

BACHELOROPPGÅVE

Matematisk problemløsning – med fokus på læreverker

Ei kvalitativ undersøkning av læreverket Tetra 9, og kva fokus dette læreverket har på matematisk problemløsning.

av

226 Eirik Hellebust Menes

Grunnskulelærer 5-10.

Mai, 2013

PE379



Innholdsliste:

1.1 Innleiing	s.3
2.1 Problemstilling	s.3
2.2 Metode	s.4
2.3 Teoretisk forankring	s.5
2.4 Gjennomføring	s.9
3.0 Svare på problemstillinga	s.9
- 3.1 Kvantitativ mengde oppgaver i Tetra 9	s.10
- 3.2 Kvalitet av matematiske problemløysingsoppgaver i Tetra 9	s.11
○ 3.2.1 Abels hjørne	s.11
○ 3.2.2 Grublisar	s.13
○ 3.2.3 Anna	s.14
- 3.3 Niss kompetansar og Tetra 9	s.16
4.1 Diskusjon	s.18
4.2 Oppsummering	s.20
Litteraturliste	
Vedlegg	

1.1 Innleiing

Matematisk problemløysing har vore aktuelt i den norske skulen lenge, og har vore planfesta både gjennom M87, L97 og LK06. Gjennom undervisningsåret 2012-2013 på høgskulen var det fokus på matematisk problemløysing i pensum, og var eit av mange tema ein kunne få på munnleg eksamen. Etter dette har det vore interessant å sjå i kva grad dette faktisk blir arbeid med i skulen. Denne oppgåva har som mål å sjekke om læreverket Tetra 9 (Hagen, 2006) kjem desse forventingane i møte, og i kva grad læreverket oppmuntrar til aktivt arbeid med matematisk problemløysing. Det er gjort tidlegare forskning knytt til matematisk problemløysing, og det har blant anna laga ein rekke modellar for korleis framgangsmåte ein kan nytte når ein for eit matematisk problem. George Polya (1945) gav ut «*How to solve it*» der han formulerte fire punkt, som skulle hjelpe å strukturere oppgåver med ein ukjend løysingsmetode eller inga klar framgangsmåte. I tillegg har Schoenfeld (1985) og Carlson & Bloom (2005) laga modellar som har likheitstrekk med modellen til Polya(1945).

Niss (2002) publiserte eit dokument som i dag er mykje av grunnlaget for Læreplanverket for Kunnskapsløftet (Kunnskapsdepartementet og Utdanningsdirektoratet, 2006), der han nemner dei 8 delkompetansane som er viktige i matematikkundervisning. Den eine kompetansen er problembehandlingskompetanse, og det er difor ein viktig del av matematikkundervisninga.

Det er også viktig å sjå heilt konkret kva LK06 seier om problemløysing, fordi dette er det dokumentet som ligg til grunn i all undervisning. Kunnskapsløftet seier følgjande; «Opplæringa vekslar mellom utforskande, leikande, kreative og problemløysande aktivitetar og ferdighetstrening». Vidare er også eit kompetansemål etter 10. trinn, å bruke, med og uten digitale hjelpemidler, tall og variabler i utforsking, eksperimentering, praktisk og teoretisk problemløysing og i prosjekter med teknologi og design (LK06).

2.1 Problemstilling:

Problemstillinga for denne oppgåva er; «Korleis Tetra 9 nyttar problemløysing i sine oppgåver, og om Niss kompetansar er tilstrekkeleg inkludert». Denne problemstillinga er vald fordi problemløysing er eit viktig tema i matematikken, og ein sentral del av å forstå faget matematikk. Problemløysing handlar om meir enn å få ei oppgåve og finne eit svar, og fokuset ligg ikkje på rett og gale. Fokuset er

på vegen frå oppgåve til svar, korleis taktikkar me vel, kva me tenkjer undervegs og evaluering av kva som vart gjort. Dette er praktisk for å forstå korleis elevar tenkjer og korleis dei arbeidar med matematikk. For å finne ut eit svar til denne problemstillinga, har eg vald å bryte problemstillinga ned i nokre underpunkt:

1. Hyppigheit – kor ofte kjem oppgåver knytt til problemløysing og kreativ resonnering
2. Kvalitet – kva kvalitet har desse oppgåvene, og er dei bygd opp på ein slik måte at Polyas modell for problemløysing(1945) er aktuell
3. Samanheng mellom Kunnskapsløftet og matematikkens 8 kompetansar (Niss, 2002), med fokus på problembehandlingskompetansen

Punkt 1 har eg vald for å sjå i kva grad læreverket i det heile fokusera på problemløysing, og kva læreverket sjølv definerer som problemløysing. Punkt 2 vil det bli sett på samanhengen mellom arbeidet til Polya og dei oppgåvene som er i læreverket, og gjennom det finne ut om det er til dømes fleire vegar til rett svar eller om ein må kombinere ulike delar av dei ein har lærd for å klare å løyse oppgåva. I dette trinnet, der kvaliteten vil bli vurdert, vil mange av oppgåvene i Tetra 9 bli gjennomgått og utforska for ulike innfallsvinklar. Punkt 3 ligg tett opp mot hovudproblemstillinga, og målet blir å finne ut om det som Niss beskriv, og som Kunnskapsløftet byggjer mykje på, samsvarar med det ein finn i læreboka. Til saman skal desse tre punkta svare på problemstillinga.

2.2 Metode

I denne oppgåva har eg nytta ein kvalitativ framgangsmåte for å hente ut informasjon. Dette først og fremst fordi det gjev ei trygg ramme på prosjektet, og det er enkelt å gå tilbake og sjekke informasjonskjelda. Datainnsamlinga består av to hovudtrinn, som er å lese relevant teori både i utgitte forskingsrapportar og ulike bøker, og studere læreverket Tetra 9 grundig, lærarrettleiinga til Tetra 9 og nettstaden som høyrer til. Måten informasjon blir henta inn frå Tetra 9, er at det blir sett nærare på kva oppgåver som har blitt laga spesifikt med tanke på problemløysing, og om desse er av kvalitet som held minst målet som definisjonen denne oppgåva har av problemløysing. Det vil seie at all informasjon blir henta frå teoretiske verk, og ingen personar vil bli intervjuet og ingen spørreskjema vil bli utgjeve. Grunnlaget for at informasjonen som er teken med i denne oppgåva er med, er fordi det blir sett på som relevant og nyttig til å svare på problemstillinga. Dette er først og fremst heilt sentrale personar innanfor problemløysing i matematikk, som til dømes Polya (1945), Schoenfeld (1985), Carlson & Bloom (2005) og Niss (2002) som vil bli omtala i denne oppgåva.

Det var mange grunnar til at nettopp Tetra 9 vart vald. Det eine er at den er tilgjengeleg på både nynorsk og bokmål, i tillegg er det ei veldig oversiktleg og ryddig nettside der dei forklarar dei ulike kapitla og kva måloppnåing ein kan forvente elevane til å ha etter kvart kapittel. Den siste og viktigaste årsaka til at dette læreverket vart vald, er at det er det læreverket som blir mest nytta i området i og rundt Sogndal. Tetra 9 har også fokusert på varierte og utforskande oppgåver, og lærarrettleiinga til Tetra 9 formulera at mange oppgåver er opne, der svara kan variere og at det er fokus på å framheve sjølve tankegangen hjå elevane (Hagen, 2006).

I tillegg til å studere læreverket nærmare, vil det også bli gjennomgått sentral teori knytt til emnet problemløysing i matematikk. Dette for å få kunnskapar om tidlegare forskingsrapportar, få kjennskap til korleis problemløysingsoppgåver kan bli formidla, og kva krav me må stille til ei problemløysingsoppgåve. I siste ledd i å svare på problemstillinga, så vil det bli sett nærare på læreplanen, og kva kunnskapsløftet krev av problemløysing i pensum.

2.3 Teoretisk forankring

Innanfor problemløysing er det svært mange tilgjengelege definisjonar på kva problemløysing er, og mange definisjonar går ut på mykje av det same, men i litt ulike ord. «Litt kortfattet kan vi si at problemløysing betyr å finne en vei, en strategi, for å takle en ukjent situasjon, det vil si en situasjon en ikke tidligere har truffet på, og derfor heller ikke har noen metode til å løse» (Solvang, 2002, s.134). Om ein ser på tidlegare læreplanar, definerte blant anna M87 problemløysing som ei oppgåve der ein elev ikkje har ein kjend framgangsmåte eller metode for å løyse. «Eit problem (problemløysingsoppgåver) som ei oppgåve der problemløysaren ikkje veit korleis han/ho skal komme vidare i løysingsprosessen, og inga kjend løysingsmetode kan brukas. For å kunne løyse eit problem, må elevane beherske kreativ resonnering.» (Leer, 2009, s.5) Denne liknar på definisjonen på Solvang, men inkludera kreativ resonnering. Kreativ resonnering er inkludert for å understreke viktigheita av at elevane er kreative i problemløysingsprosessen, og at dei har kompetanse til å produsere noko nytt og frigjere seg frå den tradisjonelle hugs-og-pugg oppskrifta. Det er nødvendig å skilje mellom kreativ resonnering og imiterande resonnering, der imiterande resonnering er leiting etter liknande oppgåver som kan brukast til å reprodusere svaret med andre tal (Boesen, 2006).

På bakgrunn av disse definisjonane, har eg valt å definere problemløysing som; «Ei matematisk problemløysingsoppgåve er ei oppgåve der eleven ikkje har framgangsmåte eller oppskrift, og eleven skal finne svaret gjennom utforsking og kreativ resonnering.» For at elevar skal bli flinke å arbeide med problemløysing, er det fem punkt som lærar må tenkje over gjennom undervising av problemløysing (Lester, 1994).

1. Øving gjer meister, og det må reknast mange oppgåver for å forbetre ferdigheitene sine som problemløysarar
2. Gjennom arbeid med problemløysing, vil ferdigheitene sakte men sikkert forbetrast
3. For at elevane skal forbetre seg i problemløysing, er det sentralt at læraren personleg meina at dette er viktig, og gjev uttrykk for at dette er eit sentralt tema
4. Elevar har stort utbytte av planlagd vegleia instruksjon
5. Å lære elevar om problemløysingsstrategiar, som til dømes firetrinnsmodellen til Polya (Polya, 1945), har liten innverknad på elevar sine eigenskapar for å løyse matematiske problem(mi omsetjing, s.12-13)

Dette seier altså at systematisk arbeid er sentralt for at elevane skal bli gode på å løyse matematiske problem, og det blir difor sentralt at Tetra 9 har mange oppgåver eller metodar for å oppmode til problemløysingsaktivitetar. Det er og understreka at læraren sjølv tykkjer at dette er viktig, og dette er sentralt for at elevane også får denne haldninga.

Når det gjeld strategiar for å løyse matematiske problem, har mange forskarar definert ulike framgangsmåtar å finne fram til svaret. Polya (1945) definera i sitt verk «*How to solve it*», fire konkrete trinn som skulle hjelpe til med å løyse problemløysingsoppgåver.

1. Forstå problemet
2. Leggje ein plan
3. Utføre planen
4. Sjå tilbake

Første trinnet er at problemløysaren skal finne ut kva oppgåva eigentleg spør om, og kva den vil få svar på. Dette trinnet skal blant anna identifisere kva som er det ukjende, gjennom å undersøkje kva oppgåva spør om og kva ein må vite for komme fram til eit svar. Vidare brukar me dette trinnet til å identifisere og organisere informasjonen me har fått, og kva bakgrunnskunnskapar me treng for å kunne finne svaret.

Andre trinn er den mest komplekse av trinna, her skal det leggest ein strategi for korleis problemet skal løysast, om noko verkar kjend, eller om ein kan bruke noko kjend til å beskrive det ukjende med. Planen treng ikkje vere perfekt første gong, og det vil vere mogleg å gå tilbake i planen for å korrigere og endre. Dette er viktig fordi eleven då kan lære av det som vart gjort, og bruke dette til å finne ut kva som kan gjerast på ein annan måte.

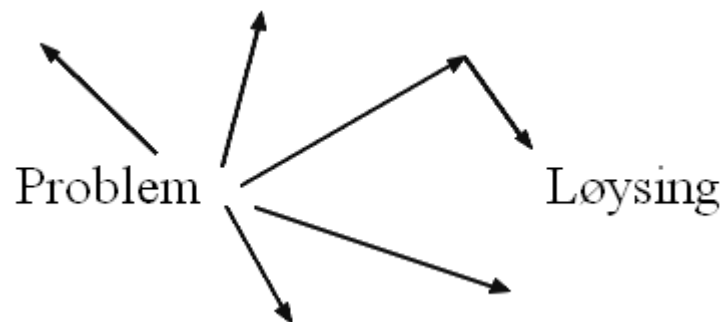
Punkt 3 er rett fram, der ein no skal bruke det ein har funne ut i punkt 1 og punkt 2 til å gjennomføre planen. Gjennomføring av planen gjev også indikasjon om tankegangen har vore riktig så langt, og om det visar seg at tankegangen var feil eller upresis, så går eleven tilbake for å justere dei to føregåande punkta.

Punkt 4 er eit interessant trinn, og gjev problemløysaren moglegheit til å sjå tilbake og sjå kva som gjekk bra, og kva som ikkje gjekk fullt så bra. I elevsamanheng kan ein seie at dette er viktig for at eleven kan sjå og evaluere seg sjølv og kva han har gjort, og bruke dette til å sjå kvar dei rette avgjerslene vart tekne, og prøve å sjå om resultatet til dømes kan generaliserast til å løyse liknande oppgåver. Problemløysinga handlar difor ikkje berre om å løyse sjølve problemet, men også å lære av kva ein har gjort, og kvifor ein tok dei avgjerslene som ein gjorde. Nokre problemløysingsoppgåver kan også ha fleire løysingar, og eleven kan då prøve å finne desse. Desse oppgåvene blir ofte kalla opne oppgåver, og blir definert som oppgåver utan eksakte mål, og er prega av utforsking (Niss, 2002). Innanfor problemløysing har ein også rike oppgåver, og desse oppgåvene krev mykje arbeid og tankevirksomheit. Desse oppgåvene skal vere lette å komme i gang på, og det skal vere lett å utarbeide nye problemstillingar undervegs, som igjen kan gje nye problemstillingar.

Til samanlikning med Polya (1945), så har Schoenfeld (1985) også utvikla ein modell for problemløysing. I tillegg utarbeidet Carlson & Bloom (2005) ein rapport som studerte korleis matematikkarar løyste problemløysingsoppgåver, og både arbeidet til Schoenfeld (1985) og Carlson & Bloom (2005) har likheitstrekk til Polya. Felles for desse tre modellane for problemløysing, er at oppskrifta ikkje skal følgjast til punkt og prikke, men heller vere ei rettleiing som eleven kan bruke til hjelp i møte med matematiske problem. Problemløysing har altså inga magisk oppskrift, men ein del retningslinjer som kan hjelpe oss strukturere tankegangen vår. Polya (1945) vil bli brukt til dette i

denne oppgåva, og bakgrunnen for dette er at den har få og konkrete trinn, som er enkle å forstå og er lett tilgjengeleg. Det er også denne modellen som var pensum ved Høgskulen i Sogn og Fjordane hausten 2012.

Solvang (2002) illustrera gjennom figuren under (min eigen figur), at problemløysing ikkje nødvendigvis er ei strak linje frå problem til svar.



Ut i frå figuren ser me at det ikkje er nødvendig å køyre ei strak linje frå problemet til løysinga, og det er ein bra ting. Om ein køyrer ein biltur, så oppdagar ein kanskje noko nytt om ein tek ei anna rute enn ein pleier, og dette samsvarar med matematikken. Når ein går utanom den lineære oppskrifta, vil ein oppdage ting som kan vere interessant og som gjev nye problemstillingar (Solvang, 1992). I tillegg vil ein, etter å ha funne vegen, kunne bruke trinn 4 i Polyas modell til å finne den kortaste vegen frå problem til løysing, og formulere eit forslag til å kunne generalisere resultatet, som til dømes, kan liknande oppgåver løysast på same måte?

Det er viktig å hugse på at elevar har ulik kompetanse, og dette understrekar at eit problem ikkje er eit problem for alle. Niss (2002) påpeikar at eit problem i matematikk er relativt. Det som er eit problem for ein elev, er kanskje ikkje eit problem for ein anna elev. Årsakar til dette er ulike bakgrunnskunnskapar og evner til å forstå dei ulike matematiske formuleringane. Det er difor viktig å sjå etter om oppgåvene i læreverket er varierte nok til at dei kan appellere til alle.

Kompetencer og matematikklæring (Niss, 2002), er ein rapport som beskriv dei 8 delkompetansane i matematikk som kunnskapsløftet byggjer på. I denne oppgåva vil det bli sett nærmare på den eine delkompetansen, som er problemløysingskompetanse. Ifølge Niss (2002) kan ein beskrive problemløysingskompetanse som å kunne formulere og løyse matematiske problem. Niss sine

kompetansar stiller ikkje berre krav til kva ein kan forvente av lærebøkene, men og til kva ein kan forvente av læraren. Læraren bør kunne formulere ulike matematiske problem, både rike og opne oppgåve. Dette er sentralt i Kunnskapsløftet og mange delar av rapporten er viktig når det gjeld matematikkopplæring i Noreg. Det blir definert to grunnleggande eigenskapar når det gjeld matematisk problemløysing i denne rapporten. Den første er å kunne løyse ferdige, oppstilte problem sjølv. Dette kan gjerast gjennom oppgåver i læreverk, eller at lærar lagar oppgåvene sjølv. Del to er det å kunne formulere og problematisere eit problem sjølv. Det gjeld både å byggje vidare på eit problem ein allereie kjenner, eller formulere eit eige problem. Desse to kunnskapane er uavhengig av kvarandre. Det vil seie at om ein elev er god på problemløysing, så blir han ikkje automatisk god på å formulere eigne problem (Niss, 2002).

2.4 Gjennomføring

Sjølve gjennomføringa av oppgåva, vil bli å trekkje inn alle elementa som er nemnt så langt, og bruke teorien som har blitt gjennomgått til å finne ei løysing på problemstillinga. Ein systematisk framgangsmåte blir nytta, der problemstillinga vil bli gjennomgått punkt for punkt, for å ha ei ryddig tilnæringsmåte til oppgåva, og gjere det oversiktleg å sjå kva som til ein kvar tid blir diskutert. Tetra 9 vil først bli sett gjennom for alle oppgåver som kan relaterast til problemløysing, og deretter vil desse oppgåvene bli vurdert og sett opp mot Polyas modell (1945). Til slutt vil desse oppgåvene, og Tetra 9 i heilheit, bli sett opp mot Niss kompetansar. Når dette arbeidet er gjort, vil alle desse tre punkta bli sett i samanheng, for å vurdere den opp mot problemstillinga til denne oppgåva.

3.0 Svare på problemstillinga

Som var nemnt tidlegare, så skal tre punkt bli sett nærmare på, for å kunne svare på problemstillinga.

1. Hyppigheit. Kvantitativ mengde problemløysingsoppgåver i Tetra 9
2. Kvalitet på problemløysingsoppgåvene
3. Niss kompetansar og Tetra 9

Desse tre punkta skal gje svaret på problemstillinga, og vil bli drøfta saman på slutten av oppgåva.

3.1 Kvantitative talet på problemløysingsoppgåver i Tetra

For å svare på problemstillinga, vil eg systematisk gjennomgå dei tre punkta i problemstillinga som er skildra ovanfor. Første del består av å fastslå den kvantitative mengda problemløysingsoppgåver i læreverket Tetra.

<i>Kapittel/type oppgåver</i>	Abels hjørne	Grublisar	Andre
<i>Tal og algebra</i>	3	2	2
<i>Likningar</i>	3	3	
<i>Geometri</i>	3	3	1
<i>Prosent</i>	3	2	1
<i>Sannsyn</i>	3	3	1
<i>Funksjonar</i>	3	3	
<i>Lærarrettleiing</i>		13	
<i>Totalt</i>	18	29	5

Tabellen ovanfor (min eigen figur) visar til kor mange problemløysingsoppgåver eg har funne i kvart kapittel. Boka operera med ulike formar for problemløysing, som etter mi vurdering, har blitt inkludert i denne oppgåva. Dette er på grunnlag av at oppgåvene inneheld ein del utforsking og ikkje har ei oppskrift. Første kolonne har fått namnet Abels hjørne, og dette er oppgåver som er heilt reine problemløysingsoppgåver som ikkje nødvendigvis er knytt opp mot kapittelet det høyrer til. Abeloppgåvene gjev inga oppskrift, men alle desse oppgåvene har 5 alternativ (sjå vedlegg 1). Abels hjørne er i slutten av kvart kapittel, og desse oppgåvene er henta frå tidlegare konkurransar i Abelkonkurransen (Hagen, 2006).

Vidare er grublisar den neste kolonna. Dette består av to oppgåver på norsk og ei oppgåve på engelsk i kvart kapittel. Desse oppgåvene inneheld, som nemnt tidlegare, utforsking og innehar inga fast oppskrift, og poenget i nokre av oppgåvene, handlar om å finne eit ukjend tal gjennom ein rekke opplysingar ein får tildelt. Denne delen blir kalla Grublisar, og ein kan finne dei plassert mellom innføringa av generell del i kapittelet og blått kurs (sjå vedlegg 2). Nokre av grublisane møtte ikkje dei krava definisjonen i oppgåva krev av matematisk problemløysing, og er difor ikkje tatt med.

I tillegg til dei oppgåvene merka med Abels hjørne og Grublisar, så har også alle oppgåvene i læreverket blitt gjennomgått for å sjå etter andre oppgåver som møter kravet til problemløysing. Desse oppgåvene er merka som anna, og er ofte knytt tett opp i mot sitt kapittel, men har element som eleven ikkje har oppskrift på. Eleven må difor utføre kreativ resonnering for å finne løysing på oppgåva.

Gjeve desse rammene, så er det 18 problemløysingsoppgåver, 16 grublisar og 5 anna, noko som gjev totalt 39 oppgåver som kan relaterast til problemløysingsdefinisjonen i starten av denne oppgåva. I tillegg til dei 16 grublisane ein kan finne i Tetra 9, så tilbyr lærarrettleiinga 13 ekstra grublisar som kan kopierast og leverast til elevane. Lærarrettleiinga tilbyr også ferdige kapittelprøvar, men her er det ingen spor etter oppgåver som krev kreativ resonnering eller problemløysing. Dette får talet på moglege oppgåver som kan løysast som problemløysingsoppgåver opp i 52.

3.2 Problemløysingsoppgåvene i Tetra

Etter gjennomgang av læreverket, både sjølve læreverket og lærarrettleiinga, så er det mange oppgåver som kan sjåast opp mot problemløysing. Den neste delen av oppgåva skal sjå på kvaliteten av desse oppgåvene. Sidan oppgåvetalet kom opp i 52, så vil det vere nødvendig å lage eit utval av oppgåver, med eit jamt utval frå dei 3 ulike klassifikasjonane. Første som blir sett nærmare på, er Abels hjørne. Polyas modell (1945) vil her bli brukt til å bedømme kva tankegang eleven må igjennom for å finne svare til denne oppgåva. Alle bileta i Abels hjørne, grublisane og anna er henta frå læreverket Tetra 9.

3.2.1 Abels hjørne

3 Vi har talfølgja 1010010001000010 ..., der talet på nullar mellom to einarar heile tida aukar med 1. Av dei 800 første siffera er talet på nullar

- A) 759 B) 760 C) 761 D) 762 E) 763

Ei oppgåve med 5 alternativ, og som ikkje har noko tydeleg løysing med ein gong. Oppgåva har ikkje noko løysingsmetode der elevane kan bruke imiterande resonnering frå læreverket, og det er fleire løysingsmetodar. Eleven kan til dømes ta det tidkrevjande arbeidet å skrive ned heile rekka. Andre

løysingsvegar er å sjå samanhengen mellom $1+2+3+4+5$ (trekanttal) som blir 15 og at det då blir 10 nullar ($15-5$). Når eleven har forstått problemet og ser kva ein skal finne svaret på, så vil det bestå av å leggje ein plan. Denne planen kan variere frå elev til elev, og fleire planar kan få det same svaret. Til sist er trinn 4, sjå tilbake, nødvendig for å finne ut dei andre metodane, og kva som er mest effektivt. Dette kan gjerast ved at oppgåva hadde formulert ei oppfølgingsoppgåve der oppgåva hadde vore heilt lik, men ein i staden hadde spurd om dei første 1200 siffera til dømes.

3 Kor mange 7-sifra tal finst, der alle siffera er ulike, og siffera er ordna i stigande rekkjefølgje (null ikkje tillate som førstesiffer)? (Døme: 1345689 og 2456789.)

A) 9 B) 18 C) 45 D) 72 E) ingen av desse tala

Igjen ei oppgåve der eleven har fleire framgangsmåtar tilgjengeleg. Eit alternativ er å byrje å skrive ned alle moglegheitene (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7), (1, 2, 3, 4, 5, 6, 8) og så vidare, igjen, som ved førre oppgåve, eit tidkrevjande arbeid. Eleven bør absolutt leggje ein plan for å finne ut løysingsstrategiar, og om det er fleire så er det betre. Dømer på dette kan vere å finne ut kor mange kombinasjonar som startar på talet 1, eller sjå på forholdet mellom kor mange kombinasjonar ein har der første talet er 3 (som har ein kombinasjon) og der første talet er 2. Igjen vil det vere aktuelt og lærerik å sjå tilbake på kva som vart gjort, og sjå om det er andre metodar eller lettare metodar. Det kan til dømes vere lærerik å stille seg sjølv spørsmålet «kor mange 6-sifra tal finst, ...», for å sjå om det svaret ein fann gjer det enklare å løyse den oppgåva.

3 Ole skal gå frå parkeringsplassen til hytta. Dersom han går med 10 kilometer i timen, kjem han fram klokka 18.00. Dersom han går med 15 kilometer i timen, kjem han fram klokka 16.00. Kor fort må han gå for å kome fram klokka 17.00?

A) 12 km/t B) $12 \frac{1}{3}$ km/t C) $5\sqrt{5}$ km/t D) $12 \frac{1}{2}$ km/t E) 13 km/t

Ei lur oppgåve der hjernen umiddelbart ropar at svaret må vere 12,5 km/t. Her blir det derfor viktig å vere grundig i gjennomgangen. Oppgåva har, som dei to føregåande oppgåvene, ulike innfallsvinklar. Det første ein kan gjere, er å setje opp tidspunkt som kan vere sannsynlege at Ole gjekk på, som til dømes kan vere 14.00. Eventuelt kan ein fokusere på kor langt det er i kilometer, gjennom å finne ut kva tal både 10 og 15 går opp i. Personen som løysar oppgåva finn då ut at tala 30, 60 og 90 går opp i 10 og 15, og har då effektivt fått moglege løysinga redusert til dei lågaste tala som går opp i 10 og 15. Når personen har løyst oppgåva, så er det aktuelt å sjå tilbake, evaluere planen og teste om

løysingsstrategien fungera på liknande oppgåver. Eit dømes kan vere å justere tidspunkta til kl 20 og kl 16 med tilhøyrande hastigheitar på 17,5 km/t og 15 km/t.

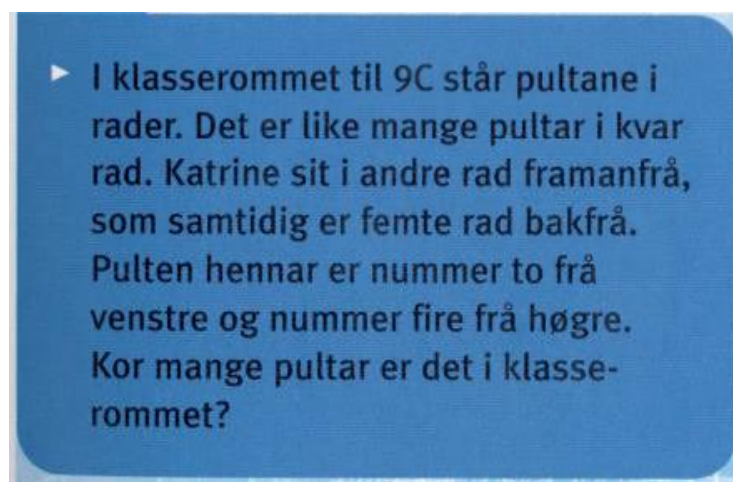
3.2.2 Grublisar

- Det tek Samir 7,5 timar å sortere ein bunke påmeldingar til ein konkurranse. Ana gjer det same arbeidet på 5 timar. Kor lang tid tek det dersom dei samarbeider?

Oppgåva har inga klar framgangsmåte, og læreverket presentera ingenting som gjer at personen som løyser oppgåva har ei oppskrift. Derimot verkar det som det er få framgangsmåtar å løyse denne oppgåva på, men personen som løyser problemet, må tenkje kreativt for å løyse oppgåva. Personen som løyser grublisen kan tenkje at det tek $1/7,5$ og $1/5$ per time å gjere arbeidet, og dette gjev 3 timar dersom dei jobbar saman. Løysingsforslaget til personen kan testast gjennom å endre oppgåva litt, til dømes at Samir brukar 8 timar og Ana brukar 6,5 timar, for å sjå om metoden kan løyse liknande oppgåver. Grublisen har ei løysing.

- Ein mann A møter ein barndomsvenn B. Dei har ikkje sett kvarandre på mange år. Begge har alltid vore interessert i grublisar, så det er nok derfor dei snakkar så rart til kvarandre.
B: Kor gamle er barna dine?
A: Produktet av alderen deira er 36, og summen av alderen deira er lik det husnummeret du ser der.
B tenkjer ei stund, men gir opp.
A: I tillegg kan du få vite at den eldste ikkje er tvilling.
B: Ja, då greier eg det. Dei er ...
Ja, kor gamle er barna?

Her er det mykje informasjon å handtere, og difor viktig at planlegginga og forståinga av oppgåva er god før ein skal leggje ein plan. Ein framgangsmåte er å setje opp alle dei moglege utfalla ein kan ha, til dømes $1 \cdot 36, 2 \cdot 18, 3 \cdot 12$ og så vidare. Oppgåva er ikkje godt nok formulert, då dette er den første logiske måten å løyse oppgåva på, fordi mindre tal, altså to tal i dette tilfellet, er enklare å arbeide med. Fasiten operera med at mannen A har tre born. Med dette til informasjon, kan ein setje opp dei ulike kombinasjonane, og det faktum at den eldste ikkje er tvilling gjer at dei to rette svara blir til ein. Oppgåva er problemløysing, så det ikkje er noko oppskrift eller kjend framgangsmåte for eleven å løyse den på. Ein interessant vri kan vere, å sjå tilbake om oppgåva har svar for 4 og 5 born. Grublisen har mange svar, men fasiten til oppgåva i lærarrettleiinga arbeidar med eit svar. Denne oppgåva har mange svakheiter, og det burde bli opplyst om at mannen har tre born. Husnummeret verkar å vere utan mål og mening, men fasiten i lærarrettleiinga (Hagen, 2006) seier at det einaste husnummeret som opptre to gonger er nummeret 13, altså så må summen av dei tre tala vere 13.



Dette er ei oppgåve som krev romforståing frå personen som prøver å løyse den. Grublisen er relativt enkel, men krev likevel planlegging. Gjerne kan løysinga vere lettare å komme fram til gjennom å teikne og illustrere, noko som kan vere bra for individ med gode visuelle evner. Oppgåva er litt lite oppdagande og gjev ikkje så mykje rom til oppdaging, men er inkludert fordi det kombinerer ulike delar av matematikken og gjev variasjon og er moglege å løyse på fleire måtar. Denne grublisen har ei løysing.

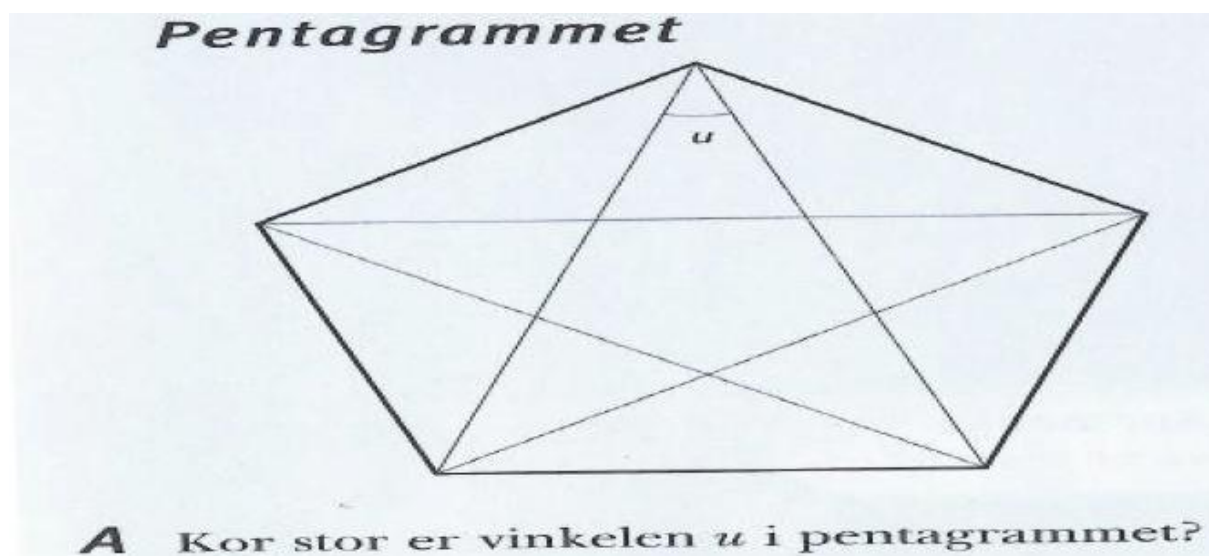
3.2.3 Anna

Denne kategorien pregar av at oppgåvene ligg tett opp mot kapittelet dei er i, men sjølv om delar av oppgåva kan løysast enklare på grunn av dette, så inneheld oppgåvene fortsatt element som ikkje er gjennomgått i boka, og sikrar at kreativitet og utforsking er heilt sentralt for å løyse oppgåva. Vidare

er også disse oppgåvene ofte merka med gul stjerne, og er meir utfordrande og ofte med eit forklarande preg (Hagen, 2006).

 Då den tyske matematikaren Karl Friedrich Gauss var 9 år, fekk han og dei andre i klassen hans i oppgåve å addere tala 1 til 100. Etter berre nokre få sekund hadde vesle Gauss løyst oppgåva. Han hadde ikkje addert eitt og eitt tal, men funne ein lur metode. Kan du finne ein smart metode for å addere tala 1 til 100?

I kapittelet har dei litt om dette temaet, men denne oppgåva har dei inga oppskrift for å løyse. Denne oppgåva har mange løysingsmetodar. Ein kan løyse oppgåva ved å addere saman $1+2+3+\dots+99+100$. Dette kan vere ein fin måte å starte oppgåva på, og ein del av planen kan til dømes vere å finne svaret først, for deretter å oppdage meir effektive metodar å finne løysinga på. Ein anna framgangsmåte er å addere $1+99$, $2+98$ og så vidare, og deretter legge til 50 og 100 til slutt. Personen som skal løyse denne oppgåva, har difor eit stort område å utforske. Oppgåva kan også enkelt brukast til å stille oppfølgingsspørsmål, som til dømes kva er summen av dei 200 første tala. Sjå tilbake er også ein heilt sentral del av denne oppgåva, der eleven har funne ut svaret ved å addere saman tala, og kan no byrje å utforske enklare metodar å finne svaret på.



Det kan nemnast som tillegg her at femkanten skal vere regulær. Her er det mange ulike måtar å finne fram til vinkelen u på. Personen som skal løyse utfordringa, må tenkje kreativt og bruke innslag frå ting eleven har lærd i kapittelet. Sjølv om vinklar og konstruksjon har stått i fokus i kapittelet, inneheld denne oppgåva ei ny tankegang, som krev at personen kombinera tidlegare kunnskap og forståing av vinklar og korleis dei heng saman. Oppgåva kan til dømes løysast, gjennom å identifisere dei ulike rettbeinte trekantane og å vite vinkelsummen i ein femkant. Denne oppgåva er lista under temaet «Utfordring» i boka, og er kan difor bli for vanskeleg for mange elevar.



Frå KappAbelkonkurransen 2005/2006: Ein regulær sekskant og ein regulær trekant har same omkrins. Kor mange prosent større er arealet av den største figuren enn arealet av den minste figuren?

Igjen ei vanskeleg oppgåve som generelt vil vere for dei aller sterkaste elevane. Her er planlegging ein sentral del av oppgåva. Personen som skal løyse problemet, må finne ut korleis framgangsmetode som er mest effektiv, som til dømes om valet blir å teikne dei, gje dei størrelse på sidene eller kanskje tenkje på kva ein femkant og trekant har til felles. Mange måtar å finne fram til svaret på, og eleven har moglegheit til å illustrere for seg sjølv, som kan vere bra for elevar som har god romforståing eller har betre forståing når det gjeld visuell læring.

3.3 Niss kompetansar og Tetra

Niss (2002) kompetansar er ein sentral del av kunnskapsløftet for matematikk, og då vil Tetra bli lest og sett opp mot det som Niss kompetansar seier er nødvendig. Niss beskriv 8 delkompetansar, som nemnt tidlegare, men her vil det berre bli sett nærmare på kompetansen som har fått namnet problembehandlingskompetanse.

Niss (2002) definera problembehandlingskompetanse som å kunne formulere og løyse matematiske problem. Så langt har det å løyse matematiske problem vore fokus, men no skal Tetra 9 analyserast for oppgåver der personen sjølv skal formulere eit problem eller ei oppgåve. Dette er oppgåver alle elevar skal kunne klare å utføre, og det skal vere fullt mogeleg for ein elev å formulere matematiske problem utan å løyse dei. Andre vegen er det også mogeleg å vere god i løyse matematiske problem, utan å vere god å formulere og lage eigne oppgåver (Niss, 2002). Etter gjennomgang av Tetra 9, visar det seg at det ikkje er ei einaste oppgåve der elevane sjølve skal formulere eit problem.

Lærarretteiinga til Tetra 9 inneheld mange ekstraoppgåver som elevar som treng meir utfordring eller som jobbar fort, kan arbeide med, men heller ikkje desse inneheld ei einaste oppgåve der eleven sjølv skal formulere eit problem. Den siste delen som har blitt sett på, er prøvane lærarretteiinga tilbyr læraren, men heller ikkje her er det oppgåver som oppmodar elevar til å formulere problem sjølv.

Vidare i Niss (2002) er det påpeika at problembehandlingskompetansen gjeld gjennom heile grunnskulen, og elevar skal lære å løyse og setje opp problem gjennom heile skulegongen. Desse

problema kan vere formulert av læreverket, eller andre, til dømes lærar, medelev eller eleven sjølv. Tetra 9 formulera mange ferdigformulerte problem, der elev kan løyse åleine eller med medelev, men den har ikkje oppgåver der eleven sjølv skal formulere problem. Vidare krav som blir stilt til elevane sin kunnskap, er når dei nærmar seg slutten på grunnskulen. Det blir formulert to hovudpunkt elevane skal meistre når dei går dei siste årstrinna (Niss, 2002):

1. Kunne stille opp elementære matematiske problem, og vidare bruke dette til å finne og formulere eigne problem gjennom å avgrense og presisere dei
2. Skal lære seg å løyse ferdigformulerte problem på ulike måtar

Elevar skal også lære seg å løyse ulike typar problemløysingsoppgåver, og dette inkludera lukka oppgåver, opne oppgåver, rike oppgåver og anvendte oppgåver. Lukka oppgåver er oppgåver der det berre eksistera eit svar. I Tetra er alle oppgåvene som er henta frå Abels hjørne, slike oppgåver. Ein kan blant anna nemne eit døme frå Tetra 9: «Me har ti tal. Gjennomsnittet av desse tala er 20. Me fjernar eitt av tala, og då blir gjennomsnittet 19. Kva for eit tal er fjerna?» Ut i frå oppgåve kan me sjå at oppgåva berre kan ha eit svar, og det er 29. Grunnen til dette er at om ein fjerna alle tal under 29, vil snittet bli lågare enn 19, og om ein fjerna alle tal over 29, vil snittet gå over 19. Konklusjon, oppgåva har berre eit svar. Dette er eit eksempel på ei lukka oppgåve. Ei lukka oppgåve kan ha fleire framgangsmåtar for å finne svaret, men det er berre eit svar. Vidare finn me opne oppgåver, som er ute etter mange svar. Tetra 9 har også i denne kategorien mange oppgåver, der den engelske grublisen (her: oversatt til norsk) kan nemnast som døme: «Gjennom bruk av pluss, minus, gonge og deling mellom tala 1, 2, 3 og 4, så skal du finne svar på alle tala mellom 0 og 10. 1, 2, 3 og 4 kan stå i vilkårleg rekkefølge (men berre brukast ein gong) og du kan bruke teikna meir enn ein gong. Til dømes: $1 \times 4 / 2 + 3 = 5$.» Oppgåva har mange svar, og dei ulike tala kan ein finne gjennom mange ulike kombinasjonar.

Den neste er rike oppgåver. Rike oppgåver er oppgåver som skal ha ein lav terskel for å komme i gang på, og som kan ta ulike vegar i det vidare arbeidet, og tid og konsentrasjon er heilt sentralt. Å løyse eit problem kan gje nye problemstillingar. Den siste forma for problemløysing er anvendte oppgåver. Denne forma for løysing av oppgåver hamnar i større grad innanfor modelleringskompetansen, og vil difor ikkje bli omtala i denne oppgåva.

4.1 Diskusjon

Etter å ha lest gjennom, og evaluert heile læreverket Tetra 9, tilhøyrande nettsider og lærarretteiing, så kan no problemstillinga svarast på. Første del av problemstillinga bestod i å finne ut hyppigheita av problemløysingsoppgåver i Tetra 9. Gjennom tabellen som vart laga, vart det funne heile 52 oppgåver som eg meiner kan relaterast til problemløysing. Dette meiner eg er eit høgt nok tal til at elevar får, om lærar oppmodar til det, nok øving til å arbeide med og forstå problemløysing, slik som Lester (1994) påpeikte i 5-trinnsmodellen sin.

Vidare skulle kvaliteten av desse oppgåvene vurderast. Boka hadde då formulert at dei tydeleg satsa på problemløysing og hadde satt av eigne seksjonar i boka til dette, i kvart kapittel. Dette var Abels hjørne og grublisar. Etter å ha analysert Abeloppgåvene vart kvaliteten, som eg forventa av problemløysing, vurdert som god. Abel sine konkurransar er mykje brukt i den norske skulen og kvart år er konkurransar der elevar frå ulike skular konkurrera i problemløysingsoppgåver (Abelkonkurransen, 2013). Oppgåvene er laga av matematisk utdanna personar, og mange av personane bak jobbar som lærarar ved høgare utdanning, til dømes NTNU. Gjennom kvalitetskontroll av desse oppgåvene, vart kvaliteten vurdert av meg til høg.

Oppgåvene var varierte, både når det gjeld kreativ resonnering og matematisk forståing, og det var alltid ulike måtar å finne svaret på. Dette er viktig fordi problemløysing bør tilpassast den enkelte elev sitt nivå (Olafsen & Maugesten, 2009). Einaste som trekte ned, når det gjeld Abeloppgåvene, var det at alle var med svaralternativ, og hadde berre ei løysing. Dette har samanheng med at Abelkonkurransen er avhengig av fasit for å kunne kåre ein vinnar i sine konkurransar, men kunne med fordel vore endra litt for å tilby endå større variasjon til oppgåvene i Tetra 9. I tillegg til dette burde nokre av oppgåvene hatt oppfølgingsspørsmål, då oppgåvene var ferdige når eleven hadde løyst eit problem. Oppgåvene hadde hatt større bruksområde, og hadde då i større grad fått eleven som løyste oppgåva til å nytte seg av trinn 4 av Polya's modell, å sjå tilbake. Dette fordi trinn 4 er heilt sentralt i Polya's modell for problemløysing (Polya, 1945), og mange av Abels hjørne-oppgåvene er løyste, når eleven har funne løysinga. Då vil det ikkje vere nødvendig for eleven som løysar oppgåvene å gå tilbake å sjå om formelen kan generaliserast. Niss (2002) nemner blant anna at mykje av ansvaret for problemløysing i skulen, krev at matematikklæraren har problembehandlingskompetanse, og det vil då bli læraren sitt ansvar å sørge for at eleven som løysar oppgåvene får oppfølgingsspørsmål.

Vidare stod den andre problemløysingsdelen for tur, grublisane. Desse oppgåvene hadde større grad av variasjon enn det Abeloppgåvene hadde, og dette er oppgåver som er laga for Tetra 9 (Hagen, 2006). Mange av grublisane er opne oppgåver, til motsetjing til Abels hjørne, og dei utfyller kvarandre dermed, etter mi meining, ganske bra. Etter mi vurdering hadde grublisane generelt god kvalitet, og spesielt krev dei ofte god planlegging, då oppgåvene ofte har mykje informasjon.

I tillegg til variasjon både i svara og oppgåvene, så tilbyr Tetra 9 også engelske grublisar for å inkludere elevar som ikkje har det same grunnlaget for å løyse norske tekstoppgåver. Grublisane som heilheit har eg vurdert til å ha god kvalitet, og Polyas modell og dei 4 trinna var då godt representert som aktuell metode for å løyse problemet, men som med Abel hjørne, så burde det også her vore oppfølgingsspørsmål, slik at trinnet «å sjå tilbake» i endå større grad vore aktuelt. Når eleven har funne svaret han har leita etter, så er oppgåva i essensen over. Her, igjen, blir det læraren sitt ansvar å følgje opp oppgåvene, og finne ut om eleven sin framgangsmåte er mogeleg å bruke å liknande utfordringar, som understreka av Niss (2002) sitt krav til kompetanse hjå læraren.

Til slutt var kategorien «anna», der oppgåver som var problemløysing, men som ikkje gjekk under nokre av dei tidlegare to kategoriane, vart plassert. Eit døme på denne typen oppgåve er; «Finn ein lur metode å summere saman dei første 100 tala.» Felles for desse oppgåvene er, at dei er stjerneoppgåver og vanskelege. Kvaliteten på desse oppgåvene vurderer eg som like bra som dei to andre kategoriane. Oppgåvene stilte krav til eleven både må bruke ulike element som har blitt lærd tidlegare og bruke kreativ resonnering for å finne ut svaret og framgangsmetoden. Eit godt døme på ei oppgåve som engasjerte eleven til å finne ein framgangsmetode og teste den ut på andre tal var ei oppgåve om trekanttal (Hagen, 2006). Den har a, b, c og d oppgåver, der den først spør etter summen av trekanttal 10, deretter 100 og til slutt n. Det vil seie at eleven får teste ut metoden som var oppdaga i til dømes oppgåve b, til å sjå om denne kan løyse oppgåve c, og kanskje til og med oppgåve d. Sjølv om denne eine oppgåva stilte oppfølgingsspørsmål, så vart det også her overlatt til lærar å stille oppfølgingsspørsmål på dei resterande oppgåvene. Sett under eitt, er desse oppgåvene bra i høve til definisjonen av problemløysing i starten av denne oppgåva, og dei variera i vanskegrad slik at både dei aller sterkaste elevane, og dei som strevar litt meir, får oppgåver.

Når det gjeld siste del av problemstillinga, som gjaldt Niss kompetansar (2002) sett opp mot Tetra 9 (2006), så er det tydeleg at Tetra 9 har hatt eit fokus på problemløysing når boka vart laga. Niss kompetansar (2002) krev heilt tydeleg at elevane skal kunne løyse oppstilte problem av ulike typar, både lukka og opne oppgåver. Tetra 9 har både Abels hjørne, grublisar og dei småoppgåvene ein finn rundt om i kapitla, der desse kategoriane har ulik struktur og krev ein ulik tankegang. Desse oppgåvene meiner eg tar omsyn til Niss (2002) sin definisjon av problembehandlingskompetanse på ein god måte der eleven kan arbeide gjennom ulike løysingsvegar fram mot svaret (Solvang, 1992), og finne ulike løysingar.

Derimot finn eg ikkje oppgåver i Tetra 9 som utfordrar elevane til sjølv å formulere eit problem til seg sjølv eller andre, verken i oppgåvene i boka, lærarrettleiinga eller prøvane har nokon slike oppgåver i seg. Sjølv om Tetra 9 er veldig gode på å formulere problemløysingsoppgåver til elevane, så sviktar den når det kjem til at elevane skal formulere dette sjølv. I følge Leer (2009) var 5% av oppgåvene på eksamen for 10 klasse i 2000, oppgåver der eleven sjølv skulle lage ei oppgåve. Dette er noko eleven må øve på, fordi det ikkje er noko samanheng mellom å kunne løyse problemløysingsoppgåver og å kunne formulere slike problem sjølv (Niss, 2002).

4.2 Oppsummering

Gjennom arbeidet med den oppgåva, har eg funne ut at Tetra 9 er eit læreverk som har eit fokus på problemløysingsoppgåver til elevar. I det tidlege arbeidet med denne oppgåva vart mange læreverk raskt sett i gjennom, og ingen av dei læreverka vart på det tidspunktet, vurdert til å ha eit så omfattande fokus på problemløysing som det Tetra 9 har. Svaret på problemstillinga reflektera dette, og konklusjonen var at Tetra 9 er eit bra læreverk, når det kjem til problemløysingsoppgåver som elevane kan løyse. Læreverket har på den andre sida ingenting å vise til når det gjeld at elevar skal formulere problem sjølve. Dette er viktig at læraren er klar over, då læraren skal ha kunnskapar nok til å kunne formulere slike oppgåver til eleven sjølv, slik som Niss (2002) argumentera for.

Feilkjeldene i denne oppgåva fleire. Eg har gjort val når det gjeld definisjonen av problemløysingsoppgåver i denne oppgåva. Desse vala er med å påverke resultatata eg har komme fram til i oppgåva, og gjennom val av andre definisjonar, kunne også svara mine blitt forskjellige. I tillegg vil også kvar enkelt vurdering av dei ulike oppgåvene, vere avhengig av mi tolking og dermed

subjektiv. For å hindre for mykje fri tolking under dette, så vart rammene i oppgåva lagt stramt. Ein smal definisjon og eit ganske enkelt verktøy, Polya's 4-trinnsmodell for problemløysing (Polya, 1945), for å vurdere desse oppgåvene. Eg har ofte kommentert kor vanskelege oppgåvene er for dei ulike elevane, men kor vanskeleg oppgåver er, er individuelt. Ei oppgåve som er enkel for ein elev, treng ikkje vere enkelt for ein annan, og det er då viktig at eit variert utval av oppgåver er med.

Eg har i oppgåva prøvd å definere omgrep så eintydig som mogleg og deretter gjort ein analyse med omsyn på mine definisjonar og forståing av problemløysingsoppgåver. Andre val ville gjeve andre resultat. Eg vonar likevel at val av metode og dei analysane som er gjort, gjer det mogeleg å gå inn i læreverket og evaluere mine funn.

Andre mogelege problemstillingar som eg har tenkt på under oppgaveskriving, og som kanskje kan vere aktuelt for andre å forske vidare på, kan vere til dømes; «Korleis nyttar lærarar problemløysing i undervisinga?» Denne oppgåva har sett nærmare på korleis eit læreverk har jobba med problemløysing, men eit interessant trinn vidare er å sjå korleis dette faktisk blir arbeid med ute i skulen, korleis lærarar fokusera på dette og om dette står i stil med Niss kompetansar. Dette er kanskje eit større arbeid og ein naturleg master. Vidare kan det vere interessant å sjå og vurdere andre læreverk enn Tetra 9 på dei same områda. I innleiingsarbeidet til denne oppgåva var læreverka Kode X og Sirkel sett kort på, og det hadde vore nyttig å sjå om desse læreverka har eit tilsvarande fokus eller om noko skil dei. Den siste aktuelle problemstillinga som hadde vore interessant å sjå på, hadde vore korleis elevane ser på problemløysing. I kva grad dei jobbar med det på skulen, om dei har noko strategi når det gjeld problemløysing, eller kor mange prosent som løyser ei gitt oppgåve.

Litteraturliste:

- Abelkonkurransen*. (2013, April 16). Henta frå <http://abelkonkurransen.no/>
- Boesen, J. (2006). *ASSESSING MATHEMATICAL CREATIVITY*. Umeå: Doktorgradavhandling.
- Carlson, M., & Bloom, I. (2005). *THE CYCLIC NATURE OF PROBLEM SOLVING*. Arizona: Department of Mathematics and Statistics.
- Grevholm, B. (2001). *Matematikdidaktik – ett nordisk perspektiv*. Lund: Studentlitteratur.
- Hagen, C. H. (2006). *Lærarrettledning for Tetra 9*. Oslo: Det Norske Samlaget.
- Hagen, C. H. (2006). *Tetra 9 - Matematikk for ungdomskulen*. Oslo: Det Norske Samlaget.
- Leer, L. G. (2009). *Vurdering av matematisk problemløsning(masteroppgåve)*. Trondheim: NTNU.
- Lester, F. K. (1994, Desember). *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 25, No. 6, 25th Anniversary Special Issue, s. 16.
- Niss, M. (2002). *Kompetencer og matematiklæring*. Danmarks Pædagogiske Universitetsskole.
- Nordberg, G. (2003). *Matematikklæreren*. Gaidaros Forlag. Henta frå Nordberg, Gunnar (2003). *Matematikklæreren*. Gaidaros Forlag.
- Olafsen, A. R., & Maugesten, M. (2009). *Matematikdidaktikk i klasserommet*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Polya, G. (1945). *How to Solve It*. Princeton: Princeton University Press.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
- Solvang, R. (1992). *Matematikdidaktikk*. Bekkestua: NKI Forlaget.
- Vestgården, Ø. (2013, Mai 13). *Tetra*. Henta frå <http://tetra.fagbokforlaget.no/startsidan.cfm?lid=2>
- Kunnskapsdepartementet og Utdanningsdirektoratet (2006). *Læreplanverket for Kunnskapsløftet* [LK06]

Vedlegg:

Abels hjørne:

saman 2. Kva er storleiken?

Abels hjørne



- 1 Kva er det største talet på linjer som kan trekkjast i planet slik at kvar av linjene skjer nøyaktig fire andre linjer?
A) 5 B) 8 C) 10 D) 16 E) uendeleg mange
- 2 Vi har ti tal. Gjennomsnittet av desse tala er 20. Vi fjernar eitt av tala, og då blir gjennomsnittet 19. Kva for eit tal var det vi fjerna?
A) 20 B) 21 C) 39 D) 40 E) ingen av desse tala
- 3 Talet på positive heile tal som 720 er deleleg med (inkludert 1 og 720), er
A) 8 B) 15 C) 21 D) 30 E) 128

Grublisar:

?

Grublisar = ?

- Dersom fem bakarar baker fem bollar på fem minutt, kor mange bollar baker då ti bakarar på ti minutt?
- Det tek Samir 7,5 timar å sortere ein bunke påmeldingar til ein konkurranse. Ana gjer det same arbeidet på 5 timar. Kor lang tid tek det dersom dei samarbeider?

► Use any of the signs +, -, x, ÷ or brackets between the digits 1, 2, 3 and 4 to make totals of 0, 1, 2, ..., 10. You may use the digit 1, 2, 3 and 4 in any order (but only once) and you may use any of the signs more than once.
For example: $5 = 1 \times 4 \div 2 + 3$