utvikla seg til effektive strategiar for multiplikasjon.

Piaget snakkar også om noko som heiter figurativ kunnskap og operativ kunnskap. *Figurativ kunnskap* er «(…) faktakunnskap om konkrete, fysiske ting eller forhold som ikke krever noe videre forståelse» (Hinna, et. al., 2012, s. 777). Det kan ein knyte til dei kognitive skjema: Jorda er rund, dette er eit menneske osv. Ein lærer seg kunnskapen ved overlæring, og kunnskapen går i gløymeboka dersom den ikkje blir vedlikehalde. *Operativ kunnskap* krev forståing og innsikt. Kunnskapen lærast ikkje gjennom overlæring, men gjennom akkommodasjon og assimilasjon. Når ein elev seier at ein sirkel er rund «bare fordi den er det», har eleven figurativ kunnskap. Men har eleven kunnskapar og forståing om sirkelens funksjon og eigenskapar, har eleven operativ kunnskap (Hinna, et. al., 2012, s. 777). Her kan ein og snakke om ein artikkel av Richard Skemp (2006, s. 89-91), der han viser til Stieg Mellin-Olsen sine omgrep «relasjonell og instrumentell forståing». Skemp nemner at *relasjonell forståing* går ut på at elevane skal vite kva dei skal gjera og kvifor dei skal gjera det (operativ kunnskap), medan *instrumentell forståing* går ut på at elevane skal kunna ein regel og kunna bruka den (figurativ kunnskap). I artikkelen hevder Skemp at det ofte er den instrumentelle forståinga det blir undervist i når det gjeld matematikkfaget. Fordelane han nemnar med tanke på slik undervisning er at det er mykje klarare å forstå, ein tek i bruk ein regel og får ei rett løysing. Dette kan verke motiverande for elevane, dei kan oppleva at dei meistrar ved at dei får riktig løysing på oppgåvene. Fordelane han nemnar når det gjeld relasjonell forståing er at kunnskapen elevane tileignar seg, kan førast vidare til nye oppgåver. Den relasjonelle matematikken ser og på korleis dei ulike områda i matematikken heng saman, og dermed blir forståinga varig.

2.3 Hukommelse

Imsen (2005, s. 208 og 212-214) seier at ingenting kan vera lært utan at ”noko” sitt igjen på ein eller anna måte. Det er difor sterke samanhengar mellom læring og hukommelse. Ho snakkar om tre hovudprosessar når det gjeld informasjonsbehandling. Det er sanseregisteret, korttidsminnet og langtidsminnet. I den første prosessen, *sanseregisteret*, er det høyrselsinntrykk, synsinntrykk, berøring, smak og lukt som blir fanga opp. Her kjem det raskt inn mykje informasjon, og det er sanseregisteret si oppgåve å gripa tak i noko av informasjonen. Den andre prosessen, *korttidsminnet*, inneheld kunnskap om kva som skal gjerast med den informasjonen som kjem, men er ikkje eit permanent kunnskapslager. Imsen trekk også fram Piaget sine omgrep, assimilasjon og akkommodasjon, som ein del av korttidsminnet. Hovudoppgåva til korttidsminnet er å knyte saman fersk informasjon frå sanseregisteret med ferdigbehandla informasjon i langtidsminnet.

I følgje Imsen (2005, s. 210) går den tredje prosessen, langtidsminnet, ut på å lagre informasjon over tid. Tulving (sitert i Imsen, 2005, s. 220-221) deler *langtidsminnet* inn i ferdigheitsminnet og det kognitive minnet. Det førstnemnde minnet handlar om motoriske og kognitive ferdigheiter som er automatiserte, det kan vera til dømes å gå, å hoppa eller utføra rekneoperasjonar. Innlæring av desse ferdigheitene krev øving, men når dei først er lært, gløymer ein dei sjeldan. Det kognitive minnet derimot, inneheld kunnskap som kan lærast i ein einaste læringssekvens. Det kan vera til dømes når ein elev lærer kva som skjer med gjær i deigen når me bakar bollar. Dei tre hovudprosessane me nå har sett på, arbeidar saman om korleis menneske behandlar informasjon.

I følgje Hecht (sitert i Ekker, 2007, s. 23) kan kunnskap som er automatisert bli henta direkte frå langtidsminnet utan at det treng gå gjennom korttidsminnet. Noko som derimot er avhengig av korttidsminnet er backupstrategiane. Sjølv om anna informasjon blir behandla i korttidsminnet, kan automatisert kunnskap hentas fram frå langtidsminnet i oppgåveløysing. Døme på lagra kunnskap kan vera når elevane brukar retrievalstrategi for å løyse multiplikasjonsoppgåver. Når elevane nyttar seg av denne typen strategi blir kapasiteten i korttidsminnet frigjort, slik at den kan nyttast på andre områder i oppgåveløysinga.

2.4 Kunnskapsløftet

Er det slik at kunnskapsløftet legg opp til operativ eller figurativ kunnskap? Slik me forstår den generelle delen av læreplanen, legg kunnskapsløftet opp til operativ kunnskap. Det kan ein til dømes sjå i den generelle delen av læreplanen, der dei «7 mennesketypane» blir beskriven. Det arbeidande mennesket peikar blant anna på at læring skjer ved at ein går frå det kjende til det ukjende. Læraren må altså byggja på førforståinga til elevane. Ein kan og sjå dette i mennesketypen, det allmenndannande mennesket. Her blir det nemnt at erfaring og forsking visar at når ein har lite førehandskunnskapar som ein kan knyte ny kunnskap til, tek læringa lengre tid og blir mindre overkommeleg (Utdanningsdirektoratet, u. å.). Også her viser det at ein må ta i bruk førforståinga til elevane.

Når det gjeld dei grunnleggjande ferdigheitene er det fem ferdigheiter som er integrert i kompetansemåla: å kunne uttrykkje seg munnleg, å kunne uttrykkje seg skriftleg, å kunne lese, å kunne rekne og å kunne bruke digitale verktøy. Når det gjeld korleis me hentar inn datamaterialet til vårt FoU-arbeid, har me valt å ikkje leggja vekt på å kunne bruke digitale verktøy, sidan me ikkje har fokus på digitale hjelpemiddel. Den første me går inn på av ferdigheitene innan matematikk fellesfag, er å kunne uttrykkje seg munnleg.

> Å kunne uttrykkje seg munnleg i matematikk inneber å gjere seg opp ei meining, stille spørsmål, argumentere og forklare ein tankegang ved hjelp av matematikk. Det inneber òg å vere med i samtalar, kommunisere idear og drøfte problem og løysingsstrategiar med andre (Utdanningsdirektoratet, u. å.).

I forhold til å kunne uttrykkje seg munnleg i matematikk påstår Gamst-Nergård (2006) i ei masteroppgåve frå universitetet i Oslo, at elevane synast dette er uvant. Når me skal finne ut av kva slags strategiar elevane brukar, er det viktig for oss at elevane klarar å forklara korleis dei tenkjer. I vårt FoU-arbeid vil me og få greie på kva slags løysingsstrategi dei tek i bruk, det er dermed viktig at elevane kan uttrykkja seg munnleg. Når det gjeld å uttrykkja seg skriftleg i matematikk inneber det «(…) å løyse problem ved hjelp av matematikk, beskrive og forklare ein tankegang og setje ord på oppdagingar og idear.» (utdanningsdirektoratet, u.å.). Kunnskapsløftet (utdanningsdirektoratet, u.å.) utdjupar dette med at det inneber at elevane tek i bruk matematiske symbol, lagar teikningar, tabellar og liknande. I vårt FoU-arbeid er me som sagt ute etter å sjå om det er noko skilnad i korleis elevane me vil gå nærare inn på, vel å løysa dei ulike matematiske oppgåvene. Kanskje eleven som brukar mest direkte retrieval uttrykkjer seg annleis skriftleg, enn den som brukar mest talserie?

Det som og er viktig i forhold til dei matematiske oppgåvene elevane får er den grunnleggjande ferdigheita, å kunne lesa i matematikk. I følgje kunnskapsløftet (utdanningsdirektoratet, u.å.) inneber det «(…) å tolke og dra nytte av tekstar med matematisk innhald og med innhald frå daglegliv og yrkesliv.» Elevane me kjem til å gå nærare inn på får blant anna nokre tekstoppgåver. Dermed er det viktig at elevane klarar å dra nytte av den matematiske informasjonen som står i oppgåvene. Kanskje viser det ein skilnad her også, i forhold til korleis elevane hentar ut informasjon. Når det gjeld å kunne rekna i matematikk seier kunnskapsløftet (utdanningsdirektoratet, u.å.) at det utgjer ei grunnstamme i matematikken. Her blir det blant anna nemnd at elevane må ha evne til å bruka varierte strategiar. Me er ute etter kva slags strategiar elevane brukar og om desse endrar seg, dermed er det av stor tyding for oss at elevane meistrar rekneoperasjonane og tek i bruk varierte strategiar.

3. Metode

I dette kapittelet vil me ta føre oss kva for nokre metodar me har teke i bruk for å få grunnlag for vårt FoU-arbeid. Det første me kjem inn på er kva som karakteriserer eit spørjeskjemaintervju og eit halvstrukturert intervju. Denne måten å samla inn datamaterialet på blir kalla for ein kvalitativ metode. Det som kjenneteiknar ein kvalitativ metode er i følgje Olsson og Sörensen (2003, s. 16) blant anna at forskerane er subjektive (at dei er prega av personleg oppfatning), og at dei ofte har langvarig kontakt med personane som er med i undersøkinga. Dei seier og at resultata er bygd på få individ, og at resultata som kjem fram gjeld i spesifikke miljø og omstende. Vidare i oppgåva kjem me inn på korleis undersøkingane blei gjennomført. Me kjem så inn på kva som var vårt utval, før me til slutt nemner noko om gyldigheit, truverd og etikk i forhold til vårt FoU-arbeid.

3.1 Spørjeskjemaintervju

Me ønska å kartleggja kva for nokre strategiar elevane på 4.trinn brukar når dei løyser einsifra multiplikasjonsoppgåver. For å finne ut av det valde me å bruka eit spørjeskjemaintervju som er strukturert. I følgje Dalland (2007, s. 204) er det som kjenneteiknar eit strukturert spørjeskjema at respondentane (dei som svarar), får dei same spørsmåla. Desse spørsmåla blir stilt på same måte og i same rekkjefølgje. Spørsmåla som blir stilt er ferdig formulert på førehand. Her har me teke utgangspunkt i Ostad (2008, s. 76) sitt skjema for registrering av multiplikasjonsstrategiar, men saman med praksislærar har me gjort nokre endringar, sjå tabell 3.

Namn på elev:_______________________ Fødselsdato:_____________
Dato:___________

STRATEGIOBSERVASJON I MATEMATIKK: MULTIPLIKASJON NIVÅ A&B								
			Strategikategoriar					
	Oppgåve	Svar	Gjenteke addisjon	Talserie	Regel	Dekompo-sisjon	Direkte retrieval	Merknad
1	6•2=							
2	4•3=							
3	8•3=							
4	5•0=							
5	4•4=							
6	7•4=							
7	1•5=							
8	4•5=							
9	3•9=							
10	9•5=							
11	6•6=							
12	8•6=							

Tabell 3: Avkryssingsskjema for registrering av multiplikasjonsstrategiar. Henta frå *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring: Med fokus på eleven med matematikkvansker* av Ostad: (2008) s.76 (med nokre endringar)

Skjemaet i tabell 3 blir heretter kalla avkryssingsskjema. På kvart spørsmål som elevane svara på, kryssa me av i avkryssingsskjemaet for å kategorisera strategien. Det er fleire måtar å samla inn data når ein brukar spørjeskjema, til dømes telefon- og postintervju. Me valde å kalla det spørjeskjemaintervju sidan me sit ansikt til ansikt med elevane.

3.2 Halvstrukturert intervju

Etter å ha kartlagt strategibruken til elevane, ønska me å sjå om ein elev som brukte dei meir primitive backupstrategiane, klarte å vidareføra strategibruken i like stor grad som ein elev som brukte mykje direkte retrieval. Metoden me har valt å ta i bruk for å innhente denne informasjon vert i følgje Fontana og Frey (sitert i Postholm & Jacobsen, 2011, s.75-76) kalla det halvstrukturerte intervjuet. Dei seier at kjenneteikna på eit halvstrukturert intervju er at intervjuaren har nokre relevante spørsmål klar på førehand, og at han samstundes må vera open for at tema som ikkje var planlagt kan dukke opp. Sjølv om me har alle spørsmåla klar på førehand, har me valt å kalla metoden for eit halvstrukturert intervju. Dette er på grunn av at me kanskje må hjelpa elevane med å forstå oppgåvene, og må stilla andre spørsmål enn dei som er skrivne ned.

Elevane skal gjennomføra i alt 8 oppgåver. Desse kjem me nå til å gå inn på, og nemne kva me har som hensikt med dei. Me ser og på kva strategiar dei brukar når dei løyser oppgåvene.

Oppgåve 1 og 2 er multiplikasjonsoppgåver som me veit elevane er vane med, og som kan auka sjølvtilliten. Oppgåvene me her har valt ut er 4·4= og 8·4=, her legg me opp til dobling. Oppgåve 3 som er 5·17=, er ei meir utfordrande oppgåve der me er ute etter å sjå om dei tek i bruk den distributive lov. Den neste oppgåva går ut på kombinasjonar i multiplikasjon. Her er me ute etter om elevane klarar å henta ut informasjon frå teksten. Klarar dei å trekkje ut multiplikasjonsstykket direkte eller må dei til dømes teikne? Oppgåva ser slik ut: Bjørn har fire ulike bukser og sju ulike skjorter. Kor mange ulike måtar kan han kle seg på når han skal bruke ei bukse og ei skjorte?

Elevane me testar brukar Multi 4B i matematikk, medan oppgåve 5 og 6 har me henta frå Multi 5B (Alseth, Nordberg & Røsseland, 2006, s. 68), som er eit trinn høgare.

5.) Kor mange sauer er det i alle vognene?

I denne oppgåva vil me sjå om elevane tel sauene i alle vognene, eller om dei hentar ut multiplikasjonsstykket med ein gong.

6.) Det er fire sauer i kvar vogn. Kor mange sauer er det i vognene, dersom det er:

a.) 3 vogner?

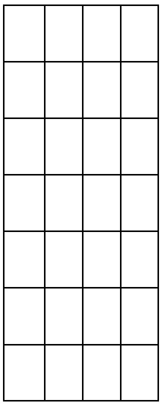
b.) 8 vogner?

c.) 15 vogner?

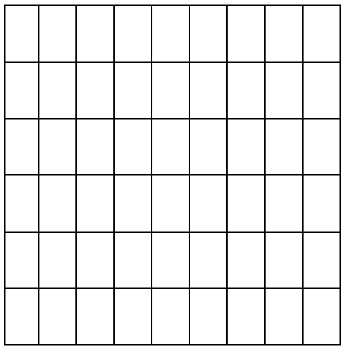
Her vil me sjå om elevane teiknar fleire vogner, eller om dei klarar å henta ut multiplikasjonsstykket med den informasjonen som står i oppgåva. Her var me og ute etter om dei såg oppgåve 6b i samanheng med oppgåve 2, som begge inneheld same multiplikasjonsstykke. Oppgåve 6c legg også opp til den distributive lov. Dei to neste oppgåvene er rutenettoppgåver. Der oppgåve 7 lyder slik:

7.) Finn kor mange ruter. Skriv som to gongestykke.

a.)

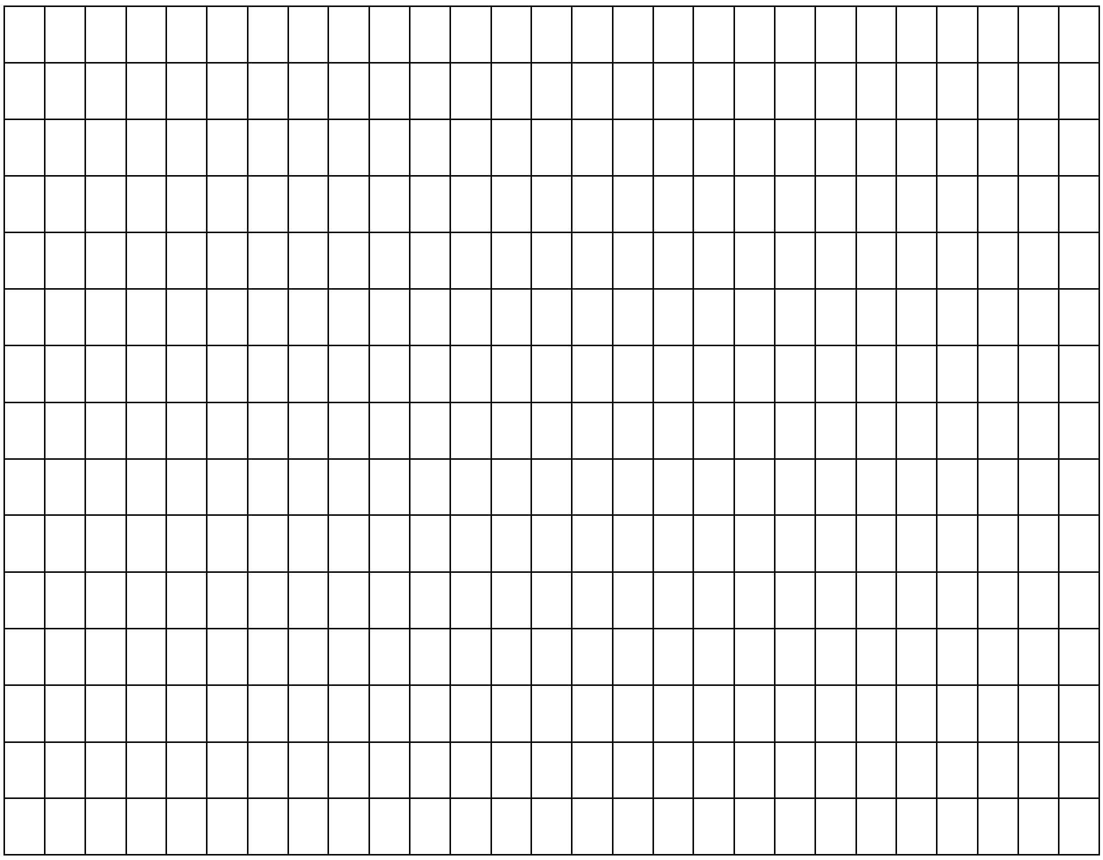


b.)



Me har valt å ta med desse rutenetta slik at elevane skal få rutenett dei har arbeida med frå før. Her legg me opp til den kommutative lov.

8.) Del opp, og finn kor mange ruter.



På det største rutenettet vil me sjå om elevane klarar å generalisera informasjonen om rutenett, med andre ord å bruka informasjon om mindre rutenett på eit som er mykje større. Me er og interessert i korleis dei delar opp rutenettet, om dei delar opp i multiplikasjonsstykke dei kjenner, eller delar dei opp tilfeldig?

3.3 Praktisk gjennomføring

Nedanfor i tabell 4 har me laga ei skjematisk oversikt over dei ulike intervjua me har gjennomført, med tidspunkt og mengd deltakarar.

Metode	Tidspunkt	Mengd deltakarar
Spørjeskjemaintervju 1	Veke 44, 2012	7
Spørjeskjemaintervju 2	Veke 5, 2013	6
Spørjeskjemaintervju 3	Veke 10, 2013	6
Halvstrukturert intervju	Veke 10, 2013	2

Tabell 4: Oversikt over dei ulike intervjua.

For å finne ut av kva slags strategiar elevane på 4. trinn brukar i løysinga av einsifra multiplikasjonsoppgåver, tok me i bruk eit spørjeskjemaintervju. Dette spørjeskjemaintervjuet valde me å gjennomføra tre gonger over tid (sjå tabell 4), for å sjå om strategiane endrar seg, og for å få inn nok datamaterieale. Før spørjeskjemaintervjuet blei gjennomført valde me på førehand å informera heile klassen om at me skulle trekkja ut nokre elevar, og fortalte dei kva undersøkinga gjekk ut på. Undersøkinga blei utført i ulike rom på praksisskulen, på grupperom og i mediateket. Før me henta eleven fann me fram ark og papir, konkretiseringsmiddel i form av klossar og avkryssingsskjema. Me var til stades begge to når undersøkinga vart gjennomført. Når me hadde henta eleven, informerte me han om at me kom til å visa eit og eit kort der det står eit multiplikasjonsstykke, og at eleven kan ta den tida han treng til å svare. Det var til saman 12 multiplikasjonsstykke. Me sa også at eleven kunne tenkje høgt, eller så spør me etterpå, «korleis tenkte du?». Me informerte og om at det ikkje var svaret eleven gav som var viktig for oss, men korleis han tenkte. Når eleven hadde kome med si løysing kom me med små positive kommentarar, og kryssa av i avkryssingsskjema kva slags strategi eleven brukte. Gjennom undersøkinga la me vekt på at det skulle vera ei positiv oppleving for eleven, og takka alltid elevane for at dei ville delta. Etter kvar elev hadde me ein samtale der me sjekka om begge var einige i kva slags strategiar eleven brukte.

Den neste undersøkinga me gjennomførte var eit halvstrukturert intervju. Undersøkinga blei utført i eit møterom på praksisskulen, der elevane hadde dei same hjelpemiddela som i spørjeskjemaintervjuet. Også dette intervjuet blei gjennomført individuelt, og det var to elevar som deltok. På førehand laga me ei liste over kva som var viktig å nemna for elevane før dei fekk oppgåvene, slik at me sa det same til begge elevane. Det var til saman 8 oppgåver, der nokon inneheldt deloppgåver. Oppgåvene blei levert ut ein etter ein utanom oppgåve 1-3, som var på same ark. Når elevane hadde gjennomført alle oppgåvene, takka me for at dei ville delta. Det halvstrukturerte intervjuet varte i cirka 30 minutt. Etter kvar elev gjekk me gjennom notata våre på dei einskilde oppgåvene. Når begge elevane vare ferdige med det halvstrukturerte intervjuet, samanlikna me strategibruken og løysingane deira.

3.4 Utval

Undersøkinga blei gjennomført i praksis, i ein 4.klasse med 15 elevar. Etter samtale med praksislærar og rettleiar, fann me ut at me skulle ta eit tilfeldig utval på 7 elevar. Det var 2 av elevane som ikkje var med i trekninga grunna ulike årsakar. Av desse 7 elevane enda me opp med å bruka 6, grunna sjukdom. Elev nr. 7 var tilstade under det første spørjeskjemaintervjuet, men ikkje når me skulle gjennomføra det for andre gong.

Når det gjeld utvalet til det halvstrukturerte intervjuet, valde me ut 2 av dei 6 elevane som var med i spørjeskjemaintervjuet. Ut frå resultata våre valde me ein elev som brukte mykje direkte retrieval, og ein elev som brukte mykje talseriestrategien. Desse elevane har me valt å gje dei fiktive namna, Ellen og Truls. Ellen er den som brukar mykje direkte retrieval, medan Truls brukar mykje talseriestrategien.

3.5 Gyldigheit, truverd og etikk

Slik me forstår ordet *gyldigheit* ut i frå det Postholm og Jacobsen (20011, s. 126) skriv, går det ut på om me har dekning for våre tolkingar når det gjeld funn og resultat i det innsamla datamaterialet. Dei seier også at det er viktig å tenkja på om testen målar det me vil måla, og at ein må sjå på om resultata kan generaliserast til å gjelda andre grupper enn dei som har blitt undersøkt. I vårt FoU-arbeid har teori og forskingslitteratur vore til stor hjelp for oss for å tolka våre funn og resultat. Men om me målar det me vil måla er vanskelig å sei. Av dei to undersøkingane me gjennomførte følar me det er spørjeskjemaintervjuet som i størst grad målar det me vil måla. På det halvstrukturerte intervjuet er det vanskeligare å vita om me har valt riktige oppgåver. Burde me valt vanskeligare oppgåver? Ein annan type oppgåver? Kva slags skilnadar får oppgåvene fram? Når det gjeld generalisering, er resultata våre ikkje moglege å generalisera. Dette på grunn av at det er for få utvalde, det er berre ein klasse på ein skule.

Når data blir samla inn er det viktig at datamaterialet er *truverdig*. Då må ein tenkje på ulike feilkjelder og at ein må vera fri for unøyaktigheiter. Dersom ein arbeidar godt i forkant med korleis ein skal samla inn data, kan ein redusera dei vanlegaste feilkjeldene (Dalland, 2007, s. 94-95). Ein av dei største feilkjeldene me har er at strategiane i avkryssingsskjema ikkje er dekkjande nok. På nokre av oppgåvene elevane fekk måtte me kryssa av på ein strategi som ikkje beskreiv nøyaktig slik eleven rekna, døme på dette kjem i kapittelet presentasjon av data. Det at me sit ansikt til ansikt med elevane kan gjera at dei følar seg pressa, og kanskje svarar det dei trur at me vil dei skal svara. Det er dermed ein moglegheit for at me kryssar av på feil strategitype. Når me tek i bruk ulike rom for å gjennomføra testane, kan dette ha ein innverknad på korleis resultata blir. Nokre av romma me tok i bruk var ukjende omgjevnadar, som kan føra til at elevane blir usikre. Det andre og tredje spørjeskjemaintervjuet blei gjennomført med berre fire vekers mellomrom. Sidan oppgåvene er like i kvart spørjeskjemaintervju, kan dette ha gjort at elevane hugsar oppgåvene frå sist, og kan dermed ha noko å seie for resultata. Det at me tok eit val og endra på nokre oppgåver i Ostad (2008, s. 76) sitt skjema for registrering av multiplikasjonsstrategiar kan også verka inn, kanskje han har valt ut dei oppgåvene for det er ein samanheng med dei? At me var to i rommet når me gjennomførte spørjeskjemaintervjuet og det halvstrukturerte intervjuet var ein styrke for oss. Etter kvar elev hadde me som sagt ein samtale der me diskuterte løysingane deira, dette gjer at me følar oss sikrare på vala våre. Sjølv om me var to som kryssa av på dei ulike strategiane i avkryssingsskjemaet, og me har lest oss opp på desse, kan det samstundes henda at me vel feil strategitype når elevane forklarar korleis dei tenkjer. Når det gjeld det halvstrukturerte intervjuet kan ein feilkjelde vera at notata våre ikkje er tilstrekkelege. Me har og valt å ikkje ta i bruk lydopptakar, dermed kan det henda at viktig informasjon har gått tapt.

I følgje Postholm og Jacobsen (2011, s. 125 og 134) er etiske prinsipp ein del av prosessen, og ein del av framstillinga i etterkant. Dei seier at *etiske prinsipp* går ut på å byggja relasjonar med dei involverte partane og at ein skal vidareutvikla desse. Ein må og vera varsam med informasjonen ein får, både når ein samlar inn og når ein skal presentera materialet for andre. Dei seier og noko om at det er ein etisk og viktig handling å informera elevane om kvifor ein gjer det ein gjer, slik at elevane slepp å sitja å undra på kvifor læraren noterer så mykje. Ein må informera elevane om at all informasjon som kjem fram i undersøkinga blir behandla konfidensielt. Dersom ein skal presentera funna for andre, må ein vurdera om skulens og elevanes namn skal brukas, eller om ein skal bruka fiktive namn. Når me skulle starta undersøkinga, bestemte me oss på førehand for at me ville venta til slutten av første praksisperiode slik at me kunne byggja relasjonar med elevane. Det var viktig for oss at rektor på skulen, elevane og føresette var klar over kva FoU-arbeidet vårt gjekk ut på. Me sendte derfor ein førespurnad til rektor på praksisskulen der me spurte om løyve til å gjennomføra vårt FoU-arbeid (vedlegg I) og informasjonsskriv til føresette og elevane (vedlegg II). Informasjon me har samla inn undervegs har me vore varsame med, all data har vore skjerma for uvedkommande.

4. Presentasjon av data

I dette kapittelet tar me føre oss resultata frå vårt FoU-arbeid. Me har valt å først gå inn på dei tre spørjeskjemaintervjua, der me ser på samanhengar i resultata (vedlegg III). Me går så inn på resultata av strategiutviklinga til elevane som deltok på det halvstrukturerte intervjuet, Truls og Ellen. Til slutt går me inn på det halvstrukturerte intervjuet, der me har valt å gå inn på ei og ei oppgåve, av dei i alt 8 oppgåvene, som det vart vist til tidlegare. Her går me inn på kva strategiar Ellen og Truls har brukt, og peikar på nokon samanhengar. Me har valt å strukturera kapittelet slik fordi me synast me får fram resultata på ein oversikteleg måte.

I forhold til dei resultata me har fått på det strukturerte intervjuet, vil me informera om at me har valt å leggja strategien dobling under gjenteke addisjon. Dette har me gjort fordi det er ingen av strategiane me på førehand hadde valt som dekkjer denne strategien, men gjenteke addisjon er den me følar dekkjer mest. Døme på dobling frå resultata våre er når eleven skal løyse oppgåva 6·6=, og svarar at det er 12+12+12. Eit anna døme er oppgåva 4·4=, der eleven svarar at 4+4=8, og at 8+8=16. Me vil og informera om at ein elev kan ha brukt fleire strategiar for å koma fram til løysinga på ei oppgåve. Eit døme frå våre resultat kan vera når eleven skal løyse oppgåva 6·6=, og brukar både gjenteke addisjon og dekomposisjon. Då svara eleven at han visste at 3·6=18 (dekomposisjon), og adderte deretter 18+18=36 (gjenteke addisjon/ dobling).

4.1 Resultat frå spørjeskjemaintervju

Resultata frå dei tre spørjeskjemaintervjua blir heretter kalla test 1, 2 og 3. Nedanfor i diagram 1 er resultata frå dei tre testane. Her ser me at kvar av testane er merka med ei farge, til dømes er test 1 merka med blå farge osv. Søylene i diagrammet viser kor mange gonger kvar av strategiane er blitt brukt på dei ulike testane.

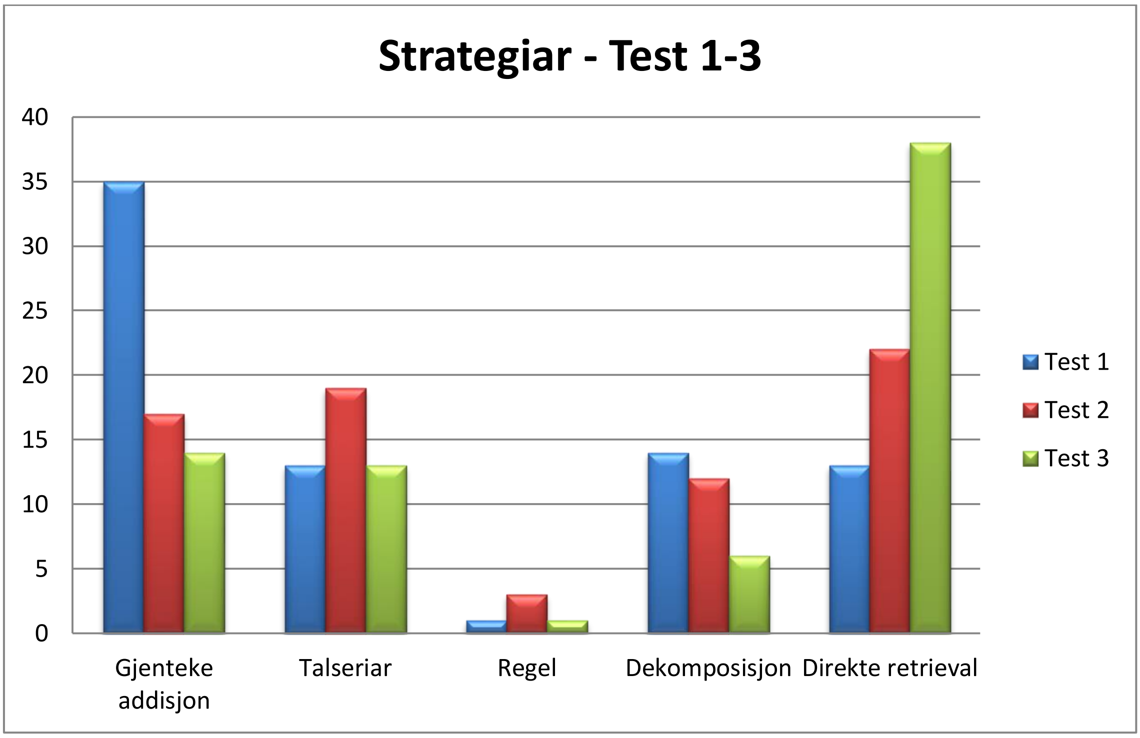


Diagram 1: Oversikt over kor mange gonger elevar tek i bruk dei einskilde strategiane, test 1-3.

Me kan ut i frå diagrammet sjå at resultata frå test 1 viser at det er strategien gjenteke addisjon som er typetalet (verdien som kjem oftast). Dernest kjem dekomposisjon, talserie og direkte retrieval, som ligg mykje lågare, men nokolunde likt i forhold til kor ofte strategien blir brukt. Når det gjeld test 2 var typetalet direkte retrieval. Dernest kjem talserie og gjenteke addisjon like etter. Test 3 viser at det framleis er direkte retrieval som er typetalet. Dernest kjem gjenteke addisjon og talserie, som blir brukt nesten to tredjedelar mindre enn den førstnemnde. Alle elevane brukar direkte retrieval på dei tre testane, men i ulik grad.

Vidare kjem me nå inn på dei ulike strategiane, for å sjå kva som har endra seg frå test 1 til test 3. Dei strategiane som skil seg mest ut i diagrammet ovanfor er gjenteke addisjon og direkte retrieval. Her ser ein at bruken av gjenteke addisjon som strategi på multiplikasjonsoppgåvene, har blitt redusert i stor grad. Den har frå test 1 til test 2 halvert seg. Ein kan og sjå liknande tendensar når det gjeld direkte retrieval, men her har bruk av strategien auka i staden. Den har frå test 1 til test 3, tredobla seg. Går ein over til strategien talserie, er resultata noko annleis. Her er resultata frå test 1 og 3 like, medan test 2 visar noko høgare resultat. Resultata frå regelstrategien viser liknande resultat, men her er utgangspunktet mykje lågare. Går ein over på den siste blant strategiane me har valt å bruka, dekomposisjon, visar resultata nedgang frå test til test. På første testen var dekomposisjon den strategien som blei brukt nest mest, medan den i siste testen blei brukt nest minst. Ser ein på resultata våre i vedlegg III ser ein at elevane ikkje nødvendigvis går frå dekomposisjon til direkte retrieval. Elevane går også frå til dømes gjenteke addisjon til direkte retrieval.

4.2 Resultat av strategiutviklinga til Truls og Ellen

Nedanfor i diagram 2 viser Truls si utvikling i strategibruk. Her kan me sjå at på test 1 brukte Truls mykje gjenteke addisjon, medan han brukte talserie halvparten så mykje. På test 2 ser ein at typetalet til Truls er talserie, dernest kjem direkte retrieval og dekomposisjon som blir brukt berre ein gong. På den tredje testen brukar Truls to strategiar, der det er talserie som er typetalet, og direkte retrieval som blir brukt nest mest. I diagrammet kan ein sjå at i løpet av dei tre testane har bruken av gjenteke addisjon gått bort, medan bruken av talserie og direkte retrieval har auka.

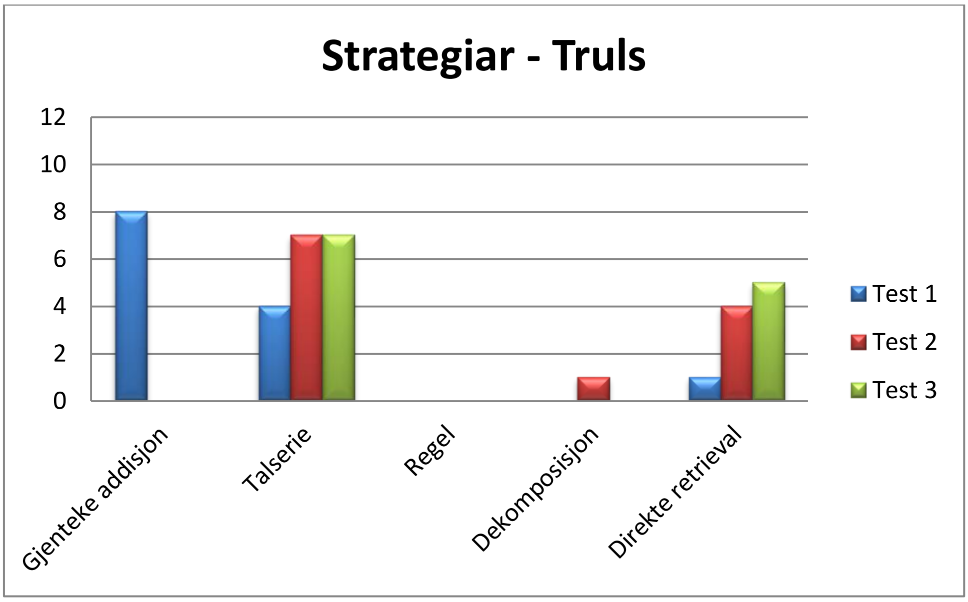


Diagram 2: Oversikt over Truls si utvikling i strategibruk.

Under i diagram 3 kan du sjå Ellen si utvikling i strategibruk. På test 1 brukar Ellen fire strategiar, der direkte retrival er typetalet. Dernest kjem dekomposisjon, talserie og gjenteke addisjon. Test 2 viser at det er direkte retrieval og dekomposisjon som blir brukt mest. Den tredje testen viser at direkte retrieval heilt klart er typetalet, sidan den andre strategien ho brukar, dekomposisjon, blir berre brukt ein gong. I løpet av dei tre testane kan ein i diagrammet sjå at Ellen går frå å bruka ei variert mengd strategiar til å bruka nesten berre direkte retrieval.

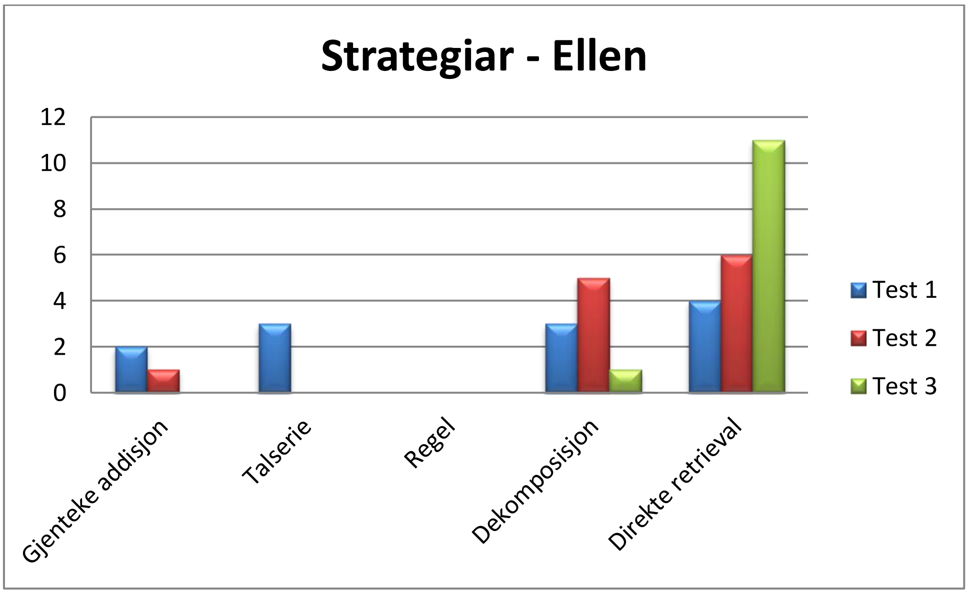
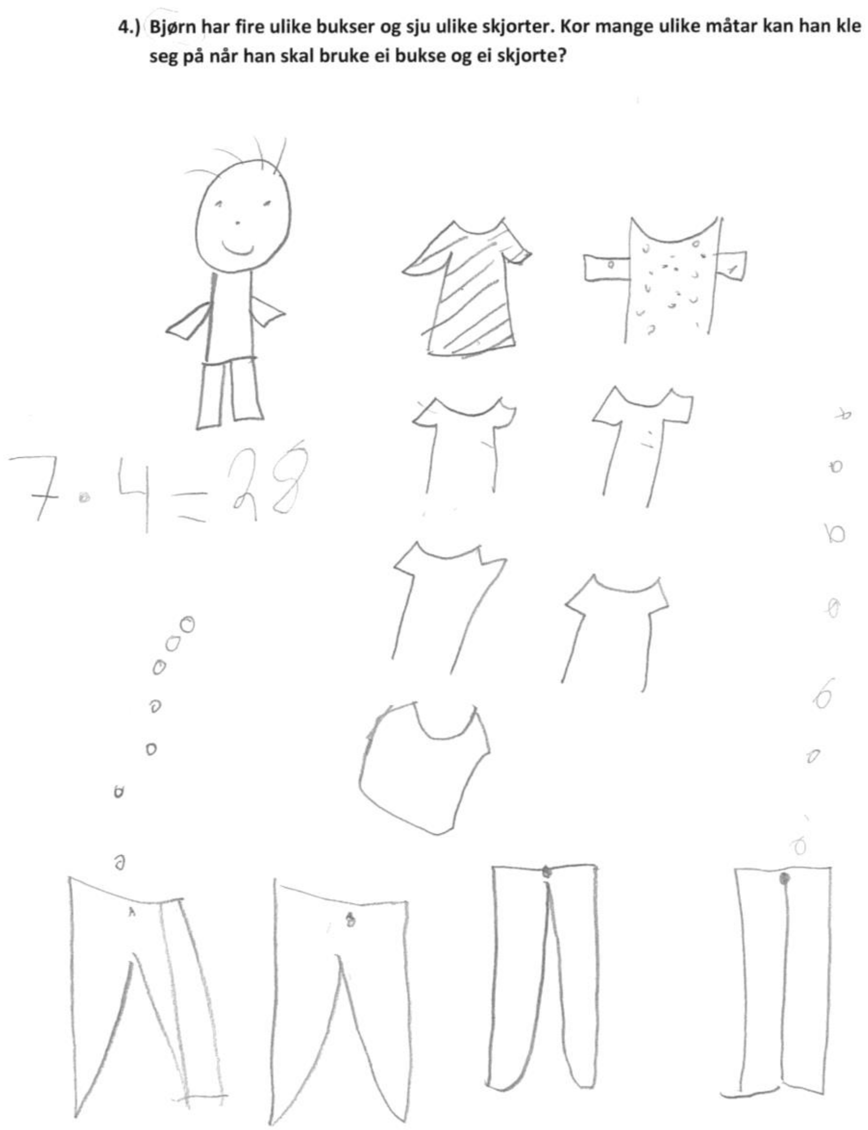


Diagram 3: Oversikt over Ellen si utvikling i strategibruk.

4.3 Resultat frå halvstrukturert intervju

Me kjem nå inn på resultata frå det halvstrukturerte intervjuet, der me går inn på dei åtte oppgåvene som tidlegare vart beskriven i metodekapittelet. På den første oppgåva (4·4=) kunne Ellen svaret, ho brukte direkte retrieval, medan Truls måtte telje på fingrane, og brukte talseriestrategien. På den andre oppgåva (8·4=) brukte Ellen dekomposisjon, ho multipliserte først 4·10= 40, så tok ho vekk 8 og kom fram til at løysinga var 32. Ho brukte og den kommutative lova og byta om på rekkjefølgja på faktorane. Truls brukte også den kommutative lova, men brukte talseriestrategien for å kome fram til løysinga. Han talde også her på fingrane for å løyse oppgåva. Verken Truls eller Ellen brukte dobling. På oppgåve 3 (5·17=) tok elevane først i bruk den distributive lova, og multipliserte 5·10=50. Dernest brukte begge elevane fingrane for å telje seg oppover til løysinga, dei brukte talseriestrategien sidan dei talde 5 og 5. Ein kan og seie at begge elevane tok i bruk strategien dekomposisjon, sidan dei brukte noko kjent (5·10), for å løyse ei ukjend oppgåve.

Oppgåve 4 er ei oppgåve som går ut på å finne tal på kombinasjonar. Den handlar om ein person som heitte Bjørn, som hadde fire ulike bukser og sju ulike skjorter. Ellen uttrykka at ho ikkje forstod kva ho skulle gjere eller kva me var ute etter. Me bad ho lese oppgåva fleire gonger, og minna ho på at ho kunne teikne, bruke konkretiseringsmiddel eller skriva på arket. Ho byrja først med å teikne Bjørn (figur 4), dernest teikna ho skjortene.



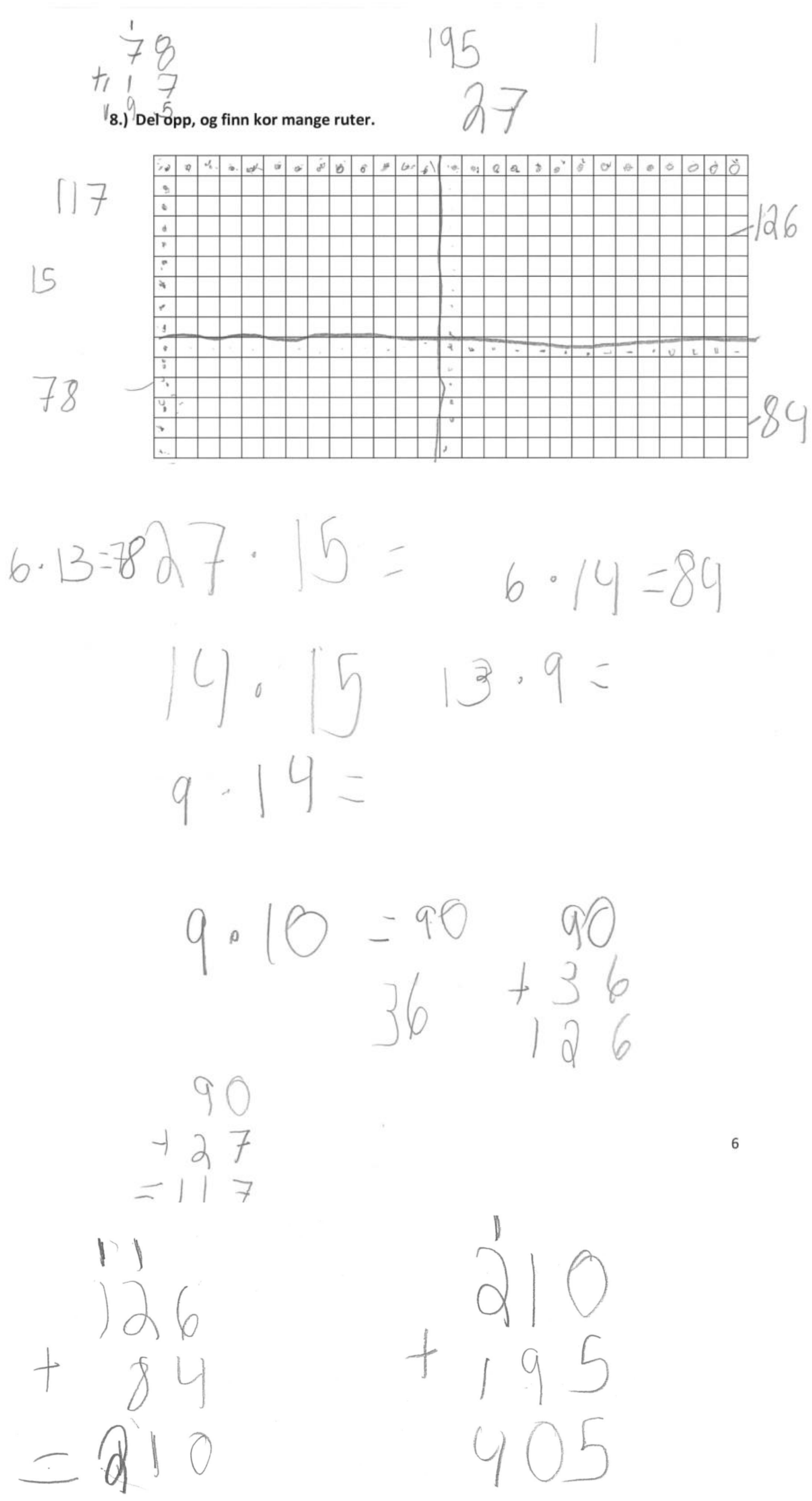
Figur 4: Korleis Ellen løyser kombinasjonsoppgåva

I starten brukte ho tid på å teikne detaljar på kleda, som prikkar og strekar, men me presiserte at det trengde ho ikkje. Ho laga så dei fire buksene på papiret. Ho prøvde med fingrane å kople ei og ei skjorte til kvar bukse. Ho fann fort ut at ho ville gjera det på ein anna måte, og starta med å teikne 7 prikkar over den eine buksa, og sju prikkar over ei anna bukse. Etter at ho hadde teikna prikkar over dei to buksene, fann ho ut at reknestykket måtte vera 7·4, og skreiv at løysinga var 28. Truls uttrykkja også at han ikkje forstod, men valde å trekkja ut tala frå oppgåveteksten og å multiplisera dei. Han brukte talserie for å koma fram til løysinga. Når han hadde skrevet løysinga sa han: «trur det, men trur kanskje det er feil».

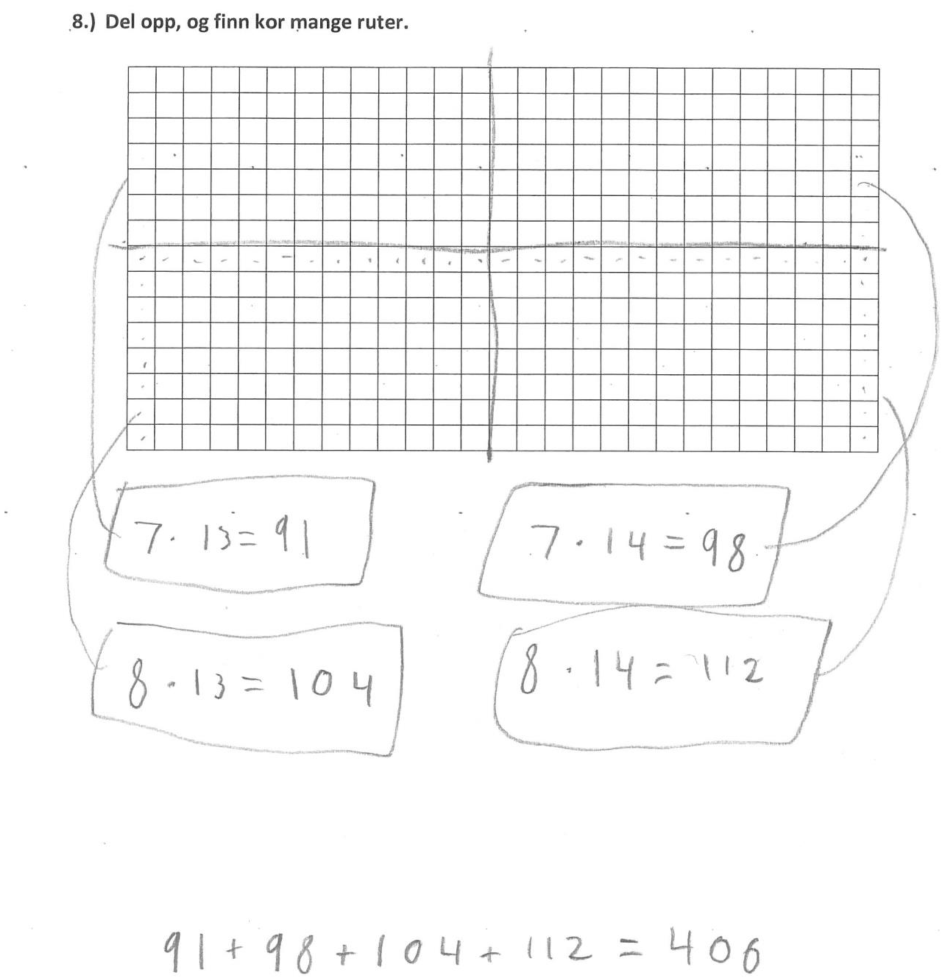
På den neste oppgåva var det eit bilete av nokre sauer i vogner, og elevane skulle finne ut kor mange sauer det var i alle vognene til saman. Truls forstod oppgåva fort og henta ut multiplikasjonsstykket med ein gong. Han tal på fingrane, og brukte talserie for å koma fram til løysinga. Ellen måtte få stadfesta at det var like mange sauer i kvar vogn, før ho skreiv multiplikasjonsstykket og løysinga. I oppgåve 6 var det tre deloppgåver der det var spørsmål om, kva viss det var 3 vogner, 8 vogner eller 15 vogner. På den første deloppgåva visste Ellen kva løysinga skulle vera med ein gong, og skreiv det ned, medan Truls brukte same strategien som ovanfor, talserie. Den strategien brukte han og på den neste deloppgåva. Ellen svara med ein gong, men uttrykka at ho plutseleg blei usikker og måtte dobbeltsjekke med talserie. På den siste deloppgåva (15 vogner) tok begge elevane i bruk den distributive lova og dekomposisjon for å finne løysinga. Dei kom fram til at $4 \cdot 10=40$, og derifrå adderte Truls 5 og 5 til han kom fram til løysinga. Medan Ellen multipliserte $5 \cdot 4=20$, og adderte dernest 20 med 40. Ingen av elevane såg oppgåve 6b i samanheng med oppgåve 2.

I den neste oppgåva, oppgåve 7, skulle elevane finne ut kor mange ruter det var i to ulike rutenett, og skriva det som to multiplikasjonsstykke. Truls kom fort i gong med å telje kor mange ruter det var i bredda og i lengda. Han skreiv først dei to multiplikasjonsstykka på det første rutenettet. For å koma fram til løysinga brukte han talseriestrategien. Han fann løysinga på det eine stykket ($7 \cdot 4=$), før han skreiv den same løysinga på det andre stykket utan å rekne ($4 \cdot 7=$). Ellen måtte spørje oss om me meinte at ho skulle skriva $7 \cdot 4$ og $4 \cdot 7$, eller om ho skulle finne eit anna stykke som gav same løysing. Når ho hadde skrevet dei to multiplikasjonsstykka, spurde me korleis ho hadde tenkt. På den første deloppgåva svarte ho at ho hadde teke $7 \cdot 2=14$, og dernest addert $14+14=28$ (gjenteke addisjon), medan på den andre deloppgåva kunne ho løysinga frå før. Begge elevane tok i bruk den kommutative lov.

Den siste oppgåva gjekk ut på å finne ut kor mange ruter det var i eit stort rutenett. Ellen lurte på om det var ein bestemt framgangsmåte ho skulle gjera det på, medan Truls sa han var usikker på kva me var ute etter. Ellen byrja med å telje kor mange kolonnar det var, og fann ut at det ikkje var noko midten. Ho sette derfor strek så nære midten som ho kom, og delte rutenettet i 13 og 14 kolonnar. Truls sette berre strekar, utan å telje. Elevane gjorde det same med radene og delte i to slik at det blei 7 og 8 rader. Nedanfor i figur 5 kan du sjå korleis Ellen løyser rutenettet, og i figur 6 kan du sjå korleis Truls løyser same oppgåva.



Figur 5: Korleis Ellen løyser rutenettoppgåva



Figur 6: Korleis Truls løyser rutenettoppgåva

Begge elevane arbeida systematisk med å finne ut kor store dei fire nye rutenetta var, men på ulike måtar. Som du kan sjå i figur 5 og 6 arbeidar dei ulikt, og for ein utanforståande kan det vera lettare å sjå korleis Truls kjem fram til løysinga, men ikkje kva slags strategi han brukar. Ellen skriv på nokre av oppgåvene ned alt ho tenkjer, noko som kjem tydeleg fram på figuren. Ho brukar standardalgoritme for å koma fram til løysinga, og dobbelsjekkar alt. Medan Truls brukar hovudrekning og talseriestrategien for å rekne. Truls brukar også dekomposisjon, i den forstand at når han har kome fram til løysinga på eit av rutenetta, brukar han det for å finne løysinga på det neste. Eit døme kan vera når han hadde funne ut at 7·13=91, talde han seg 7 oppover for å løyse 7·14. (Ellen gjorde dette på eit av rutenetta). Når Truls hadde kome fram til løysinga på dei fire rutenetta, uttrykka han at han ikkje visste kva han skulle gjere. Og når me spurte han kva han hadde kome fram til, svara han: «At ingen er like». Når me spurte han kva som var løysinga hans, sa han: «Aner ikkje». Men etter ei lita stund fann han ut at han skulle addere dei fire løysingane. Han satt dei opp på ei linje, og byrja med å rekne hundrarane først. Han stoppa opp mykje, og brukte fingrane aktivt. Løysinga han kom fram til var 406, medan det skulle vera 405. Ellen brukte som sagt standardalgoritme, og kom fram til rett løysing. Både Truls og Ellen klarte å generalisera kunnskapen om rutenett, men Truls uttrykkja at han var usikker på korleis han skulle kome fram til løysinga.

5. Drøfting

I dette kapittelet vil me drøfta våre funn og resultat i lys av teorien me har introdusert tidlegare. Det første me kjem inn på er kva slags strategiar elevane på 4. trinn brukar og korleis dei utviklar seg over ein halvårsperiode. Me har valt å skriva om desse spørsmåla under same punkt sidan resultata vis stor utvikling gjennom perioden, noko som gjer at spørsmåla heng godt saman. Det neste me kjem inn på er korleis to elevar med ulik strategibruk løyser multiplikasjonsoppgåver. Klarar dei å vidareføre strategibruken i like stor grad? Kva strategi brukar dei når dei ikkje brukar direkte retrieval? Dernest kjem me inn på om det er automatisering som blir det optimale når det gjeld multiplikasjon. Er det eit mål at alle skal bruka direkte retrieval?

I drøftingsdelen kjem me til å gå noko inn på dei fire grunnleggjande ferdigheitene me synast var relevante for vårt FoU-arbeid. To av ferdigheitene kjem me inn på no fordi dei er vesentlige for heile vår oppgåve. Den første er å kunne rekne i matematikk, som blant anna går ut på at elevane må kunne bruka varierte strategiar (utdanningsdirektoratet, u. å.). Sidan vår oppgåve dreier seg om strategiar, er dette sjølvsagt viktig for oss. Resultata våre viser at elevane tek i bruk fleire strategiar, og at det over tid endrar seg kva for nokre strategiar dei brukar. Me nemnde tidlegare i oppgåva at Gamst-Nergård (2006) påstår at elevar synast det er uvant å uttrykkje seg munnleg. Me opplevde at elevane synast det var greitt å uttrykkje seg munnleg, og at dei var vane med å forklara korleis dei tenkjer. Dette kan ein også sjå i kunnskapsløftet der elevane skal kunne «forklare ein tankegang ved hjelp av matematikk» (utdanningsdirektoratet, u. å.).

5.1 Kva slags strategiar brukar elevar på 4. trinn for å rekne ut einsifra multiplikasjonsstykke? Utviklar desse strategiane seg over ein halvårsperiode?

For å finne ut av kva slags strategiar elevane brukar for å rekna ut einsifra multiplikasjonsstykke brukte me som nemnd eit spørjeskjemaintervju, som inneheldt 12 multiplikasjonsoppgåver. Dette spørjeskjemaintervjuet blei gjennomført tre gonger. Formålet med dette var for å sjå kva slags strategiar elevane tek i bruk, og om desse strategiane utviklar seg over ein halvårsperiode. Utifrå vår datainnsamling ser me at strategiane elevane brukar varierer frå test til test. Gjenteke addisjon er strategien som blir hyppigast brukt i den første testen, men den vart kraftig redusert til den tredje testen. Dette kan sjå ut til å samsvara med det Siegler og Jenkins (1989, s.27-29) seier, om at strategiane utviklar seg frå dei mest primitive backupstrategiane, til meir avanserte backupstrtategiar eller direkte retrieval.

Talseriestrategien har ein anna utviklingstendens. Her visar test 2 auking medan dei andre testane er like. Denne strategien er lite effektiv, og den kan krevje mykje energi frå elevane. Det at elevane brukar talseriestrategien er ein del av ei normal utvikling. Me såg sjølv i praksis at det blir lagt opp til at elevane lærer talseriestrategien ved å syngje talrekkjer i den litle multiplikasjonstabellen. Dette kan medføra at talrekkja blir meir pugging, noko som kan bli knytt til det Piaget (Hinna, et.al., 2012, s. 777) kallar figurativ kunnskap. Han seier at figurativ kunnskap går ut på at elevane ikkje treng noko vidare forståing. Dette kallar Skemp (2006, s. 89-91) instrumentell forståing. Slik me forstår dette, inneber det at elevane ikkje treng å ha like stor forståing for kva dei held på med når dei tek i bruk talseriestrategien.

Ein anna strategi som kan bli knytt til figurativ kunnskap er regelstrategien. Her kan elevane få ein regel og bruka den, utan at dei nødvendigvis forstår kvifor dei tek den i bruk. Denne strategien blir heilt klart brukt minst i alle våre testar. Dette samsvarar med resultat frå tidligare forsking av blant anna Gamst-Nergård(2006) og Ekker (2007). Kvifor blir denne strategien lite brukt? Som sagt tidligare meiner me at kunnskapsløftet (utdanningsdirektoratet u. å.) legg opp til operativ kunnskap. Me trur at dette kan medføra at regelstrategiar dermed blir lite vektlagt i skulen.

Bruken av dekomposisjon minkar for kvar test, medan direkte retrieval aukar betrakteleg for kvar test. Alle elevane brukte direkte retrieval på testane, men i ulik grad. Denne strategien blir også brukt oftast på den siste testen. I følgje Ekker (2007) vil bruken av dekomposisjon vera ein utvikling på veg mot ein meir avansert strategibruk. Ein kan jo spørje seg kvifor resultata våre viser nedgang? Er strategien gått frå dekomposisjon til direkte retrieval? Når ein ser på resultata våre har direkte retrieval auka mykje meir enn dekomposisjon har minka. Det vil med andre ord sei at nokre av strategiane har gått rett frå dei mest primitive backupstrategiane til direkte retrieval. Dette kan ha samanheng med feilkjeldene våre som blei nemnd tidlegare. Sidan testane blei utført med kort mellomrom, kan elevane hugsa oppgåvene frå førre gong. Men me meiner at sjølv om elevane hugsar oppgåvene, er det ikkje nødvendigvis noko negativt. Oppgåvene er no blitt ein del av langtidsminnet. Imsen (2005, s. 210) seier langtidsminnet går ut på å lagre informasjon over tid. I følgje Hecht (sitert i Ekker, 2007, s. 23) kan automatisert kunnskap hentas fram frå langtidsminnet. Døme på slik kunnskap er når elevane tek i bruk strategien direkte retrieval, då hentar dei fram løysinga automatisk. Ein anna strategi som kan koplas til langtidsminnet er dekomposisjon. Delar av løysinga ligg lagra automatisk, men her er også eleven avhengig av korttidsminnet. Slik som til dømes når eleven skal rekna ut 9*5 og veit at 10*5=50 (ligg i langtidsminnet), vidare trekk eleven vekk 5 (avhengig av korttidsminnet) og finn ut at løysinga er 45.

Slik me tolkar funna våre, kan me her sjå at elevane er under ein stadig utvikling når det gjeld strategibruken deira. Fosnot og Dolk (2001, s. 10 og 25) seier at Piaget sine omgrep assimilasjon og akkommodasjon, kan bli knytt til korleis strategiane utviklar seg. Då snakkar dei om korleis elevane etter kvart utviklar effektive strategiar for multiplikasjon ved at dei tek i bruk assimilasjon og lærer å ta i bruk strategiar som blir meir hensiktsmessige. Det er her barns kognitive skjema blir utvikla med at dei får nye erfaringar i lærestoffet (Hinna et al., 2012, s. 775). Testane føregjekk som sagt over ein halvårsperiode, der elevane har fått meir undervisning når det gjeld multiplikasjon. Med resultata me har fått, meiner me at elevane har teke i bruk assimilasjon undervegs, slik at strategiane blir meir effektive. I forhold til nyare forsking seier både Gamst-Nergård (2006) og Ekker (2007) at bruken av direkte retrieval aukar minimalt frå 4. og 5. klasse til 7. klasse. Men begge peikar og på at det positive er at dei går frå å bruka dei mest primitive backupstrategiane til å bruka dei meir avanserte. Hjå oss har me hatt ein kraftig utvikling når det gjeld bruken av direkte retrieval, stemmer dette med den nyare forskinga? Det kan hende at me hadde fått eit anna resultat viss me hadde testa elevane ein gong til. Kanskje me då hadde sett at direkte retrieval stansar litt meir opp, og at backupstrategiane utviklar seg?

5.2 Korleis løyser to elevar med ulik strategibruk multiplikasjonsoppgåver?

Etter at strategibruken til elevane var kartlagt, tok me i bruk eit halvstrukturert intervju. Hensikta med dette var for å sjå om ein elev som brukte dei meir primitive backupstrategiane, klarte å vidareføra strategibruken i like stor grad som ein elev som brukte mykje direkte retrieval. Me har valt å først gå inn for å drøfta resultata frå spørjeskjemaintervjuet til Truls og Ellen, for å sjå om det er tydelig skilnad i korleis strategibruken utviklar seg. Eit anna spørsmål me har stilt oss er kva strategiar elevane tek i bruk når dei ikkje brukar direkte retrieval.

Ser ein på resultata frå spørjeskjemaintervjuet, visar det at både Truls og Ellen har hatt ein utvikling i strategibruk. Truls har gått frå å bruke mykje gjenteke addisjon til å bruke talserie og direkte retrieval, medan Ellen har gått frå å bruke ei variert mengd strategiar til å bruke direkte retrieval og dekomposisjon. På den siste testen brukar Ellen direkte retrieval på 11 av 12 oppgåver, medan Truls brukar strategien på 5 oppgåver. Elevane utviklar seg også mot å bruke multiplikativ tenking. Multiplikativ tenking handlar om korleis ein utviklar ferdigheiter i multiplikasjon. Solem et. al. (2010, s. 173) beskriv fire utviklingstrinn innan multiplikativ tenking, der det fjerde trinnet går ut på at elevane er fortrolige med talsymbol og delar av multiplikasjonstabellen. Me nemnde tidlegare at det er når elevane brukar dekomposisjon og direkte retrieval at dei er kome på det fjerde trinnet, og har utvikla multiplikativ tenking. Me meinar elevane er kome noko ulikt, sidan Ellen brukar desse strategiane, medan Truls brukar mykje talserie som er additiv tenking. Frå resultata våre kan me dermed sjå at Truls ikkje er like fortrolig med den litle multiplikasjonstabellen som det Ellen er.

Når det gjeld det halvstrukturerte intervjuet med Truls og Ellen var me spente på korleis dei løyste oppgåvene. Sjølv om Truls brukar dei mest primitive backupstrategiane, klarte han å vidareføre strategibruken i like stor grad som Ellen.

Solem et. al. (2010, s. 175-176) seier elevar på det fjerde utviklingstrinnet utviklar reknemetodar som i hovudsak er knytt til desse lovene: Den kommutative, den distributive og den assosiative lov. Me hadde fleire oppgåver som var knytt til desse lovane, og elevane tok i bruk alle dei tre lovene når dei løyste oppgåvene. Dette er noko som kan tyde på at begge elevane er kome på det fjerde utviklingstrinnet innan multiplikativ tenking. Elevane tek samstundes i bruk det Fosnot og Dolk (2001, s. 36) kallar big ideas. Sjølv om elevane tek i bruk dei tre lovane, visar ikkje Truls like stor forståing når det gjeld multiplikativ tenking, sidan han fell tilbake til å bruke talseriestrategien. Dette gjer seg gjeldande på alle oppgåvene. Ellen derimot tek i bruk mest direkte retrival og dekomposisjon, men brukar talserie på to av oppgåvene. Talserie brukte ho for å dobbeltsjekke at løysinga ho hadde kome fram til ved direkte retrieval var rett.

To av dei grunnleggjande ferdigheitene synast me er mest vesentlige for denne delen av oppgåva. Den første er å kunne uttrykkje seg skriftleg i matematikk, som handlar blant anna om å løyse problem ved hjelp av matematikk (utdanningsdirektoratet, u. å.). I forhold til å kunne uttrykkje seg skriftleg i matematikk lurte me på om Ellen uttrykkjer seg annleis skriftleg enn kva Truls gjer. Me fann store skilnadar. Truls brukar mykje hovudrekning, og skriv ofte bare løysinga på oppgåvene, medan Ellen skriv multiplikasjonsstykke, og brukar standardalgoritmar når ho adderer. Figur 5 og 6 som me viste til tidlegare er gode døme på korleis elevane arbeidar. Sjølv om elevane uttrykkjer seg annleis skriftleg, arbeidar dei begge systematisk for å kome fram til ei løysing. Ein anna ferdigheit me vil gå inn på er å kunne lese i matematikk. Det inneber blant anna å tolke og dra nytte av matematiske tekstar (utdanningsdirektoratet, u. å.). Både Ellen og Truls klarte å dra nytte av den matematiske informasjonen i oppgåvene me gav dei, men forståinga var noko annleis. Slik me tolka det Ellen sa, hadde ho god forståing for det ho gjorde. Truls uttrykka fleire gonger at han var usikker, og at han ikkje visste kva me var ute etter.

5.3 Er automatisering det optimale?

Kva skal ein leggja vekt på når det gjeld multiplikasjonstabellen? Er automatisering det viktigaste, eller forståinga til elevane? Eller kanskje ein blanding? Slik som me nemnde tidlegare blir det i dag lagt mykje meir vekt på forståing. Solem et.al. (2010, s. 171-172) peikar på at det før blei lagt mykje meir vekt på at ein skulle læra seg multiplikasjonsstykka utanåt, og at forståinga måtte vika. Fosnot og Dolk (2001, s. 85-86) seier automatisering blir det optimale, men at det samstundes er viktig å tenkja på korleis elevane lærar. Dei trekk fram at ein må fokusera på forholda i matematikken, ikkje berre drill og pugg. Dermed blir det eit mål at elevane skal bruka direkte retrieval, men med fokus på forståing. Slik me tolkar dette kan me knyte det Fosnot og Dolk nemner, til relasjonell forståing. Skemp (2006, s. 89-91) seier at relasjonell forståing går ut på at elevane skal vite kva dei skal gjera og kvifor dei skal gjera det, slik at forståinga blir varig. Me meiner at automatisering blir det optimale, slik at elevane slepp å ta i bruk tungvinte løysingar, men at ein også må ha stort fokus på forståinga til elevane. Me trur at elevane som tek i bruk dei meir primitive backupstrategiane kjem til å streva meir i matematikken etter kvart som tida går. Dette på grunn av at oppgåvene blir vanskelegare, noko som gjer at det er ein fordel å ikkje bruka tungvinte løysningar.

5.4 Avslutning til drøfting

Me har nå drøfta våre funn og resultat i lys av teori. Det første me var ute etter var kva slags strategiar elevane på 4. trinn brukar for å rekne ut einsifra multiplikasjonsstykke, og om desse utviklar seg over ein halvårsperiode. Det me då fann ut var at dei varierte frå test til test. I byrjinga var det gjenteke addisjon som var typetalet, medan det i slutten var direkte retrieval. Strategiane utviklar seg dermed over ein halvårsperiode. Når det gjeld korleis to elevar med ulik strategibruk løyser multiplikasjonsoppgåver, fann me ut at begge elevane klarte å vidareføre strategibruken i like stor grad. Resultata viste også at Truls tok i bruk talseriestrategien når han ikkje brukte direkte retrieval, medan Ellen brukte dekomposisjon. Me stilte og spørsmålet om automatisering var det optimale. Her meiner me at det blir det optimale, men det er samstundes viktig å leggja vekt på forståinga til elevane.

Den pedagogiske nytteverdien blir å ta i bruk strategiane for det dei er verdt. Det held ikkje med å berre henta fram strategitypane, ein må tenkje på korleis ein kan arbeida vidare med dei. Finn ein elevar som brukar tungvinte løysingar, må ein prøva å hjelpa elevane med å utvikle desse, slik at dei får meir effektive strategiar.

6. Konklusjon

Hensikta med vårt FoU-arbeid var å finne ut av:

Kva slags strategiar brukar elevar på 4. trinn for å rekne ut einsifra multiplikasjonsstykke? Utviklar desse strategiane seg over ein halvårsperiode? Og korleis løyser to elevar med ulik strategibruk multiplikasjonsoppgåver?

Ut i frå resultata og teorien me har drøfta, er konklusjonen av vårt FoU-arbeid blant anna at strategiane elevane tek i bruk varierar, samstundes som dei utviklar seg over tid. Dette samsvarar med det me skreiv i vårt teorikapittel, om at strategiane utviklar seg frå dei mest primitive backupstrategiane, til dei meir avanserte og direkte retrieval. Ein anna konklusjon me fann ut i frå vår undersøking, er at to elevar med ulike strategiar klarar å vidareføra strategibruken i like stor grad. Men sjølv om dei klarar dette, viser ikkje Truls like stor forståing når det gjeld multiplikativ tenking. Konklusjonane me her har kome fram til kan ikkje generaliserast grunna våre feilkjelder, dei kan berre knytast til elevane i utvalet og til det aktuelle tidsrommet.

7. Kjelder

Alseth, B., Nordberg, G. & Røsseland, M. (2006). *Multi 5b: Grunnbok: Matematikk for barnesteget.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Askeland, M. (2009). Regnestrategier i matematikk. I J. Fauskanger, R. Mosvold & E. Reikerås (Red.), *Å regne i alle fag* (s. 56). Oslo: Universitetsforlaget.

Dalland, O. (2007). *Metode og oppgaveskriving for studenter.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag

Ekker, T. T. (2007). *Strategier i multiplikasjon: En studie av 4. og 7. klassingers multiplikasjonsstrategier* (Masteroppgåve, Universitetet i Oslo). Henta 16. November 2012 frå https://www.duo.uio.no/bitstream/handle/123456789/31829/talextennfjordxekkerxhovedoppgave.pdf?sequence=1

Fosnot, C. T. & Dolk, M. (2001). *Young matematicians at work: Constructing multiplication and division.* Portsmouth N. H: Heinemann.

Gamst-Nergård, E. (2006). *Strategibruk i multiplikasjon* (Masteroppgåve, Universitetet i Oslo). Henta 16. November 2012 frå https://www.duo.uio.no/bitstream/handle/123456789/30817/MasterxEGNxDUO.pdf?sequence=1

Dahl, H. (2013). Undervisningsforklaringer i multiplikasjon. *Tangenten, 24(1),* 13-18.

Hinna, K. R. C., Rinvold, R. A. & Gustavsen, T. S. (2012). *QED 1-7: Matematikk for grunnskolelærerutdanningen Bind 1.* Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Imsen, G. (2005). *Elevenes verden: Innføring i pedagogisk psykologi*. Oslo: Universitetsforlaget.

Olsson, H. & Sörensen, S. (2003). *Forskningsprosessen: Kvalitative og kvantitative perspektiver*. Oslo: Gyldendal Norsk forlag.

Ostad, S. A. (2003). Strategiopplæring i matematikk. *Tangenten, 14(2),* 21-25.

Ostad, S. A. (2004). Strategiopplæring i matematikk. *Matematikklæring og matematikkvansker, en artikkelsamling*. Oslo: Institutt for spesialpedagogikk, UIO.

Ostad, S. A. (2008). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring: Med fokus på elever med matematikkvansker.* Trondheim: Læreboka Forlag.

Postholm, M. B. & Jacobsen D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk: Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter.* Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Skemp, R. R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School, 12(2),* 88-95.

Solem, I. H., Alseth, B. & Nordberg, G. (2010). *Tall og tanke: Matematikkundervisning på 1. til 4. trinn.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Sollervall, H. (2012). *Tall og de 4 regneartene.* Oslo: Cappelen Damm.

Siegler, R. S. & Jenkins, E. (1989). *How Children Discover New Strategies.* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Utdanningsdirektoratet. (u. å.). *Generell del av læreplanen* [LK06]. Henta 12. April 2013 frå http://www.udir.no/Lareplaner/Kunnskapsloftet/Generell-del-av-lareplanen/

Utdanningsdirektoratet. (u. å.). *Læreplan i matematikk fellesfag* [LK06]. Henta 21. November 2012 frå http://www.udir.no/kl06/MAT1-03/Hele/Grunnleggende_ferdigheter/

Vedlegg

Vedlegg I: Førespurnad til rektor om deltaking på undersøking .

Vedlegg II: Informasjonsskriv til føresette og elevar.

Vedlegg III: Resultat frå test 1-3, og samanlikning av desse.

Vedlegg IV: Resultat av strategiutviklinga til Truls og Ellen.

Vedlegg I: Førespurnad til rektor om deltaking på undersøking .

Linda Jacobsen og Marianne Grindheim
Stord   Sted og dato
Grunnskulelærarstudent på 1-7
Høgskulen Stord/Haugesund

Til …………..
Skule
Adresse

Førespurnad om deltaking på undersøking

Me er 3. års lærarstudentar ved Høgskulen Stord/Haugesund. Denne våren skal me gjennomføra ei undersøking i forbinding med vår bacheloroppgåve i pedagogikk og elevkunnskap.
Me sender deg derfor ein førespurnad om å få lov til å gjennomføra ei undersøking blant elevane i …. v/ ………. skule.

Temaet for oppgåva er strategibruk i multiplikasjon. Dette ønskjer me å skriva om for å få tak i kva slags strategiar elevane brukar for å løysa einsifra multiplikasjonsoppgåver, og om desse endrar seg over ein halvårsperiode. Me trekk ut sju elevar som skal løyse multiplikasjonsoppgåvene, der ein og ein elev blir med inn på eit grupperom og me utfordrar dei til å sei korleis dei tenkjer. Etter praksisperioden vil me gå grundigare inn på korleis to av elevane vil løysa meir utfordrande oppgåver, med å intervjua dei ein og ein.

Det vil ta omtrent ti minutt å delta på undersøkinga. Det er frivillig å delta på intervjuet.

Datamaterialet me innhentar i undersøkinga kjem berre til å bli brukt i arbeidet med bacheloroppgåva der me vil analysera funna/datamaterialet og samanlikna resultata med anna forsking på område og pedagogisk/fagdidaktisk teori.

Me er gjennom høgskulen underlagt teieplikt og all informasjon som blir samla inn gjennom denne undersøkinga vil behandlas konfidensielt og anonymt og vil bli makulert etter at materialet er analysert og oppgåva er levert.

Om du har noen spørsmål om undersøkinga, kan du ta kontakt med underteikna på mail:

Linda Jacobsen: 131720@hsh.no

Marianne Grindheim: 131711@hsh.no

Mvh

Linda Jacobsen og Marianne Grindheim

Vedlegg II: Informasjonsskriv til føresette og elevar.

Informasjonsbrev til føresette og elevar i 4.klasse

Me er studentar ved HSH Stord som no skal i gong med å skrive bacheloroppgåve. Oppgåva handlar om elevar sin strategibruk når dei skal løyse multiplikasjonsoppgåver. I samband med dette vil me bruka elevar frå 4. klasse ved …………. skule. For å få greie på det, vil me trekke ut ein og ein elev til å svare på nokre einsifra multiplikasjonsoppgåver. På førehand vil me gjere det klart for eleven at me ikkje er ute etter om eleven har kome fram til rett eller feil svar, men korleis han/ho tenkjer. Alle svar blir derfor like verdifulle. Det skal ikkje bera preg av testsituasjon, me legg vekt på at det skal vera ei positiv oppleving for elevane.

Me kjem til å visa eleven eit kort med eit multiplikasjonsstykke. Eleven har tilgang på skrivesaker og konkretiseringsmiddel for å koma fram til eit svar. Når eleven har kome fram til det han/ho trur er svaret, vil me spørja eleven korleis han/ho tenkte. Me vil deretter registrera kva strategi eleven brukte. Kvar elev vil svara på ca. 10 oppgåver. Undersøkinga vil bli gjennomført i slutten av våre praksisperiodar, dvs. i veke 44 og 8. Dette for å sjå om elevane har noko endring i strategibruk over tid.

Resultata vil bli anonymisert, slik at ingen skal kunne kjenne seg igjen i den ferdige oppgåva.

Har du spørsmål om undersøkinga kan du ringe oss: Linda 46 95 16 35 eller Marianne 92 08 07 63

Med venleg helsing

Marianne Grindheim og Linda Jacobsen

Informasjon til føresette

Me er studentar som går 3. året på grunnskolelærarutdanning på HSH, Stord. I veke 5, 6 og 8 skal me vera i praksis på 4. trinn på ………. skule.
Dette semesteret skal me skriva ei bacheloroppgåve i pedagogikk og elevkunnskap med fordjuping i matematikkfaget.

Temaet for bacheloroppgåva er strategibruk i multiplikasjon.

Me har i løpet av praksisperioden trekt nokre tilfeldige elevar ut for å spørja dei kva slags ulike strategiar dei brukar. Me vil nå ha eit intervju med to elevar, der me går nærare inn på elevane sine strategiar i ulike kontekstar. Alle data vert handsama konfidensielt, ingen namn eller kjenneteikn på elevane vil verta brukt.

Dette er frivillig, og dersom ein ikkje vil ha barnet sitt med på dette, skriv ein under nedst på skrivet og leverer slippen til skulen.

Dersom de ynskjer meir informasjon, kan de ta kontakt med underteikna.
De kan og ta kontakt med klasseleiaren, som også kan hjelpa dykk med spørsmål.

Med vennleg helsing

Linda Jacobsen og Marianne Grindheim
469 51 635/ 920 80 763
131720@hsh.no/131711@hsh.no

- -

Me ønskjer ikkje at barnet vårt, ______________________, blir intervjua.

Underskrift: ______________________________

Vedlegg III: Resultat frå test 1-3, og samanlikning av desse.

Test 1

Elev	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Til saman**
Gjenteke addisjon	8	9	5	6	5	2	**35**
Talserie	4		4	2		3	**13**
Regel				1			**1**
Dekomposisjon		2	2	2	5	3	**14**
Direkte retrieval	1	2	2	1	3	4	**13**

Test 2

Elev	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Til saman**
Gjenteke addisjon		7		6	3	1	**17**
Talserie	7		6	2	4		**19**
Regel		1		1	1		**3**
Dekomposisjon	1	2	2	2		5	**12**
Direkte retrieval	4	2	4	2	4	6	**22**

Test 3

Elev	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Til saman**
Gjenteke addisjon		7		3	4		**14**
Talserie	7		3	3			**13**
Regel					1		**1**
Dekomposisjon		2	1		2	1	**6**
Direkte retrieval	5	3	8	6	5	11	**38**

Samanlikning, test 1-3

Strategi	**Test 1**	**Test 2**	**Test 3**
Gjenteke addisjon	35	17	14
Talseriar	13	19	13
Regel	1	3	1
Dekomposisjon	14	12	6
Direkte retrieval	13	22	38

Vedlegg IV: Resultat av strategiutviklinga til Truls og Ellen.

Truls

	Test 1	Test 2	Test 3
Gjenteke addisjon	8		
Talserie	4	7	7
Regel			
Dekomposisjon		1	
Direkte retrieval	1	4	5

Ellen

	Test 1	Test 2	Test 3
Gjenteke addisjon	2	1	
Talserie	3		
Regel			
Dekomposisjon	3	5	1
Direkte retrieval	4	6	11